



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS DA TERRA
DEPARTAMENTO DE GEOMÁTICA



AJUSTAMENTO 1 – GA106 A ENGENHARIA CARTOGRÁFICA E DE AGRIMENSURA

Prof. Dr. Mario Ernesto Jijón Palma

Departamento de Geomática

Setor de Ciências da Terra

Universidade Federal do Paraná - UFPR

REVISÃO ESTATÍSTICA:



- ✓ Medir significa realizar uma operação física
- ✓ A medida é realizada com instrumentos
- ✓ As medidas estão referenciadas a um PADRÃO
 - PADRÃO por convenção (unidade + dimensão)

REVISÃO ESTATÍSTICA:

Não existe observação exata e todas as medidas estão afetadas por erros!

Então:

- ✓ O valor verdadeiro da observação nunca é conhecido;
- ✓ A magnitude exata dos erros presentes no processo é sempre desconhecida.



REVISÃO ESTATÍSTICA:

Não existe observação exata e todas as medidas estão afetadas por erros!

Buscar a melhor estimativa da medida real
(valor mais provável)

+

Ponderada por sua incerteza
(precisão, confiabilidade)



REVISÃO ESTATÍSTICA:

O que é erro?



REVISÃO ESTATÍSTICA:

O que é erro?

Erro = Valor Medido – Valor Verdadeiro

Desvio = Valor Medido – Valor Mais Provável

REVISÃO ESTATÍSTICA:

✓ Fontes de Erros

- Erros Instrumentais
- Erros Naturais / Ambientais
- Erros Pessoais / Humanos

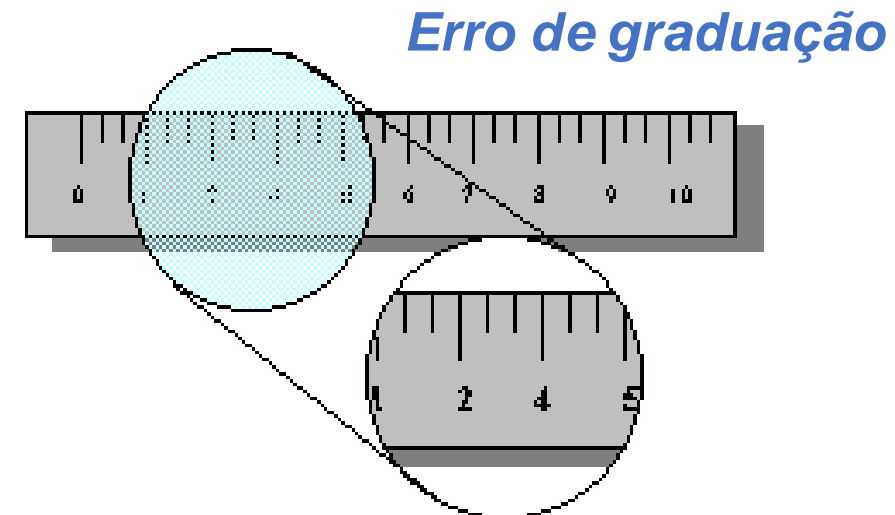
✓ Classificação dos Erros de Observação

- Erros Grosseiros
- Erros Sistemáticos
- Erros Acidentais ou Aleatórios

FONTES DE ERROS:

- **Instrumentais:** causados por problemas como a imperfeição na construção do equipamento ou ajuste do mesmo.

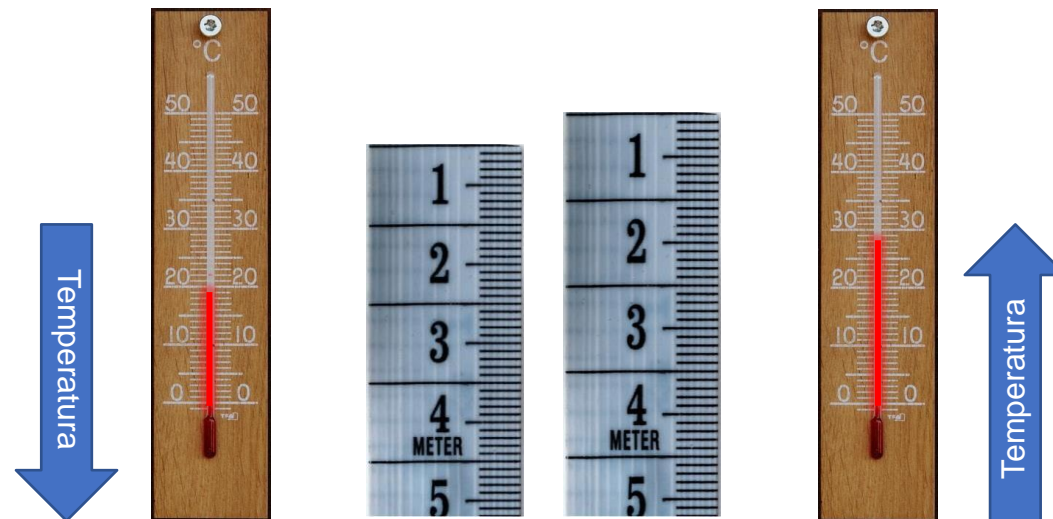
A maior parte dos erros instrumentais pode ser reduzida adotando técnicas de verificação/retificação, calibração e classificação.



FONTES DE ERROS:

- **Naturais / Ambientais:** **causados pelas variações das condições ambientais**, como vento, temperatura, refração, etc.

Dilatação

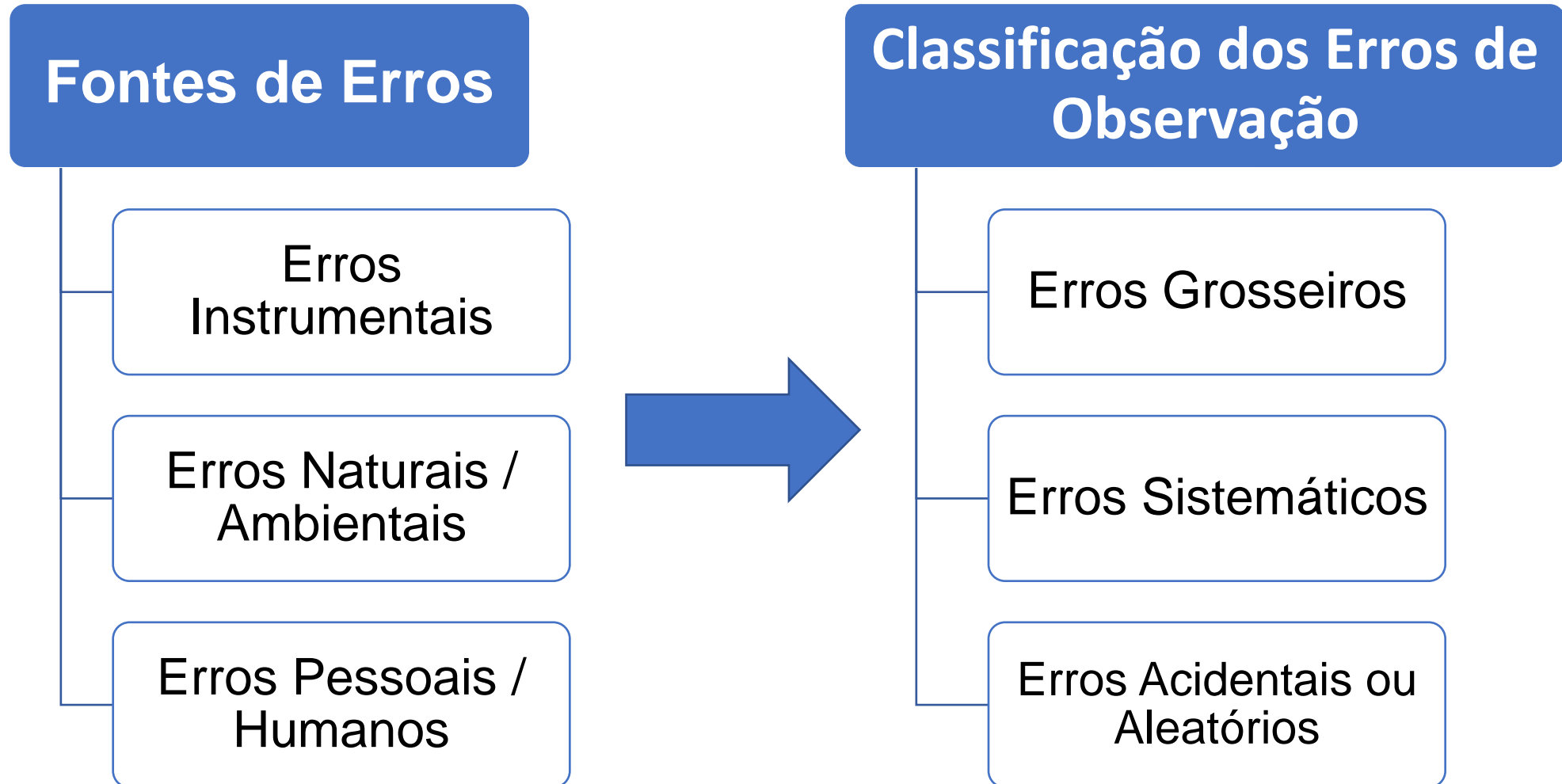


Fonte: Oliveira Júnior (2021)

FONTES DE ERROS:

- **Pessoais / Humanos:** **causados por falhas humanas**, como falta de atenção ao executar uma medição, cansaço, etc.

REVISÃO ESTATÍSTICA:



ERROS GROSSEIROS:

- ✓ São oriundos de uma falsa determinação do valor de uma grandeza. Pode ser provocado pela **falta de atenção do operador (equivoco)**, ou pelo uso de equipamento inadequado.

Exemplo: Troca de dígitos em anotações de medidas

→ Anotar **337°** ao invés de **373°**;

ERROS GROSSEIROS:

- ✓ Podem ser detectados através de procedimentos de verificação e repetição de leituras.
- ✓ Geralmente, os valores errados **são facilmente detectáveis devido a sua grandeza**, sem relação alguma com outras observações efetuadas.

ERROS GROSSEIROS:

PORÉM:

Erros grosseiros de pequena magnitude são de difícil identificação.

*No resultado do ajustamento,
existem alguns testes específicos*

Teste Global: na detecção de **outliers**;

Teste Data Snooping: na localização de erros grosseiros.

OUTLIERS: resíduos que de acordo com algum teste estatístico excedem um determinado limite.

ERROS SISTEMÁTICOS:

- ✓ São oriundos de **influências externas às medições**, sem serem considerados no processo.
- ✓ Podem ser de origem instrumental, ou de origem física (condições ambientais), ou até mesmo de origem humana.



ERROS SISTEMÁTICOS:

EXEMPLOS:

Efeito da temperatura e pressão na medição de distâncias com medidor eletrônico de distância;

Efeito de dilatação de uma trena em função da temperatura.

Operador de nível que realiza a leitura sempre um pouco abaixo do traço da mira.

Equipamento sem calibração.

ERROS SISTEMÁTICOS:

VANTAGEM

- ✓ Modelagens e causas conhecidas

MINIMIZAÇÃO

- ✓ Por técnicas de observação.
 - realizar observações em diferentes momentos ou posições para identificar e corrigir desvios
 - comparar medições com valores previamente validados
- ✓ Aplicação de correções definidas por fórmulas.

ERROS SISTEMÁTICOS:

CARACTERÍSTICA

Erros sistemáticos **se repetem da mesma forma**, sempre que a medição for repetida em condições idênticas.

TENDÊNCIA

Na análise estatística isto pode ser **identificado**, pois gera um “padrão” de comportamento dos dados.

ERROS ALEATÓRIOS OU ACIDENTAIS:

Depois da avaliação e minimização / eliminação de:

- ✓ erros grosseiros (adoção de procedimentos de verificação)
- ✓ erros sistemáticos (adoção de modelos físicos apropriados)

Ainda existirão **discrepâncias** quando há a repetição das observações de uma mesma grandeza.

Tais erros não são vinculados a nenhuma causa conhecida.

ERROS ALEATÓRIOS OU ACIDENTAIS:

RAZÕES

Flutuações Probabilísticas



Pequenas variações nos
valores medidos

Incerteza do método de observação

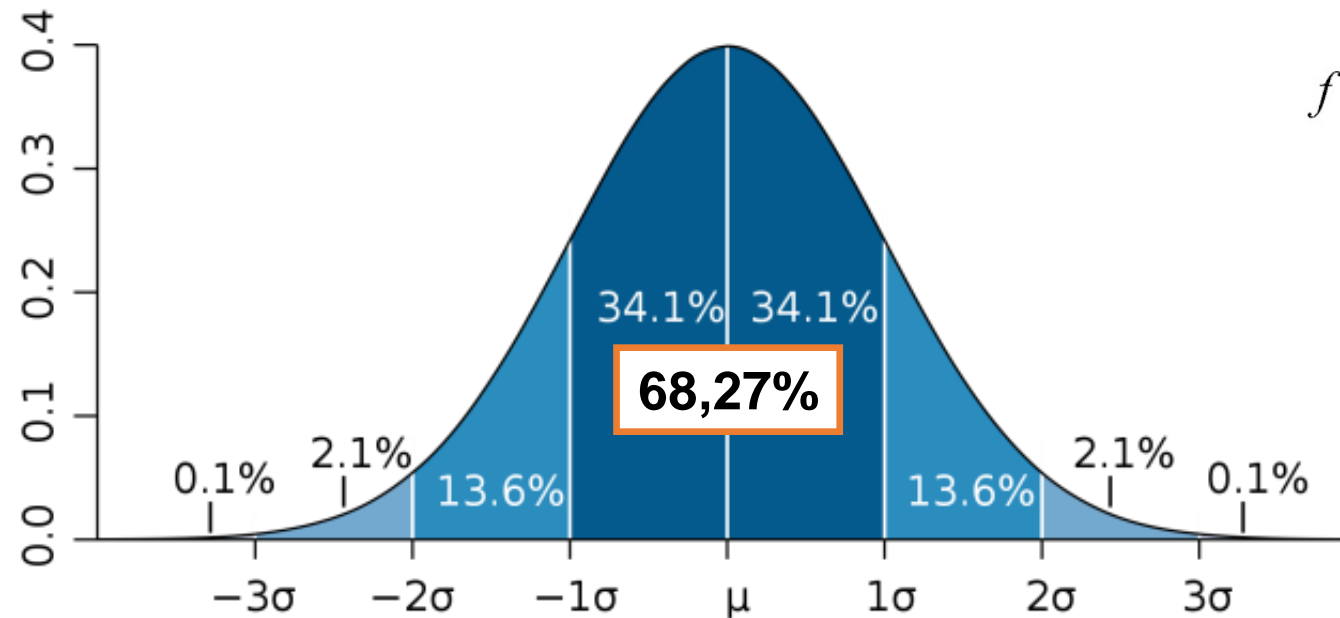


Refere-se à precisão e
confiabilidade do processo de
medição utilizado.

ERROS ALEATÓRIOS OU ACIDENTAIS:

Apesar de ter causa desconhecida, os **erros aleatórios (ou acidentais)** seguem um **padrão**.

→ Comportamento gaussiano / distribuição normal.



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

FONTE: Adaptado de <https://cosmoscon.com/>

ERROS ALEATÓRIOS OU ACIDENTAIS:

PARTICULARIDADES após um grande número de observações:

Erros pequenos ocorrem mais frequentemente do que os grandes, sendo mais prováveis;

Erros positivos e negativos do mesmo tamanho acontecem com igual frequência, ou são igualmente prováveis;

A média dos resíduos é aproximadamente nula;

ERROS ALEATÓRIOS OU ACIDENTAIS:

PARTICULARIDADES após um grande número de observações:

Aumentando o número de observações, aumenta a probabilidade de se chegar próximo ao valor real;

Erros grandes podem ser mais enganosos do que randômicos ou aleatórios;

68,27 % das observações estão no intervalo de $-\sigma$ a $+\sigma$ em torno da média;

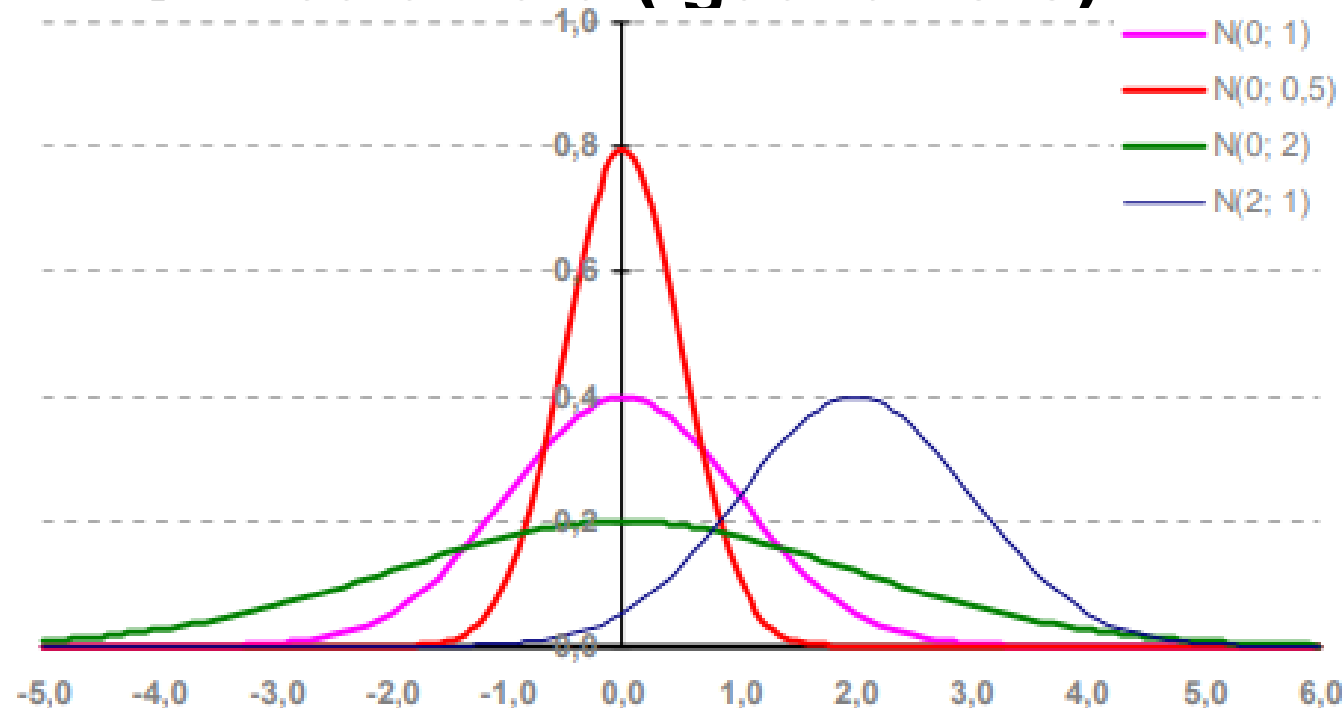


detecção de outliers

ERROS ALEATÓRIOS OU ACIDENTAIS:

Analisar a distribuição dos resíduos **somente** com efeitos dos erros aleatórios

→ **média nula (igual a zero)**



A curva azul possui tendências.

Pode indicar a presença de efeito sistemático não modelado.

ERROS ALEATÓRIOS OU ACIDENTAIS:

Erros aleatórios ou acidentais → estudados pela **TEORIA DOS ERROS**

A Teoria dos Erros cuida da **análise dos erros** cometidos durante as medições para saber se eles são **estatisticamente confiáveis** e se suas magnitudes são aceitáveis (dentro de determinados limites).

Em seguida as medidas **devem ser ajustadas** de acordo com as especificações geométricas ou outras particularidades (condições ou restrições) que possam interferir no processo de medição.

Finalmente obtém-se a **melhor determinação da grandeza medida**.

Valor mais provável

REVISÃO ESTATÍSTICA:

Precisão

- Grau de afastamento dos valores medidos em relação a sua **média**.
- Está ligada a repetibilidade de medidas sucessivas feitas em condições semelhantes, estando vinculada somente a **efeitos aleatórios**.

Acurácia (Exatidão)

- Grau de afastamento dos valores medidos em relação ao seu **valor verdadeiro**.
- Expressa o grau de aderência das observações em relação ao seu valor verdadeiro, estando vinculada a **efeitos aleatórios e sistemáticos**.

PRECISÃO X EXATIDÃO:

**EXATO e
PRECISO**



**PRECISO E
NÃO EXATO**



**EXATO e
NÃO PRECISO**



**NÃO PRECISO
E NÃO EXATO**



PRECISÃO X EXATIDÃO:

Um jogador de futebol está treinando cobranças de pênalti.
Ele chuta a bola 10 vezes e nas 10 vezes acerta a trave do lado direito do goleiro.

Este jogador foi **extremamente preciso**.
Seus resultados não apresentaram nenhuma variação em torno do valor que se repetiu 10 vezes.

Em compensação sua **acurácia** foi nula.
Ele não conseguiu acertar o gol, “verdadeiro valor”, nenhuma vez.



IMPORTÂNCIA DA REDUNDÂNCIA DE OBSERVAÇÕES:

- ✓ Permite a **detecção de erros grosseiros** através da confirmação dos valores medidos;
- ✓ Permite **uma avaliação mais precisa** das propriedades desejadas, através da execução de um ajustamento;
- ✓ Permite estimar a **ordem de grandeza da precisão** obtida para os valores ajustados.
 - Exemplos com verificação de erros de fechamento
 - ✓ Nivelamento em poligonal fechada
 - ✓ Somatória de ângulos internos de polígonos

IMPORTÂNCIA DA REDUNDÂNCIA DE OBSERVAÇÕES:

Modelo Matemático: funcional e estocástico

- **Funcional:** parte determinística. Modela a realidade da grandeza medida.
- **Estocástico:** descreve as probabilidades estatísticas, as incertezas.

Ajustamento de observações → **buscar solução única**

MMQ – Método dos mínimos quadrados

Preconiza que: a soma dos quadrados dos resíduos seja mínima.

resíduos = erros acidentais ou aleatórios.

REVISÃO ESTATÍSTICA:

Seja um conjunto de observações:

$L = [22,7 \quad 22,3 \quad 21,9 \quad 22,6 \quad 23,1 \quad 22,9 \quad 22,8 \quad 23,5 \quad 21,7 \quad 23,2]$

Quais as ferramentas **estatísticas** que podem ser usadas para representar e analisar o mesmo?

