

PÓS-GRADUAÇÃO EM
CIÊNCIAS GEODÉSICAS

PROPAGAÇÃO DE VARIÂNCIAS E COVARIÂNCIAS

ALUNO: ELLYON MAGRI MARTINS

ORIENTADORES: TIAGO LIMA RODRIGUES / IVANDRO KLEIN

Python

- ORIGEM: CRIADA POR GUIDO VAN ROSSUM EM 1991.
- TIPO: LINGUAGEM DE ALTO NÍVEL, INTERPRETADA E DE PROPÓSITO GERAL.
- SINTAXE: SIMPLES, CLARA E DE FÁCIL LEITURA.



Python

Orientada a objetos: forma de programar que organiza o código em objetos, que juntam dados e ações que funcionam juntos.

Imperativa: Você dá ordens passo a passo, dizendo exatamente o que o programa deve fazer.

Funcional: Usa funções para resolver os problemas, sem mudar dados, focando em cálculos e resultados.

Procedural: Organiza o código em blocos de comandos chamados procedimentos ou funções, seguindo uma sequência lógica.

Áreas de aplicação:

Desenvolvimento web

Ciência de dados e inteligência artificial

Automação de tarefas

Análise de dados e geoprocessamento

Desenvolvimento de softwares e prototipagem rápida

Python

Vantagens

- **Multiplataforma (Windows, Linux, macOS)**
- **Grande quantidade de bibliotecas e frameworks (ex.: Django, Flask, Pandas, NumPy, TensorFlow)**
- **Suporte contínuo da comunidade e atualizações frequentes**

Desvantagens

- **Menor desempenho em comparação com linguagens compiladas (como C e C++)**
- **Pode não ser a melhor escolha para aplicações que exigem altíssimo desempenho em tempo real**

NumPy

NumPy é uma biblioteca do Python usada para fazer cálculos matemáticos com números, especialmente com matrizes (tabelas de números) e arrays (listas de números).

Ela é muito rápida e eficiente, sendo muito usada em ciência de dados, estatística, engenharia, inteligência artificial e cálculos científicos.

Para que serve:

- **Trabalhar com arrays e matrizes de forma fácil e rápida.**
- **Fazer operações matemáticas, como soma, média, desvio padrão, multiplicações de matrizes e muito mais.**
- **Base para outras bibliotecas como Pandas, Scikit-learn, TensorFlow e Matplotlib.**

Vantagens:

- **Processamento rápido de grandes quantidades de dados.**
- **Menos código e mais eficiência do que usar listas comuns do Python.**

NumPy

```
import numpy as np

# Criando uma matriz 2x3
matriz = np.array([[1, 2, 3],
                  [4, 5, 6]])

# Acessando o número que está na linha 1, coluna 2
# (Lembrando que começa do 0)
numero = matriz[0, 1] # Resultado: 2

print(numero)
```

matriz[linha, coluna]

NumPy

matriz[linha, coluna]

```
import numpy as np
```

```
# Criando uma matriz 2x3
```

```
matriz = np.array([[1, 2, 3],
[4, 5, 6]])
```

```
# Acessando o número que está na linha 1, coluna 2
```

```
# (Lembrando que começa do 0)
```

```
numero = matriz[0, 1] # Resultado: 2
```

```
print(numero)
```

NumPy

```
# Matriz 4x4 com números inteiros de 0 a 9  
matriz = np.random.randint(0, 10, (4, 4))  
print(matriz)
```

```
>>> matriz[0,:]
```

```
>>> matriz[:,0]
```

```
>>> matriz[0,:2]
```

```
>>> matriz[:,::2]
```

```
>>> matriz[:,::2]=np.array([[3, 3],  
[3, 3]])
```

```
>>> np.diag(matriz)
```

```
>>> np.fill_diagonal(matriz, 1)
```

Vamos ao Que Interessa

Dado o modelo matemático de propagação de variâncias e covariâncias que relacionam as medidas com as grandezas calculadas

$$\Sigma_y = \mathbf{D}\Sigma_x\mathbf{D}^T$$

Onde

$$\mathbf{D}$$

é a matriz Jacobiana das derivadas parciais em relação às observações

$$\mathbf{E}$$

$$\Sigma_x$$

é a matriz da covariância das observações.

**No Ajustamento, nós
precisamos saber 3
coisas**

Modelo Matemático

Modelo Matemático

Modelo Matemático

Modelo Matemático

Modelo Matemático

Modelo Matemático

Para a propagação de variâncias e covariâncias

Preciso de um modelo onde:

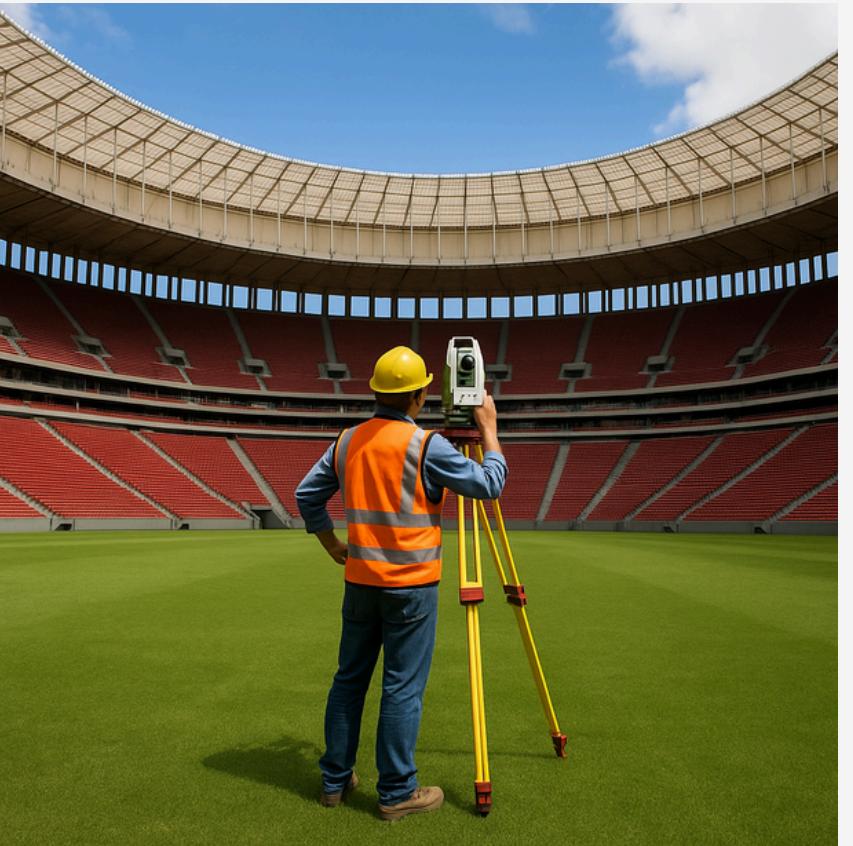
(Valor calculado) = (equação com as observações)

Exercício 01

Uma comitiva extragaláctica chegará a Brasília para uma reunião com o presidente. Sabendo disso, o governo necessita de um local seguro para a aterrissagem do dispositivo circular de viagens intergalácticas e para a recepção da comitiva. Diante disso, o governo brasileiro estuda utilizar a Arena BRB Mané Garrincha, em Brasília, como ponto de chegada e recepção.



Sabendo-se de antemão que o raio do dispositivo circular de viagens intergalácticas é de 49,476 metros, o governo brasileiro contratou um agrimensor para medir o raio de abertura da parte superior do estádio, a fim de verificar se seria possível a descida dos visitantes por esse local.



Exercício 01

Com pressa para realizar a medição, o agrimensor acabou fazendo apenas uma leitura em pontaria direta com sua estação total, que possui precisão angular de 7 segundos de arco e precisão de 5 mm + 2 ppm nas medições de distância.

Desta forma o Agrimensor mediu os seguintes valores:

Angulo Zenital: $48^{\circ}06'32''$

Distancia inclinada: 67,235m

Sabendo disso para ter certeza de que será possível a descida da nave, o agrimensor deseja propagar os erros nas medidas a fim de se eximir de possíveis problemas.

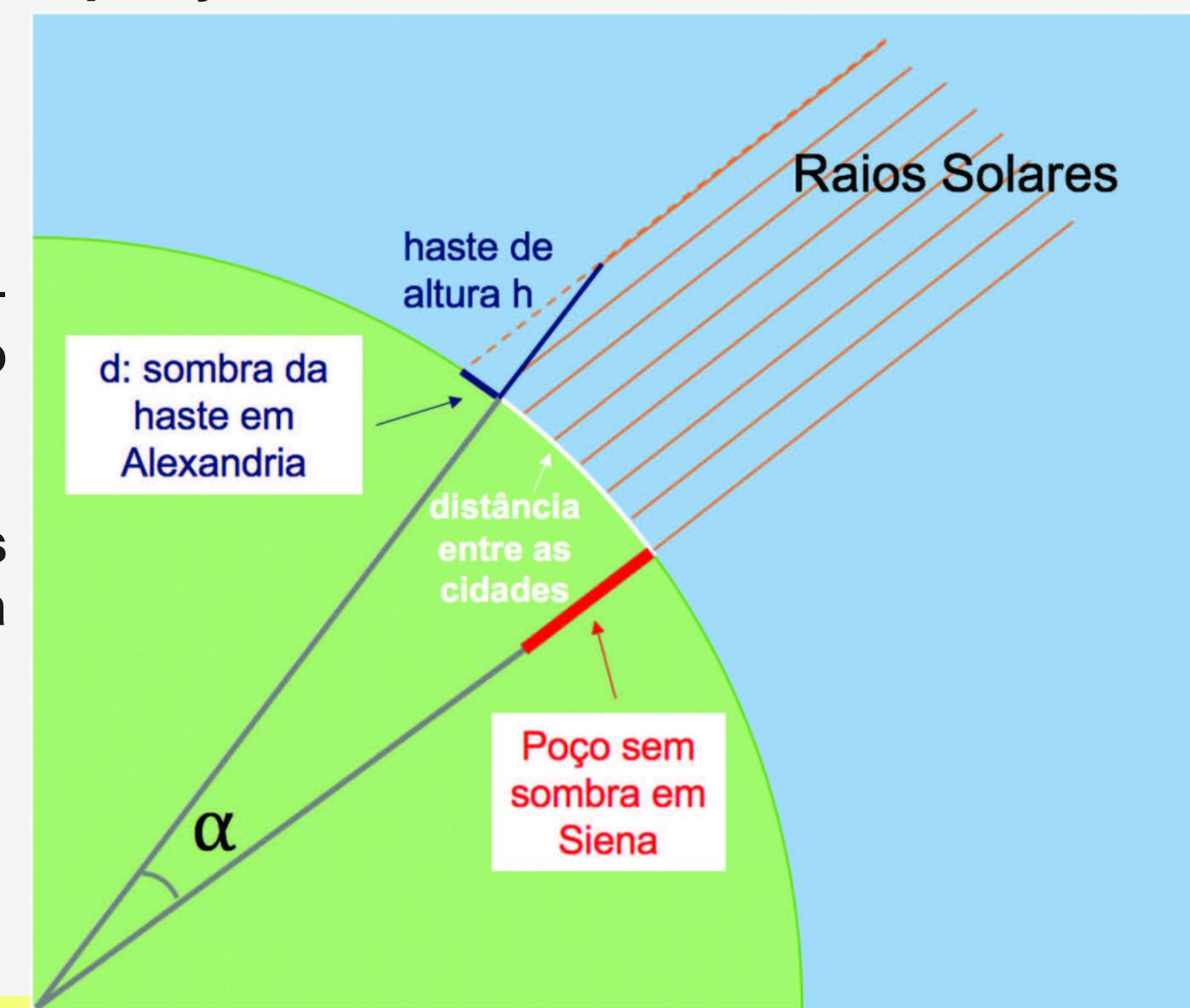
Exercício 02

Eratóstenes de Alexandria (c. 276 a.C. - c. 194 a.C.) foi um dos grandes pensadores da Antiguidade, conhecido por sua atuação como matemático, astrônomo, geodesista, filósofo e poeta grego. Nascido em Cirene (atualmente Líbia), trabalhou durante boa parte da vida em Alexandria, no Egito, onde foi diretor da famosa Biblioteca de Alexandria.

Eratóstenes é mais lembrado por ter realizado uma das primeiras medições precisas do tamanho da Terra. Para isso, utilizou um método geométrico baseado na observação da posição do Sol em duas cidades diferentes:

Em Siena (atual Assuã), o Sol estava exatamente a pino ao meio-dia do solstício de verão. Já em Alexandria, no mesmo momento, o Sol formava um certo ângulo em relação ao zênite.

Conhecendo a distância entre as duas cidades, Eratóstenes aplicou princípios da geometria para estimar a circunferência da Terra — e obteve um valor surpreendentemente próximo do real.



Exercício 02

Para medir a distância entre as duas cidades, Eratóstenes baseou-se em cinco itinerários de viagem, que estimavam a distância entre elas como sendo: 785 km, 785,5 km, 787,5 km, 789,5 km e 789 km.

Para medir a sombra do Sol e a altura da torre, Eratóstenes utilizou uma corrente de agrimensor, na qual cada elo correspondia a 10 cm. Com esse instrumento, ele encontrou 30 elos de sombra e 238 elos de altura da torre.

Sabendo que a circunferencia da Terra no equador é de 40.075 Km, e dos seus conhecimentos em propagação de erros, determine se a atual circunferencia da terra esta dentro do intervalo de 1 sigma do valor determinado por Erastostenes em 200 a.c.