



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS DA TERRA
DEPARTAMENTO DE GEOMÁTICA



AJUSTAMENTO 1 – GA106 A ENGENHARIA CARTOGRÁFICA E DE AGRIMENSURA

Prof. Dr. Mario Ernesto Jijón Palma

Departamento de Geomática

Setor de Ciências da Terra

Universidade Federal do Paraná - UFPR



MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

As **medidas de tendência central** são utilizadas para representar um conjunto de dados como um todo, identificando as características apresentadas pelo conjunto.

Média

Mediana

Moda

Vinculadas ao valor mais provável

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Média aritmética

- ✓ Valor médio de um conjunto de dados.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

MÉDIA PONDERADA

$$\bar{x}_p = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i * w_i)}{\sum w_i}$$

Mediana

- ✓ Valor que ocupa o ponto intermediário, após ordenação.
- Quantidade ímpar: é a posição $\frac{n+1}{2}$
- Quantidade par: média dos valores centrais

Moda

- ✓ Valor mais recorrente (que mais se repete) de um conjunto de dados

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Números digitais (ND) de uma
imagem 7 x 7 de 8 bits

12	123	252	13	123	70	70
1	17	123	13	0	0	23
17	245	75	13	255	73	33
145	245	5	123	137	255	255
243	3	27	27	5	123	255
243	145	83	77	250	250	73
93	37	37	37	145	250	3

Média aritmética

Mediana

Moda

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Números digitais (ND) de uma
imagem 7 x 7 de 8 bits

12	123	252	13	123	70	70
1	17	123	13	0	0	23
17	245	75	13	255	73	33
123	245	5	123	137	255	255
243	3	27	27	5	123	255
243	123	83	77	250	250	73
93	37	37	37	145	250	3

Média aritmética = 103,63

Mediana = 75

Moda = 123

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

É possível determinar a média a partir da tabela de frequência.

Utilizando a frequência relativa ou a probabilidade de ocorrência de um valor.

Seja uma amostra de tamanho n . A sua média aritmética é:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Se cada um dos r valores distintos de x_i ocorrer na amostra com uma frequência n_j , a fórmula anterior assumirá a forma:

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^r \frac{n_j x_j}{n}$$

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^r x_j \cdot f_j$$

sendo $f_j = \frac{n_j}{n}$
a frequência relativa

EXERCÍCIO

Determine o valor da média: $\bar{x} = \sum_{j=1}^r x_j \cdot f_j$

x	f(x)
2,0	5%
4,0	15%
6,0	35%
8,0	25%
10,0	20%

EXERCÍCIO

Determine o valor da média: $\bar{x} = \sum_{j=1}^r x_j \cdot f_j$

x	f(x)
2,0	5%
4,0	15%
6,0	35%
8,0	25%
10,0	20%

$$= 5/100 = 0,05$$

EXERCÍCIO

Determine o valor da média: $\bar{x} = \sum_{j=1}^r x_j \cdot f_j$

x	f(x)
2,0	5%
4,0	15%
6,0	35%
8,0	25%
10,0	20%

$$= 5/100 = 0,05$$

$$\begin{aligned}\bar{x} = & 2 \times 0,05 + \\ & 4 \times 0,15 + \\ & 6 \times 0,35 + \\ & 8 \times 0,25 + \\ & 10 \times 0,20\end{aligned}$$

$$\bar{x} = 6,8$$

EXERCÍCIO

Determine o valor da média:

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^r x_j \cdot f_j$$

x	p(x)
0,0	0,020
1,0	0,001
2,0	0,002
3,0	0,005
4,0	0,002
5,0	0,040
6,0	0,180
7,0	0,370
8,0	0,250
9,0	0,120
10,0	0,010

EXERCÍCIO

Determine o valor da média:

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^r x_j \cdot f_j$$

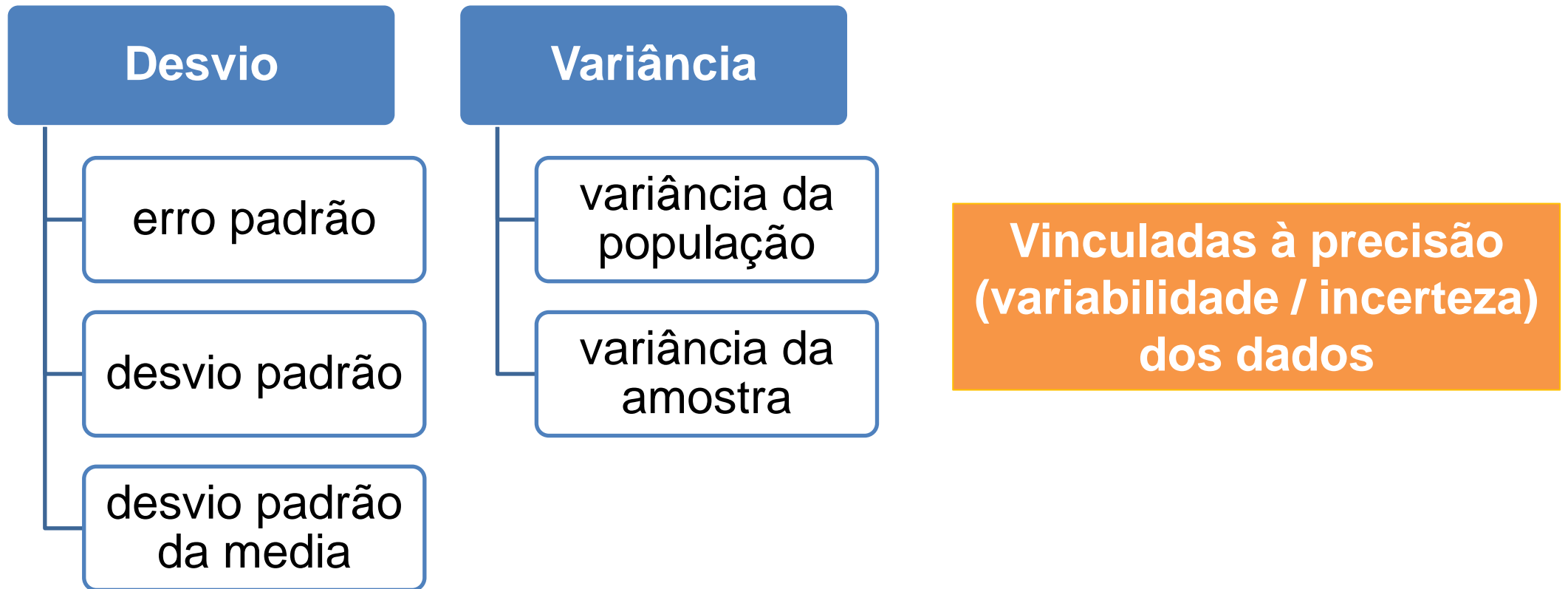
x	p(x)
0,0	0,020
1,0	0,001
2,0	0,002
3,0	0,005
4,0	0,002
5,0	0,040
6,0	0,180
7,0	0,370
8,0	0,250
9,0	0,120
10,0	0,010

$$\begin{aligned}\bar{x} = & 0 \times 0,020 + \\ & 1 \times 0,001 + \\ & 2 \times 0,002 + \\ & 3 \times 0,005 + \\ & 4 \times 0,002 + \\ & 5 \times 0,040 + \\ & 6 \times 0,180 + \\ & 7 \times 0,370 + \\ & 8 \times 0,250 + \\ & 9 \times 0,120 + \\ & 10 \times 0,010\end{aligned}$$

$$\bar{x} = 7,078$$

MEDIDAS DE DISPERSÃO

As medidas de dispersão são utilizadas para indicar o **grau de variação** dos elementos de um conjunto numérico em relação à sua média.



MEDIDAS DE DISPERSÃO

✓ Variância da população

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}$$

Erro

$$\varepsilon_i = (x_i - \mu)$$

✓ Variância da amostra

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n - 1}$$

desvio / resíduo

$$v_i = (x_i - \bar{x})$$

Variância envolve **soma de quadrados** → unidade diferente dos dados

MEDIDAS DE DISPERSÃO

✓ **Erro padrão**
população

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}}$$

✓ **Desvio padrão**
amostra

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n - 1}}$$

Ex.

*Precisão → poderia ser a média dos resíduos MAS a soma dos resíduos é nula (erros aleatórios).
Logo média tenderia a zero.*

MEDIDAS DE DISPERSÃO

✓ Desvio padrão da média

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n(n-1)}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

É a incerteza associada à média em si, pois esta foi definida a partir de um conjunto de dados que contém erros

Logo quando o tamanho da amostra se aproxima da população $n \rightarrow \infty$.

A média da amostra se aproximará da média verdadeira μ , pois $s_{\bar{x}} \rightarrow 0$

GRAUS DE LIBERDADE

É o número de observações que excedem o número mínimo necessário para calcular as **incógnitas** → **redundância das observações**

Exemplo

Se **1 comprimento (incógnita)** foi medido **5 vezes (observações)**, o número de redundâncias, ou seja, o número de graus de liberdade é 4.

Princípio do ajustamento → busca do valor mais provável [com base em todas observações]

EXERCÍCIO

Seja o conjunto de observações de uma direção angular:

73° 45' 20,1" 22,1" 22,6" 24,0" 24,5"

Determine:

73° 45' 21,2" 22,4" 22,9" 24,1" 24,6"

73° 45' 21,5" 22,6" 23,3" 24,1" 25,0"

73° 45' 22,1" 22,6" 23,5" 24,3" 25,8"

- a) A média
- b) A mediana
- c) A moda
- d) O desvio padrão
- e) A variância
- f) O desvio padrão da média
- g) A porcentagem dos dados que estão no intervalo entre a média e o desvio padrão? ($\bar{x} \pm s$)

EXERCÍCIO

Seja o conjunto de observações de uma direção angular:

73° 45' 20,1" 22,1" 22,6" 24,0" 24,5"

21,2" 22,4" 22,9" 24,1" 24,6"

21,5" 22,6" 23,3" 24,1" 25,0"

22,1" 22,6" 23,5" 24,3" 25,8"

Intervalo (21,75" - 24,58")

Porcentagem = 70%

Determine:

- a) A média **23,17**
- b) A mediana **23,10**
- c) A moda **22,60**
- d) O desvio padrão **1,41**
- e) A variância **2,00**
- f) O desvio padrão da média **0,32**
- g) A porcentagem dos dados que estão no intervalo entre a média e o desvio padrão? ($\bar{x} \pm s$)

EXERCÍCIO

Uma distância foi medida em duas partes com uma fita de aço de 50m de comprimento, e depois, foi medida em sua totalidade com uma fita de aço de 100m. As medidas foram repetidas 7 vezes em cada método obtendo os seguintes conjuntos de dados:

Observações feitas com a fita de aço de 50m: (parte 1 e parte 2)

50.001	50.018	49.974	49.992	49.972	49.990	49.979
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

27.324	27.333	27.300	27.349	27.327	27.341	27.357
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Observações feitas com a fita de 100m: (medidas do total)

77.343	77.325	77.327	77.353	77.337	77.373	77.393
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Determine: A média, a variância e o desvio padrão para cada um dos dois conjuntos das medidas parciais de distância, e também para os conjuntos das medidas considerando-se a distância total