



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS DA TERRA
DEPARTAMENTO DE GEOMÁTICA



AJUSTAMENTO 1 – GA106 A ENGENHARIA CARTOGRÁFICA E DE AGRIMENSURA

Prof. Dr. Mario Ernesto Jijón Palma



AJUSTAMENTO 1 – GA106 A ENGENHARIA CARTOGRÁFICA E DE AGRIMENSURA

Prof. Dr. Mario Ernesto

Professor do Departamento de Geomática
Engenheiro Cartógrafo e Agrimensor – UFPR
Mestre em Ciências Geodésicas – UFPR
Doutor em Ciências Geodésicas – UFPR
Especialização em Data Science & Big Data – UFPR

mario.jijon@ufpr.br

Sala PI 04 – Bloco VI

FORMA DE AVALIAÇÃO:

✓ **Nota final** = $0,5 \cdot P1 + 0,5 \cdot P2$

✓ **P1 e P2:** Nota da 1ª e 2ª Avaliações Teóricas

Conforme previsto na Resolução. N°37/97-CEPE é permitido 25% de faltas, incluindo as justificadas, de modo que para a disciplina de 60 horas, as faltas permitidas correspondem a 15 horas (8 dias de aula presencial = 16 horas).

30/ 04 → Prova 1

EMENTA:

Revisão: derivadas e estatística. Propagação de covariâncias. Elipse e elipsoide de erros. Introdução ao método de ajustamento paramétrico

PROGRAMA:

1. Revisão Estatística:

- Derivadas simples e parciais; Teoria dos Erros; Variável aleatória; importância da redundância; Método dos Mínimos Quadrados (MMQ); população e amostra; distribuição de probabilidade simples e acumulada; frequência; classes; histograma; medidas de tendência central; medidas de dispersão; distribuições normal, T de student, Chi-Quadrado; estimativas pontuais e por intervalos; nível de significância; esperança matemática;

PROGRAMA:

2. Matriz de variância e covariância (MVC); Matriz de Correlação e coeficiente de correlação linear.

3. Elipse dos Erros (2D). Elipsoide (3D). Resolução de exercícios.

4. Lei de Propagação das Covariâncias: Casos lineares e não lineares.

5. Introdução ao Método Paramétrico de ajustamento: Casos lineares.

BIBLIOGRAFIA:

- GEMAEL, C.; MACHADO, A.M.L.; WANDRESEN, R. **Introdução ao Ajustamento de Observações – Aplicações Geodésicas**. Curitiba, Editora UFPR, 2ª Ed., 2015.
- _____. **Elipse e elipsoide de erros**. 2. ed. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba, 1987.
- FONSECA, J.S.; MARTINS, G.A. **Curso de Estatística**. 3ª Ed., São Paulo: Atlas, 1982.
- DALMOLIN, Q. **Ajustamento por Mínimos Quadrados**. Curitiba, Editora UFPR, 1999.

Revisão de derivadas simples:

$$Y = 7X^2$$



Revisão de derivadas simples:

• *Derivadas*

Sejam u e v funções deriváveis de x e n constante.

$$Y = 7X^2$$

$$1. y = u^n \Rightarrow y' = n u^{n-1} u'.$$

$$2. y = uv \Rightarrow y' = u'v + v'u.$$

$$3. y = \frac{u}{v} \Rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}.$$

$$4. y = a^u \Rightarrow y' = a^u (\ln a) u', \quad (a > 0, a \neq 1).$$

$$5. y = e^u \Rightarrow y' = e^u u'.$$

$$6. y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u} \log_a e.$$

$$7. y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{1}{u} u'.$$

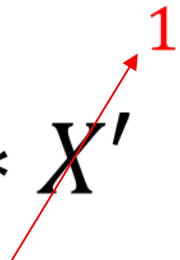
$$8. y = u^v \Rightarrow y' = v u^{v-1} u' + u^v (\ln u) v'.$$

Revisão de derivadas simples:

$$Y = 7X^2$$

Revisão de derivadas simples:

$$Y = 7X^2$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 2 * (7X^{2-1}) * X'$$


$$\frac{\partial y}{\partial x} = 14X$$

Revisão de derivadas simples:

$$Y = 5X^3 + 3X$$



Revisão de derivadas simples:

$$Y = 5X^3 + 3X$$



$$\frac{\partial y}{\partial x} = 15X^2 + 3$$

Revisão de derivadas simples:

$$Y = X * \textit{sen}(2X)$$

• *Derivadas*

Sejam u e v funções deriváveis de x e n constante.

$$1. y = u^n \Rightarrow y' = n u^{n-1} u'.$$

$$2. y = uv \Rightarrow y' = u'v + v'u.$$

$$3. y = \frac{u}{v} \Rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}.$$

$$4. y = a^u \Rightarrow y' = a^u (\ln a) u', \quad (a > 0, a \neq 1).$$

$$5. y = e^u \Rightarrow y' = e^u u'.$$

$$6. y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u} \log_a e.$$

$$7. y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{1}{u} u'.$$

$$8. y = u^v \Rightarrow y' = v u^{v-1} u' + u^v (\ln u) v'.$$

Revisão de derivadas simples:

$$Y = X * \textit{sen}(2X)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = X' * \textit{sen}(2X) + [X * (\textit{sen}(2X))']$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \overset{1}{X'} * \textit{sen}(2X) + [X * \overset{2 * \cos(2X)}{(\textit{sen}(2X))'}]$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \textit{sen}(2X) + 2X * \cos(2X)$$

Exercícios:

1. $Y = 2X^5 + 3X^{-3} - 4X^2 - 7x + 3$

2. $Y = \frac{X^4 - 3X^2}{X^3 - x - 3}$

3. $Y = \sqrt{3x + 4}$

4. $Y = \left(\frac{3X + 2}{2X + 1} \right)^5$

5. $Y = 3X^2 \cos X - X^3 \sin X$

6. $Y = \frac{1}{\sqrt[5]{X^3 - 1}}$

7. $Y = \ln(X^7 - 1)$

Revisão de derivadas parciais:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = ?$$

Revisão de derivadas parciais:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = ?$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = ?$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_3} = ?$$

Revisão de derivadas parciais:

$$Y = 2X_1^2 + 5X_2^4 + 3X_3$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = ?$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = ?$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_3} = ?$$

Revisão de derivadas parciais:

$$Y = 2X_1^2 + 5X_2^4 + 3X_3$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 4X_1$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 20X_2^3$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_3} = 3$$

Revisão de derivadas parciais:

Uma equação:

$$f = 2X^3Y^2 + 3X^2Y^5 + 4Y^3Z^4$$

Matriz Jacobiana:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial X} & \frac{\partial f}{\partial Y} & \frac{\partial f}{\partial Z} \end{bmatrix}$$

Revisão de derivadas parciais:

Duas equações:

$$f_1 = 2X_1^3Y_2^4 + 3X_2^2Y_1^2$$

$$f_2 = X_1^2Z_1^2 + 3Z_2$$

Matriz Jacobiana:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_1} & \frac{\partial f_1}{\partial Y_1} & \frac{\partial f_1}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial f_2}{\partial X_1} & \frac{\partial f_2}{\partial Y_1} & \frac{\partial f_2}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial X_2} & \frac{\partial f_1}{\partial Y_2} & \frac{\partial f_1}{\partial Z_2} \end{bmatrix}$$

Exercícios:

1. $f_1 = X_1 - 3X_2 + 7$

2. $f_2 = -3X_1^4Y_1 + 5X_2 - 4Z_1^2 - 37$

3. $dist = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2}$

4. $area = b * h$

5. $lado = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 - 2s_1s_2 \cos \alpha}$

6. $\Delta H_{AB} = h_i - h_2 + D * \tan(v)$

7. $E_2 = L_1 \sin \alpha_1 + L_2 \sin \alpha_2$

8. $f = \sin \alpha_1 - h_2 + D * \tan(v)$

9. $l = \tan^{-1} \left(\frac{X_2 - 3}{Y_2 - 5} \right)$

10. $X_B = L_1 * \sin(A_z)$

$$Y_A = L_1 * \cos(A_z)$$