Índice general

Capítulo 1

Introducción

Aunque existen una gran cantidad de métodos para medir la magnitud de la asociación entre dos variables, hay grandes dificultades para interpretar y comparar las distintas medidas, ya que a menudo difieren en su estructura, lógica e interpretación.

Así pues, las distintas medidas de asociación desarrolladas a lo largo de los años constituyen una mezcla de enfoques lógicos, estructurales y de interpretación.

Es conveniente clasificar las distintas medidas de asociación por el nivel de medición para el que fueron diseñadas originalmente y para el que son más apropiadas, reconociendo que algunas medidas pueden ser adecuadas para más de un nivel de medición, especialmente las numerosas medidas originalmente diseñadas para el análisis de tablas de contingencia 2×2, en las que el nivel de medición es a veces irrelevante.

Además de la consideración de la estructura, la lógica y la interpretación, un inconveniente importante de las medidas de asociación es la determinación del p-valor de la medida obtenida bajo la hipótesis nula.

Existen dos enfoques principales para determinar los p-valores de las medidas de asociación: el modelo poblacional de Neyman-Pearson y el modelo de permutación de Fisher-Pitman.

El modelo poblacional está plagado de suposiciones que rara vez se cumplen en la práctica y que, algunas veces, son inapropiadas; por ejemplo, independencia, normalidad, homogeneidad de la varianza...

De aquí en adelante se usará casi exclusivamente el modelo de permutación, ya que está libre de cualquier suposición de distribución, no requiere un muestreo aleatorio, es completamente dependiente de los datos, proporciona valores de probabilidad exactos y es ideal para el análisis de muestras pequeñas.

Por tanto, en este Trabajo Fin de Grado, se usará el enfoque de permutación para la medición de la asociación estadística, definida ampliamente para incluir medidas de correlación, asociación y concordancia.

1.1. Definiciones

Dado que el título de este Trabajo de Fin de Grado es “Medidas de Asociación para Variables Nominales y Ordinales”, es conveniente, en primer lugar, definir “Medición” y

"Asociación".

1.1.1. Definición de Medición

Según Cowles, la medición es la mejor manera de describir con precisión los acontecimientos y las relaciones entre ellos [Cowles, 2001]. La medición ha sido una característica fundamental de la civilización humana desde sus inicios. Así, la medición es la aplicación de las matemáticas a los acontecimientos, el uso de números para designar objetos y acontecimientos, y sus relaciones.

Más formalmente, la medición es el proceso de la asignación a los fenómenos empíricos de un sistema numérico.

Se pueden distinguir cuatro niveles o escalas de medición: nominal, ordinal, de intervalo y de razón:

- El nivel **nominal** de medición no mide cantidades, simplemente clasifica los acontecimientos en una serie de categorías no ordenadas y se agrupan los acontecimientos que tienen características comunes. Ejemplos de clasificaciones nominales son el género, el tipo de sangre o el estado civil.
- La esencia del nivel **ordinal** de medición es que emplea las características de "mayor que" (>) o "menor que" (<). Las relaciones (>) y (<) no son reflexivas ni simétricas, pero sí transitivas. Ejemplos de escalas ordinales son el orden de nacimiento, el rango académico o las escalas Likert (Muy de acuerdo, De acuerdo, Neutral, En desacuerdo, Totalmente en desacuerdo).
- Las escalas de nivel de **intervalo** introducen otra dimensión en el proceso de medición y ordenan los eventos en intervalos de igual apariencia. En las escalas de intervalo, no hay un punto cero absoluto: si hay un valor de cero, éste se define arbitrariamente. Las temperaturas medidas en grados Fahrenheit o Centígrados son ejemplos tradicionales de medición de intervalos.
- Las escalas de **razón** son escalas que no sólo incorporan todas las características de una escala de intervalo, sino que tienen puntos cero absolutos, lo que permite la construcción de relaciones significativas. Ejemplos de escalas de intervalo son el tiempo, la edad, la altura o los grados Kelvins (0 Kelvins es el cero absoluto, definido como la ausencia de movimiento molecular).

Desde el punto de vista estadístico, las mediciones a nivel de intervalo y de razón suelen tratarse juntas y, en general, se denominan simplemente mediciones de nivel de intervalo.

1.1.2. Definición de Asociación

Aunque hay muchas formas de definir la asociación, quizás la más sencilla y útil sea: *se dice que dos variables están asociadas cuando la distribución de los valores de una variable difiere para diferentes valores de la otra variable.*

Además, si un cambio en la distribución de los valores de una variable no provoca un cambio en la distribución de los valores de la otra variable, se dice que las variables son independientes.

1.2. Dimensiones de la asociación

Hay que tener en cuenta varias dimensiones a la hora de medir la asociación:

1.2.1. Nivel de Medición

Como hemos visto anteriormente, pueden ser: variables de nivel nominal (categóricas), de nivel ordinal (clasificadas) y de nivel de intervalo. Además, en algunos casos, se consideran mezclas de los tres niveles de medición: variables de nivel nominal y ordinal, de nivel nominal y de intervalo, y de nivel ordinal e intervalo.

1.2.2. Simetría y Asimetría

Una medida de asociación puede ser asimétrica, con variables independientes y dependientes bien definidas, dando lugar a dos índices que miden la fuerza de la asociación dependiendo de la variable que se considere dependiente; o simétrica, dando lugar a un único índice de fuerza de asociación.

1.2.3. Asociación unidireccional y bidireccional

Las medidas de asociación pueden cuantificar la asociación unidireccional entre variables basándose en la medida en que una variable implica a la otra, pero no a la inversa. Por otro lado, la asociación bidireccional o mutua se refiere a la medida en que las dos variables se implican mutuamente. Todas las medidas asimétricas son medidas de asociación unidireccional, y algunas medidas simétricas son medidas de asociación unidireccional.

1.2.4. Clasificación cruzada

Las medidas de asociación se han construido históricamente para datos clasificados en tablas de contingencia de doble entrada o, alternativamente, en simples listas bivariadas de medidas de respuesta. Además, algunas medidas suelen calcularse para ambos casos.

1.2.5. Correlación, asociación y concordancia

Las medidas de **asociación** pueden medir de diversas maneras la correlación, la asociación o la concordancia. Muchos autores han tratado de distinguir entre los conceptos de correlación y asociación. Hay dos ámbitos correspondientes al término "asociación":

- El más general incluye todos los tipos de medidas de asociación entre dos variables en todos los niveles de medición.
- El más restrictivo está reservado a las medidas diseñadas específicamente para medir el grado de relación entre dos variables en los niveles de medición nominal y ordinal.

Así pues, en este trabajo, la asociación se usará de dos maneras. En primer lugar, como un concepto global que incluye medidas de correlación, asociación y concordancia; y en segundo lugar, se utilizará más específicamente como una medida de relación entre dos variables de nivel nominal, dos variables de nivel ordinal o alguna combinación de ambas.

En general, la **correlación** suele referirse a las medidas de covariación derivadas de las ecuaciones de regresión basadas en el método de mínimos cuadrados ordinarios. A menudo, pero no siempre, la correlación simple mide la relación entre dos variables a nivel de intervalo de medida, donde las dos variables se etiquetan normalmente como X e Y. La medida de correlación más usada es el coeficiente de correlación de Pearson al cuadrado.

Las medidas de **concordancia** intentan determinar la identidad de dos variables en cualquier nivel de medición, es decir, $X_i = Y_i$ para todo i.

La correlación y la concordancia se suelen confurdir, a continuación se muestra un ejemplo para ententender las diferencias:

Supongamos que un investigador desea establecer la relación entre los valores observados y los predichos por la regresión, y e $\hat{y}$, respectivamente. La concordancia implica que la relación funcional entre y e $\hat{y}$ puede describirse mediante una la recta $x = y$. Si por ejemplo obtenemos los pares (1,1), (3,3), (8,8), el coeficiente de correlación de Pearson al cuadrado es $r^2_{y,\hat{y}} = 1$ y el porcentaje de concordancia es del 100 %, es decir, los elementos de los tres pares $(y, \hat{y})$ son iguales.

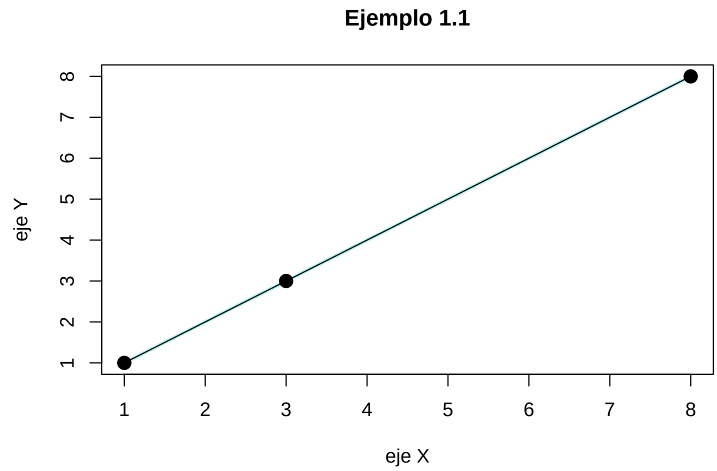

Figura 1.1: Representación gráfica Ejemplo 1.1

En este contexto, el coeficiente de correlación de Pearson al cuadrado, $r^2_{y,\hat{y}}$, también se ha utilizado como medida de concordancia. Sin embargo, $r^2_{y,\hat{y}} = 1,00$ implica una relación lineal entre y e $\hat{y}$, donde tanto la el corte con el eje de ordenadas como la pendiente son arbitrarias. Así, aunque la concordancia perfecta se describe con un valor de 1,00, también es cierto que $r^2_{y,\hat{y}} = 1,00$ describe una relación lineal que puede o no reflejar una concordancia perfecta, por ejemplo para los valores $(y, \hat{y})$: (2, 4), (4, 5), (6, 6), (8, 7), y (10, 8), el coeficiente de correlación de Pearson es $r^2_{y,\hat{y}} = 1,00$, y el porcentaje de concordancia es del 20 %, es decir, sólo un par valores coinciden [Berry et al., 2010].

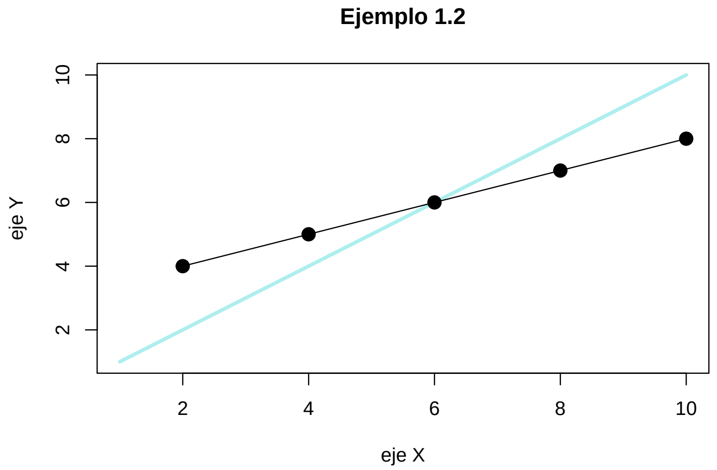

Figura 1.2: Representación gráfica Ejemplo 1.2

1.3. Criterios para las medidas de asociación

Varios investigadores han escrito sobre criterios importantes para las medidas de asociación, como Costner [Costner, 1965] y Goodman y Kruskal [Goodman and Kruskal, 1954]. Sin embargo, esta sección se basa principalmente en los criterios que Weiss [Weiss, 1968] consideraba más importantes.

Los criterios más importantes para las medidas de asociación incluyen la normalización adecuada, la interpretación, la independencia de las frecuencias marginales y la magnitud (grado o fuerza) de la asociación:

- Normalización: Idealmente, los valores de una medida de asociación deberían cubrir el mismo rango que los valores de probabilidad, es decir, de 0 a 1. Además, la medida de asociación debe ser cero cuando las variables son independientes y uno cuando hay una asociación perfecta. Cuando sea conveniente considerar la asociación inversa, entonces menos uno debe representar la asociación negativa perfecta.

- Interpretación: Una medida de asociación debe tener una interpretación significativa, como la reducción proporcional del error probable, la proporción de la varianza explicada o la proporción por encima de lo que cabría esperar por azar. Muchas medidas de asociación carecen notablemente de este aspecto. De hecho, muchas medidas no permiten ninguna interpretación, excepto que un valor más alto indica más asociación que un valor más bajo, e incluso eso es a menudo cuestionable.

- Independencia de las frecuencias marginales: Idealmente, una medida de asociación no debería cambiar con un aumento (disminución) de los totales de frecuencia de filas o columnas; es decir, la medida de asociación debería ser independiente de los totales de frecuencia marginal. Algunas medidas de asociación tienen esta propiedad, como las diferencias porcentuales y los odds ratio, pero muchas otras no.

- Grado de asociación: Los valores de una medida de asociación deben aumentar (disminuir) con el aumento (disminución) de los grados de asociación. Así, cuando las frecuencias de las celdas de una tabla de contingencia indican cambios en la asociación, la medida de asociación debería cambiar de forma acorde.

1.4. Grado de Asociación

Las diferentes medidas de asociación evalúan el grado de asociación de diversas maneras. Entre las diversas formas de medir la fuerza de la asociación se encuentran la desviación de la independencia, las comparaciones por pares, la correspondencia incremental y la concordancia entre variables:

- Desviación de la independencia: Las medidas de asociación que se basan en la desviación de la independencia plantean cómo serían los datos si las dos variables fueran independientes, es decir, que no hubiera asociación, y luego miden el grado en que los datos observados se apartan de la independencia.
- Comparaciones por pares: Algunas medidas de asociación se basan en comparaciones por pares donde las diferencias entre las medidas de respuesta se calculan entre todos los pares de mediciones posibles y se dividen en pares concordantes y discordantes. Un par concordante es aquel en el que la dirección de la diferencia con una variable coincide con la dirección de la diferencia con la segunda variable. Un par discordante es aquel en el que la dirección de la diferencia con una variable no es igual a la dirección de la diferencia con la segunda variable.
- Correspondencia incremental: El grado de asociación se basa en la medida en que un aumento (disminución) incremental en una variable va acompañado de un aumento (disminución) en la otra variable. Este enfoque se denomina convencionalmente "correlación" en lugar de "asociación".
- Concordancia entre variables: El grado de asociación se mide por el grado en que los valores de una variable discrepan de los valores de la otra variable, por encima de lo esperado por el mero azar.

1.5. Modelo estadístico de Permutación

La Medición de la Asociación adopta un enfoque de permutación para generar valores de probabilidad exactos y de remuestreo para varias medidas de asociación.

Las medidas estadísticas de permutación tienen varias ventajas sobre los métodos estadísticos clásicos de la estadística clásica, ya que son óptimas para muestras pequeñas, pueden utilizarse para analizar muestras no aleatorias, son completamente dependientes de los datos, no necesitan hipótesis distribucionales y proporcionan valores de probabilidad exactos.

Hoy en día, las pruebas estadísticas de permutación son consideradas por muchos como la herramienta más importante para evaluar y validar las pruebas estadísticas convencionales.

Un inconveniente obvio de los métodos estadísticos de permutación es la cantidad de cálculos necesarios, pero es cierto que la llegada de la informática hizo posible que los métodos de permutación fueran viables para muchos problemas. Aunque, actualmente, los potentes algoritmos computacionales y los ordenadores modernos hacen que los análisis de permutación sean prácticos para muchas aplicaciones de investigación.

A continuación, se compara el modelo poblacional convencional y el modelo estadístico de permutación:

- El modelo poblacional supone un muestreo aleatorio de una o más poblaciones específicas. Según el modelo poblacional, el nivel de significación estadística que resulta de la aplicación de una prueba estadística a los resultados de un experimento o encuesta corresponde a la frecuencia con la que se rechazaría la hipótesis nula en muestreos aleatorios repetidos de una población especificada. Dado que el muestreo repetido de la población especificada no es práctico, se supone que la distribución de muestreo de los estadísticos de prueba generados en el muestreo aleatorio repetido se ajusta a una distribución teórica aproximada, como la distribución normal. El tamaño de una prueba estadística es la probabilidad bajo la hipótesis nula de que los resultados repetidos basados en muestras aleatorias de muestras aleatorias del mismo tamaño sean iguales o más extremos que el resultado observado.

- El modelo de permutación no supone ni requiere un muestreo aleatorio de una población determinada. Para el modelo de permutación exacta, se calcula un estadístico de prueba para los datos observados. A continuación, las observaciones se permutan sobre todos los posibles arreglos de los datos observados, y el estadístico de prueba seleccionado se calcula para cada uno de los posibles arreglos. La proporción de arreglos con valores del estadístico de prueba iguales o más extremos que el estadístico de prueba observado da la probabilidad exacta del valor del estadístico de prueba observado. Cuando el número de disposiciones posibles de los datos observados es muy grande, los métodos de permutación exacta son poco prácticos y se hacen necesarios los métodos de permutación por remuestreo de Monte Carlo. Los métodos de remuestreo generan una muestra aleatoria de todas las posibles ordenaciones de los datos observados, y el valor de la probabilidad de remuestreo es la proporción de ordenaciones con valores del estadístico de prueba iguales o más extremos que el valor del estadístico de prueba observada.

1.5.1. Distribución de probabilidad hipergeométrica

Los métodos estadísticos de permutación exacta, especialmente cuando se aplican a las tablas de contingencia, dependen en gran medida de los valores de probabilidad hipergeométricos. En esta sección, se hace una breve introducción a la distribución de probabilidad hipergeométrica ilustrando su cálculo e interpretación. Para las tablas de contingencia de 2×2, el cálculo de las probabilidades hipergeométricas es fácil de demostrar. Consideremos la siguiente tabla de contingencia 2×2:

Tabla 1.1: Clasificación cruzada de dos variables categóricas, A y B, con 2 categorías cada una

	A_1	A_2	Total
B_1	n_{11}	n_{12}	R_1
B_2	n_{21}	n_{22}	R_2
Total	C_1	C_2	N

donde $n_{11}, \ldots, n_{22}$ denotan las cuatro frecuencias absolutas, R_1 y R_2 denotan los totales de las frecuencias marginales de cada fila, C_1 y C_2 denotan los totales de las frecuencias marginales de cada columna y

$$N = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} n_{ij} \ .$$

Dado que la tabla de contingencia que aparece en la *Tabla 2.1* es una tabla 2×2 y, en consecuencia tiene sólo un grado de libertad, la probabilidad de cualquier frecuencia de celda constituye la probabilidad de toda la tabla de contingencia. Por lo tanto, la probabilidad del punto hipergeométrico para la celda que contiene n_{11} viene dada por:

$$p(n_{11}|R_1, C_1, N) = \left(\begin{array}{c} C_1 \\ n_{11} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} C_2 \\ n_{12} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} N \\ R_1 \end{array} \right)^{-1} =$$

$$= \left(\begin{array}{c} R_1 \\ n_{11} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} R_2 \\ n21 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} N \\ C_1 \end{array} \right)^{-1} = \frac{R_1!R_2!C_1!C_2!}{N!n_{11}!n_{12}!n_{21}!n_{22}!}$$

El cálculo de las probabilidades hipergeométricas para las tablas de contingencia $r \times c$ es más complejo que para las tablas de contingencia simples 2×2. Consideremos la tabla de contingencia 4×3:

Tabla 1.2: Clasificación cruzada de dos variables categóricas, A y B, con 3 y 4 categorías respectivamente

	A_1	A_2	A_3	Total
B_1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	R_1
B_2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	R_2
B_3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	R_3
B_4	n_{41}	n_{42}	n_{43}	R_4
Total	C_1	C_2	C_3	N

donde $n_{11}, \ldots, n_{43}$ denotan las 12 frecuencias absolutas de las celdas, $R_1, ..., R_4$ denotan los totales de frecuencia marginal de las cuatro filas, C_1, C_2 y C_3 denotan los totales de las frecuencias marginales de las tres columna y

$$N = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{3} n_{ij} \ .$$

Cuando sólo hay dos filas, como en el ejemplo anterior con la tabla 2×2, cada probabilidad de columna es binomial, pero con cuatro filas cada probabilidad de columna es multinomial. Es bien sabido que una probabilidad multinomial puede obtenerse de una serie interconectada de expresiones binomiales. Por ejemplo, para la columna A_1 de la *Tabla 2.2*:

$$\left(\begin{array}{c} C_1 \\ n_{11} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} C_1 - n_{11} \\ n_{21} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} C_1 - n_{11} - n_{21} \\ n_{31} \end{array} \right) =$$

$$= \frac{C_1!}{n_{11}!(C_1 - n_{11})!} \times \frac{(C_1 - n_{11})!}{n_{21}!(C_1 - n_{11} - n_{21})!} \times \frac{(C_1 - n_{11} - n_{21})!}{n_{31}(C_1 - n_{11} - n_{21} - n_{31})!} = \frac{C_1!}{n_{11}!n_{21}!n_{31}!n_{42}!}$$

Para la columna A_2:

$$\binom{C_2}{n_{12}}\binom{C_2 - n_{12}}{n_{22}}\binom{C_2 - n_{12} - n_{22}}{n_{32}} =$$

$$= \frac{C_2!}{n_{12}!(C_2 - n_{12})!} \times \frac{(C_2 - n_{12})!}{n_{22}!(C_2 - n_{12} - n_{22})!} \times \frac{(C_2 - n_{12} - n_{22})!}{n_{32}(C_2 - n_{12} - n_{22} - n_{32})!} = \frac{C_2!}{n_{12}!n_{22}!n_{32}!n_{42}!}$$

y para la distribución de frecuencias marginales de las filas:

$$\binom{N}{R_1}\binom{N - R_1}{R_2}\binom{N - R_1 - R_2}{R_3} =$$

$$= \frac{N!}{R_1!(N - R_1)!} \times \frac{(N - R_1)!}{R_2!(N - R_1 - R_2)!} \times \frac{(N - R_1 - R_2)!}{R_3!(N - R_1 - R_2 - R_3)!} = \frac{N!}{R_1!R_2!R_3!R_4!}$$

Por consiguiente, para tablas de contingencia $r \times c$ se tiene:

$$p(n_{ij}|R_i, C_j, N) = \frac{(\prod_{i=1}^{r} R_i!)(\prod_{j=1}^{c} C_j!)}{N! \prod_{i=1}^{r} \prod_{j=1}^{c} n_{ij}!}$$

De esta forma, la ecuación anterior puede generalizarse fácilmente a tablas de contingencia multidireccionales más complejas [Mielke and Berry, 1988].

1.6. Métodos de Predicción

Las medidas de asociación se basan en diferentes modelos, los más usados, debido a su fácil interpretación, son el de corrección por azar y el de reducción proporcional del error.

Medidas de Corrección por Azar

Corregida por el azar significa "quitar del acuerdo global", es decir, el acuerdo que se obtendría si las valoraciones se hicieran aleatoriamente. Este tipo de medidas se contruyen de la siguiente forma:

$$medida_{CA} = \frac{p_o - p_e}{1 - p_e}$$

Donde, p_o es la proporción observada de observaciones en las que los jueces están de acuerdo, p_e es la proporción de observaciones para las que se espera una concordancia por azar, $p_o - p_e$ es la proporción de concordancia más allá de la esperada por el azar, $1 - p_e$ es la máxima proporción posible de concordancia más allá de la esperada por el azar.

Su interpretación es bastante sencilla, los valores positivos indican una concordancia superior a la esperada por el azar y los valores negativos indican una concordancia inferior.

Medidas de Reducción Proporcional del Error

La *Reducción Proporcional del Error* es un criterio estadístico que cuantifica hasta qué punto el conocimiento sobre una variable puede ayudar a predecir otra variable.

Es decir, ayuda a comprender hasta qué punto conocer una variable X puede ayudar a predecir otra variable Y. Si la relación entre las variables es cero, saber X no te ayudar a predecir Y. Y si existe una "correlación" perfecta , conocer X permite predecir Y con un 100 % de confianza.

La reducción proporcional del error es, por tanto, la ganancia de precisión en la predicción de la variable dependiente Y a partir del conocimiento de la variable independiente X (o un conjunto de múltiples variables). Este tipo de medidas es especialmente útil y popular cuando se utiliza para evaluar modelos en los que la variable dependiente es binaria.

Para la construcción de estas medidas es necesario definir los siguientes errores:

- El primer tipo es el error de predicción basado únicamente en el conocimiento de la distribución de la variable dependiente, denominado "error del primer tipo" (E_1) y que consiste en el número esperado de errores al predecir las c categorías de la variable dependiente $(X_1, ..., X_c)$ a partir de la distribución observada de las marginales de la variable dependiente $(n_{.1}, ..., n_{.c})$.
- El segundo tipo es el error de predicción basado en el conocimiento de las distribuciones de las de la variable independiente y de la dependiente, denominado "error del segundo tipo" (E_2) y que consiste en el número de errores esperados al predecir las c categorías de la variable dependiente $(X_1, ..., X_c)$ a partir del conocimiento de las r categorías de la variable independiente $(Y_1, ..., Y_r)$.

Así, las medidas de Reddución Proporcional del Error se contruyen como sigue:

$$medida_{RPE} = \frac{E_1 - E_2}{E_1}$$

Y su interpretación es la siguiente, los valores positivos indican una mejora proporcional de los errores de predicción con el conocimiento de ambas variables, en comparación de los errores de predicción con el conocimiento de una sola variable.

Variando el tipo de variables, el método de predicción y la medida del error es como se obtienen las diferentes medidas de asociación.

Para ilustrar el proceso, se contruye a continuación la medida de asociación más conocida y usada: el coeficiente de correlación lineal de Pearson, $\rho_{X,Y}$.

El coeficiente de correlación lineal es una medida de reducción proporcional del error considerando dos variables (X e Y) continuas, como criterio de predicción se usa la esperanza matemática, es decir, $E[Y] = \mu$ y $[Y|X = x] = \mu(x)$, y como medida del error el error cuadrático medio, $E[(Y-\mu)^2] = \sigma_Y^2$ y $E[(Y-\mu(x))^2] = \sigma_{Y|X=x}^2$. Por tanto, la medida es:

$$\rho_{X,Y} = \frac{\sigma_Y^2 - \sigma_{Y|X=x}^2}{\sigma_Y^2} \ .$$

Bibliografía

Kenneth J. Berry, Janis Johnston, and Paul W. Jr. Mielke. *The Measurement of Association: A Permutation Statistical Approach*. 2010.

Herbert L. Costner. *Criteria for Measures of Association*. American Sociological Review, 1965.

M. Cowles. *Statistics in Psychology: An Historical Perspective*. 2 edition, 2001.

L.A. Goodman and W.H. Kruskal. Measures of association for cross classifications. *J. Am. Stat. Assoc.*, 49, 1954.

P.W. Mielke and K.J. Berry. Cumulant methods for analyzing independence ofr-way contingency tables and goodness-of-fit frequency data. *Biometrika*, 1988.

R.S. Weiss. *Statistics in Social Research: An Introduction*. Wiley, 1968.