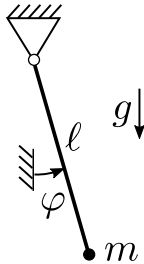


Beispiel 2.2: Mathematisches Pendel

Ein mathematisches Pendel besteht aus einem masselosen Stab der Länge ℓ , der einseitig an einem Gelenk befestigt ist. An seinem freien Ende befindet sich ein Gewicht mit Punktmasse m . Das System ist der Schwerkraft unterworfen (Gravitationskonstante g). Die Auslenkung wird durch den Verdrehwinkel φ beschrieben.



Die Bewegungsgleichung folgt aus der Momentenbilanz um das Gelenk und lautet

$$m\ell^2\ddot{\varphi} + mg\ell \sin(\varphi) = 0 \quad \text{bzw.} \quad \ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell} \sin(\varphi) = 0$$

Diese DGL ist zunächst nichtlinear. Bei der Bestimmung der Ruhelagen finden sich zwei Lösungen:

$$\ddot{\varphi} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{g}{\ell} \sin(\varphi) = 0$$

also

$$\begin{array}{ll} \varphi_{0,1} = 0, & \varphi_{0,2} = \pi. \\ \text{(Hängelage)} & \text{(Überkopflage)} \end{array}$$