

Skalarprodukt mit Matrix-Vektor-Produkt:

$$\begin{aligned}\vec{x} \cdot (A\vec{y}) &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{11}y_1 + A_{12}y_2 \\ A_{21}y_1 + A_{22}y_2 \end{bmatrix} \\ &= x_1y_1A_{11} + x_1y_2A_{12} + x_2y_1A_{21} + x_2y_2A_{22} \\ \vec{y} \cdot (A\vec{x}) &= x_1y_1A_{11} + x_1y_2A_{21} + x_2y_1A_{12} + x_2y_2A_{22}\end{aligned}$$

Gemäß der letzten Formel gilt die Vertauschungsrelation

$$\vec{x} \cdot (A\vec{y}) = \vec{y} \cdot (A^T\vec{x})$$

Matrix-Matrix-Produkt:

$$\begin{aligned}AB &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A_{11}B_{11} + A_{12}B_{21} & A_{11}B_{12} + A_{12}B_{22} \\ A_{21}B_{11} + A_{22}B_{21} & A_{21}B_{12} + A_{22}B_{22} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Aus Vektoren zusammengesetzte Matrix:

$$R = [\vec{x}, \vec{y}] = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix}$$