

Aus der Forderung nach der Existenz der nicht-trivialen Lösung  $\vec{r} \neq \vec{0}$  folgt das charakteristische Polynom

$$0 = \det(M\lambda^2 + K) = \left| \begin{bmatrix} m\lambda^2 + c & -c \\ -c & 8m\lambda^2 + 6c \end{bmatrix} \right| \quad (5.29)$$

$$= 8m^2\lambda^4 + 14cm\lambda^2 + 5c^2 \quad (5.30)$$

Die Eigenwerte sind

$$\lambda_{1/2} = \pm i\sqrt{\frac{c}{2m}} \quad \lambda_{3/4} = \pm i\sqrt{\frac{5c}{4m}} \quad (5.31)$$

Wird  $\lambda_{1/2}$  in Gl. (5.19) eingesetzt, dann ist

$$0 = (M\lambda_{1/2}^2 + K)\vec{r}_{1/2} = \begin{bmatrix} m\lambda_{1/2}^2 + c & -c \\ -c & 8m\lambda_{1/2}^2 + 6c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}_{1/2} \quad (5.32)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2}c & -c \\ -c & 2c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}_{1/2} \quad (5.33)$$

Mit  $\vec{r}_{1/2}$  dem zum Eigenwertpaar  $\lambda_{1/2}$  gehörigen Eigenvektorpaar. Die Eigenvektoren  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$  sind identisch. Die zwei Zeilen von Gl.(5.26) sind linear abhängig. Das Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen – die Lösung kann also nur bis auf eine Konstante bestimmt werden. Setze  $r_1 = z$ , dann folgt

$$\vec{r}_{1/2} = \begin{bmatrix} z \\ \frac{1}{2}z \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

Die zusätzliche Forderung nach  $|\vec{r}_{1/2}| = \sqrt{5}z \stackrel{!}{=} 1$  führt zum *normierten Eigenvektor*

$$\vec{r}_{1/2} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad |\vec{r}_{1/2}| = 1 \quad (5.35)$$

Beim Eigenwertpaar  $\lambda_{3/4}$  ergibt sich

$$0 = (M\lambda_{3/4}^2 + K)\vec{r}_{3/4} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}c & -c \\ -c & 4c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}_{3/4} \quad (5.36)$$