Beispiel 4.5: Impulsantwort

Die Anregung durch Impuls ist ein spezielles Testsignal, mit dem die wichtigsten Eigenschaften eines Schwingungssystems ermittelt werden können. Im Falle des Einmassenschwingers lautet die DGL

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = \delta(t) \tag{4.34}$$

wobei für den Dirac-Impuls $\delta(t)$ die abschnittsweise Definition in Abhängigkeit von ε verwendet wird. Dementsprechend ist die Lösung abschnittsweise definiert:

Vor Impuls ($t \leq -\varepsilon$) Die Masse ist in Ruhe. Also sind Lage und Geschwindigkeit

$$x(-\varepsilon) = 0 \qquad \dot{x}(-\varepsilon) = 0 \tag{4.35}$$

Während des Impuls ($-\varepsilon \leq t \leq \varepsilon$) Die Bewegungsgleichung lautet

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + cx = \frac{1}{2\varepsilon} \tag{4.36}$$

Die Integration über die Impulsdauer ergibt in mehreren Schritten

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} (m\ddot{x} + d\dot{x} + cx)\,\mathrm{d}t = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{1}{2\varepsilon}\mathrm{d}t \tag{4.37}$$

$$m\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \ddot{x}\mathrm{d}t + d\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \dot{x}\mathrm{d}t + c\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} x\mathrm{d}t = 1 \tag{4.38}$$

$$m(\dot{x}(\varepsilon) - \dot{x}(-\varepsilon)) + d(x(\varepsilon) - x(-\varepsilon)) + c\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} x\mathrm{d}t = 1 \tag{4.39}$$

Unter der Annahme, dass die Lage $x(t)$ während der Impulsdauer stetig bleibt, folgt $x(-\varepsilon) = x(\varepsilon) = x_0$ und damit

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} x\mathrm{d}t = c\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} x_0\mathrm{d}t = 2\varepsilon x_0 \underset{\varepsilon\to 0}{\to} 0 \tag{4.40}$$