Mechanik 3.1: Berechnung der Lösung mit äußerer Anregung

Das Vorgehen zur Berechnung der Gesamtlösung $x(t)$ eines durch $y(t)$ zwangserregten Systems

$$\ddot{x}(t) + 2D\omega_0\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = y(t)$$

ist wie folgt:

1. Berechnung der homogenen Lösung gemäß Kapitel 2. Setze hierzu zunächst die Anregung $y(t)$ zu Null, um das homogene System

   $$\ddot{x}(t) + 2D\omega_0\dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0$$

   zu lösen. Die Lösung lautet $x_h(t) = e^{-\delta t}\left(C_1 \cos(\omega_d t) + C_2 \sin(\omega_d t)\right)$. Die Integrationskonstanten der einzelnen Fundamentallösungen werden noch nicht an die Anfangsbedingungen angepasst.

2. Berechnung der partikulären Lösung. Hierzu wird ein **Ansatz vom Typ der rechten Seite** benötigt. Bei einer Anregung der Art $y(t) = y_0 + y_c \cos(\Omega t) + y_s \sin(\Omega t)$ und $i\Omega \neq \lambda$ lautet dieser Ansatz

   $$x_p(t) = X_0 + A\cos(\Omega t) + B\sin(\Omega t)$$

3. Aus dem Ansatz $x_p(t)$ werden die Ableitungen $\dot{x}_p(t)$ und $\ddot{x}_p(t)$ gebildet und in die DGL eingesetzt. Nach Koeffizientenvergleich resultieren X_0, A und B.

4. Die Gesamtlösung $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ beinhaltet nun noch die Integrationskonstanten C_1 und C_2, die jetzt an die Anfangsbedingungen

   $$x(t=0) = x_0 \qquad\qquad \dot{x}(t=0) = v_0$$

   angepasst werden.