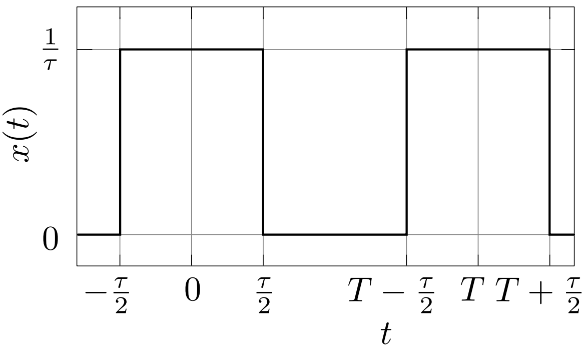
Beispiel 4.2: Rechteckimpulsfolge

Eine Rechteckimpulsfolge ist definiert als die periodische Abfolge von Rechteckimpulsen. Die Periode sei gegeben durch T, die Impulslänge durch τ. Analog zum Dirac-Stoß hat die Fläche des Stoßes per Definition den Wert 1.



Es liegt eine gerade Funktion vor. Die Berechnung der Fourierkoeffizienten liefert

$$S_k = 0, k \in \mathbb{N}_0, \tag{4.23}$$

$$C_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} x(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{T} \tag{4.24}$$

$$C_k = \frac{2}{T}\int_0^{T} x(t)\cos(k\Omega t)\mathrm{d}t = \frac{2}{T}\left(\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\frac{1}{\tau}\cos(k\Omega t)\mathrm{d}t + \int_{\tau/2}^{T-\tau/2} 0\mathrm{d}t\right) \tag{4.25}$$

$$= 2\cdot\frac{2}{Tk\Omega}\frac{1}{\tau}\left(\sin\left(k\Omega\frac{\tau}{2}\right)\right) \tag{4.26}$$

$$= \frac{2}{k\pi\tau}\sin\left(k\pi\frac{\tau}{T}\right) \tag{4.27}$$

Somit lautet die Fourierreihe der Rechteckimpulsfolge

$$x(t) = \frac{1}{T} + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{k\pi\tau}\sin\left(k\pi\frac{\tau}{T}\right)\cos(k\Omega t) \tag{4.28}$$

Der Stoßcharakter wird unterschieden nach Verhältnis von τ und T: Bei einem kleinen Wert von τ (kurzer Stoßdauer) ist die Amplitude $\frac{2}{k\pi\tau}$ groß. Die erste Nullstelle der C_k liegt bei $\frac{\tau}{T} = \frac{1}{k}$. Es liegt viel Energie bei hohen Frequenzen vor. Man spricht vom *harten Stoß*. Im Gegensatz dazu kommt die erste Nullstelle der C_k umso früher, je größer das Verhältnis τ/T. Es liegt viel Energie bei den kleinen Frequenzen. Die Verteilung der Amplituden in Abhängigkeit der Frequenz ist in der folgenden Abbildung zu sehen.