(2) 若还已知 $f(2)=15$，求次数不超过三次的插值多项式 $H_3(x)$。

三、(10 分) 求 $f(x)=\cos(\pi x)$ 在[0, 1]上的一次最佳平方逼近多项式 $P_1(x)$，并计算平方误差。

四、(12 分) 利用 2 次 Legendre 正交多项式 $P_2(x)=(3x^2-1)/2$ 构造两点 Gauss 型求积公式 $\int_{-1}^{1}f(x)dx\approx A_{-1}f(x_{-1})+A_1f(x_1)$，

(1) 试确定求积公式中的 Gauss 点 $x_k\ (k=-1,1)$ 及求积系数 $A_k\ (k=-1,1)$，并说明求积公式的代数精度是多少？

(2) 用所得求积公式计算 $\int_0^1(x^3-2x+1)dx$，并给出相应的截断误差。

五、(14 分) 设 $y'(x)=f(x,y)$，步长为 h，隐式公式

$y_{n+1}=y_n+h\left[\alpha f(x_n,y_n)+\beta f(x_{n+1},y_{n+1})\right]$ 具有二阶收敛，

(1) 试确定参数 α 和 β 的值；

(2) 若 $f(x,y)=\lambda y(x)$，$y(0)=1$，求 $y(x)$ 在节点 $x_n=nh$ 处的数值解 y_n；

(3) 若 $f(x,y)=\lambda y(x)$ 且 $\lambda<0$，证明公式是无条件稳定的。

六、(12 分)已知方程组 $\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$，$a\in R$ 且 $a\neq\pm\sqrt{2}$，

(1) 利用 Gauss 消元法求方程组的解；

(2) 给出求解方程组的 Jacobi 迭代格式和 Gauss-Seidel 迭代格式，并说明两种迭代格式均收敛的 a 的取值范围。

七、(12 分)已知 $x^*=1$ 为方程 $f(x)=x^3-5x^2+7x-3=0$ 的根，

(1) 试证牛顿迭代法在 $x^*=1$ 附近是线性收敛的；

(2) 写出处理重根 $x^*=1$ 的牛顿迭代公式，并讨论其收敛阶。

八、(6 分) 设求解方程组 $AX=b$ 的迭代格式 $X^{(k+1)}=BX^{(k)}+f$ 收敛，

证明：当 $0<\omega<1$ 时，迭代格式 $X^{(k+1)}=\left[(1-\omega)I+\omega B\right]X^{(k)}+\omega f$ 也收敛。