МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

Кафедра Компьютерных Технологий и программной Инженерии
(наименование)

ОТЧЁТ ПО ПРАКТИКЕ
ЗАЩИЩЁН С ОЦЕНКОЙ

РУКОВОДИТЕЛЬ

Старший преподаватель		Поляк М. Д.
должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЁТ ПО ПРАКТИКЕ

вид практики Производственная практика

тип практики Научно-Исследовательская работа

на тему индивидуального задания Моделирование системы «Хищник-Жертва» с аддитивным управлением по хищникам

выполнен Глушковой Екатериной Максимовной
фамилия, имя, отчество обучающегося в творительном падеже

по направлению подготовки	09.03.04	Программная инженерия
	код	наименование направления

наименование направления

направленности	01	Разработка программно-информационных систем
	код	наименование направленности

наименование направленности

Обучающийся группы №	4831		Глушкова Е.М.
	номер	подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт–Петербург 2021

1. Модель и цель управления

Модель:

«Хищник-жертва» с аддитивным управлением по хищникам:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = a_1x_1 - \beta_1x_1x_2 + u(x_1, x_2) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -a_2x_2 + \beta_2x_1x_2 \end{cases}$$

Цель:

$\psi(t) = x_i(t) - \rho x_j(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} 0$, т.е. задачей управления является поддержание постоянной пропорции (баланса) между численностями видов

x_i и x_j;

$$\psi(t) = x_1(t) - \rho x_2(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} 0$$

2. Вывод управления по методу аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР).

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = a_1x_1 - \beta_1x_1x_2 + u(x_1, x_2) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -a_2x_2 + \beta_2x_1x_2 \end{cases}$$

$$T * \psi' + \psi = 0$$

$$T * (x_1 - \rho x_2)' + \psi = 0$$

$$T * \left(f_1(x_1, x_2) + u\right) - p * T * f_2(x_1, x_2) + \psi = 0$$

$$f_1(x_1, x_2) + u - p * f_2(x_1, x_2) + \frac{\psi}{T} = 0$$

$$u = u(x_1, x_2) = -f_1(x_1, x_2) + p * f_2(x_1, x_2) - \frac{\psi}{T}$$

$$u(x_1, x_2) = -a_1x_1 + \beta_1x_1x_2 + p * (-a_2x_2 + \beta_2x_1x_2) - \frac{x_1 - p * x_2}{T}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = a_1x_1 - \beta_1x_1x_2 + u(x_1, x_2) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -a_2x_2 + \beta_2x_1x_2 \\ u(x_1, x_2) = -a_1x_1 + \beta_1x_1x_2 + +p * (-a_2x_2 + \beta_2x_1x_2) - \dfrac{x_1 - p * x_2}{T} \end{cases}$$

3. Аналитический анализ устойчивости модели

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = a_1x_1 - \beta_1x_1x_2 + u(x_1, x_2) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = -a_2x_2 + \beta_2x_1x_2 \end{cases}$$

$$\psi(t) = x_1 - \rho x_2|_{t\to\infty} = 0 => x_1 = \rho x_2$$

$$\frac{dx_1}{dt} = a_1x_1 - \beta_1x_1x_2 - a_1x_1 + \beta_1x_1x_2 + p * (-a_2x_2 + \beta_2x_1x_2) - \frac{x_1 - p * x_2}{T}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = (-a_2px_2 + \beta_2x_1px_2) - \frac{x_1 - p * x_2}{T}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = -a_2x_1 + \beta_2x_1x_1 - \frac{x_1 - x_1}{T}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = -a_2x_1 + \beta_2x_1x_1$$

$$\int \frac{dx_1}{-a_2x_1 + \beta_2x_1x_1} = \int dt$$

$$\frac{ln(-a_2 + \beta_2x_1) - ln(\beta_2x_1)}{a_2} = t + C$$

$$ln\left(\frac{-a_2 + \beta_2x_1}{\beta_2x_1}\right) = a_2t + C$$

$$\frac{-a_2 + \beta_2 x_1}{\beta_2 x_1} = e^{a_2 t + C}$$

$$x_1 = \frac{a_2}{\beta_2(1 - e^{a_2 t + C})}$$

Если $a_2 > 0$, то $\lim_{t\to\infty}\left(\frac{a_2}{\beta_2(1-e^{a_2 t+C})}\right) = \frac{a_2 * \infty}{\beta_2(1-\infty)} = \frac{a_2}{\beta_2}$. В таком случае x_1 стремится к константе $\frac{a_2}{\beta_2}$.

$$\psi(t) = x_1 - \rho x_2|_{t\to\infty} = 0 => x_1 = \rho x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -a_2 x_2 + \beta_2 x_1 x_2 = -a_2 x_2 + \beta_2 p x_2 x_2 = x_2 * (-a_2 + \beta_2 p x_2)$$

$$dx_2 = x_2 * (-a_2 + \beta_2 p x_2) * dt$$

$$\int \frac{dx_2}{(-x_2 a_2 + \beta_2 p x_2 x_2)} = \int dt$$

$$\frac{l\,n(p\beta_2 x_2 - a_2) - ln(x_2)}{a_2} = t + C$$

$$ln\left(\frac{p\beta_2 x_2 - a_2}{x_2}\right) = a_2 t + C$$

$$\frac{p\beta_2 x_2 - a_2}{x_2} = e^{a_2 t + C}$$

$$x_2 = \frac{a_2}{p\beta_2 - e^{a_2 t + C}}$$

Получаем, что стабильность системы зависит от a_2. Есть несколько случаев:

1. $a_2 = 0 => e^{a_2 t + C} \to e^C$ из чего следует, что $x_2 \to 0$, то есть число жертв стремится к вымиранию.

2. $a_2 > 0 => e^{a_2 t + C} \to \infty$ из чего следует, что $x_2 \to 0$, то есть численность жертв стремится к константе. Система стабильна.

4. Скрипт MATLAB для численного решения системы уравнений

```
function pr3
t=[0 15];
clc;
[t,X]=ode45(@Func,t,[4; 2]);
plot(t,X(:,1), t,X(:,2));
title('«Хищник-жертва» с аддитивным управлением по
хищникам');
legend('Жертвы','Хищники');
disp(['Жертв:      ' num2str(X(length(X)-1, 1))]);
disp(['Хищников: ' num2str(X(length(X)-1, 2))]);
disp(['Коэффициент p:    ' num2str(X(length(X)-1,
1)/X(length(X)-1, 2))]);
end

function out=Func(~,x)
a1 = 0.8;
a2 = 0.8;
b1 = 0.3;
b2 = 0.055;
T = 1;
p = 2;

u = -a1.*x(1) + b1.*x(1).*x(2) + p*(-a2.*x(2) +
b2.*x(1).*x(2)) - ((x(1)-p.*x(2))/(T));

f1 = (a1.*x(1)-b1.*x(1).*x(2)+u);
f2 = (-a2.*x(2)+b2.*x(1).*x(2));

out = [f1;f2];
end
```

5. Исследование устойчивости системы уравнений с управлением путем численного моделирования в MATLAB

Рассмотрим результаты моделирования исхода при $a_2 > 0$.

Выбраны коэффициенты: $a_2 = 0.4$ $a_1 = 0.1$ $\beta_1 = 0.4$ $\beta_2 = 0.05$ $p = 2$

```
Жертв:       0.020785
Хищников: 0.010392
Коэффициент p:    2
```

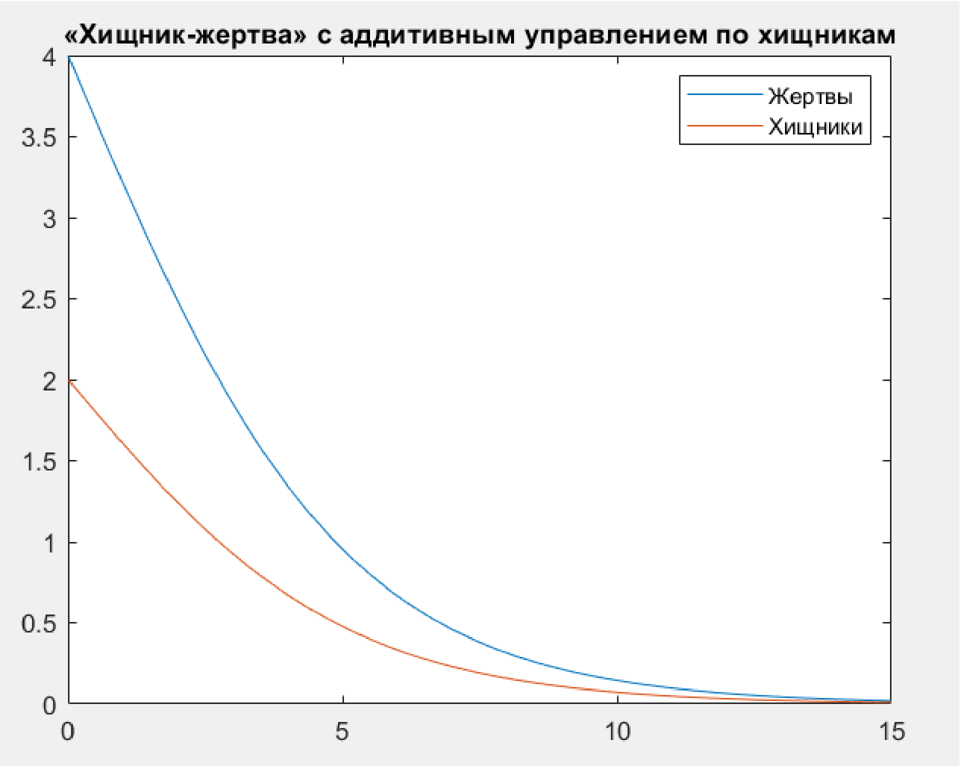

График показывает, что количество жертв и хищников стремится к нулю, сохраняя при этом коэффициент ρ. Система стабильна.

Рассмотрим второй исход при $a_2 = 0$.

Выбраны коэффициенты: $a_1 = 0.8$ $\beta_1 = 0.7$ $\beta_2 = 0.009$ $p = 2$

```
Жертв:       8.4477
Хищников: 4.2239
Коэффициент p:    2
```

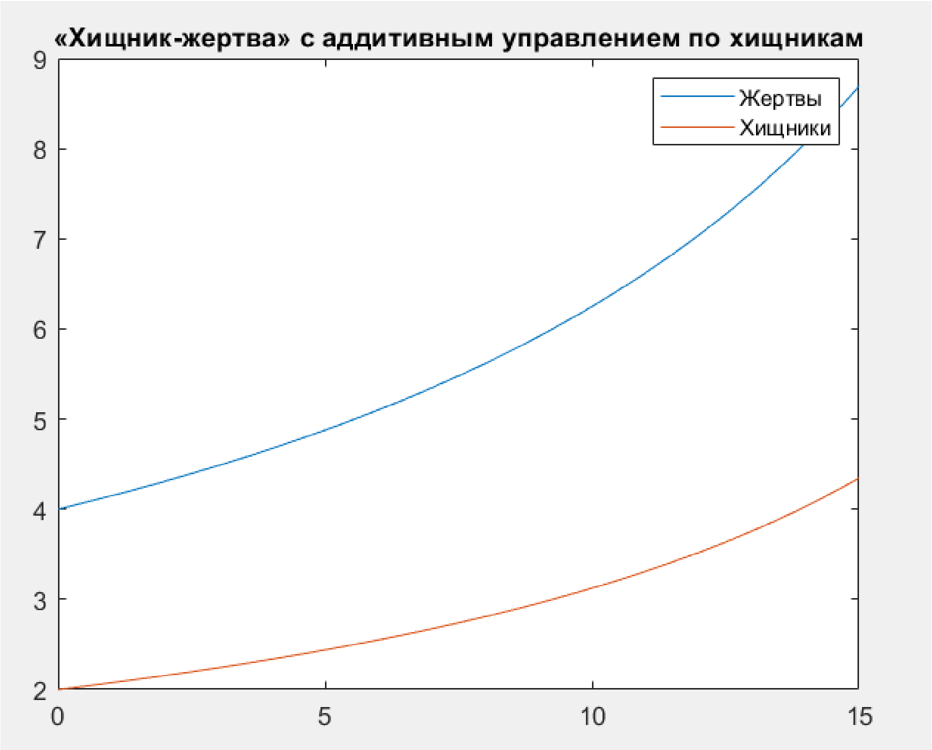

График показывает, что количество жертв и хищников стремится к бесконечности, сохраняя при этом коэффициент ρ.

6. Ссылка на репозиторий

https://github.com/gluharina/practical_3