Práctica #3: Modelo Dinámico de un Péndulo

Carlos Vásquez 1155057

February 19, 2019

Introducción

La práctica en cuestión tiene como objetivo el análisis de un péndulo simple y cómo esta simulación nos puede ayudar a entender el comportamiento de éste. Entender estos sistemas dinámicos es de suma importancia debido a la posibilidad de regularlos y manipularlos para obtener los resultados que deseamos.

El modelo utilizado para describir al péndulo de esta práctica fue el siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -k_1 sin(x_1) - k_2 x_2 + k_3 u\end{aligned} \tag{1}$$

Este modelo es utilizado para describir cualquier péndulo simple, sin embaro, en nuestro caso particular tenemos las siguientes características que harán a nuestro péndulo comportarse de una manera específica:

$$k_1 = 76.5$$

$$k_2 = 2.5$$

$$k_3 = 101.3$$

Además de estas constantes, utilizaremos distintas funciones para modificar el comportamiento las cuales se muestran en la figura 1.

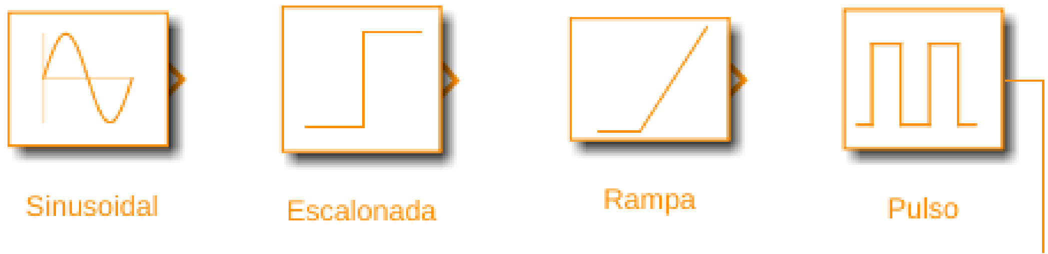


Figure 1: Se muestran los distintos comportamientos de las funciones.

Estas señales de entrada serán las que cambiarán y modificarán el comportamiento del sistema, lo cual podremos observar a través de los distintos "scopes", que nos permitirán visualizar la posición, velocidad y aceleraciónde nuestro sistema.

Desarrollo

El modelado a través de ecuaciones es una herramienta muy útil y versátil para describir sistemas dinámicos, sin embargo otra manera de realizarlo es ediante diagramas de bloque. Éstos son mucho más gráficos y nos permiten visualizar el proceso por el cual nuestra señal viaja y cómo son las distintas transformaciones que sufre a lo largo del sistema.

El diagrama de bloque de la figura 2 es una representación del sistema de ecuaciones (1).

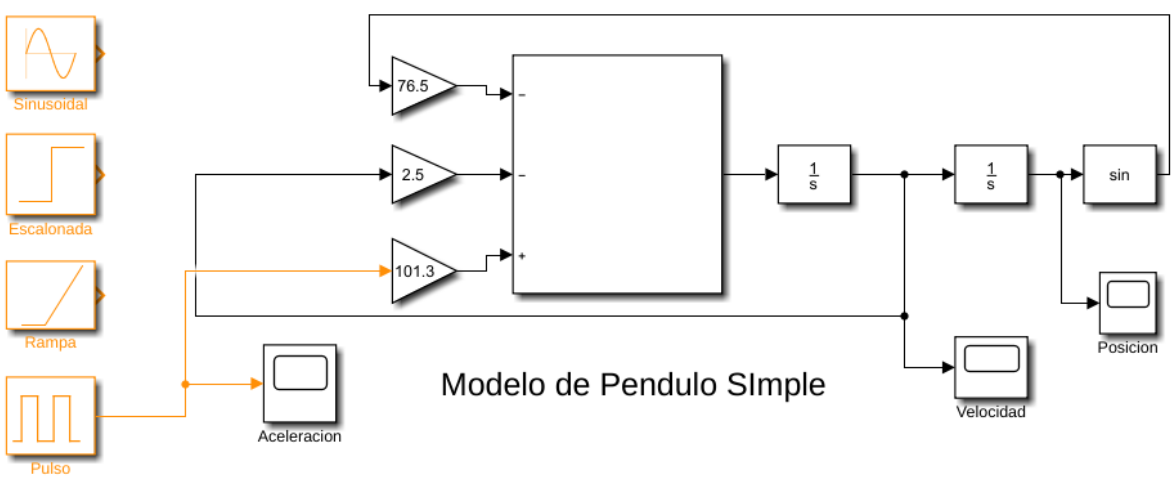
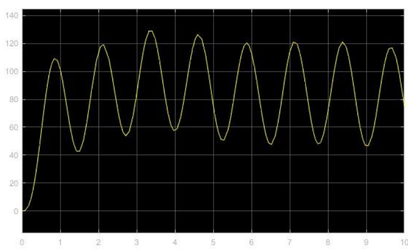
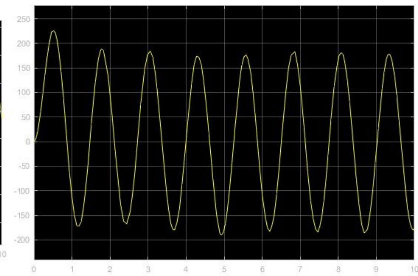


Figure 2: Representación gráfica del sistema de ecuaciones (1) hecho en SIMULINK.

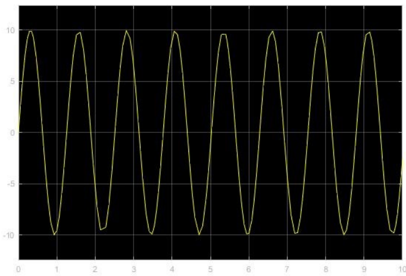
Una vez que el sistema comenzó, se obtuvieron las siguientes gráficas en los "scopes" de posición, velocidad y aceleración:



(a) Posición

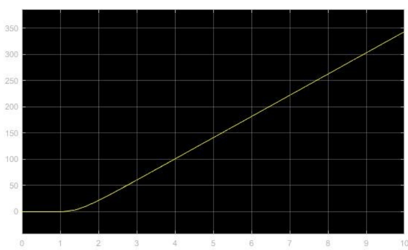


(b) Velocidad

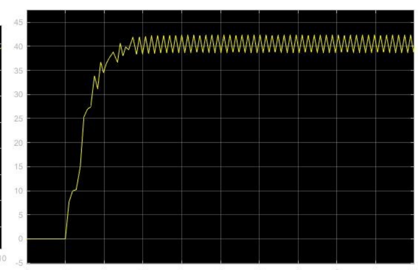


(c) Aceleración

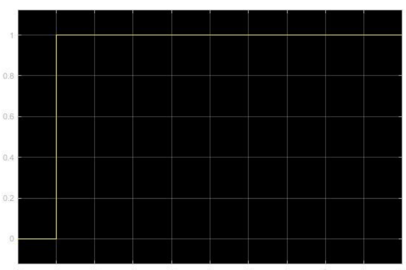
Figure 3: Gráficas con la entrada de onda sinusoidal.



(a) Posición

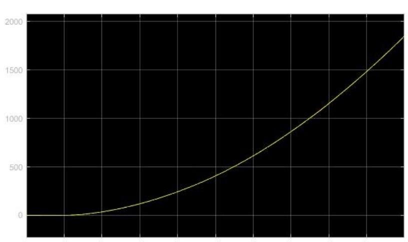


(b) Velocidad

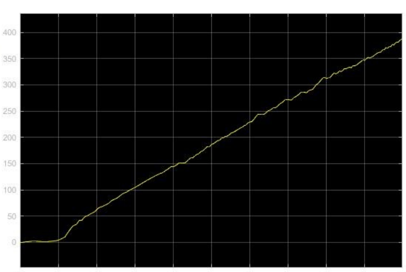


(c) Aceleración

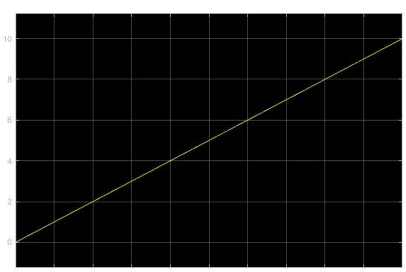
Figure 4: Gráficas con la entrada de onda escalonada.



(a) Posición

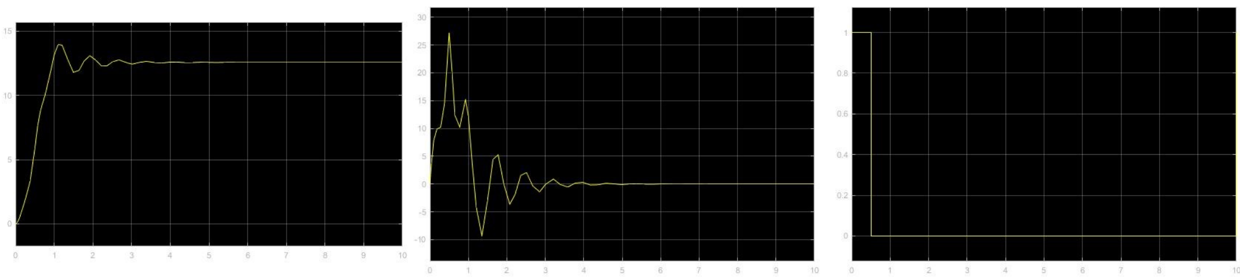


(b) Velocidad



(c) Aceleración

Figure 5: Gráficas con la entrada de rampa.



(a) Posición

(b) Velocidad

(c) Aceleración

Figure 6: Gráficas con la entrada de pulso.

Al observar las gráficas anteriores, podemos percatarnos que aquella que logra la etapa estable de manera más fácil es el pulso generado, ya que le toma 4 segundos aproximadamente estabilizar el sistema

Conclusión

Sin lugar a duda la simulación de estos sistemas es muy interesante y nos ahorra mucho tiempo el simularlos ya que los métodos analíticos para encontrar estos comportamientos tienden a ser muy rigurosos y tediosos. Resolver ecuaciones diferenciales puede llegar a ser muy complicado, incluso si se trata de sistemas lineales. En lugar de intentar resolver estos sistemas mediante estos métodos o, en el peor de los casos, mediante métodos de análisis numérico, es mucho más sencillo analizarlos mediante el software proporcionado.

El entendimiento de estos sistemas es de gran importancia ya que la manera de abstraerlos es de gran ayuda al momento de querer implementar un control similar a un sistema más complejo o de mayor importancia. En el caso anterior, quizá un péndulo pueda parecer muy simple o aburrido, sin embargo el modelo dinámico que lo describe también puede ser de mucha ayuda para lograr entender modelos dinámicos más complejos.