Tarea #3: Función de Transferencia

Carlos Vásquez 1155057

April 23, 2019

Resolver:

Obtener la función de transferencia, asumiendo que $\mu \neq 0$, que relaciona la función $x_1(t)$ ante la entrada $u(t)$ del sistema que se muestra a continuación.

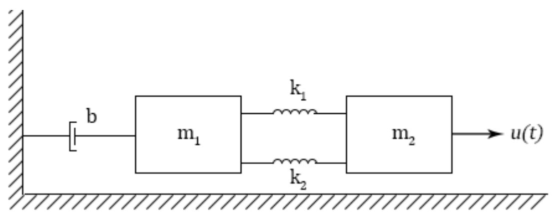

Figure 1: Sistema a analizar.

Solución
Analizando el sistema, podemos obtener las siguientes ecuaciones que lo rigen:

$$\begin{aligned} 0 &= m_1\ddot{x}_1 + (\mu_1 + b)\dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - (k_1 + k_2)x_2 \\ u(t) &= m_2\ddot{x}_2 + \mu_2\dot{x} + (k_1 + k_2)x_2 - (k_1 + k_2)x_1 \end{aligned} \tag{1}$$

Aplicando la transformada de Laplace obtendremos el siguiente sistema en el espacio s:

$$\begin{aligned} 0 &= M_1 s^2 X_1(s) + (\mu_1 + B)sX_1(s) + (k_1 + k_2)X_1(s) - (k_1 + k_2)X_2(s) \\ U(s) &= M_2 s^2 X_2(s) + \mu_2 s X_2(s) + (k_1 + k_2)X_2(s) - (k_1 + k_2)X_1(s) \end{aligned} \tag{2}$$

Posteriormente, del sistema de ecuaciones (2) despejamos a $X_2(s)$

$$X_2(s) = \frac{X_1(s)(M_1 s^2 + (\mu_1 + B)s + k_1 + k_2)}{k_1 + k_2} \tag{3}$$

Sustituyendo la ecuación (3) en el sistema (2) obtenemos

$$U(s) = X_1(s)\left(\frac{(M_2 s^2 + \mu_2 s + (k_1 + k_2))(M_1 s^2 + (\mu_1 + B)s + k_1 + k_2)}{k_1 + k_2} - (k_1 + k_2)\right) \tag{4}$$

Simplificando la ecuación 4 y despejando para encontrar $\frac{X_1(s)}{U(s)}$

$$\boxed{\frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{k_1 + k_2}{(M_1 s^2 + (\mu_1 + B)s + k_1 + k_2)(M_2 s^2 + \mu_2 s + k_1 + k_2) - (k_1 + k_2)^2}} \tag{5}$$