



复习与思考题

3.

答: 三个来源: 截断误差、舍入误差、模型误差

截断误差是数值计算方法的近似值与模型精确值之间差值的绝对值

舍入误差是计算机由于字长限制, 原始数据在计算机上表示时产生的误差

5. 答:

~~若一个算法在计算过程中有舍入误差~~

若一个算法输入数据有误差, 而在计算过程中舍入误差不增长, 则称此算法是数值稳定的。

通过误差传播是否扩大可以判断算法是否稳定。

不稳定的算法的误差是不断扩大的, 导致计算结果不准确。

6. 答:

对一个数值问题本身如果输入数据有微小扰动, 引起输出数据相对误差很大, 这就是病态问题。

病态问题是数值问题自身固有的, 与所用算法无关, 但选择算法可以减少误差危害。



11.

(1) 对 (2) 错 (3) 错 (4) 错 (5) 错 (6) 错 (7) 错

涉及到迭代算法的初值。

习题:

1. $f(x) = \ln x$

$$|f(x) - f(x^*)| = \frac{|f'(x^*)| \cdot e(x^*)}{x - x^*}$$

$$= \frac{x - x^*}{x^*} = \delta$$

2. $e(x^n) = n x^{n-1} (x - x^*)$

$$e_r(x^n) = n \frac{x^{n-1} (x - x^*)}{x^n} = n \frac{x - x^*}{x^*} = n e_r(x) = 0.02n$$

3. $x_1^* = 1.102$ 5位

$x_2^* = 0.03$ 2位

$x_3^* = 385.6$ 4位

$x_4^* = 56.430$ 5位

$x_5^* = 7 \times 1.0$ 1位

10. $e(s) = s - s^* = gt(t - t^*) = gte(t)$

$$e_r(s) = \frac{s - s^*}{s} = \frac{gt(t - t^*)}{\frac{1}{2}gt^2} = \frac{2e(t)}{t}$$

由公式可知 t 增大, $e(s)$ 增大, $e_r(s)$ 减小。





4.

$$\begin{aligned} (1) \quad E(X_1^* + X_2^* + X_3^*) &\leq E(X_1^*) + E(X_2^*) + E(X_3^*) \\ &\leq \frac{1}{2} \times 10^{-4} + \frac{1}{2} \times 10^{-3} + \frac{1}{2} \times 10^{-3} \\ &= 1.05 \times 10^{-3} = \varepsilon^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad E(X_1^* X_2^* X_3^*) &\leq X_2^* \cdot X_3^* \cdot E(X_1^*) + X_1^* \cdot X_3^* \cdot E(X_2^*) + X_1^* \cdot X_2^* \cdot E(X_3^*) \\ &= 0.031 \times 385.6 \times \frac{1}{2} \times 10^{-4} + 1.1021 \times 385.6 \times \frac{1}{2} \times 10^{-3} + 1.1021 \times 0.031 \times \frac{1}{2} \times 10^{-3} \\ &\approx 0.215 = \varepsilon^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad E(X_2^* / X_4^*) &\leq \frac{|X_2^*| E(X_4^*) - |X_4^*| \cdot E(X_2^*)}{|X_4^*|^2} \\ &\approx 1.0 \times 10^{-5} = \varepsilon^* \end{aligned}$$

