



# Mergesort Paralelo com MPI

Gissely de Souza  
Guilherme Manteuffel Bettu  
UFPR - Ciência da Computação  
Programação Paralela 2019/1



# Problema de ordenação

Problema clássico de computação

Muitas aplicações práticas

Muitas estratégias sequenciais já estudadas

Algoritmo adotado: Quicksort sequencial e Mergesort paralelo



# Complexidade

## Quicksort:

Pior caso é  $O(n^2)$ , mas no geral é  $O(n \log n)$ , por isso é usado

## Mergesort:

Função *merge* é linear e chamada a cada nível da árvore de recursão, resultando em  $O(n \log n)$  operações.

Como o Merge é serial a implementação paralela é  $O(n)$

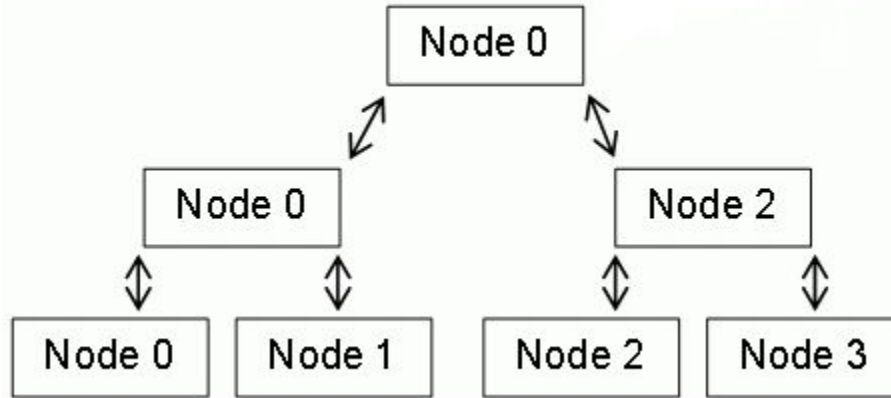


## Mergesort paralelo

1. Cria um processo para cada folha da árvore de recursão
2. Processo raiz entra na função, os outros esperam receber de um pai
3. Quicksort é executado nas folhas sequencialmente ( $N/p$ )
4. Etapa de *merge* é executada depois da recursão e de receber a resposta

## Mergesort paralelo - árvore

Processos vão  
descendo pela  
esquerda  
Raiz tem altura  
máxima e folhas  
são de altura 0





## Mergesort paralelo - Divisão

- Divisão: Cada chamada divide o vetor recebido no meio, envia a metade da direita para o processo filho à direita na árvore e usa recursão com a metade da esquerda

```
Paramerge(vetor, altura)
    if (altura != 0):
        MPI_Send(vetor.dir, filho_dir)
        Paramerge(vetor.esq, altura-1)
        MPI_Recv(vetor.dir, filho_dir)
        Merge(vetor, vetor.esq, vetor.dir)
    else: // altura == 0 => folha
        Quicksort(vetor)
    if (pai):
        MPI_Send(vetor, pai)
```



# MPI - Message Passing Interface

Padrão de comunicação de dados para programação paralela

Processos separados e memória distribuída

Baseado no exemplo:

<http://penguin.ewu.edu/~trolfe/ParallelMerge/ParallelMerge.html>



## Ambiente de Testes

Intel(R) Core(TM) i5-8400 CPU @ 2.80GHz  
6 cpus

L1d cache: 32K

L1i cache: 32K

L2 cache: 256K

L3 cache: 9216K

8 GiB de RAM

Duas entradas para cada N, com pouca  
diferença nos resultados

Cada teste repetido 20 vezes, com  
média e desvio padrão calculados

$1 \times N = 50\,000\,000$

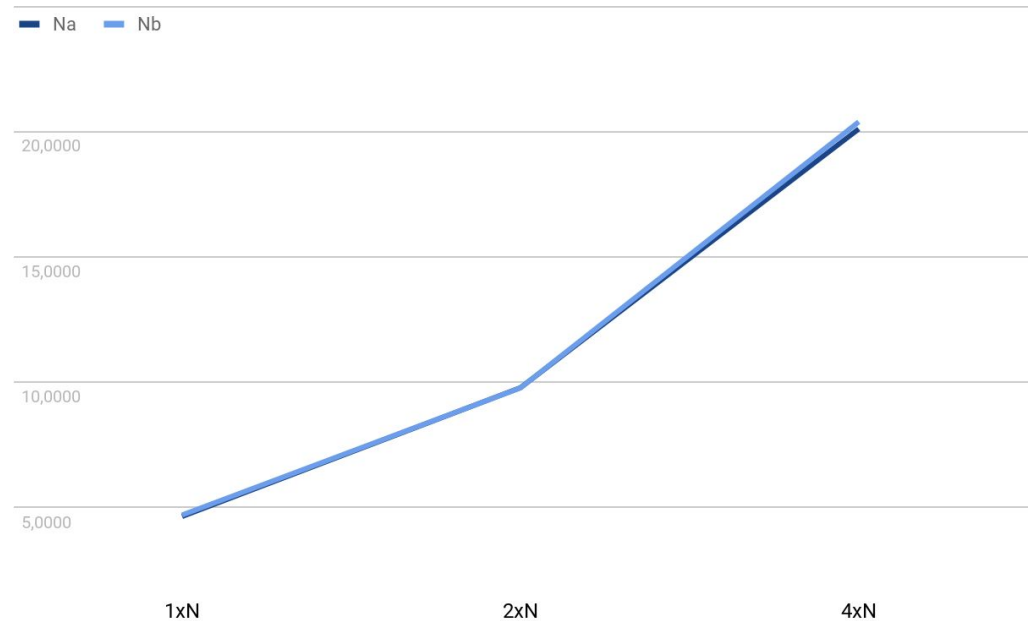
$2 \times N = 100\,000\,000$

$4 \times N = 200\,000\,000$



# Quicksort

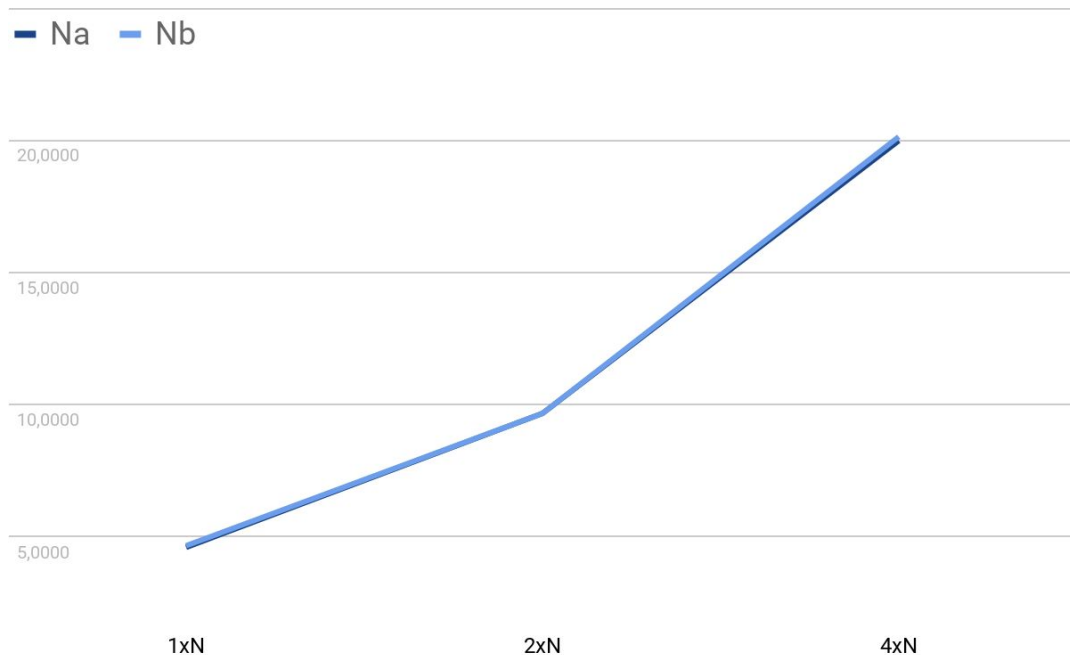
|     | Na          | des<br>vio | Nb      | des<br>vio |
|-----|-------------|------------|---------|------------|
| 1xN | 4,6485      | 0,0123     | 4,7064  | 0,0080     |
| 2xN | 9,7824      | 0,0505     | 9,7744  | 0,0569     |
| 4xN | 20,100<br>4 | 0,0915     | 20,3834 | 0,1004     |



# Paramerge 1p

Pouca diferença entre Na e Nb

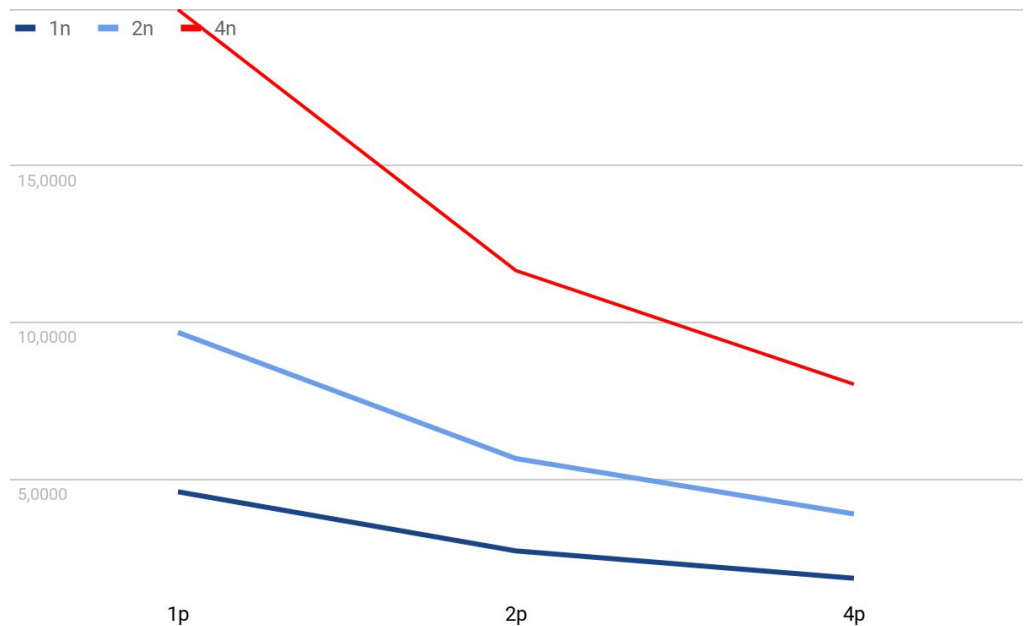
|     | Na          | des<br>vio | Nb      | des<br>vio |
|-----|-------------|------------|---------|------------|
| 1xN | 4,6019      | 0,0105     | 4,6651  | 0,0127     |
| 2xN | 9,6686      | 0,0593     | 9,6665  | 0,0580     |
| 4xN | 19,982<br>0 | 0,1145     | 20,1325 | 0,0988     |



# Paramerge com N e P variando

Processadores x Tempo  
com 1xN, 2xN e 4xN

|    | 1n     | 2n     | 4n      |
|----|--------|--------|---------|
| 1p | 4,6019 | 9,6862 | 19,9820 |
| 2p | 2,7158 | 5,6616 | 11,6572 |
| 4p | 1,8433 | 3,8954 | 8,0326  |

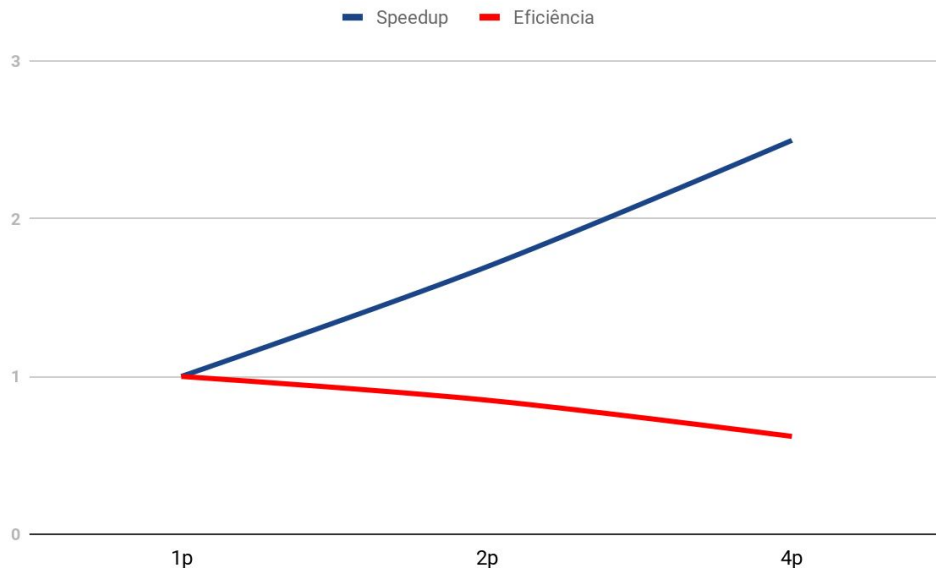


## Paramerge Speedup e Eficiência (para N1, N2 e N4)

Pouco fortemente escalável,  
eficiência cai muito com P maior

| N  | Speedup | Eficiência |
|----|---------|------------|
| 1p | 1       | 1          |
| 2p | 1,69    | 0,85       |
| 4p | 2,50    | 0,62       |

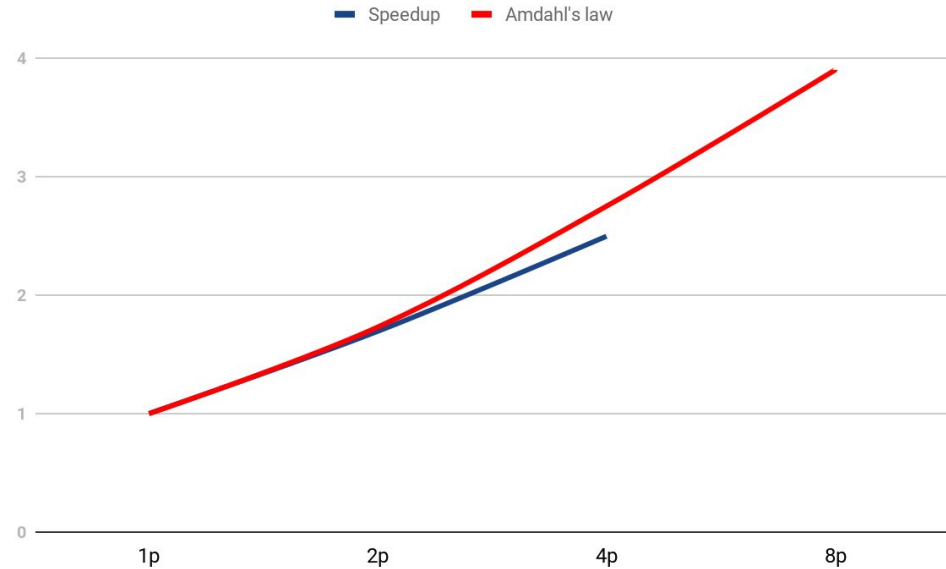
Pouco fracamente escalável,  
speedup não se mantém ao  
aumentar N e P juntos



# lei de amdahl

Assumindo 85% paralelizável

Speedup com  $P \rightarrow \infty$ : 6,66





## Conclusão e Fontes

Uma mudança simples no algoritmo já faz uma boa diferença

Se for possível melhorar a função *merge* para ser paralelizada parcialmente, a eficiência poderia aumentar

<http://penguin.ewu.edu/~trolfe/ParallelMerge/ParallelMerge.html>

<https://github.com/gmb18/paralela19/>