Capítulo 11

Projeto de Testes e Escolha de Estruturas

11.1 Introdução

O presente capítulo trata de questões referente à coleta dos sinais necessários à identificação e de como proceder a escolha da estrutura do modelo. Pretende-se descrever algumas ferramentas que podem auxiliar em decisões que dizem respeito ao projeto de testes, à escolha da estrutura do modelo e à determinação da taxa de amostragem.

11.2 Escolha e Coleta de Sinais

Três aspectos fundamentais em identificação de sistemas são: onde excitar a planta, que tipo de sinais usar a fim de obter dados que sejam representativos dessa dinâmica e como amostrar tais dados.

11.2.1 Escolha de entradas e de saídas

Ao se buscar um modelo matemático que relacione dinamicamente duas variáveis de um sistema, parte-se do pressuposto de que há correlação significativa entre tais variáveis que justifique o modelo.

11.2.2 Escolha de sinais de entrada

- A persistência de excitação tem interpretações numéricas bem como dinâmicas;
- sinais aleatórios e pseudo-aleatórios são comuns;
- no caso de sistemas com múltiplas entradas, além de tais entradas precisarem ser persistentemente excitantes, não devem estar correlacionadas entre si;
- na identificação de dinâmica linear o importante é a largura do espectro do sinal de entrada;
- na identificação de sistemas não-lineares o perfil de amplitude torna-se importante também.

Exemplo 11.2.1. *Escolha de variáveis de entrada*

Foram usados dados reais coletados na unidade de tratamento de águas ácidas de uma refinaria de petróleo. São 991 observações de oito variáveis do processo. O objetivo final era a obtenção de um modelo que explicasse a temperatura no topo da torre (saída do modelo). As sete variáveis restantes se qualificam como entradas? Haveria redundância entre tais variáveis?

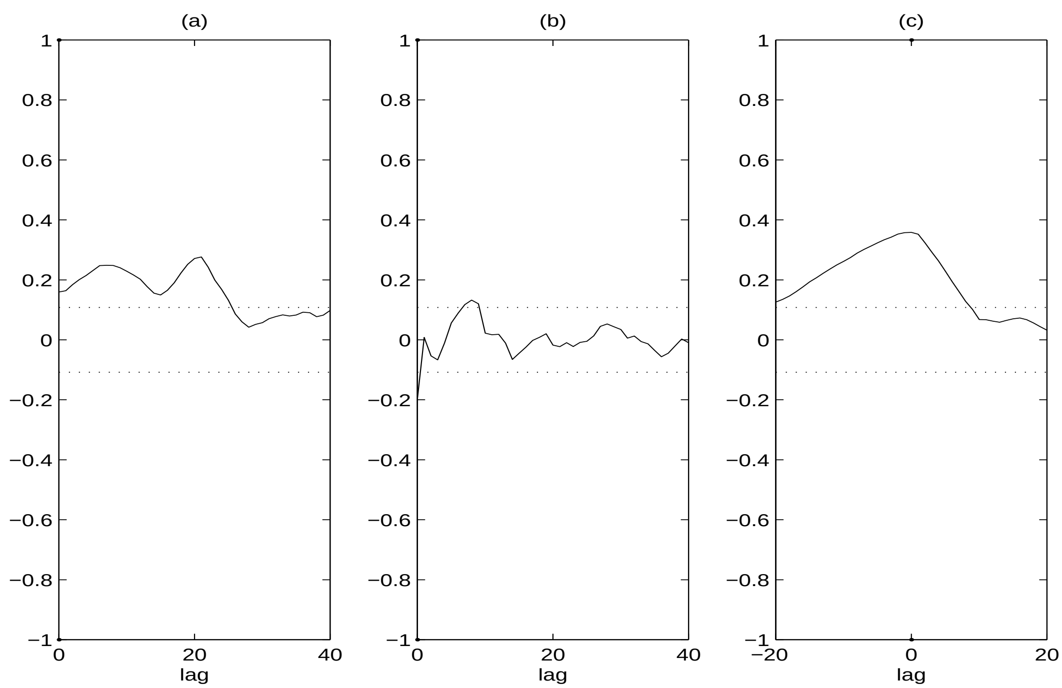


FIGURA 11.1: Funções de correlação cruzada (a,b) entre a variável de saída e duas variáveis candidatas a serem entradas, (c) entre (outras) duas variáveis candidatas a serem entradas.

□

Exemplo 11.2.2. *Sinais de excitação para um oscilador não-linear*

O oscilador de Duffing-Ueda

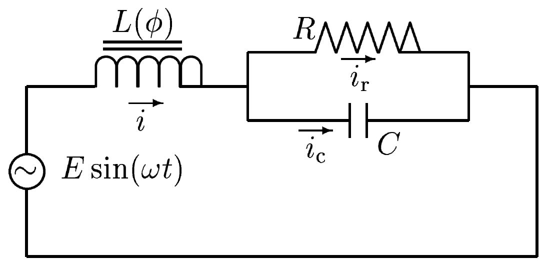


FIGURA 11.2: Circuito do oscilador de Duffing-Ueda, usado no exemplo 11.2.2.

Esse oscilador pode ser descrito pela seguinte equação diferencial:

$$\ddot{y} + k\dot{y} + y^3 = u(t),$$

sendo que no presente exemplo $k = 0,1$.

Mesmo sendo excitado por uma única freqüência, o espectro do sinal de saída do sistema é bastante amplo. Em alguns casos basta um sinal simples, mas de amplitude e freqüência bem determinadas, para excitar um sistema não-linear razoavelmente bem.

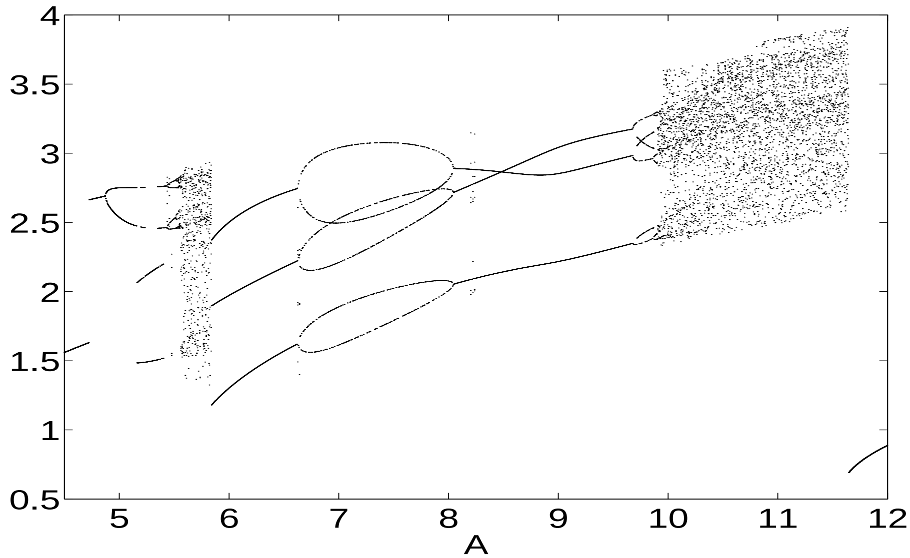


FIGURA 11.3: Diagrama de bifurcação do oscilador da Figura 11.2, com entrada $u(t) = A \cos t$ e $4,5 \leq A \leq 12$.

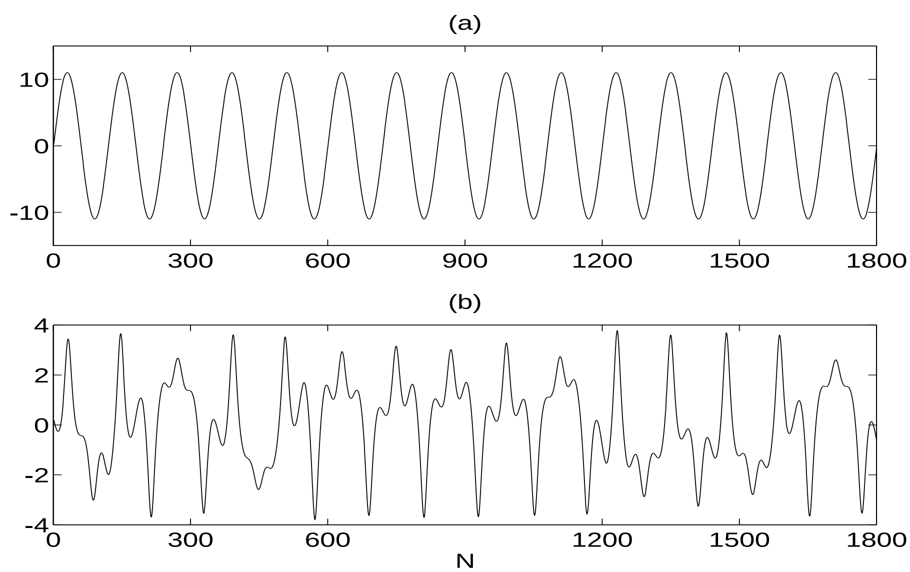


FIGURA 11.4: Resposta do oscilador Duffing-Ueda, mostrado na Figura 11.2, excitado por (a) $u(t) = 11 \cos(t)$, (b) saída, $y(t)$.

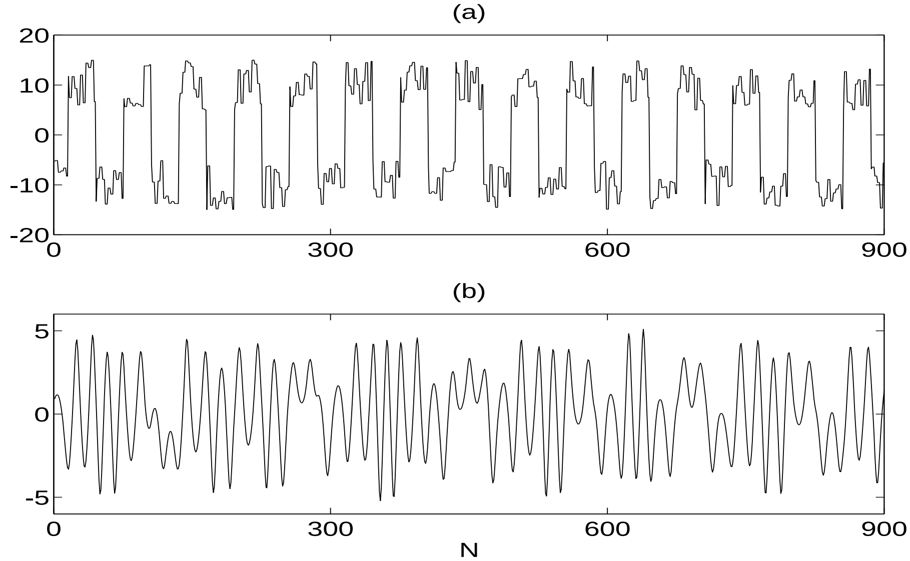


FIGURA 11.5: Resposta do oscilador Duffing-Ueda. (a) $u(t)$ onda quadrada de ω =1 rad/s e amplitude ± 10, com sinal gaussiano de $\sigma_e^2 = 9$, (b) saída, $y(t)$.

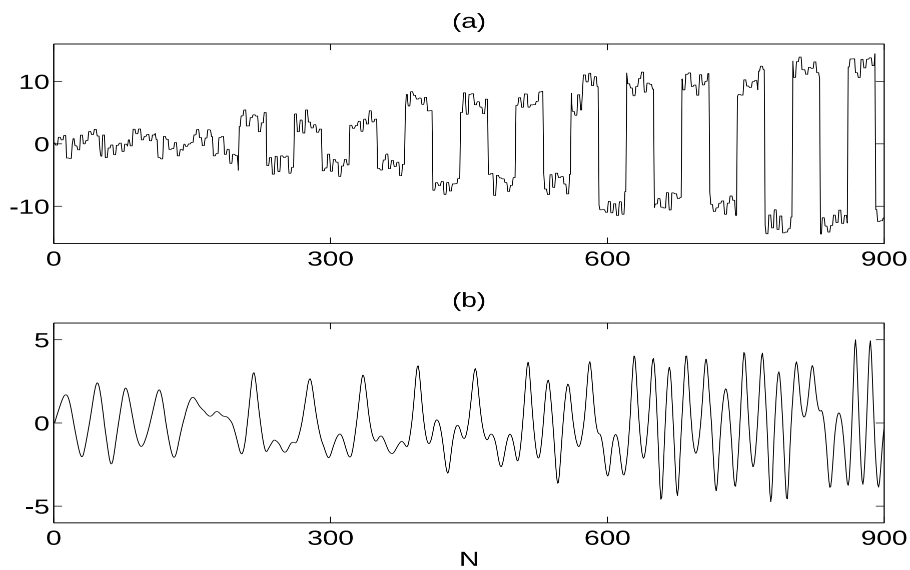


FIGURA 11.6: Resposta do oscilador Duffing-Ueda. (a) $u(t)$ onda quadrada de ω =1 rad/s e amplitude crescente, com sinal gaussiano de $\sigma_e^2 = 9$, (b) $y(t)$.

11.2.3 Escolha do tempo de amostragem

Assume-se que o sinal original $y^*(k)$ foi registrado utilizando-se um tempo de amostragem muito pequeno, ou seja, muito menor do que o necessário. A questão passsa a ser a definição de uma taxa pela qual o sinal observado $y^*(k)$ será decimado de forma a gerar o sinal de trabalho $y(k)$, devidamente amostrado. Deseja-se determinar $\Delta \in \mathbb{N}$ de forma que $y(k) = y^*(\Delta k)$.

Determinam-se as seguintes funções:

$$\begin{aligned} r_{y^*}(\tau) &= \mathrm{E}\left[(y^*(k) - \overline{y^*(k)})(y^*(k-\tau) - \overline{y^*(k)})\right] \\ r_{{y^*}^{2\prime}}(\tau) &= \mathrm{E}\left[(y^{*2}(k) - \overline{y^{*2}(k)})(y^{*2}(k-\tau) - \overline{y^{*2}(k)})\right] \end{aligned}$$

e seus primeiros mínimos, τ_{y^*} $\tau_{{y^*}^{2\prime}}$, respectivamente. O menor desses mínimos passará a ser o valor de trabalho, ou seja, $\tau_{\mathrm{m}}^* = \min[\tau_{y^*},\ \tau_{{y^*}^{2\prime}}]$. D eseja-se escolher Δ de forma que as funções de autocovariância do sinal decimado $y(k) = y^*(\Delta k)$ satisfaçam

$$10 \leq \tau_{\mathrm{m}} \leq 20,$$

sendo que os limites inferior e superior podem ser relaxados para 5 e 25, respectivamente.

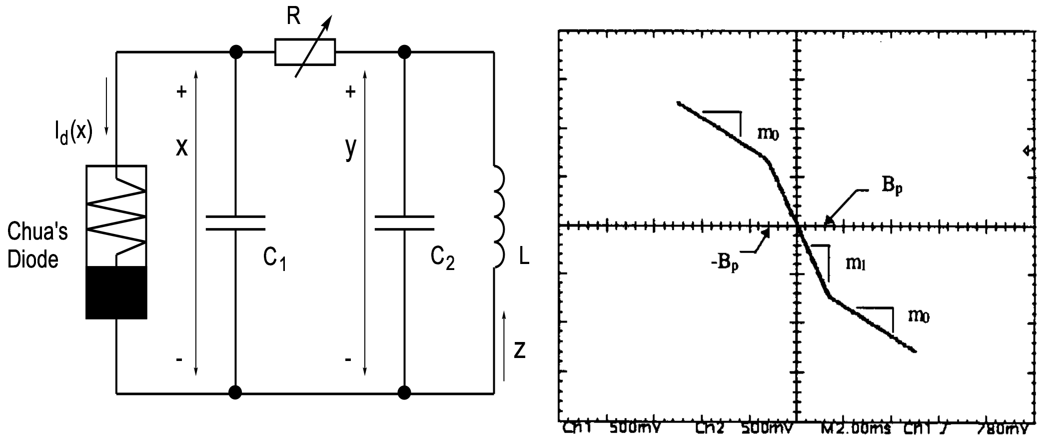
Exemplo 11.2.3. *Escolha do tempo de amostragem*

Seja o sistema de Chua,

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - h(x)) \\ \dot{y} = x \ - \ y \ + \ z, \\ \dot{z} = -\beta y \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} m_1 x + (m_0 - m_1), & x \geq 1 \\ m_0 x, & \mid x \mid \leq 1 \\ m_1 x - (m_0 - m_1), & x \leq -1, \end{cases}$$

com $m_0 = -1/7$, $m_1 = 2/7$, $\alpha = 9$ e $\beta = 100/7$ e $T_{\text{s}} = 0,01$.

(a) (b)



(a) o circuito de Chua e (b) característica corrente-tensão medida para o diodo de Chua implementado.

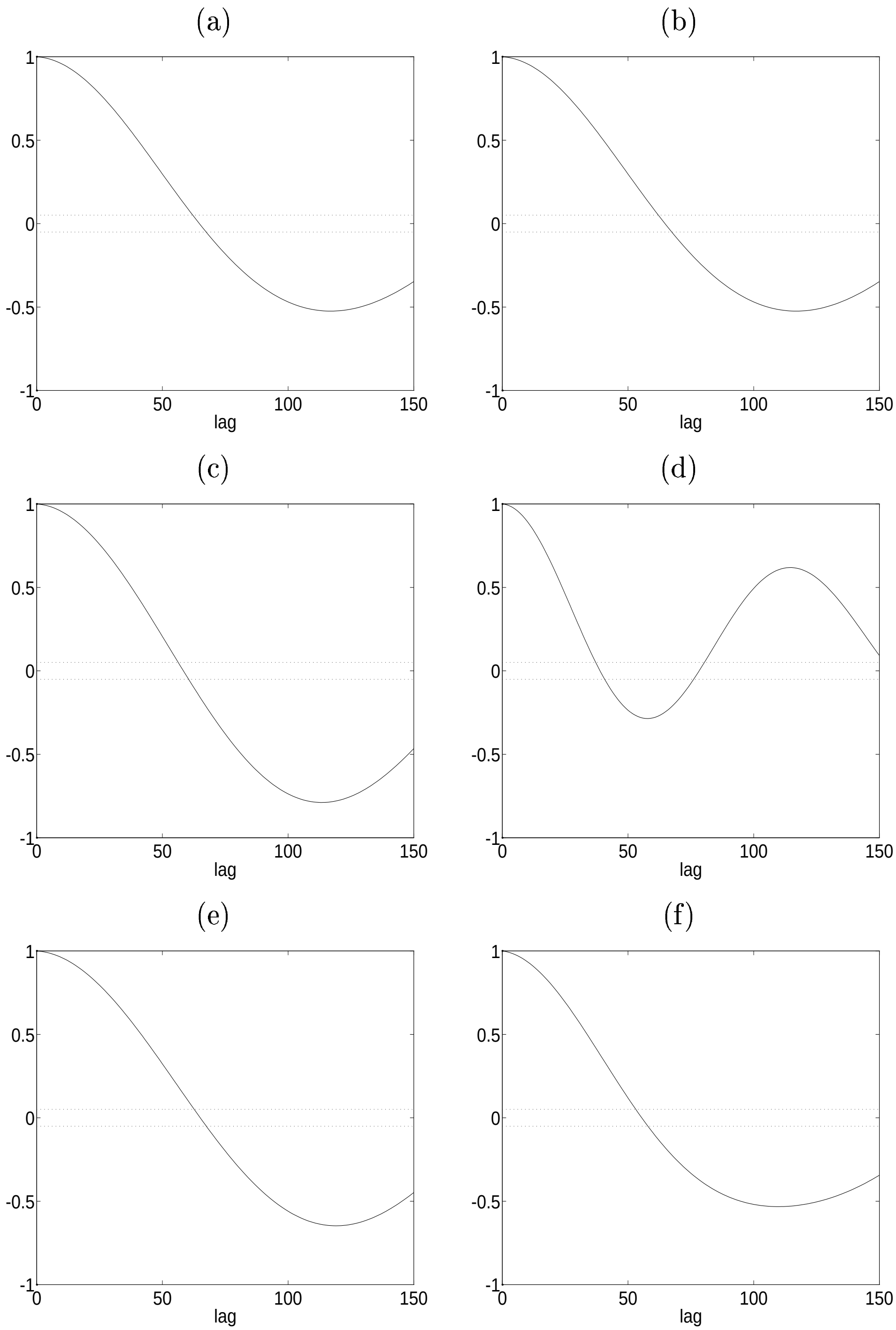


FIGURA 11.7: $r_{y^*}(\tau)$ para o atrator dupla-volta, calculada a partir das componentes (a) x, (c) y e (e) z; $r_{y^*2'}(\tau)$ determinada a partir das componentes (b) x, (d) y e (f) z.

11.3 Seleção da Estrutura de Modelos

11.3.1 Seleção da ordem de modelos lineares

- Cancelamento de pólos e zeros;
- *critério de informação de Akaike* (AIC) definido como

$$AIC(n_\theta) = N \ln[\sigma^2_{\text{erro}}(n_\theta)] + 2n_\theta,$$

  sendo que N é o número de dados, $\sigma^2_{\text{erro}}(n_\theta)$ é a variância do erro de modelagem (erro de predição de um passo à frente ou resíduos) e $n_\theta = \dim[\hat{\boldsymbol{\theta}}]$ é o número de parâmetros no modelo.

- Há outros *critérios de informação* semelhantes. Erro final de predição (FPE) e o critério de informação de Bayes (BIC),

$$\begin{aligned} FPE(n_\theta) &= N \ln[\sigma^2_{\text{erro}}(n_\theta)] + N \ln \left[\frac{N + n_\theta}{N - n_\theta} \right] \\ BIC(n_\theta) &= N \ln[\sigma^2_{\text{erro}}(n_\theta)] + n_\theta \ln N. \end{aligned}$$

- O uso de critérios de informação pressupõe que existe uma ordem predefinida para incluir os termos candidatos seqüencialmente no modelo.

- Uso de coeficiente de agrupamento. A ordem do modelo é a primeira para a qual

$$| \Sigma_y(T_{\rm s}) - \Sigma_{yo}(T_{\rm s}) |< \gamma$$

é satisfeita, sendo que $\gamma \ll 1$. Se um modelo discreto tiver integração então $\Sigma_y = 1$.

1. De posse dos dados $u(k)$ e $y(k)$, $k = 1, 2, 3, ..., N$, obter uma saída modificada calculando-se

$$\tilde{y}(k) = \tilde{y}(k-1) + y(k-1),$$

sendo $\tilde{y}(0) = 0$;

2. para $n_y = 1 \ldots n_{\max}$, estimar parâmetros a partir dos dados $u(k)$ e $\tilde{y}(k)$, $k = 1, 2, \ldots, N$;
3. determinar os coeficientes de agrupamento $\Sigma_{\tilde{y}}$ para os modelos estimados no passo 2. Ou seja, calcular $\Sigma_{\tilde{y}}^{1,1}$, $\Sigma_{\tilde{y}}^{2,2}, \ldots, \Sigma_{\tilde{y}}^{n_{\max},n_{\max}}$;
4. se o primeiro coeficiente de agrupamento que satisfaz

$$| \Sigma_{\tilde{y}}^{i,i} - 1 |< \gamma, \; i = 1, 2, \ldots, n_{\max}$$

para $\Sigma_{\tilde{y}}^{r,r}$ $(1 \leq r \leq n_{\max})$, sendo $\gamma \ll 1$, então uma ordem adequada para o modelo é $n_y = r - 1$.

Exemplo 11.3.1. *Determinação de ordem*

Seja o modelo contínuo

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = u(t),$$

sendo $m{=}20$, $c{=}k{=}5$. O modelo (11.1) foi simulado usando-se uma rotina de integração de Runge-Kutta de quarta ordem (ver seção 1.6), dando origem a dados "contínuos" $\{y(t), u(t)\}$ que foram subseqüentemente "amostrados" com período $T_{\rm s}$, resultando em duas séries com $N = 200$.

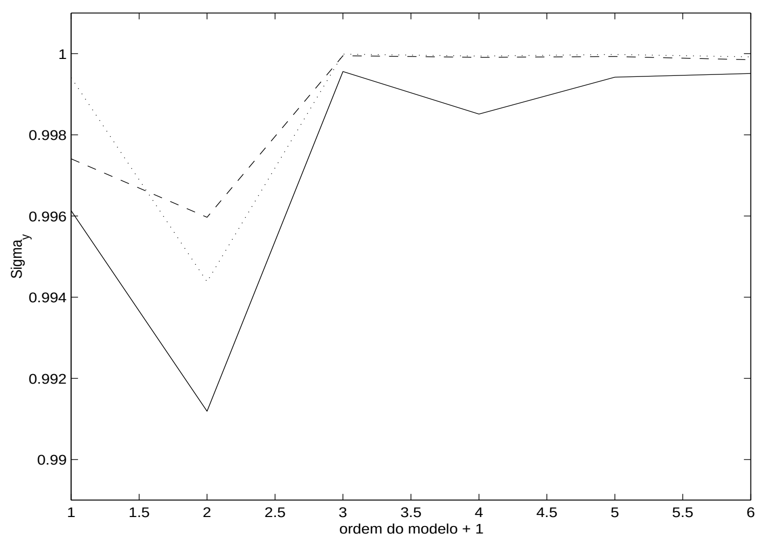


FIGURA 11.8: Coeficiente de agrupamento $\Sigma_{\tilde{y}}$ para: (—) $1/T_{\rm s} = 0,75\,{\rm Hz}$, (- -) $1/T_{\rm s} = 1\,{\rm Hz}$ e $(\cdots)$ $1/T_{\rm s} = 2\,{\rm Hz}$.

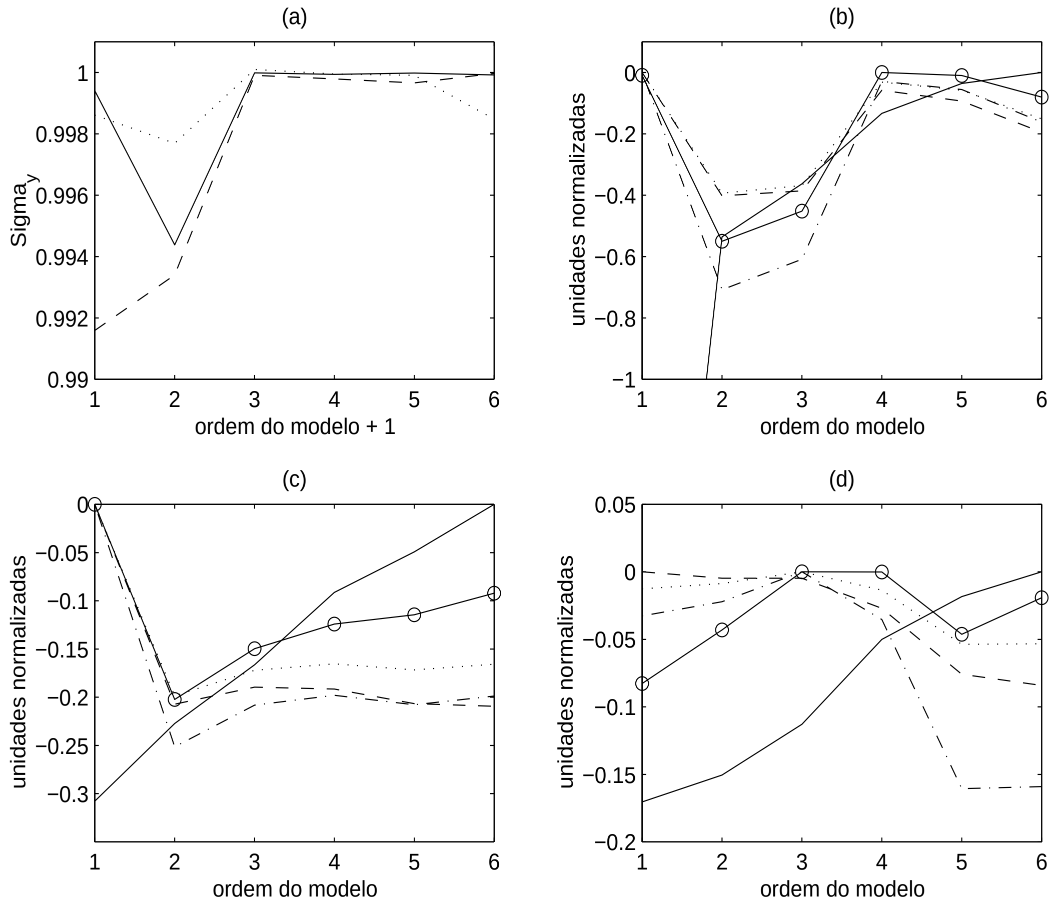


FIGURA 11.9: (a) coeficiente de agrupamento $\Sigma_{\tilde{y}}$ para: (—) sem ruído, (- -) SNR=2,9 e ($\cdots$) SNR=0,74. Para os demais gráficos: (—) teste do determinante, (- -) função de erro, ($\cdots$) FPE, (-·-) AIC e (-○-) BIC, (b) sem ruído, (c) SNR=2,9 e (d) SNR=0,74.

□

11.3.2 Seleção da estrutura de modelos não-lineares

- ERR;
- análise de agrupamento de termos;
- *pruning*.

Exemplo 11.3.2. *Determinação de estrutura de Duffing-Ueda*

A equação do oscilador de Duffing-Ueda foi integrada para obter 900 "observações" com $T_{\rm s}=\pi/30$.

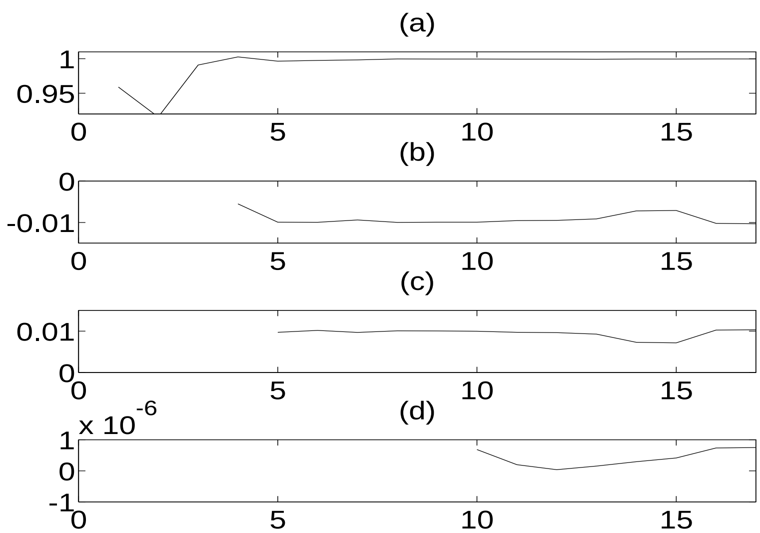


FIGURA 11.10: O eixo das abcissas é o número de termos (regressores) no modelo. (a) Σ_y, (b) Σ_{y^3}, (c) Σ_u and (d) Σ_{u^3}.

Gerou-se um conjunto de termos candidatos tomados apenas dentre os agrupamentos efetivos. Procedeu-se à identificação de modelos exatamente como antes.

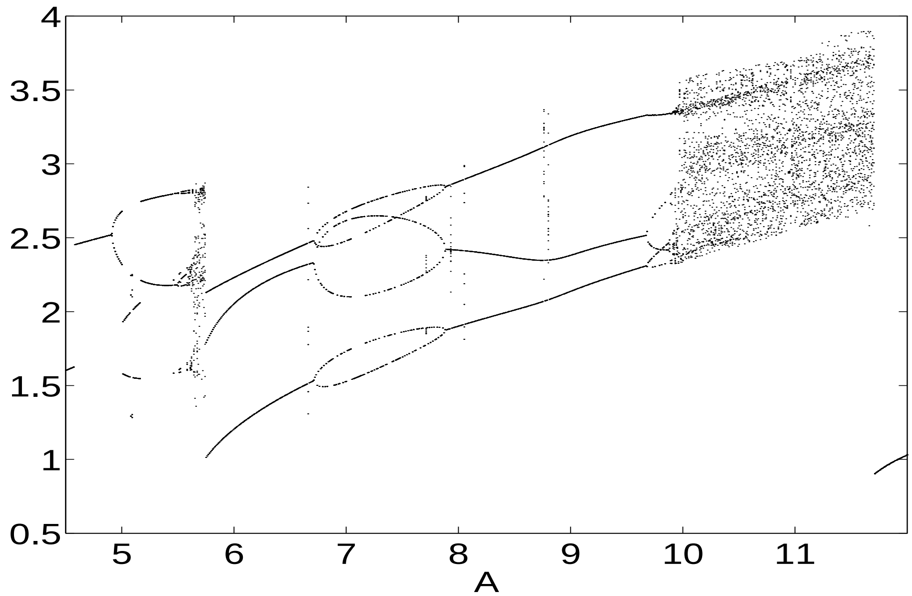


FIGURA 11.11: Diagrama de bifurcação de modelo identificado com 14 termos, escolhidos a partir de agrupamentos efetivos.

□