פתרון תרגיל מספר 5 - מסדי נתונים

שם: מיכאל גרינבאום, **ת.ז:** 211747639

15 בינואר 2020

1. **פתרון:**

(א) **צ"ל:** האם $BG \to E$ מתקיימת?
הוכחה:
כן! נשים לב כי

$$(BG)^+ = BGADEC$$

ולכן $E \in (BG)^+$, ולכן $BG \to E$ מתקיימת

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** האם $CG \to AE$ מתקיימת?
הוכחה:
לא! נסתכל על הדוגמא הנגדית:

A	B	C	D	E	G
0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

נשים לב כי $CG \not\to AE$, וגם $C \to D, CG \to E, DE \to CG$ מתקיימות, והשאר מכילות A, B בצד שמאל ולכן מתקיימות באופן ריק

מ.ש.ל.ב.☺

(ג) **צ"ל:** האם $A \to ABCDEG$ מתקיימת?
הוכחה:
כן! נשים לב כי

$$(A)^+ = ABDECG$$

ולכן $ABCDEG \in (BG)^+$, ולכן $A \to ABCDEG$ מתקיימת

מ.ש.ל.ג.☺

2. **פתרון:**

(א) **צ"ל:** המפתחות של R
הוכחה:
נריץ את האלגוריתם למציאת מפתח יחיד ונקבל AC,
נשים לב שבכל שלב נוסיף רק איבר אחד ו-A לבד לא מפתח, ולכן כל הבאים גם יהיו מפתח

AC

AB → CD

AB

E → B

AE

C → E

~~AC~~

ולכן המפתחות הם: AC, AB, AE

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** האם R ב$BCNF$ או ב$3NF$?

הוכחה:

נשים לב כי $C \to E$ וE הוא לא מפתח על ולא טריוויאלי, ולכן R אינו $BCNF$.
נשים לב כי $AB \to CD$, $AEC \to D$ מכילים מפתח על בצד שמאל ולכן מקיימים את $3NF$,
וגם $E \to B$ מתקיים כי B הוא אטריביוט במפתח AB,
וגם $C \to E$ מתקיים כי E הוא אטריביוט במפתח AE.
לכן, מכיוון שכל תלות מקיימת את הנדרש עבור $3NF$, R הוא $3NF$

מ.ש.ל.ב.☺

(ג) **צ"ל:** האם הפירוק ללא אובדן?

הוכחה:

נריץ את אלגוריתם של פירוק כל $R1, R2$,

A	B	C	D	E
a_1	a_2	a_3	$b_{1,4}$	a_5
a_1	a_2	$b_{2,3}$	a_4	a_5

נשים לב כי $AB \to D$, ולכן $b_{1,4} = a_4$, ונקבל שהשורה הראשונה היא כולה a , ולכן הפירוק הוא ללא אובדן.

מ.ש.ל.ג.☺

(ד) **צ"ל:** אלו תלויות נשמרות?

הוכחה:

i. נתחיל מ־ $C \to E$, נגדיר $z = C$, נשים לב כי

$$(z \cap R_1)^+ = (C \cap ABCE)^+ = C^+ = CEB$$
$$z = z \cup \left[(z \cap R_1)^+ \cap R_1\right] = z \cup [CEB \cap ABCE] = BCE$$

ולכן $E \in z$, כלומר התלות נשמרת

ii. נמשיך עם $AEC \to D$, נגדיר $z = AEC$, נשים לב כי

$$(z \cap R_2)^+ = (z \cap ABDE)^+ = (AE)^+ = AEBCD$$
$$z = z \cup \left[(z \cap R_2)^+ \cap R_2\right] = z \cup [ABCDE \cap ABCE] = ABCE$$

ולכן $D \in z$, כלומר התלות נשמרת

iii. נמשיך עם $E \to B$, נגדיר $z = E$, נשים לב כי

$$(z \cap R_2)^+ = (z \cap ABDE)^+ = (E)^+ = EB$$
$$z = z \cup \left[(z \cap R_2)^+ \cap R_2\right] = z \cup [EB \cap ABCE] = EB$$

ולכן $B \in z$, כלומר התלות נשמרת

iv. נמשיך עם $AB \to CD$, נגדיר $z = AB$, נשים לב כי

$$(z \cap R_1)^+ = (z \cap ABCE)^+ = (AB)^+ = ABCDE$$
$$z = z \cup \left[(z \cap R_1)^+ \cap R_1\right] = z \cup [ABCDE \cap ABCE] = ABCE$$
$$(z \cap R_2)^+ = (ABCE \cap ABDE)^+ = (ABE)^+ = ABCDE$$
$$z = z \cup \left[(z \cap R_2)^+ \cap R_2\right] = z \cup [ABCDE \cap ABDE] = ABCDE$$

ולכן $CD \subseteq z$, כלומר התלות נשמרת

לכן יצא שכל התלויות נשמרות.

מ.ש.ל.ד.☺

(ה) **צ"ל:** כיסוי מינימלי F_{R_1}

הוכחה:

תחילה נחשב את F_{R_1}:

	$A^+ \to A$	$B^+ \to B$	$C^+ \to CEB$	$E^+ \to EB$	
$(CE)^+ \to CEB$	$(AB)^+ \to ABCE$	$(AC)^+ \to ABCE$	$(AE)^+ \to ABCE$	$(BC)^+ \to BCE$	$(BE)^+ \to BE$
	$(ABC)^+ \to ABCE$	$(ABE)^+ \to ABCE$	$(ACE)^+ \to ABCE$	$(BCE)^+ \to BCE$	
			$(ABCE)^+ \to ABCE$		

עתה נבצע שלב ראשון:

ונקבל ללא דברים טריוויאלים

$$\{C \to B, C \to E, E \to B, CE \to B, AB \to C, AB \to E, AC \to B, AC \to E\}$$
$$\cup \{AE \to B, AE \to C, BC \to E, ABC \to E, ABE \to C, ACE \to B\}$$

עכשיו נבצע שלב שלישי לסינון עזר:

$$\{C \to E, E \to B, AE \to C, AB \to E\}$$

נשים לב שאין מה להוציא בשלב השני מצד שמאל שישאיר את אותם תלויות,
ולכן אין צורך בביצוע שלב שלישי כי לא השתנה מאז הפעם הקודמת שביצענו אותו ולכן הכיסוי המינימלי הוא $\{C \to E, E \to B, AB \to E, AE \to C\}$,
נשים לב ש־ $C \to E$ מקיים ש־ C לא מפתח על והתלות היא לא טריוויאלית, ולכן היחס הוא לא $BCNF$.
נשים לב כי $ABCE$ הם אטריביוטים במפתחות, ולכן כל התלויות הן מקיימות את התנאי של $3NF$ ולכן היחס הוא $3NF$

מ.ש.ל.ה.☺

(ו) **צ"ל:** כיסוי מינימלי F_{R_2}

הוכחה:

תחילה נחשב את F_{R_2}:

	$A^+ \to A$	$B^+ \to B$	$D^+ \to D$	$E^+ \to EB$	
$(DE)^+ \to EB$	$(AB)^+ \to ABDE$	$(AD)^+ \to AD$	$(AE)^+ \to ABDE$	$(BD)^+ \to BD$	$(BE)^+ \to BDE$
	$(ABD)^+ \to ABDE$	$(ABE)^+ \to ABDE$	$(ADE)^+ \to ABDE$	$(BDE)^+ \to BDE$	
			$(ABDE)^+ \to ABDE$		

עתה נבצע שלב ראשון:

ונקבל ללא דברים טריוויאלים

$$\{E \to B, DE \to B, AB \to D, AB \to E, AE \to B\}$$
$$\cup \{AE \to D, ABD \to E, ABE \to D, ADE \to B\}$$

עכשיו נבצע שלב שלישי לסינון עזר:

$$\{E \to B, AE \to D, AB \to E\}$$

נשים לב שאין מה להוציא בשלב השני מצד שמאל שישאיר את אותם תלויות,
ולכן אין צורך בביצוע שלב שלישי כי לא השתנה מאז הפעם הקודמת שביצענו אותו ולכן הכיסוי המינימלי הוא $\{E \to B, AB \to E, AE \to D\}$,
נשים לב ש־ $E \to B$ מקיים ש־ E לא מפתח על והתלות היא לא טריוויאלית, ולכן היחס הוא לא $BCNF$.
נשים לב כי AB, AE, E הם מפתחות על, ולכן כל התלויות הן מקיימות את התנאי של $3NF$ ולכן היחס הוא $3NF$

מ.ש.ל.ו.☺

(ז) **צ"ל:** האם הפירוק הוא ללא אובדן?
הוכחה:
נריץ את אלגוריתם של פירוק כל R_1, R_2, R_3, R_4,

A	B	C	D	E
a_1	$b_{1,2}$	$b_{1,3}$	$b_{1,4}$	a_5
a_1	a_2	a_3	$b_{2,4}$	$b_{2,5}$
$b_{3,1}$	a_2	$b_{3,3}$	a_4	a_5
$b_{4,1}$	$b_{4,2}$	a_3	a_4	$b_{4,5}$

לאחר הרצה נקבל:

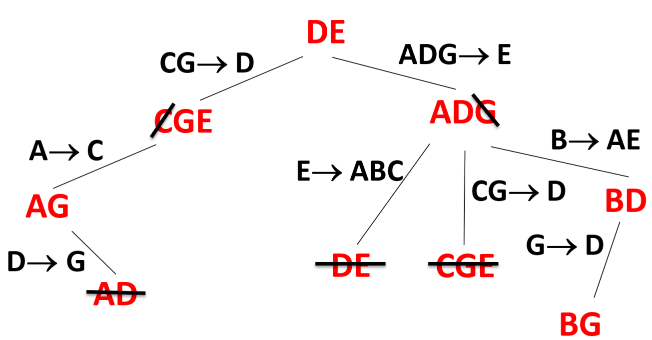
A	B	C	D	E
a_1	a_2	a_3	$b_{1,4}$	a_5
a_1	a_2	a_3	$b_{1,4}$	a_5
$b_{3,1}$	a_2	$b_{3,3}$	a_4	a_5
$b_{4,1}$	a_2	a_3	a_4	a_5

נשים לב שאין שורה שכולה עם a ולכן יש אובדן):

מ.ש.ל.ז.☺

3. **פתרון:**

(א) **צ"ל:** המפתחות של R
הוכחה:
נריץ את האלגוריתם למציאת מפתח יחיד ונקבל DE,
נשים לב שבכל שלב נוסיף רק איבר אחד ו־A לבד לא מפתח, ולכן כל הבאים גם יהיו מפתח



ולכן המפתחות הם: AD, GE, AG, DE, BD, BG

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** האם R הוא $BCNF$?
הוכחה:
לא! נשים לב כי $D \rightarrow G$ היא לא תלות טריוויאלית וגם D הוא לא מפתח על, ולכן R אינו $BCNF$

מ.ש.ל.ב.☺

(ג) **צ"ל:** האם R הוא $3NF$?
הוכחה:
לא! נשים לב כי $A \rightarrow C$ מתקיים כי A לא מפתח על וC הוא לא אטריביוט במפתח ולכן היחס אינו $3NF$.

מ.ש.ל.ג.☺

(ד) **צ"ל:** כיסוי מינימלי לF
הוכחה:
נפעיל את השלב הראשון ונקבל

$$F = \{ADG \rightarrow E, A \rightarrow C, CG \rightarrow D, E \rightarrow A, E \rightarrow B, E \rightarrow C, B \rightarrow A, B \rightarrow E, D \rightarrow G\}$$

נפעיל את השלב השני ונקבל

$$F = \{AG \rightarrow E, A \rightarrow C, CG \rightarrow D, E \rightarrow A, E \rightarrow B, E \rightarrow C, B \rightarrow A, B \rightarrow E, D \rightarrow G\}$$

נפעיל את השלב השלישי ונקבל

$$F = \{CG \rightarrow D, B \rightarrow A, B \rightarrow E, D \rightarrow G, AG \rightarrow E, A \rightarrow C, E \rightarrow B\}$$

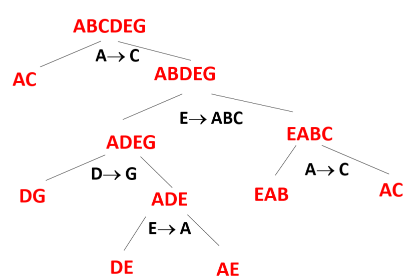
וזהו הכיסוי המינימלי

מ.ש.ל.ד.☺

(ה) **צ"ל:** פירוק $3NF$
הוכחה:
הפירוק: $AGE, AC, CGD, EB, BA, BE, DG$,
לאחר שנוציא את המיותרות נקבל AGE, AC, CDG, AB, BE
נשים לב כי GE הוא מפתח ולכן לא צריך להוסיף סכימה למפתח כי GE נמצא באחת הסכימות.

מ.ש.ל.ה.☺

(ו) **צ"ל:** פירוק $BCNF$
הוכחה:



לכן הטבלאות שלנו הם AC, DG, DE, EAB

מ.ש.ל.ו.☺

(ז) **צ"ל:** האם משמר תלויות?
הוכחה:
לא! נראה שהפירוק לא משמר את $CG \rightarrow D$, נגדיר $z = CG$,

$$z = z \cup \left[(z \cap R_1)^+ \cap R_1\right] = z \cup \left[(C)^+ \cap AC\right] = CG = z$$
$$z = z \cup \left[(z \cap R_2)^+ \cap R_2\right] = z \cup \left[(G)^+ \cap DG\right] = CG = z$$

נשים לב ששאר הטבלאות לא מכילות את $z = CG$, לכן הסגור יהיה ריק ולכן z לא יתעדכן, כלומר לא נגיע לכך ש$D \in z$, ולכן התלות לא נשמרת

מ.ש.ל.ז.☺

4. **פתרון:**

(א) **צ"ל:** האם $3NF$ בR גורר $3NF$ בR_1

הוכחה:

לא! נבחר $R = ABCD, R_1 = ABD$, $F = \{A \to B, BC \to AD\}$,

נשים לב כי BC מפתח ולכן $BC \to AD$ מקיים את הנדרש, וגם B אטריביוט במפתח ולכן $A \to B$ מקיים את הנדרש, ולכן R הוא $3NF$.

עתה נשים לב כי $F_{R_1} = \{A \to B\}$, ונשים לב כי A הוא לא מפתח על בR_1, התלות לא טריוויאלית וגם B לא אטריביוט במפתח בR_1 כי המפתח היחיד הוא AD

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** האם $BCNF$ אם"ם $3NF$?

הוכחה:

כן! תחילה ראינו כי $BCNF \to 3NF$ ולכן נשאר רק הכיוון ההפוך,

תהי $X \to A \in F$, אם X הוא מפתח על או שהתלות טריוויאלית אז התלות היא מקיימת את תנאי ה$BCNF$ וסיימנו, אחרת מתקיים A הוא אטריביוט במפתח, לכן קיים מפתחשנסמנו ב־ Y שמכיל את A,

עתה לפי אלגוריתם מציאת המפתחות, נוכל למצוא מפתח שלא מכיל A בכך שנסתכל על $Y \setminus \{A\} \cup X$ ונצמצם אותו.

נשים לב כי $A \notin X$ כי התלות לא טריוויאלית, ולכן $A \notin Y \setminus \{A\} \cup X$, ולכן נמצא מפתח אחר שלא מכיל את A.

כלומר יש מפתח שמכיל את A ואחד אחר שלא מכיל את A, בסתירה לכך שקיים בדיוק מפתח אחד. ולכן המקרה הזה לא אפשרי.

לכן לכל $X \to A \in F$, מתקיים ש X הוא מפתח על או שהתלות טריוויאלית ולכן התלות היא מקיימת את תנאי ה$BCNF$.

לכן מתקיים כי R הוא ב$BCNF$

מ.ש.ל.ב.☺

(ג) **צ"ל:** $k < n$?

הוכחה:

לא! נסתכל על $R = ABCD$, $F = \{A \to B, A \to C, B \to D, C \to D\}$

נשים לב שיש מפתח אחד בלבד והוא A,

עתה נשים לב כי F הוא בעצמו כיסוי מינימלי כי הוא כבר מקיים את 2 הדרישות הראשונות (בצד שמאל וימין יש רק איבר אחד)

ואי אפשר לתאר תלות אחת בעזרת האחרות, ולכן $k = 4 = n$, כלומר $k \nless n$

מ.ש.ל.ג.☺