

## הסתברות 1 - תרגיל 7

1. במשחק מטיילים 3 קוביות הוגנות. השחקן מהמר על מספר בין 1 ל-6. הוא מרוויח את ההימור שלו כפול מספר הקוביות שמראות את המספר שבחר (כך שאם אף קוביה לא מראה את המספר, הוא מפסיד את סכום ההימור, ואם שתיים מראות אז הוא מקבל פי שניים ממה שהימר, וכד').

(א) חשבו את תוחלת הזכיות של השחקן.

(ב) חשבו את שונות הזכיות.

2. מוציאים 3 כדורים ללא החזרה, מתוך כד המכיל 5 כדורים לבנים ו-8 כדורים אדומים. יהי  $X_i = 1$  אם הכדור ה- $i$  שמוצא לבן, ו- $X_i = 0$  אם הוא אדום, כאשר  $i = 1, 2, 3$ . מצאו את פונקציית ההסתברות המשותפת של-

(א)  $X_1, X_2, X_3$

(ב)  $X_1, X_2$

3. חשבו את השונות של המ"מ הבאים:

(א) המ"מ שמתואר בשאלה 1 של תרגיל 6.

(ב) המ"מ שמתואר בשאלה 3 של תרגיל 6.

4. כמה קטנה יכולה להיות השונות המשותפת  $Cov(X_i, X_j)$  אם ידוע ש- $X_1, X_2, \dots, X_n$  הם מ"מים המתפלגים  $Ber(\frac{1}{2})$ , וכי כל השונות המשותפות שוות, כלומר לכל  $i \neq j$  ו- $k \neq \ell$  מתקיים  $Cov(X_i, X_j) = Cov(X_k, X_\ell)$ . תנו דוגמה שבה המינימום מתקבל.

**הדרכה:** הסתכלו על המשתנה המקרי  $X = \sum_{i=1}^n X_i$ .

5. 10 זוגות של כדורים מסודרים באקראי במעגל (כלומר כל הסידורים שווים הסתברות). בכל זוג יש כדור כחול וכדור ירוק. יהי  $X$  מספר הכדורים הכחולים שישוברים ליד בן זוגם. חשבו את  $E[X]$  ואת  $Var[X]$ .

6. פיתרון את הסעיפים הבאים:

(א) הוכיחו את טענה 1 בחלק 4 של סיכום תרגול 7.

(ב) תנו דוגמא למ"מ  $X, Y$  שמקיימים  $Cov(X, Y) = 0$  אבל  $X, Y$  אינם ב"ת.