

# אלגברה לינארית 1 תשע"ח - תרגיל 1

התרגיל להגשה דרך אתר הקורס עד ה-29 למרץ בשעה 22:00.

- כתבו את המספר המרוכב  $5 - 5i$  בצורה פולארית.
- כתבו את המספר המרוכב  $(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)^{33}$  בצורה קרטזית.
- כתבו את המספרים המרוכבים הבאים בצורה קרטזית (כלומר בצורה  $x + yi$  עבור  $(x, y) \in \mathbb{R}$ ):
  - $(4 - 9i)(-2 - 5i)$
  - $(7 - i)^3$
  - $\frac{2+i}{4+3i}$
  - $\frac{i}{1-i} + \frac{1-i}{i}$
- מצאו את כל  $z \in \mathbb{C}$  שמקיימים את המשוואה
  - $z^2 - 6z + 10 = 0$
  - $z^2 - 2iz + 3 = 0$
  - $z^2 + (-4 + 2\sqrt{3}i)z + (3 - 2\sqrt{3}i) = 0$
  - $z^4 + 16 = 0$
- נתון כי הצורה הפולארית של  $z \in \mathbb{C}$  היא  $z = r \operatorname{cis} \theta$ ,  $0 \neq z$ . כיתבו את הצורה הפולארית של  $\bar{z}$  ושל  $z^{-1}$ .
- נתון כי הצורה הפולארית של  $z = a + bi \in \mathbb{C}$  היא  $z = r \operatorname{cis} \theta$ . כמו כן נתון כי  $b < 0 < a$  ו  $|b| < |a|$ . מהו הטווח האפשרי עבור  $\theta$ ?
- נתונים שלושה מספרים מרוכבים  $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$  כך ש-  $z_1 z_2 = z_3$ . הצורות הפולאריות שלהם הן  $z_1 = r_1 \operatorname{cis} \theta_1$ ,  $z_2 = r_2 \operatorname{cis} \theta_2$ ,  $z_3 = r_3 \operatorname{cis} \theta_3$ . כמו כן נתון כי  $\frac{10\pi}{9} < \theta_1 < \frac{11\pi}{9}$ ,  $\frac{11\pi}{9} < \theta_2 < \frac{13\pi}{9}$ . מהו הטווח האפשרי עבור  $\theta_3$ ?
- נתונים שלושה מספרים מרוכבים  $z_1 = a + bi$ ,  $z_2 = c + di$ ,  $z_3 = e + fi \in \mathbb{C}$  כך ש-  $z_1 z_2 = z_3$ . כמו כן נתון כי  $0 < d < -c$  וגם  $0 < e < -f$ . אלו מהטענות הבאות נכונות? אם הטענה נכונה, הוכיחו אותה. אם לא, הביאו דוגמא נגדית.
  - $0 < a$
  - $0 > b$
  - $0 < a + b$
- יהי  $k$  מספר טבעי ו  $z \in \mathbb{C}$ .
  - הוכיחו כי ל  $z$  יש שורש מסדר  $k$ . כלומר, הוכיחו כי קיים  $w \in \mathbb{C}$  כך ש  $w^k = z$ .
  - נניח ש  $k = 2$  ו  $z \neq 0$ . האם  $w$  יחיד? הוכיחו תשובתכם!