

# פתרון תרגיל מספר 1 - חישוביות וסיבוכיות

שם: מיכאל גרינבאום, ת.ז: 211747639

27 במרץ 2020

## שאלה 4:

### סעיף 1:

צ"ל:  $\bar{L}$  זאת שפה רגולרית

הוכחה:

תהי  $L$  שפה רגולרית, כלומר קיים אוטומט  $A = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta, F \rangle$  כך ש-  $L(A) = L$ .  
נגדיר אוטומט  $A' = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta, F' = Q \setminus F \rangle$ , נראה כי  $L(A') = \bar{L}$ .  
תהי  $w \in \Sigma^*$  מילה, נשים לב כי  $\delta^*(q_0, w) = \delta'^*(q_0, w)$  בגלל שמרחב המצבים, המצב ההתחלתי ופונקציות המצבים של האוטומטים שווים.  
לכן נשים לב כי

$$w \in \bar{L} \Leftrightarrow w \notin L \Leftrightarrow w \notin L(A) \Leftrightarrow \delta^*(q_0, w) \notin F \Leftrightarrow \delta^*(q_0, w) \in Q \setminus F \Leftrightarrow \delta'^*(q_0, w) \in Q \setminus F \Leftrightarrow w \in L(A')$$

לכן  $L(A') = \bar{L}$ , כלומר הראנו כי קיים אוטומט  $A'$  כך ש-  $L(A') = \bar{L}$ , כלומר  $\bar{L}$  רגולרית, כנדרש.  
**מסקנה:** השפות הרגולריות סגורות תחת משלים

מ.ש.ל.א. ☺

### סעיף 2:

צ"ל:  $L_1 \cap L_2$  רגולרית

הוכחה:

נתייחס בלי הגבלת הכלליות לפי הנימוק שניתן בהרצאה שיש ל-  $L_1, L_2$  אותה שפה (איחוד השפות שלהן) נשים לב כי

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$$

אנחנו יודעים מהסעיף הקודם כי  $\overline{L_1}, \overline{L_2}$  רגולריות כי  $L_1, L_2$  רגולריות, עתה מההרצאה אנחנו יודעים כי איחוד של שפות רגולריות זה שפה רגולרית ולכן  $\overline{L_1} \cup \overline{L_2}$  שפה רגולרית.  
עתה שוב מהסעיף הקודם נקבל כי  $\overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}} = L_1 \cap L_2$  שפה רגולרית, כנדרש.  
**מסקנה:** השפות הרגולריות סגורות תחת חיתוך

מ.ש.ל.ב. ☺