פתרון תרגיל מספר 1 ־ רשתות נוירונים בתמונות

שם: מיכאל גרינבאום, **ת.ז:** 211747639, **שם:** ניבי שנקר, **ת.ז:** 207227687

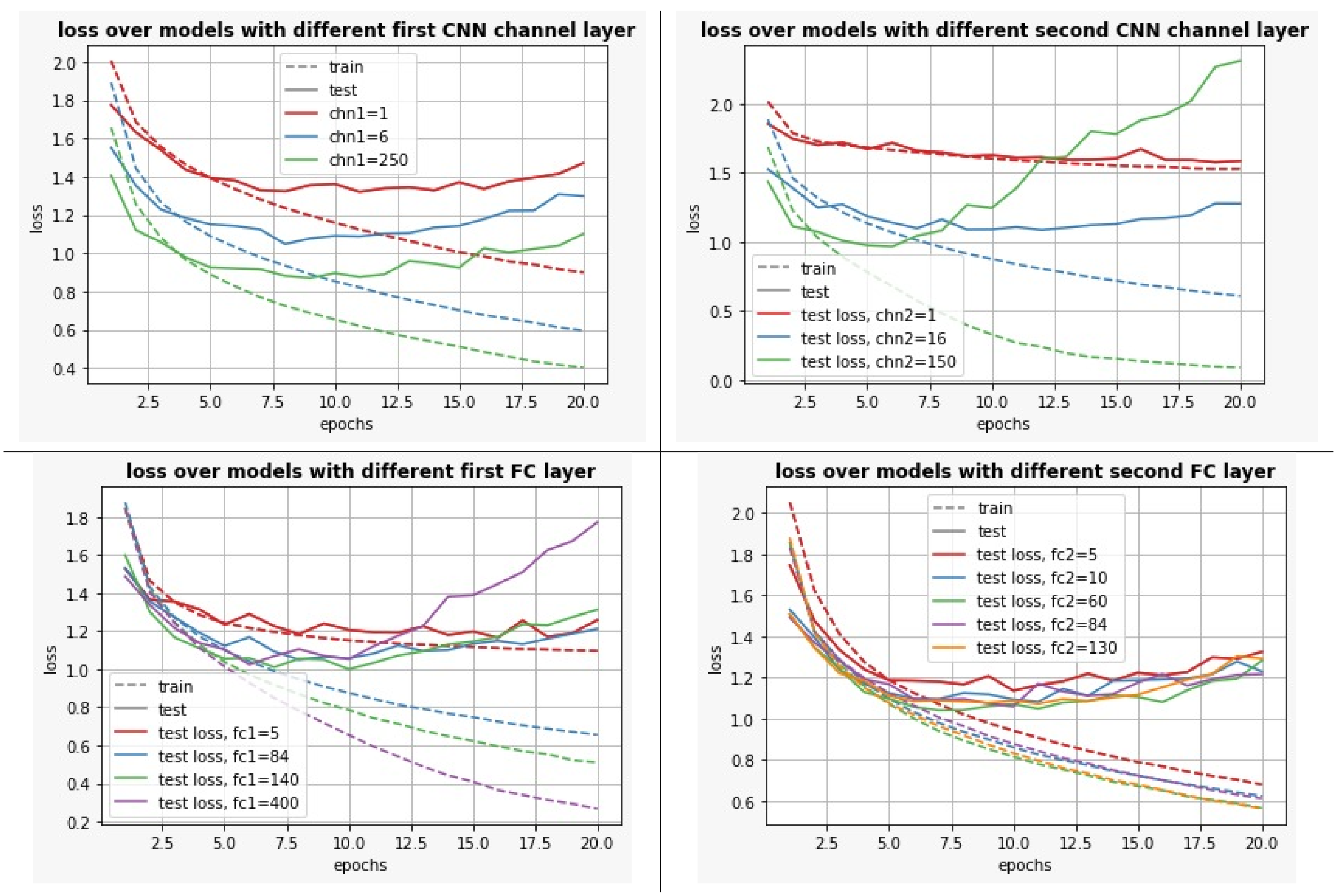
6 באפריל 2021

1. **חלק מעשי:**

(א) **צ"ל:** כיצד הרשת מתנהגת עם פרמטרים שונים, מתי מתרחש $overfit$ ו־ $underfit$

הוכחה:

שינינו ארבעה פרמטרים ־ את מספר הפילטרים בשכבת הקונבולוציה הראשונה, מספר הערוצים בשכבת הקונבולוציה, גודל שכבת ה־FC הראשונה וגודל שכבת ה־FC השנייה, ובדקנו אילו פרמטרים יובילו ל־ $overfit$ ו־ $underfit$.
בשכבות הקונבולוציות בחרנו בפרמטרים קיצוניים (כגון 1 ו־ 150) ובשכבות $fully - connected$ בחרנו פרמטרים (כגון 5 כדי להקטין את המידע ו־ 400 כדי להגיע ליותר מדי מידע)



נשים לב שכאשר שינינו את שכבת הקונבולוציה הראשונה לפילטר בודד קיבלנו $underfit$. תוצאה זו תואמת לציפיות שלנו־ הרשת לא מצליחה להוציא מספיק מידע על התמונה כדי להצליח במשימה (הקו האדום). באותו אופן גם כאשר

שינינו את שכבת הקונבולוציה השנייה לפילטר בודד קיבלנו $underfit$ (הקו האדום).
קיבלנו גם $underfit$ ב־ 5 נוירונים בשכבת ה־ FC הראשונה מסיבה דומה (הקו האדום).

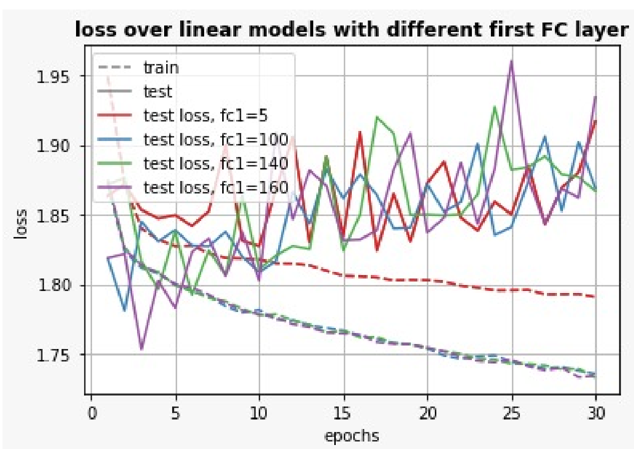
נשים לב שכאשר השתמשנו ב־150 פילטרים בשכבת הקונבולוציה השנייה קיבלנו $overfit$, תוצאה שתואמת לציפיות שלנו כיוון שהרשת מוציאה יותר מדי מידע על התמונות ב־train ומאבדת את היכולת להכליל (הקו הירוק). נשים לב שכאשר הגדרנו את גודל שכבת ה־ $fully-connected$ הראשונה להיות 400 נוירונים קיבלנו $overfit$. כמו במקרה הקודם, הרשת מאבדת את היכולת להכליל (הקו הירוק).

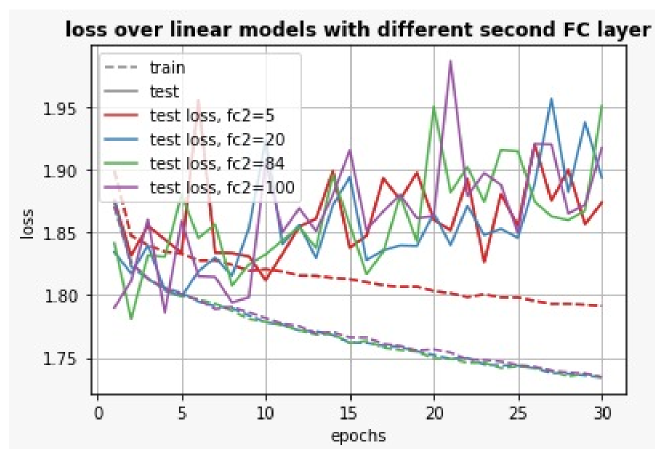
נשים לב שבתהליך האימון הגענו לשגיאה מינימלית על ה־$test-set$ לרוב באפוקים $7-5$. כלומר, כדאי לעצור לאחר אימון על 7־5 אפוקים על מנת להימנע מ־$overfit$.

נשים לב ששגיאת המינימלית על ה־$test-set$ התקבלה כאשר השתמשנו ב־ 250 פילטרים בשכבת הקונבולוציה הראשונה.

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** כיצד הרשת מתנהגת רק עם רכיבים לינאריים ועם פרמטרים שונים לגודל שכבת ה־ $fully-connected$, כדי לראות $overfit$ ו־ $underfit$.
הוכחה:
שינינו את מספר הנוירונים של כל אחת משתי שכבות ה־$fully-connected$ ברשת. בחרנו פרמטרים גדולים וקטנים מהפרמטרים המקוריים ובחרנו גם מספר קטן מ־10 (5) על מנת להראות $underfit$.



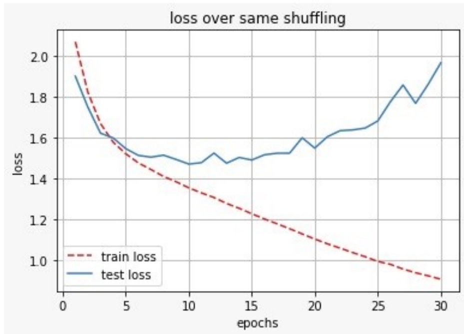


נשים לב לאבחנה הבאה: הרכבה של פונקציה לינארית עם פונקציה לינארית יתן פונקציה לינארית. מהסיבה הזאת, הבעיה שקולה למציאת הפונקציה הלינארית הטובה ביותר למזעור שגיאת ה־$train$ מ־ $\mathbb{R}^{32\times32}\to\mathbb{R}^{10}$, ללא תלות בכמות הנוירונים ברשת (כל עוד מספר הנוירונים גדול מ־ 10).

מהסיבה הזאת, כל הרשתות שלימדנו מתנהגות באותן מאוד דומה, כפי שניתן לראות בגרפים. המודל עם 5 נוירונים הוא היחיד שמתנהג באופן מעט שונה ואינו מצליח ללמוד, זה כיוון שה־ rk של הפונקציה הנוצרת הוא לכל היותר 5 ולא יוכל לתאר פונקציה לינארית כללית מ־ $rk=10$.

מ.ש.ל.ב.☺

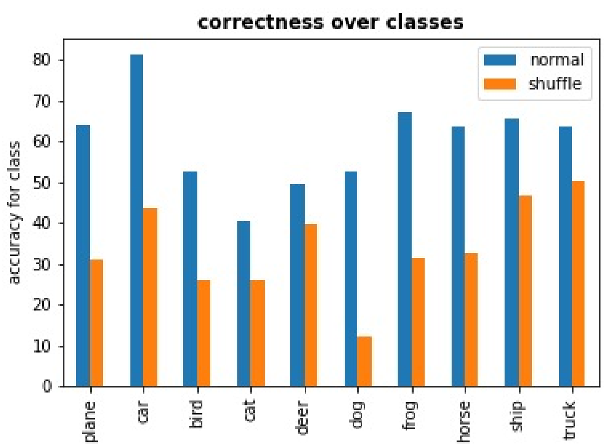
(ג) **צ"ל:** להראות כיצד המודל לומד תחת פרמוטציה של התמונות
הוכחה:
התוצאות שלנו:



ניתן לראות שהשגיאה של המודל גדולה הרבה יותר מהסעיפים הקודמים, מה שמראה שיש חשיבות למיקום היחסי של הפיקסלים בשכבות קובנולוציה.

מ.ש.ל.ג.☺

(ד) **צ"ל:** להראות כיצד המודל לומד תחת פרמוטציה של התמונות בכל שלב בלמידה
הוכחה:
התוצאות שלנו:



ניתן לראות שהמודל מצליח לזהות בהצלחה מרובה חלק מהקלאסים וחלק מהקלאסים בקושי מצליח.
הסיבה לכך היא שכאשר מערבבים את מיקומי הפיקסלים ההמודל יכול ללמוד רק את יחסי הצבעים בתמונות. לכן, המודל מצליח בקלאסים שיחס הצבעים בהם מתארים את הקלאס (כמו משאיות וצפרדעים) ונכשל בקלאסים שמיקומי הצבעים מאוד משנים את הזיהוי שלהם (כמו כלבים).

לעומת זאת ניתן לראות שהמודל הרגיל מצליח לזהות את כל הקלאסים בהצלחה די גבוהה.

מ.ש.ל.ד.☺

2. **פתרון:**

(א) **צ"ל:** $L\left[x\left(t+s\right)\right]\left(y\right)=L\left[x\left(t\right)\right]\left(y+s\right)$
הוכחה:
נגדיר $z\left(i\right)=L\left(\delta\left(i\right)\right)$, נשים לב כי

$$L\left[x\left(t\right)\right]=L\left[\sum_{i=-\infty}^{\infty}x\left(i\right)\cdot\delta\left(t-i\right)\right]=\sum_{i=-\infty}^{\infty}x\left(i\right)\cdot L\left[\delta\left(t-i\right)\right]=\sum_{i=-\infty}^{\infty}x\left(i\right)\cdot z\left(t-i\right)=x*z$$

לכן קיבלנו ש־ $L\left[x\left(t\right)\right]$ היא בעצם קונבולוציה של הקלט x עם הפילטר z,

כדי למצוא את הפילטר, מספיק לתת כקלט את $x\left(t\right)=\begin{cases}1 & t=0\\ 0 & else\end{cases}$ מהיות ונקבל כי $L\left[x\left(t\right)\right]=\sum_{i=-\infty}^{\infty}x\left(i\right)\cdot$ $z\left(t-i\right)=z\left(t\right)$ וכך נוכל למצוא את הפילטר $z\left(t\right)$.

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** האם סדר הנוירונים שמקבלת שכבת ה־FC. חשוב?

הוכחה:

הסדר לא משנה כלל. הסיבה לכך היא שכל נוירון מחובר לכל האחרים והמשקולות מוגרלות באופן אקראי, לכן הסיכוי שהמשקל שנרצה יתקבל על ידי נוירון ספציפי זהה להסתברות לכל נוירון אחר.

מ.ש.ל.ב.☺

(ג) **פתרון:**

i. **צ"ל:** האם $ReLU$ זה LTI?

הוכחה:

כן! נשים לב ש־ $Relu$ מוגדר על ידי $f\left(x\right)=\max\left\{x,0\right\}$ ולא עושה שימוש במידע מהשכנים, לכן נקבל כי לכל העתקה לינארית T מתקיים $T\left(f\left(x\right)\right)\left(y+s\right)=T\left(f\left(x+s\right)\right)\left(y\right)$.

מ.ש.ל.ג.1.☺

ii. **צ"ל:** האם $strided-pooling-layer$ זה LTI?

הוכחה:

לא! נסתכל בדוגמא הבאה:

1	2	5
4	3	6

, ה־ $pooling$ באיבר הראשון ייתן 1 אם נחשבו לפני הזזה אך אם נחשבו אחרי הזזה של 1 שמאלה נקבל את הערך 2 ולכן הוא לא מקיים את הדרישה ש־ $T\left(f\left(x\right)\right)\left(y+s\right)=T\left(f\left(x+s\right)\right)\left(y\right)$ (כאשר $x,y,s\in\mathbb{R}^{2}$)

מ.ש.ל.ג.2.☺