

הסתברות 1- תרגיל 3

א. נתונה חפיסת קלפים סטנדרטית. מחלקים אותה ל 4 שחקנים, כך שכל שחקן מקבל 13 קלפים. יהיו A_1, A_2, A_3, A_4 המאורעות "השחקן i קיבל סרייה מלאה" כלומר, כל הקלפים שברשותו הם מאותה הסרייה. **תזכורת** בחפיסת קלפים סטנדרטית יש 13 קלפים מארבע סריות שונות: עלה, תלתן, לב ויהלום.

(א) בנו מרחב ההסתברות מתאים לשאלה. בפרט, חשבו מהו הגודל של מרחב המדגם. רמז: התבוננו במקדם המולטינומי המתאים (ראו קישור באתר הקורס).

(ב) מה ההסתברות של המאורע A_1 ? ושל שאר המאורעות הנ"ל?

(ג) חשבו מה ההסתברות של המאורע $A_i \cap A_j$ לאילו $1 \leq i \neq j \leq 4$.

(ד) חשבו מה ההסתברות של המאורע $A_i \cap A_j \cap A_k$ עבור $1 \leq i < j < k \leq 4$.

(ה) חשבו מה ההסתברות של המאורע $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$.

(ו) חשבו מה ההסתברות שאיזשהו שחקן קיבל סרייה מלאה.

ב. פתרו את הסעיפים הבאים:

(א) בארון 10 זוגות נעליים. 4 נעליים נבחרות באופן מקרי. מה ההסתברות שבחרנו לפחות זוג אחד של נעליים?

(ב) מטילים מטבע הוגן 5 פעמים. מה ההסתברות שקיבלנו רצף של שלושה ראשים לפחות פעם אחת?

(ג) נתונה חפיסת קלפים סטנדרטית, ומחלקים מתוכה 5 קלפים. לכל k , חשבו מה ההסתברות שבדיוק k סריות **לא** מופיעות בין 5 הקלפים הנ"ל.

ג. יהיו $A, B, C \subseteq \Omega$ שלושה מאורעות במרחב ההסתברות (Ω, \mathcal{F}, P) . בשאלה זו, בכל סעיף בו מופיעה ההסתברות מותנה, נניח במובלע כי המאורע בו מתנים הינו בעל ההסתברות גדולה מ-0. הוכיחו או הפריכו בעזרת דוגמא נגדית:

(א) אם $A \subseteq B$ אז $P(A) \leq P(A|B)$

(ב) אם $B \subseteq A$ אז $P(A) \leq P(A|B)$

(ג) אם $A \cap B = \emptyset$ אז $P(A) \leq P(A|B)$

ד. מטילים מטבע הוגן 6 פעמים (כאשר עץ מיוצג ע"י H ופלי ע"י T).

(א) מה ההסתברות שקיבלנו את הרצף (H, H, T) במקום כלשהו בסדרת ההטלות?

(ב) בהנתן שהמאורע מהסעיף הקודם התקיים, מה ההסתברות שקיבלנו את הרצף (T, T, T, T) ?

(ג) בהנתן שקיבלנו את הרצף (T, T, T, T) . מה ההסתברות שקיבלנו את הרצף (H, H, T) ?

ה. מונית הייתה מעורבת בתאונת פגע וברח בלילה. בעיר שבה התרחשה התאונה שתי חברות מוניות - כחולה וירוקה. 85% מהמוניות הן ירוקות ו 15% הן כחולות. המשטרה מצאה עד ראייה לתאונה. פסיכיאטר קבע כי עד הראייה יודע לזהות נכון את הצבעים בהסתברות 0.8. עד הראייה סיפר למשטרה כי המונית שראה הייתה כחולה. בהתחשב בשני הנתונים הללו בלבד, מה ההסתברות שהמונית מהתאונה הייתה כחולה?