

## הסתברות 1 - תרגיל 10

22 במאי 2019

1. יהא  $X$  מ"מ אי שלילי רציף. אז  $X$  מקיים את תכונת חוסר הזיכרון אם ורק אם  $X \sim \text{Exp}(\lambda)$  לאיזה  $\lambda > 0$ .

2. אורך הזקן של תיש הוא משתנה מעריכי עם פרמטר  $\lambda = \frac{1}{4}$  עבור תיש לבן ו  $\lambda = \frac{1}{8}$  עבור תיש שחור. נתון שרק 10% מאוכלוסיית התישים בעולם הם לבנים. יהא  $X$  המ"מ שמסמן את אורך הזקן של תיש נתון.

(א) חשבו את  $P(X > 4)$  ואת  $P(X > 10)$ .

(ב) חשבו את  $F_X(x)$ .

(ג) חשבו את פונקציית הצפיפות של המ"מ  $X$ .

(ד) חשבו את תוחלת ושונות  $X$ .

(ה) מה ההסתברות ש  $X > 10$  כאשר ידוע ש  $X > 4$ ? האם  $X$  מקיים את תכונת חוסר הזיכרון?

3. נתונות 5 סוללות מאותו היצרן. זמן החיים (בשעות) של סוללה מהיצרן הנ"ל הינו מ"מ רציף  $X$  בעל פונקציית צפיפות  $f_X$  המקיימת  $f_X(t) = 0$  לכל  $t \leq 100$  ואחרת

$$f_X(t) = \frac{100}{t^2}$$

(א) הראו ש  $\int_{\mathbb{R}} f_X(t) dt = 1$  וחשבו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של  $X$ .

(ב) מפעילים מכשיר בעזרת 5 הסוללות הנ"ל. בהנחה ומדובר במאורעות ב"ת, חשבו מה ההסתברות של המאורע "בדיוק 2 סוללות מתוך ה 5 התקלקלו במהלך 150 השעות הראשונות".

4. נתון מ"מ  $X$  בעל פונקציית צפיפות  $f_X(t)$  המקיימת  $f_X(t) = 0$  לכל  $t \notin [-2, 1]$  ואחרת

$$f_X(t) = C \cdot t^2$$

(א) חשבו את  $C$ .

(ב) חשבו את  $P(X < -1)$ .

(ג) חשבו את  $P(-\frac{1}{2} < X < \frac{1}{2})$

(ד) מצאו את  $F_X(t)$ .

(ה) חשבו את תוחלת ושונות  $X$ .

5. נתון מ"מ  $X$  בעל פונקציית צפיפות  $f_X(t)$  המקיימת  $f_X(t) = 0$  לכל  $t < 0$  ואחרת

$$f_X(t) = C \cdot te^{-5t}$$

(א) חשבו את  $C$ .

(ב) חשבו את  $P(\ln 2 < X < \ln 3)$

(ג) מצאו את  $F_X(t)$ .

(ד) חשבו את תוחלת ושונות  $X$ .

6. יהא  $X$  משתנה מקרי בעל פונקציית התפלגות מצטברת המוגדרת ע"י

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0 \\ x^2 & \text{if } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x & \text{if } \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 1 & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$

(א) חשבו את  $P(X < \frac{1}{2})$  ?

(ב) חשבו את  $P(X \geq \frac{1}{2})$  ?

(ג) חשבו את  $P(X = \frac{1}{2})$ .

(ד) האם  $X$  מ"מ רציף?