פתרון תרגיל מספר 3־ חישוביות וסיבוכיות

שם: מיכאל גרינבאום, **ת.ז:** 211747639

2020 באפריל 23

שאלה 5:

:1 סעיף

p=2 צ"ל: התנאים למת הניפוח מתקיימים עבור

 $x\cdot y^i\cdot z\in L$ וגם ו $|x\cdot y|\leq p$,|y|>0 , $w=x\cdot y\cdot z$ כך ש־ x,y,z הלוקה שקיימת שקיימת $w\in L$ מילה כך ש־ $w\in L$ $i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ לכל

:מהיות $w = a^i b^j c^k$ מתקיים כי $w \in L$ מהיות מהיות

נחלק למקרים: i=0 אם

,
$$x=arepsilon,y=c,z=c^{k-1}$$
 אם , $w=c^k$ אז מתקיים כי אז מתקיים, אם האכט , $x\cdot y\cdot z=arepsilon\cdot c^{k-1}=c^k=w$ תחילה נשים לב כי או בכי וואס לב כי וואס וואס און וואס וואס לב כי וואס און וואס לב כי וואס לב כי וואס און וואס לב כי וואס לב כי וואס לב כי וואס לב כי

ני
$$y = 1 \leq z \leq p$$
 וגם יהי $|y| = 1 \leq v$ נשים לב כי $|x \cdot y| = 1 \leq z \leq p$

$$x \cdot y^l \cdot z = c^l \cdot c^{k-1} = c^{l+k-1} \stackrel{i \equiv 0}{\in} \stackrel{\text{mod } 2}{\in} L$$

כנדרש, כלומר כל התנאים מתקיימים

$$x=arepsilon,y=b,z=b^{j-1}c^k$$
 נבחר $y=b^j\cdot c^k$ (ב) אם $y=b^j\cdot c^k$ אז מתקיים $y=b^j\cdot c^k$ (ב) אם $y=b^j\cdot c^k$ (ב) אז מתקיים לב כי $y=b^j\cdot c^k$ (ב) או $y=b^j\cdot c^k$

נשים לב כי ,
$$l\in\mathbb{N}\cup\{0\}$$
 וגם יהי , $|y|=1>0$ וגם ווגם לב כי ווגם לב כי

$$x \cdot y^l \cdot z = b^l \cdot b^{j-1} c^k = b^{j+l-1} c^k \stackrel{i \equiv 0 \mod 2}{\in} L$$

כנדרש, כלומר כל התנאים מתקיימים

,
$$x=arepsilon,y=a^2,z=a^{i-2}b^jc^k$$
 נבחר: נבחר $i
eq 0 \mod 2$ וגם $i
eq 0$ אם .2 תחילה נשים לב כי $x\cdot y\cdot z=arepsilon\cdot a^i-2b^jc^k=a^ib^jc^k=w$ נשים לב כי $y\cdot z=arepsilon\cdot a^i+a^ib^jc^k=a^ib^jc^k=w$ נשים לב כי $y\cdot z=a^i+a^ib^jc^k=a^i$

$$i + 2 \cdot (l - 1) \equiv 0 + 2 \cdot (l - 1) \equiv 0 + 0 = 0 \mod 2$$

$$x \cdot y^l \cdot z = a^{2l} \cdot a^{i - 2} b^j c^k = a^{i + 2 \cdot (l - 1)} b^j c^k \overset{i + 2 \cdot (l - 1) \equiv 0 \mod 2}{\in} L$$

כנדרש, כלומר כל התנאים מתקיימים

$$y,x=arepsilon,y=a,z=a^{i-1}b^jc^k$$
 נבחר: נבחר $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ אם $i\neq 0$ החילה נשים לב כי $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ החילה נשים לב כי $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ בי $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ בי $i\neq 0$ וגם $i\neq 0$ בי $i\neq 0$ בי $i\neq 0$ ואם $i\neq 0$ בי $i\neq 0$ ואם לב כי $i\neq 0$ בי $i\neq 0$ וואם לב כי $i\neq 0$ וואם לב כי

$$x \cdot y^l \cdot z = a^l \cdot a^{i-1}b^jc^k = a^{i+l-1}b^jc^k \overset{j=k}{\in} L$$

כנדרש, כלומר כל התנאים מתקיימים

כלומר לכל $x\cdot y^i\cdot z\in L$ כלומר לכל $|x\cdot y|\leq p$,|y|>0 , $w=x\cdot y\cdot z$ כך ש־ x,y,z כך סיימת חלוקה איימת $|w|\geq 2$ ש־ $w\in L$ וגם איימת $i\in\mathbb{N}\cup\{0\}$

כלומר השפה מקיימת את למת הניפוח

מ.ש.ל.א.©

:2 סעיף

צ"ל: השפה לא רגולרית

הוכחה:

, $L_1 = \left\{a \cdot b^j \cdot c^k \mid j,k \in \mathbb{N} \cup \{0\}
ight\}$ נסמן

נניח בשלילה ש־ $L'=L\cap L_1=\{a\cdot b^m\cdot c^m\mid m\in\mathbb{N}\cup\{0\}\}$ גם רגולרית. לכן מסגור לחיתוך נקבל כי גניח בשלילה ש־ בשלילה ער לכן מסגור לחיתוך נקבל כי גניח בשלילה ש־ בי עבור השפה לכן אור השפה עבור השפה בי עבור השפה לכי אור ליינות אור ליינות בי אור ב

 $w=a\cdot b^p\cdot c^p\in L'$ נסתכל על המילה

 $|x\cdot y| \leq p$,|y|>0 , $w=x\cdot y\cdot z$ חלוקה המקיימת x,y,z תהי

 $|w| \geq p$ נשים לב כי

|x|=n, |y|=m נסמן

 $z=b^{p-m+1}\cdot c^p$ רב $x=arepsilon,y=a\cdot b^{m-1}$ כי נקבל כי n=0 אזי נקבל כי ווא ווא הניפוח מתקיים כי $x\cdot y^0\cdot z\in L'$ אבל נשים לב

$$x \cdot y^0 \cdot z = \left(a \cdot b^{m-1}\right)^0 \cdot b^{p-m+1} \cdot c^p = b^{p-m+1} \cdot c^p \overset{\text{doesn't start with a}}{\notin} L'$$

, $z=b^{p-m-n+1}\cdot c^p$ רב $x=a\cdot b^{n-1},y=b^m$ כי גקבל כי n
eq 0 אם .2 לכן מלמת הניפוח מתקיים כי כי $x\cdot y^0\cdot z\in L'$ אבל נשים לב

$$x \cdot y^0 \cdot z = a \cdot b^{n-1} \cdot b^{0 \cdot m} \cdot b^{p-m-n+1} \cdot c^p = ab^{p-m} \cdot c^p \overset{p-m \neq p}{\notin} L'$$

כלומר הראנו שלכל חלוקה של w ו־2 התנאים הראשונים מתקיימים, השלישי לא מתקיים,

 $,L'\notin REG$ כלומר קיבלנו סתירה ללמת הניפוח, ולכן

 $L \notin REG$ ולכן ההנחה שהנחנו לא נכונה ונקבל כי

מ.ש.ל.ב.©