

הסתברות 1 - תרגיל 12

6 ביוני 2019

1. פונקציית הצפיפות המשותפת של שני מ"מ X, Y נתונה ע"י

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} Ce^{-x}e^{-2y} & \text{for } x, y \in (0, \infty) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(א) חשבו את C .

(ב) חשבו את $P(X > 1, Y < 1)$ ואת $P(X < 1, Y > 1)$.

(ג) חשבו את $P(X > Y)$.

(ד) מצאו את $F_X(t)$.

(ה) מצאו את $F_Y(t)$.

(ו) האם X, Y הינם מ"מ ב"ת?

2. נתונים שני מ"מ X, Y עם פונקציית צפיפות

$$f_{X,Y}(x,y) = C \cdot \mathbf{1}_{\Delta}(x,y)$$

באשר

$$\Delta = \{(x,y) : y \geq 0, x \geq 0, x+y \leq 1\}$$

ו- C קבוע.

(א) חשבו את C .

(ב) חשבו את ההתפלגות השולית $f_X(t)$ ואת $f_Y(t)$.

(ג) האם X, Y תלויים או בלתי תלויים?

(ד) חשבו את $P(X < Y)$.

3. נתונים שני מ"מ X, Y בעלי פונקציית צפיפות משותפת

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 1/y & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(א) חשבו את ההתפלגות של המ"מ X ו Y . האם הם ב"ת?

(ב) חשבו את התוחלת של המ"מ X ואת התוחלת של המ"מ Y .

(ג) חשבו את $E(X \cdot Y)$. (רמז: היעזרו במשפט שלמדתם על תוחלת של פונקציה של מ"מים.).