

הסתברות 1 - תרגיל 1

1. יהיו $A, B, C \subset X$ שלוש תתי קבוצות של קבוצה X . הוכיחו שמתקיים:

$$(A \cup B) \setminus B = A \setminus (A \cap B) = A \cap B^C \quad (\text{א})$$

$$W \setminus Z = \{x \in W : x \notin Z\}.$$

$$(A \setminus A \cap B) \cup B = A \cup B \quad (\text{ב})$$

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C) \quad (\text{ג})$$

2. יהיו $A, B, C \subset X$ שלוש תתי קבוצות של קבוצה X . הוכיחו או הפריכו:

$$A \cap B \cap C \subseteq [A \cap B] \cup [B \cap C] \cup [C \cap A] \quad (\text{א})$$

$$A \cap B^C \cap C \subseteq A \cup B \quad (\text{ב})$$

$$(A \cup B)^C \cap C = A^C \cap (C \cup B^C) \cap C \quad (\text{ג})$$

$$(A \cup B) \setminus C = A \cup (B \setminus C) \quad (\text{ד})$$

$$A \cup B \cup C = A \cup [B \setminus A \cap B] \cup [C \setminus A \cap C] \quad (\text{ה})$$

$$(A \cup B)^C \cap C = C \setminus C \cap (A \cup B) \quad (\text{ו})$$

3. חשבו את הביטויים הבאים (כפונקציה של הפרמטרים הנתונים):

(א) יהיו $1 \leq k \leq n$ טבעיים. חשבו כמה סדרות באורך k של מספרים בין 1 ל- n יש שמכילות את 1 לפחות פעם אחת.

(ב) נתונים 10 כלבים ו- 12 חתולים. חשבו מהו מספר האפשרויות לבחירת 5 זוגות המורכבים כל אחד מכלב ומחתול.

4. הוכח על ידי טיעונים קומבינטוריים:

להלן, אינדוקציה איננה טיעון קומבינטורי.

הנחיה: ברשימות של תרגול 1 יש דוגמא לטיעון קומבינטורי - הוכחת טענה 2.9.

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \quad \text{עבור } k \leq n. \quad (\text{א})$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} \quad \text{עבור } k \leq n. \quad (\text{ב})$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n} \quad \text{רמז: העזרו בבינום של ניוטון על מנת לחשב את המקדם של } x^n \text{ בפולינום} \quad (\text{ג})$$

$$(1+x)^n \cdot (1+x)^n = (1+x)^{2n}$$

לחילופין, אם נתונים n גברים ו- n נשים, חשבו בכמה דרכים אפשר לבחור ועד המורכב מ- n בני אדם.