

פתרון תרגיל מספר 9 - חישוביות וסיבוכיות

שם: מיכאל גרינבאום, ת.ז: 211747639

6 ביוני 2020

שאלה 3

צ"ל: $L(N) \in NP$

הוכחה:

נבנה N' באופן הבא:

1. נקבל קלט x

2. נחשב את $p(|x|)$

3. נריץ את N על x ל- $p(|x|) + 1$ צעדים

4. נקבל אם N קיבלה את x , אחרת נדחה

נשים לב ש- N' מכריעה כי N מכריעה (עוצרת בכל ריצה שלה) וגם מתקים

$x \in L(N) \Rightarrow N$ accepts x in at most $p(|x|)$ steps

$\Rightarrow N'$ will simulate N on x for $p(|x|)$ and accepts because N accepts

$\Rightarrow x \in L(N')$

וגם נשים לב כי

$x \notin L(N) \Rightarrow N$ doesn't accept $x \Rightarrow N$ doesn't accept x in at most $p(|x|)$ steps

$\Rightarrow N'$ will simulate N on x for $p(|x|)$ and reject because N didn't accept

$\Rightarrow x \notin L(N')$

כלומר הוכחנו כי $x \in L(N) \iff x \in L(N')$ ולכן $L(N) = L(N')$ שלב 2 לוקח לכל היותר $O(p(|x|))$, שלב 3 לוקח $O(p(|x|))$ ושלב 4 לוקח $O(1)$ ולכן עתה נשים לב כי שלב 1 לוקח $O(1)$, שלב 2 לוקח לכל היותר $O(p(|x|))$, שלב 3 לוקח $O(p(|x|))$ ושלב 4 לוקח $O(1)$ ולכן זמן הריצה של N' הוא

$$O(1) + O(p(|x|)) + O(p(|x|)) + O(1) = O(p(|x|))$$

כלומר N' רצה בזמן פולינומי כי p הוא פולינום.

כלומר הראנו שקיימת N' אי דטרמיניסטית שמכריעה את $L(N) = L(N')$ וזמן הריצה שלה הוא פולינומי. ולכן $L(N) = L(N') \in NP$, כנדרש

מ.ש.ל. ©