

## הסתברות 1 - תרגיל 2

1. בכל אחד מהסעיפים הבאים מתואר ניסוי. העזרו בדיון מהכיתה, ועבור כל ניסוי כנ"ל: (א) בנו מרחב מדגם  $\Omega$  המתאר אותו בצורה נכונה, (ב) חשבו את  $|\Omega|$  ו- (ג) חשבו במפורש את פונקציית ההסתברות הנקודתית  $p(\omega)$ .

(א) נתונים  $n$  כדורים ממוספרים (כלומר שאינם זהים), המחולקים ל  $m$  תאים. בנוסף, נתון שכל תא יכול להכיל כל כמות כדורים שהיא.

(ב) נתונים  $n$  כדורים זהים, המחולקים ל  $m$  תאים. בנוסף, נתון שכל תא יכול להכיל כל כמות כדורים שהיא.

(ג) נתונים  $n$  כדורים ממוספרים (כלומר שאינם זהים), המחולקים ל  $m$  תאים. בנוסף, נתון שכל תא יכול להכיל לכל היותר כדור אחד.

(ד) נתונים  $n$  כדורים זהים, המחולקים ל  $m$  תאים. בנוסף, נתון שכל תא יכול להכיל לכל היותר כדור אחד.

2. הוכיחו את הטענות בסעיפים הבאים:

(א) יהיו  $A, B$  שני מאורעות במרחב הסתברות  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . אזי  $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^c)$ .

(ב) יהיו  $A, B$  שני מאורעות במרחב הסתברות  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . אזי  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

(ג) יהיו  $A, B$  שני מאורעות במרחב הסתברות  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . אזי

$$P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$$

(ד) יהיו  $A, B$  שני מאורעות במרחב הסתברות  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . אזי

$$P((A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

3. בכל אחד מהסעיפים הבאים, בנו מרחב הסתברות אחיד המתאר נכוחה את השאלה, וחשבו את ההסתברות של המאורע  $A$  המתואר שם.

(א) נתונה חפיסת קלפים רגילה (52 קלפים - 13 קלפים ב-4 סוגים שונים). מחלקים 13 קלפים מתוך החבילה. חשבו מה ההסתברות שבדיוק 6 מהקלפים הם מסוג תלתן.

(ב) נתונים 5 בני אדם. חשבו מה ההסתברות שלפחות שניים מהם נולדו באותו החודש (ניתן להניח שכל חודש מהווה בדיוק  $\frac{1}{12}$  של השנה).

(ג) שמונה בנים ושמונה בנות מתיישבים בשורה באופן מקרי. חשבו מה ההסתברות שהם יושבים לסירוגין, כלומר בין כל שתי בנות יש בן ולהפך.

(ד) מחלקים 12 כדורים זהים בין 8 תאים ממוספרים. מה ההסתברות שאין תא ריק?

(ה) ברכבת קלה נתונה, המגיעה לתחנה, ישנם  $n$  קרונות. בתחנה מחכים  $m$  נוסעים, כאשר ידוע ש  $m \leq n$ . כל נוסע בוחר לאיזה קרון להכנס באופן מקרי. חשבו את ההסתברות שכל אחד מהנוסעים נכנס לקרון שונה.

4. בנו מרחב הסתברות  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  עם שלושה מאורעות  $A, B, C$  כך ש:

(א)  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{3}{4}$ , וגם  $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{4}$

(ב)  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{3}{4}$ , וגם  $P(A \cap B \cap C) = \frac{3}{4}$

(ג)  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{3}{4}$ , וגם  $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{2}$