

## אינפי 2 - סמסטר א' תשע"ט

### תרגיל בית 3

להגשה עד יום חמישי, 15 בנובמבר, בשעה 20:00, דרך תיבת ההגשה במודל

**הערה 1:** בכל תרגיל של חישוב אינטגרל לא-מסוים, עליכם למצוא פונקציה קדומה בכל קטע שבו הפונקציה תחת סימן האינטגרל מוגדרת, אלא אם נאמר אחרת.

**הערה 2:** הראו כיצד הגעתם לפתרון.

1. חשבו את האינטגרלים הלא מסוימים הבאים (כלומר, מצאו פונקציה קדומה לביטוי המופיע תחת סימן האינטגרל). **רמז:** כדאי לנסות לגזור מראש פונקציות טריגונומטריות ופונקציות טריגונומטריות הפוכות. הראו בקצרה את חישובי הנגזרות הרלוונטיים<sup>1</sup>.

(א) עבור  $\alpha \neq -1$ , חשבו  $\int x^\alpha dx$  בכל  $\mathbb{R}$ .

(ב)  $\int \frac{1}{x} dx$  ב  $(-\infty, 0)$  וב  $(0, \infty)$ .

(ג)  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$  בקטע  $(-1, 1)$ .

(ד)  $\int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} dx$  בקטע  $(-1, 1)$ .

(ה)  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$  ב  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .

(ו)  $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$  ב  $(0, \pi)$ .

(ז)  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$  בכל  $\mathbb{R}$ .

i. היעזרו בתוצאה כדי לחשב גם את  $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$  (זה שימושי באחת השאלות הבאות).

2. חשבו את האינטגרל הלא-מסוים  $\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)} dx$  (בשיטת ההצבה או בכל דרך אחרת).

3. חשבו את האינטגרלים הלא-מסוימים הבאים (שיטה מומלצת: אינטגרציה בחלקים):

(A)  $\int x^2 \ln(x) dx$

(B)  $\int x^2 \ln^2(x) dx$

(C)  $\int x \cdot \arctan(x) dx$

(D)  $\int \ln(x) dx$

(E)  $\int \sin(\ln(x)) dx$

(F)  $\int \frac{x}{\sin^2(x)} dx$

4. חשבו את האינטגרלים הלא-מסוימים הבאים (שיטה מומלצת: אינטגרציה על-ידי הצבה):

(A)  $\int e^{\sin(x)} \cdot \cos(x) dx$

(B)  $\int x \cdot \cos(x^2) dx$

(C)  $\int \frac{\cos(\ln(x))}{x} dx$

(D)  $\int e^x \cdot \ln(1 + e^x) dx$

5. נביט בפונקציה  $f(t) = \frac{1}{t^3-t}$ . מתקיים  $f(t) = \frac{1}{t(t+1)(t-1)}$ .

(א) מצאו  $A, B, C \in \mathbb{R}$  עבורם  $f(t) = \frac{A}{t+1} + \frac{B}{t-1} + \frac{C}{t}$  לכל  $t \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ .

(ב) חשבו את האינטגרל הלא-מסוים  $\int \frac{1}{t^3-t} dt$ .

6. פתרו (שיטה מומלצת: אינטגרציה על-ידי הצבה):

(א) מצאו פונקציה קדומה עבור  $f(x) = \frac{1}{1-(e^x)^2}$  ב  $(0, \infty)$ .

(ב) מצאו פונקציה קדומה עבור  $f(x) = x \cdot \sqrt{1+x^2}$  ב  $\mathbb{R}$ .

<sup>1</sup>מותר להשתמש, בלי להסביר, בנוסחה  $\cos(\arctan(x)) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ .