פתרון תרגיל מספר 2 ־ פתרון רשתות תקשורת

שם: מיכאל גרינבאום, **ת.ז:** 211747639

2 בינואר 2021

1. **פתרון:**

(א) **צ"ל:** כמה LAN יש במערכת?
הוכחה:
כפי שראינו בהרצאה, מספר ה־ LAN זה מספר הפורטים שיש לנתבים כשכל צלע בין נתבים נספרת פעם אחת.
ובגרף שלנו זה יוצא 6 LAN.

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** כמה הצעות $DHCP$ $H4$ יקבל לכתובת IP?
הוכחה:
לפי הפרוטוקול של בקשת IP, $H4$ יבקש IP מכל אחד שנמצא איתו באותו ה־ LAN (אלא אם קונפג אחרת) וה־ $DHCP$ שיענו לו בחזרה עם הצעות יהיו $DHCP1, DHCP2$ ולכן הוא יקבל 2 הצעות לכתובת IP.

מ.ש.ל.ב.☺

(ג) **פתרון:**

i. **צ"ל:** מה צריך לשנות כדי ש־ $H5$ יוכל לקבל כתובת IP?
הוכחה:
הבעיה היא ש־ $H5$ לא מחובר ב־ LAN ל־ $DHCP$ ולכן לא יקבל הצעה ל־ IP אם יבקש ב־ LAN.
הפתרון לשיטה זאת היא DHCP relaying שאומר לקנפג את הראוטר להעביר את ההודעות של ה־ LAN ל־ $DHCP$ בפורט אחר שאליו הראוטר מחובר.
במקרה שלנו, מספיק לקנפג את $R2$ להעביר את הפרוטוקול בין ה־ LAN של $H2$ ל־ $DHCP3$.

מ.ש.ל.ג.1.☺

ii. **צ"ל:** מה ההודעות שיישלחו?
הוכחה:
השלבים הם:

א'. תחילה $H5$ יישלח ב־ DHCP discover ב־ LAN שלו ב־ broadcast

ב'. $R2$ יקבל את ההודעה, ומהקנפוג הוא יודע איפה $DHCP$ מתאים, הוא יישלח לו הודעה ב־ unicast של DHCP discover (אם הקנפוג כולל MAC אז אין צורך ב־ ARP אחרת יש צורך). הערה: הוא משנה את ה־ ip השולח ($GIADDER$) כדי שה־ $DHCP3$ יוכל לענות לו ב־ $unicast$ ולדעת באיזה subnet ה־ $DHCP$ צריך להקצות IP ל־ $H5$.

ג'. $DHCP3$ יקבל את ההודעה של $R2$, ויחזיר לו הודעה של DHCP offer ב־ unicast

ד'. $R2$ יקבל את ההודעה של $DHCP3$, ויעביר ל־ $H5$ את ההודעה ב־ LAN המתאים לו ב־ broadcast את ההודעה של DHCP offer

ה'. $H5$ ייקבל את ההודעה של $R2$, ויישלח ב־ DHCP request ב־ LAN שלו ב־ broadcast

ו'. $R2$ יקבל את ההודעה, ומהקנפוג הוא יודע איפה $DHCP$ מתאים, הוא יישלח לו הודעה ב־ unicast של DHCP request (אם הקנפוג כולל MAC אז אין צורך ב־ ARP אחרת יש צורך) הערה: הוא משנה את ה־ ip השולח ($GIADDER$) כדי שה־ $DHCP3$ יוכל לענות לו ב־ $unicast$

ז'. $DHCP3$ יקבל את ההודעה של $R2$, ויחזיר לו הודעה של DHCP ACK ב־ unicast

ח'. $R2$ יקבל את ההודעה של $DHCP3$, ויעביר ל־ $H5$ את ההודעה ב־ LAN המתאים לו ב־ broadcast את ההודעה של DHCP ACK

בסוף התהליך, ל־ $H2$ יהיה את ה־ ip ש־ $DHCP3$ הציע לו.

מ.ש.ל.ג.2.☺

(ד) **צ"ל:** מה ההודעות שיישלחו ב־ $LAN - D$?

הוכחה:

נבחר את ה־ ip subnet של ה־ LAN של $H2$ להיות 0.0.1.0/24 (יש פחות מ־ 2^8 IP ב־ LAN ולכן זה תקין)

נבחר את ה־ ip subnet של ה־ LAN של $H5$ להיות 0.0.2.0/24 (יש פחות מ־ 2^8 IP ב־ LAN ולכן זה תקין),

נבחר את ה־ ip subnet של ה־ LAN של $H5$ להיות 0.0.3.0/24 (יש פחות מ־ 2^8 IP ב־ LAN ולכן זה תקין)

נסמן את ה־ IP של $DHCP3$ ב־ $ip1$,

נסמן את ה־ IP של DNS ב־ $ip2$,

נסמן את ה־ IP ש־ $H2$ יקבל מה־ $DHCP$ ב־ $ip3$,

נסמן את ה־ IP של $www.huji.ac.il$ ב־ $ip4$,

נסמן את ה־ IP של הראוטר ב־ LAN של $H2$ ב־ $ip5$,

נסמן את ה־ IP של הראוטר ב־ LAN של DNS ב־ $ip6$,

ההודעות שיועברו הן

Source MAC address	Dest MAC address	Source IP address	Dest IP address	פרוטוקול וסוג ההודעה	מידע נעשה שימוש
$H2$ mac		0.0.0.0	255.255.255.255	DHCP discover	broadcast
$DHCP3$ mac		$ip1$	255.255.255.255	DHCP offer	broadcast
$H2$ mac		0.0.0.0	255.255.255.255	DHCP request	broadcast
$DHCP3$ mac		$ip1$	255.255.255.255	DHCP ACK	broadcast
$H2$ mac		$ip3$		ARP request	$\star$broadcast
$R2$ mac in H2 LAN	$H2$ mac	$ip5$	$ip3$	ARP response	$unicast$
$H2$ mac	$R2$ mac in H2 LAN	$ip3$	$ip2$	DNS request	$\star unicast$
$R2$ mac in DNS LAN		$ip6$		ARP request	$\star\star$ broadca
DNS mac	$R2$ mac in DNS LAN	$ip2$	$ip6$	ARP response	$unicast$
$R2$ mac in DNS LAN	DNS mac	$ip3$	$ip2$	DNS request	$unicast$
DNS mac	$R2$ mac in DNS LAN	$ip2$	$ip3$	DNS response	$unicast$
$R2$ mac in H2 LAN	$H2$ mac	$ip2$	$ip3$	DNS response	$unicast$
$H2$ mac	$R2$ mac in H2 LAN	$ip3$	$ip4$	TCP/UDP	$\star\star\star unicas$

$\star$ ־ בבקשה שנשלח נצרף את ה־ ip של הראוטר כדי שנקבל את ה־ MAC שלו ונוכל לשלוח לו הודעות בשכבה 2 בהמשך. את ה־ ip של הראוטר קיבלנו מה־ DHCP ACK.

$\star\star$ ־ בבקשה שנשלח נצרף את ה־ ip של ה־ DNS כדי שנקבל את ה־ MAC שלו ונוכל לשלוח לו הודעות בשכבה 2 בהמשך.

$\star\star\star$ ־ את ה־ ip של ה־$www.huji.ac.il$ השגנו בעזרת ה־ DNS ב־ $response$.

מ.ש.ל.ד.☺

2. **פתרון:**

(א) **צ"ל:** מה המטרה בשיטת hierarchical addressing ו IP בפרט?

הוכחה:

המטרה בשיטה זאת, היא ניתוב באופן יעיל על ידי קיבוץ דברים שהם דומים להיות אחד ליד השני במיפויים.
ובכך, כשיחפשו משהו דומה, יצטרכו לעלות פחות בהירככיה כדי למצוא את האיבר השני ובכך לנתב בצורה יעילה יחסית.

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** ציינו שני הבדלים בין כתובות IP לכתובות MAC.

הוכחה:

ההבדלים הם:

i. כתובת MAC היא קבועה כש־ IP הוא לא קבוע

ii. כתובת IP מכילה מיקום גיאוגרפי ובנויה באופן היררכי כש־ MAC לא

מ.ש.ל.ב.☺

(ג) **פתרון:**

i. **צ"ל:** פרטו לפי הסדר את כל הפניות לשרתי ה DNS ואת הרשומות שכל שרת DNS

הוכחה:

תחילה אנחנו פונים ל־ DNS הלוקאלי והוא פונה ל־ $root$,

ה־ $root$ מחזיר את הרשומות

$$(com, NS, ns.com), (ns.com, A, ip1)$$

נלך ל־ $ip1$ עם בקשת DNS והוא יחזיר לנו את הרשומות

$$(bestvid.com, NS, ns1.bestvid.com), (ns1.bestvid.com, A, ip2)$$

נלך ל־ $ip2$ עם בקשת DNS והוא יחזיר לנו את הרשומות

$$(europe.bestvid.com, NS, ns1.europe.bestvid.com), (ns1.europe.bestvid.com, A, ip3)$$

נלך ל־ $ip3$ עם בקשת DNS והוא יחזיר לנו את הרשומות

$$(www.bestvid.com, NS, ns1.www.europe.bestvid.com), (ns1.www.europe.bestvid.com, A, ip4)$$

נלך ל־ $ip4$ עם בקשת DNS והוא יחזיר לנו את הרשומה שרצינו $(www.bestvid.com, A, ip5)$

כלומר הוא יפנה אותנו לשרת הכי פחות עמוס ושאת ה־ ip שלו חיפשנו,

ולכן מה שיוחזר למשתמש זה $ip5$.

מ.ש.ל.א.☺

ii. **צ"ל:** מי קובע את ה־ TTL?

הוכחה:

בכל תשובה של שרת DNS, השרת העונה מצמיד TTL שאומר כמה זמן אנחנו אמורים לשמור אותו וזה כמות הזמן שה־ DNS ששמע את התשובה ישמור אותה אצלו.

מ.ש.ל.ב.1.☺

iii. **צ"ל:** לדעתי כמה זמן צריך להיות לכל TTL

הוכחה:

א'. את ה־ $root$ נשמור ליום כי אנחנו תמיד נשתמש בזה.

ב'. אז ל־ com. נשמור ליום כי אנחנו תמיד נשתמש בזה.

ג'. את $ns1.bestvid.com$ נשמור לדקה כי הוא רק שומר יבשות שלא קורה הרבה

ד'. את $ns1.europe.bestvid.com$ נשמור ליום כי אנחנו אולי נשתמש הרבה בשרתים לראות את הסרטים שלנו ולא נרצה כל פעם לעלות הרבה בהיררכיה.

ה'. את השרת עצמו נשמור לדקה כדי כל פעם לעבוד עם השרת הכי פחות עמוס.

מ.ש.ל.ב.2.☺

3. **פתרון:**

(א) **צ"ל:** הריצו distance vector

הוכחה:

במהלך השאלה נעבוד כמו בתרגול ששמרנו טבלה לכל קודקוד, ועדכנו בכל עמודה ביחס לערך הכי קטן בעמודה + גודל הצלע בינהם.

במהלך השאלה אצבע בכחול ערכים שהתעדכנו ובאדום ערכים שמובילים לשינוי בוקטור המרחקים הכי קצר.

מהנתון שהמערכת הייתה בשיווי משקל לפני שהמשקל השתנה,

נסיק כי הטבלאות ששמורות בהתחלה לאחר התכנסות הן:

Node a	a	b	c	d
a	0	2	5	6
b	2	0	3	4
d	6	4	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	3	4
a	0	2	5	6
c	5	3	0	1
d	6	4	1	0

Node c	a	b	c	d
c	5	3	0	1
b	2	0	3	4
d	6	4	1	0

Node d	a	b	c	d
d	6	4	1	0
a	0	2	5	6
b	2	0	3	4
c	5	3	0	1

עתה הצלע בין BD השתנתה למשקל 1 ולכן בטבלאות של b ו־ d יקרה השינוי הבא:

Node b	a	b	c	d
b	2	0	2	1
a	0	2	5	6
c	5	3	0	1
d	6	4	1	0

Node d	a	b	c	d
d	3	1	1	0
a	0	2	5	6
b	2	0	3	4
c	5	3	0	1

לכן בזמן t_1 יישלחו הוקטורים המעודכנים ולכן לפי נוסחת העדכון שראינו בתרגול ובהרצאה בסוף עדכון t_1 נקבל כי

Node a	a	b	c	d
a	0	2	4	3
b	2	0	2	1
d	3	1	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	2	1
a	0	2	5	6
c	5	3	0	1
d	3	1	1	0

Node c	a	b	c	d
c	4	2	0	1
b	2	0	2	1
d	3	1	1	0

Node d	a	b	c	d
d	3	1	1	0
a	0	2	5	6
b	2	0	2	1
c	5	3	0	1

לכן בזמן t_2 יישלחו הוקטורים המעודכנים ולכן לפי נוסחת העדכון שראינו בתרגול ובהרצאה בסוף עדכון t_2 נקבל כי

Node a	a	b	c	d
a	0	2	4	3
b	2	0	2	1
d	3	1	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	2	1
a	0	2	4	3
c	4	2	0	1
d	3	1	1	0

Node c	a	b	c	d
c	4	2	0	1
b	2	0	2	1
d	3	1	1	0

Node d	a	b	c	d
d	3	1	1	0
a	0	2	4	3
b	2	0	2	1
c	4	2	0	1

נשים לב שהמערכת כבר התכנסה תוך 2 איטרציות בלבד! (שום דבר לא ישתנה יותר אם המשקולות לא ישתנו), כמו שראינו בתרגול ובהרצאה, שינוי טוב יהיה עם התכנסות מהירה.

וקטורי המרחקים של A הם

t_0:

Node a	a	b	c	d
a	0	2	5	6

t_1:

Node a	a	b	c	d
a	0	2	4	3

t_2:

Node a	a	b	c	d
a	0	2	4	3

וקטורי המרחקים של C הם

t_0:

Node c	a	b	c	d
c	5	3	0	1

t_1:

Node c	a	b	c	d
c	4	2	0	1

t_2:

Node c	a	b	c	d
c	4	2	0	1

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** הריצו distance vector

הוכחה:

במהלך השאלה נעבוד כמו בתרגול ששמרנו טבלה לכל קודקוד, ועדכנו בכל עמודה ביחס לערך הכי קטן בעמודה + גודל הצלע בינהם.

במהלך השאלה אצבע בכחול ערכים שהתעדכנו ובאדום ערכים שמובילים לשינוי בוקטור המרחקים הכי קצר.

מהנתון שהמערכת הייתה בשיווי משקל לפני שהמשקל השתנה,

נסיק כי הטבלאות ששמורות בהתחלה לאחר התכנסות הן:

Node a	a	b	c	d
a	0	2	5	6
b	2	0	3	4
d	6	4	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	3	4
a	0	2	5	6
c	5	3	0	1
d	6	4	1	0

Node c	a	b	c	d
c	5	3	0	1
b	2	0	3	4
d	6	4	1	0

Node d	a	b	c	d
d	6	4	1	0
a	0	2	5	6
b	2	0	3	4
c	5	3	0	1

עתה הצלע בין BC השתנתה למשקל 1000 ולכן בטבלאות של b ו־ c יקרה השינוי הבא:

Node b	a	b	c	d
b	2	0	7	8
a	0	2	5	6
c	5	3	0	1
d	6	4	1	0

Node c	a	b	c	d
c	7	5	0	1
b	2	0	3	4
d	6	4	1	0

לכן בזמן t_1 יישלחו הוקטורים המעודכנים ולכן לפי נוסחת העדכון שראינו בתרגול ובהרצאה בסוף עדכון t_1 נקבל כי

Node a	a	b	c	d
a	0	2	9	10
b	2	0	7	8
d	3	1	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	7	8
a	0	2	5	6
c	7	5	0	1
d	3	1	1	0

Node c	a	b	c	d
c	7	5	0	1
b	2	0	7	8
d	3	1	1	0

Node d	a	b	c	d
d	8	6	1	0
a	0	2	5	6
b	2	0	7	8
c	7	5	0	1

לכן בזמן t_2 יישלחו הוקטורים המעודכנים ולכן לפי נוסחת העדכון שראינו בתרגול ובהרצאה בסוף עדכון t_2 נקבל כי

Node a	a	b	c	d
a	0	2	9	10
b	2	0	7	8
d	8	6	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	11	10
a	0	2	9	10
c	7	5	0	1
d	8	6	1	0

Node c	a	b	c	d
c	9	7	0	1
b	2	0	7	8
d	8	6	1	0

Node d	a	b	c	d
d	8	6	1	0
a	0	2	9	10
b	2	0	7	8
c	7	5	0	1

לכן בזמן t_3 יישלחו הוקטורים המעודכנים ולכן לפי נוסחת העדכון שראינו בתרגול ובהרצאה בסוף עדכון t_3 נקבל כי

Node a	a	b	c	d
a	0	2	11	10
b	2	0	11	10
d	8	6	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	11	10
a	0	2	9	10
c	9	7	0	1
d	8	6	1	0

Node c	a	b	c	d
c	9	7	0	1
b	2	0	11	10
d	8	6	1	0

Node d	a	b	c	d
d	10	8	1	0
a	0	2	9	10
b	2	0	11	10
c	9	7	0	1

נשים לב שהמערכת עוד לא התכנסה אבל היא כבר די קרובה, תוך עוד איטרציה או 2 כולם יגיעו למרחקים האופטימליים.

וקטורי המרחקים של C הם t_3:

Node c	a	b	c	d
c	9	7	0	1

,t_2:

Node c	a	b	c	d
c	9	7	0	1

,t_1:

Node c	a	b	c	d
c	7	5	0	1

,t_0:

Node c	a	b	c	d
c	5	3	0	1

.

וקטורי המרחקים של D הם t_3:

Node d	a	b	c	d
d	10	8	1	0

,t_2:

Node d	a	b	c	d
d	8	6	1	0

,t_1:

Node d	a	b	c	d
d	8	6	1	0

,t_0:

Node d	a	b	c	d
d	6	4	1	0

.

מ.ש.ל.ב.☺

(ג) **צ"ל:** הריצו distance vector עם poisoned reverse

הוכחה:

הרעיון ב- poisoned reverse הוא למנוע חלק מהמצבים שהמסלול המינימלי עובר בקודקוד עצמו מעדכון קודם (שהיה נמוך מהערך הנוכחי בעקבות עדכון שלילי של צלע) שמוביל להתכנסות איטית של האלגוריתם.

הפתרון הוא שבהינתן שהמסלול האופטימלי הוא $Z \to Y \to X$ אז X יגיד ל- Y שמרחקו מ- Z אינסוף ובכך יימנע מכך שכאשר תתעדכן צלע XY ש- Y ימצא את המסלול האופטימלי בעזרת הערך של Z שמשתמש ב- XY.

במהלך השאלה נעבוד כמו בתרגול ששמרנו טבלה לכל קודקוד, ועדכנו בכל עמודה ביחס לערך הכי קטן בעמודה + גודל הצלע בינהם.

במהלך השאלה אצבע בכחול ערכים שהתעדכנו ובאדום ערכים שמובילים לשינוי בוקטור המרחקים הכי קצר.

מהנתון שהמערכת הייתה בשיווי משקל לפני שהמשקל השתנה,

נסיק כי הטבלאות ששמורות בהתחלה לאחר התכנסות ללא poisoned reverse הן:

Node a	a	b	c	d
a	0	2	5	6
b	2	0	3	4
d	6	4	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	3	4
a	0	2	5	6
c	5	3	0	1
d	6	4	1	0

Node c	a	b	c	d
c	5	3	0	1
b	2	0	3	4
d	6	4	1	0

Node d	a	b	c	d
d	6	4	1	0
a	0	2	5	6
b	2	0	3	4
c	5	3	0	1

נסיק כי הטבלאות ששמורות בהתחלה לאחר התכנסות עם poisoned reverse הן:

Node a	a	b	c	d
a	0	2	5	6
b	2	0	3	4
d	6	4	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	3	4
a	0	2	∞	∞
c	∞	3	0	1
d	6	4	1	0

Node c	a	b	c	d
c	5	3	0	1
b	2	0	3	∞
d	∞	∞	1	0

Node d	a	b	c	d
d	6	4	1	0
a	0	2	5	6
b	2	0	3	4
c	5	3	0	1

עתה הצלע בין BC השתנתה למשקל 1000 ולכן בטבלאות של b ו־ c יקרה השינוי הבא:

Node b	a	b	c	d
b	2	0	11	10
a	0	2	∞	∞
c	∞	3	0	1
d	6	4	1	0

Node c	a	b	c	d
c	1002	1000	0	1
b	2	0	3	∞
d	∞	∞	1	0

לכן בזמן t_1 יישלחו הוקטורים המעודכנים ולכן לפי נוסחת העדכון שראינו בתרגול ובהרצאה בסוף עדכון t_1 נקבל כי

Node a	a	b	c	d
a	0	2	11	10
b	2	0	11	10
d	6	4	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	11	10
a	0	2	∞	∞
c	∞	1000	0	1
d	6	4	1	0

Node c	a	b	c	d
c	1002	1000	0	1
b	2	0	11	10
d	∞	∞	1	0

Node d	a	b	c	d
d	10	10	1	0
a	0	2	5	6
b	2	0	∞	10
c	1002	1000	0	1

לכן בזמן t_2 יישלחו הוקטורים המעודכנים ולכן לפי נוסחת העדכון שראינו בתרגול ובהרצאה בסוף עדכון t_2 נקבל כי

Node a	a	b	c	d
a	0	2	11	10
b	2	0	11	10
d	10	10	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	11	10
a	0	2	11	10
c	∞	1000	0	1
d	10	10	1	0

Node c	a	b	c	d
c	11	11	0	1
b	2	0	11	10
d	10	10	1	0

Node d	a	b	c	d
d	10	10	1	0
a	0	2	∞	10
b	2	0	∞	10
c	1002	1000	0	1

לכן בזמן t_3 יישלחו הוקטורים המעודכנים ולכן לפי נוסחת העדכון שראינו בתרגול ובהרצאה בסוף עדכון t_3 נקבל כי

Node a	a	b	c	d
a	0	2	11	10
b	2	0	11	10
d	10	10	1	0

Node b	a	b	c	d
b	2	0	11	10
a	0	2	11	10
c	11	11	0	1
d	10	10	1	0

Node c	a	b	c	d
c	11	11	0	1
b	2	0	11	10
d	10	10	1	0

Node d	a	b	c	d
d	10	10	1	0
a	0	2	∞	10
b	2	0	∞	10
c	∞	∞	0	1

נשים לב שהמערכת התכנסה תוך 3 איטרציות כאשר קודם המערכת הייתה צריכה עוד כ־ 3 איטרציות כדי להתכנס.

וקטורי המרחקים של C הם

t_3:

Node c	a	b	c	d
c	11	11	0	1

t_2:

Node c	a	b	c	d
c	11	11	0	1

t_1:

Node c	a	b	c	d
c	1002	1000	0	1

t_0:

Node c	a	b	c	d
c	5	3	0	1

וקטורי המרחקים של D הם

t_3:

Node d	a	b	c	d
d	10	10	1	0

t_2:

Node d	a	b	c	d
d	10	10	1	0

t_1:

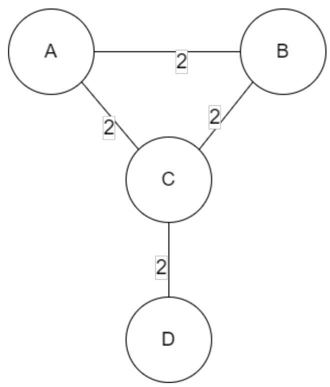
Node d	a	b	c	d
d	10	10	1	0

t_0:

Node d	a	b	c	d
d	6	4	1	0

מ.ש.ל.ג.☺

(ד) **צ"ל:** דוגמא ש־ poisoned reverse לא תמיד מונע count to infinity
הוכחה:
נסתכל על הגרף הבא:



נשנה את הצלע CD להיות m,

וקטורי המרחקים בהתחלה יהיו

A:

b	2
c	2
d	4

B:

a	2
c	2
d	4

C:

a	2
b	2
c	2

D:

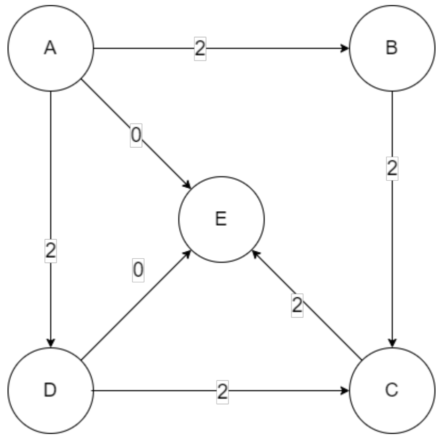
a	4
b	4
c	2

נראה שיש ספירה עד אינסוף במרחק מ־ D.
בגלל poisoned reverse, לאחר השינוי, A יצטרך לבחור בין $\min_{i\in\{B,C\}} d(i,D)+2$, הוא יבחר $d(B,D)+2$, ו־ A יעדכן $d(A,D)=4+2=6$.
באיטרציה הבאה C יצטרך לבחור בין $\min_{i\in\{A,B,D\}} d(i,D)+2$ והוא יבחר את A או את B, בלי הגבלת הכלליות הוא יבחר את A (אם בחר את B הנימוק דומה).
ויעדכן בוקטור המרחקים שלו שהמרחק מ־ D הוא $6+2=8$,
עתה באיטרציה הבאה B יצטרך לבחור בין $\min_{i\in\{A,B,C\}} d(i,D)+2$ ומהיות המסלול של C לא עובר דרך C, הוא יבחר במסלול של C או במשהו קטן יותר.
עתה נוכל לחזור על הטענה כאשר במקום A יש את B ושב־ 2 איטרציות המרחק המינימלי גדל לכל היותר ב־ 4.
אז אם נסמן ב־ n את מספר האיטרציות נקבל כי $d(A,D)\leq 2\cdot n+6$ ואנחנו יודעים שהמינימלי הוא $m+2$ ולכן נקבל שצריך לפחות $\frac{m-4}{2}$ איטרציות (ומהיות ו־ m לבחירתנו, קיבלנו שזה בדיוק בעית הספירה לאינסוף).

מ.ש.ל.ד.☺

4. **פתרון:**

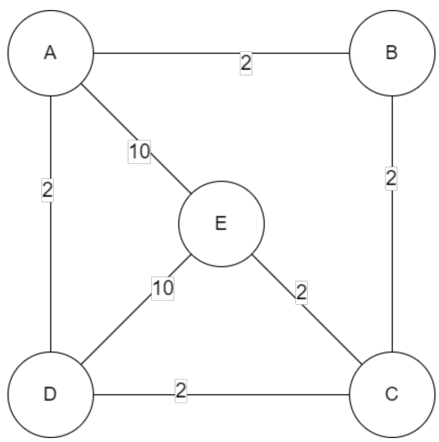
(א) **צ"ל:** מצאו פתרון אופטימלי ל־ $MAX-MCF_{OPT}$
הוכחה:
נשים לב שלכל אחד מה־ $commodities$ מתקיים ש־ C הוא בור או מקור ולכן כל הזרימה חייבת לעבור בצלע שמחוברת ל־ C.
נשים לב ש־ C מחוברת ל־ 3 צלעות וקיבול כל צלע היא 2 ולכן היא יכולה להזרים לכל היותר $2\cdot 3=6$.
כלומר $MAX-MCF_{OPT}\leq 6$,
עתה נראה שיש זרימה בגודל 6,
נסתכל על הזרימה הבאה:



נשים לב שזאת זרימה חוקית ונשים לב של־ C מגיע 4 זרימה מ־ A ול־ E מגיע 2 זרימה מ־ C ולכן הזרימה היא אכן 6.
ונשים לב שהזרימה חוקית כי הזרמנו לכל היותר 2 בכל צלע.
כלומר הראנו כי $MAX-MCF_{OPT}\geq 6$, ולכן נקבל כי $\boxed{MAX-MCF_{OPT}=6}$

מ.ש.ל.א.☺

(ב) **צ"ל:** מצאו משקלים שנותנים את האופטימלי
הוכחה:
נסתכל על המשקולות הבאים:

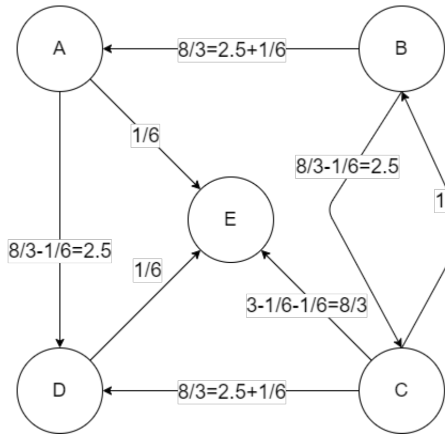


נשים לב שאלה משקולות חוקיים ונשים לב שהמסלולים הקצרים מ־ A ל־ C הם $AB\to BC$ ו־ $AD\to DC$ והוא יחלק את הזרימה בינהם ויזרים בהם 2 כל אחד, כלומר תעבור 4 זרימה מ־ A ל־ C (ולאחר מכן יש רק מסלול הכי קצר 1 ולכן לא תתפצל יותר).
נשים לב שהמסלולים הקצרים מ־ C ל־ E הם רק CE ולכן הוא יזרים 2 במסלול זה, כלומר הזרימה שתעבור מ־ C ל־ E היא 2.
כלומר הזרימה הכוללת שתעבור היא $4+2=6=MAX-MCF_{OPT}$,
כלומר הראנו כי $MAX-MCF_{OPT}=MAX-MCF_{OSPF\setminus ECMP}$, כנדרש

מ.ש.ל.ב.☺

(ג) **צ"ל:** מצאו את $MINConf-MCF_{OPT}$
הוכחה:
נראה ש־ $MINConf-MCF_{OPT}\geq\frac{4}{3}$,
נניח בשלילה ש־ $MINConf-MCF_{OPT}<\frac{4}{3}$,
כלומר השטף בכל צלע הוא לכל היותר $\frac{8}{3}$,
לכן השטף שיוצא מ־ B ומ־ C ביחד קטן מ־ $\frac{16}{3}+\frac{8}{3}=\frac{24}{3}$ (השטף שיוצא מ־ B הוא לכל היותר $\frac{2\cdot 8}{3}$ ולאחר מכן ב־ C

יוכל לצאת רק $\frac{8}{3}$ כי צלע אחת כבר שומשה לזרימה מ־ B, אחת משומשת להמשכת הזרימה של B).
כלומר השטף שיוצא מ־ B ומ־ C ביחד קטן מ־ 8 אבל אמור לצאת 8 זרם מ־ B ומ־ C ביחד, סתירה.
כלומר $MINConf-MCF_{OPT}\geq\frac{4}{3}$.
נסתכל על הזרימה הבאה:



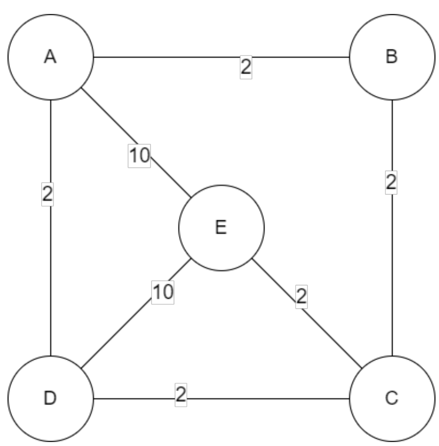
נשים לב שזאת אכן זרימה חוקית המקיימת את התנאים וגם נשים לב שהעומס הכי גדול הוא ב־ BA (לדוגמא, כנל על BC,AD,CD,DE) והוא $\frac{4}{3}=\frac{\frac{8}{3}}{2}$,
כלומר העומס הכי גדול בזרימה שהצענו היא $\frac{4}{3}$, ונסמנה ב־ f^* ולכן

$$MINConf-MCF_{OPT}=\min_f\max_{e\in E}\frac{f_e}{c_e}\leq\max_{e\in E}\frac{f_e^*}{c_e}=\frac{4}{3}$$

ולכן $MINConf-MCF_{OPT}=\frac{4}{3}$.

מ.ש.ל.ג.☺

(ד) **צ"ל:** הראו משקולות כך ש־ $MINConf-MCF_{OSPF\setminus ECMP}=1.5$
הוכחה:
נסתכל על המשקולות הבאים:



נשים לב שאלה משקולות חוקיים ונשים לב שהמסלולים הקצרים מ־ B ל־ D הם $BA\to AD$ ו־ $BC\to CD$ והוא יחלק את הזרימה בינהם ויזרים בהם 2.5 כל אחד מהמסלולים, (ולאחר מכן יש רק מסלול הכי קצר 1 ולכן לא תתפצל יותר).
נשים לב שהמסלולים הקצרים מ־ C ל־ E הם רק CE ולכן הוא יזרים 3 מ־ C בכל בצלע CE.
נשים לב שהזרימה בכל צלע היא אחת מהבאים $0,2.5,3$, כלומר בצלע CE עובר 2 זרימה ושם העומס המקסימלי ולכן $MINConf-MCF_{OSPF\setminus ECMP}=\max_{e\in E}\frac{f_e}{c_e}=\frac{1}{2}\max_{e\in E}f_e=\frac{3}{2}=1.5$, כנדרש

מ.ש.ל.ד.☺

(ה) **צ"ל:** אין משקולות כך ש־ $MINConf - MCF_{OSPF\setminus ECMP} = MINConf - MCF_{OPT}$

הוכחה:

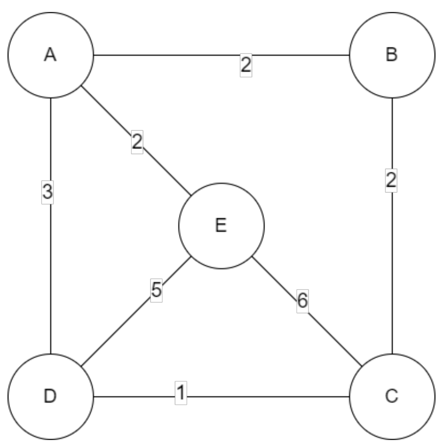
נניח בשלילה שקיימת זרימה כזאת ונסמנה f,
נסמן ב־ n את מספר הצלעות בהן יש זרימה מ־ B ל־ D,
נסמן ב־ m את מספר הצלעות בהן יש זרימה מ־ C ל־ E,
נסמן ב־ 1_{BD} אינדיקטור של האם יש זרימה מ־ B ל־ D דרך הצלע BC,
נסמן ב־ 1_{CE} אינדיקטור של האם יש זרימה מ־ C ל־ E דרך הצלע BC,
נשים לב שהזרימה שתעבור ב־ BC היא $\frac{5}{n}\cdot 1_{BD} + \frac{3}{m}\cdot 1_{CE}$,
נשים לב שהמספר $\frac{5}{n}\cdot 1_{BD} + \frac{3}{m}\cdot 1_{CE}$ הוא תמיד מספר שלם או מספר שלם חלקי 2,
נשים לב שאותו הדבר עבור כל שטף התחלתי ולא רק עבור הצלע BC
נשים לב שלאחר הפיצול הראשון, תמיד יהיה מסלול קצר 1 או 2 בכל קודקוד ולכן הזרימה תשאר שלמה או תתחלק ב־ 2.
ולכן הזרימה בכל צלע תהיה מהצורה $\frac{n}{2^m}$ כאשר $n \in \mathbb{N}$ ו־ $m \in \mathbb{N}\cup\{0\}$
ולכן $\max_{e\in E}\frac{f_e}{c_e}$ הוא גם באחת מהצורות הבאות: $\frac{n}{2^m}$ כאשר $n \in \mathbb{N}$ ו־ $m \in \mathbb{N}\cup\{0\}$ אך מההנחה מתקיים שזה $\frac{8}{3}$ שאינו מהצורה הזאת, סתירה.

מ.ש.ל.ה.☺

(ו) **צ"ל:** יש משקולות כך ש־ $MINConf - MCF_{OSPF\setminus ECMP} = MINConf - MCF_{OPT}$ עם חלוקה

הוכחה:

נסתכל על המשקולות הבאים:



נשים לב שהמסלולים הקצרים בין B ל־ D הם $BA \to AD$ ו־ $BC \to CD$ ושם החלוקה תהיה כרגיל ל־ $\frac{1}{2}$ ו־ $\frac{1}{2}$.
נשים לב שהמסלולים הקצרים בין C ל־ E הם $CE, CD \to DE, CB \to BA \to AE$, נקבע שדרך CE נזרים $\frac{8}{3}$ ובאחרים $\frac{1}{6}$.
נשים לב שהפיצול יקרה רק בהתחלה של הזרימה, כי בשאר המקומות יש רק מסלול קצר אחד ולכן נקבל שהזרימה היא בדיוק $AE : \frac{1}{6}, DE : \frac{1}{6}, CE : \frac{8}{3}, CD : \frac{8}{3}, AD : \frac{8}{3} - \frac{1}{6}, BA : \frac{8}{3}, CB : \frac{8}{3} - \frac{1}{6}, BC : \frac{1}{6}$,
נשים לב שקיבלנו בדיוק את הזרימה שתוארה בסעיף ג' ולכן

$$MINConf - MCF_{OSPF\setminus ECMP} = \frac{4}{3} = MINConf - MCF_{OPT}$$

מ.ש.ל.ו.☺

(ז) **צ"ל:** הבעיה החמורה בהצעה של המנהל

הוכחה:

תחילה נשים לב לבעיה אצלנו בגרף ואז נכלילה.
הזרימה שמתחילה מ־ C מחפשת מסלולים קצרים (לפי ההגדרה החדשה) ותמצא את $CE, CD \to DE$.

היא תפצל את הזרימה בינהם, נסתכל על D, המסלולים הקצרים (לפי ההגדרה החדשה) דרכו ל־ E הם $DE, DA \to AE, DC \to CE$.

כלומר חלק מהמידע יישלח חזרה ל־ C והתהליך יחזור על עצמו אינסוף פעמים מאותם השיקולים.

כלומר חלק מהמידע אף פעם לא יגיע ל־ E כי הוא יועבר מ־ C ל־ D וחזרה.

הדבר קורה כשיש משולש בין קודקוד שמעביר את המידע, קודקוד המטרה וקודקוד אחר בגרף (בדיוק מאותם השיקולים).

ולכן מהיות ואנחנו לא יודעים שאין משולש כזה, איננו יכולים להריץ את הפרוטוקול של המנהל בידיעה שנקבל את כל המידע.

מ.ש.ל.ז.☺