

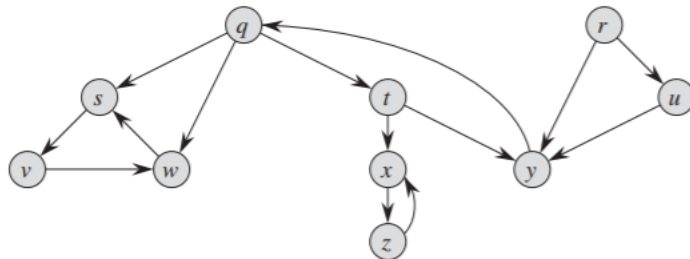
מבני נתונים - 67109

תרגיל 11

להגשה: עד 14.5.19, 10:00

שאלה 1

1. ניזכר בהגדרת רכיב קשירות חזקה: יהא $G = \langle V, E \rangle$ גרף מכוון. אוסף קודקודים $S \subseteq V$ יקרא רכיב קשירות חזקה בגרף, אם הוא קבוצה קשירה חזק מקסימלית בגרף. כלומר שקיים מסלול המחבר בין כל זוג קודקודים בקבוצה.
הריצו את האלגוריתם למציאת רכיבי קשירות חזקה בגרף, על הגרף הבא:



- הניחו שבכל לולאה סדר המעבר על הקודקודים הוא לפי סדר ה- ABC . ציירו את יער ה- DFS המתקבל מהריצה הראשונה, עם חותמות הזמן (כניסה ויציאה), סיווג הצלעות השונות (ארבע הסיווגים שלמדנו) והקיפו ומספרו כל רכיב קשירות חזקה.
- הראו ונמקו את זמן הריצה של האלגוריתם למציאת רכיבי קשירות חזקה. כלומר, הראו איך נממש את האלגוריתם כך שזמן הריצה יהיה $O(|V| + |E|)$, והסבירו מדוע זה זמן הריצה.
- נניח שהוספנו צלע כלשהי לגרף מכוון בעל n רכיבי קשירות חזקה. כמה רכיבי קשירות יתכנו לגרף החדש? פרטו ונמקו.

שאלה 2

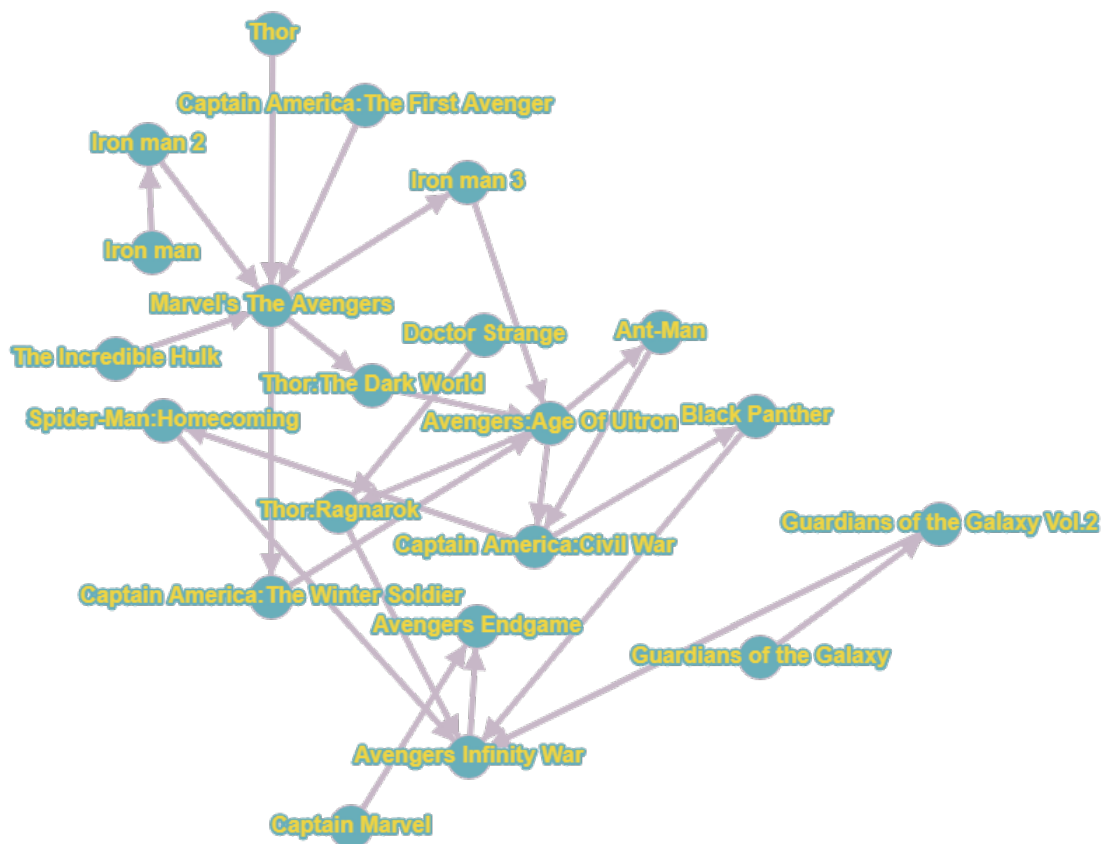
הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

- אם G גרף מכוון עם מסלול מקודקוד u ל- v , וגם $u.pre < v.pre$ בהצת DFS על G , אז v הוא צאצא של u ביער G_π הנוצר על ידי ריצת ה- DFS .
- אם G גרף מכוון עם מסלול מקודקוד u ל- v , אזי בכל ריצת DFS נקבל $v.pre < u.post$.

שאלה 3

הגדרת **מיון טופולוגי**: עבור DAG (Directed Acyclic Graph - גרף מכוון חסר מעגלים), מיון טופולוגי הוא מיון (משמאל לימין, לצורך העניין) של קודקודי הגרף כך שאם קיימת הקשת $(u, v) \in E$, אזי במיון u יופיע לפני v . על מנת לקבל מיון טופולוגי נריץ DFS על הגרף יחד עם חותמות הזמן, ולאחר מכן נמייין את הקודקודים בסדר יורד לפי השדה `v.post` (כמו שראיתם או תראו בהרצאה, אלגוריתם זה אכן מייצר מיון טופולוגי).

1. הריצו מיון טופולוגי על הגרף הבא:



2. דרך נוספת (מלבד זו שראיתם/תראו בהרצאה) לבצע מיון טופולוגי על גרף מכוון $G = \langle V, E \rangle$ היא באופן איטרטיבי למצוא קודקודים שאין להם צלעות נכנסות (שמוגדרים **מקור**, כלומר אין צלעות בגרף הנכנסות אליהם), ולהסיר אותם ואת הצלעות בהן הם מעורבים.

הסבירו כיצד לממש את האלגוריתם המתואר כך שירוצו בזמן $O(|V| + |E|)$. מה יקרה אם ב- G יש מעגל? יס?

3. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה: אם גרף מכוון G מכיל מעגלים, אזי **מיון טופולוגי** עליו מחזיר סידור של הקודקודים כך שמספר הקשתות ה"רעות" מינימלי. קשת "רעה" היא קשת שלא מסכימה עם המיון, כלומר שקיימת קשת (u, v) כך שקודקוד u מופיע אחרי קודקוד v .

שאלה 4

1. בהינתן גרף **לא מכוון** בעל n קודקודים ו- k רכיבי קשירות, מהו מספר הקשתות המינימלי? הוכיחו זאת.

2. בהינתן גרף **לא מכוון** בעל n קודקודים ו- k רכיבי קשירות, מהו מספר הקשתות המקסימלי? הוכיחו זאת.