Άσκηση 1η

Η αγορά ψηφιακών δίσκων δίνεται από τις δύο συναρτήσεις:

D=10.000 -20P

S=4.000+40P

Έστω ότι για το τμήμα παραγωγής μιας βιομηχανίας που παράγει τους ψηφιακούς δίσκους ισχύουν τα εξής:

1. Έχουμε 2 συντελεστές παραγωγής, την εργασία L και το κεφάλαιο K
2. Στην περίπτωση που αυξάνεται μόνο ο αριθμός των εργαζομένων κατά 1% η παραγόμενη ποσότητα του προϊόντος αυξάνεται κατά 0,5% δηλ.

$$\frac{\Delta L}{L} = +1\% \Rightarrow \frac{\Delta Q}{Q} = +0.5\%$$

3. Στην περίπτωση που αυξάνονται κατά 1% ταυτόχρονα και οι δύο συντελεστές, η παραγόμενη ποσότητα αυξάνεται κατά 1,5% δηλ.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\Delta L}{L} = +1\% \\ \dfrac{\Delta K}{K} = +1\% \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta Q}{Q} = +1.5\%$$

4. Η εταιρία έχει στη διάθεσή της 4 μηχανήματα (K=4)
5. Η συνάρτηση παραγωγής είναι της μορφής $Q = 250 * L^a * K^b$ (Cobb-Douglas)

Να βρεθούν:

α) η συνάρτηση ζήτησης εργασίας από τη βιομηχανία (συνάρτηση του L)

β) ο αριθμός των εργαζομένων που πρέπει να απασχολήσει η βιομηχανία για να μεγιστοποιήσει τα κέρδη της όταν η αμοιβή εργασίας κυμαίνεται κατά μέσο όρο στα 1250€

ΛΥΣΗ

Στην κατάσταση ισορροπίας η ζήτηση εξισώνεται με την προσφορά δηλαδή D=S, επομένως
$10.000 - 20P = 4.000 + 40P => 6.000 = 60P => P = 100$

Είναι

$$Q = 250 * L^a * K^b \Rightarrow$$
$$\Rightarrow dQ = \frac{\partial Q}{\partial L}dL + \frac{\partial Q}{\partial K}dK \Rightarrow$$
$$\Rightarrow dQ = 250 * a * L^{a-1} * K^b dL + 250 * L^a * \mathrm{b} * K^{b-1} dK \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{dQ}{Q} = \frac{\cancel{250} * a * L^{a-1} * \cancel{K^b} dL}{\cancel{250} * L^a * \cancel{K^b}} + \frac{\cancel{250} * \cancel{L^a} * \mathrm{b} * K^{b-1} dK}{\cancel{250} * \cancel{L^a} * K^b} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{dQ}{Q} = \frac{adL}{L} + \frac{bdK}{K}$$

Όταν

$$\left.\begin{array}{l} \frac{dL}{L} = 1\% \\ \frac{dK}{K} = 0\% \end{array}\right\} \frac{dQ}{Q} = 0,5\%$$

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{adL}{L} \Rightarrow a = \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dL}{L}} = 0,5$$

Επομένως βρήκαμε ότι το α ισούται με 0,5

Όταν

$$\left.\begin{array}{l} \frac{dL}{L} = 1\% \\ \frac{dK}{K} = 1\% \end{array}\right\} \frac{dQ}{Q} = 1,5\%$$

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{adL}{L} + \frac{bdK}{K} \Rightarrow b = \frac{\frac{dQ}{Q} - \frac{adL}{L}}{\frac{dK}{K}} = \frac{1,5\% - 0,5 * 1\%}{1\%} = 1$$

Επομένως βρήκαμε ότι το b ισούται με 1.

Καταλήγουμε λοιπόν ότι $Q = 250 * L^a * K^b = 250 * L^{0.5} * 4 = 1000 * \sqrt{L}$

Το οριακό προϊόν της εργασίας (MP_L) είναι το πρόσθετο προϊόν που μπορεί να παραχθεί αν η χρησιμοποιούμενη ποσότητα εργασίας αυξηθεί κατά μία μονάδα, ενώ η ποσότητα του κεφαλαίου παραμένει σταθερή:

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L}$$

Αντίστοιχα, το οριακό προϊόν του κεφαλαίου (MP_K) είναι το πρόσθετο προϊόν που μπορεί να παραχθεί αν η χρησιμοποιούμενη ποσότητα κεφαλαίου αυξηθεί κατά μία μονάδα, ενώ η ποσότητα της εργασίας παραμένει σταθερή:

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K}$$

Το οριακό προϊόν της εργασίας ισούται με

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 1000 * \frac{1}{2} * \mathrm{L}^{-\frac{1}{2}} = \frac{500}{\sqrt{L}}$$

Μία από τις βασικές μας υποθέσεις είναι ότι η επιχείρηση προσπαθεί να μεγιστοποιήσει τα κέρδη. Τα κέρδη μιας επιχείρησης ορίζονται ως η διάφορα μεταξύ των συνολικών εσόδων που αποκομίζει η επιχείρηση από την πώληση του προϊόντος που παράγει. και των συνολικών δαπανών. στις οποίες υποβάλλεται προκειμένου να παραχθεί αυτή η ποσότητα προϊόντος.

Αυτό σημαίνει ότι

$$\Pi = TR - TC$$

όπου Π το επίπεδο των κερδών. TR τα συνολικά έσοδα και TC το συνολικό κόστος της επιχείρησης.

Τα συνολικά έσοδα της επιχείρησης είναι ίσα με το γινόμενο της ποσότητας προϊόντος που πουλάει (και παράγει) Q επί την τιμή του προϊόντος P. η οποία για την επιχείρηση είναι σταθερή και δεδομένη, ανεξάρτητα από την ποσότητα προϊόντος που προσφέρει στην αγορά. Συνεπώς

$$TR=PQ$$

Δεδομένου ότι η περίοδος στην οποία αναφερόμαστε είναι η βραχυχρόνια. το συνολικό κόστος παραγωγής αποτελείται από δυο τμήματα: ένα τμήμα σταθερού κόστους, FC, το οποίο είναι ανεξάρτητο από το επίπεδο παραγωγής και το οποίο επιβαρύνει την επιχείρηση ακόμη και αν παράγει μηδενική ποσότητα προϊόντος. και ένα τμήμα μεταβλητού κόστους FC, το οποίο μεταβάλλεται ακλουθώντας τις μεταβολές της παραγωγής. Δηλαδή,

$$TC=FC+VC$$

Δεδομένου ότι η εργασία αποτελεί τον μόνο μεταβλητό συντελεστή της παραγωγής και ο μισθός, W, καθορίζεται ανεξάρτητα από το επίπεδο παραγωγής της επιχείρησης. έχουμε

$$VC=WL$$

Κατά συνέπεια. η συνάρτηση κέρδους μπορεί να γραφεί ως

$$\Pi=PQ-(FC+WL)$$

Το κέρδος μεγιστοποιείται όταν

$$\frac{d\Pi}{dL} = P\frac{\partial Q}{\partial L} - W = 0 \Rightarrow PMP_L = W \Rightarrow MP_L = \frac{W}{P} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{500}{\sqrt{L}} = \frac{W}{P} \Rightarrow L = \frac{500^2 P^2}{W^2} = \left(\frac{50.000}{W}\right)^2$$

β) Αντικαθιστώντας στον παραπάνω τύπο όπου W=1.250€ προκύπτει ότι

$$L = \left(\frac{50.000}{1.250}\right)^2 = 40^2 = 1.600\,\varepsilon\rho\gamma\acute{\alpha}\tau\varepsilon\varsigma$$