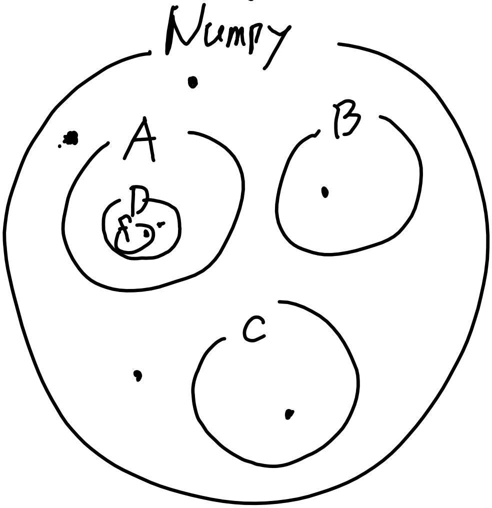
10/31 필기.

→ 상위 package



Numpy package 속에는

다른 package 들이 있음 A.B.C…

단순한 라이브러리가 아님!

•을 함수로 보자

즉 포함관계

ex) Numpy.A.D •이 이 개념으로 사용됨 상위→하위로

import numpy as np ⇒ 이제부터 numpy 사용 가능.

④ from 사용할 수도 있음.

from numpy import A. = numpy에 있는 A를 불러오자

이때부터 A 쓸 수 있음 A.D.f 이렇게 접근 가능

from numpy import A.D도 가능.

즉, numpy처럼 크게 시작도 가능하고, from으로도 가능

---

arange, linscape 매우 중요.

data의 갯수

histogram.

∴ 범주은 무조건 양의 정수

bin = 바구니를 총 몇개로 할 건지?

마지막 sound

continuous한 wave. 1초동안 얼마나 빽빽하게 or 듬성듬성하게
값들을 담을 것인가?. ⇒ sampling rate라한다.

sampling rate를 10000이라 규정한다면 1초동안 10000개의 숫자를 담는것.
1초로 표현하는 숫자의 갯수.
⇒ 다음시간부터 적용.

1초에 얼마다 표현할때 Hz 단위 사용. 쓸때마다 내용은 다르지만
per second (1초당)이라는 말 들어가면 모두 Hz 사용.
ex). pitch, sampling rate.

☆ sampling rate

11/5일 정리.

np.array[ ]
list 넣어주면 numpy 형태의 data로 바꾸어줌

sound를 어떻게 만드는지 해볼 것임.

pure tone들의 합이 complex tone 만들어냄.

pure tone은 sin, cos wave. ⇒ sinusoidal이라함.

sinusoidal function을 만들어내는 것을 phasor이라 함

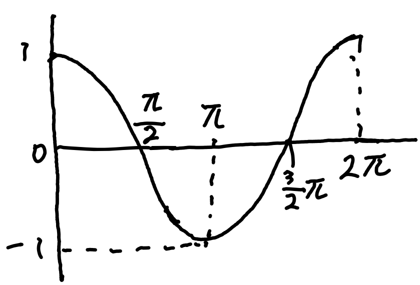
0° 180° 360° degree

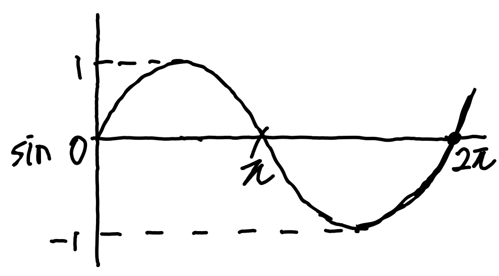
0 π 2π 표현하는 것: radian

720° / 4π ⇒ 360°와 똑같은 원을 그리는 것이니까

sinfunction, cos function에 들어가는 입력 값은 radian 값이 들어가야 한다.
(degree는 안됨)

· cos함수.





phasor 이라한다.

* 0부터 100π까지 sin or cos함수그리면 몇번의 반복? ⇒ 50번
∵ 2π가 반복이 되니까.

* 입력을 degree로 받는다 ⇒ (X)

radian 값을 적을때 $\cos(\theta)$ ($\sin(\theta)$)라고 하면 된다.

ex) $\theta = \frac{3}{2}\pi$ 일때? $\cos(\theta) = 0$. $\sin(\theta) = -1$.

두개의 phasor 외에 한차원 더 높은 phasor 배울 것임.

⇙

* 오일러 공식. $e^{\theta i} = \cos(\theta) + \sin(\theta) i$.

e는 상수값 (무리수), i는 허수 $= \sqrt{-1}$., θ는 입력값.

$f(\theta) = e^{\theta i}$ (= 숫자) 복소수는 수를 다포함 ⇒ $a + bi$.

ex) $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \overset{0}{\overset{\shortparallel}{2\pi}}$ 일때.

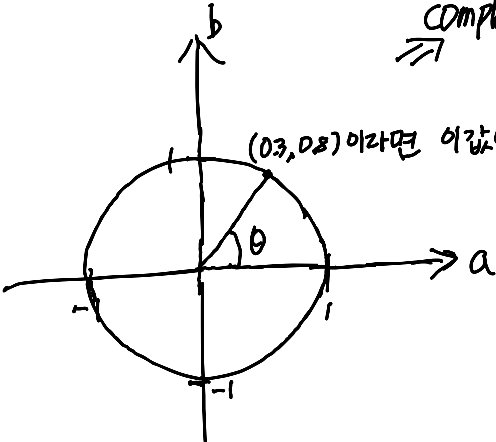
$f(\theta) = 1, i, -1, -i$, / 1 반복→

(1, 0) (0, 1) (-1, 0) (0, -1)

) phasor가 왔다갔다하는 느낌이 들게됨.

이제 복소수를 plot하는 것을 배울 것임. (sin, cos은 실수였음)

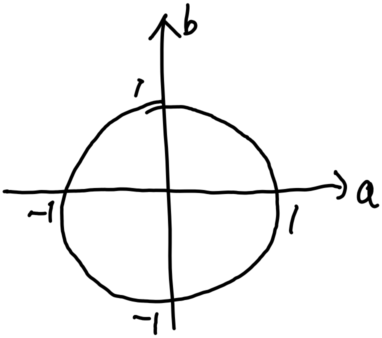
⇗ complex plane (복소평면)



(0.3, 0.8)이라면 이값이 $0.3 + 0.8i$라는 것을 알 수 있음.

$e^{\theta i}$일때 θ 그려서 각도값 만들고 좌표알면 알수 있음 (계산필요X)

모든 data는 벡타화 되어야 한다. 벡타는? 숫자의 열.



⇒ θ값이 바뀜에 따라 계속 원을 따라감.

한점 한점이 다 vector임.

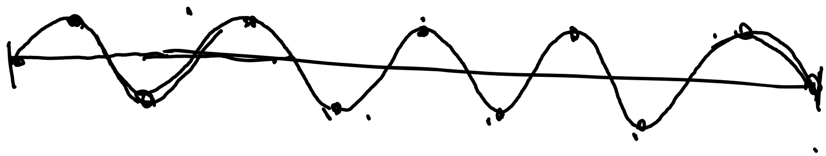
projection
- x축에 project 할때 ↓↓↓ 보면 된다. −1 ⟶ 1 사이 왔다갔다.
- y축에 〃 ⇇ 1, −1 사이 왔다갔다 하는 것이 보임.

실수의 부분만 볼것이다 → x축에 project / 허수부분만 → y축에 project.

sin 그래프 0부터 시작. 0 ↕ ⇒허수 cos 그래프 1부터 시작. ⇄ −1 1 ⇒ 실수만 볼때

오일러 phasor는 sin, cos 모두 가지고 있음. 원하는 것에 따라 하나씩 볼수있음.

11/12.



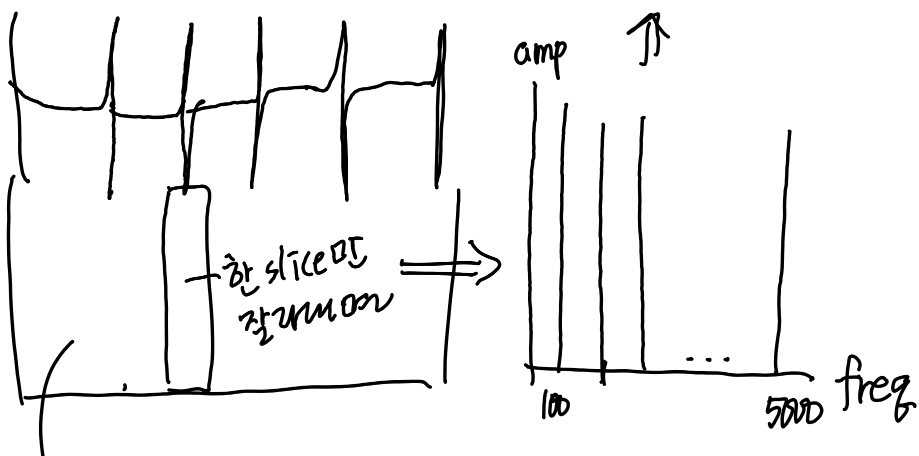
$freq_{max} = \frac{sr}{2}$ ⇒ nyquist freq.

11/16.

한 순간에 어떤 성분들이 있는지

↑

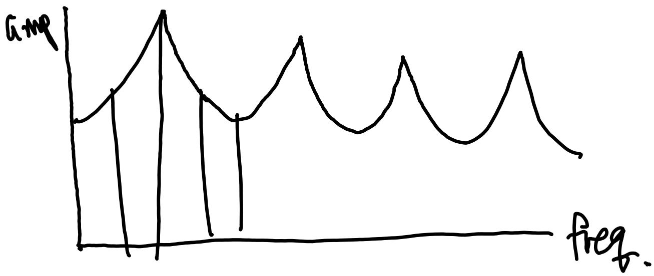
spectrum



spectrogram ⇒ 시간축으로 spectrum 나열한 것

Q. 그 slice에 어떤 frequency가 많은가?

11/16 오늘은 formant.



① gradually decreasing.

② formant 하나씩 만들어줌 ⇒ 이 과정 통해 소리가 정교해짐.

11/19

데이터   기계   데이터

함수

⇓

vector   ☆ $\boxed{\text{행렬}}$ vector

입력값   출력값

오늘은 선형대수 배울 것

5 3 0 1

⇓

입력 vector

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & -5 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

⇓

인공지능

(입력을 출력으로 바꾸어줌)

$-5+0+0+2=-3$

⇓

출력 vector.

- linear algebra (= 선형대수).

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

행렬. m행 n열. m by n 행렬 (= m×n)

- Vectors $[a_1 \cdots a_n]$ 1 by n 행렬.

vector = a sequence of numbers.

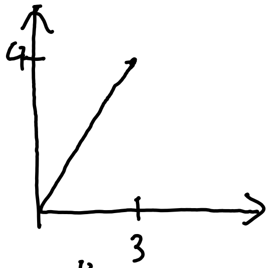
$\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$ 2 by 1.

⇓

column vector

⇓

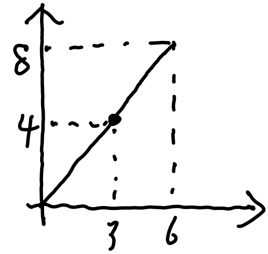
vector



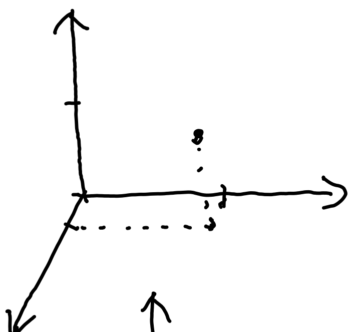
⇓

기하.

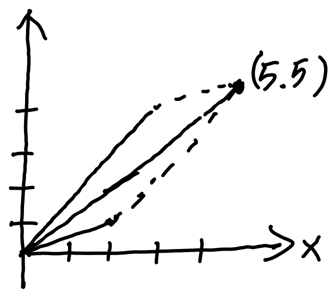
$0.5\begin{bmatrix}6\\8\end{bmatrix}$.



$\begin{bmatrix}3\\-1\\2\end{bmatrix}$



$\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$.



- Vector space - linear combinations

⇓

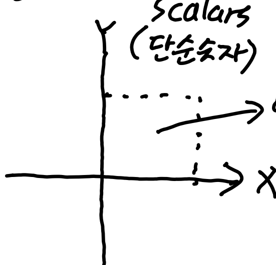
여러 vector들이
만들어내는 공간

$c \cdot v + d \cdot w$

Scalars (단순숫자)

vectors

e.g.



→ 이 부분만 vector space가 될수 없음.
linear combination을 포함한 차원의
모든 공간이 vector space임

- R^n은 요소가 n개인 vector 모두 포함.

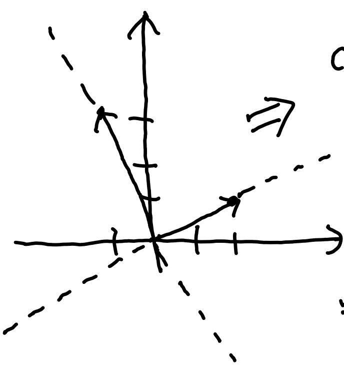
- Column space.

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ column vector 2개.

두 점 linear combination 무한대로 하면.

하나의 plain이 된다. ⇒ Column space.

∴ column space는 column vector보다 차원 높을 수 없다.



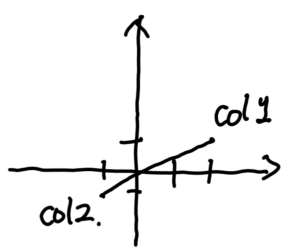
col1, 2는 같은 선상에 있지 X

⇒ ∴ independent 함

⇒ linear combination.

⇒ whole space $= R^2$, column space $= R^2$.

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -0.5 \end{bmatrix}$.



⇒ dependent 함

두 개로 삼각형 형성되지 X

단지 선의 확장.

⇒ whole space $= R^2$, column space $= L$ (=line).

[* dim (whole space) = n rows, dim (column space) = n of independent column.]

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} W \cdot S = R^3 \\ C \cdot S = R^3 \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 4 & 8 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} W \cdot S = R^3 \\ C \cdot S = R^2 (= P). \end{array}$$

dependent

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} W \cdot S = R^3 \\ C \cdot S = P. \end{array}$$

⇒ linear combination으로 만들 수 있음. col 1 col 2의 합이 col 3임.

∴ col 1., col 2는 independent하지만 col 3는 independent하지 않음.

Q. 그렇다면 dependent한 것?
(같은 선상에 있지는 않은데?)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 8 \\ 4 & 8 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} W \cdot S = R^3 \\ C \cdot S = L \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} W \cdot S = R^3 \text{ (3 rows)} \\ C \cdot S = P. \text{ (independent column 2개)} \end{array}$$

↓ transpose

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} W \cdot S = R^2 \\ C \cdot S = R^2 \end{array}$$

2×3.

* Transpose해도 C·S는 달라지지 X

· column vector 관점 w·s, column 관점 c·s

⊕ row 관점에서

$m \times n$ 행렬은 2개의 w·s 존재 R^m, R^n.

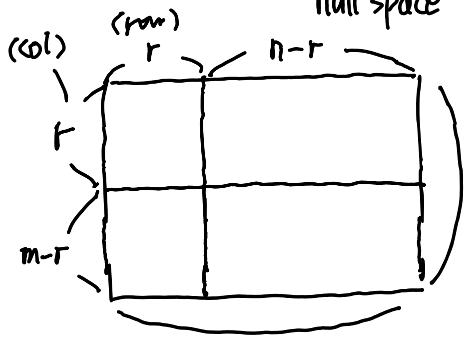
$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ → column 관점 → $w \cdot s = R^3$, $c \cdot s = L$. ∴ null·s $= R^2$ (left)

row 관점 → $w \cdot s = R^2$, $c \cdot s = L$ ∴ null·s $= L$.

$$A\boxed{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad ex) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdots$$

⇓

null space



m ⇒ w·s (column)

column, row로 각각 접근 가능.

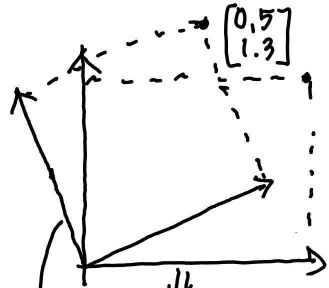
n ⇒ w·s (row).

∘ Linear transformation. $A\underset{\text{입력}}{\underline{x}} = \underset{\text{출력}}{\underline{b}}$. (대문자 : 행렬, 소문자 : 벡터).

$$\begin{bmatrix} 0.9 & -0.4 \\ 0.4 & 0.9 \end{bmatrix} \underset{\text{입력}}{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} = \underset{\text{출력}}{\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.3 \end{bmatrix}}$$

⇓

여기서는 이것이 transformation
(인공지능)



$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.3 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 0.9 & -0.4 \\ 0.4 & 0.9 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow$ 기하적 해석

$\Downarrow$

original grid.

$\rightarrow$ transformation grid.

- $A^{-1}b = x$ detransformation. $\Leftarrow$ independent 할 때

$\quad\ \ \parallel$

inverse matrix

$$\begin{bmatrix} 0.9 & -0.4 \\ 0.4 & 0.9 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{가능.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.25 & 0.125 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1.5 \\ 0.375 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{불가.(not inversable)}$$

(선이 되기에 어디로 가는지 알 수 ×) 면적이 0일때

- eigenvector는 다음시간에 ~.

11/21

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 14 & 3 \\ 33 & 14 & 1 \\ 33 & 8 & -1 \end{bmatrix}$$

$3 \times \underbrace{2 \quad 2}_{\text{같아야 함}} \times \boxed{}$ → 뭐가 오든 상관X

$\underline{3 \times 3}$ 겉에 있는 것

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{가능} \quad \cancel{\text{but}} \quad \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{불가능}$$

3×2 $\quad 2 \times 1$ $\qquad 2 \times 1$ $\quad 3 \times 2$

$$\Rightarrow [6, 3] \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix} = [15, 33, 33]$$

1×2 $\quad 2 \times 3$ $\quad 1 \times 3.$

$\therefore Ax = b.$

→ $x^T A^T = b^T$ 가능

(반드시가 어디에 뭐가 있을 필요X.)

⇒ 기본적 matrics 계산.

11/21.

(기본적인 행렬계산
벡터들의 관계

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$$

3×2 (by) 곱해지는 행렬은 2×0가 되어야 함.

인접한 두 수가 같아야 함.

ex) 2 by 3 라 하자. $\begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix}$

$1 \times 6 + 3 \times 3 = 15$ $\quad 1 \times 2 + 3 \times 9 = 29.$ $\quad 3$

$5 \times 6 + 1 \times 3 = 33$ $\quad 5 \times 2 \times 1 \times 9 = 19$ $\quad 1$

$6 \times 6 + (-1) \times 3 = 33$ $\quad 6 \times 2 + (-1) \times 9 = 3.$ $\quad -1$

3×3

↓

바깥 숫자들의 곱.

$3 \times 2,\ 2 \times 3.$

⇒ 행렬이 어떻게 곱해지는지 알아야 함.

$2 \times 1 \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$. ⇒ 3×1 도출 $\begin{bmatrix} 15 \\ 33 \\ 33 \end{bmatrix}$

⇓ 입력 ⇓ 출력.

$\underset{2 \times 1}{\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}}$ $\underset{3 \times 2}{\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}}$ ⇒ 변형필요. $\underset{1 \times 2}{\begin{bmatrix} 6 . & 3 \end{bmatrix}}$ $\underset{2 \times 3}{\begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix}}$ $= \underset{1 \times 3}{\begin{bmatrix} 15 & 33 & 33 \end{bmatrix}}$

$\left(Ax = b. \Rightarrow x^T A = b^T \right)$

whole space, column space-

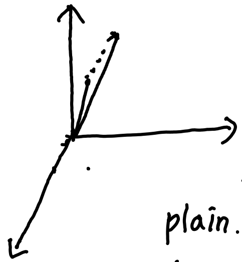
$$A = \begin{bmatrix} 1. & 2. \\ -1. & 0. \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

3×2

↓

column차원.

w·s = 3D.



spanning

plain. = column space.

column space ≠ whole space.

나머지 하나의 차원 = null space (=left null).

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

× a, × b ⊕

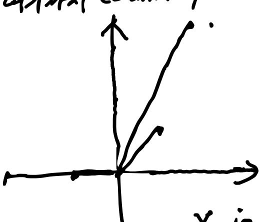
B ⇒ 가능한 모든것은 column space임. spanning plain을 넘지 못함

* column space의 차원, 정리

(line) = 그리고 이것이 null space.

column space가 whole space 채우지 못하면 나머지는 c.s에 orthogonal 한다.

여기까지 column space 이제 row space.



(1. 2) (-1. 0) (3. 5) 두개니까 2차원

w·s = 2D.

r·s = 삼각형 만들어지니까 2차원 = rank라함.

* independent가 몇개 있나가 중요. column차원은 2개

Q. row vector ⇒ row vector 3개인데 다 independent?

independent 하다는 것은 lineal combination으로 만들어지면 안된다. 즉 dependent 함

그래서 independent는 두개밖에 없음 ⊕ 전체차원이 2차원인데 independent가 3개 어짜피 나옴

column or row 관점 → independent vector 숫자 같음 (=rank.)

3×2

c.w.s r.w.s

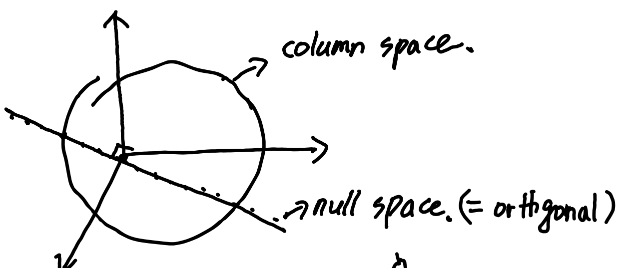
$\boxed{2} = \boxed{2}$ ⇒ independent한 개수.

c.s r.s

⇓ ⇓

1이 남고 0.

null space이고 각각 다를 수 0.



수학적 정의 : $\underset{\text{null.s}}{x} \cdot A = 0.$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\underset{1\times3}{x} \cdot \underset{3\times2}{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$0.5\begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$

⇓

scalars = 일종의 matrix (1x1)

subspace ⊂ whole space.

0차원 = 원점.

$\underbrace{Ax = b \quad A^{-1}b}_{\text{detransformation.}} = x.$

Av = b. A transforms v to b.

$$\begin{bmatrix} 1.25 & 0.25 \\ 0.25 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1.25 \end{bmatrix}$$

transformation vector와 그 전 vector와 한 직선상

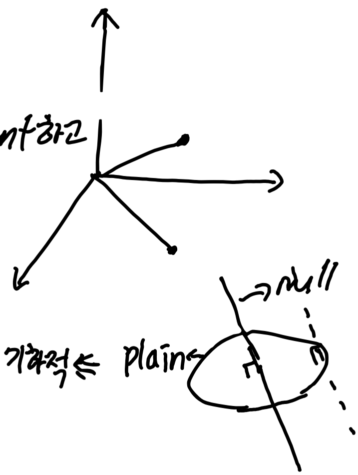
11/26

$$\underset{2\times 3}{\overset{A}{\begin{bmatrix}1&5&3\\2&6&-1\end{bmatrix}}}\ \underset{\boxed{3}\times 1}{\overset{\text{입력}\ x}{\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}}} = \underset{\boxed{2}\times 1.}{\overset{\text{output}\ b}{\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}}}$$

⇒ 3개 숫자짜리 입력이 들어가서 2개짜리 출력이 나온다

row vector이 spanning → w.s = 3D

row vector 2개가 spanning 하면 independent하고 2차원임.



∴ null space = 1D.

↳ $Ax=0.$ $\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ ⇒ 수학적

기하적 ⇐ plain

null space는 방향적 측면에서 해석해야함
(딱 한 값이다, 한 space다라고 해석 X)

$Ax=b$에서 x값에 null space에 평행한 값 넣으면 b값 변화 X

Vector는 방향!

주어진 행렬에서의 eigenvector 은 무엇인가? 방향전체임.(특정값이 아님)

eigenvector는 2개가 있다.
eigenvalue는 곱해지는 비율!
} value도 2개.

* null space가 왜 필요한가?

진화 -> null space 확보. 출력이 우리의 task인데

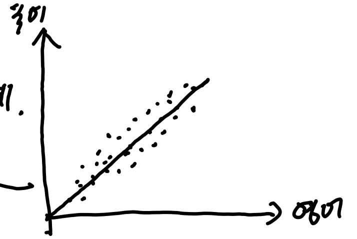
장애물의 존재로 돌아가야함. 이때 task 이루는데 지장X 이것이 null space 확장이유.

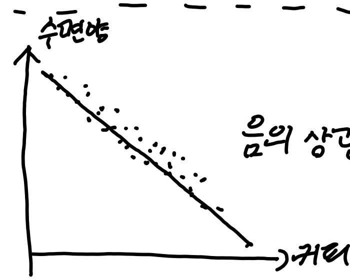
* eigen 배우는 이유? 2X2를 다른 2x2로 바꾸는 것.

고유한 vector로 바꾸어줌.

통계

상관관계.

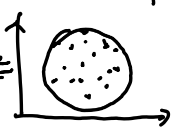




음의 상관관계

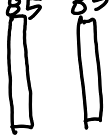
$-1 \le r \le 1$

∴ 0일때 상관관계가 제일 낮다. ⇐

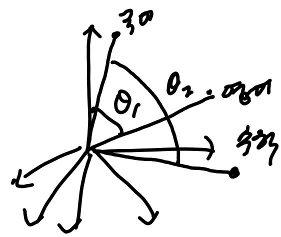


* 정확하게 1 or -1 나오는 경우는 완전히 선상에 있으면 된다.

국어, 영어
85 85.



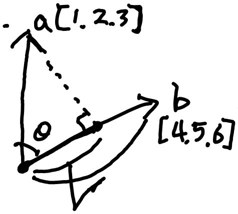
85차원에서 한점.



$\cos\theta = r$

inner product - 2개 vector 있을때 안에거를 곱한다

(=dot).



[1. 2. 3]
× × ×
[4. 5. 6]
$\parallel$
32

2개 곱하면 된다. $= |a| \times \cos\theta \times |b|$

$|a|$ 구하는 방법 $= \sqrt{1^2+2^2+3^2}$

*왜 필요한가? signal이 있을때 어떤 freq가 많은지 알려주는 것 spectrogram

spectrogram을 직접만들기 위해 필요, 성분을 다 알 수 있음.