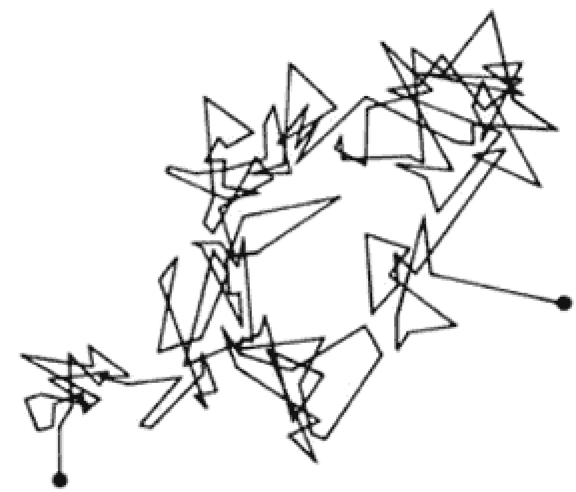
Azar, caos e incertidumbre

Efecto Mariposa

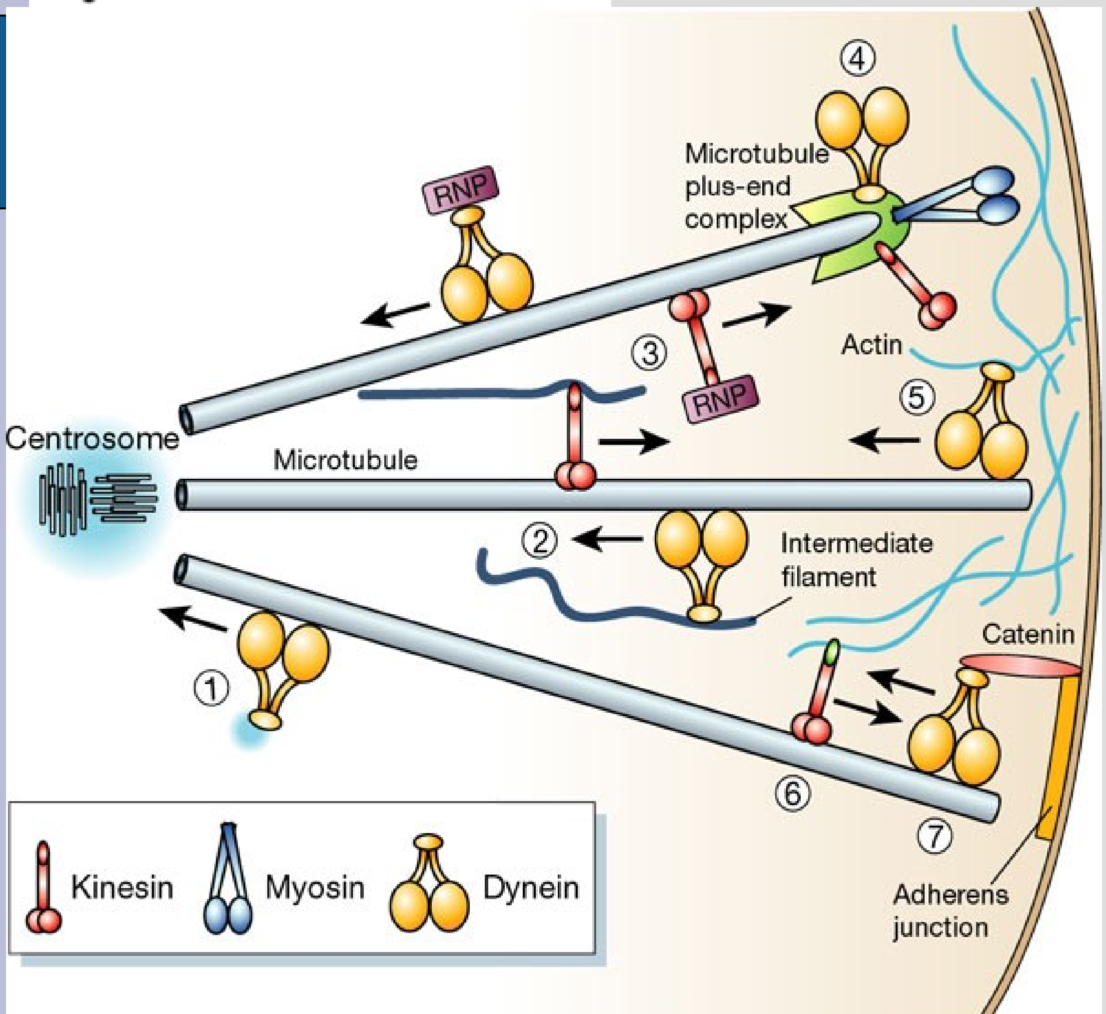
- *cuando una mariposa bate sus alas, en lado opuesto del mundo se crea un tornado*

Azar, aleatorio, estocástico

- Falta de **predecibilidad**
- En Estadística se dice que un proceso aleatorio es un proceso que se **repite** en "**iguales**" condiciones cuyas salidas no siguen un patrón **determinista** descifrable, pero sigue una distribución de probabilidad bien definida



Movimiento browniano



- El botánico escoces Robert Brown lo descubrió en 1827
- Es el claro ejemplo de un proceso estocástico
- Está presente en muchas áreas de la ciencia
- Motores Moleculares

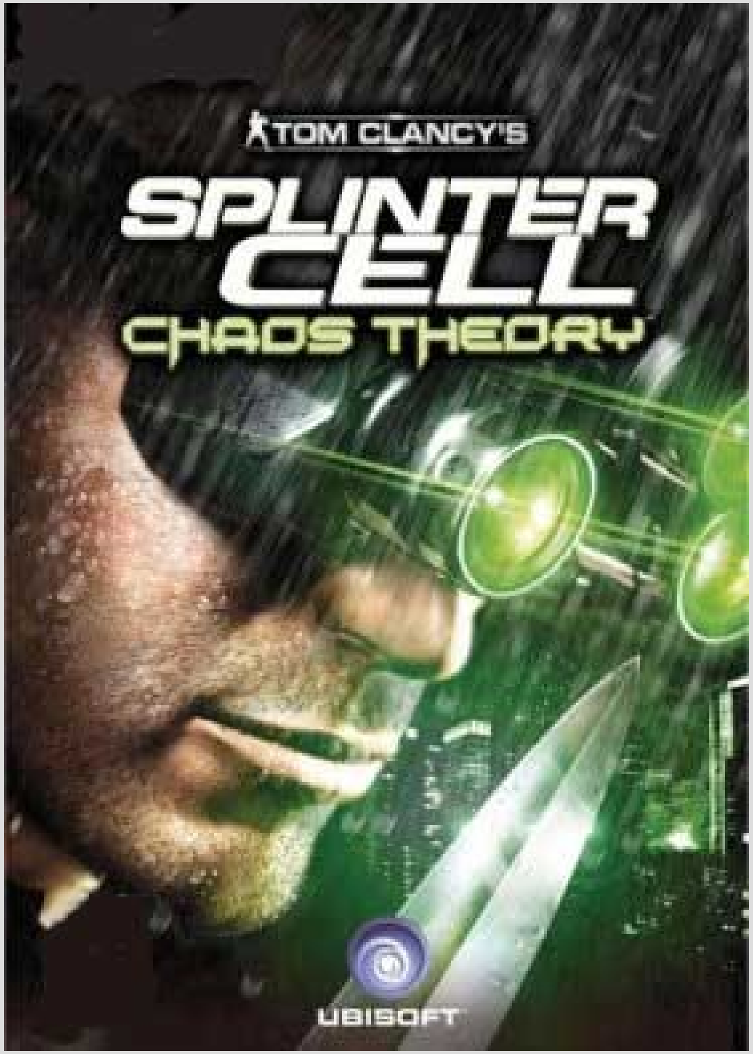
Pero...

- En realidad el azar no existe como tal...
- Sólo es ignorancia de nuestra parte
- Ejemplo: partícula de un gas moviéndose
- En principio todo el mundo microscópico y macroscópico se rigen por leyes deterministas

Concepto “tradicional” de Caos

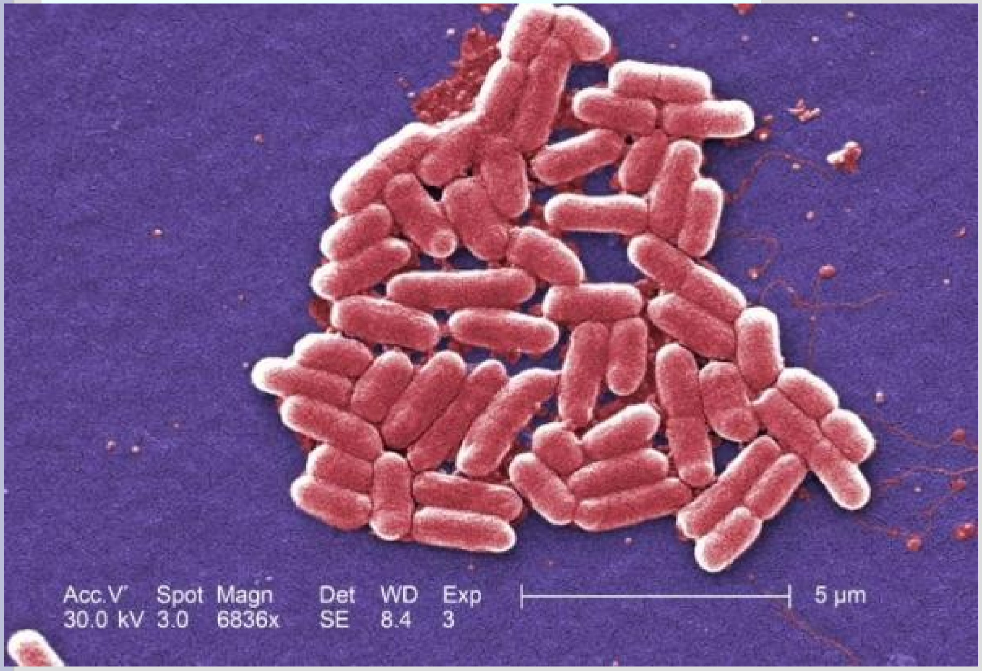
- desorganizado, desordenado, azaroso

Teoría del caos



- Al contrario del concepto tradicional, la teoría del caos nos dice que no todo el “caos” que se observa es debido al azar o a factores desconocidos.
- Sistemas dinámicos

Sistema dinámico Determinista



- En matemáticas, un sistema dinámico es el conjunto de los posibles estados junto con una regla que determina el estado presente a partir de los estados pasados

Mapeo

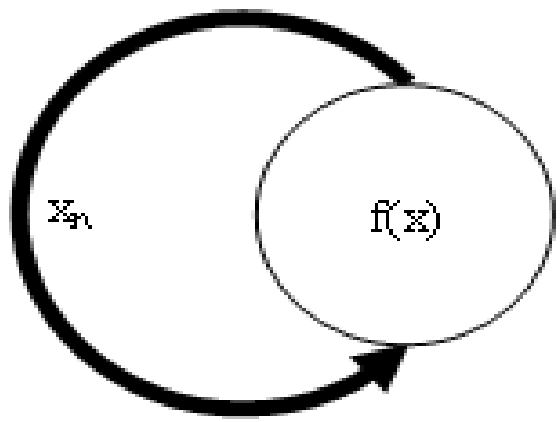


Figura 1. Efecto del mapa en iteraciones.

x_i	valor
x_0	3
x_1	6
x_2	12
x_3	24
x_4	48
x_5	96

- Un mapa es una función iterativa. Veamos el ejemplo más claramente. Sea f(x) = 2x la función que expresa el mapa. Sea x0 = 3 el primer valor.

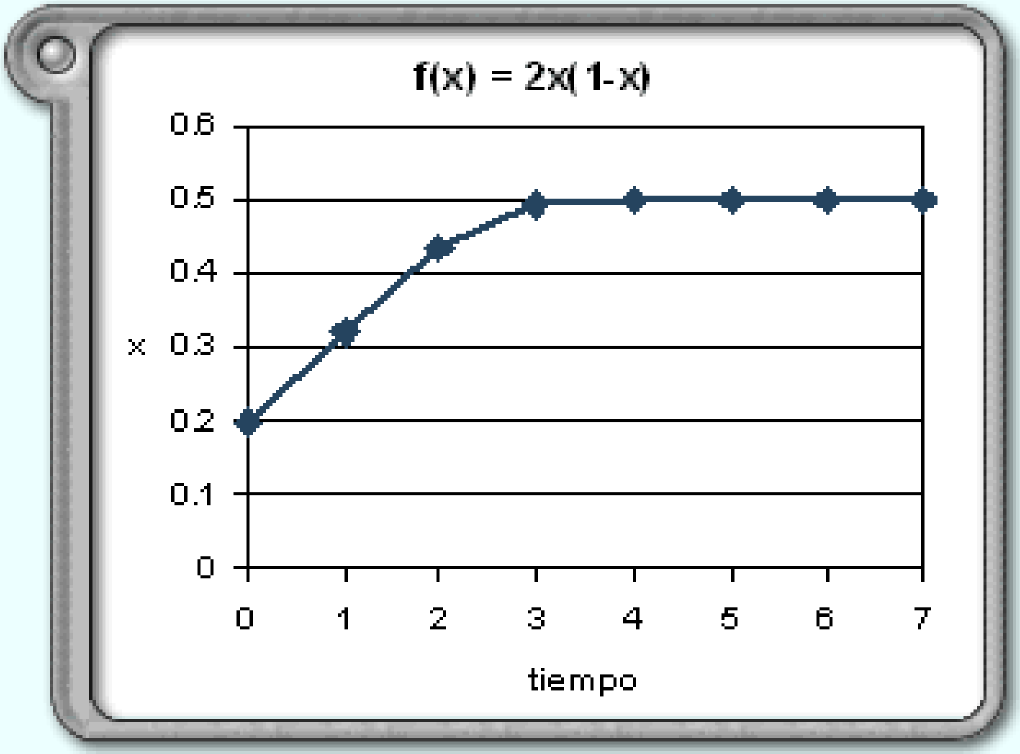
Mapeo Logístico

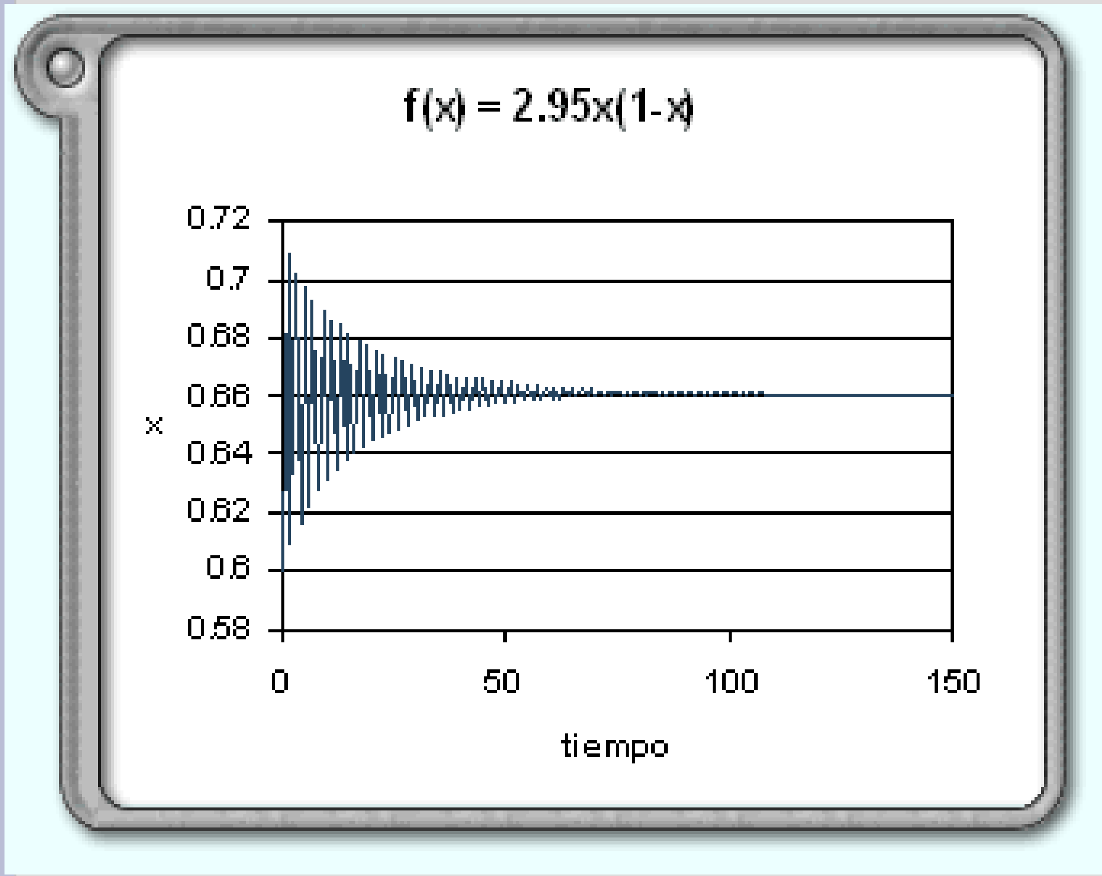
- En la Teoría del Caos encontramos mapas más interesantes. Entre ellos está el famoso mapa logístico, expresado de este modo:

  $$f(x) = ax(1 - x)$$

- Modelo de poblaciones de un mosquito por el biólogo Robert May

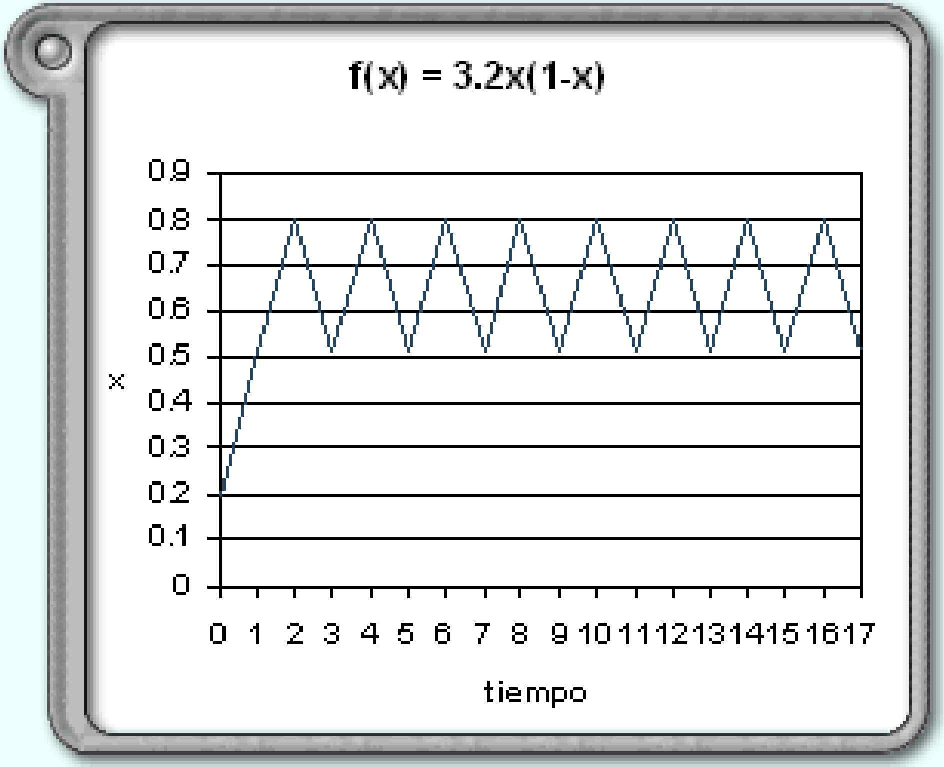
n	$f^n(x)$
0	0.2
1	0.32
2	0.4352
3	0.49160192
4	0.49985894
5	0.49999996
6	0.5
7	0.5



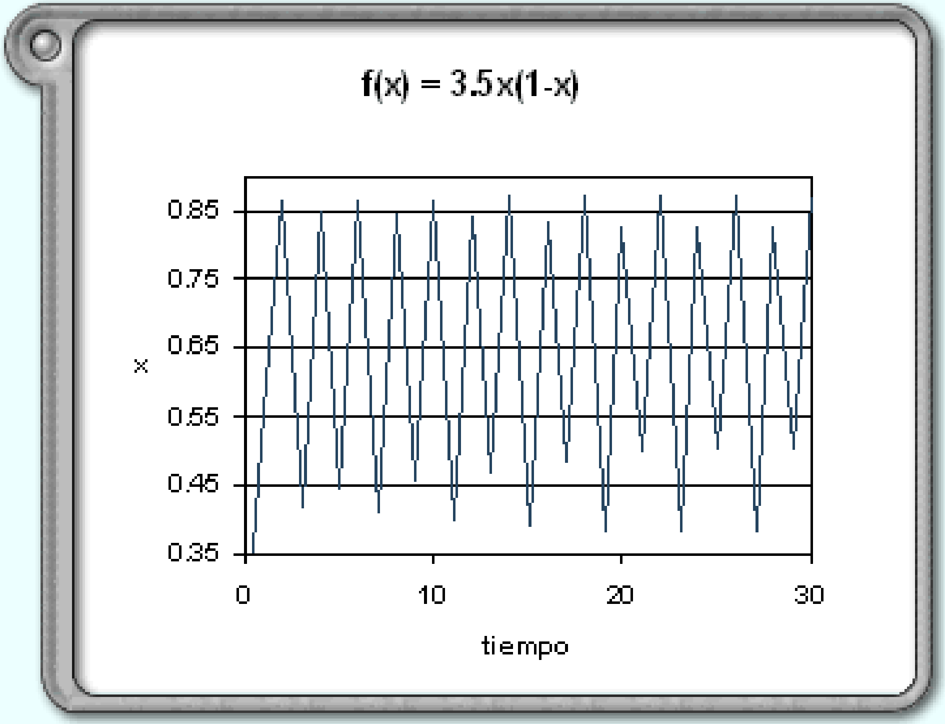


- Si se cambia el parámetro, por ejemplo a = 2.5, la población final resulta ser x = 0.6, y se necesitan más iteraciones para alcanzarla. A medida que hacemos crecer el parámetro, es más lenta la convergencia

f(x) = 3.2x(1– x)



f(x) = 3.2x(1-x)
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
x
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
tiempo



f(x) = 3.5x(1-x)
0.85
0.75
0.65
0.55
0.45
0.35
x
0
10
20
30
tiempo

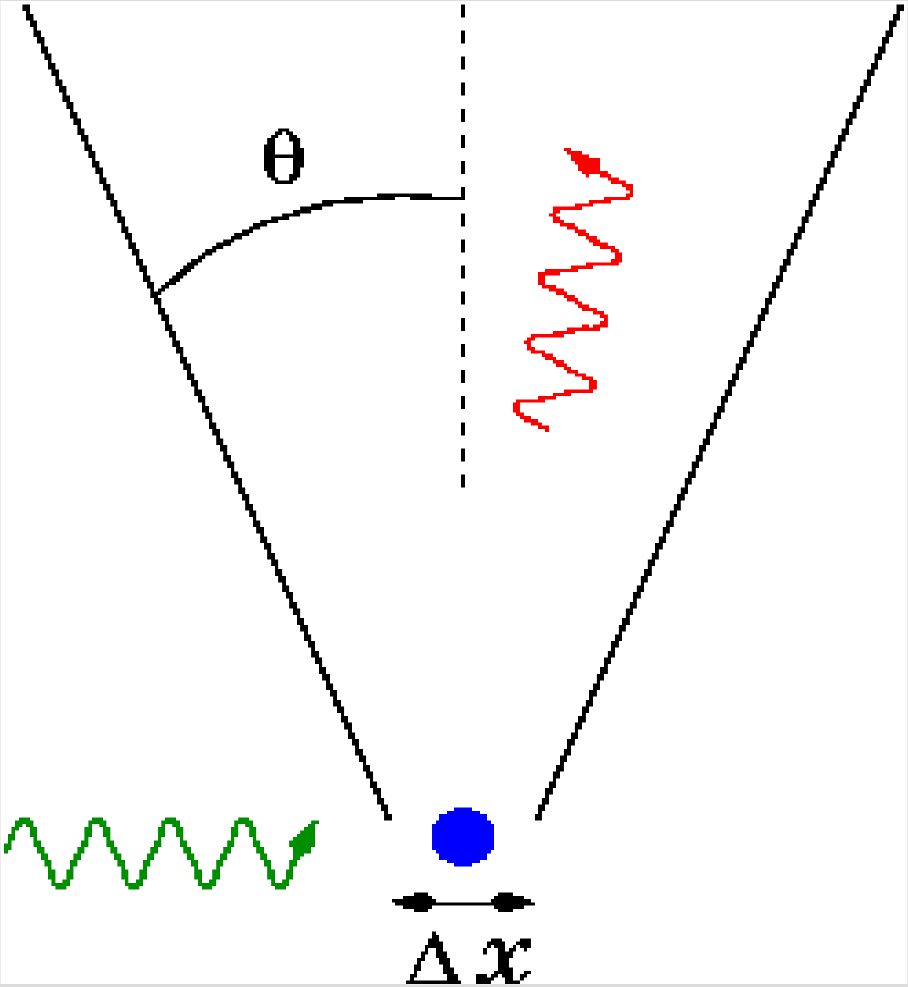
n	$f^n(x)$ cuenta	$f^n(x)$ exacto
0	0.2	0.20006667
1	0.64	0.64015998
2	0.9216	0.92142072
3	0.28901376	0.28961832
4	0.82193923	0.82295819
5	0.58542054	0.58279204
6	0.97081333	0.97258191
7	0.11333925	0.10666534
8	0.40197385	0.38115138
9	0.9615635	0.94350002
10	0.14783656	0.21323094
11	0.50392365	0.67105401
12	0.99993842	0.8829621
13	0.0002463	0.41336013
14	**0.00098498**	**0.96997413**
15	0.00393603	0.11649727
16	0.01568213	0.41170262

- a=4
- Resultados diametralmente opuestos

- Caos implica sensibilidad a condiciones iniciales

Principio de incertidumbre de Heisenberg

- Mecánica cuántica



$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Conclusiones

- El caos y el azar son totalmente diferentes
- El caos es un “azar determinista”
- No se puede predecir la naturaleza después de cierto tiempo
- Se puede obtener un “orden” para muchos eventos-> distribución de probabilidad