Capítulo 4

Estimação de Estado Estática em Sistemas Elétricos de Potência

Este capítulo trata da 3ª Etapa do processo tradicional de EESEP. Ou seja, da estimação de estado estática propriamente dita considerando a modelagem monofásica da rede elétrica. Conforme mencionado no capítulo 1, em razão da simplicidade da sua formulação, bem como da facilidade da sua implantação em computador, o Estimador WLS é o mais utilizado na prática e será o foco principal deste capítulo. Serão apresentadas, detalhadamente, as versões acoplada, desacoplada e linear do Estimador WLS, e algumas formulações alternativas desenvolvidas para evitar problemas numéricos. Serão expostos, também, o Estimador WLS híbrido, ou seja, o Estimador WLS que permite o processamento simultâneo de medidas SCADA e de medidas fasoriais sincronizadas, bem como estimadores mais robustos estatisticamente que o Estimador WLS. Uma seção deste capítulo irá discutir as particularidades do processo de estimação de estado em Sistemas de Distribuição (SDs), destacando alguns estimadores de estado desenvolvidos especialmente para SDs. Na última seção encontram-se alguns exercícios para auxiliar no entendimento do funcionamento do Estimador WLS.

4.1 Introdução

Conforme mencionado anteriormente, apesar de a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica serem realizadas usualmente através de sistemas trifásicos, a maioria dos estimadores de estado propostos na literatura fazem uso do modelo por-fase, ou monofásico (modelo de sequência positiva), que é mais simples que o modelo trifásico. Importa lembrar que no modelo monofásico considera-se que as cargas são balanceadas e as redes simétricas, ou seja, admite-se a hipótese de sistema equilibrado, onde as grandezas elétricas nas fases apresentam a mesma magnitude, porém com defasagem angular de 120º. Esse modelo é adequado para maioria dos sistemas de transmissão em extra-

alta e ultra-alta tensão, foco principal deste livro. Entretanto, em muitas situações os desbalanços nas cargas e os desequilíbrios na rede são bastante acentuados, como usualmente ocorre nos SDs, inviabilizando a utilização do modelo por-fase (HANSEN; DEBS, 1995; ZHONG; ABUR, 2002; MELIOPOULOS; COKKINIDES; STEFOPOULOS, 2005; ALMEIDA; ASADA; GARCIA, 2006; STEFOPOULOS et al., 2007).

Tendo em vista que o foco deste livro é o processo de estimação de estado em sistemas de transmissão, neste capítulo considerar-se-á o estimador de estado estático monofásico.

Para introduzir este capítulo importa lembrar que a estimação de estado estática em SEP consiste na obtenção, em tempo real, das variáveis de estado de um SEP (usualmente as tensões complexas nodais), através do processamento das seguintes informações: parâmetros do SEP disponíveis no banco de dados estáticos das companhias de energia elétrica; topologia e configuração dos medidores no modelo barra-ramo (obtidos pelo configurador de redes); e dos valores das medidas analógicas obtidas em tempo real.

Importa lembrar que a formulação do processo de estimação de estado estática, que será apresentada neste capítulo, baseia-se na modelagem dos componentes da rede elétrica e nas equações de fluxo de potência apresentadas no capítulo anterior.

4.2 O Modelo de Medição

Conhecida a topologia e os parâmetros de um SEP, a determinação das suas variáveis de estado realiza-se a partir de valores medidos, que estão sujeitos a erros inerentes ao processo de medição (imprecisão dos medidores, erros dos canais de comunicação, efeitos da conversão analógico-digital, etc.). Dessa forma, as medidas disponíveis em um SEP podem ser relacionadas, aos erros de medição, através do seguinte modelo:

$$z = z^v + e, \tag{4.1}$$

onde:

$\boldsymbol{z}$ é o vetor das medidas analógicas aferidas de dimensão (m x 1);

z^v é o vetor com os valores "verdadeiros" das medidas de dimensão (m x 1);

$\boldsymbol{e}$ é o vetor aleatório de dimensão (m x 1) que representa os erros de medição.

Tendo em vista que os valores verdadeiros das variáveis de estado de um SEP não são conhecidos, consequentemente os valores verdadeiros das medidas são também desconhecidos. Para estimar as variáveis de estado é necessário fazer certas suposições sobre o modelo de medição apresentado na equação (4.1). No processo de EESEP convencional supõe-se, então, que o vetor de erros aleatórios das medidas analógicas e apresenta distribuição Gaussiana com média zero ($E(e) = 0$) e matriz de covariância R ($E\left(ee^T\right) = R$), e que os erros são não correlacionados. Dessa forma, a matriz R é suposta diagonal, cujos

elementos são as variâncias dos erros de medição, que são usualmente expressos como uma função da precisão e do fundo de escala dos instrumentos de medição. A partir dessas suposições, o modelo de medição pode ser reescrito conforme apresentado na equação (4.2):

$$z = h(x) + e, \tag{4.2}$$

onde:

x é o vetor das variáveis de estado de dimensão (N x 1), constituído usualmente por (n - 1) ângulos de fase de tensão de barra e n magnitudes de tensão de barra, para um SEP com n barras, uma vez que uma das barras do SEP é escolhida como referência angular ($N = 2n - 1$);

h(.) é o vetor de funções lineares e/ou não-lineares (dependendo do tipo de medida), relacionando as quantidades medidas e as variáveis de estado, de dimensão (m x 1).

Conforme mencionado anteriormente, usualmente as medidas analógicas utilizadas no processo de EESEP são medidas de potência ativa e reativa (fluxo em linhas e transformadores e injeção em barras) e de magnitude de tensão em barras, obtidas pelo Sistema SCADA. Entretanto, após o desenvolvimento das Unidades de Medição Fasoriais (PMUs, do inglês *Phasor Measurement Units*), diversas pesquisas estão sendo realizadas para inclusão das Medidas Fasoriais Sincronizadas (MFSs) de fasor de tensão em barras e de fasor de corrente em ramos no processo de EESEP. Importa destacar que a base de tempo utilizada nas PMUs para sincronização das MFSs é o sinal de relógio do Sistema de Posicionamento Global por satélite (GPS, do inglês *Global Positioning System*).

Normalmente, as informações fornecidas pelas barras de injeção nula são também utilizadas como medidas no processo de EESEP. Tais informações, definidas como medidas virtuais (CLEMENTS; KRUMPHOLZ; DAVIS, 1983), são, a rigor, corretas, apesar da não existência de medição física. Dessa forma, as medidas virtuais podem ser tratadas como medidas de injeção de potência de baixa variância, ou como restrições de igualdade a serem incluídas na formulação do problema de EESEP.

4.3 Estimador de Estado WLS

Nas próximas seções serão apresentadas as versões acoplada, desacoplada e linearizada do Estimador de Estado WLS.

4.3.1 Estimador de Estado Acoplado

Aplicando o método WLS, a melhor estimativa do vetor de variáveis de estado x, designada por $\hat{x}$, pode ser obtida calculando-se o valor de x que torne mínimo o índice

$J(x)$ (SCHWEPPE; HANDSCHIN, 1974), dado por:

$$J(x) = e^T R^{-1} e, \tag{4.3}$$

ou ainda:

$$J(x) = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)], \tag{4.4}$$

sendo R^{-1} a inversa da matriz de covariância das medidas, utilizada como matriz de ponderação. A matriz de covariância R, de dimensão m x m, é dada por:

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & 0 \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_m^2 \end{bmatrix}, \tag{4.5}$$

onde σ_i é o desvio padrão da medida i.

O índice $J(x)$ torna-se mínimo quando:

$$\frac{\partial J(x)}{\partial x} = 0, \tag{4.6}$$

ou equivalentemente:

$$H^T(\hat{x}) R^{-1} [z - h(\hat{x})] = 0, \tag{4.7}$$

sendo $H(\hat{x})$ a matriz das primeiras derivadas das funções não lineares do vetor $h(x)$, conhecida como matriz Jacobiana, calculada no ponto representado pelo vetor de variáveis de estado estimado $\hat{x}$ e representada por:

$$H(\hat{x}) = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}}. \tag{4.8}$$

Em razão de o índice $J(x)$ ser uma função quadrática não linear, para a obtenção de $\hat{x}$ aplica-se um método iterativo que resolva uma equação linear a cada iteração K, de modo a calcular a estimativa corrente do vetor das variáveis de estado através de sucessivas correções (SCHWEPPE; HANDSCHIN, 1974), dadas por:

$$x^{K+1} = x^K + \Delta x^K. \tag{4.9}$$

No entanto, para determinar a correção Δx^K, efetua-se a linearização das equações de *h(x)* em torno do ponto x^K, representada pela equação:

$$h(x^{K+1}) \cong h(x^K) + H(x^K) \Delta x^K. \tag{4.10}$$

Reescrevendo a equação (4.2), em relação às aproximações realizadas em *h(x)*, obtém-se o modelo de medição linearizado:

$$z = h(x^K) + H(x^K) \Delta x^K + e, \tag{4.11}$$

ou ainda:

$$\Delta z(x^K) = z - h(x^K) = H(x^K)\Delta x^K + e. \tag{4.12}$$

A partir do modelo de medição linear, a função objetivo $J(\Delta x)$ torna-se:

$$J(\Delta x) = \left[\Delta z\left(x^K\right) - H\left(x^K\right)\Delta x^K\right]^T R^{-1}\left[\Delta z\left(x^K\right) - H\left(x^K\right)\Delta x^K\right], \tag{4.13}$$

cujo mínimo é calculado a partir de:

$$\frac{\partial J(\Delta x)}{\partial \Delta x} = H(x^K)^T R^{-1}[\Delta z(x^K) - H(x^K)\Delta x^K] = 0. \tag{4.14}$$

Logo, a solução pode ser obtida pela seguinte equação:

$$\Delta x^K = [H(x^K)^T R^{-1} H(x^K)]^{-1} H(x^K)^T R^{-1}\Delta z(x^K), \tag{4.15}$$

que é denominada *Equação Normal*, onde:

$$H(x^K)^T R^{-1} H(x^K) = G(x^K) \tag{4.16}$$

representa a matriz ganho (G) calculada em x^K.

O processo iterativo começa a partir de um valor inicial x^0 e, a cada iteração K, as correções nas variáveis de estado Δx são obtidas através da equação (4.15). A atualização do vetor de variáveis de estado é obtida através da equação (4.9), até que um critério de parada seja satisfeito, como:

$$\max\left|\Delta x^K\right| \leq \varepsilon, \tag{4.17}$$

no qual ε denota uma tolerância previamente estabelecida (corresponde ao grau de aceitação de uma solução). Assim, esse critério indicará que o processo iterativo será encerrado quando a magnitude dos ajustes nas variáveis de estado for desprezível.

O algoritmo do estimador de estado WLS acoplado pode ser resumido pelos passos dados a seguir:

- **Passo 1:** Fazer $K = 0$ e escolher uma solução inicial $x^K = x^0$;
- **Passo 2:** Calcular as matrizes $H(x^K)$ e $G(x^K)$ no ponto $x = x^K$;
- **Passo 3:** Obter a correção nas varáveis de estado através da equação normal e atualizar as variáveis:

$$\Delta x^K = G(x^K)^{-1} H(x^K)^T R^{-1}\Delta z(x^K), \tag{4.18}$$

$$x^{K+1} = x^K + \Delta x^K; \tag{4.19}$$

- **Passo 4:** Testar o critério de parada: se $\max\left|\Delta x^K\right| \leq \varepsilon$, o processo convergiu. Caso contrário, faça $\hat{x} = x^(k+1)$, $K = K + 1$ e retorne ao **Passo 2.**

Além do critério de parada supracitado é comum considerar também o número máximo de iterações (K_{max}) como critério de parada. Ou seja, se após K_{max} iterações não houver convergência ($\Delta x^K \leq \varepsilon$), o processo é interrompido. Na Figura 4.1 tem-se o fluxograma do algoritmo do estimador de estado WLS acoplado.

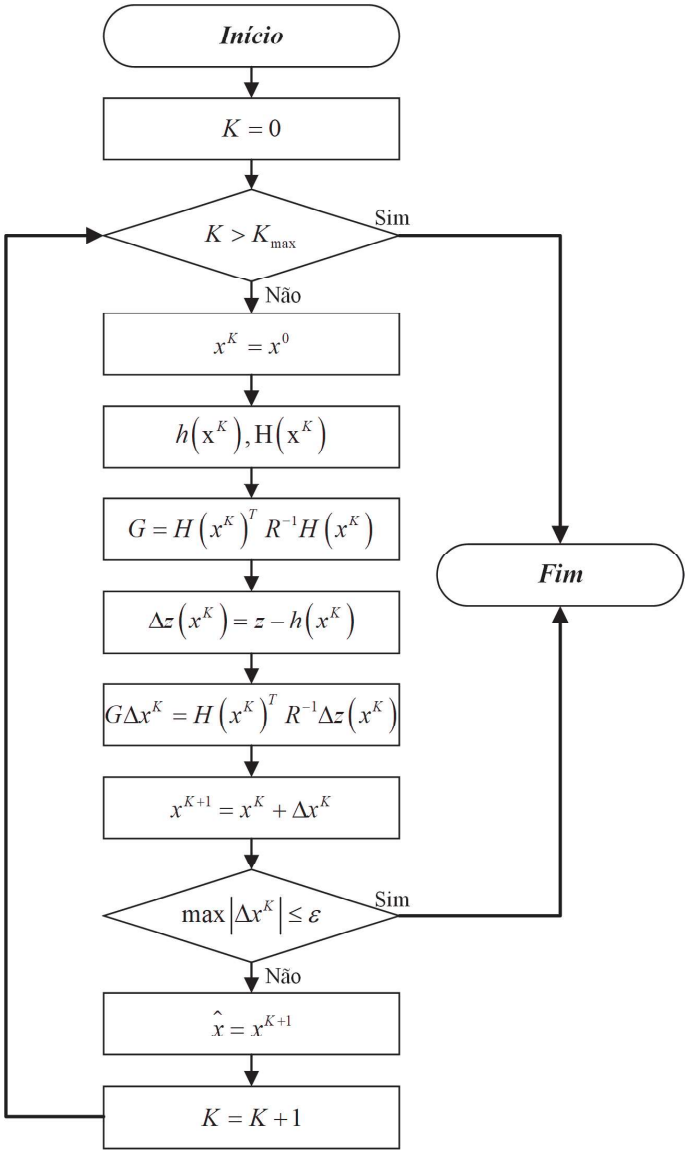

Figura 4.1: Fluxograma do algoritmo do estimador de estado WLS acoplado.

4.3.2 Matriz Jacobiana

A matriz Jacobiana (H) relaciona as medidas disponíveis para estimação (linhas da matriz) com as variáveis de estado a serem estimadas (colunas da matriz). A estrutura da matriz Jacobina vai depender da ordem em que as medidas e as variáveis de estado estão dispostas na matriz. Assim, fica a critério de cada um o posicionamento de cada derivada parcial de medida em relação ao estado aferido. Uma possível estrutura da matriz Jacobiana é apresentada a seguir.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_l} & \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_k} & \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_l} \\ \frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_l} & \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_l} \\ \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_l} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} & \frac{\partial P_k}{\partial V_l} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_l} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_l} \\ \frac{\partial V_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial V_k}{\partial \theta_l} & \frac{\partial V_k}{\partial V_k} & \frac{\partial V_k}{\partial V_l} \end{bmatrix}. \tag{4.20}$$

Considerando as equações generalizadas de fluxo de potência, de injeção de potência, de magnitude de tensão, apresentadas no Capítulo 3, e as variáveis de estado θ_k, θ_l, V_k e V_l, as equações das derivadas parciais que constituem a matriz Jacobiana são dadas como apresentado a seguir:

- Fluxos de potência ativa da barra k para a barra l:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_k} &= a_{kl}V_kV_lg_{kl}sen\left(\theta_{kl}+\varphi\right) - a_{kl}V_kV_lb_{kl}\cos\left(\theta_{kl}+\varphi\right)\\
\frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_l} &= -a_{kl}V_kV_lg_{kl}sen\left(\theta_{kl}+\varphi\right) + a_{kl}V_kV_lb_{kl}\cos\left(\theta_{kl}+\varphi\right)\\
\frac{\partial P_{kl}}{\partial V_k} &= 2a_{kl}^2V_kg_{kl} - a_{kl}V_lg_{kl}\cos\left(\theta_{kl}+\varphi\right) - a_{kl}V_lb_{kl}sen\left(\theta_{kl}+\varphi\right)\\
\frac{\partial P_{kl}}{\partial V_l} &= -a_{kl}V_kg_{kl}\cos\left(\theta_{kl}+\varphi\right) - a_{kl}V_kb_{kl}sen\left(\theta_{kl}+\varphi\right).
\end{aligned} \tag{4.21}$$

- Fluxos de potência ativa da barra l para a barra k:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_{lk}}{\partial \theta_k} &= -a_{kl}V_kV_lg_{kl}sen\left(\theta_{lk}-\varphi\right) + a_{kl}V_kV_lb_{kl}\cos\left(\theta_{lk}-\varphi\right)\\
\frac{\partial P_{lk}}{\partial \theta_l} &= a_{kl}V_kV_lg_{kl}sen\left(\theta_{lk}-\varphi\right) - a_{kl}V_kV_lb_{kl}\cos\left(\theta_{lk}-\varphi\right)\\
\frac{\partial P_{lk}}{\partial V_k} &= -a_{kl}V_lg_{kl}\cos\left(\theta_{lk}-\varphi\right) - a_{kl}V_lb_{kl}sen\left(\theta_{lk}-\varphi\right)\\
\frac{\partial P_{lk}}{\partial V_l} &= 2V_lg_{kl} - a_{kl}V_kg_{kl}\cos\left(\theta_{lk}-\varphi\right) - a_{kl}V_kb_{kl}sen\left(\theta_{lk}-\varphi\right).
\end{aligned} \tag{4.22}$$

- Fluxos de potência reativa da barra k para a barra l:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_k} &= -a_{kl}V_kV_lb_{kl}sen\left(\theta_{kl}+\varphi\right) - a_{kl}V_kV_lg_{kl}\cos\left(\theta_{kl}+\varphi\right)\\
\frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_l} &= a_{kl}V_kV_lb_{kl}sen\left(\theta_{kl}+\varphi\right) + a_{kl}V_kV_lg_{kl}\cos\left(\theta_{kl}+\varphi\right)\\
\frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_k} &= -2a_{kl}^2V_k\left(b_{kl}+b_{kl}^{sh}\right) + a_{kl}V_lb_{kl}\cos\left(\theta_{kl}+\varphi\right) - a_{kl}V_lg_{kl}sen\left(\theta_{kl}+\varphi\right)\\
\frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_l} &= a_{kl}V_kb_{kl}\cos\left(\theta_{kl}+\varphi\right) - a_{kl}V_kg_{kl}sen\left(\theta_{kl}+\varphi\right).
\end{aligned} \tag{4.23}$$

- Fluxos de potência reativa da barra l para a barra k:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_{lk}}{\partial \theta_k} &= a_{kl}V_kV_lb_{kl}sen\left(\theta_{lk}-\varphi\right) + a_{kl}V_kV_lg_{kl}\cos\left(\theta_{lk}-\varphi\right)\\
\frac{\partial Q_{lk}}{\partial \theta_l} &= -a_{kl}V_kV_lb_{kl}sen\left(\theta_{lk}-\varphi\right) - a_{kl}V_kV_lg_{kl}\cos\left(\theta_{lk}-\varphi\right)\\
\frac{\partial Q_{lk}}{\partial V_k} &= a_{kl}V_lb_{kl}\cos\left(\theta_{lk}-\varphi\right) - a_{kl}V_lg_{kl}sen\left(\theta_{lk}-\varphi\right)\\
\frac{\partial Q_{lk}}{\partial V_l} &= -2V_l\left(b_{kl}+b_{kl}^{sh}\right) + a_{kl}V_kb_{kl}\cos\left(\theta_{lk}-\varphi\right) - a_{kl}V_kg_{kl}sen\left(\theta_{lk}-\varphi\right).
\end{aligned} \tag{4.24}$$

- Injeções de potência ativa na barra k:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} &= \sum_{l \in \Omega_k} a_{kl} V_k V_l \left[g_{kl} sen\left(\theta_{kl} + \varphi\right) - b_{kl} \cos\left(\theta_{kl} + \varphi\right) \right] \\
\frac{\partial P_k}{\partial \theta_l} &= a_{kl} V_k V_l \left[-g_{kl} sen\left(\theta_{kl} + \varphi\right) + b_{kl} \cos\left(\theta_{kl} + \varphi\right) \right] \\
\frac{\partial P_k}{\partial V_k} &= \sum_{l \in \Omega_k} 2a_{kl}^2 V_k g_{kl} - a_{kl} V_l \left[g_{kl} \cos\left(\theta_{kl} + \varphi\right) + b_{kl} sen\left(\theta_{kl} + \varphi\right) \right] \\
\frac{\partial P_k}{\partial V_l} &= -a_{kl} V_k \left[g_{kl} \cos\left(\theta_{kl} + \varphi\right) + b_{kl} sen\left(\theta_{kl} + \varphi\right) \right].
\end{aligned} \tag{4.25}$$

- Injeções de potência reativa na barra k:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} &= \sum_{l \in \Omega_k} -a_{kl} V_k V_l \left[b_{kl} sen\left(\theta_{kl} + \varphi\right) + g_{kl} \cos\left(\theta_{kl} + \varphi\right) \right] \\
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_l} &= a_{kl} V_k V_l \left[b_{kl} sen\left(\theta_{kl} + \varphi\right) + g_{kl} \cos\left(\theta_{kl} + \varphi\right) \right] \\
\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} &= -2V_k b_k^{sh} + \sum_{l \in \Omega_k} \left\{ \begin{array}{l} -2V_k \left(a_{kl}^2 + b_{kl} + b_{kl}^{sh} \right) + \\ V_l \left[a_{kl} b_{kl} \cos\left(\theta_{kl} + \varphi\right) - a_{kl} g_{kl} sen\left(\theta_{kl} + \varphi\right) \right] \end{array} \right\} \\
\frac{\partial Q_k}{\partial V_l} &= a_{kl} V_k \left[b_{kl} \cos\left(\theta_{kl} + \varphi\right) - g_{kl} sen\left(\theta_{kl} + \varphi\right) \right].
\end{aligned} \tag{4.26}$$

As derivadas parciais relativas às equações de injeções de potência ativa e reativa podem também ser expressas em função da matriz admitância do SEP, como descrito a seguir:

- Injeções de potência ativa na barra k:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} &= \sum_{l \in \Omega_k} V_k V_l \left(-G_{kl} sen\theta_{kl} + B_{kl} \cos\theta_{kl} \right) \\
\frac{\partial P_k}{\partial \theta_l} &= V_k V_l \left(G_{kl} sen\theta_{kl} - B_{kl} \cos\theta_{kl} \right) \\
\frac{\partial P_k}{\partial V_k} &= 2V_k G_{kk} + \sum_{l \in \Omega_k} V_l \left(G_{kl} \cos\theta_{kl} + B_{kl} sen\theta_{kl} \right) \\
\frac{\partial P_k}{\partial V_l} &= V_k \left(G_{kl} \cos\theta_{kl} + B_{kl} sen\theta_{kl} \right).
\end{aligned} \tag{4.27}$$

- Injeções de potência reativa na barra k:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} &= \sum_{l \in \Omega_k} V_k V_l \left(G_{kl} \cos\theta_{kl} + B_{kl} sen\theta_{kl} \right) \\
\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_l} &= -V_k V_l \left(G_{kl} \cos\theta_{kl} + B_{kl} sen\theta_{kl} \right) \\
\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} &= -2V_k B_{kk} + \sum_{l \in \Omega_k} V_l \left(G_{kl} sen\theta_{kl} - B_{kl} \cos\theta_{kl} \right) \\
\frac{\partial Q_k}{\partial V_l} &= V_k \left(G_{kl} sen\theta_{kl} - B_{kl} \cos\theta_{kl} \right).
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Observação 4.1: Note que a expressão $\sum_{l \in \Omega_k}$ diz respeito a todas as barras adjacentes à barra k, ou seja, compreende também elementos fora da diagonal principal.

Finalmente, como os medidores de tensão medem diretamente o valor da magnitude dessa grandeza, sua expressão, em relação ao estado de tensão (v), é direta:

$$v = V_k. \tag{4.29}$$

- Magnitudes de tensão na barra k:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_k}{\partial \theta_k} &= 0 \\ \frac{\partial v_k}{\partial \theta_l} &= 0 \\ \frac{\partial v_k}{\partial V_k} &= 1 \\ \frac{\partial v_k}{\partial V_l} &= 0. \end{aligned} \tag{4.30}$$

Observação 4.2: Em estimação de estado, a barra de referência é utilizada apenas como referência angular, diferentemente do problema de fluxo de carga, para o qual a barra de referência também serve para fechar o balanço de potência do sistema. Assim, no problema de estimação pode-se escolher qualquer barra como referência angular e para solucionar o problema dois caminhos são usualmente seguidos: (i) elimina-se do processo de estimação a coluna de H referente ao ângulo de referência; ou (ii) mantem-se essa coluna inserindo uma medida fictícia de ângulo de fase de tensão para essa barra no vetor de medidas (atribuindo o valor zero para essa medida).

Exemplo 4.1:

Para o sistema radial de três barras associado ao conjunto de medidas apresentado na Figura 4.2, cujos parâmetros são apresentados na Tabela 4.1, obtenha as variáveis de estado estimadas através do estimador WLS acoplado. Para isso, considere os valores das medidas e respectivos desvios padrão apresentados na Tabela 4.2.

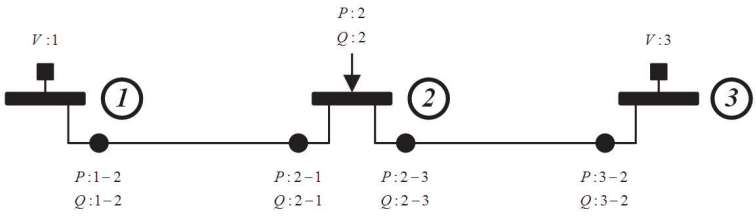

Figura 4.2: Sistema radial de 3 barras.

Tabela 4.1: Parâmetros do sistema radial de 3 barras.

Linha	**g (p.u.)**	**b (p.u.)**	b^{shunt}
$1-2$	4,99913	-15,26308	0,02640
$2-3$	1,13502	-4,78186	0,02190

Tabela 4.2: Valores das medidas e respectivos desvios padrão.

Medida	**Valor (p.u.)**	**Desvio Padrão**
$P:1-2$	0,8190	0,005460
$P:2-1$	-0,8070	0,005380
$P:2-3$	0,9900	0,006600
$P:3-2$	-0,9420	0,006280
$Q:1-2$	-0,0110	0,000073
$Q:2-1$	-0,0120	0,000080
$Q:2-3$	0,3490	0,002327
$Q:3-2$	-0,1900	0,001267
$P:2$	0,1830	0,001220
$Q:2$	0,3380	0,002253
$V:1$	1,0600	0,007067
$V:3$	0,9450	0,006300

O modelo de medição é dado por:

$$
\begin{aligned}
P_{12} &= V_1^2 g_{12} - V_1 V_2 g_{12} \cos(\theta_{12}) - V_1 V_2 b_{12} sen(\theta_{12}) + e_{P12} \\
P_{21} &= V_2^2 g_{21} - V_2 V_1 g_{21} \cos(\theta_{21}) - V_2 V_1 b_{21} sen(\theta_{21}) + e_{P21} \\
P_{23} &= V_2^2 g_{23} - V_2 V_3 g_{23} \cos(\theta_{23}) - V_2 V_3 b_{23} sen(\theta_{23}) + e_{P23} \\
P_{32} &= V_3^2 g_{32} - V_3 V_2 g_{32} \cos(\theta_{32}) - V_3 V_2 b_{32} sen(\theta_{32}) + e_{P32} \\
Q_{12} &= -V_1^2 \left(b_{12} + b_{12}^{sh}\right) + V_1 V_2 b_{12} \cos(\theta_{12}) - V_1 V_2 g_{12} sen(\theta_{12}) + e_{Q12} \\
Q_{21} &= -V_2^2 \left(b_{21} + b_{21}^{sh}\right) + V_2 V_1 b_{21} \cos(\theta_{21}) - V_2 V_1 g_{21} sen(\theta_{21}) + e_{Q21} \\
Q_{23} &= -V_2^2 \left(b_{23} + b_{23}^{sh}\right) + V_2 V_3 b_{23} \cos(\theta_{23}) - V_2 V_3 g_{23} sen(\theta_{23}) + e_{Q23} \\
Q_{32} &= -V_3^2 \left(b_{32} + b_{32}^{sh}\right) + V_3 V_2 b_{32} \cos(\theta_{32}) - V_3 V_2 g_{32} sen(\theta_{32}) + e_{Q32} \\
P_2 &= V_2 \sum_{l \in \Omega_k} V_l \left[G_{2l} \cos(\theta_{2l}) + B_{2l} sen(\theta_{2l})\right] + e_{P2} \\
Q_2 &= V_2 \sum_{l \in \Omega_k} V_l \left[G_{2l} sen(\theta_{2l}) - B_{2l} \cos(\theta_{2l})\right] + e_{Q2} \\
v_1 &= V_1 + e_{v1} \\
v_3 &= V_3 + e_{v3}
\end{aligned}
\tag{4.31}
$$

O modelo do sistema é dado por:

$$
\begin{aligned}
&y_{kl} = g_{kl} + jb_{kl}, \ \forall \ k \neq l \\
&y_{kk} = jb_{kk} \\
&Y_{kl} = -y_{kl} \\
&Y_{kk} = y_{kk} + \sum_{l \neq k} y_{kl} \\
&G_{kl} = real\left(Y_{kl}\right) = \begin{bmatrix} 4,9991 & -4,9991 & 0 \\ -4,9991 & 6,1341 & -1,1350 \\ 0 & -1,1350 & 1,1350 \end{bmatrix} \\
&B_{kl} = imag\left(Y_{kl}\right) = \begin{bmatrix} -15,2367 & 15,2631 & 0 \\ 15,2631 & -19,9966 & 4,7819 \\ 0 & 4,7819 & -4,7600 \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{4.32}
$$

A matriz de ponderação é dada por:

$$
R^{-1} = diag\left[\sigma_{P12}^{-2} \ \sigma_{P21}^{-2} \ \sigma_{P23}^{-2} \ \sigma_{P32}^{-2} \ \sigma_{Q12}^{-2} \ \sigma_{Q21}^{-2} \ \sigma_{Q23}^{-2} \ \sigma_{Q32}^{-2} \ \sigma_{P2}^{-2} \ \sigma_{Q2}^{-2} \ \sigma_{V1}^{-2} \ \sigma_{V3}^{-2}\right] \tag{4.33}
$$

As variáveis de estado são estimadas utilizando o estimador WLS, seguindo o algoritmo:

1. Inicializa-se as variáveis de estado x^0 no *flat start*, ou seja, módulos das tensões nodais com valores unitários (1 p.u.) e ângulos de fase das tensões nodais com valores nulos (0 *rad*);

2. Calculam-se as matrizes $H(x^K)$ e $G(x^K)$ no ponto $x^K = x^0$.

   A matriz Jacobiana tem a seguinte estrutura (observe que a coluna correspondente à variável de estado θ_1 foi eliminada em razão de a barra 1 ter sido escolhida como referência angular):

$$
H(x) = \begin{bmatrix}
\frac{\partial P_{12}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_{12}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_{12}}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{12}}{\partial V_2} & \frac{\partial P_{12}}{\partial V_3} \\
\frac{\partial P_{21}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_{21}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_{21}}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{21}}{\partial V_2} & \frac{\partial P_{21}}{\partial V_3} \\
\frac{\partial P_{23}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_{23}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_{23}}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{23}}{\partial V_2} & \frac{\partial P_{23}}{\partial V_3} \\
\frac{\partial P_{32}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_{32}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_{32}}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{32}}{\partial V_2} & \frac{\partial P_{32}}{\partial V_3} \\
\frac{\partial Q_{12}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_{12}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_{12}}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_{12}}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_{12}}{\partial V_3} \\
\frac{\partial Q_{21}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_{21}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_{21}}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_{21}}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_{21}}{\partial V_3} \\
\frac{\partial Q_{23}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_{23}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_{23}}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_{23}}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_{23}}{\partial V_3} \\
\frac{\partial Q_{32}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_{32}}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_{32}}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_{32}}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_{32}}{\partial V_3} \\
\frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_1} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} \\
\frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} \\
\frac{\partial V_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial V_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial V_1}{\partial V_1} & \frac{\partial V_1}{\partial V_2} & \frac{\partial V_1}{\partial V_3} \\
\frac{\partial V_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial V_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial V_3}{\partial V_1} & \frac{\partial V_3}{\partial V_2} & \frac{\partial V_3}{\partial V_3}
\end{bmatrix}. \tag{4.34}
$$

   A matriz ganho, na iteração K, é dada por:

$$
G\left(x^K\right) = H\left(x^K\right)^T R^{-1} H\left(x^K\right). \tag{4.35}
$$

3. Obtém-se a correção nas variáveis de estado através da equação normal e, então, seus valores são atualizados:

$$\begin{aligned} \Delta x^K &= G\left(x^K\right)^{-1} H\left(x^K\right)^T R^{-1}\left[z - h\left(x^K\right)\right] \\ x^{K+1} &= x^K + \Delta x^K \end{aligned} \tag{4.36}$$

4. Teste de convergência:

$$\max\left|\Delta x^K\right| \leq \varepsilon. \tag{4.37}$$

Se a condição acima for satisfeita, o processo convergiu. Caso contrário, avance para a próxima iteração ($K = K + 1$) e volte ao Passo 2.

Considerando a barra 1 como referência angular ($\theta_1 = 0$) e a tolerância $\varepsilon = 0,001$, o resultado final obtido para este exemplo foi:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_2 \\ \hat{\theta}_3 \\ \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \hat{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0435 \\ -0,2255 \\ 1,0591 \\ 1,0441 \\ 0,9442 \end{bmatrix}. \tag{4.38}$$

4.3.3 Estimador de Estado Desacoplado Rápido

O maior esforço computacional envolvendo o algoritmo do estimador WLS, apresentado anteriormente, está associado ao cálculo da matriz G e, posteriormente, à sua fatoração a cada iteração. Assim como no problema de fluxo de carga, uma alternativa para reduzir os cálculos envolvidos no processo de estimação de estado é manter constante a matriz Jacobiana que relaciona as equações das medidas com as variáveis de estado.

Para tanto, com base no princípio de que as potências ativas são influenciadas predominantemente pelos ângulos de fase de tensão e de que as potências reativas, por sua vez, pelas magnitudes de tensão, várias versões de estimadores de estado desacoplados foram propostas na literatura (HORISBERGER; RICHARD; ROSSIER, 1976; ASCHMONEIT et al., 1976; GARCIA; MONTICELLI; ABREU, 1979; ALLEMONG; RADU; SASSON, 1982; MONTICELLI; GARCIA, 1990). Dentre estas versões, destaca-se a desenvolvida por (MONTICELLI; GARCIA, 1990), conhecida como Estimador de Estado WLS Desacoplado Rápido, em razão de obter bons resultados mesmo em sistemas com baixa relação reatância/resistência. A formulação do mesmo será apresentada a seguir.

Considere a seguinte formulação desacoplada, para o sistema de equações não-lineares que representa o problema de estimação de estado em SEP:

$$\begin{aligned} z_p &= h_p(x) + e_p \\ z_q &= h_q(x) + e_q, \end{aligned} \tag{4.39}$$

onde:

p é o sub-índice que representa o conjunto de medidas ativas formado por medidas de injeção e fluxo de potência ativa;

q é o sub-índice que representa o conjunto de medidas reativas formado por medidas de injeção e fluxo de potência reativa, além de medidas de magnitude de tensão elétrica.

O vetor de variáveis de estado x pode ser escrito também da seguinte maneira:

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}, \tag{4.40}$$

onde V é o vetor de magnitudes de tensão elétrica (n *x 1*) e θ é o vetor de ângulos de fase de tensão elétrica (*(n - 1) x 1*), sendo n o número de barras do sistema.

A partir da divisão do conjunto de medidas e da decomposição do vetor de variáveis de estado, pode-se decompor a matriz Jacobiana da seguinte forma:

$$H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_p(x)}{\partial \theta} & \frac{\partial h_p(x)}{\partial V} \\ \frac{\partial h_q(x)}{\partial \theta} & \frac{\partial h_q(x)}{\partial V} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} H_{p\theta} & H_{pV} \\ H_{q\theta} & H_{qV} \end{bmatrix}. \tag{4.41}$$

Através do estimador WLS desacoplado rápido (MONTICELLI; GARCIA, 1990) a solução do problema é obtida através de um procedimento iterativo, cujas correções $\Delta\theta$ e ΔV são calculadas separadamente. Nessa abordagem os efeitos das sub-matrizes H_{pV} e $H_{q\theta}$ são desprezados e as sub-matrizes $H_{p\theta}$ e H_{qV} são mantidas constantes durante o processo iterativo. Note que a introdução de aproximações na matriz Jacobiana altera o processo de convergência, isto é, muda o caminho percorrido entre o ponto inicial e a solução, mas não altera a solução final, pois o problema a ser resolvido continua o mesmo (MONTICELLI, 1983).

As sub-matrizes $H_{p\theta}$ e H_{qV} (consideradas fixas ao longo das iterações) são calculadas de acordo com o *flat start* ($\theta = 0^o$ e $V = 1pu$) e desprezando as resistências série na formação da sub-matriz H_{qV}. A partir dessas considerações, a solução ótima por mínimos quadrados ponderados, versão desacoplada rápida, pode ser obtida através de dois passos (MONTICELLI; GARCIA, 1990):

i) Cálculo da iteração ativa $P\theta$:

$$\begin{aligned} \Delta\theta^K &= \left(H_{p\theta}^T R_p^{-1} H_{p\theta}\right)^{-1} H_{p\theta}^T R_p^{-1} \left[z_p - h_p(\theta^K, V^K)\right], \\ \theta^{K+1} &= \theta^K + \Delta\theta^K. \end{aligned} \tag{4.42}$$

ii) Cálculo da iteração reativa QV:

$$\begin{aligned} \Delta V^K &= \left(H_{qV}^T R_q^{-1} H_{qV}\right)^{-1} H_{qV}^T R_q^{-1} \left[z_q - h_q(\theta^{K+1}, V^K)\right], \\ V^{K+1} &= V^K + \Delta V^K. \end{aligned} \tag{4.43}$$

O processo iterativo é finalizado quando as magnitudes das correções $\Delta\theta$ e ΔV forem menores que os critérios de parada adotados, por exemplo:

$$\begin{aligned} \max\left|\Delta\theta^K\right| &\leq \varepsilon_{p\theta} \\ \max\left|\Delta V^K\right| &\leq \varepsilon_{qV}, \end{aligned} \tag{4.44}$$

no qual $\varepsilon_{p\theta}$ e ε_{qV} denotam, respectivamente, a tolerância ao erro de aproximação do modelo ativo e do modelo reativo. Adicionalmente, quando um dos critérios de parada é alcançado, fixa-se o respectivo vetor de estado e processa-se apenas a meia iteração cuja tolerância não foi ainda obtida e, consequentemente, o processo de convergência torna-se ainda mais rápido.

4.3.4 Estimador de Estado WLS Linear

O estimador de estado WLS linear, embora pouco aplicado na prática, tem importância considerável nos estudos dos métodos e técnicas referentes à estimação de estado. Isto em razão de as hipóteses simplificadoras em que se baseia transformarem o problema de estimação numa forma não-iterativa, tornando fácil o entendimento de questões relacionadas à observabilidade e à redundância de medidas.

O estimador linearizado baseia-se nas equações de fluxo de carga linear, onde as perdas são desprezadas e todas as magnitudes de tensão são consideradas iguais a 1 pu. Em função dessas aproximações, o fluxo de potência ativa entre as barras k e l, bem como a injeção de potência ativa na barra k, são calculados, respectivamente, pelas seguintes expressões:

$$P_{kl} = \frac{\theta_k - \theta_l}{x_{kl}}, \tag{4.45}$$

$$P_k = \sum_{l \in \Omega_k} P_{kl}, \tag{4.46}$$

onde θ_k e θ_l são, respectivamente, os ângulos de tensão nas barras k e l, x_{kl} é a reatância da linha de transmissão que liga as barras k e l e Ω_k é o conjunto de barras conectadas à barra k.

A equação de fluxo de potência ativa escrita dessa forma permite analogias com a Lei de Ohm para um circuito de corrente contínua (CC). Em razão disso, o estimador de estado linearizado é conhecido como estimador CC.

Na formulação linear, o modelo de medição apresentado na Equação (4.2) torna-se (MONTICELLI, 1999):

$$z_{pa} = H_{cc}\theta + e_{pa}, \tag{4.47}$$

sendo:

z_{pa} vetor de medidas de potência ativa (m_{pa} x 1);

H_{cc} matriz Jacobiana do estimador linear (m_{pa} x N);

θ vetor de variáveis de estado (N x 1) que, na formulação linear, corresponde aos ângulos de fase de tensão nas barras do sistema;

e_{pa} vetor de erros das medidas de potência ativa (m_{pa} x 1);

m_{pa} número de medidas de potência ativa;

N número de variáveis de estado a serem estimadas.

A estimativa do vetor de estado θ, designada por $\hat{\theta}$, obtida através do método de mínimos quadrados ponderados, é o valor de θ que torna mínimo o índice $J(\theta)$, dado por:

$$J(\theta) = e_{pa}^T R_{pa}^{-1} e_{pa} = [z_{pa} - H_{cc}\theta]^T R_{pa}^{-1} [z_{pa} - H_{cc}\theta], \tag{4.48}$$

sendo R_{pa} a matriz de covariância das medidas de potência ativa.

Assim, a solução ótima pode ser calculada por:

$$\hat{\theta} = \left[H_{cc}^T R_{pa}^{-1} H_{cc}\right]^{-1} H_{cc}^T R_{pa}^{-1} z_{pa}. \tag{4.49}$$

Exemplo 4.2:

Considere o sistema elétrico ilustrado na Figura 4.3. Os valores observados pelos medidores apresentadas nessa figura, com os respectivos desvios padrão, são apresentados na Tabela 4.3.

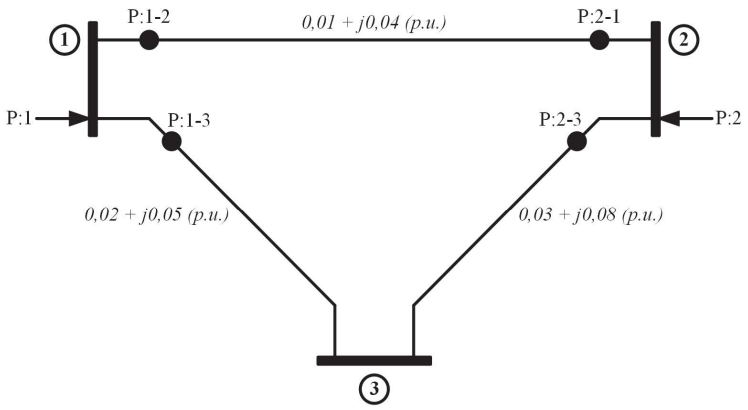

Figura 4.3: Sistema elétrico de 3 barras.

Tabela 4.3: Medidas de potência ativa e respectivos desvios padrão.

Medida	**Valor (p.u.)**	σ **(p.u.)**
$P: 1-2$	6,2452	0,008
$P: 2-1$	-6,2340	0,008
$P: 1-3$	6,9920	0,008
$P: 2-3$	1,1300	0,008
$P: 1$	13,2650	0,010
$P: 2$	-5,0055	0,010

Utilizando o estimador de estado estático linear por mínimos quadrados pede-se:

a) Estime as variáveis de estado do sistema considerando como matriz de ponderação a matriz identidade.

b) Estime as variáveis de estado do sistema aplicando a versão ponderada do estimador, utilizando os desvios padrão apresentados na Tabela 4.3.

Resolução:

Analisando-se o sistema em questão, têm-se os seguintes dados:

Reatâncias das linhas:

$$x_{12} = x_{21} = 0,04pu$$
$$x_{13} = x_{31} = 0,05pu$$
$$x_{23} = x_{32} = 0,08pu$$

Modelo de medição:

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{x_{12}} + e_{P12}$$
$$P_{21} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{x_{21}} + e_{P21}$$
$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{x_{13}} + e_{P13}$$
$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{x_{23}} + e_{P23}$$
$$P_1 = P_{12} + P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{x_{12}} + \frac{\theta_1 - \theta_3}{x_{13}} + e_{P1} = \frac{(x_{12}+x_{13})\theta_1 - x_{13}\theta_2 - x_{12}\theta_3}{x_{12}x_{13}} + e_{P1}$$
$$P_2 = P_{21} + P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{x_{21}} + \frac{\theta_2 - \theta_3}{x_{23}} + e_{P2} = \frac{-x_{23}\theta_1 + (x_{21}+x_{23})\theta_2 - x_{21}\theta_3}{x_{21}x_{23}} + e_{P2}$$

Forma matricial:

$$\begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{21} \\ P_{13} \\ P_{23} \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{12}} & \frac{-1}{x_{12}} & 0 \\ \frac{-1}{x_{21}} & \frac{1}{x_{21}} & 0 \\ \frac{1}{x_{13}} & 0 & \frac{-1}{x_{13}} \\ 0 & \frac{1}{x_{23}} & \frac{-1}{x_{23}} \\ \frac{x_{12}+x_{13}}{x_{12}x_{13}} & \frac{-1}{x_{12}} & \frac{-1}{x_{13}} \\ \frac{-1}{x_{21}} & \frac{x_{21}+x_{23}}{x_{21}x_{23}} & \frac{-1}{x_{23}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{P12} \\ e_{P21} \\ e_{P13} \\ e_{P23} \\ e_{P1} \\ e_{P2} \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores das reatâncias, tem-se:

$$\begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{21} \\ P_{13} \\ P_{23} \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25,0 & -25,0 & 0 \\ -25,0 & 25,0 & 0 \\ 20,0 & 0 & -20,0 \\ 0 & 12,5 & -12,5 \\ 45 & -25,0 & -20,0 \\ -25,0 & 37,5 & -12,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{P12} \\ e_{P21} \\ e_{P13} \\ e_{P23} \\ e_{P1} \\ e_{P2} \end{bmatrix}$$

Escolhendo a barra 1 como referência ($\theta_1 = 0$), o sistema acima torna-se:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{21} \\ P_{13} \\ P_{23} \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}}_{z_p} = \underbrace{\begin{bmatrix} -25,0 & 0 \\ 25,0 & 0 \\ 0 & -20,0 \\ 12,5 & -12,5 \\ -25,0 & -20,0 \\ 37,5 & -12,5 \end{bmatrix}}_{H_{cc}} \underbrace{\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}}_{\theta} + \underbrace{\begin{bmatrix} e_{P12} \\ e_{P21} \\ e_{P13} \\ e_{P23} \\ e_{P1} \\ e_{P2} \end{bmatrix}}_{e_p}$$

a) Variáveis de estado estimadas utilizando o método dos mínimos quadrados ponderados considerando, como matriz de ponderação, a matriz identidade:

$$\hat{\theta} = \left(H_{cc}^T H_{cc}\right)^{-1} H_{cc}^T z_p = \begin{bmatrix} -0,2504 \\ -0,3488 \end{bmatrix}.$$

Ou seja, $\hat{\theta}_2 = -0,2504\ rad$ e $\hat{\theta}_3 = -0,3488\ rad$.

b) A matriz de ponderação é dada por:

$$R_p^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_1^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_5^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_6^{-2} \end{bmatrix}.$$

Variáveis de estado estimadas utilizando o método dos mínimos quadrados ponderados:

$$\hat{\theta} = \left(H_{cc}^T R_p^{-1} H_{cc}\right)^{-1} H_{cc}^T R_p^{-1} z_p = \begin{bmatrix} -0,2504 \\ -0,3484 \end{bmatrix}.$$

Ou seja, $\hat{\theta}_2 = -0,2504\ rad$ e $\hat{\theta}_3 = -0,3484\ rad$.

4.4 Formulações Alternativas do Estimador WLS

Em razão de o estimador WLS baseado na equação normal (Eq. (4.15)) possuir tendência a um mau condicionamento numérico, ao longo dos anos foram propostas formulações alternativas mais robustas numericamente. Para entender essa tendência, importa analisar o processo de solução do problema de estimação a partir da equação normal, que exige a obtenção e fatoração da matriz $G\left(x^K\right)$.

A matriz $G\left(x^K\right)$ é obtida através do produto matricial $H\left(x^K\right)^T R^{-1} H\left(x^K\right)$. Como a matriz R^{-1} é diagonal, a matriz $G\left(x^K\right)$ é simétrica em estrutura e valor, e definida

positiva para sistemas observáveis, o que facilita sua fatoração e, como consequência, a solução do sistema linear apresentado pela equação normal. Dentre os métodos de fatoração tradicionalmente utilizados em estimação de estado, pode-se citar: Método de Eliminação de Gauss, fatoração *LDU*, fatoração de *Cholesky*, decomposição *QR*, entre outros apresentados em (GOLUB; VAN LOAN, 1996).

A robustez numérica da solução da equação normal não dependerá apenas do método de fatoração empregado, mas também do condicionamento numérico da matriz Ganho (EBRAHIMIAN; BALDICK, 2001).

O número de condição de uma matriz não singular A, representado por *K(A)*, pode ser definido por:

$$K\left(A\right) = \|A\| \left\|A^{-1}\right\|, \tag{4.50}$$

onde $\|.\|$ representa qualquer norma de matriz.

Um número de condição elevado resulta em uma grande sensibilidade da solução do sistema linear, em relação às mudanças de dados de entrada. Além disso, indica que a matriz em análise está mal condicionada. Para o caso de uma matriz A singular, *K(A)* tende ao infinito. Assim, pode-se dizer que quanto maior o número de condição de uma matriz, mais próxima ela estará da singularidade.

Em (QUARTERONI; SACCO; SALERI, 2000) é provado que o número de condição de uma matriz, calculado através da norma Euclidiana, reduz-se a:

$$K_2(A) = \|A\|_2 \left\|A^{-1}\right\|_2 = \frac{\sigma_{\max}(A)}{\sigma_{\min}(A)}, \tag{4.51}$$

onde $\sigma_{\max}$ e $\sigma_{\min}$ representam, respectivamente, o valor singular máximo e mínimo de A.

Para o caso em que uma matriz B $\left(B = A^T A\right)$ é simétrica e definida positiva, tem-se:

$$K_2(B) = \frac{\lambda_{\max}(B)}{\lambda_{\min}(B)} = \frac{\lambda_{\max}(A^T A)}{\lambda_{\min}(A^T A)} = \frac{\sigma^2_{\max}(A)}{\sigma^2_{\min}(A)} = \left[K_2(A)\right]^2, \tag{4.52}$$

sendo $\lambda_{\max}$ o maior autovalor e $\lambda_{\min}$ o menor autovalor de B.

A partir desses resultados e considerando R^{-1} igual à matriz identidade, o número de condição da matriz ganho, da equação normal, pode ser aproximado por:

$$K_2(G) = \frac{\lambda_{\max}(G)}{\lambda_{\min}(G)} \cong \left[K_2(H)\right]^2. \tag{4.53}$$

Desse modo, conclui-se que o método da equação normal é mal condicionado, já que o produto $H^T H$ existente no cálculo da matriz G faz com que a matriz ganho tenha um condicionamento pior que H, numa ordem quadrática de grandeza (GOLUB; VAN LOAN, 1996). Na literatura, pesquisas apontam algumas situações perante as quais o problema de condicionamento numérico da matriz G pode se agravar (HOLTEN et al., 1988; EBRAHIMIAN; BALDICK, 2001; ABUR; EXPOSITO, 2004):

1. disparidade entre as ponderações das medidas (elementos de R^{-1}), problema que acontece em especial quando as medidas virtuais (nas barras de injeção nula) são tratadas como medidas com baixa variância;

2. medidas de injeção em barras conectadas a várias linhas de transmissão;

3. grande número de medidas de injeção;

4. existência de linhas de transmissão muito curtas e muito longas no mesmo sistema.

Nas subseções a seguir serão apresentadas formulações derivadas do método WLS tradicional que visam diminuir o número de cálculos necessários e de informações armazenadas em computador, melhorando substancialmente a precisão numérica da solução.

4.4.1 Estimador WLS com Restrições de Igualdade

Conforme mencionado anteriormente, comumente em um SEP existem barras cujas injeções de potência ativa e reativa são nulas (barras de transferência ou de passagem). As informações associadas a essas barras são também utilizadas no processo de EESEP, definidas como medidas virtuais, que recebem um tratamento especial, uma vez que, a rigor, são corretas.

Tradicionalmente, as medidas virtuais são modeladas de duas maneiras (ABUR; EXPOSITO, 2004):

1. Como medidas de injeção de potência de alta precisão (baixa variância), atribuindo-lhes ponderações elevadas. Apesar de se tratar de um procedimento simples, a presença de ponderações muito discrepantes num mesmo conjunto de medidas pode contribuir para o aumento no número de condição da matriz Ganho e prejudicar numericamente a convergência do estimador WLS baseado na equação normal;

2. Outra forma de tratar as injeções nulas é representá-las como restrições de igualdade no problema de mínimos quadrados ponderados, com o intuito de diminuir os problemas numéricos. Assim, o problema de estimação torna-se:

$$\begin{aligned} &\textit{minimizar } J(x) = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)] \\ &\textit{sujeito a } c(x) = 0, \end{aligned} \tag{4.54}$$

   onde $c(x) = 0$ representa o vetor de equações não lineares de injeções de potência nulas (medidas virtuais).

Consequentemente, a solução do problema, representado pela Eq. (4.54), é formulada através da função Lagrangeana:

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)] - \lambda^T c(x), \tag{4.55}$$

na qual λ é o vetor de multiplicadores de Lagrange, relacionados às restrições de igualdade, cuja dimensão é igual ao número de injeções nulas.

Aplicando à Eq. (4.55) as condições ótimas de primeira ordem, obtém-se o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}(x,\lambda)}{\partial x} = 0 \Rightarrow H^T(x)R^{-1}\left[z - h(x)\right] + C^T(x)\lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}(x,\lambda)}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow c(x) = 0, \end{array} \tag{4.56}$$

onde $C(x) = \frac{\partial c(x)}{\partial x}$ é a matriz de primeiras derivadas das funções não lineares do vetor *c(x)*, em relação ao vetor de variáveis de estado x.

Como o conjunto de Eq. (4.56) engloba funções não lineares, o mesmo exige a solução iterativa de um sistema linear, com a seguinte forma:

$$\begin{array}{l} H^T\left(x^K\right)R^{-1}\left[z - h\left(x^K\right) - H\left(x^K\right)\Delta x^K\right] + C^T\left(x^K\right)\lambda^K = 0 \\ c\left(x^K\right) + C\left(x^K\right)\Delta x = 0, \end{array} \tag{4.57}$$

que pode ser representada matricialmente como:

$$\begin{array}{l} \left[\begin{array}{cc} H^T\left(x^K\right)R^{-1}H\left(x^K\right) & C^T\left(x^K\right) \\ C\left(x^K\right) & 0 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \Delta x^K \\ -\lambda^K \end{array}\right] = \\ \left[\begin{array}{c} H^T\left(x^K\right)R^{-1}\left[z - h\left(x^K\right)\right] \\ -c\left(x^K\right) \end{array}\right]. \end{array} \tag{4.58}$$

Um inconveniente dessa abordagem é o fato de a matriz de coeficientes ser indefinida, mesmo para sistemas observáveis, de modo diferente ao que ocorre no caso da matriz ganho. Para contornar esse problema, deve-se realizar a permutação de linhas durante a fatoração do sistema de equações representado pela Eq. (4.58). Em (GJELSVIK; AAM; HOLTEN, 1985) esse procedimento é modificado através do pivotamento *2 x 2*, o que torna a solução numérica mais estável, quando comparada à fatoração tradicional.

Pode-se ainda melhorar o condicionamento numérico da matriz de coeficientes através de um simples escalonamento da função Lagrangeana, dada pela Eq. (4.55), da seguinte forma (ABUR; EXPOSITO, 2004):

$$\mathcal{L}(x,\lambda) = \alpha[z - H(x)]^T R^{-1}\left[z - H(x)\right] - \lambda_s^T c(x), \tag{4.59}$$

sendo $\lambda_s = \alpha\lambda$ e α um escalar, geralmente escolhido como:

$$\alpha = \frac{1}{\max\left\{R_{ii}^{-1}\right\}} \; ou \; \alpha = \frac{m}{\sum\limits_{i=1}^{m} R_{ii}^{-1}}. \tag{4.60}$$

Consequentemente, o sistema de equações a ser resolvido iterativamente passa a ser:

$$\begin{array}{l} \left[\begin{array}{cc} \alpha H^T\left(x^K\right)R^{-1}H\left(x^K\right) & C^T\left(x^K\right) \\ C\left(x^K\right) & 0 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \Delta x^K \\ -\lambda_s^K \end{array}\right] = \\ \left[\begin{array}{c} \alpha H^T\left(x^K\right)R^{-1}\left[z - h\left(x^K\right)\right] \\ -c\left(x^K\right) \end{array}\right]. \end{array} \tag{4.61}$$

Apesar de a modelagem de injeções nulas como restrições de igualdade prover uma melhora substancial no condicionamento numérico da matriz de coeficientes, isto não elimina o problema de mau condicionamento (por exemplo, devido à ocorrência de linhas de baixa reatância e medidas com ponderações discrepantes), que afeta consideravelmente a estabilidade numérica.

Com o intuito de contornar essas limitações, surgiram alguns métodos ainda mais robustos numericamente. Uma revisão sobre esses métodos pode ser encontrada em (HOLTEN et al., 1988; MONTICELLI, 2000; ABUR; EXPOSITO, 2004). Dentre esses métodos, destacam-se: o método da matriz aumentada de Hachtel (GJELSVIK; AAM; HOLTEN, 1985), o método do *Tableau* Esparso (NUCERA; GILLES, 1991) e o método das transformações ortogonais (COSTA; QUINTANA, 1981a,b).

4.4.2 Método da Matriz Aumentada de Hachtel

Neste método, o vetor de resíduos r é considerado uma incógnita e sua equação associada é tratada como uma restrição de igualdade na formulação do problema de estimação de estado, assim como realizado para as injeções nulas no método apresentado na seção anterior. A partir dessas considerações, o problema de otimização torna-se:

$$\begin{array}{l} minimizar\ J(x) = r^T R^{-1} r \\ sujeito\ a \begin{cases} c(x) = 0 \\ r - z + h(x) = 0 \end{cases} \end{array} \tag{4.62}$$

sendo *c(x) = 0* o vetor de equações não lineares, relacionadas às medidas virtuais (injeções de potência nulas) e R^{-1} a matriz de ponderação das demais medidas, também conhecidas como medidas regulares (medidas analógicas obtidas em tempo real e possíveis pseudo-medidas inseridas para restauração de observabilidade).

Consequentemente, obtém-se a função Lagrangeana apresentada a seguir:

$$\mathcal{L}(x, r, \lambda, \mu) = \left[r^T R^{-1} r\right] - \lambda^T c(x) - \mu^T \left[r - z + h(x)\right], \tag{4.63}$$

sendo λ o vetor dos multiplicadores de Lagrange relacionados às medidas virtuais e μ o vetor dos multiplicadores de Lagrange relacionados às restrições de resíduo.

A partir da aplicação das condições ótimas de primeira ordem, obtém-se o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}(x,r,\lambda,\mu)}{\partial x} = 0 \Rightarrow C^T(x)\lambda + H^T(x)\mu = 0; \\ \frac{\partial \mathcal{L}(x,r,\lambda,\mu)}{\partial r} = 0 \Rightarrow R^{-1} r - \mu = 0; \\ \frac{\partial \mathcal{L}(x,r,\lambda,\mu)}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow c(x) = 0; \\ \frac{\partial \mathcal{L}(x,r,\lambda,\mu)}{\partial \mu} = 0 \Rightarrow r - z + h(x) = 0. \end{array} \tag{4.64}$$

Ao se analisar a segunda equação do conjunto acima, pode-se concluir que $r = R\mu$. Isso permite que a variável r seja eliminada do equacionamento. Consequentemente, a solução

iterativa do conjunto de Eq. (4.64) pode ser obtida pela seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} R & H\left(x^K\right) & 0 \\ H^T\left(x^K\right) & 0 & C^T\left(x^K\right) \\ 0 & C\left(x^K\right) & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \mu^K \\ \Delta x^K \\ \lambda^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z - h\left(x^K\right) \\ 0 \\ -c\left(x^K\right) \end{bmatrix} \tag{4.65}$$

Assim como a matriz de coeficientes da Eq. (4.58), a matriz de coeficientes (matriz de Hachtel) da Eq. (4.65) também é indefinida. Logo, a aplicação do pivotamento *2 x 2* também é recomendada para tornar a solução numérica mais estável (GJELSVIK; AAM; HOLTEN, 1985). Outro ponto a ser destacado reside no fato de o número de condição da matriz de coeficientes ser menor para esta modelagem, quando comparada à apresentada na Eq. (4.58). Além disso, o número de condição da matriz ainda pode ser reduzido através de um simples escalonamento da função Lagrangeana, como realizado na Seção 4.4.1.

4.4.3 Método do *Tableau* Esparso

O método do *Tableau* Esparso pode ser visto como um caso particular do método da matriz aumentada de Hachtel, isto porque, nessa abordagem, o conjunto de medidas é dividido em dois conjuntos: um formado pelas medidas de fluxo de potência e magnitudes de tensão (conjunto F) e o outro formado pelas medidas de injeção de potência (conjunto I). Desse modo, o sistema de equações torna-se (ABUR; EXPOSITO, 2004):

$$\begin{bmatrix} R_F & 0 & H_F & 0 \\ 0 & R_I & H_I & 0 \\ H_F^T & H_I^T & 0 & C^T \\ 0 & 0 & C & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \mu_F^K \\ \mu_I^K \\ \Delta x^K \\ \lambda^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_F - h_F\left(x^K\right) \\ z_I - h_I\left(x^K\right) \\ 0 \\ -c\left(x^K\right) \end{bmatrix} \tag{4.66}$$

Essa ordenação diminui a ocorrência dos chamados *fill-in's*, ou seja, dos elementos não nulos que surgem durante a fatoração da matriz de coeficientes. Isso influencia diretamente na precisão da solução do sistema de equações, uma vez que traz como benefício a redução de possíveis erros numéricos oriundos da fatoração.

4.4.4 Método das Transformações Ortogonais

Considere o modelo transformado da Eq. (4.15), ou equação normal, representado a seguir:

$$\left(\widetilde{H}^T \widetilde{H}\right) \Delta x = \widetilde{H}^T \Delta \widetilde{z}, \tag{4.67}$$

onde $\widetilde{H} = R^{-1/2} H$ e $\Delta \widetilde{z} = R^{-1/2} \left[z - h(x)\right]$ representam, respectivamente, a matriz Jacobiana ponderada e o vetor Δz ponderado.

Através do método de transformação ortogonal QR (COSTA; QUINTANA, 1981a,b), a matriz Jacobiana ponderada $\widetilde{H}$ pode ser decomposta em:

$$\widetilde{H} = QR_t, \tag{4.68}$$

sendo Q uma matriz ortogonal $\left(QQ^T = IouQ^T = Q^{-1}\right)$ $m\ x\ m$ e R_t uma matriz trapezoidal superior $m\ x\ N$.

Ordenando-se adequadamente Q e R_t, a decomposição dada pela Eq. (4.68) pode ser escrita como:

$$\widetilde{H} = QR_t = \left[\begin{array}{cc} Q_n & Q_0 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} U \\ 0 \end{array}\right] = Q_n U, \tag{4.69}$$

onde Q_n é uma sub-matriz $m\ x\ N$ dada pelas N primeiras colunas de Q e U é uma matriz triangular superior $N\ x\ N$.

Substituindo a Eq. (4.68) na Eq. (4.67), tem-se o seguinte desenvolvimento:

$$\begin{aligned} &(QR_t)^T (QR_t)\,\Delta x = (QR_t)^T \Delta\widetilde{z} \\ &R_t^T Q^T Q R_t \Delta x = R_t^T Q^T \Delta\widetilde{z} \\ &R_t^T R_t \Delta x = R_t^T Q^T \Delta\widetilde{z}. \end{aligned} \tag{4.70}$$

Agora, utilizando a Eq. (4.69), tem-se que:

$$U^T U \Delta x = U^T Q_n^T \Delta\widetilde{z}. \tag{4.71}$$

Em (COSTA; QUINTANA, 1981a), a função *J(x)* representada na norma-2 foi tomada como ponto de partida para a formulação do problema. Assim, a Eq. (4.71) é obtida através do chamado método de *Golub*, que é baseado em sucessivas transformações ortogonais de *Householder* sobre o sistema de equações. Já em (COSTA; QUINTANA, 1981b), a aplicação do método de Rotação de *Givens* é investigada e comparada à anterior. Como resultado, verifica-se que o último apresenta o mesmo comportamento numérico robusto e exige menos tempo de processamento que o anterior. Desse modo, esse método torna-se mais atrativo para aplicações práticas e em tempo real.

4.5 Estimador WLS considerando Medidas SCADA e MFSs

Dentre os estimadores de estado híbridos baseados no processamento simultâneo de medidas SCADA e MFSs, destaca-se o proposto em (KORRES; MANOUSAKIS, 2011), que utiliza o Estimador WLS e possui as seguintes características:

1. Não exige muitas mudanças na formulação convencional do processo de EESEP por WLS;

2. Não requer a escolha de uma barra como referência angular;

3. Possibilita o processamento de erros grosseiros em medidas SCADA e MFSs, desde que a redundância seja adequada (processamento de erros grosseiros será tratado no Capítulo 6).

Conforme mencionado no Capítulo 2, no processo de estimação de estado convencional, isto é, sem considerar MFSs, uma das barras do sistema é escolhida como referência angular. Assim, atribui-se o valor zero para o ângulo de tensão dessa barra e os ângulos estimados, para as demais barras, são referentes ao daquela barra. Tendo em vista que não é usual a monitoração direta dos ângulos de tensão via sistema SCADA convencional, essa prática é apropriada, uma vez que é irrelevante, para o processo de EESEP, o valor absoluto do ângulo de tensão da barra de referência. Porém, no processo de estimação de estado híbrido, ou seja, quando estão presentes medidas convencionais e MFSs, essa prática não é adequada. Isto porque as medidas de ângulo de tensão, fornecidas pelas PMUs, são obtidas a partir de outro referencial, que é determinado pelo instante de tempo fornecido pela recepção do sinal emitido pelo sistema GPS.

Diversas soluções têm sido propostas para contornar o problema da escolha da referência de ângulo de tensão no processo de EESEP, que faz uso de medidas convencionais e MFSs.

Fazendo uso do Estimador de Estado híbrido WLS proposto em (KORRES; MANOUSAKIS, 2011), o problema da escolha da referência angular foi solucionado de uma forma bastante simples. Na existência de pelo menos uma medida de ângulo de tensão, a referência de ângulo vai ser determinada pelo sinal emitido pelo sistema GPS. Porém, na ausência de tais medidas, utilizar-se-á a prática convencional, ou seja, uma das barras do sistema é escolhida como referência angular.

O modelo de medição e o algoritmo de solução do Estimador de Estado híbrido WLS proposto em (KORRES; MANOUSAKIS, 2011) são praticamente os mesmos do estimador convencional por WLS já apresentado neste capítulo. As diferenças são as seguintes:

- Inclusão das MFSs de tensão e corrente. Em razão disso, a matriz Jacobiana do estimador híbrido passa a ter novas linhas relacionadas às MFSs. Lembrando ainda que na presença de pelo menos uma medida fasorial de ângulo de fase de tensão essa matriz terá mais uma coluna associada a essa variável de estado, pois nessa situação a referência de ângulo vai ser determinada pelo sinal emitido pelo sistema GPS, tornando-se necessário estimar os ângulos de fase de tensão de todas as barras do SEP;

- Utiliza o modelo de medição em coordenadas retangulares para os fasores de tensão e corrente e não em coordenadas polares usualmente empregadas no modelo de medição considerando apenas medidas SCADA. Isto para evitar problemas numéricos na inicialização do algoritmo na presença de medidas fasoriais de corrente, pois algumas derivadas dessas medidas (elementos da correspondente matriz Jacobiana) são indefinidas quando a primeira iteração parte do *flat start* (magnitudes de tensões nodais iguais a 1,0 p.u. e ângulos de fase iguais a zero radianos para todas as barras do SEP).

Estimadores híbridos baseados no processamento simultâneo de medidas SCADA e de MFSs têm apresentado bons resultados na literatura. Entretanto, isso não pode ser garantido na prática, haja vista tratarem-se de medidas com distintas precisões e taxas de amostragem (COSTA; ALBUQUERQUE; BEZ, 2013).

4.6 Estimadores de Estado Estatisticamente Robustos

Conforme apresentado no Capítulo 1, o estimador de estado WLS funciona muito bem quando os erros nas medidas são Gaussianos, falhando, entanto, na ocorrência de um ou mais EGs.

Para superar essa limitação, várias técnicas para processamento de EGs a partir da análise dos resíduos das medidas foram desenvolvidas e aplicadas juntamente com o estimador WLS, conforme será apresentado no próximo Capítulo. Além disso, estimadores de estado mais robustos estatisticamente que o estimador WLS foram aplicados em SEP, como, por exemplo, os baseados no método da Mínima Mediana do Resíduo Ponderado ao Quadrado (WLMS, do inglês *Weighted Least Median of Squares*), apresentado em (MILI; PHANIRAJ; ROUSSEEUW, 1991), e no método do Mínimo Valor Absoluto Ponderado (WLAV, do inglês *Weighted Least Absolute Value*), proposto em (IRVING; OWEN; STERLING, 1978).

4.6.1 Estimador de Estado WLMS

O estimador WLMS apresentado em (MILI; PHANIRAJ; ROUSSEEUW, 1991) trata-se do primeiro estimador estatisticamente robusto, aplicado em SEP, capaz de filtrar EGs existentes em mais de uma medida classificadas como ponto de alavancamento[1].

Posteriormente, (MILI; CHENIAE; ROUSSEEUW, 1994) desenvolveram uma expressão para determinar a mediana que minimiza o resíduo ponderado ao quadrado considerando a redundância local de medidas, diferentemente do trabalho anterior, onde esta expressão era obtida em termos da redundância global.

O estimador WLMS funciona da seguinte maneira: dentre as m medidas disponíveis, sorteia-se uma série de amostras com N medidas, sendo N o número de variáveis de estado a serem estimadas, de modo que o SEP seja observável como um todo. Para cada amostra sorteada, o estimador calcula as variáveis de estado x e o conjunto de resíduos r, gerados a partir de x, para todas as m medidas. Em seguida, esses resíduos são ponderados, elevados ao quadrado e ordenados de forma crescente ($r^2_{R(1)} \leq ... \leq r^2_{R(m)}$). A função objetivo a ser minimizada é a mediana do conjunto dos quadrados dos resíduos ponderados, correspondentes a cada conjunto de medidas selecionado. Ao final

[1] Ver Apêndice A.

do processo, o estado estimado $\hat{x}$ corresponde àquela amostra que gerou o conjunto de resíduos r que tem o menor resíduo mediano ponderado ao quadrado.

O estimador de estado WLMS tem a seguinte formulação:

$$minimizar|_{x_i}\ mediana|_v \left(r^2_{R(v)}\right), \tag{4.72}$$

onde x_i é o vetor de variáveis de estado obtidos pelas amostras de N medidas, v é a posição mediana dos resíduos ponderados elevados ao quadrado e r^2_{Rv} é o resíduo mediano ponderado ao quadrado. No caso de regressão linear, a mediana dos resíduos é dada por (MILI; PHANIRAJ; ROUSSEEUW, 1991):

$$v = \left[\frac{m}{2}\right] + \left[\frac{N+1}{2}\right], \tag{4.73}$$

onde [.] denota a parte inteira do argumento.

O passo inicial do algoritmo é sortear, dentre as medidas disponíveis, uma série de k amostras com N medidas, de modo que o sistema elétrico seja observável como um todo. Para cada uma das amostras, calculam-se as variáveis de estado e os resíduos ponderados r_R das m medidas disponíveis. A equação do resíduo ponderado para a i-ésima medida é definida como (MONTICELLI, 1999):

$$r_{R_i} = \frac{r_i}{\sqrt{R_{ii}}}, \tag{4.74}$$

onde R_{ii} é a matriz de covariância das medidas.

Em seguida, esses resíduos ponderados são elevados ao quadrado e ordenados de forma crescente, isto é:

$$\begin{aligned}
&Amostra\ 1: \ r^2_{R(1)} \leq ... \leq r^2_{R(v)} \leq ... \leq r^2_{R(m)}\\
&Amostra\ 2: \ r^2_{R(1)} \leq ... \leq r^2_{R(v)} \leq ... \leq r^2_{R(m)}\\
&\qquad\qquad\vdots\\
&Amostra\ k: \ r^2_{R(1)} \leq ... \leq r^2_{R(v)} \leq ... \leq r^2_{R(m)}.
\end{aligned}$$

A estimativa WLMS corresponde àquela amostra que minimiza o v-ésimo resíduo ponderado ao quadrado. Ante o exposto, o algoritmo do estimador WLMS pode ser definido pelos seguintes passos:

- **Passo 1:** Por intermédio de um procedimento combinatório, sorteiam-se k conjuntos distintos com N medidas, de modo que o sistema seja observável para qualquer um desses conjuntos bases. Para garantir que o sistema seja observável para qualquer uma das bases, realiza-se uma análise de observabilidade. Em (MILI; PHANIRAJ; ROUSSEEUW, 1991), utilizou-se o método proposto por (WU; MONTICELLI, 1985);

- **Passo 2:** Calcule o vetor de variáveis de estado para uma das bases através de um método de fluxo de carga;

- **Passo 3:** Através do vetor de variáveis de estado calculado no passo anterior, calcule o resíduo ponderado das m medidas disponíveis no sistema. Eleve cada resíduo ao quadrado e ordene-os de forma crescente;

- **Passo 4:** Através da Eq. (4.73), determine a posição v da mediana do resíduo;

- **Passo 5:** A estimativa WLMS é o vetor de estado calculado a partir da base que possui o menor v-ésimo resíduo ponderado ao quadrado.

De acordo com (MILI; PHANIRAJ; ROUSSEEUW, 1991), o estimador WLMS é um estimador estatisticamente robusto, isto é, com elevado ponto de quebra[2].

4.7 Estimadores de Estado para Sistemas de Distribuição

Historicamente os SDs foram operados de forma passiva, sem monitoramento e controle (MANITSAS et al., 2012). Os alimentadores eram, e em sua maioria ainda são, conexões unidirecionais entre o sistema de transmissão e os consumidores finais. Dessa forma, tradicionalmente o procedimento utilizado para determinação do estado de operação dos alimentadores de um SD baseia-se nos perfis de carga desses alimentadores. Em razão de as cargas serem variadas e dispersas nos SDs, a determinação precisa do perfil de carga de um alimentador é um desafio muito grande, que envolve, usualmente, o desenvolvimento de perfis de carga padronizados para cada tipo de consumidor (residencial, comercial, industrial, etc.), com base em algum tipo de monitoramento das cargas, como, por exemplo, medição de energia. Haja vista tais perfis serem apenas uma aproximação grosseira para demanda de uma determinada carga, é baixa a qualidade das estimativas obtidas para o estado de operação de um alimentador através desse procedimento (BARAN, 2012).

Nas últimas décadas, entanto, uma mudança de paradigma tem surgido na operação e concepção dos SDs, em função, principalmente, de fatores relacionados ao conceito de redes inteligentes (*Smart Grids*), tais como: novas arquiteturas de redes elétricas com capacidade de operar autonomamente; penetração de novas fontes de energia renováveis (nas redes de distribuição primária e secundária); o advento dos veículos elétricos; etc. Dessa forma, tais fatores têm contribuído para aumentar a complexidade da operação dos SDs, que estão se tornando sistemas cada vez mais complexos.

Face ao exposto, nos últimos anos vem aumentando o interesse pelo desenvolvimento e implantação de ferramentas para monitoramento em tempo real de SDs. Ou seja, de ferramentas que possibilitem a aferição, em tempo real, da condição operacional dos SDs,

[2]Ver Apêndice B.

pois a partir dessa informação ações de controle podem ser tomadas em tempo real para corrigir falhas e garantir um estado operativo seguro.

Conforme já destacado, a ferramenta fundamental para monitoramento em tempo real de redes elétricas é o estimador de estado. Porém, historicamente, a quantidade limitada de medidas existentes nos SDs inviabilizou a implantação de estimadores de estado nessas redes. Entretanto, acontecimentos recentes, também relacionados ao conceito de redes inteligentes, vêm propiciando um aumento significativo na quantidade de medidas disponíveis nos SDs, motivando o desenvolvimento e implantação de estimadores de estado para esses sistemas. Dentre esses acontecimentos destacam-se a instalação de medidores inteligentes na rede secundária e o desenvolvimento das chamadas micro PMUs (PRIMADIANTO; LU, 2017), que permitem a medição de grandezas fasoriais nos SDs.

Na tentativa de desenvolver estimadores de estado para SDs, algumas pesquisas fizeram uso diretamente de métodos aplicados em sistemas de transmissão, como, por exemplo, o estimador proposto em (BARAN; KELLEY, 1994). Entretanto, algumas características particulares dos SDs inviabilizam a aplicação prática desse tipo de estimador em tais sistemas. De acordo com (BARAN, 2012; LEFEBVRE; PRéVOST; LENOIR, 2014) essas características são as seguintes:

- usualmente os SDs são compostos por alimentadores radiais, com ramais que podem ser monofásicos, bifásicos (cargas residenciais) ou trifásicos (cargas comerciais e industriais);

- os SDs são compostos por redes não-transpostas, desbalanceadas por natureza (em virtude da impossibilidade de distribuir uniformemente as cargas nos alimentadores) e com alta relação resistência/reatância;

- são diversas as possibilidades de conexão dos transformadores e das cargas dos SDs;

- a dimensão do problema é muito elevada, pois, mesmo para uma cidade de pequeno porte (de até 50 mil habitantes), o SD pode conter milhares de barras bifásicas e trifásicas;

- a maioria dos alimentadores possuem medidas de magnitude de corrente ao invés de medidas de potência, que representam um problema para utilização de estimadores convencionais (problemas de ordem numérica);

- normalmente os *status* de dispositivos seccionadores e de banco de capacitores, bem como a posição de *taps* de transformadores, não são monitorados de forma direta;

- reduzido número de medidas, em relação aos sistemas de transmissão;

- utilização de medidas com qualidades e taxas de amostragem bem distintas em função dos diferentes equipamentos de medição disponíveis, como, por exemplo,

PMUs e sistemas SCADA. Lembrando ainda das medidas virtuais e das pseudo-medidas de carga obtidas a partir das avançadas infraestruturas de medição ou de dados históricos da operação do sistema (GHOSH et al., 1997; AREFI; LEDWICH; BEHI, 2015).

Essas complexidades adicionais fomentaram o desenvolvimento de estimadores específicos para SDs, que utilizam formulações que visam se adequar a essas características (BARAN; KELLEY, 1994; DENG; HE; ZHANG, 2002; BARAN; MCDERMOTT, 2009; ALMEIDA; OCHOA, 2017).

A seguir são apresentados três tipos de estimadores, desenvolvidos para SDs, que se destacam na literatura.

4.7.1 Estimador de Estado Baseado em Cálculo de Fluxo de Potência

Na abordagem apresentada em (DENG; HE; ZHANG, 2002), realiza-se o cálculo de fluxo de potência para redes elétricas integrando as medidas disponíveis em tempo real durante as iterações do fluxo de potência. Tratando-se de SDs, utiliza-se o método de varredura direta/inversa para o cálculo de fluxo de potência associado à solução das equações normais nos ramos que possuem medidas. Além disto, ajustam-se os valores das pseudo-medidas, inicialmente geradas através de um algoritmo de alocação de demanda, para obter resultados de fluxo de potência próximos aos valores monitorados.

Os passos gerais do algoritmo deste estimador seguem abaixo:

1. **Inicialização das tensões e demandas:** assume-se um valor inicial de tensão para todas as barras (*flat start* ou valores medidos caso disponíveis), e os valores iniciais das pseudo-medidas de injeção de potência obtidos através de um algoritmo de alocação de demanda;

2. **Varredura Inversa:** os fluxos de potência são calculados para todos os ramos partindo dos nós folhas (barras terminais) até o nó raiz (subestação) pela soma das injeções de potência e cálculo das perdas nos ramos. Em ramos monitorados utiliza-se o modelo de medição da equação (4.2), realizando uma estimação somente para este ramo, considerando como referência a barra a montante. Com o estado estimado através da equação (4.15) (*Equação Normal*), calcula-se o fluxo de potência equivalente do ramo monitorado;

3. **Varredura Direta:** as tensões nodais são atualizadas partindo do nó raiz (subestação) até os nós folhas (barras terminais) utilizando a Lei de Ohm e os fluxos calculados na Varredura Inversa;

4. **Ajuste das pseudo-medidas:** calcula e aplica fatores de ajuste nas pseudo-medidas de injeção de potência obtidos com base nas diferenças entre os valores medidos e estimados desses fluxos;

5. **Teste de Convergência:** se a diferença de potência nas barras entre duas iterações consecutivas for menor que a tolerância pré-estabelecida retorne o estado estimado. Caso contrário, retorne ao passo (2).

4.7.2 Estimador de Estado Considerando Fluxos de Corrente como Variáveis de Estado

Apresentado inicialmente em (BARAN; KELLEY, 1994), a formulação deste estimador utiliza o método WLS para estimar as variáveis de estado da rede. Porém, ao invés da formulação tradicional, que utiliza as tensões nodais complexas como variáveis de estado, neste caso os fluxos de corrente complexa nos ramos da rede de distribuição são utilizados como variáveis de estado em coordenadas retangulares ou polares. De acordo com os autores, dentre as vantagens desta abordagem, o processo de estimação pode ser desacoplado entre as fases e não apresenta problemas de condicionamento numérico (BARAN; MCDERMOTT, 2009).

O modelo de medição é então construído conforme a equação (4.2), porém considerando como vetor de estado os fluxos de corrente complexa entre barras expresso em coordenadas retangulares. O modelo de medição, apresentado na equação (4.2), é então construído através de medidas equivalentes de corrente, de acordo com cada tipo de medida relacionando-as com as variáveis de estado de corrente. Isto é, medidas de fluxo e injeção de potência, de magnitude de tensão ou medidas fasoriais sincronizadas são convertidas em medidas equivalentes de corrente (WANG; SCHULZ, 2004). Com isto utiliza-se a solução da equação normal (4.15) para atualização das variáveis de estado.

Os passos gerais do algoritmo deste estimador seguem abaixo:

1. Através da execução de uma varredura inversa inicializam-se os valores das variáveis de estado (fluxos de corrente nos ramos) e através de uma varredura direta inicializam-se as tensões nodais;

2. Obter e atualizar as medidas equivalentes de corrente;

3. Obter a correção nas variáveis de estado de corrente através da equação normal (4.15);

4. Com as novas correntes obtidas, atualizar as tensões nodais através do método de varredura direta para redes radiais;

5. Teste de convergência: se a diferença entre os fluxos de corrente de duas iterações consecutivas for menor que a tolerância pré-estabelecida, retorne o estado estimado. Caso contrário, retorne ao passo (2).

4.7.3 Estimador de Estado Baseado na Matriz Admitância

Inicialmente proposto por (LU; TENG; LIU, 1995), o método também utiliza o modelo de medição da equação (4.2), porém utilizando somente medidas equivalentes de corrente e de tensão complexas expressas em coordenadas retangulares. Como o método anterior, as medidas de fluxo e injeções de potência são transformadas em medidas equivalentes de corrente. Neste método a matriz Jacobiana se mantém constante e é composta pelos elementos da matriz de admitância nodal do sistema elétrico. O estado estimado, composto pelas tensões complexas nodais, também é obtido através da solução da equação normal (4.15).

Os passos gerais do algoritmo deste estimador seguem abaixo:

1. Assume-se um valor inicial de tensão para todas as barras (*flat start* ou valores medidos, caso disponíveis) e os valores disponíveis das pseudo-medidas de injeção de potência;

2. Converte-se as medidas de fluxo e injeção de potência e magnitude de tensão em medidas equivalentes de corrente;

3. Calcula-se as matrizes Jacobiana e Ganho que serão mantidas constantes no processo de estimação;

4. Obter a correção nas variáveis de estado de tensões nodais na forma retangular através da equação normal (4.15);

5. Teste de convergência: se a diferença entre o vetor de estado de duas iterações consecutivas for menor que a tolerância retorne o estado estimado. Caso contrário, retorne ao passo (4).

Vale destacar que, embora já tenham sido desenvolvidos estimadores específicos para SDs, até então não se chegou a um consenso sobre o melhor método para estimação de estado em SDs, em parte pelos poucos relatos de aplicação prática presentes na literatura (SVENDA; STREZOSKI; KANJUH, 2017; MASSIGNAN et al., 2018).

Em termos do estado-da-arte do problema de estimação de estado em SDs, os seguintes pontos destacam-se como desafios cruciais de acordo com (GOMEZ-EXPOSITO et al., 2011; LEFEBVRE; PRéVOST; LENOIR, 2014; PRIMADIANTO; LU, 2017; AHMAD et al., 2018):

- Automação da distribuição e medidores inteligentes: novos equipamentos e padrões de comunicação, desafios de sincronismo entre diferentes tipos de medidas;

- Modelagem de pseudo-medidas: modelos estatísticos para as pseudo-medidas, incorporação dos medidores inteligentes, consideração de geração distribuída na modelagem de pseudo-medidas, correlações entre pseudo-medidas, modelagem do sistema de baixa tensão;
- Monitoramento de grandes áreas: estimação de estado em multi-áreas, métodos numéricos eficientes, desempenho computacional para aplicações em temo real;
- Aumento da inserção de geração distribuída tanto na média (normalmente eólicas) quanto na baixa tensão (usualmente painéis solares);
- Tratamento de erros de topologia causados em função de informações incorretas dos *status* de chaves e disjuntores.

4.8 Exercícios

1. No circuito apresentado na Figura 4.4, medem-se todas as correntes nos ramos e todas as tensões nodais (correntes em A e tensões em V), sendo o vetor de medidas dado por:

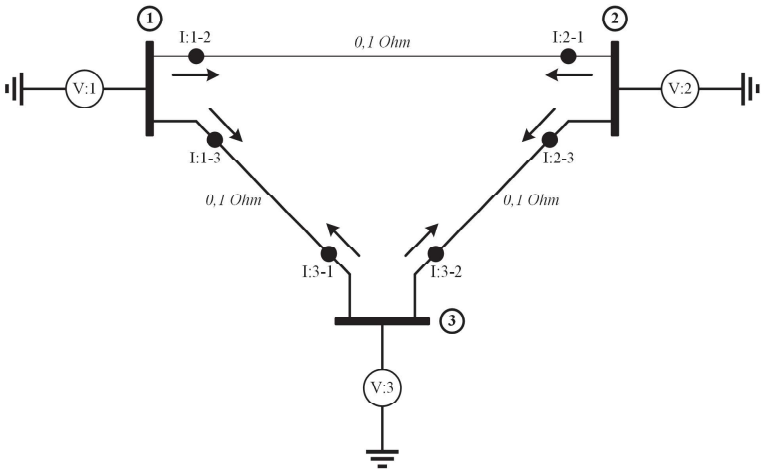

Figura 4.4: Sistema elétrico de 3 barras.

$$z = \begin{bmatrix} I:1-2 \\ I:2-1 \\ I:1-3 \\ I:3-1 \\ I:2-3 \\ I:3-2 \\ V:1 \\ V:2 \\ V:3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 52 \\ -49 \\ -15 \\ 16 \\ -82 \\ 80 \\ 11 \\ 6 \\ 14 \end{bmatrix}.$$

a) Determine o vetor de estado (tensões nodais) pelo método dos mínimos quadrados ponderados (R = *Matriz Identidade*).

b) Supondo que os erros das medidas $I: 1-2$ e $I: 1-3$ têm variâncias 100 vezes menores que os demais, repita o item *a)* utilizando o método dos mínimos quadrados ponderados.

2. Considere o sistema elétrico de 6 barras apresentado na Figura 4.5. As medidas disponíveis e correspondentes valores são apresentadas nas Tabelas 4.4 e 4.5. Os parâmetros desse sistema estão na Tabela 4.6. De posse desses dados, estime as variáveis de estado desse sistema através do estimador por mínimos quadrados ponderados.

Observação: Considere que todas as medidas disponíveis possuem desvios padrão dados por: $\sigma_i = \frac{|z_i|}{100}$, sendo z_i o valor medido da medida i

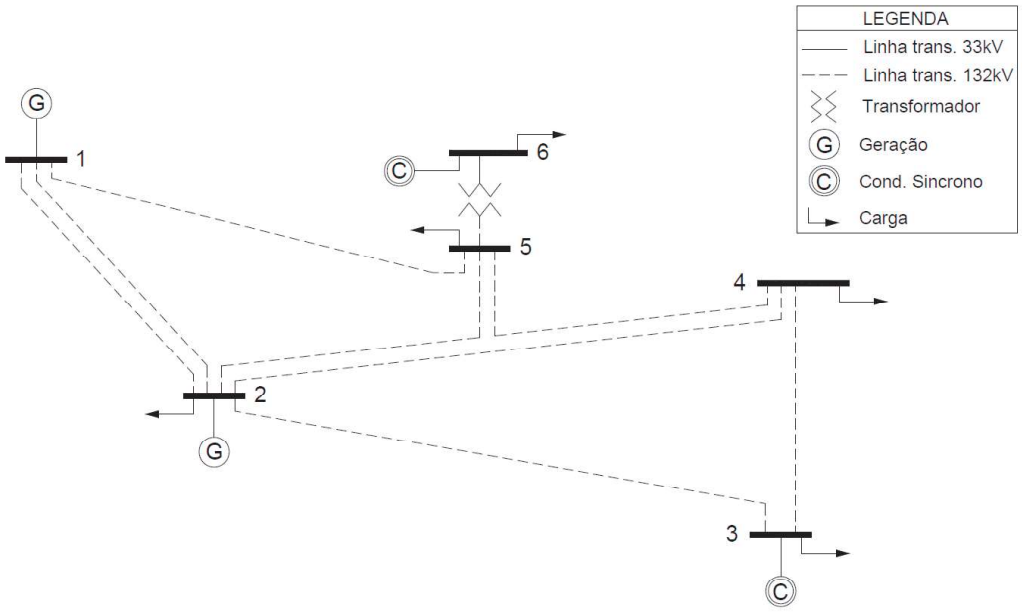

Figura 4.5: Sistema elétrico de 6 barras.

Tabela 4.4: Medidas de Injeção de Potência e de Tensão nas Barras (p.u.).

Barra	Pk	Qk	Vk
1	1,4902	-0,0368	1,0600
2	0,1830	0,1199	1,0450
3	-0,9421	0,0221	1,0100
4	-0,4779	0,0390	1,0250
5	-0,0760	-0,0158	1,0280
6	-0,1120	-0,1399	1,0700

Tabela 4.5: Medidas de Fluxo de Potência nas Linhas (p.u.).

De (k)	**Para (l)**	**Pkl**	**Qkl**	**Plk**	**Qlk**
1	2	1,0310	-0,0694	-1,0127	0,0669
1	5	0,4592	0,0325	-0,4489	-0,0436
2	3	0,6248	0,0474	-0,6078	-0,0220
2	4	0,3428	-0,0057	-0,3366	-0,0118
2	5	0,2281	0,0112	-0,2253	-0,0400
3	4	-0,3343	0,0440	0,3418	-0,0381
4	5	-0,4831	0,0889	0,4862	-0,0793
5	6	0,1120	0,1470	-0,1120	-0,1399

Tabela 4.6: Parâmetros do Sistema Elétrico (p.u.).

De	**Para**	**R**	**X**	b^{sh}	**Tap**
1	2	0,0194	0,0592	0,0528	1,0000
1	5	0,0540	0,2230	0,0492	1,0000
2	3	0,0470	0,1980	0,0438	1,0000
2	4	0,0581	0,1763	0,0340	1,0000
2	5	0,0570	0,1739	0,0346	1,0000
3	4	0,0670	0,1710	0,0128	1,0000
4	5	0,0134	0,0421	0,0000	1,0000
5	6	0,0000	0,2520	0,0000	0,9320

Capítulo 5

Características Qualitativas de Conjuntos de Medidas

No contexto de estimação de estado estática em SEP, características qualitativas de conjuntos de medidas referem-se às análises de observabilidade e de redundância de medidas. Dessa forma, neste capítulo serão apresentados conceitos, definições e alguns métodos já desenvolvidos para tratamento de problemas relacionados com observabilidade e redundância de medidas.

As características qualitativas de conjuntos de medidas são informações importantes, tanto na fase de projeto de sistemas de medição quanto para operação em tempo real. Para projeto de sistemas de medição elas devem ser consideradas para obtenção de sistemas de medição observáveis e com um nível de redundância adequado para possibilitar filtragem de ruídos e processamento de EGs. Em termos de operação em tempo real, as características qualitativas de conjuntos de medidas devem ser atualizadas em função de as medidas analógicas, fornecidas ao estimador de estado, poderem ficar momentaneamente inacessíveis para o estimador, em função de algum problema no sistema de telemedição causando a indisponibilidade de canais de comunicação.

Neste capítulo, as análises de observabilidade e de redundância de medidas serão abordadas detalhadamente considerando a modelagem monofásica da rede elétrica, a existência apenas de medidas SCADA e, como variáveis de estado a serem estimadas, as tensões complexas nodais. Isto em razão de a maioria dos estimadores e dos métodos desenvolvidos para análise de observabilidade e de redundância trabalharem com base nessas considerações. Vale lembrar, entanto, que os métodos que serão apresentados neste capítulo, para análise de observabilidade e de redundância de medidas, podem ser estendidos para considerar a modelagem trifásica da rede bem como a existência de medidas SCADA e de MFSs, conforme será discutido nas últimas seções deste capítulo.

5.1 Análise de Observabilidade

5.1.1 Introdução

Como mencionado no Capítulo 1, o problema de observabilidade consiste em verificar se é possível, através das medidas disponíveis, estimar todas as variáveis de estado de um SEP. Em caso positivo o SEP é dito observável e realiza-se a estimação de estado para todo o sistema. Caso contrário, o SEP não é observável como um todo, surgindo, então, duas alternativas para solução do problema:

- **Identificar as ilhas observáveis do SEP e estimar as suas variáveis de estado isoladamente.** Define-se, como ilha observável, um conjunto de barras do SEP entre as quais os fluxos podem ser determinados a partir das medidas disponíveis;

- **Restaurar a observabilidade através da seleção de pseudo-medidas críticas.** O termo pseudo-medida já foi definido no Capítulo 1 e refere-se a dados históricos, de previsão de carga e de geração, etc., que estão disponíveis nos centros de operação. Uma pseudo-medida é crítica se for a única medida fornecendo a informação de uma determinada variável de estado e, como consequência, os seus valores medido e estimado são iguais (resíduo nulo). Objetiva-se restaurar a observabilidade através de pseudo-medidas críticas para elas não afetarem as estimativas das medidas obtidas em tempo real, que são usualmente mais precisas.

Na próxima seção, serão apresentadas definições importantes para o entendimento das demais seções deste capítulo.

5.1.2 Definições

Em (CLEMENTS; WOLLEMBER, 1975) foram investigadas as condições mínimas para observabilidade de um SEP, utilizando a sua topologia e as Leis de Kirchhoff. Definiu-se, então, o conceito de ilhas observáveis supracitado e foi proposto um algoritmo heurístico que serviu como base para elaboração dos conceitos de observabilidade algébrica, topológica e numérica apresentados em (KRUMPHOLZ; CLEMENTS; DAVIS, 1980) e definidos em função da formulação do estimador de estado WLS. Esses conceitos serão apresentados a seguir, bem como o conceito de observabilidade $P\theta$ e QV.

Observabilidade Algébrica

Analisando a formulação do estimador de estado WLS, apresentada anteriormente, verifica-se que, para resolver a *Equação Normal*, isto é, a equação (4.15), e obter-se um único vetor $\hat{x}$, importa que a matriz *Ganho*, dada pela equação (4.16), seja não singular, isto é, tenha posto igual ao número de variáveis de estado a serem estimadas.

Como a matriz R^{-1} é uma matriz diagonal não singular, tem-se que, para um sistema ser observável, a matriz Jacobiana H deverá ter posto igual ao número de variáveis de estado a serem estimadas. Neste caso, o sistema dir-se-á "algebricamente" observável.

Uma vez definido o conceito de observabilidade algébrica, cabe ressaltar que a aplicação do desacoplamento $P\theta$ e QV, ao problema de observabilidade, permite a decomposição do mesmo de modo correspondente, conforme será mostrado a seguir.

Observabilidade $P\theta$ e QV

Valendo-se do desacoplamento do modelo, também conhecido como desacoplamento $P\theta$ e QV, o método de fluxo de potência desacoplado rápido proposto em (STOTT; ALSAC, 1974), bem como o método de estimação de estado desacoplado rápido apresentado em (GARCIA; MONTICELLI; ABREU, 1979), conseguem obter vantagens computacionais na solução dos respectivos problemas. O desacoplamento $P\theta$ e QV pode ser também utilizado para facilitar a análise de observabilidade de SEP.

Para um SEP com n barras, o número de variáveis de estado a serem estimadas é *2n-1*, sendo *n-1* ângulos de fase de tensão e n magnitudes de tensão de barra, tendo em vista que uma das barras do sistema é adotada como referência angular. Dessa forma, para determinar se um SEP com n barras é observável, importa verificar se é possível estimar as *2n-1* variáveis de estado desse SEP, considerando todas as medidas analógicas disponíveis. Consequentemente, fazendo uso da definição de observabilidade algébrica previamente apresentada, um SEP com n barras é algebricamente observável, com respeito a um conjunto de medidas, se:

$$Posto\,(H) = 2n - 1. \tag{5.1}$$

Entretanto, através do desacoplamento $P\theta$ e QV, o qual se baseia no fato de as sensibilidades $\frac{\partial P}{\partial \theta}$ e $\frac{\partial Q}{\partial V}$ serem mais intensas que as sensibilidades $\frac{\partial P}{\partial V}$ e $\frac{\partial Q}{\partial \theta}$, permite-se-nos realizar a análise de observabilidade separadamente para cada um dos modelos.

Dessa forma, para determinar se um SEP é $P\theta$ observável, importa verificar se é possível estimar os *n-1* ângulos de fase de tensão desse SEP, considerando apenas as medidas de potência ativa (fluxos nos ramos e injeções nas barras). De forma análoga, para determinar se o SEP é QV observável, importa verificar se é possível estimar as n magnitudes de tensão desse SEP, considerando apenas as medidas de potência reativa (fluxos nos ramos e injeções nas barras) e as medidas de magnitude de tensão em barras.

Considerando então a definição de observabilidade algébrica, um SEP com n barras é $P\theta$ algebricamente observável, com respeito a um conjunto de medidas, se:

$$Posto\,(H_{P\theta}) = n - 1. \tag{5.2}$$

Da mesma forma, um SEP com n barras é QV algebricamente observável, com respeito a um conjunto de medidas, se:

$$Posto\,(H_{QV}) = n. \tag{5.3}$$

Vale ressaltar que, para sistemas de medição em que as medidas de potência ativa e reativa são realizadas aos pares, a observabilidade algébrica $P\theta$ garante a observabilidade algébrica QV, desde que exista pelo menos uma medida de magnitude de tensão. Dessa forma, para sistemas de medição com essas características, a análise de observabilidade pode ser realizada considerando apenas o acoplamento $P\theta$ (KRUMPHOLZ; CLEMENTS; DAVIS, 1980; WU; MONTICELLI, 1985; MONTICELLI; WU, 1985).

Observabilidade Numérica

Um SEP é dito "numericamente" observável, com relação a um conjunto de medidas, se for possível estimar o vetor de variáveis de estado, através da solução iterativa da equação normal (4.15), partindo do *flat start*.

Observação 5.1: Para que a equação normal tenha solução, é necessário que a matriz Jacobiana H tenha posto igual ao número de variáveis de estado a serem estimadas, ou seja, é necessário que o sistema seja algebricamente observável. Entretanto, para o sistema ser numericamente observável, a matriz H deve ser numericamente bem condicionada, isto é, distante o suficiente da sua região de singularidade. Esta última característica é que define o conceito de observabilidade numérica. Consequentemente, embora a observabilidade numérica assegure a observabilidade algébrica, nem sempre a recíproca é verdadeira.

Observabilidade Topológica

O conceito de observabilidade topológica explora o desacoplamento $P\theta$ e QV e baseia-se na relação entre medidas e o grafo da rede, cujas arestas e vértices representam os ramos e as barras do sistema, respectivamente (ABUR; EXPOSITO, 2004). De acordo com essa relação, um SEP é "topologicamente" observável, com relação a um conjunto de medidas, unicamente se existir, associada a tal sistema, uma árvore geradora de posto completo do grafo da rede (árvore geradora é uma árvore abrangendo todas as barras da rede; uma árvore geradora é de posto completo, se for possível atribuir-se-lhe a cada ramo, pelo menos uma medida distinta). Uma árvore geradora de posto completo pode ser chamada simplesmente de árvore geradora observável (KRUMPHOLZ; CLEMENTS; DAVIS, 1980).

Face ao exposto, para verificar a observabilidade topológica torna-se necessário a obtenção de uma árvore geradora observável. Para isso realiza-se um processo de busca, que caminha pela topologia da rede (grafo da rede) associando, para cada ramo, uma medida distinta. Formulou-se, então, a seguinte regra para associação de medidas para arestas do grafo da rede (KRUMPHOLZ; CLEMENTS; DAVIS, 1980; QUINTANA; COSTA; MANDEL, 1982): uma medida z pode ser atribuída a uma aresta a, do grafo da rede, se z for uma medida de fluxo, no ramo correspondente àquela aresta, ou uma medida de injeção, em uma das barras terminais daquele ramo. Para considerar a medida de magnitude de tensão na análise de observabilidade topológica, em (CLEMENTS; KRUMPHOLZ;

DAVIS, 1982; VAN CUTSEM, 1985) demonstrou-se que, em virtude de essa medida dar informação da magnitude de tensão na barra onde foi realizada, a mesma pode ser tratada como uma medida de fluxo de potência reativa em um ramo fictício de susceptância unitária, conectando a barra, onde a medida de magnitude de tensão ocorre, a uma barra adicional representando o nó terra (referência de tensão). Dessa forma, a análise de observabilidade topológica realiza-se considerando apenas dois tipos de medidas, medidas de fluxo e de injeção.

Portanto, as análises de observabilidade topológica $P\theta$ e QV são realizadas separadamente, mas tratadas de forma similar (VAN CUTSEM, 1985). Porém, para sistemas de medição com paridade entre as medidas de potência ativa e reativa, possuindo pelo menos uma medida de magnitude de tensão, a análise de observabilidade topológica pode ser executada uma única vez, considerando apenas o modelo $P\theta$.

De acordo com a literatura de referência (MONTICELLI, 1999; ABUR; EXPOSITO, 2004), de uma forma geral, os métodos topológicos, para análise de observabilidade, estão sujeitos a uma explosão combinatória, tendo em vista que os mesmos exigem procedimentos de busca de uma árvore geradora de posto completo. O custo computacional para realização dessa busca torna-se alto, em virtude da existência de medidas de injeção, tendo em vista que esse tipo de medida relaciona a tensão complexa da barra em que foi realizada, com as tensões complexas das demais barras que lhe são adjacentes. Para exemplificar o que se disse, vamos analisar a observabilidade topológica $P\theta$ do sistema de potência apresentado na Figura 5.1. Observe que as medidas de potência ativa, apresentadas naquela figura, garantem a observabilidade $P\theta$ do sistema.

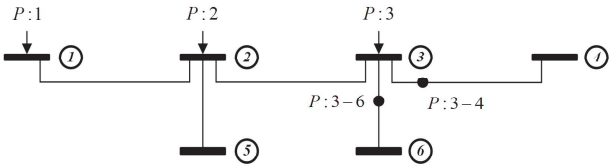

Figura 5.1: Sistema exemplo de 6 barras associado a um conjunto de 5 medidas.

Aplicando o procedimento de busca, para o sistema da Figura 5.1, verifica-se que a medida de injeção na barra 2 pode ser atribuída aos ramos conectando as barras: 2 e 1; 2 e 3; e 2 e 5. Se essa medida for atribuída ao ramo conectando as barras 2 e 3, tal processo de busca não encontraria uma árvore geradora de posto completo para aquele sistema, pois, a busca ocorreria da seguinte forma: medida *P:1* (injeção de potência na barra 1) seria atribuída ao ramo entre as barras 1 e 2; medida *P:2* seria atribuída ao ramo entre as barras 2 e 3; medida *P:3-4* (fluxo de potência da barra 3 para a barra 4) seria atribuída ao ramo entre as barras 3 e 4; e medida *P:3-6* seria atribuída ao ramo entre as barras 3 e 6. Observe que o resultado dessa busca não seria uma árvore geradora de posto completo, uma vez que a barra 5 ficou isolada, conforme ilustrado na Figura 5.2 (a). Nessa situação, verificando a possibilidade de associar a medida *P:2* a outro ramo

da rede, o processo de busca retornaria à barra 2 e atribuiria a medida *P:2* ao ramo entre as barras 2 e 5. Então, o processo de busca encontraria uma árvore geradora de posto completo, conforme apresentado na Figura 5.2 (b). Consequentemente, sempre que existirem medidas de injeção de potência, aumentar-se-á a possibilidade de caminhos a serem analisados, na busca de uma árvore geradora de posto completo (vale ressaltar que os métodos topológicos fazem uso de algumas técnicas heurísticas para aperfeiçoar esse processo de busca).

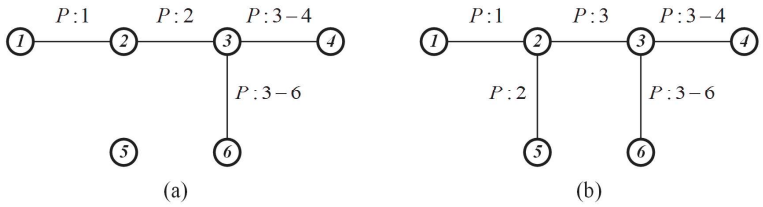

Figura 5.2: Construção de uma árvore geradora de posto completo para o sistema exemplo de 6 barras.

Outra desvantagem dos métodos topológicos, destacada na literatura pelos defensores dos chamados métodos numéricos para análise de observabilidade, é o fato de os métodos topológicos exigirem rotinas específicas, que não estão disponíveis nos aplicativos computacionais destinados à estimação de estado. Por outro lado, os defensores dos métodos topológicos ressaltam não estarem estes métodos sujeitos a erros numéricos, tendo em vista que os mesmos não exigem cálculos numéricos.

Os autores deste livro acreditam, entanto, que a análise topológica seja o melhor caminho para o entendimento do problema de observabilidade no contexto de EESEP, pois pensando em termos de árvore geradora de posto completo, torna-se possível "enxergar" o problema de observabilidade, caminhando na topologia da rede, através da associação de ramos e medidas.

Observação 5.2: Em (KRUMPHOLZ; CLEMENTS; DAVIS, 1980) demonstrou-se a equivalência da observabilidade algébrica e topológica, para diversas situações práticas de interesse.

Ramos observáveis e não observáveis

Ramos observáveis (não observáveis) são aqueles cujos fluxos de potência podem (não podem) ser determinados a partir das medidas disponíveis.

Medidas de injeção irrelevantes

Medidas de injeção irrelevantes, para observabilidade do SEP, são medidas incidentes a pelo menos um ramo não observável. Essas medidas não devem ser consideradas para estimação de estado das ilhas observáveis. Eis a razão de as mesmas serem chamadas de medidas **descartáveis** para estimação de estado das ilhas observáveis.

5.1.3 Métodos

Os métodos desenvolvidos para tratamento do problema de observabilidade podem ser agrupados, de uma forma geral, em topológicos e numéricos.

Conforme apresentado na seção anterior, os métodos topológicos (KRUMPHOLZ; CLEMENTS; DAVIS, 1980; QUINTANA; COSTA; MANDEL, 1982; MORI; TSUZUKI, 1991) fundamentam-se nos conceitos da teoria de grafos e requerem a criação de rotinas específicas, que não exigem cálculos, mas que são de natureza combinatória e complexa (MONTICELLI, 1999; ABUR; EXPOSITO, 2004). Por sua vez, os métodos numéricos são geralmente de mais fácil implantação em computador (WU; MONTICELLI, 1985; MONTICELLI; WU, 1985; BRETAS, 1996; CASTILLO et al., 2006; ALMEIDA; ASADA; GARCIA, 2008), já que em sua maioria visam à utilização de rotinas já disponíveis nos programas destinados à estimação de estado. Entretanto, estão sujeitos a erros numéricos.

Dentre os métodos numéricos, destaca-se, como um dos mais referenciados, o método proposto em (MONTICELLI; WU, 1985), que se baseia na fatoração triangular da matriz Ganho. No caso de o sistema não ser observável como um todo, para proceder à identificação das ilhas observáveis ou à restauração da observabilidade (via pseudo-medidas), tal método requer a solução de um sistema de equações algébricas, para determinação dos ramos não observáveis.

Na tentativa de diminuir a quantidade de cálculos necessários, em (BRETAS, 1996) foi proposto um método numérico para análise de observabilidade, que também se baseia na fatoração triangular da matriz Ganho. Entretanto, fazendo uso do conceito de caminhos de fatoração, proposto em (TINNEY; BRANDWAJN; CHAN, 1985), tal método não requer a solução de sistemas de equações algébricas, para identificação das ilhas observáveis ou para restauração da observabilidade.

Em razão de a matriz Jacobiana H ser melhor condicionada numericamente que a matriz Ganho, em (MONTICELLI; WU, 1986) desenvolveu-se um método, para análise de observabilidade, através da fatoração triangular da matriz H. Por tratar-se de uma extensão da metodologia proposta em (WU; MONTICELLI, 1985), tal método exige também a solução de sistemas de equações algébricas.

Em (FALCAO; ARIAS, 1994) encontra-se um método que possibilita a análise de observabilidade e identificação de MCs, através da redução de echelon da matriz Jacobiana, que, entretanto, não possibilita a identificação de ilhas observáveis.

O método numérico, para análise de observabilidade, apresentado em (ALMEIDA; ASADA; GARCIA, 2008), baseia-se na fatoração da chamada matriz de Gram (PUSSELL; TRIMBLE, 1991), que é obtida a partir do produto matricial da matriz H pela sua transposta. Para identificar ilhas observáveis, tal método exige a solução de um sistema de equações algébricas, através da obtenção e fatoração da matriz de Gram.

De forma geral, a ideia que norteia o desenvolvimento de técnicas numéricas para análise de observabilidade é a obtenção de procedimentos de fácil implantação em com-

putador, que exijam uma pequena quantidade de cálculos numéricos. Neste contexto, destaca-se o método desenvolvido em (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009), que também se baseia num processo de fatoração triangular. Todavia, ao invés de fatorar a matriz Ganho ou a matriz de Gram, ambas obtidas a partir de produtos matriciais envolvendo a matriz H, o método realiza a fatoração triangular diretamente da matriz H.

A seguir serão apresentados dois métodos para tratamento do problema de observabilidade, ambos não exigem a solução de sistemas de equações algébricas e são baseados no processo de fatoração triangular e na teoria de caminhos de fatoração.

5.1.4 Método baseado na Fatoração Triangular da Matriz Ganho e no conceito de Caminhos de Fatoração

O método proposto por BRETAS (1996), para análise de observabilidade, é baseado na fatoração triangular da matriz Ganho do estimador WLS e no conceito de caminhos de Fatoração (TINNEY; BRANDWAJN; CHAN, 1985). Se o sistema não for observável como um todo, para identificar as ilhas observáveis ou restaurar a observabilidade, o método faz uso dos caminhos de fatoração associados à fatoração triangular daquela matriz. Desta forma, tais tarefas podem ser realizadas sem a exigência de solução alguma de sistemas de equações algébricas.

Apresentam-se, a seguir, algumas definições e propriedades importantes para entender o funcionamento do método que será apresentado nesta seção. Para isso considerar-se-á a matriz Ganho do estimador de estado WLS linear apresentado no capítulo 4. Nesse sentido importa lembrar que a solução ótima para esse estimador pode ser calculada por:

$$\hat{\theta} = G_{\theta}^{-1} H_{cc}^{T} R_{p}^{-1} z_{p}, \tag{5.4}$$

sendo a matriz G_θ definida pela seguinte equação:

$$G_{\theta} = H_{cc}^{T} R_{p}^{-1} H_{cc}. \tag{5.5}$$

Os demais termos que aparecem nessas equações foram definidos no capítulo 4.

Observação 5.3: Vale lembrar que fazer análise da observabilidade, ou da redundância de medidas, através da matriz Ganho do estimador de estado WLS linear é equivalente à análise da observabilidade do modelo $P\theta$. Isto em razão de a matriz Ganho desse modelo ser equivalente à matriz G_θ. Da mesma forma, a matriz $H_{P\theta}$ é equivalente à matriz H_{cc}.

Fatoração triangular da matriz Ganho

Em (WU; MONTICELLI, 1985) os autores demonstraram que a observabilidade de um SEP pode ser investigada através da relação entre ângulos de referência no sistema e a fatoração triangular da matriz G_θ. Isto porque, para um sistema com n barras ser observável, obrigatoriamente a matriz G_θ deve ter posto igual a *n-1*.

Face ao exposto, a matriz resultante da fatoração triangular da matriz G_θ associada a um SEP observável apresentará apenas um pivô nulo, na última diagonal, indicando a necessidade de uma referência angular, apresentando a estrutura ilustrada na figura a seguir (a área escura corresponde aos possíveis elementos não nulos):

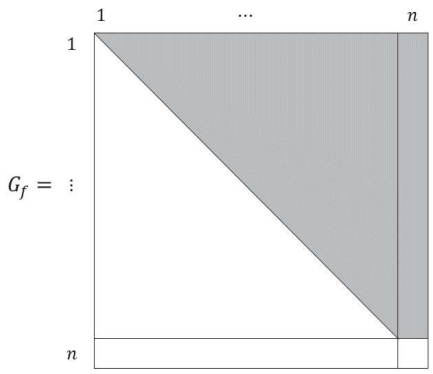

Figura 5.3: Matriz Ganho fatorada de um SEP observável com n barras.

Se o SEP não for observável como um todo, a correspondente matriz G_θ terá posto menor que *n-1*. Dessa forma, durante a fatoração dessa matriz vai aparecer um pivô nulo na diagonal i, sendo $i < n$, indicando que o sistema não é observável como um todo, e serão nulos os outros elementos da linha e coluna i (conforme demonstrado em (WU; MONTICELLI, 1985)). A matriz resultante dessa fatoração terá a seguinte forma:

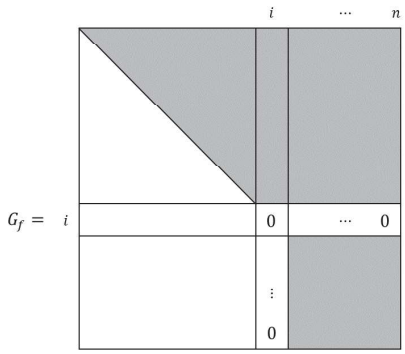

Figura 5.4: Fatoração triangular da Matriz Ganho de um sistema não observável.

Caminhos de Fatoração

O conceito de caminhos de fatoração foi apresentando em (TINNEY; BRANDWAJN; CHAN, 1985), com o objetivo principal de tornar mais eficiente a solução de sistemas de equações algébricas do tipo $A.\underline{x} = \underline{b}$, nos quais além de a matriz dos coeficientes A ser esparsa, o vetor independente $\underline{b}$ é esparso e/ou quando objetiva-se determinar apenas algumas posições do vetor dependente $\underline{x}$. Esse conceito foi aplicado pela primeira vez ao problema de análise de observabilidade de SEP em (BRETAS, 1996), aproveitando o fato de os caminhos de fatoração indicarem as relações de dependência linear entre as linhas da matriz fatorada.

Os caminhos de fatoração são obtidos a partir da decomposição LU de uma matriz, ou seja, a partir dos fatores triangulares responsáveis pela fatoração da matriz. Para exemplificar consideremos a matriz G_θ correspondente ao SEP de 6 barras associado a um conjunto de medidas conforme ilustrado na Figura 5.5. Observe que para esse conjunto de medidas o SEP é observável.

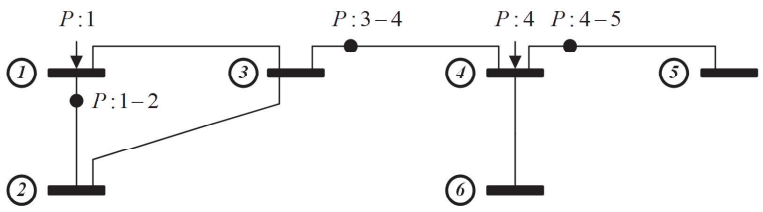

Figura 5.5: Sistema de 6 barras associado a um conjunto de medidas observável.

Para facilitar a montagem das matrizes considerar-se-á que as reatâncias de todos os ramos do SEP de 6 barras sejam iguais a 1 p.u. e que a matriz de ponderação seja uma matriz identidade. Vale destacar que essas considerações são usualmente assumidas pelos métodos baseados na fatoração triangular da matriz Ganho. Isto porque as características qualitativas de conjuntos de medidas não dependem dos parâmetros da rede e das ponderações das medidas, mas apenas do tipo e localização das medidas.

A matriz G_θ desse sistema é a seguinte:

$$G_\theta = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 3 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 11 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

Com a decomposição LU dessa matriz obtemos a matriz dos fatores triangulares U e traçamos os caminhos de fatoração a partir de seus elementos não nulos, conforme pode ser visualizado através das setas indicadas na matriz U ilustrada a seguir:

$$U_{G\theta} = \begin{bmatrix} 1 & \rightarrow & -0,6 & & -0,4 & & 0 & & 0 & & 0 \\ & & \downarrow & & & & & & & & \\ 0 & & 1 & \rightarrow & -0,999 & & 0 & & 0 & & 0 \\ & & & & \downarrow & & & & & & \\ 0 & & 0 & & 1 & \rightarrow & -2 & & 0,5 & & 0,5 \\ & & & & & & \downarrow & & & & \\ 0 & & 0 & & 0 & & 1 & \rightarrow & -0,667 & & -0,333 \\ & & & & & & & & \downarrow & & \\ 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 1 & \rightarrow & -0,999 \\ \\ 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

Os elementos não nulos *(i,i)* e *(i,j)* indicam a existência de equações (medidas) relacionando as variáveis de estado correspondentes às suas colunas, isto é, indicam a possibilidade de estimar os fluxos de potência entre as barras i e j, através das medidas disponíveis. Seguindo este critério, e lembrando que as variáveis de estado do estimador linear são os ângulos de fase das tensões nodais, verificam-se as seguintes relações (ou conexões entre as variáveis de estado):

- Linha 1 - elementos *(1,1)* e *(1,2)*: θ_1 conectado com θ_2;
- Linha 2 - elementos *(2,2)* e *(2,3)*: θ_2 conectado com θ_3;
- Linha 3 - elementos *(3,3)* e *(3,4)*: θ_3 conectado com θ_4
- Linha 4 - elementos *(4,4)* e *(4,5)*: θ_4 conectado com θ_5
- Linha 5 - elementos *(5,5)* e *(5,6)*: θ_5 conectado com θ_6.

No contexto de análise de observabilidade, a existência de um único caminho de fatoração conexo indica que basta adotar uma das barras do SEP como referência angular, que se torna possível estimar os ângulos de fase de tensão de todas as demais barras do SEP, através das medidas utilizadas para obtenção da matriz G que foi fatorada.

A união dos caminhos de fatoração, associados com a matriz fatorada ilustrada acima, pode ser mostrada, graficamente, através da seguinte árvore de grafo (definida como árvore de caminhos de fatoração):

Figura 5.6: Árvore de caminhos de fatoração.

Cada caminho de fatoração é obtido através do seguinte procedimento (TINNEY; BRANDWAJN; CHAN, 1985): percorre-se a linha *(i)* da matriz U, a partir do elemento

(i,i), até o primeiro elemento não nulo *(i,j)* e passa-se para a linha correspondente à coluna desse elemento (linha *(j)*). Repete-se o processo até que todas as linhas da matriz U tenham sido percorridas, com exceção da última linha.

Em função de a matriz G_θ fatorada ter posto igual a *(n-1)*, a sua fatoração triangular resultou em apenas um pivô nulo, na última diagonal, e todos os caminhos de fatoração resultantes possuem conexão, dando origem a um único caminho de fatoração conexo (BRETAS, 1996) (representado pela árvore de caminhos de fatoração ilustrada na Figura 5.6).

Para o caso de um SEP não observável, a correspondente matriz G_θ terá posto menor que *(n-1)* e, dessa forma, conforme mencionado anteriormente, durante a fatoração dessa matriz aparecerá um pivô nulo na diagonal i, sendo $i < n$, indicando que o sistema não é observável como um todo, e os outros elementos da linha e coluna i serão nulos, conforme ilustrado na Figura 5.4. Em termos de caminhos de fatoração isso significa que os ângulos de fase restantes, correspondentes às colunas de $i+1$ até n, farão parte de outros caminhos de fatoração (pelo menos mais um) que não possuirão conexão com o caminho de fatoração anterior.

Para obtenção de todos os caminhos de fatoração associado à fatoração triangular da matriz G_θ associada a um SEP não observável, toda vez que for encontrado um pivô nulo, o processo de fatoração triangular deve continuar a partir da diagonal seguinte, desde que essa não seja a última diagonal, para a qual o processo de fatoração triangular se encerra.

A existência de caminhos de fatoração desconexos demonstra a falta de medidas relacionando as variáveis de estado desses caminhos de fatoração. Dessa forma, através desses caminhos de fatoração é possível realizar os procedimentos de restauração da observabilidade, ou identificação de ilhas, da seguinte forma:

Identificação de Ilhas Observáveis:

1. Se não existir, no conjunto de medidas disponível, medida de injeção de potência alguma relacionando nós (variáveis de estado) de diferentes caminhos de fatoração, o sistema não é observável como um todo e os nós pertencentes, a cada um dos n_{cf} caminhos de fatoração encontrados, constituirão n_{cf} sub-redes observáveis, ou seja, n_{cf} ilhas observáveis;

2. Se no conjunto de medidas disponível existir pelo menos uma medida de injeção relacionando nós de diferentes caminhos de fatoração, o sistema não é observável como um todo e não é possível assegurar que as sub-redes associadas com cada caminho de fatoração isolado constituem ilhas observáveis. Para encontrar as ilhas observáveis, aquela medida de injeção deve ser identificada e descartada para a obtenção de uma nova matriz G_θ (medida de injeção irrelevante). Em seguida, essa matriz deve ser fatorada. O processo de descarte de medidas e de fatoração termina quando não existir mais medida de injeção alguma relacionando nós de diferentes

caminhos de fatoração. Dessa forma, após o processo de identificação e descarte de medidas irrelevantes, os nós pertencentes a cada um dos n_{cf} caminhos de fatoração encontrados constituirão n_{cf} sub-redes observáveis, ou seja, n_{cf} ilhas observáveis.

Restauração de Observabilidade:

1. Para tornar o sistema observável como um todo, basta adicionar pseudo-medidas de fluxo ou injeção de potência que relacionem variáveis de estado pertencentes a caminhos de fatoração distintos, conectando-os entre si (uma medida de cada vez). Desta forma, esses caminhos de fatoração conectados através dessas pseudo-medidas se transformam em um único caminho de fatoração, tornando o sistema observável como um todo.

Algoritmo:

- **Passo 1:** Com o conjunto de medidas disponível, monte a matriz ganho G_θ (considerando $R^{-1} = I$ e $x_l = 1p.u., l = 1, ..., n_l$, sendo n_l o número total de ramos da rede elétrica em análise);

- **Passo 2:** Realize a fatoração triangular da matriz G_θ;

- **Passo 3:** Identifique os caminhos de fatoração associados à fatoração da matriz G_θ. Se a fatoração triangular da matriz G_θ resultou em apenas um caminho de fatoração, a rede é observável como um todo, **pare**. Caso contrário, a rede não é observável como um todo. Para Identificação de **Ilhas Observáveis** vá para o **Passo 4** e para **Restauração de Observabilidade** vá para o **Passo 6**;

- **Passo 4:** Se não existirem medidas de injeção de potência relacionando nós de diferentes caminhos de fatoração, então as sub-redes associadas, com cada caminho de fatoração isolado, já constituem ilhas observáveis, **pare**. Caso contrário, vá para o Passo 5;

- **Passo 5:** Identifique e descarte as medidas de injeção de potência relacionando nós de diferentes caminhos de fatoração. Atualize a matriz G_θ e refaça a fatoração triangular. Verifique os caminhos de fatoração e retorne ao Passo 4.

- **Passo 6:** Selecione uma pseudo-medida de fluxo ou de injeção de potência que relacione variáveis de estado de distintos caminhos de fatoração.

- **Passo 7:** Adicione a pseudo-medida selecionada no passo anterior ao conjunto de medidas original e atualize a matriz G_θ. Em seguida, refaça a fatoração triangular dessa matriz e identifique os caminhos de fatoração. Se essa fatoração resultar em apenas um caminho de fatoração, a rede se tornou observável como um todo, **pare.** Caso contrário, retorne ao Passo 6.

Exemplo 5.1a: Para exemplificar a aplicação do algoritmo para análise de observabilidade baseado na fatoração triangular da matriz G_θ e em caminhos de fatoração, considere o SEP de seis barras associado ao conjunto de medidas ilustrado na Figura 5.7.

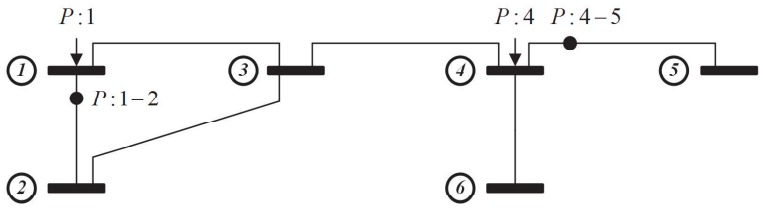

Figura 5.7: Sistema de potência de 6 barras associado a um conjunto de medidas.

Passo 1: Com o conjunto de medidas disponível, monte a matriz ganho G_θ (considerando $R^{-1} = I$ e $x_l = 1p.u., l = 1, ..., n_l$):

$$G_\theta = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 10 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

Passo 2: Através da fatoração triangular dessa matriz obtém-se a seguinte matriz de fatores:

$$U_{G\theta} = \begin{bmatrix} 1 & \rightarrow & -0,6 & & -0,4 & & 0 & & 0 & 0 \\ & & \downarrow & & & & & & & \\ 0 & & 1 & \rightarrow & -0,999 & & 0 & & 0 & 0 \\ & & & & \downarrow & & & & & \\ 0 & & 0 & & 1 & \rightarrow & -3 & & 1 & 1 \\ & & & & & & \downarrow & & & \\ 0 & & 0 & & 0 & & 1 & \rightarrow & 1 & 0 \\ & & & & & & & & \downarrow & \\ 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 & 0 \\ \\ 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

Passo 3: Conforme as setas indicadas na matriz dos fatores $U_{G\theta}$, a fatoração resultou em dois caminhos de fatoração, que podem ser representados por duas árvores de caminhos de grafo:

- Árvore [1]: $\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5$
- Árvore [2]: θ_6

Dessa forma o SEP não é observável como um todo. Escolhendo, inicialmente, a opção Identificação de **Ilhas Observáveis**, iremos para o **Passo 4** do algoritmo.

Identificação de Ilhas Observáveis

Passo 4: Como a medida de injeção *P:4* relaciona variáveis de estado de caminhos de fatoração distintos (as variáveis de estado θ_3, θ_4 *e* θ_5 pertencem à árvore de caminho de fatoração [1] e a variável θ_6 pertence à árvore [2]), vá para o **Passo 5**;

Passo 5: A medida de injeção *P:4* é descartada do conjunto de medidas, a matriz H_{cc} é atualizada e a matriz G_θ é recalculada:

$$G_\theta = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

Através da fatoração triangular dessa matriz obtém-se a seguinte matriz de fatores:

$$U_{G\theta} = \begin{bmatrix} 1 & \rightarrow & -0,6 & & -0,4 & 0 & & 0 & 0 \\ & & \downarrow & & & & & & \\ 0 & & 1 & \rightarrow & -0,999 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & & 0 & & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & & 0 & & 0 & 1 & \rightarrow & -1 & 0 \\ 0 & & 0 & & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & & 0 & & 0 & 0 & & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.11}$$

Conforme as setas indicadas na matriz dos fatores $U_{G\theta}$, a fatoração resultou em três árvores de caminhos de fatoração:

- Árvore [1]: $\theta_1 - \theta_2 - \theta_3$
- Árvore [2]: $\theta_4 - \theta_5$
- Árvore [3]: θ_6

Retorne ao **Passo 4.**

Passo 4: Como não existe mais medida de injeção alguma relacionando variáveis de estado de caminhos de fatoração distintos, as sub-redes associadas, com cada árvore de

caminho de fatoração isolada, constituem as ilhas observáveis da rede. **Fim do algoritmo.**

Retornando agora ao **Passo 3** do algoritmo, mas agora escolhendo a opção **Restauração de Observabilidade**, vá para o **Passo 6**. Lembrando que neste momento as árvores de caminhos de fatoração a serem consideradas são as duas resultantes da fatoração da matriz G_θ original, isto é, a matriz obtida considerando a disponibilidade de todas as medidas ilustradas na Figura 5.7. Essas árvores são as seguintes:

- Árvore [1]: $\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5$;
- Árvore [2]: θ_6.

Restauração de Observabilidade

Para exemplificar o processo de restauração de observabilidade, considerar-se-á a disponibilidade das seguintes pseudo-medidas: $Ps:2$, $Ps:1-3$ e $Ps:6$.

Passo 6: Dentre as pseudo-medidas disponíveis para restauração da observabilidade, a pseudo de injeção na barra 6 ($Ps:6$) é a única que relaciona variáveis de estado das duas árvores de caminhos de fatoração. Dessa forma essa medida é selecionada para restauração da observabilidade.

Passo 7: Adicionando a pseudo-medida $Ps:6$ ao conjunto de medidas original, a seguinte matriz G_θ é obtida:

$$G_\theta = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 11 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

Através da fatoração triangular dessa matriz obtém-se a seguinte matriz de fatores:

$$U_{G\theta} = \begin{bmatrix} 1 & \rightarrow & -0,6 & & -0,4 & & 0 & & 0 & & 0 \\ & & \downarrow & & & & & & & & \\ 0 & & 1 & \rightarrow & -0,999 & & 0 & & 0 & & 0 \\ & & & & \downarrow & & & & & & \\ 0 & & 0 & & 1 & \rightarrow & -3 & & 1 & & 1 \\ & & & & & & \downarrow & & & & \\ 0 & & 0 & & 0 & & 1 & \rightarrow & -0,5 & & -0,5 \\ & & & & & & & & \downarrow & & \\ 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 1 & \rightarrow & -1 \\ 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 & & 0 \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

Conforme as setas indicadas na matriz dos fatores $U_{G\theta}$, a fatoração resultou em apenas uma árvore de caminhos de fatoração:

- Caminho [1]: $\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 - \theta_6$;

Como se obteve apenas uma árvore de caminho de fatoração, o sistema tornou-se observável como um todo com a inclusão da pseudo-medida Ps : 6. **Fim do algoritmo.**

Observação 5.4: O método para análise de observabilidade proposto em (BRETAS, 1996) foi apresentado, nesta seção, considerando a fatoração triangular da matriz G_θ, ou seja, da matriz Ganho do estimador de estado WLS linear. Isto em razão de esse método, bem como do método proposto por (WU; MONTICELLI, 1985), ter sido desenvolvido com base nessa matriz. Vale lembrar que para sistemas de medição em que as medidas de potência ativa e reativa são realizadas aos pares, a observabilidade algébrica do modelo linear (que é equivalente à observabilidade do modelo $P\theta$) garante a observabilidade QV, desde que exista pelo menos uma medida de magnitude de tensão. Importa destacar, entanto, que o método proposto em (BRETAS, 1996) pode ser aplicado também na matriz Ganho do estimador de estado WLS não linear, pois o método baseia-se na análise das relações de dependência linear das linhas da matriz Ganho. Da mesma forma, o método para análise de observabilidade baseado na fatoração triangular da matriz Jacobiana do estimador WLS será apresentado, na próxima seção, considerando a matriz Jacobiana do estimador WLS linear. Porém, ele pode ser empregado na matriz Jacobiana do estimador WLS não linear. Nesse sentido, destaca-se que em (TOYOSHIMA et al., 2012) esse método foi empregado considerando a matriz Jacobiana da versão trifásica do estimador de estado WLS não linear.

5.1.5 Método baseado na Fatoração Triangular da Matriz Jacobiana e no conceito de Caminhos de Fatoração

Para verificar se o sistema em análise é observável como um todo, através do método proposto em (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009), realiza-se a fatoração triangular da correspondente matriz Hcc, ou seja, da matriz Jacobiana do estimador de estado WLS linear. Vale destacar que essa fatoração deve ser realizada através de combinações lineares das colunas da matriz Hcc, como apresentado em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001), que correspondem às variáveis de estado do sistema. Dessa forma, se o sistema for observável, após a fatoração completa da matriz Hcc, obter-se-á a matriz H_Δ, que relaciona as medidas aferidas com as variáveis de estado equivalentes, que são combinações lineares das variáveis de estado do sistema.

Conforme será apresentado na próxima seção, a matriz H_Δ possibilita a análise da redundância local de medidas e para sua obtenção é necessária a fatoração completa

da matriz *Hcc*, conforme detalhado em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001, 2007). Entretanto, para análise de observabilidade, exige-se apenas a fatoração parcial da matriz, ou seja, a eliminação do triângulo superior da matriz *Hcc*, procedimento que será apresentado a seguir.

Se o sistema em análise for $P\theta$ observável, a fatoração triangular da correspondente matriz *Hcc* resultará em apenas um pivô nulo, na diagonal *(n,n)* (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2007), sendo n o número de barras do sistema em análise. Nessa situação, a última coluna da matriz fatorada será composta somente por zeros. Vale lembrar que, durante o processo de fatoração, permutações de linhas poderão ser necessárias para evitar possíveis pivôs nulos.

Entretanto, caso o sistema não seja observável como um todo, surgirá um pivô nulo no elemento diagonal *(i,i)*, durante a fatoração triangular, sendo $i < n$. Em tal situação não existirá elemento não-nulo nas demais linhas da matriz *Hcc* que está sendo fatorada, na coluna do pivô nulo, indicando a falta de medida fornecendo informação da variável de estado equivalente, correspondente àquela coluna.

Quando o sistema não é observável como um todo, o método proposto em (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009) permite:

- Restauração da observabilidade, caso estejam disponíveis as pseudo-medidas necessárias;
- Caso contrário, identificação de ilhas observáveis.

Importante destacar que o processo de restauração da observabilidade através da fatoração da matriz *Hcc* é simples e direto (não iterativo), sem exigir a identificação dos ramos não observáveis e dos caminhos de fatoração, nem mesmo a solução de sistemas de equações algébricas.

Restauração da Observabilidade

Com o intuito de restaurar a observabilidade, efetua-se uma busca por pseudo-medida que forneça informação da variável de estado equivalente correspondente à coluna do pivô nulo. Isto é feito através dos fatores triangulares, obtidos durante o processo de fatoração da matriz *Hcc*. Essa busca pode ser resumida nas seguintes diligências (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009):

1. Cria-se uma nova linha na matriz *Hcc*, que está sendo fatorada, onde a equação associada a primeira pseudo-medida disponível será armazenada;
2. Aplicam-se os fatores triangulares a essa nova linha;
3. Se aparecer um elemento não nulo, na coluna do pivô nulo, na nova linha, é porque a correspondente pseudo-medida fornece a informação necessária à restauração da observabilidade.

Destaca-se que, através do procedimento aludido, garante-se que a restauração da observabilidade se realizará através de pseudo-medidas críticas. Se não for possível restaurar a observabilidade, através das pseudo-medidas disponíveis, a metodologia proposta em (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009) permitirá a identificação das ilhas observáveis, mas para isso fará uso dos caminhos de fatoração associados à fatoração triangular da correspondente matriz *Hcc*, conforme será apresentado na sequência.

Identificação de Ilhas Observáveis

Realiza-se a identificação de ilhas observáveis através da análise dos caminhos de fatoração associados à matriz *Hcc* fatorada, sem a exigência de solução alguma de sistemas de equações algébricas.

O embasamento teórico do procedimento de identificação de ilhas observáveis, através dos caminhos de grafo associados à matriz *Hcc* fatorada, foi apresentado em (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009).

Para a obtenção dos caminhos de fatoração, é necessário incluir uma nova linha na matriz que está sendo fatorada, com apenas um elemento não nulo, igual a 1, na coluna do pivô nulo, e continuar a fatoração até a diagonal *(n,n)*. Observe que esse procedimento é equivalente à inserção de uma pseudo-medida crítica, de ângulo de fase de tensão, fornecendo informação apenas da variável de estado equivalente não observável, ou seja, da variável de estado equivalente correspondente à coluna do pivô nulo (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009; WU; MONTICELLI, 1985; MONTICELLI; WU, 1985). A inserção de pseudo-medidas de ângulo de fase de tensão tem o objetivo de tornar o sistema "artificialmente observável", fazendo com que o posto da matriz *Hcc* fique igual a n, possibilitando assim a obtenção dos caminhos de fatoração.

As Figuras 5.8 mostram as matrizes L e U da fatoração LU (fatoração triangular) da matriz *Hcc*, associada a um sistema não observável, contendo m medidas de potência ativa, após a inclusão de uma pseudo-medida de ângulo (θ_1^p). As áreas em branco, dessas figuras, correspondem a elementos nulos e as áreas sombreadas a possíveis elementos não nulos.

A partir dos caminhos de fatoração, associados à matriz de fatores U, a metodologia proposta em (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009) permite a identificação das ilhas observáveis, através dos seguintes passos:

1. Se não existir, no conjunto de medidas disponível, medida de injeção de potência alguma relacionando nós (ou variáveis de estado equivalentes) de diferentes caminhos de fatoração, o sistema não é observável como um todo e os nós pertencentes, a cada um dos n_{cf} caminhos de fatoração encontrados, constituirão n_{cf} sub-redes observáveis, ou seja, n_{cf} ilhas observáveis;

2. Se no conjunto de medidas disponível existir pelo menos uma medida de injeção, relacionando nós de diferentes caminhos de fatoração, o sistema não é observável

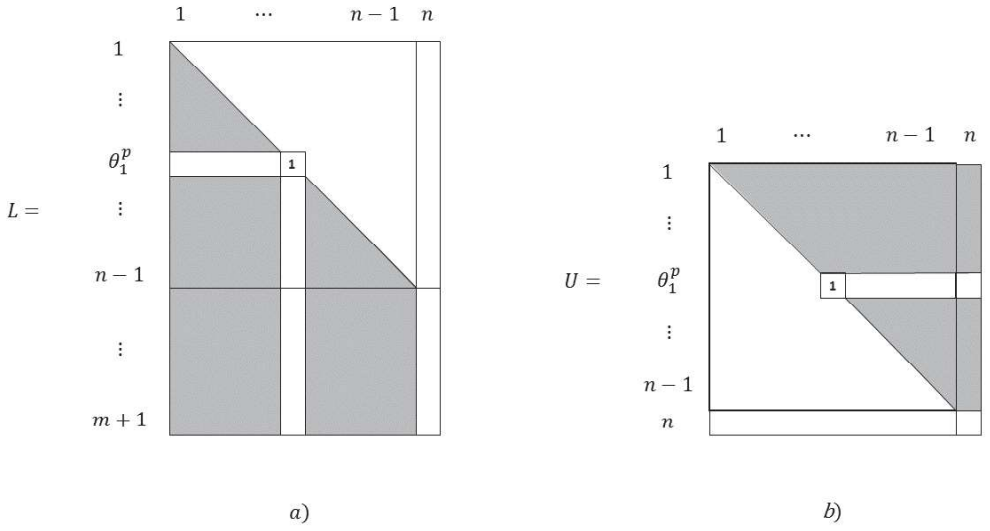

Figura 5.8: Decomposição LU da matriz H_{cc} associada a um sistema não observável: a) Matriz trapezoidal inferior L; b) Matriz superior com os fatores triangulares U.

como um todo e não é possível assegurar que as sub-redes associadas com cada caminho de fatoração isolado constituem ilhas observáveis. Para encontrar as ilhas observáveis, aquela medida deve ser identificada e descartada para obtenção de uma nova matriz H_{cc} (medida de injeção irrelevante). Em seguida, essa matriz deve ser fatorada. O processo de descarte de medida e de fatoração termina quando não existir mais medida de injeção alguma relacionando nós de diferentes caminhos de fatoração. Dessa forma, após o processo de identificação e descarte de medidas irrelevantes, os nós pertencentes a cada um dos n_{cf} caminhos de fatoração encontrados constituirão n_{cf} sub-redes observáveis, ou seja, n_{cf} ilhas observáveis.

Observação 5.5: O processo de identificação de ilhas observáveis pode tornar-se iterativo caso ocorra a situação descrita no Item 2 (da mesma forma que o processo de identificação de ilhas do método baseado na fatoração triangular da matriz Ganho (BRETAS, 1996)). Isto porque, quando as medidas irrelevantes são identificadas e descartadas, podem aparecer outras medidas irrelevantes.

Observação 5.6: O método baseado na fatoração da matriz jacobiana H_{cc} pode ser executado aplicando o processo de fatoração triangular diretamente nessa matriz ou na matriz Jacobiana transposta H_{cc}^T. Vale lembrar que quando aplicado na matriz H_{cc}, esse processo deve ocorrer através da combinação entre as colunas dessa matriz que são correspondentes às variáveis de estado do sistema. Dessa forma, aplicando a fatoração na matriz Jacobiana transposta H_{cc}^T, esse processo deve ocorrer através da combinação entre as linhas dessa matriz que são correspondentes às variáveis de estado do sistema. Conforme discutido em (LONDON JR., 2000), tendo em vista a estrutura da matriz

H_{cc}^T torna-se mais fácil aplicar o processo de fatoração nessa matriz ao invés de aplicar diretamente na matriz H_{cc}. Visando, pois, a esta facilidade de implantação do processo de fatoração, escolheu-se apresentar o algoritmo fazendo uso da matriz H_{cc}^T. Vale ressaltar que a matriz H_{cc}^T possui as mesmas propriedades da matriz H_{cc}. Destarte, tudo o que foi apresentado em relação à matriz H_{cc} aplicar-se-á à matriz H_{cc}^T, desde que sejam observadas as diferenças entre essas matrizes, devido ao fato de a matriz H_{cc}^T ser a transposta da matriz H_{cc}.

Algoritmo:

- **Passo 1:** Com o conjunto de medidas disponível, monte a matriz Jacobiana transposta H_{cc}^T (considerando $x_l = 1p.u., l = 1, ..., n_l$, sendo n_l o número total de ramos da rede elétrica em análise). Se $m < n$, introduza $m-n$ novas colunas na matriz H_{cc}^T formadas apenas por zeros, sendo m e n, respectivamente, os números de medidas disponíveis e de barras do sistema em análise;

- **Passo 2:** Realize a fatoração triangular da matriz H_{cc}^T, armazenando os fatores triangulares, realizando permutações de colunas quando possível para evitar pivôs nulos, até $H_F^T(d,d) = 0$. Se $d = n$, o sistema é observável como um todo, pare (quando o sistema é observável, através da permutação de colunas será sempre possível finalizar a fatoração na diagonal (n,n)). Caso contrário, o sistema não é observável como um todo e coluna alguma da matriz que está sendo fatorada possuirá elemento não nulo na linha d. Para Identificação de **Ilhas Observáveis** vá para o **Passo 3** e para **Restauração de Observabilidade** vá para o **Passo 6**;

- **Passo 3:** Introduza uma pseudo-medida, de ângulo de fase de tensão, fornecendo informação da variável de estado equivalente não observável correspondente a linha d (que equivale a inserção de uma nova coluna, na matriz que está sendo fatorada, com apenas um elemento não nulo na linha d) e continue o processo de fatoração até a diagonal $d = n$. Observe que esse processo pode exigir permutações de colunas para evitar pivôs nulos ou a inclusão de novas pseudo-medidas de ângulo de fase de tensão. Prossiga ao próximo passo;

- **Passo 4:** Encontre os caminhos de fatoração, através dos elementos da correspondente matriz de fatores U. Em seguida, verifique se existe alguma medida de injeção relacionando variáveis (nós) de caminhos de fatoração distintos. Se não existir, as sub-redes associadas, com cada caminho de fatoração isolado, já constituem ilhas observáveis, **pare**. Caso contrário, vá para o Passo 5;

- **Passo 5:** Identifique e descarte as medidas de injeção de potência relacionando nós de diferentes caminhos de fatoração. Atualize a matriz H_{cc}^T , refaça a fatoração triangular (conforme descrito no **Passo 3**) e retorne ao **Passo 4**;

- **Passo 6:** Selecione a primeira pseudo-medida disponível (indicasse a seleção da pseudo-medida considerada de melhor qualidade ou alguma relacionando à barra correspondente à variável de estado equivalente d). Vá para o próximo passo;

- **Passo 7:** Crie uma nova coluna na matriz H_F^T , que está sendo fatorada, para armazenar a equação da pseudo-medida selecionada. Em seguida, aplique, nessa coluna, os fatores triangulares obtidos até então no processo de fatoração. Se após a aplicação dos fatores triangulares aparecer um elemento não nulo, na linha do pivô nulo (linha d), nessa coluna, é porque a pseudo-medida selecionada fornece a informação da variável de estado equivalente correspondente a linha d, vá para o próximo passo. Caso contrário, vá para o **Passo 9**;

- **Passo 8:** Continue a fatoração triangular da matriz H_F^T atualizada no **Passo 7**, realizando permutações de colunas quando possível para evitar pivôs nulos, até $HF(d,d) = 0$. Se $d = n$, o sistema tornou-se observável como um todo considerando as pseudo-medidas que foram selecionadas; pare. Caso contrário, vá para o passo **Passo 9**;

- **Passo 9:** Selecione a próxima pseudo-medida disponível e retorne ao **Passo 7**.

Exemplo 5.1b: Para exemplificar a aplicação do algoritmo para análise de observabilidade baseado na fatoração triangular da matriz H_{cc}^T e em caminhos de fatoração, utilizar-se-á, mais uma vez, o SEP de seis barras associado ao conjunto de medidas ilustrado na Figura 5.7.

Passo 1: Com o conjunto de medidas disponível, monte a matriz Jacobiana transposta H_{cc}^T (considerando $x_l = 1p.u., l = 1, ..., n_l$):

$$H_{cc}^T = \begin{array}{c} \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \text{P:1-2} & \text{P:1} & \text{P:4} & \text{P:4-5} & & \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Observe que foram incluídas duas colunas formadas apenas por zeros na matriz H_{cc}^T, isso em função de estarem disponíveis apenas 4 medidas para o sistema de 6 barras em análise $(6 - 4 = 2)$.

Passo 2: Realizando a fatoração triangular dessa matriz obtém-se (observe que em algumas situações alguns pivôs nulos podem ser evitados com a permutação de colunas):

$$H_F^T = \begin{array}{c} \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \text{P:1-2} & \text{P:1} & \text{P:4} & \text{P:4-5} & & \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (3) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (-1) & (1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (-1) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Os elementos que aparecem entre parênteses são os fatores triangulares, ou seja, os elementos da correspondente matriz dos Fatores.

Sendo $H_F^T(5,5) = 0$, e $n \neq 5 (n = 6)$, o SEP não é observável como um todo. Escolhendo, inicialmente, a opção Identificação de **Ilhas Observáveis**, iremos para o **Passo 3** do algoritmo.

Identificação de Ilhas Observáveis

Passo 3: Criam-se duas novas colunas na matriz que está sendo fatorada, com elementos não nulos, respectivamente, nas linhas $d = 5$ e $d = 6$ (adição de pseudo-medidas de ângulos de fase de tensão $P_{\theta 5}$ e $P_{\theta 6}$). Essas serão as novas colunas "5" e "6" daquela matriz e as demais colunas devem ser deslocadas, resultando na seguinte matriz:

$$H_F^T = \begin{array}{c} \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} P{:}1\text{-}2 & P{:}1 & P{:}4 & P{:}4\text{-}5 & P_{\theta 5} & P_{\theta 6} & & \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (3) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (-1) & (1) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (-1) & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{5.14}$$

Passo 4: Através dos fatores triangulares têm-se dois caminhos de fatoração, que podem ser representados pelas duas árvores de caminhos de grafo a seguir: SERIA BOM DESTACAR AS SETAS INDICANDO OS CAMINHOS DE FATORAÇÃO

- Árvore [1]: $\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5$
- Árvore [2]: θ_6

Como a medida de injeção *P:4* relaciona variáveis de estado de caminhos de fatoração distintos (as variáveis de estado θ_3, θ_4 *e* θ_5 pertencem à árvore de caminho de fatoração [1] e a variável θ_6 pertence à árvore [2]), vá para o **Passo 5**;

Passo 5: A medida de injeção *P:4* é descartada do conjunto de medidas, a matriz H_{cc}^T é atualizada e o processo de fatoração triangular é novamente aplicado, conforme descrito

no **Passo 3**, resultando em:

$$H_F^T = \begin{bmatrix} & P{:}1\text{-}2 & P{:}1 & P_{\theta 3} & P{:}4\text{-}5 & P_{\theta 5} & P_{\theta 6} & & \\ \theta_1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_2 & (1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_3 & 0 & (1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_5 & 0 & 0 & 0 & (1) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.15}$$

Retorne ao **Passo 4:**.

Passo 4: Através dos fatores triangulares têm-se três caminhos de fatoração, que podem ser representados pelas três árvores de caminhos de grafo a seguir:

- Árvore [1]: $\theta_1 - \theta_2 - \theta_3$
- Árvore [2]: $\theta_4 - \theta_5$
- Árvore [3]: θ_6

Como não existe mais medida de injeção alguma relacionando variáveis de estado de caminhos de fatoração distintos, as sub-redes associadas, com cada árvore de caminho de fatoração isolada, constituem as ilhas observáveis da rede. **Fim do algoritmo**.

Retornando agora ao **Passo 2** do algoritmo, mas agora escolhendo a opção **Restauração de Observabilidade**, vá para o **Passo 6**.

Restauração de Observabilidade

Para exemplificar o processo de restauração de observabilidade, da mesma forma que no **Exemplo 5.1a**, considerar-se-á a disponibilidade das seguintes pseudo-medidas: $Ps : 2$, $Ps : 1 - 3$ e $Ps : 6$.

Passo 6: Selecionando a primeira pseudo-medida disponível para análise ($Ps : 2$).

Passo 7: Cria-se uma nova coluna na matriz H_F^T, que está sendo fatorada, para armazenar a equação da pseudo-medida $Ps : 2$. Em seguida, aplicam-se, nessa coluna, os fatores triangulares obtidos até então no processo de fatoração. A matriz H_F^T torna-se:

$$H_F^T = \begin{bmatrix} & P{:}1\text{-}2 & P{:}1 & P{:}4 & P{:}4\text{-}5 & & & Ps{:}2 \\ \theta_1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \theta_2 & (1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \theta_3 & 0 & (1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_4 & 0 & 0 & (3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_5 & 0 & 0 & (-1) & (1) & \boldsymbol{0} & 0 & \boldsymbol{0} \\ \theta_6 & 0 & 0 & (-1) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

Como $H_F^T(5,7) = 0$, $Ps : 2$ não fornece a informação da variável de estado equivalente correspondente a linha $d = 5$. Vá para o **Passo 9:**.

Passo 9: A pseudo-medida $Ps: 1-3$ é selecionada. Retorne ao **Passo 7.**

Passo 7: Cria-se uma nova coluna na matriz H_F^T, que está sendo fatorada, para armazenar a equação da pseudo-medida $Ps: 1-3$. Em seguida, aplicam-se, nessa coluna, os fatores triangulares obtidos até então no processo de fatoração. A matriz H_F^T torna-se:

$$H_F^T = \begin{bmatrix} & P{:}1\text{-}2 & P{:}1 & P{:}4 & P{:}4\text{-}5 & & & Ps{:}1\text{-}3 \\ \theta_1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \theta_2 & (1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \theta_3 & 0 & (1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_4 & 0 & 0 & (3) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_5 & 0 & 0 & (-1) & (1) & \boldsymbol{0} & 0 & \boldsymbol{0} \\ \theta_6 & 0 & 0 & (-1) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

Como $H_F^T(5,7) = 0$, $Ps: 1-3$ não fornece a informação da variável de estado equivalente correspondente a linha $d = 5$. Vá para o **Passo 9:**.

Passo 9: A pseudo-medida $Ps: 6$ é selecionada. Retorne ao **Passo 7.**

Passo 7: Cria-se uma nova coluna na matriz H_F^T, que está sendo fatorada, para armazenar a equação da pseudo-medida $Ps: 6$. Em seguida, aplicam-se, nessa coluna, os fatores triangulares obtidos até então no processo de fatoração. A matriz H_F^T torna-se:

$$H_F^T = \begin{bmatrix} & P{:}1\text{-}2 & P{:}1 & P{:}4 & P{:}4\text{-}5 & & & Ps{:}6 \\ \theta_1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_2 & (1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_3 & 0 & (1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_4 & 0 & 0 & (3) & 1 & 0 & 0 & -1 \\ \theta_5 & 0 & 0 & (-1) & (1) & \boldsymbol{0} & 0 & \boldsymbol{-1} \\ \theta_6 & 0 & 0 & (-1) & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

Como $H_F^T(5,7) = -1$, $Ps: 6$ fornece a informação da variável de estado equivalente correspondente a linha $d = 5$. Vá para **Passo 8:**.

Passo 8: Continue a fatoração triangular da matriz H_F^T atualizada no **Passo 7**, realizando permutações de colunas quando possível para evitar pivôs nulos, obtém-se:

$$H_F^T = \begin{bmatrix} & P{:}1\text{-}2 & P{:}1 & P{:}4 & P{:}4\text{-}5 & Ps{:}6 & & \\ \theta_1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_2 & (1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_3 & 0 & (1) & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_4 & 0 & 0 & (3) & 1 & -1 & 0 & 0 \\ \theta_5 & 0 & 0 & (-1) & (1) & -1 & 0 & 0 \\ \theta_6 & 0 & 0 & (-1) & 0 & (1) & \boldsymbol{0} & 0 \end{bmatrix} \tag{5.19}$$

Sendo $H_F^T(6,6) = 0$, e $n = 6$, o SEP tornou-se observável como um todo com a inclusão da pseudo-medida $Ps: 6$. **Fim do algoritmo**.

5.2 Redundância de Medidas Analógicas

5.2.1 Introdução

Em termos de redundância de medidas analógicas, para efeito de EESEP, as seguintes definições são de suma importância:

Redundância global

Redundância global de um sistema de medição é a relação entre o número de medidas disponíveis e o número de variáveis de estado a serem estimadas.

Medida Crítica

Medida Crítica (MC) é a medida que, se retirada do conjunto de medidas de um sistema observável (ou de uma ilha observável), torna o mesmo (ou a ilha) não observável.

As medidas não críticas são chamadas de medidas redundantes e somente tais medidas podem apresentar resíduos não nulos (CLEMENTS; KRUMPHOLZ; DAVIS, 1981).

Conjunto crítico de medidas, também conhecido na literatura como *minimally dependent sets of measurements* ou *bad data groups*, pode ser definido, segundo (AYRES; HALEY, 1986), de duas formas:

Definição numérica

Os conjuntos críticos de medidas (CCMs) são aqueles correspondentes às submatrizes, da matriz covariância dos resíduos[1], com posto igual a 1;

Definição topológica

CCM é o conjunto de medidas formado por medidas não críticas, em que a eliminação de uma medida qualquer, a ele pertencente, torna as demais medidas críticas.

Deve-se destacar que redundância global não expressa, de forma precisa, a situação da redundância das medidas para efeito de EESEP. Porquanto, mesmo para sistemas de medição com alto nível de redundância global (maior que 3,5), há a possibilidade de existirem MCs ou CCMs (como foi mostrado através de um exemplo em (CELIK; LIU, 1995)).

Em (AL-ATWAN; KOGLIN, 1998), discutiu-se em detalhes o problema de redundância local de medidas, para efeito de EESEP. Dentre os dois conceitos de redundância local lá apresentados e discutidos, destacou-se como mais importante o conceito de redundância local inteira. De acordo com essa referência, para obter o nível de redundância local inteira de uma medida i, as medidas cujos resíduos são fortemente correlacionados, com o resíduo dessa medida, devem ser eliminadas até a medida i tornar-se crítica. Dessa forma, se a eliminação de apenas uma medida tornou a medida i crítica, a medida i tem nível de redundância local inteira igual a 1 (um).

[1] A matriz covariância dos resíduos será apresentada no capítulo 6

De acordo com essa definição, a MC possui nível de redundância local inteira, que passaremos a chamar simplesmente de nível de redundância local, igual a 0 (zero). Já as medidas pertencentes à CCMs possuem nível de redundância local igual a 1 (um).

Outra forma de entender o conceito de redundância local de medidas é relacionar os problemas de redundância e de observabilidade. Nesse contexto, haja vista a remoção de uma MC causar a perda da observabilidade, a MC tem nível de redundância local igual a 0 (zero), pois, ela é a única medida dando informação de uma determinada variável de estado. Uma medida redundante tem nível de redundância local 1 (um), se sua remoção não causar a perda da observabilidade, mas sim o aparecimento de pelo menos mais uma medida com nível de redundância local 0 (zero), isto é, de uma MC. Dessa forma, para causar a perda da observabilidade, é necessário remover pelo menos duas medidas redundantes com nível de redundância local igual a 1 (um). Generalizando, uma medida **redundante** tem nível de redundância local igual a k, se sua supressão não causar a perda da observabilidade, mas sim o aparecimento de pelo menos uma medida com nível de redundância local k-1. Face ao exposto, para causar a perda da observabilidade é necessário remover pelo menos k+1 medidas redundantes, com nível de redundância local igual a k.

Para ilustrar como se deu o desenvolvimento de métodos para tratamento da redundância de medidas para efeito de EESEP, destacam-se, na próxima seção, alguns dos métodos disponíveis, evidenciando os procedimentos utilizados, vantagens e desvantagens.

5.2.2 Métodos Desenvolvidos

Assim como os métodos desenvolvidos para análise de observabilidade, aqueles desenvolvidos para identificação de MCs e de CCMs podem ser classificados, de uma forma geral, em topológicos e numéricos. Os métodos pertencentes ao primeiro grupo utilizam o conceito de observabilidade topológica, apresentando natureza combinatória, não exigindo cálculo numérico, necessitando apenas da topologia da rede, bem como do tipo e localização das medidas disponíveis (CLEMENTS; KRUMPHOLZ; DAVIS, 1981; CRAINIC et al., 1990; SIMõES COSTA; PIAZZA; MANDEL, 1990; BRETAS et al., 2005).

Em (CLEMENTS; KRUMPHOLZ; DAVIS, 1981) foi desenvolvido o primeiro método para identificação de MCs. Os teoremas apresentados nesse trabalho, com relação à MC, serviram de base a outros métodos. O mesmo baseia-se na árvore geradora de posto completo, identificando como MC aquela que, caso perdida, impede a construção da citada árvore.

O método idealizado em (SIMõES COSTA; PIAZZA; MANDEL, 1990) permite identificar as MCs, assim o fazendo através da teoria de interseção de *matroides*. Para determinar os CCMs, tal método remove, do conjunto de medidas, uma medida redundante de cada vez, evidenciando aquelas que se tornaram críticas. Estas medidas, juntamente com a medida redundante retirada, identificam os CCMs.

O método proposto em (CRAINIC et al., 1990) baseia-se no fato de as matrizes M (matriz incidência de medidas para ramos) e A (matriz incidência de ramos para nós) serem matrizes unimodulares, isto é, matrizes que têm a propriedade de possuir os determinantes de cada submatriz quadrada iguais a -1, 1 ou 0. Além de permitir identificar as MCs, esse método possibilita avaliar a redundância do conjunto de medidas, em níveis mais elevados, a que os autores chamam de rigidez do conjunto de medidas. A sua desvantagem é a de exigir, para o seu funcionamento, de um procedimento combinatório, o que torna o método lento, por assim dizermos, principalmente para redes de grande porte.

Na tentativa de obter-se um método topológico simples e rápido, foi proposto em (BRETAS et al., 2005) um novo método para a identificação de MCs. Neste método explora-se a natureza das medidas (fluxo e injeção), de forma a reduzir as possibilidades de busca. Na sua primeira etapa, o mesmo permite analisar apenas as medidas de fluxo disponíveis, formando as chamadas ilhas de fluxo. A partir dessas ilhas de fluxo, analisa-se a redundância das medidas de injeção de uma maneira mais direta. Observe que todas as medidas de injeções, relacionando barras pertencentes a uma única ilha de fluxo, são previamente identificadas como redundantes. Entretanto, o método desenvolvido em (BRETAS et al., 2005) não possibilita a identificação de CCMs.

De acordo com a literatura sobre o tema, os métodos numéricos são mais simples e de mais fácil implantação em computador, em relação aos topológicos, entretanto, estão sujeitos a erros numéricos. Dos métodos pertencentes a esse segundo grupo, métodos numéricos, podemos destacar os propostos em (CELIK; LIU, 1995; KORRES; CONTAXIS, 1991a,b; COUTTO FILHO; SOUZA; SCHILLING, 2007).

De maneira geral, os métodos numéricos para identificação de MCs e de CCMs baseiam-se nas seguintes propriedades dos resíduos[2] das medidas (CELIK; LIU, 1995; COUTTO FILHO; SOUZA; SCHILLING, 2007):

- As MCs apresentam resíduo nulo;
- São nulos os elementos da diagonal principal das matrizes covariância do resíduo e sensibilidade do resíduo[3], correspondentes às MCs;
- Os resíduos normalizados de medidas pertencentes ao mesmo CCM são iguais em módulo;
- São unitários os coeficientes de correlação dos resíduos de medidas pertencentes ao mesmo CCM. Vale lembrar que o coeficiente de correlação dos resíduos de duas medidas quaisquer i e j é dado pela seguinte equação:

$$\gamma_{ij} = \frac{\Omega_{ij}}{\sqrt{\Omega_{ii}}\sqrt{\Omega_{jj}}}, \tag{5.20}$$

[2]Vale lembrar que os resíduos das medidas são calculados após a obtenção das estimativas das variáveis de estado.

[3]A matriz de sensibilidade dos resíduos é dada pela eq. (6.7), apresentada no Capítulo 6.

sendo Ω a matriz de covariância dos resíduos[4].

Em (AYRES; HALEY, 1986), dois algoritmos para identificação de CCMs nos são apresentados. O primeiro baseado na definição topológica de CCM, o outro na definição numérica. Os dois algoritmos dependem da análise dos resíduos normalizados, exigindo, assim, a execução de todo o processo de estimação de estado para identificação dos CCMs.

Com base no modelo de rede reduzido, idealizado para análise de observabilidade em (CONTAXIS; KORRES, 1988), em (KORRES; CONTAXIS, 1991a) desenvolveu-se um algoritmo para o processamento de EGs, fundamentado no conceito de área de espalhamento de resíduo[5]. Assim o fizeram tendo em vista que, através da determinação das áreas de espalhamento do resíduo, seria possível diminuir o esforço que se gasta nos processos de detecção e identificação de medidas com EGs. Isto porque, uma vez determinadas as áreas de espalhamento do resíduo, tornar-se-ia possível dividir a rede em função dessas áreas e realizar a detecção e identificação de EGs, em cada área, separadamente. Para a determinação das áreas de espalhamento do resíduo, cumpre realizar uma busca por ramos incidentes apenas para medidas redundantes, requerendo, portanto, sejam conhecidas as MCs. O algoritmo proposto em (KORRES; CONTAXIS, 1991a) permite assim realizar a identificação dessas medidas, analisando os elementos da diagonal principal da matriz sensibilidade de resíduo.

Fazendo uso também do modelo de rede reduzido, proposto em (CONTAXIS; KORRES, 1988), bem como da teoria de grafos, em (KORRES; CONTAXIS, 1991b) foi apresentado um método permitindo a identificação de MCs e de CCMs, possibilitando ainda a atualização destes conjuntos, quando alguma medida se tornar indisponível. O algoritmo reduz o número de cálculos necessários, fundamentando-se nas propriedades das chamadas ilhas de fluxo. Contudo, necessita ainda da análise dos resíduos das medidas, por fazer uso da propriedade de a MC apresentar resíduo nulo e daquela de as medidas de um CCM possuírem o mesmo resíduo normalizado em módulo.

Em (FALCAO; ARIAS, 1994), desenvolveu-se um método numérico que possibilita análise de observabilidade e identificação de MCs, de forma bastaste direta, através da redução echelon da matriz Jacobiana. O diferencial desse método, em relação aos métodos numéricos supracitados, para identificação de MCs, é o fato de o mesmo não exigir a análise das propriedades dos resíduos das medidas previamente citadas, possibilitando a identificação de MCs de uma forma mais direta.

Em (COUTTO FILHO; SOUZA; SCHILLING, 2007) é apresentado um método numérico para a identificação de MCs e de CCMs que faz uso das propriedades supracitadas dos resíduos das medidas. Todavia, para viabilizar a análise daquelas propriedades, de uma forma mais direta, o método faz algumas simplificações, tomando por base a pro-

[4]A matriz de covariância dos resíduos é dada pela eq. (6.10), apresentada no Capítulo 6.

[5]Área de espalhamento de resíduo, ou máxima área não crítica, é um conjunto de ramos e nós da rede que estão conectados somente através de medidas redundantes.

priedade de as características qualitativas de conjuntos de medidas não dependerem da ponderação e dos valores das medidas, mas sim do tipo, localização e número dos medidores disponíveis. O método exige apenas uma estimação de estado simbólica, assumindo o valor 1, tanto para ponderação, quanto para o valor de todas as medidas disponíveis.

O método para identificação de MCs e de CCMs proposto em (ALMEIDA; ASADA; GARCIA, 2008), baseia-se na fatoração triangular da matriz de Gram, que é obtida a partir do produto da matriz Jacobiana, do estimador WLS, pela transposta dessa matriz. Em (ALMEIDA; ASADA; GARCIA, 2009), esse método foi estendido para modelagem trifásica do estimador WLS.

Face ao exposto nesta seção, a ideia que norteia o desenvolvimento de métodos para identificação de MCs e CCMs, assim como de métodos para análise de observabilidade, é a obtenção de procedimentos de fácil implantação em computador, que exijam pequena quantidade de cálculos numéricos, propiciando, assim, o desenvolvimento de aplicativos computacionais de execução rápida. Tendo isto em vista, o método desenvolvido em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2007), para identificação de MCs e de CCMs, não exige a análise das propriedades estatísticas dos resíduos das medidas, nem mesmo produto matricial algum, mas apenas a obtenção e análise da estrutura da chamada matriz H_Δ, que resulta de um processo de fatoração triangular da matriz Jacobiana do estimador WLS. Dessa forma, o mesmo possibilita a identificação de MCs e de CCMs de uma forma bastante simples e direta.

Importa destacar, entanto, que a motivação principal para proposição da matriz H_Δ foi vislumbrar a possibilidade de obtenção de um procedimento simples, e de fácil implantação em computador, para identificação do nível de redundância local de medidas para efeito de estimação de estado. Para esse fim, em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001) foi apresentado um método que se baseia na análise da estrutura da matriz H_Δ. Entretanto, conforme apresentado em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001), para obtenção da matriz H_Δ o SEP deve ser observável como um todo. Ou seja, a correspondente matriz Jacobiana deve ter posto igual ao número de variáveis de estado a serem estimadas.

Para contornar o problema de obtenção da matriz H_Δ, para SEP não observáveis, em (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009) foi desenvolvido um método para análise de observabilidade, baseada no processo de obtenção da matriz H_Δ, ou seja, baseada na fatoração triangular da matriz Jacobiana, conforme apresentado na seção anterior.

Importa destacar que, para análise de observabilidade, exige-se apenas a eliminação dos elementos do triângulo superior da matriz Jacobiana. Entretanto, dando continuidade ao procedimento de decomposição LU, obtém-se a matriz H_Δ, tornando-se possível a identificação do nível de redundância local das medidas, além da análise de observabilidade. Destaca-se que, para sistemas que não são observáveis como um todo, mas formados por ilhas observáveis, o método proposto em (BENEDITO; LONDON JR.; BRETAS, 2009) possibilita a identificação dessas ilhas observáveis, através das árvores de caminhos

de fatoração, indicando ainda a redundância local das medidas de cada ilha, através da obtenção e análise da matriz H_Δ.

Na próxima seção será apresentado o método para identificação do nível de redundância através da análise da matriz H_Δ e, em seguida, o método para identificação de MCs e de CCMs através da análise da estrutura dessa matriz.

Observação 5.7: Conforme realizado para apresentação dos métodos para análise de observabilidade, os métodos para análise de redundância de medidas baseado na análise da matriz H_Δ serão apresentados considerando a matriz Jacobiana do estimador de estado WLS linear (matriz H_{cc}). Destaca-se, entanto, que os mesmos podem ser aplicados considerando a matriz jacobiana do estimador de estado WLS não linear, ou mesmo a matriz Jacobiana da versão trifásica desse estimador, conforme apresentado em (TOYOSHIMA et al., 2012).

5.2.3 Identificação do Nível de Redundância Local, através da Matriz H_Δ

Conforme definido previamente, um SEP dir-se-á *algebricamente observável*, se a matriz Jacobiana H_{cc}, correspondente à associação desse sistema a um conjunto de medidas, tiver posto igual ao número de variáveis de estado a serem estimadas. Vale lembrar que a matriz H_{cc} relaciona as medidas aferidas com as variáveis de estado do SEP. Assim, as linhas e colunas dessa matriz correspondem, respectivamente, às medidas e às variáveis de estado do SEP.

Ante o exposto, permite-se-nos concluir que as MCs correspondem às linhas linearmente independentes daquela matriz e, consequentemente, as relações de redundância local de medidas podem ser identificadas através da análise das relações de dependência linear das linhas da matriz H_{cc}. Contudo, tais relações são de difícil análise, através da estrutura da matriz H_{cc}, mas, através de uma mudança conveniente de base, no espaço das variáveis de estado, aquela análise torna-se bastante simplificada. Sendo assim, em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001) demonstrou-se o seguinte Teorema:

Teorema 5.1: Considere a matriz Jacobiana H_{cc}, associada a um SEP com n barras e m medidas de potência ativa, sendo $m > (n-1)$. Se o sistema é algebricamente observável ($posto(H_{cc}) = n-1$); então existe uma mudança de base C, no espaço das variáveis de estado, sendo que, nessa nova base, o operador H_{cc} possuirá a seguinte forma:

Sendo:

- H_Δ: operador H_{cc} na nova base;
- $I_{(n-1)}$: matriz identidade de dimensão $(n-1)x(n-1)$;

$$
H_\Delta = \begin{array}{c|c|c}
 & 1 \quad \cdots \quad n & \\
\hline
\begin{array}{c} 1 \\ \vdots \\ n-1 \\ \vdots \\ m \end{array} & \begin{array}{ccc} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \\ \hline & R & \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ \\ \vdots \\ 0 \end{array}
\end{array}
\Rightarrow
H_\Delta = \begin{array}{c|c}
\begin{array}{c} I_{(n-1)} \\ \\ R \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{array}
\end{array}
$$

Figura 5.9: Estrutura da matriz H_Δ, associada a um sistema de potência observável com m medidas $[m > (n-1)]$.

- R: submatriz de dimensão $[m-(n-1)]x(n-1)$, composta por linhas linearmente dependentes das linhas da submatriz I.

Observação 5.8: A última coluna da matriz H_Δ é constituída apenas por zeros, por corresponder à barra escolhida como referência angular.

Na demonstração do Teorema 5.1, apresentada em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001), verifica-se que a matriz H_Δ pode ser obtida através de um processo de fatoração triangular da matriz H_{cc}, realizado através da combinação das colunas de H_{cc}. Dessa forma, a matriz H_Δ relaciona as medidas aferidas com variáveis de estado equivalentes, que são combinações lineares das variáveis de estado do sistema.

Analisando a estrutura da submatriz I, de H_Δ, verifica-se que as suas $(n-1)$ linhas são, isoladamente, linearmente independentes. Em razão disto, as medidas correspondentes a essas linhas são chamadas de medidas **Básicas**, pois essas medidas são suficientes para tornar o sistema em consideração observável. As outras medidas são chamadas de **Suplementares.**

Através da análise da estrutura da matriz H_Δ, identificam-se os chamados conjuntos p-críticos de medidas, através dos quais se identifica o nível de redundância local das medidas.

Conjunto p-crítico de medidas

Conjunto p-crítico de medidas é um conjunto de p medidas $(p \geq 1)$, associadas a um SEP observável (ou a uma ilha observável), que, se perdidas, tornam tal sistema não observável (ou tal ilha não observável). Entretanto, a remoção de qualquer conjunto de k medidas, pertencentes a um conjunto p-crítico, com $(k < p)$, não causa a perda da observabilidade do sistema (ou da ilha).

Observe que uma medida pode pertencer a diversos conjuntos p-críticos, porém, o conjunto p-crítico com menor número de medidas, a que ela pertencer, vai definir o seu nível de redundância local, que, de acordo com a definição de conjuntos p-críticos de medidas, é definido da seguinte forma:

Nível de Redundância Local (Conjunto p-crítico de medidas)

Uma medida tem nível de redundância local $p-1$, se o conjunto p-crítico, com menor número de medidas a que ela pertencer, possuir p medidas.

Tendo em vista que uma MC corresponde a um conjunto p-crítico com $p = 1$, de acordo com a Definição acima, conclui-se que a MC possui nível de redundância local igual a 0 (zero), conforme previamente apresentado. A medida que pertencer a pelo menos um par crítico, ou seja, conjunto p-crítico com $p = 2$, terá nível de redundância igual a 1 (um). E assim por diante.

Considerando a estrutura da matriz H_Δ, formularam-se os seguintes lemas (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001):

Corolário 1: Toda medida Suplementar possui nível de redundância maior que 0 (zero).

Lema 1: Toda MC pertence ao conjunto de medidas Básicas.

Lema 2: Todo conjunto p-crítico de medidas possui pelo menos uma medida Básica.

A busca pelos conjuntos p-críticos de medidas é dividida em duas fases:

1. Identificação dos conjuntos p-críticos de medidas contendo apenas uma medida Básica;

2. Identificação dos conjuntos p-críticos de medidas contendo mais de uma medida Básica.

A seguir mostrar-se-á que a segunda fase da busca é uma aplicação recursiva da primeira. Considere-se então, o Teorema 5.2, cuja demonstração é apresentada em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001):

Teorema 5.2: As p medidas, correspondentes às linhas dos p elementos não nulos que pertençam a uma mesma coluna da matriz H_Δ, formam um conjunto p-crítico de medidas, contendo apenas uma medida Básica.

Através do Teorema 5.2, verifica-se que, quando uma coluna tem apenas um elemento não nulo, significa que a informação do estado equivalente, correspondente àquela coluna, é fornecida apenas por uma medida, portanto, essa medida é crítica (tem nível de redundância local igual a 0 (zero)).

Para realizar a segunda fase da busca, utilizando as diretrizes do Teorema 5.2, elimina-se uma medida Básica não-crítica da matriz H_Δ, para, em sequência, proceder-se à obtenção da nova matriz H_Δ. Como a medida Básica retirada corresponde a uma linha linearmente dependente de pelo menos uma linha da matriz R, existe pelo menos uma medida Suplementar que pode substituí-la. Efetuando a substituição, obtém-se a nova matriz H_Δ. Analisando as colunas dessa nova matriz, considerando o Teorema 5.2, conclui-se que as p medidas, associadas aos novos conjuntos p-críticos identificados, constituem, juntamente com a medida Básica que foi retirada, um conjunto $(p+1)$-crítico de medidas.

Aplicando-se esse processo a todas as medidas Básicas, com nível de redundância maior ou igual a 1 (um) (medidas não críticas), identificam-se todos os conjuntos p-críticos, contendo duas medidas Básicas. Continuando esse processo, eliminando conjuntos de b medidas Básicas, com nível de redundância maior ou igual a b, todos os conjuntos p-críticos de medidas, com $p \geq (b+1)$, contendo $(b+1)$ medidas Básicas, serão identificados.

A partir da análise dos conjuntos p-críticos de medidas, identifica-se o nível de redundância de todas as medidas disponíveis.

De acordo com a referência (CRAINIC et al., 1990), em termos de redundância local de medidas, considera-se confiável um sistema de medição formado por medidas com nível de redundância maior que 2 (dois). Isto porque, para tal sistema de medição, estaria garantida a ausência de MCs (possuem nível de redundância local igual a 0 (zero)) e de CCMs (as medidas que constituem um conjunto crítico de medidas possuem nível de redundância local igual a 1 (um)). Dessa forma, em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001), restringiu-se a busca por conjuntos p-críticos de medidas para, no máximo $p = 3$, possibilitando a identificação de medidas com nível de redundância 0, 1 e 2.

Observação 5.9: Deste ponto em diante, a método para identificação do nível de redundância local será apresentado considerando a fatoração da matriz Jacobiana Transposta H_{cc}^T, que dará origem então a transposta da matriz H_Δ. Pois, conforme mencionado anteriormente na apresentação do método para análise de observabilidade baseado na fatoração da matriz jacobiana H_{cc}, tendo em vista a estrutura da matriz H_{cc}^T, torna-se mais fácil aplicar o processo de fatoração nessa matriz ao invés de aplicar diretamente na matriz H_{cc}. A aplicação do processo de fatoração triangular na matriz H_{cc}^T associada a um SEP observável resultará então na matriz H_Δ^T, cuja estrutura é apresentada na Figura 5.10. Sendo:

- H_Δ^T: operador H^T na nova base;
- $I_{(n-1)}$: matriz identidade de dimensão $(n-1)x(n-1)$;
- R: submatriz de dimensão $(n-1)x[m-(n-1)]$, composta por colunas linearmente dependentes das colunas da submatriz $I_{(n-1)}$.

$$H_{\Delta}^{T} = \begin{array}{c|cccc|c} & 1 & \cdots & n-1 & \cdots & m \\ \hline 1 & 1 & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & R \\ n-1 & & & 1 & & \\ \hline n & 0 & \cdots & & \cdots & 0 \end{array} \Rightarrow H_{\Delta}^{T} = \begin{array}{|cc|c|} \hline I_{(n-1)} & & R \\ \hline 0 & \cdots & \cdots \quad 0 \\ \hline \end{array}$$

Figura 5.10: Estrutura da matriz H_{Δ}^{T}, associada a um sistema de potência observável com m medidas $[m > (n-1)]$.

Descrição do Método

O método para identificação do nível de redundância local proposto em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001) requer a realização de cálculos. Sabendo-se que o nível de redundância das medidas depende somente do tipo e da localização das medidas disponíveis, não do valor dos parâmetros da rede, para tornar mínima a probabilidade de ocorrência de erros de arredondamento, a matriz H_{cc}^{T} é construída atribuindo-se às reatâncias de linha o valor 1 (mas a utilização do valor real dessas reatâncias de linha não inviabiliza o emprego do método proposto).

O método consta de quatro etapas, que são as seguintes:

1^a **Etapa**: Obtenção e triangulação da matriz H_{cc}^{T};

2^a **Etapa**: Identificação das medidas com nível de redundância 0 e dos pares e trios críticos de medidas, que envolvam uma das medidas básicas, com as medidas suplementares;

3^a **Etapa**: Identificação dos pares e trios críticos de medidas, envolvendo mais de uma medida básica;

4^a **Etapa**: Identificação das medidas com nível de redundância 1 e 2.

A seguir cada uma dessas etapas será descrita, considerando a aplicação do processo de eliminação de Gauss na matriz H_{cc}^{T}.

1^a **Etapa**:

O processo de eliminação de Gauss, utilizado no método, possui algumas particularidades, mesmo aplicado à matriz H_{cc}^{T}. Antes de apreciá-las, serão apresentados os passos do processo de eliminação de Gauss, que são os seguintes:

1.**FORWARD**: são zerados os elementos do triângulo inferior da matriz em análise, através de combinações lineares efetuadas com as linhas dessa matriz;

2.**OPERAÇÃO DIAGONAL**: igualamos a 1 todos os elementos da diagonal principal, dividindo-se cada linha da matriz resultante, do passo anterior, pelo elemento correspondente da diagonal principal dessa matriz;

3.**BACKWARD**: são zerados os elementos do triângulo superior, pertencentes à matriz

resultante da operação DIAGONAL, através de combinações lineares efetuadas com as linhas dessa matriz.

Conforme mencionado na seção anterior, a definição de observabilidade algébrica, aplicada à matriz H_{cc}, também se aplica à matriz H_{cc}^T. Assim, como a condição necessária, para que o sistema seja algebricamente observável, é que o posto da matriz H_{cc}^T seja igual a $(n-1)$, o processo de FORWARD será realizado até a diagonal $(n-1)$. Para realizar o passo FORWARD, o método adota o esquema de eliminação por colunas. Após a realização desse passo, a última linha da matriz constituir-se-á apenas de zeros, pois essa linha corresponderá à barra escolhida como referência angular.

O passo "OPERAÇÃO DIAGONAL" será então realizado, considerando as $(n-1)$ linhas da matriz H_{cc}^T; em seguida realiza-se o passo BACKWARD, através do qual se eliminarão os elementos não nulos da parte superior da submatriz H_{cc}^T, resultante do passo anterior, de dimensão $(n-1)x(n-1)$. É necessário, entretanto, que o passo BACKWARD se realize através de combinações lineares a efetuar com as linhas daquela matriz, já que desta forma todas as colunas da matriz H_{cc}^T serão consideradas.

A matriz H_{Δ}^T será obtida após a realização do passo BACKWARD.

2^a **Etapa:**

Realizar-se-á a identificação das medidas com nível de redundância 0 e dos pares e trios críticos de medidas, que envolvam apenas uma das medidas básicas, através de uma busca por elementos não nulos nas linhas da matriz H_{Δ}^T (de acordo com o Teorema 5.2).

3^a **Etapa:**

Através de novas triangulações da matriz H_{Δ}^T, da forma descrita anteriormente, serão identificados os pares e trios críticos de medidas contendo mais de uma medida básica.

4^a **Etapa:**

As medidas com nível de redundância 1 e 2 serão identificadas através dos pares e trios críticos de medidas, da seguinte forma:

1. Medida com nível de redundância 1: será a medida não crítica que aparecer em, pelo menos, um par crítico de medidas;

2. Medida com nível de redundância 2: será aquela não crítica que não aparecer em nenhum par crítico de medidas, mas em, pelo menos, um trio crítico de medidas.

Algoritmo para Aplicação em SEP observáveis

Antes da apresentação dos passos do algoritmo, é importante salientar que, devido ao fato de as medidas de injeção poderem relacionar mais de duas variáveis, o que, como consequência, acarretaria mais de dois elementos diferentes de zero, nas colunas da matriz H_{cc}^T associadas a essas medidas, a matriz H_{cc}^T será formada considerando, em primeiro lugar,

as medidas de fluxo. Isto se faz para diminuir o número de elementos gerados, durante o processo de FORWARD (esses elementos são conhecidos como *fill-in´s*). Finalmente, os passos do algoritmo são os seguintes:

- **Passo 1:** Com o conjunto disponível de medidas, formar a matriz H_{Δ}^{T};
- **Passo 2:** Realizar o processamento FORWARD, até o pivô $(n-1)$;
- **Passo 3:** Realizar a "OPERAÇÃO DIAGONAL";
- **Passo 4:** Realizar o processamento BACKWARD;
- **Passo 5:** Verificar, nas linhas da matriz H_{Δ}^{T} resultante, o número de elementos não nulos que aparecem. A partir destes elementos, identifique as medidas com nível de redundância 0, assim também os pares e trios críticos de medidas, que envolvam apenas uma das medidas básicas;
- **Passo 6:** Através de novas triangulações da matriz H_{Δ}^{T}, identifique os pares e trios críticos de medidas, que envolvam mais de uma das medidas básicas;
- **Passo 7:** Através dos pares e trios críticos de medidas, identificados nos passos anteriores, identifique as medidas com nível de redundância 1 e 2.

Observação 5.10: Na realização da etapa FORWARD, se for encontrado um pivô nulo, procure outra coluna, a partir da coluna desse pivô, que possua um elemento não nulo na linha do pivô. Encontrada essa coluna, troque-a de posição com a coluna do pivô nulo. Assim, teremos um novo pivô não nulo, e a etapa FORWARD poderá continuar [6].

Exemplo 5.2a: Para exemplificar a aplicação do algoritmo supracitado utilizar-se-á o SEP de seis barras associado ao conjunto de medidas ilustrado na Figura 5.11.

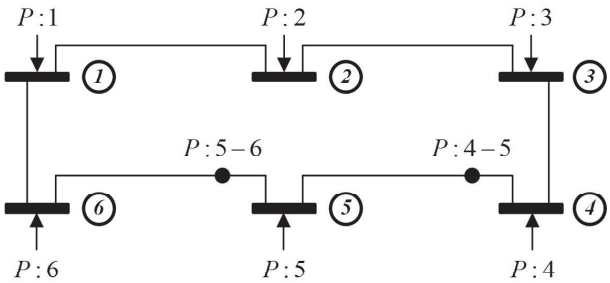

Figura 5.11: Sistema de 6 barras em anel.

Passo 1: Construir a matriz Jacobiana transposta H^T, tendo em vista que, primeiramente, serão levadas em conta as medidas de fluxo.

Após a eliminação de Gauss (**Passos 2, 3 e 4**), obtém-se a seguinte matriz H_{Δ}^{T}:

Passo 5: Analisando as linhas da matriz H_{Δ}^{T} obtida, identificamos:

[6]Sendo observável o sistema em análise, será sempre possível encontrar uma coluna com elemento não nulo na linha do pivô nulo.

$$H^T = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} \text{P:4-5} & \text{P:5-6} & \text{P:1} & \text{P:2} & \text{P:3} & \text{P:4} & \text{P:5} & \text{P:6} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$H_\Delta^T = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc|ccc} \text{P:1} & \text{P:2} & \text{P:3} & \text{P:4-5} & \text{P:5-6} & \text{P:4} & \text{P:5} & \text{P:6} \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}25 & 0 & -0{,}75 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0{,}50 & 0 & -0{,}50 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}75 & 0 & -0{,}25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1{,}25 & -1 & -0{,}25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0{,}25 & 1 & -1{,}25 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

- 1ª linha: $[I:1; I:4; I:6]$;
- 2ª linha: $[I:2; I:4; I:6]$;
- 3ª linha: $[I:3; I:4; I:6]$;
- 4ª linha: possui mais de três elementos não nulos, não identificando, portanto, nenhum par ou trio crítico de medidas;
- 5ª linha: também possui mais de três elementos não nulos.

Passo 6: Sendo: $\begin{cases} n = 6 \\ m = 8 \end{cases} \Rightarrow m - (n-1) = 8 - (6-1) = 3$

Como $m-(n-1) = 3$, será necessário identificar os pares e os trios críticos de medidas, que envolvam mais de uma das medidas básicas. Se $m - (n-1) \leq 1$, não seria necessário realizar a busca por pares e trios críticos de medidas envolvendo mais de uma das medidas básicas, pois, duas medidas quaisquer, que fossem simultaneamente perdidas, tornariam o sistema não observável.

i) Retirando-se da matriz H_Δ^T a primeira coluna, que corresponde à medida $I:1$, obtém-se: Tem que corrigir a posição para inserir as matrizes a seguir.

$$H^T_{(I:1)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc|ccc} \text{P:2} & \text{P:3} & \text{P:4-5} & \text{P:5-6} & \text{P:4} & \text{P:5} & \text{P:6} \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}25 & 0 & -0{,}75 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -0{,}50 & 0 & -0{,}50 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -0{,}75 & 0 & -0{,}25 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1{,}25 & -1 & -0{,}25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0{,}25 & 1 & -1{,}25 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Trocando de posição a coluna correspondente à medida $I:4$, a matriz $H^T_{(I:1)}$ torna-se:

$$H^T_{(I:1)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} P:4 & P:2 & P:3 & P:4\text{-}5 & P:5\text{-}6 & P:5 & P:6 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc|cc} -0{,}25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}75 \\ -0{,}50 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}50 \\ -0{,}75 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0{,}25 \\ 1{,}25 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -0{,}25 \\ 0{,}25 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1{,}25 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Da matriz acima, obtém-se a seguinte:

$$H^T_{\Delta(I:1)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} P:4 & P:2 & P:3 & P:4\text{-}5 & P:5\text{-}6 & P:5 & P:6 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Através desta matriz, identificam-se:

- 1ª linha: $[I:1; I:4; I:6]$, é um trio crítico que envolve apenas uma das medidas básicas, a medida $I:1$, o qual já havia sido identificado através da matriz H^T_{Δ};
- 2ª linha: $[I:1; I:2; I:6]$;
- 3ª linha: $[I:1; I:3; I:6]$;
- 4ª linha: possui mais de dois elementos não nulos, não identificando, portanto, nenhum par ou trio crítico de medidas;
- 5ª linha: também possui mais de dois elementos não nulos.

Para o exemplo em pauta, será necessário identificar todos os trios críticos de medidas, inclusive aqueles formados apenas por medidas básicas. Assim, partindo da matriz $H^T_{\Delta(I:1)}$, serão retiradas dessa matriz, uma de cada vez, as colunas correspondentes às medidas básicas, associadas às $(n-1)$ colunas da matriz H^T_{Δ}.

ii) Retirando-se da matriz $H^T_{\Delta(I:1)}$ a segunda coluna, que corresponde à medida $I:2$, obtém-se a seguinte matriz:

Trocando de posição a coluna correspondente à medida $I:6$ e realizando as operações já conhecidas, a matriz $H^T_{(I:1,I:2)}$ torna-se:

Através da matriz $H^T_{\Delta(I:1,I:2)}$, identificam-se:

$$H^T_{(I:1,\,I:2)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \text{P:4} & \text{P:3} & \text{P:4-5} & \text{P:5-6} & \text{P:5} & \text{P:6} \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

$$H^T_{\Delta(I:1,\,I:2)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \text{P:4} & \text{P:6} & \text{P:3} & \text{P:4-5} & \text{P:5-6} & \text{P:5} \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

- 1ª linha: $[I:1; I:2; I:4]$;
- 2ª linha: $[I:1; I:2; I:6]$, que já havia sido identificado através da matriz $H^T_{\Delta(I:1)}$;
- 3ª linha: $[I:1; I:2; I:3]$;
- 4ª linha: possui mais de um elemento não nulo, não identificando, portanto, nenhum trio crítico de medidas;
- 5ª linha: análoga à linha anterior.

iii) Retirando-se da matriz $H^T_{\Delta(I:1)}$ a terceira coluna, que corresponde à medida $I:3$, obtém-se a seguinte matriz:

$$H^T_{(I:1,\,I:3)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} \text{P:4} & \text{P:2} & \text{P:4-5} & \text{P:5-6} & \text{P:5} & \text{P:6} \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -0{,}50 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Através das operações já apresentadas, chega-se à seguinte matriz:

Não se considerando os trios críticos já identificados, fica ora identificado, apenas o trio crítico: $[I:1; I:3; I:4]$.

$$H^T_{\Delta(I:1,\,I:3)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} P:4 & P:2 & P:6 & P:4\text{-}5 & P:5\text{-}6 & P:5 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

iv) Retirando-se da matriz $H^T_{\Delta(I:1)}$ a quarta coluna, correspondente à medida $P:4-5$, obtém-se a seguinte matriz:

$$H^T_{(I:1,\,P:4\text{-}5)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} P:4 & P:2 & P:3 & P:5\text{-}6 & P:5 & P:6 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -0{,}50 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Da matriz anterior, obtém-se:

$$H^T_{\Delta(I:1,\,P:4\text{-}5)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} P:4 & P:2 & P:3 & P:5 & P:5\text{-}6 & P:6 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0{,}50 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Como cada linha da matriz acima possui mais de um elemento não nulo, não é possível identificar, através da mesma, nenhum trio crítico de medidas.

v) Retirando-se da matriz $H^T_{\Delta(I:1)}$ a quinta coluna, que corresponde à medida $P:5-6$, obtém-se a seguinte matriz:

Donde se obtém:

Analogamente ao caso anterior, não é possível identificar nenhum trio crítico de medidas.

Continuando o processo para todas as colunas e todos os conjuntos de duas colunas da matriz H^T_{Δ}, correspondentes às medidas básicas, identificam-se os seguintes pares e trios críticos de medidas, envolvendo mais de uma medida básica:

$[I:1; I:2; I:6], [I:1; I:3; I:6], [I:1; I:2; I:4], [I:1; I:2; I:3],$

$$H^T_{(I:1,\ P:5\text{-}6)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} P:4 & P:2 & P:3 & P:4\text{-}5 & P:5 & P:6 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0{,}50 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

$$H^T_{\Delta(I:1,\ P:5\text{-}6)} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} P:4 & P:2 & P:3 & P:4\text{-}5 & P:5 & P:6 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0{,}50 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

$[I:1; I:3; I:4]; [I:2; I:3; I:6], [I:2; I:3; I:4]$.

Passo 7: Através das informações obtidas nos **Passos 5** e **6**, chegamos ao seguinte resultado:

- $I:1 =$ nível de redundância 2;
- $I:2 =$ nível de redundância 2;
- $I:3 =$ nível de redundância 2;
- $P:4-5 =$ nível de redundância maior que 2, pois essa medida não apareceu em nenhum trio crítico de medidas;
- $P:5-6 =$ nível de redundância maior que 2, pois também não apareceu em nenhum trio crítico de medidas;
- $I:4 =$ nível de redundância 2;
- $I:5 =$ nível de redundância maior que 2;
- $I:6 =$ nível de redundância 2.

5.2.4 Identificação de MCs e de CCMs a partir da Análise da Matriz H^T_Δ

Conforme demonstrado em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2001), para identificar as MCs, a partir da estrutura da matriz H_Δ, basta realizar uma busca das linhas

de H_{Δ}^{T}, que possuam apenas um elemento não nulo, pois, são críticas as medidas correspondentes às colunas desses elementos.

Para identificar os CCMs, a partir da estrutura da matriz H_{Δ}^{T}, identificam-se, inicialmente, os conjuntos p-críticos de medidas com $p = 2$, ou seja, os pares críticos de medidas. Isto porque as duas medidas que constituem um par crítico pertencem ao mesmo CCM (LONDON JR.; BRETAS; BRETAS, 2004).

Importa esclarecer que conjunto p-crítico não é, por definição, a mesma coisa que CCM, pois, de acordo com a sua definição topológica apresentada anteriormente neste capítulo, CCM é o conjunto de medidas constituído por medidas redundantes, em que a eliminação de uma medida qualquer, a ele pertencente, torna as demais medidas críticas. Dessa forma, um conjunto p-crítico de medidas será igual a um CCM, somente quando ambos possuírem duas medidas, porquanto, a retirada de uma das medidas de um par crítico torna a outra crítica. Entretanto, os conjuntos p-críticos com $p \neq 2$ não constituem CCMs. Por exemplo, o conjunto p-crítico, com $p = 1$, é a própria MC; já em um conjunto p-crítico, com $p = 3$, verifica-se que a retirada de uma das suas medidas não torna as demais medidas críticas.

Considerando o que foi discutido acima, em (LONDON JR.; BRETAS; BRETAS, 2004) apresentou-se um método para identificação de MCs e de CCMs, a partir da análise da estrutura da matriz H_{Δ}^{T}, que consiste das seguintes etapas:

- 1^a **Etapa:** Mediante as medidas disponíveis, construa a matriz H_{cc}^{T}, obtendo a matriz H_{Δ}^{T}. Em seguida identifique, através das linhas dessa matriz, as MCs e os pares críticos de medidas, formados por apenas uma medida básica;

- 2^a **Etapa:** Dentre os pares críticos identificados na primeira etapa, selecione aqueles que não possuem medida Suplementar em comum. As duas medidas, de cada um desses pares críticos, constituem um CCM, formado por apenas duas medidas;

- 3^a **Etapa:** Dentre os pares críticos identificados na primeira etapa, selecione grupos que possuem pelo menos uma medida Suplementar em comum. As medidas pertencentes, a cada um desses grupos, constituem um único CCM, formado por mais de duas medidas;

- 4^a **Etapa:** Se existir alguma medida básica não crítica, não pertencente aos CCMs já identificados, elimina-se, da matriz H_{Δ}^{T}, tal medida (ou seja, a coluna correspondente a essa medida). Em seguida, obtém-se a nova matriz H_{Δ}^{T}, e, analisando as linhas desta matriz, as medidas básicas, que agora são identificadas como críticas, constituirão, juntamente com a medida básica eliminada, um CCM.

A 4ª Etapa é finalizada quando todas as medidas Básicas não críticas, não pertencentes a CCMs já identificados, tiverem sido analisadas. Na pior situação em termos de processamento, exigir-se-iam, na 4ª Etapa, no máximo $(n - 1)$ re-fatorações parciais,

acompanhadas de contagens de elementos não nulos em $(n-1)$ matrizes (LONDON JR.; BRETAS; BRETAS, 2004). Tal situação ocorreria, quando nenhum conjunto p-crítico, com $p \leq 2$, fosse identificado na primeira etapa.

O método numérico proposto em (LONDON JR.; BRETAS; BRETAS, 2004) e descrito de forma sucinta nesta seção, baseia-se na análise da estrutura da matriz H_{Δ}^{T} e não exige a análise de resíduo, nem mesmo a obtenção e análise dos elementos das matrizes covariância e sensibilidade do resíduo. Dessa forma é um método de fácil implantação em computador, que não exige grande quantidade de cálculo numérico. Deve-se destacar ainda que, fazendo uso de técnicas de esparsidade e das relações de dependência linear das linhas da matriz H_{Δ}^{T}, é possível aumentar a eficiência computacional desse método, para identificação de MCs e de CCMs. Mais especificamente, consegue-se minimizar o número de re-fatorações parciais necessárias na 4ª Etapa do processo.

Exemplo 5.2b: Para exemplificar a aplicação do método para identificação de MCs e de CCMs através da matriz H_{Δ}^{T} utilizar-se-á o SEP de seis barras associado ao conjunto de medidas ilustrado na Figura ZZ. INSERIR A FIGURA E O EXEMPLO APRESENTADOS NO ARQUIVO WORD EM ANEXO: Correções - Capítulo 5.

5.3 Características qualitativas para sistemas de medição contendo medidas SCADA e MFSs

Está seção será desenvolvida com base no estimador híbrido WLS apresentado no capítulo 4, que possibilita o processamento simultâneo de medidas SCADA e MFSs. Todos os conceitos e definições já apresentados neste capítulo, considerando sistemas de medição formados apenas por medidas SCADA, são válidos para sistemas híbridos, ou seja, sistemas contendo medidas SCADA e MFSs, desde que seja considerado o fato de que, na presença de pelo menos uma MFS de ângulo de fase de tensão, a condição para observabilidade algébrica, para um SEP com n barras é:

$$Posto\,(H_{Hib}) = 2n. \tag{5.21}$$

Isto porque barra alguma será escolhida como referência angular, pois as MFSs de ângulo de fase de tensão, fornecidas pelas PMUs, são obtidas a partir de outro referencial, que é determinado pelo instante de tempo fornecido pela recepção do sinal emitido pelo sistema GPS.

Vale destacar, no entanto, que para analisar observabilidade e redundância de medidas para sistemas de medição híbridos, através do modelo $P\theta$ (conhecido também como modelo linear), são necessárias algumas considerações especiais. Isto porque, na presença

das MFSs de corrente, o desacoplamento $P\theta$ e QV do problema de observabilidade não é imediato. Para constatar essa particularidade, basta analisar as derivadas do fasor de corrente na matriz Jacobiana do Estimador de Estado híbrido WLS apresentado em (ZHU; ABUR, 2007). Dessa forma, os métodos para análise das características qualitativas de conjuntos de medidas baseados na fatoração triangular das matrizes Ganho e Jacobiana, apresentados neste capítulo, são usualmente aplicados considerando as matrizes completas de sistemas híbridos, ou seja, sem empregar o desacoplamento $P\theta$ e QV.

Apenas para deixar mais claro, um sistema possuindo medidas SCADA e MFSs será declarado observável se durante a fatoração triangular, da correspondente matriz Ganho (ou matriz Jacobiana), nenhum pivô nulo for encontrado.

Face ao exposto, para possibilitar a aplicação do modelo $P\theta$, para análise de observabilidade e de redundância de medidas em sistemas de medição híbridos, são necessárias algumas considerações e/ou aproximações adicionais para viabilizá-la. Considera-se, então, que uma dada PMU possua um número de canais de comunicação tal que possibilite a medição do fasor de tensão na barra i, onde está instalada, e do fasor de corrente da barra i para barra j. Considerando que a impedância de todos os ramos seja igual a $j1$ p.u., e as magnitudes de tensões em todas as barras sejam iguais a $1,0$ p.u., a parte real do fasor de corrente da barra i para barra i (I_{ij}), pode ser modelada como (CHEN; ABUR, 2006):

$$real\,(I_{ij}) \cong \theta_i - \theta_j, \tag{5.22}$$

sendo θ_i e θ_j os ângulos de fase de tensão das barras i e j, respectivamente. Dessa forma, as linhas da matriz Jacobiana do estimador WLS híbrido linear (modelo $P\theta$), correspondentes à MFS de ângulo de fase da tensão na barra i (m_{θ_i}) e à parte real da MFS de corrente da barra i para a barra j $\left(m_{C_{i-j}}\right)$, podem ser representadas da seguinte forma (CHEN; ABUR, 2006; LONDON JR. et al., 2009):

$$H_{\theta PMU} = \begin{array}{c} \\ \vdots \\ \theta_i \\ I_{ij} \\ \vdots \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & \theta_i & & \theta_j & \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ & 1 & & \vdots & \\ \cdots & 1 & \cdots & -1 & \cdots \\ & \vdots & & \vdots & \end{array}\right] \end{array} \tag{5.23}$$

Tratando as MFSs da forma supracitada, torna-se possível realizar a análise de observabilidade e de redundância de medidas para sistemas de medição híbridos através de um processo de fatoração da matriz Jacobiana do modelo $P\theta$, da mesma forma realizada para sistemas de medição formados apenas por medidas convencionais SCADA, conforme apresentado em (BORGES, 2011; LONDON JR. et al., 2009).

5.4 Projeto e Fortalecimento de Sistemas de Medição

Além de serem portadoras de ruídos, inerentes ao processo de medição, as medidas analógicas fornecidas utilizadas no processo de EESEP estão sujeitas à EGs. Vale destacar ainda, que elas podem ficar momentaneamente inacessíveis para o estimador de estado em função de algum problema no sistema de telemedição, causando a indisponibilidade de canais de comunicação.

Na literatura essa indisponibilidade é usualmente denominada como perda de medidas e/ou de Unidades Terminais Remotas (UTRs) (equipamentos eletrônicos responsáveis pela coleta das medidas do sistema, nas usinas e subestações, e pelo seu envio aos centros de operação). Face ao exposto, o sucesso do processo de EESEP depende do sistema de medição disponível, isto é, do número, tipo e localização dos medidores e das UTRs instalados (COSER; COSTA; ROLIM, 2006; VIGLIASSI et al., 2009).

Nesse sentido, usualmente define-se como Sistema de Medição Confiável o sistema Observável isento de MCs, CCMs, UTRs críticas[7] e, se for o caso de sistemas de medição híbridos, de PMUs críticas[8] (SOUZA et al., 2005; COSER; COSTA; ROLIM, 2006; VIGLIASSI et al., 2009, 2017). Importa esclarecer os seguintes pontos:

1. Conforme já mencionado anteriormente, ser observável significa que as medidas analógicas disponíveis possibilitam a determinação de todas as variáveis de estado do SEP, ou seja, das tensões complexas em todas as barras do SEP;

2. Ausência de MCs e de CCMs significa possibilitar o processamento de EGs em medidas analógicas (conforme será apresentado no próximo capítulo). Isso em razão de não ser possível detectar a ocorrência de EGs em MCs (CLEMENTS; KRUMPHOLZ; DAVIS, 1981), nem mesmo identificar tais erros em medidas pertencentes a CCMs (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984), quando está sendo utilizado o Estimador WLS associado a técnicas de processamento de erros baseadas na análise dos resíduos do processo de estimação (conforme será discutido no próximo capítulo);

3. Sendo observável e sem MCs, CCMs, UTRs e PMUs críticas, o sistema continuará observável mesmo com a perda de uma ou duas medidas quaisquer, ou, até mesmo, com a perda de todas as medidas transmitidas por uma UTR ou uma PMU qualquer.

Considerando apenas os requisitos de performance supracitados, relacionados com as características qualitativas de um sistema de medição, isto é, observabilidade e redundância de medidas, UTRs e PMUs, a melhor solução para o problema de projeto de

[7] A UTR é crítica se a eliminação simultânea de todas as medidas por ela transmitida fizer um SEP observável tornar-se não observável.

[8] A PMU é crítica se a eliminação simultânea de todas as MFSs por ela transmitida fizer um SEP observável tornar-se não observável.

sistemas de medição para EESEP seria instalar medidores, UTRs e PMUs em todos os locais possíveis. Entretanto, além das características qualitativas, outro aspecto importante no projeto de um sistema de medição é o custo associado à aquisição e instalação de medidores, UTRs e PMUs, isto devido às restrições orçamentárias das companhias de energia elétrica.

O projeto de sistemas de medição sem considerar o custo já é um problema de otimização combinatória com diversas restrições, que exige a investigação de um grande número de possíveis soluções (LONDON JR.; BRITO; BRETAS, 2003; MILOSEVIC; BEGOVIC, 2003; COSER; COSTA; ROLIM, 2006), sendo considerado um problema de difícil solução (BRUENI; HEATH, 2005). Quando o custo para aquisição e instalação dos medidores é considerado, o problema torna-se ainda mais complicado, devido às exigências conflitantes entre os dois objetivos: (1) minimizar o custo de aquisição e instalação de equipamentos; e (2) maximizar as características qualitativas (observabilidade e ausência de MCs, CCMs, UTRs e PMUs críticas).

Devido ao exposto, métodos para análise de observabilidade e de redundância de medidas têm sido combinados com meta-heurísticas para resolver esse problema (MILOSEVIC; BEGOVIC, 2003; SOUZA et al., 2005; COSER; COSTA; ROLIM, 2006; VIGLIASSI et al., 2009; MüLLER; CASTRO, 2016; VIGLIASSI et al., 2017, 2018).

5.5 Atualização das Características Qualitativas de Conjuntos de Medidas

Possuir um sistema de medição confiável é uma condição necessária, mas não suficiente, para o sucesso do processo de EESEP. Isto porque, durante o processo de operação em tempo real dos SEP, existe a possibilidade de ocorrerem falhas, no sistema de telemedição, causando a perda (ou não disponibilização) momentânea de um número de medidas e/ou UTRs (ou ainda PMUs, quando disponíveis) maior do que o previsto no projeto do sistema de medição. Em situações como essa, para se ter sucesso no processo de EESEP, o que tornaria ainda possível uma operação confiável do SEP, torna-se necessário, com a máxima brevidade possível, a atualização das características qualitativas do conjunto de medidas disponível, isto é, que se obtenham as seguintes informações:

1. Se o sistema em análise continua observável;
2. Caso continue observável, é necessário verificar a existência de MCs e CCMs;
3. Caso o sistema tenha perdido a observabilidade, determinar as pseudo-medidas necessárias à sua restauração.

Face ao exposto, tomando por base a estrutura da matriz H_Δ, em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2007) foi desenvolvido um método que possibilita não apenas a

análise das características qualitativas de conjuntos de medidas supracitadas (análise e restauração da observabilidade e identificação de MCs e de CCMs), mas também uma rápida atualização dessas características, após a perda de medidas e/ou UTRs.

Para possibilitar uma rápida atualização das características qualitativas de conjuntos de medidas, após a perda de medidas e/ou UTRs, o método proposto em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2007) faz uma "pré-analise" dos dados, antes de ser colocado em operação, isto é, antes de analisar uma amostra de medidas que se torna disponível no centro de operação. A pré-análise dos dados realiza-se, considerando que estejam disponíveis as medidas de todos os medidores instalados no sistema, bem como todas as medidas virtuais. Esta situação inicial recebe o nome de **Caso Base**. A análise do caso base consiste em:

- **Análise 1**: Construção da matriz Jacobiana H do estimador de estado WLS linear e, em seguida, obtenção da matriz H_Δ, armazenando os fatores triangulares;

- **Análise 2**: Identificação dos conjuntos p-críticos de medidas, formados por apenas uma medida básica (através das linhas da matriz H_Δ, obtida na análise 1);

- **Análise 3**: Identificação das MCs e dos CCMs, da forma apresentada na seção 5.2.4.

No momento em que uma amostra de medidas se torna disponível no centro de operação, o método proposto realiza as seguintes análises:

- **Passo 1**: Se não houve perda de medidas, isto é, se as medidas disponíveis são exatamente as mesmas consideradas no caso base, nenhuma análise é necessária, pois as características qualitativas não se alteraram;

- **Passo 2**: Se foram perdidas apenas medidas suplementares, o método indicará que o sistema continua observável, e, a seguir, verifica a "criticalidade", por assim dizer, das medidas disponíveis, isto é, verifica a existência de MCs e de CCMs. Para isto, basta eliminar da matriz H_Δ, obtida para o caso base, as linhas correspondentes às medidas perdidas. Em seguida, realiza-se a identificação das MCs e dos CCMs, aplicando o método apresentado na seção 5.2.4, na nova matriz H_Δ. Vale ressaltar, entanto, que tendo em vista as análises qualitativas realizadas inicialmente para o Caso Base, torna-se possível aumentar a eficiência do processo de identificação de MCs e de CCMs, através do método apresentado na seção 5.2.4;

- **Passo 3**: Se foi perdida pelo menos uma medida Básica, o sistema pode tornar-se então não observável. Destarte, antes de verificar a "criticalidade" das medidas disponíveis, cumpre fazer a análise da observabilidade, que se realiza da seguinte forma:

(i) Elimina-se da matriz H_Δ, obtida para o caso base, as linhas correspondentes às medidas que foram perdidas. Em seguida, verifica-se a quantidade de colunas formadas apenas por zeros, na matriz resultante da eliminação das medidas perdidas. Deve-se destacar que, em virtude de terem sido perdidas medidas básicas, a matriz resultante da eliminação das medidas perdidas não será mais uma matriz H_Δ, pois, a mesma não terá mais a estrutura apresentada na Figura (5.9);

(ii) Se a matriz resultante do passo *(i)* apresentar apenas a última coluna formada por zeros, é sinal de que o SEP continua observável como um todo e procede-se à obtenção da nova matriz H_Δ, para isto se exigindo a permutação de colunas da matriz resultante do passo *(i)*. Em seguida, identificam-se as MCs e os CCMs, através do método apresentado na seção 5.2.4;

(iii) Se aparecer uma coluna adicional de zeros, na matriz resultante do passo *(i)*, é porque o sistema perdeu a observabilidade, já que não existe medida alguma dando informação do estado equivalente associado àquela coluna. Nesta situação, identificam-se as pseudo-medidas necessárias à restauração da observabilidade do SEP, através dos fatores triangulares obtidos para o caso base, da forma apresentada na seção 5.1.5. Em seguida, procede-se à obtenção da nova matriz H_Δ e identificam-se as MCs e os CCMs, através do método apresentado na seção 5.2.4.

Vale ressaltar que todas as análises realizadas pelo método proposto em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2007), para atualização das características qualitativas de conjunto de medidas supracitadas, exigem apenas re-fatorações parciais da matriz H_Δ, obtida para o caso base. Desta forma, através da utilização de técnicas de esparsidade, o método propicia a obtenção de um programa de fácil implantação em computador e de execução rápida, útil para aplicação na operação em tempo real de SEPs, conforme apresentado em (MOREIRA, 2006).

5.6 Características qualitativas considerando a modelagem trifásica da rede elétrica

No contexto de estimação de estado trifásica, as análises de observabilidade e de redundância de medidas apresentam algumas particularidades. Isto não apenas pela quantidade maior de variáveis de estado a serem estimadas (tensões complexas nas três fases de cada barra do SEP), mas principalmente em função do acoplamento entre as fases, que pode causar relações de redundância entre medidas de fases distintas (HANSEN; DEBS, 1995).

Outro ponto que deve ser analisado, relacionado às características qualitativas de conjunto de medidas considerando a modelagem trifásica da rede, refere-se ao tratamento

da referência angular. Conforme já mencionado, na ausência de MFSs é necessário escolher uma das barras do sistema como referência angular para execução do estimador de estado monofásico. Da mesma forma, para execução de um estimador de estado trifásico, sem a utilização de MFSs, é necessário escolher uma referência angular, que nesse caso refere-se ao ângulo de fase de tensão em uma das fases da barra escolhida como referência. Consequentemente, será necessário ter medidas para possibilitar a estimação dos ângulos de fase de tensão das outras duas fases da barra de referência, além das magnitudes de tensão em todas as três fases dessa barra. Entretanto, em função de problemas de observabilidade, encontrados em especial em SDs, uma prática usual é assumir a hipótese de que os ângulos de fase de tensão da barra de referência são balanceados, ou seja, defasados de 120^0 um em relação aos outros. Com base nessa hipótese, o conjunto de variáveis de estado a ser estimado para barra de referência fica restrito às magnitudes de tensão em cada uma das suas fases.

Apesar de ser bastante usual, estudos apresentados em (SILVA; FERNANDES; ALMEIDA, 2018) demonstram que fazer uso da hipótese de que os ângulos de fase das tensões nas fases da barra de referência são balanceados pode ter bastante impacto na acurácia dos resultados dependendo do nível de desbalanço da rede elétrica em análise. Importa destacar que esses estudos referem-se aos SDs que, conforme mencionado no capítulo anterior, são sistemas desbalanceados por natureza.

Os métodos apresentados neste capítulo para análise de observabilidade e de redundância de medidas podem ser aplicados no contexto de estimação de estado trifásica. Para isso basta aplica-los às matrizes Jacobiana e Ganho da versão trifásica do estimador de estado WLS, como, por exemplo, aquela proposta em (ZHONG; ABUR, 2002). Nesse sentido, importa destacar que em (TOYOSHIMA et al., 2012) o método proposto em (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2007) foi estendido para possibilitar análise de observabilidade e de redundância de medidas a partir da fatoração triangular da matriz Jacobiana do estimador de estado WLS trifásico proposto em (ZHONG; ABUR, 2002).

5.7 Exercícios

CONTINUAR, CONFORME INDICADO NO ARQUIVO em Word: - Correções Capítulo 5

Capítulo 6

Processamento de Erros Grosseiros em Medidas

6.1 Introdução

A 4ª Etapa do processo de EESEP será alvo deste capítulo, ou seja, a etapa de Processamento de EGs, que é executada após o processamento das três primeiras etapas do processo de EESEP, conforme apresentado no capítulo 2.

O processamento de EGs em medidas analógicas consiste, basicamente, no procedimento de detecção, identificação e eliminação de medidas portadoras de EGs, ou do efeito dessas medidas. Logo, se alguma medida for identificada como portadora de EG na 4ª Etapa, será necessária uma nova execução da 3ª Etapa, ou seja, da estimação de estado propriamente dita. Essas duas etapas serão então executadas iterativamente até que EG algum seja detectado na 4ª Etapa, encerrando todo o processo de EESEP. As variáveis de estado estimadas na 3ª Etapa serão então utilizadas para definição da atual condição de operação do sistema.

Importa lembrar, conforme apresentado no Capítulo 2, que EGs não são **Erros Grotescos**, isto é, erros óbvios que podem ser detectados e eliminados antes do processo de EESEP, através de simples checagens de plausibilidade dos valores medidos (tarefa realizada por programas de pré-filtragem).

Este capítulo aborda o tema processamento de EGs através da análise dos resíduos do estimador de estado estático WLS, haja vista ser o estimador de estado mais utilizado na prática e mais estudado na academia. Nesse contexto vale recordar que o processamento de EGs a partir da análise dos resíduos do estimador WLS pode falhar em algumas situações, citadas no capítulo 1 mas que devem ser relembradas aqui, ou seja, na ocorrência de:

- EGs associados a medidas com baixa redundância (MCs ou pertencentes a CCMs);
- EGs múltiplos interativos;

- EGs em medidas que possuam a característica de altamente influentes, ou seja, de atraírem a convergência do processo de estimação de estado, chamadas tradicionalmente medidas ponto de alavancamento (MONTICELLI, 2000).

Essas limitações acarretaram o desenvolvimento e aplicação, em SEP, de estimadores de estado mais robustos estatisticamente, como, por exemplo, o estimador WLMS apresentado no capítulo 4. Entretanto, em função da inviabilidade prática do estimador WLMS e tendo em vista a simplicidade da formulação e a facilidade de implementação em computador do estimador WLS, diversas pesquisas foram realizadas para melhorar o processamento de EGs através da análise dos resíduos do estimador de estado WLS.

Em (MONTICELLI, 1983), o chamado teste-$\hat{b}$ é utilizado, em conjunto com o teste do maior resíduo normalizado, visando a melhorar o processo de identificação de possíveis EGs através da análise dos resíduos do estimador WLS.

Outra forma para identificar EGs através do estimador WLS foi proposta em (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984), conhecida como Identificação por Teste de Hipótese (teste HTI), que se baseia numa análise estatística concernente aos valores dos erros estimados em medidas, ao invés da análise dos resíduos normalizados. A eficiência do teste HTI dependerá do conjunto reduzido de medidas escolhido, também denominado conjunto suspeito (conjunto de medidas suspeitas de estarem com EG). Consequentemente, esse conjunto deve ser escolhido de modo a incluir todas as possíveis medidas portadoras de erros, utilizando como critério os maiores resíduos normalizados. Cumpre salientar, entanto, que a escolha desse conjunto suspeito, através dos maiores resíduos normalizados, pode ser comprometida, já que existe a possibilidade de uma ou mais medidas portadoras de EGs apresentarem baixos valores de resíduos normalizados (ABUR; EXPOSITO, 2004) e, por conseguinte, obter-se-ão estimativas más para os valores dos erros.

A partir de uma análise geométrica dos resíduos do estimador WLS, em (LONDON JR. et al., 2004) foi demonstrado que a dificuldade em detectar EGs, em determinadas medidas redundantes, é um problema estrutural do processo de detecção, a partir da análise dos resíduos do estimador WLS. Seguindo esse caminho, em (BENEDITO, 2011) foi desenvolvido um índice que permite a classificação das medidas de acordo com as suas características de não refletirem grande parcela de seus erros, nos resíduos do estimador WLS. Esse índice foi denominado Índice de Não-Detecção de Erros, ou, simplesmente, UI (do inglês *Undetectability Index*). As medidas com maiores UI são aquelas cujos EGs são mais difíceis de serem detectados, através da análise dos resíduos do estimador de estado WLS. Isso porque os erros dessas medidas são, de certa forma, *mascarados*, isto é, não são refletidos nos resíduos do estimador WLS. Em razão disso, o processamento de EGs, seja através da utilização do teste do maior resíduo normalizado, ou através do chamado teste-$\hat{b}$ (MONTICELLI, 1983), pode falhar na ocorrência de EGs em medidas com elevados índices UI.

Conforme demonstrado em (BENEDITO et al., 2014), através do índice UI é possível obter-se uma estimativa da magnitude dos erros das medidas. Dessa forma, ao invés de eliminar a medida com erro, torna-se possível corrigir o valor da mesma para, em seguida, re-estimar as variáveis de estado, assim como proposto em (MONTICELLI, 1983), a partir do chamado teste- $\hat{b}$.

Fazendo uso também de uma análise geométrica dos resíduos do estimador de estado WLS, em (BRETAS et al., 2009; BRETAS; BRETAS; PIERETI, 2011; BRETAS et al., 2013) foram desenvolvidos novos métodos para processamento de EGs. Os resultados obtidos a partir da aplicação desses métodos são bastante interessantes, representando um caminho alternativo para processamento de EGs. Dessa forma, esses métodos, e todo o embasamento teórico necessário, serão tratados de maneira especial no Capítulo 8.

Buscando um caminho também alternativo, em (FILHO; SOUZA; GUIMARAENS, 2014) foi proposta a utilização de medidas fasoriais sincronizadas, juntamente com medidas SCADA, para melhorar o processamento de EGs através da análise dos resíduos do estimador WLS.

Importa destacar que o interesse por técnicas mais robustas para detecção e identificação de EGs tem aumentado muito em função da possibilidade de as informações fornecidas aos estimadores de estado sofrerem ataques cibernéticos (ASHOK; GOVINDARASU; AJJARAPU, 2018; CHAOJUN; JIRUTITIJAROEN; MOTANI, 2015). Acreditava-se, inicialmente, que as técnicas para processamento de EGs, a partir da análise dos resíduos do estimador WLS, seriam capazes de detectarem a presença de medidas corrompidas por esses ataques. Porém, em (LIU; NING; REITER, 2011) foi demonstrado que um tipo específico de ataque às informações processadas pelo estimador WLS, definido em inglês como *False Data Injection Attacks*, pode passar despercebido pela análise dos resíduos do estimador WLS. Nesse sentido importa destacar que alguns trabalhos indicam que a análise dos resíduos falha em função de esses ataques causarem um tipo de EG que não é refletido nos resíduos das medidas (CHAKHCHOUKH; ISHII, 2015), da mesma forma que os EGs em medidas com alto índice UI.

Na sequência deste capítulo serão apresentadas definições e o embasamento teórico necessário para o entendimento das metodologias clássicas desenvolvidas para processamento de EGs a partir da análise dos resíduos do estimador WLS. Após a apresentação dessas metodologias, este capítulo traz ainda alguns exemplos e exercícios para possibilitar um melhor entendimento das informações apresentadas.

6.2 Classificação de Erros Grosseiros

Erros em medidas analógicas fornecidas ao estimador de estado podem ser classificados de várias formas diferentes, dependendo do tipo, localização e número de medidas que possuem erro. Eles podem ser, de forma geral, classificados como:

- Erro grosseiro simples: apenas uma das medidas em todo o sistema possui EG;
- Erros grosseiros múltiplos: mais de uma medida possui EG.

Erros múltiplos podem aparecer em medidas cujos resíduos são fortemente ou fracamente correlacionados. Medidas com resíduos fortemente correlacionados são aquelas cujos erros afetam o valor estimado das outras significativamente, podendo fazer com que uma medida correta possua um resíduo elevado devido à influência da outra, quando esta possui EG. Valores estimados de medidas com resíduos fracamente correlacionados não são significativamente afetados pelos erros umas das outras. Quando os resíduos das medidas são fortemente correlacionados (interativos) seus erros podem ser, ou não, conformativos (ABUR; EXPOSITO, 2004).

Os EGs múltiplos interativos e não-conformativos são EGs cujo efeito não é "mascarado" nos resíduos das medidas portadoras de EGs. Sendo assim, as medidas com EGs apresentarão resíduos normalizados elevados. No caso dos EGs múltiplos interativos e conformativos, o efeito do EG é "mascarado" nos resíduos das medidas, fazendo com que as mesmas possuam comportamento semelhante às medidas sem EG. Dessa forma, as medidas portadoras de EGs irão apresentar resíduos normalizados pequenos e medidas sem EGs podem ser identificadas como portadoras de EGs (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984).

A Figura 6.1 ilustra como, tradicionalmente, os EGs podem ser classificados.

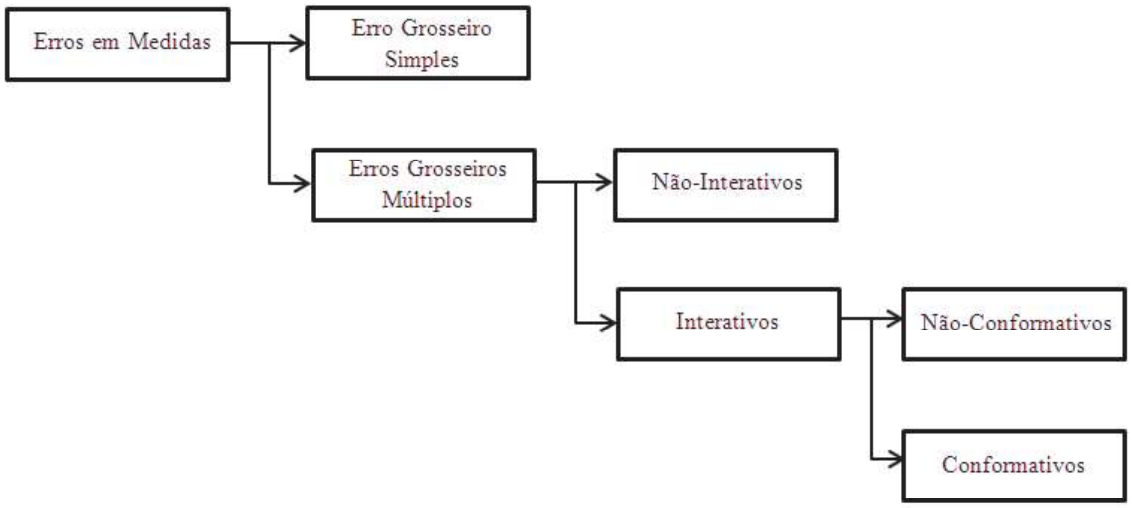

Figura 6.1: Classificação de erros em medidas analógicas.

6.3 Redundância x Processamento de EGs

Os sistemas de potência podem conter vários tipos de medidores, com diferentes propriedades, que afetam a resposta do processo de EESEP em função não somente dos

valores medidos, mas também da quantidade e do local onde estão instalados. Ou seja, a quantidade e a localização dos medidores instalados em um SEP afetam a exatidão das estimativas obtidas. Isto em razão de essas informações definirem o nível de redundância local das medidas que serão processadas pelo estimador de estado. Dependendo desse nível de redundância, torna-se inviável o processamento de EGs através da análise dos resíduos do estimador WLS.

Face ao exposto, antes de apresentar os métodos para processamento de EGs, importa relembrar algumas definições relacionadas à redundância local apresentadas no capítulo 5, mas neste momento dando mais ênfase ao processamento de EGs ao invés do problema de observabilidade. Portanto, nesse contexto, as medidas podem pertencer a uma, ou mais, das categorias a seguir (CLEMENTS; DAVIS, 1986):

- **Medida Crítica (MC):** Uma medida é dita crítica quando, ao ser retirada de um sistema observável (ou de uma ilha observável), faz com que o sistema (ou a ilha) se torne não observável. A coluna da matriz de covariância dos resíduos (Ω), que será apresentada neste capítulo, correspondente a uma MC, será nula. Além disso, o resíduo de uma MC será sempre zero, não possibilitando a detecção de erro nessa medida através de técnicas baseadas na análise dos resíduos.

- **Medida Redundante:** Uma medida redundante é uma medida que não é crítica. Somente medidas redundantes possuem resíduos não nulos;

- **Par Crítico:** Um par crítico (ou conjunto p-crítico com $p = 2$, conforme definição apresentado no capítulo 5) é composto por duas medidas redundantes, onde a supressão dessas medidas torna o sistema (ou ilha) não observável. A supressão de apenas uma das medidas de um par crítico torna a outra medida crítica, mas o sistema (ou a ilha) continua observável;

- **Conjunto Crítico de Medidas (CCM):** É um conjunto de medidas formado por medidas redundantes, em que a eliminação de uma medida qualquer, pertencente ao conjunto, torna as demais medidas do mesmo críticas. De acordo com (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984), o erro em uma medida pertencente a um CCM pode ser detectado, mas não identificado, uma vez que os resíduos normalizados das medidas pertencentes ao mesmo CCM possuem valores iguais em módulo.

Levando em consideração as informações apresentadas acima, pode-se chegar às seguintes conclusões em relação ao estimador WLS associado ao teste do maior resíduo normalizado (LONDON JR.; ALBERTO; BRETAS, 2007):

- Duas medidas quaisquer de um CCM constituem um par crítico de medidas;

- Para possibilitar a detecção de EGs, o nível de redundância local das medidas disponíveis deve ser tal que garanta a ausência de MCs;
- Para possibilitar a identificação de EGs, o nível de redundância local das medidas disponíveis deve ser tal que garanta a ausência de MCs e de CCMs.

6.4 Propriedades dos Resíduos das Medidas

Considere a equação do modelo de medição que foi linearizado:

$$\Delta z = H\Delta x + e, \tag{6.1}$$

onde, $E(e) = 0$ e $cov(e) = R$, que é uma matriz diagonal, assumindo que os erros das medidas não são correlacionados. Deve-se atentar ao fato de que os resíduos das medidas podem ser correlacionados, mesmo se os erros das medidas forem considerados como independentes (ABUR; EXPOSITO, 2004).

Então, para o estimador WLS, o vetor de estado estimado linearizado será dado por:

$$\Delta\hat{x} = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \Delta z = G^{-1} H^T R^{-1} \Delta z \tag{6.2}$$

e o valor estimado de Δz será:

$$\Delta\hat{z} = H\Delta\hat{x} = K\Delta z, \tag{6.3}$$

onde $K = HG^{-1}H^T R^{-1}$ e é usualmente chamada matriz de projeção ou matriz chapéu.

Uma ideia simplificada sobre a redundância local de uma medida pode ser obtida através da checagem dos valores correspondentes nas linhas da matriz K. Um valor elevado na diagonal, relativo aos elementos fora da diagonal de K, implica que o valor estimado dessa medida é essencialmente determinado pelo correspondente valor medido, ou seja, a redundância local é baixa. Além disso, a matriz K apresenta as seguintes propriedades (ABUR; EXPOSITO, 2004):

$$K.K.K...K = K; \tag{6.4}$$

$$K.H = H; \tag{6.5}$$

$$(I - K).H = 0, \tag{6.6}$$

sendo: I a matriz identidade de dimensão (mxm) e m o número de medidas disponíveis.

Agora, os resíduos das medidas podem ser expressos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} r &= \Delta z - \Delta\hat{z} \\ &= (I - K).\Delta z \\ &= (I - K).(H\Delta x + e) \text{ (Substituindo a Equação (6.6))} \\ &= (I - K).e \\ &= Se. \end{aligned} \tag{6.7}$$

A matriz S, denominada matriz de sensibilidade do resíduo, representa a sensibilidade dos resíduos das medidas em relação aos erros destas medidas. Essa matriz tem as seguintes propriedades:

- Não é uma matriz simétrica, a menos que as covariâncias dos erros sejam todas iguais, isto é, $R = k.I$, onde k é um escalar;
- $S.S.S...S = S$;
- $S.R.S^T = S.R$.

O estimador de estado WLS é baseado na hipótese de que, na ausência de EGs, os erros (ou ruídos) das medidas possuem distribuição Gaussiana de média zero, ou seja:

$$e_i \sim N(0, R_{ii}) \text{ para toda medida } i. \tag{6.8}$$

Utilizando a relação linear entre os resíduos das medidas e os erros das mesmas, dada pela Equação (6.7), a média e a covariância, e logo também a distribuição de probabilidade, dos resíduos das medidas podem ser obtidos da maneira a seguir:

$$E(r) = E(S.e) = S.E(e) = 0 \tag{6.9}$$

$$\begin{aligned} cov(r) = \Omega &= E[rr^T] \\ &= S.E[ee^T].S^T \\ &= S.R.S^T \text{ (Aplicando a propriedade de } S \text{ acima)} \\ &= S.R. \end{aligned} \tag{6.10}$$

Portanto: $r \sim N(0, \Omega)$.

Os elementos fora da diagonal da matriz de covariância dos resíduos (Ω) podem ser usados para identificar medidas que possuem interações fortes ou fracas. Se $\Omega_{ij} \geqslant \xi$, então as medidas i e j possuem uma forte interação. Caso contrário, essas medidas são consideradas fracamente interativas ou não interativas. O limiar ξ depende da rede e de como as medidas estão distribuídas nessa rede (ABUR; EXPOSITO, 2004).

A matriz de covariância dos resíduos possui algumas propriedades interessantes que serão utilizadas no processo de identificação de erros grosseiros. Tais propriedades são apresentadas a seguir:

1. Ω é uma matriz real e simétrica;
2. $\Omega_{ij}^2 \leq \Omega_{ii}.\Omega_{jj}$;
3. $\Omega_{ij} \leq \frac{\Omega_{ii}+\Omega_{jj}}{2}$.

6.5 Detecção e Identificação de Medidas Portadoras de Erros Grosseiros

A detecção consiste em determinar se o conjunto de medidas contém ou não algum medida com EG. A identificação é o procedimento de encontrar quais medidas específicas possuem EGs. Detecção e identificação de EGs dependem da configuração do conjunto de medidas em um dado SEP, ou seja, depende da redundância local das medidas.

EGs podem ser detectados se a remoção da medida correspondente não faz com que o sistema torne-se não observável. Em outras palavras, um EG em uma MC não pode ser detectado. Uma única medida contendo EG pode ser identificada se, e somente se, esta não é uma MC e nem pertencente a um CCM. Se ambas as condições acima forem aceitas, torna-se possível detectar e identificar EGs simples pelos métodos que serão apresentados a seguir. Vale ressaltar que, como foi apresentado em (BRETAS et al., 2009), esses métodos podem falhar em determinados casos de EGs simples.

Os métodos comumente utilizados para detecção de EGs para o estimador WLS são o teste do Índice *J(x)*, baseado na análise da distribuição Chi-quadrada (χ^2), e o teste do maior resíduo normalizado, que serão apresentados a seguir.

6.5.1 Distribuição Chi-quadrada e Teste do Índice *J(x)*

Se x_i ($i = 1, ..., m$) são variáveis aleatórias independentes que apresentam uma distribuição normal padrão[1], então a distribuição χ^2_m (distribuição chi-quadrada com m graus de liberdade) será a distribuição apresentada pela nova variável $y = \sum_{i=1}^{m} x_i^2$. Pelas caraterísticas dessa distribuição, pode ser mostrado que χ^2_m possui média m, variância $2m$ e que, conforme o número de graus de liberdade (m) aumenta, essa distribuição se aproxima de uma distribuição normal. Se as variáveis aleatórias x_i são restritas a um conjunto de N equações independentes, então y apresentará uma distribuição χ^2_{m-N} com o número de graus de liberdade reduzido pelo número de restrições (MONTICELLI, 1999). A Figura 6.2 ilustra a função densidade de probabilidade de χ^2_m para três diferentes casos: $m = 2$, $m = 4$ e $m = 8$.

Assumindo que os erros das medidas e_i ($i = 1, ..., m$) são independentes e que cada um apresenta média zero e variância σ_i^2, ou seja, $e_i \sim N(0, \sigma_i^2)$, então o Índice $J(\hat{x})$ pode ser dado por:

$$J(\hat{x}) = \sum_{i=1}^{m} \frac{[z_i - h_i(\hat{x})]^2}{\sigma_i^2}. \tag{6.11}$$

Logo, o Índice $J(\hat{x})$ apresenta uma distribuição χ^2_{m-N}, isto é, uma distribuição chi-quadrada com $m - N$ graus de liberdade, onde m é o número de medidas e N o número de variáveis de estado. Nessas condições, o valor esperado de $J(\hat{x})$ e sua variância são

[1] Distribuição normal de média zero e variância unitária, ou seja, $x_i \sim N(0, 1)$.

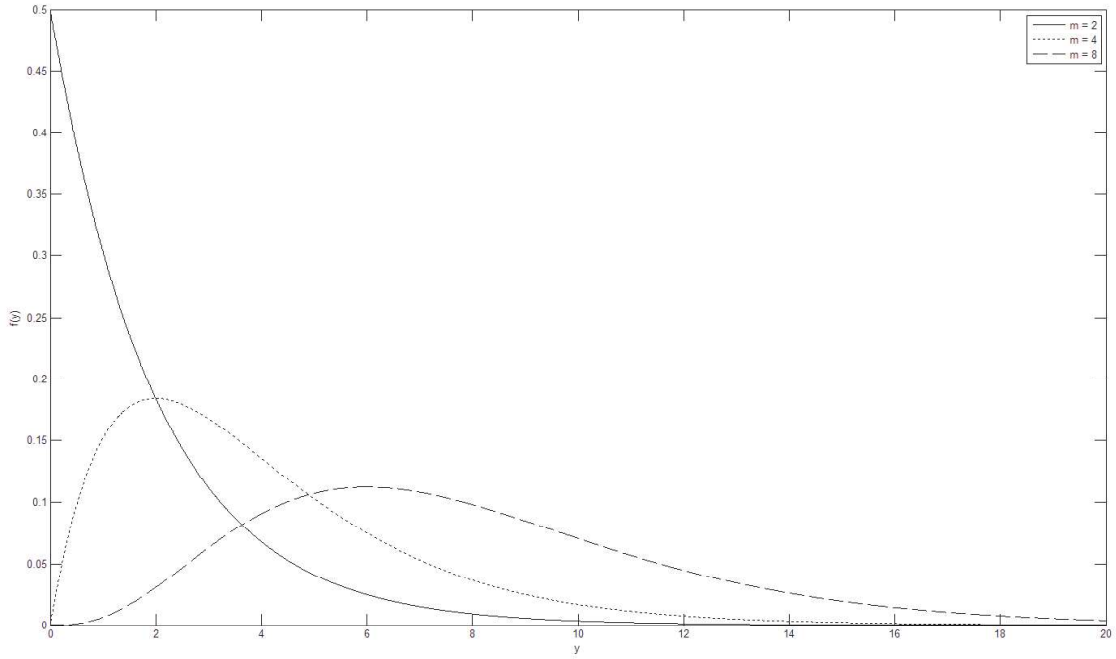

Figura 6.2: Função densidade de probabilidade de χ^2_m com m graus de liberdade.

dados por:

$$\begin{aligned} E\left[J\left(\hat{x}\right)\right] &= m - N \\ E\left\{\left[J\left(\hat{x}\right) - (m-N)\right]^2\right\} &= 2\left(m - N\right) \end{aligned} \tag{6.12}$$

Note que, para um sistema observável com $m = N$, todos os resíduos serão nulos e $J(\hat{x}) = 0$. Ao se executar a estimação de estado, obtém-se um valor $J(\hat{x})$ para a variável aleatória $J(x)$. Baseada nessa estimação, a decisão se este valor pertence ou não à distribuição χ^2_{m-N} hipotética deve ser feita. A hipótese feita, no que se refere ao comportamento das variáveis aleatórias e_i, também será testada (indiretamente) para a distribuição normal, $N(0, \sigma_i^2)$, assim tem-se um teste de hipótese para detectar a presença de EGs.

O primeiro passo para o teste de detecção de EG é a consideração de uma hipótese nula H_0 e de uma hipótese alternativa H_1, onde:

$$\begin{aligned} H_0 &\rightarrow E\left[J\left(\hat{x}\right)\right] = m - n \\ H_1 &\rightarrow E\left[J\left(\hat{x}\right)\right] > m - n. \end{aligned} \tag{6.13}$$

Assim, o teste de hipótese é feito da seguinte maneira (MONTICELLI, 1999):

- Se $J\left(\hat{x}\right) > C$, então rejeite a hipótese H_0;
- Se $J\left(\hat{x}\right) \leqslant C$, então aceite a hipótese H_0.

Para o teste de hipótese, C é uma constante a ser determinada. Se α é um nível de significância do teste, então a constante C é dada por:

$$C = \chi^2_{m-N,1-\alpha}. \tag{6.14}$$

Isto significa que, se H_0 é verdadeira, a probabilidade de $J(\hat{x}) > C$ é α (probabilidade de falso alarme), onde $1 - \alpha$ pode ser interpretado como um porcentual de confiança do teste, isto é:

$$\int_0^C f(t)dt = 1 - \alpha. \tag{6.15}$$

A função $f(t)$ representa a função densidade de probabilidade da distribuição χ_v^2, com $v = m$ - N graus de liberdade, e é dada por:

$$f(t) = \frac{t^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{t}{2}}}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}, \tag{6.16}$$

onde Γ é a função Gamma. Para ilustrar os conceitos apresentados em relação à distribuição χ^2 e suas propriedades, na Figura 6.3 tem-se a função densidade de probabilidade para a distribuição χ_8^2 (distribuição chi-quadrada com 8 graus de liberdade): $C = \chi_{8;0,95}^2 = 15,5$, isto é, $\text{Prob}(\chi^2 > 15,5) = 0,05$.

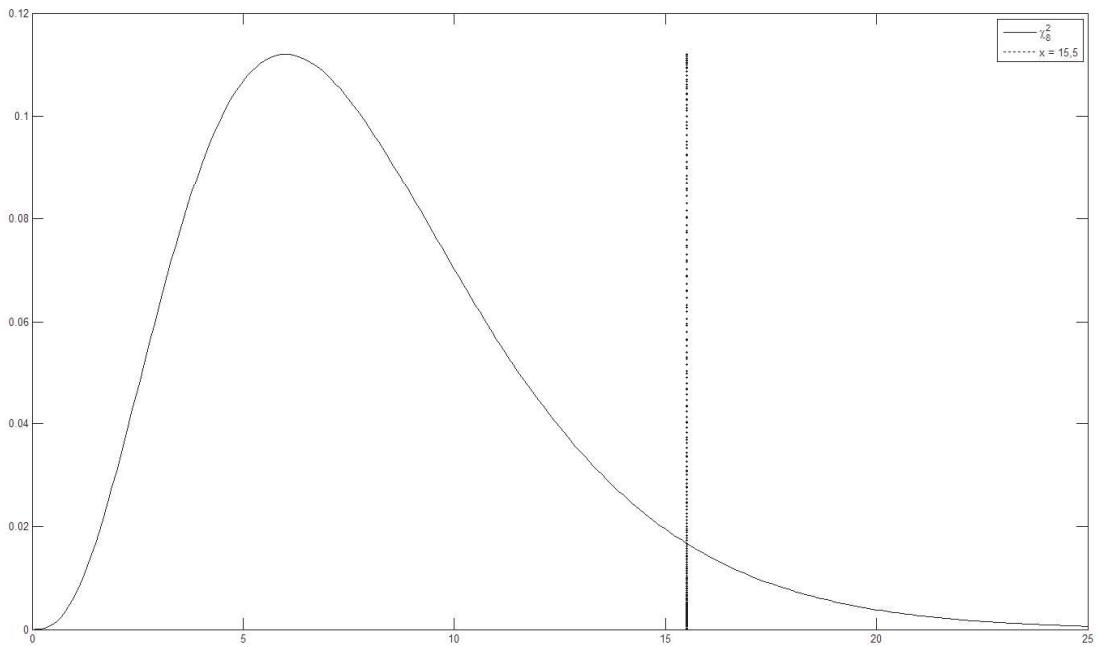

Figura 6.3: Função densidade de probabilidade para χ_8^2.

Portanto, a função objetivo *J(x)* do estimador de estado WLS pode ser utilizada como uma aproximação para a função y citada anteriormente. Logo, um teste de detecção de EG pode ser concebido baseado nas propriedades da distribuição χ^2.

Teste de detecção através do Índice *J(x)*:

- **Passo 1:** Resolva o estimador WLS e calcule o valor da função objetivo:

$$J(\hat{x}) = \sum_{i=1}^{m} \frac{[z_i - h_i(\hat{x})]^2}{\sigma_i^2}; \tag{6.17}$$

- **Passo 2:** Encontre, na tabela da distribuição χ^2, o valor correspondente à uma detecção com probabilidade $1 - \alpha = 95\%$ e (m - N) graus de liberdade. Seja este valor $\chi^2_{(m-N),(1-\alpha)}$, assim: $1 - \alpha = \Pr(J(\hat{x}) \leq \chi^2_{(m-N),(1-\alpha)})$;

- **Passo 3:** Teste se $J(\hat{x}) > \chi^2_{(m-N),(1-\alpha)}$. Em caso afirmativo, há suspeita de EG, caso contrário, assume-se que as medidas são livres de EGs.

6.5.2 Teste do Maior Resíduo Normalizado

Através da análise dos resíduos normalizados das medidas é possível detectar e identificar as medidas portadoras de EGs. O valor normalizado do resíduo de uma medida i pode ser obtido pela simples divisão do seu valor absoluto pelo valor correspondente da diagonal da matriz de covariância dos resíduos estimados:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}} = \frac{|r_i|}{\sqrt{R_{ii}S_{ii}}}. \tag{6.18}$$

Admitindo a hipótese de que os erros das medidas (e_i) sejam variáveis aleatórias independentes, com distribuição normal de média zero e variância conhecida, mostra-se, em (MONTICELLI, 1999), que os elementos do vetor de resíduos normalizados apresentam distribuição normal padrão, ou seja: $r_i^N \sim N(0,1)$. Assim, o maior elemento em r^N pode ser comparado com um limiar estatístico para decidir se há EG. Este limiar pode ser escolhido baseado no nível desejado para a sensibilidade de detecção.

A importância da normalização dos resíduos pode ser compreendida se for levado em conta que diferentes tipos de medidores possuem em geral variâncias diferentes, de modo que o valor do resíduo discrepante para uma medida pode ser perfeitamente aceitável para outra. A normalização dos resíduos coloca-os em uma mesma referência, permitindo assim, uma comparação justa dos seus valores absolutos.

Para o caso de existência de somente uma medida portadora de EG (desde que esta medida não seja uma medida crítica, nem pertencente a um conjunto crítico), pode ser demonstrado que o maior resíduo normalizado é o correspondente à medida errônea, sob a condição das demais medidas serem perfeitas. Esta propriedade se mantém verdadeira mesmo em alguns casos de EGs múltiplos, desde que as medidas errôneas apresentem fraca correlação, ou seja, desde que sejam essencialmente não interativas.

Considerando o caso onde o único EG ocorre na medida k, isto é $e_k \neq 0$, e todas as medidas restantes são perfeitas, $e_j = 0, j \neq k$, e utilizando a Equação 6.7, pode ser demonstrado que o resíduo normalizado para a medida errônea k é o maior dentre todos os resíduos das medidas livres de erros, da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
r_j &= S_{jk}.e_k,\ j = 1,\ \ldots,\ m. \\
r_j^N &= \frac{S_{jk}.e_k}{\sqrt{R_{jj}}.\sqrt{S_{jj}}} = \frac{\Omega_{jk}.e_k}{\sqrt{\Omega_{jj}}.R_{kk}} \\
&\leq \frac{\sqrt{\Omega_{jj}}.\sqrt{\Omega_{kk}}.e_k}{\sqrt{\Omega_{jj}}.R_{kk}} \text{ (Usando a propriedade } \Omega_{jk}^2 \leq \Omega_{jj}.\Omega_{kk}) \\
&= \frac{\sqrt{\Omega_{kk}}.e_k}{R_{kk}} = \frac{S_{kk}.e_k}{\sqrt{R_{kk}}.\sqrt{S_{kk}}} = r_k^N
\end{aligned}
\tag{6.19}
$$

A desigualdade acima se torna uma igualdade se as medidas j e k formarem um par crítico. Isto em razão de as colunas da matriz Ω correspondentes a essas medidas serem linearmente dependentes. Logo, quando apenas uma das duas medidas de um par crítico for portadora de EG, o resíduo normalizado dessa medida será igual ao da outra medida, inviabilizando a identificação da medida com EG através do teste do maior resíduo normalizado. Isso também ocorre quando $(p-1)$ medidas de um conjunto p-crítico estiverem corrompidas com EGs. Ou seja, não é possível identificar quais são as medidas portadoras de EGs.

Face ao exposto, as propriedades dos resíduos normalizados apresentadas anteriormente, para o caso de EG simples no conjunto de medidas, podem ser utilizadas para originar um teste para detectar e identificar medidas portadoras de EGs. Apresentam-se, a seguir, os passos desse teste, denominado Teste do Maior Resíduo Normalizado (r_{max}^N).

Teste r_{max}^N:

- **Passo 1:** Resolva o estimador WLS e obtenha o vetor de resíduos das medidas:

$$r_i = z_i - h_i(\hat{x})\ i = 1,\ \ldots,\ m$$

- **Passo 2:** Calcule os resíduos normalizados:

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}},\ i = 1,\ \ldots,\ m$$

- **Passo 3:** Encontre k de modo que r_k^N seja o maior dentre todos os r_i^N, $i = 1, ..., m$.

- **Passo 4:** Se $r_k^N > \beta$, então a medida k é suspeita de possuir EG. Caso contrário, pare, não há suspeita de existência de EG. O limiar β é escolhido, e usualmente considerado igual a 3 (ABUR; EXPOSITO, 2004).

- **Passo 5:** Elimine a medida k e volte ao **Passo 1**.

O teste do maior resíduo normalizado apresentará diferentes desempenhos dependendo do tipo de EG e sua configuração.

- **Erro Grosseiro Simples:** No caso de EG simples, torna-se possível identificar a medida errônea através do teste do maior resíduo normalizado, desde que essa não seja uma medida crítica e que a sua remoção do conjunto de medidas não origine nenhuma medida crítica dentre as restantes (ABUR; EXPOSITO, 2004).

- **Erros Grosseiros Múltiplos:** No caso de EGs múltiplos, estes podem aparecer de três maneiras:

  1. *Não-interativos:* Se $S_{ik} \approx 0$, então as medidas i e k são ditas não-interativas. Neste caso, mesmo que o EG apareça simultaneamente em ambas as medidas, o teste do maior resíduo normalizado pode identificá-los sequencialmente, um de cada vez.

  2. *Interativos, não-conformativos:* Se S_{ik} é significativamente grande, então as medidas i e k são ditas interativas. Entretanto, se os erros nas medidas i e k não são consistentes um com o outro, o teste do maior resíduo normalizado pode ainda indicar o EG corretamente. Em outras palavras, são EGs cujos efeitos não são "mascarados" nos resíduos das medidas portadoras de EGs, desta forma, as medidas com EGs apresentarão resíduos normalizados elevados, possibilitando sua identificação.

  3. *Interativos, conformativos:* São EGs interativos cujos efeitos são "mascarados" nos resíduos das medidas portadoras de EGs. Deste modo, as medidas com EGs apresentarão resíduos normalizados pequenos, e a identificação dos EGs através do teste do maior resíduo normalizado pode falhar (PIERETI, 2011).

6.5.3 Teste $\hat{b}$

Em (MONTICELLI; GARCIA, 1983), o chamado teste $\hat{b}$ é utilizado em conjunto com o teste do maior resíduo normalizado visando melhorar o processo de identificação de EGs. O teste $\hat{b}$ baseia-se numa estimativa do valor do EG, na medida considerada suspeita. Para a obtenção de tal estimativa, inicialmente deve-se definir o vetor de resíduo em função da chamada matriz de sensibilidade do resíduo (S) de dimensão $m\ x\ m$ (HANDSCHIN et al., 1975):

$$r = S.e, \tag{6.20}$$

lembrando que e é o vetor de erros das medidas analógicas, conforme apresentado na eq. (4.1). A matriz S, apresentada na eq. (6.7), é dada pela seguinte equação:

$$S = I - K = I - HG^{-1}H^T R^{-1}. \tag{6.21}$$

Para se obter a estimativa do valor do EG, na medida redundante considerada suspeita, a eq. (6.20) deve ser reescrita da seguinte maneira (MONTICELLI; GARCIA, 1983):

$$r_i = S_{ii} e_i, \tag{6.22}$$

em que a medida i é considerada suspeita.

A partir da eq. (6.22), em (MONTICELLI; GARCIA, 1983) demonstra-se que o erro e_i pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} e_i &= \tfrac{r_i}{S_{ii}} = \tfrac{R_{ii} r_i}{\Omega_{ii}} = \sigma_i \tfrac{\sigma_i r_i}{\Omega_{ii}} \\ e_i &= \sigma_i \hat{b}_i, \end{aligned} \tag{6.23}$$

onde:

$$\hat{b}_i = \frac{\sigma_i r_i}{\Omega_{ii}} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{\Omega_{ii}}} \frac{r_i}{\sqrt{\Omega_{ii}}} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{\Omega_{ii}}} r_i^N. \tag{6.24}$$

Observação 6.1: Importa destacar que $\hat{b}_i$ é uma estimativa do erro da medida i em desvio padrão.

Face ao exposto, verifica-se a existência de EG na medida de maior resíduo normalizado, através do seguinte teste:

- Se $\left|\widehat{b_i}\right| > c$, a medida i apresenta EG;
- Se $\left|\widehat{b_i}\right| \leq c$, a medida i não apresenta EG.

Em (MONTICELLI; GARCIA, 1983), o valor utilizado e sugerido para o limiar c foi: $c = 4$. Vale salientar que em razão de o teste $\hat{b}$ se basear na análise dos resíduos normalizados, seu desempenho pode ser comprometido, já que existe a possibilidade de uma ou mais medidas com EGs apresentarem baixos valores de resíduos normalizados.

Apresenta-se, a seguir, o algoritmo para processamento de EGs pelo teste-$\hat{b}$ apresentado em (MONTICELLI; GARCIA, 1983):

Algoritmo - Teste-$\hat{b}$:

Passo 1: Determine as variáveis de estado ($\hat{x}$) por meio do estimador de estado WLS;

Passo 2: Calcule o resíduo normalizado de cada medida;

$$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}} \qquad i = 1, ..., m. \tag{6.25}$$

Passo 3: Encontre a medida i com o maior resíduo normalizado em módulo;

Passo 4: Determine o erro estimado $\hat{b}_i$ para medida i, dado por:

$$\hat{b}_i = \frac{\sigma_i}{\sqrt{\Omega_{ii}}} \cdot r_i^N \tag{6.26}$$

Passo 5: Verificar se a medida i possui EG, ou seja:

- Se $\hat{b}_i > c$, a medida i apresenta EG; vá para o passo 6;
- Se $\hat{b}_i \leq c$, a medida i não apresenta EG; fim.

Passo 6: Remova a medida z_i do plano de medição e volte ao Passo 1.

Observação 6.2: Tendo em vista que a remoção da medida portadora de EG é prejudicial para o processo de estimação de estado, uma vez que acarreta a diminuição da redundância local, outra opção seria substituir o valor dessa medida (valor com EG) por um valor "corrigido", conforme proposto em (GARCIA; MONTICELLI; ABREU, 1979). Fazendo uso do $\hat{b}_i$ o valor "corrigido" da medida i (z_i^{cor}), identificada como portadora de EG, pode ser obtido, a partir do valor com EG (z_i^{EG}), através da seguinte equação:

$$z_i^{cor} = z_i^{EG} - \sigma_i.\hat{b}_i. \tag{6.27}$$

6.5.4 Teste de Hipótese (HTI)

Outra forma para identificar EGs foi proposta em (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984), baseando-se numa análise estatística referente aos valores dos erros estimados das medidas, ao invés da análise dos resíduos normalizados.

De acordo com (MILI; VAN CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA, 1984) os valores estimados dos erros em medidas podem ser calculados a partir da seguinte equação:

$$\hat{e} = S^{-1}.r, \tag{6.28}$$

onde $\hat{e}$ representa o vetor de erros estimados, não nos permitindo, entanto, estimar os erros de todas as medidas, já que o posto da matriz S é menor que o número de medidas m, ou, mais precisamente: $posto(S) = m - N$. Logo, no máximo $m - N$ erros em medidas podem ser calculados, através de uma forma reduzida da matriz S.

A eficiência do método dependerá do conjunto reduzido escolhido, também denominado conjunto suspeito. Consequentemente, esse conjunto deve ser escolhido de modo a incluir todos os possíveis erros, utilizando como critério os maiores resíduos normalizados.

Depois da formação do conjunto suspeito e do cálculo dos erros desse conjunto ($\hat{e}^S$), deve-se obter a distribuição de probabilidade para o erro estimado e, a seguir, identificar os EGs, através de um teste de hipótese similar ao apresentado para detecção de erros via índice $J(\hat{x})$. Dessa forma, mais de uma medida com EG pode ser identificada de uma só vez, na ocorrência de EGs múltiplos.

Importa destacar que a escolha do conjunto suspeito, através dos maiores resíduos normalizados, compromete o funcionamento do teste HTI, já que, conforme mencionado anteriormente, existe a possibilidade de uma ou mais medidas portadoras de EGs apresentarem baixos valores de resíduos normalizados (ABUR; EXPOSITO, 2004).

6.6 Exercícios

1. No circuito de correte contínua ilustrado na Figura 6.4, as leituras nos medidores de corrente e de tensão são dadas no vetor de medidas apresentado a seguir:

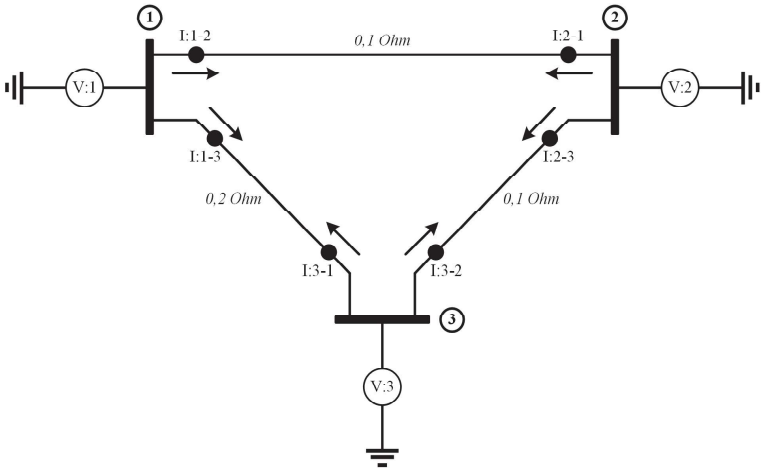

Figura 6.4: Sistema elétrico de 3 barras.

$$z = \begin{bmatrix} I:1-2 \\ I:2-1 \\ I:1-3 \\ I:3-1 \\ I:2-3 \\ I:3-2 \\ V:1 \\ V:2 \\ V:3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 52 \\ 49 \\ -15 \\ 16 \\ -82 \\ 80 \\ 11 \\ 6 \\ 14 \end{bmatrix}.$$

Através da análise dos resíduos normalizados, verifique se existe alguma medida portadora de erro grosseiro. Em caso positivo, identifique-a para as seguintes situações:

a) $R^{-1} = diagonal\,[1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 100\ 100\ 100]$;

b) $R^{-1} = diagonal\,[1\ 10\ 1\ 1\ 1\ 1\ 100\ 100\ 100]$;

c) Para o item *a)*, elimine a medida com erro e reestime as variáveis de estado;

2. É possível identificar a medida portadora de erro grosseiro através da análise do vetor de resíduos somente? Justifique sua resposta.

3. Para o sistema de três barras corrente alternada apresentado na Figura 6.5 (tome a barra 1 para referência angular e considere $\varepsilon = 0,001$), cujos parâmetros são apresentados na Tabela 6.1, pede-se:

a) Obtenha as variáveis de estado estimadas através do estimador por mínimos quadrados ponderados. Para isso, considere as medidas e respectivos desvios padrão apresentadas na Tabela 6.2;

b) Após a obtenção das estimativas, verifique se existe alguma medida com erro grosseiro, através do teste do maior resíduo normalizado.

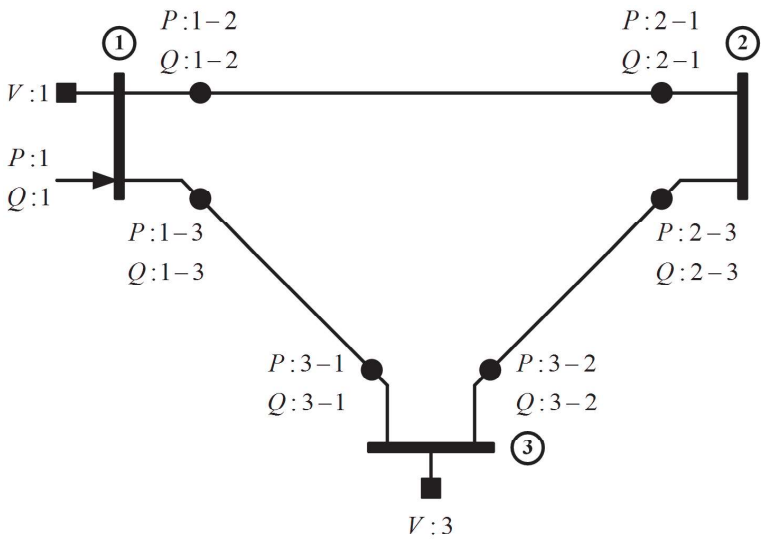

Figura 6.5: Sistema elétrico de 3 barras.

Tabela 6.1: Parâmetros do sistema de 3 barras ilustrado na Figura 6.5.

Linha	**g (p.u.)**	**b (p.u.)**	b^{shunt}
$1-2$	4,9991	-15,2630	0,0264
$1-3$	1,0258	-4,2349	0,0246
$2-3$	1,7011	-5,1939	0,0173

4. Considere o sistema elétrico de 14 barras apresentado na Figura 6.6. Seus dados de barras são apresentados na Tabela 6.3 (note que a barra 9 possui um elemento *shunt*, cujo valor está em p.u.) e seus dados de linhas são apresentados na Tabela 6.4. De posse desses dados, pede-se:

TEM QUE APRESENTAR esse exercício de outra forma. Destacando as medidas e desvios padrão, além dos parâmetros. É estimação de estado e não fluxo de potência - Qq dúvida podemos conversar.

a) Obtenha as variáveis de estado estimadas através do estimador por mínimos quadrados ponderados;

Tabela 6.2: Valores das medidas e respectivos desvios padrões - Sistema de 3 barras ilustrado na Figura 6.5.

Medida	Valor (p.u.)	Desvio Padrão
$P: 1-2$	1,5706	0,010471
$P: 2-1$	-1,5276	0,010184
$P: 1-3$	0,7553	0,005035
$P: 3-1$	-0,7277	0,004851
$P: 2-3$	0,4149	0,002766
$P: 3-2$	-0,4059	0,002706
$Q: 1-2$	-0,2033	0,001355
$Q: 2-1$	0,2762	0,001841
$Q: 1-3$	0,0388	0,000259
$Q: 3-1$	0,0219	0,000147
$Q: 2-3$	0,0118	0,000079
$Q: 3-2$	-0,0211	0,000141
$P: 1$	2,3260	0,015507
$Q: 1$	-0,1645	0,001097
$V: 1$	1,0600	0,007067
$V: 3$	1,0200	0,006800

b) Após a obtenção das estimativas, verifique se existe alguma medida com erro grosseiro, através do teste do maior resíduo normalizado.

Observação: Considere que os medidores possuem desvios padrões dados por: $\sigma_i = \frac{|z_i|}{100}$.

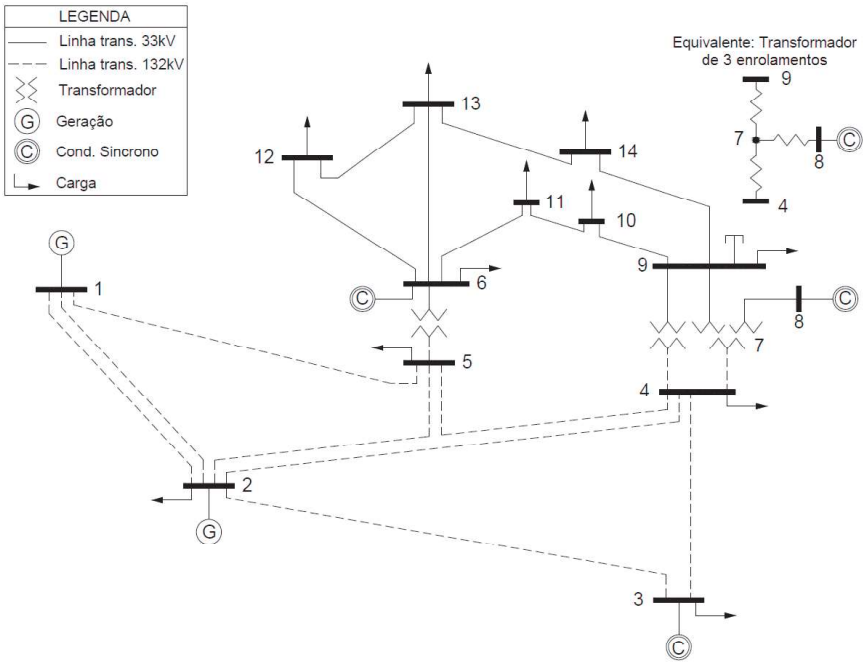

Figura 6.6: Sistema elétrico de 14 barras do IEEE.

Tabela 6.3: Dados de barras.

Barra	b^{sh}	P (MW)	Q (MVAr)	Tensão (V)
1		232,3977	-16,5149	1060
2		18,2856	30,8385	1045
3		-94,2057	6,0792	1010
4		-47,7935	3,8945	1018
5		-7,5733	-1,5881	1020
6		-11,2047	5,1927	1070
7		0,0001	0,0001	1062
8		0,0001	18,6821	1090
9	0,190	-29,5332	-16,6048	1056
10		-9,0011	-5,7865	1051
11		-3,5094	-1,8120	1057
12		-6,1029	-1,6183	1055
13		-13,4773	-5,8117	1050
14		-14,8861	-4,9888	1036

Tabela 6.4: Dados de linhas.

De	Para	r(%)	x(%)	b^{sh}	Tap	Pkl	Qkl	Plk	Qlk
1	2	1,938	5,917	0,0264	1,000	156,891	-20,380	-152,594	27,648
1	5	5,403	22,304	0,0246	1,000	75,506	3,865	-72,744	2,214
2	3	4,699	19,797	0,0219	1,000	73,240	3,559	-70,917	1,600
2	4	5,811	17,632	0,0170	1,000	56,130	-1,545	-54,454	3,013
2	5	5,695	17,388	0,0173	1,000	41,509	1,177	-40,606	-2,107
3	4	6,701	17,103	0,0064	1,000	-23,288	4,479	23,662	-4,842
4	5	1,335	4,211		1,000	-61,180	15,827	61,695	-14,204
4	7		20,912		0,978	28,091	-9,681	-28,091	11,385
4	9		55,618		0,969	16,088	-0,424	-16,088	1,730
5	6		25,202		0,932	44,083	12,509	-44,083	-8,087
6	11	9,498	19,890		1,000	7,364	3,549	-7,309	-3,432
6	12	12,291	25,581		1,000	7,782	2,514	-7,710	-2,365
6	13	6,615	13,027		1,000	17,732	7,217	-17,520	-6,800
7	8		17,615		1,000	0,001	-17,164	0,001	17,625
7	9		11,001		1,000	28,084	5,793	-28,084	-4,991
9	10	3,181	8,450		1,000	5,227	4,229	-5,214	-4,195
9	14	12,711	27,038		1,000	9,412	3,616	-9,296	-3,369
10	11	8,205	19,207		1,000	-3,787	-1,591	3,799	1,620
12	13	22,092	19,988		1,000	1,607	0,746	-1,601	-0,741
13	14	17,093	34,802		1,000	5,644	1,729	-5,590	-1,620