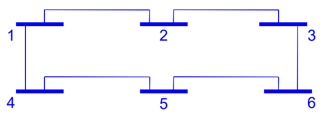
Estimador de Estado Estático por MQP Não Linear

Departamento de Engenharia Elétrica - EESC - USP
Prof.: João Bosco A. London Junior
E-mail: jbalj@sel.eesc.sc.usp.br

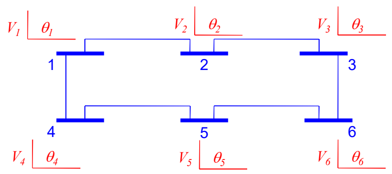
Formulação Matemática

- Determinar as variáveis de estado do SEP



Formulação Matemática

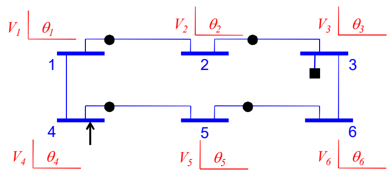
- Determinar as variáveis de estado do SEP



x - vetor de variáveis de estado (N x 1)

Formulação Matemática

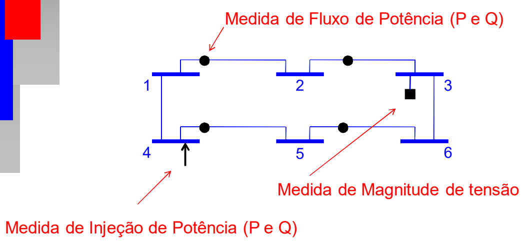
- Determinar as variáveis de estado do SEP



x - vetor de variáveis de estado (N x 1)
z - vetor de medidas (m x 1)

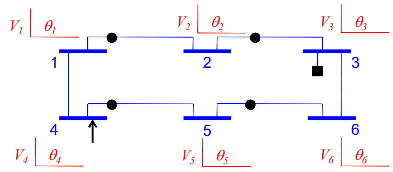
Formulação Matemática

- Determinar as variáveis de estado do SEP



Formulação Matemática

- Determinar as variáveis de estado do SEP

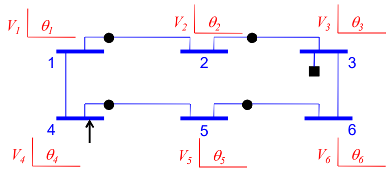


x - vetor de variáveis de estado (N x 1)

z - vetor de medidas (m x 1)

Formulação Matemática

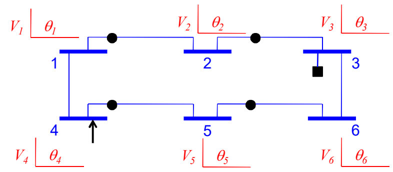
- Determinar as variáveis de estado do SEP



$$z = z^v + w$$

Formulação Matemática

- Determinar as variáveis de estado do SEP



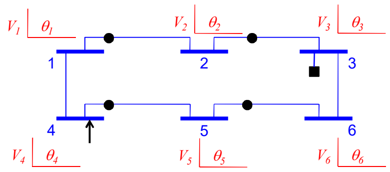
- Modelo de Medição

$$z = z^v + w$$

$$z = h(x^v) + w$$

Formulação Matemática

- Determinar as variáveis de estado do SEP



• Modelo de Medição

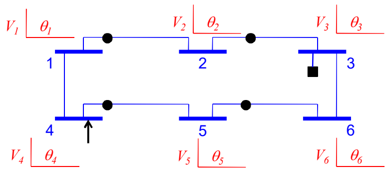
$$z = h(x^v) + w$$

Equações do fluxo de Carga

9

Formulação Matemática

- Determinar as variáveis de estado do SEP



• Modelo de Medição ➔ $\underbrace{\text{Estimação de } x^v}_{\hat{x}}$

$$z = h(x^v) + w$$

10

Formulação Matemática

- Estimador de Estado por Mínimos Quadrados
  - Minimiza a soma do quadrado da diferença entre o valor medido e o estimado (função *J(x)*)

$$J(x) = \sum_{i=1}^{m} w_i^2 = [z - h(x)]^t [z - h(x)] \quad \Rightarrow \quad \hat{x}$$

, sendo *m* o número de medidas disponíveis

  - Qualidade das medidas ➔ Mínimos Quadrados Ponderados (MQP)
    - ✓ Pondera as medidas de acordo com a qualidade dos respectivos medidores

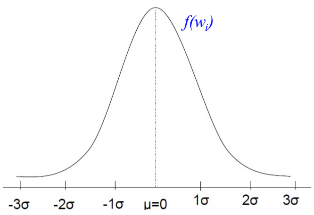
Formulação Matemática

- Estimador de Estado por MQP
  - Erros (ruídos) das medidas (*w*) – são considerados como variáveis aleatórias independentes com distribuição gaussiana de média zero e variância conhecida

12

Formulação Matemática

- Estimador de Estado por MQP



$z_i = z_i^v$

✓ Quanto menor o valor de σ_i^2, melhor é a medida. Consequentemente, o peso (ponderação) mais utilizado é: $\left(1/\sigma_i^2 \right)$

Formulação Matemática

- Estimador de Estado por MQP
  - Minimiza a soma ponderada do quadrado da diferença entre o valor medido e o estimado

$$J(x) = \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{w_i}{\sigma_i} \right)^2 = [z - h(x)]^t . \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & 1/\sigma_m^2 \end{bmatrix} .[z - h(x)]$$

$$J(x) = [z - h(x)]^t .W.[z - h(x)],$$

sendo W^{-1} a matriz de covariância das medidas

Formulação Matemática

- Estimador de Estado por MQP
  - Minimiza a soma ponderada do quadrado da diferença entre o valor medido e o estimado

$$J(x) = [z - h(x)]^t .W.[z - h(x)]$$

  - Minimizando $J(x)$

$$\frac{\partial \boldsymbol{J(x)}}{\partial \boldsymbol{x}} = 0$$

15

Formulação Matemática

- Estimador de Estado por MQP
  - Solução iterativa da Equação Normal (algoritmo iterativo Gauss-Newton):

$$G(x^k).(x^{k+1} - x^k) = H^t(x^k).W.[z - h(x^k)]$$

Formulação Matemática

- Estimador de Estado por MQP
  - Solução iterativa da Equação Normal (algoritmo iterativo Gauss-Newton):

$$G(x^k).(x^{k+1} - x^k) = H^t(x^k).W.[z - h(x^k)]$$

  - onde x^k é o valor de x na iteração k e

$$H(x^k) = \left.\frac{\partial h(x)}{\partial x}\right|_{x=x^k}$$

  - é a matriz Jacobiana calculada na iteração k e

$$G(x^k) = H^t(x^k).W.H(x^k)$$

  - é a matriz de informação ou matriz Ganho calculada na iteração k

Algoritmo do Estimador de Estado MQP (versão acoplada)

Passo 1: Fazer $v = 0$ e escolher uma solução inicial $x^v = x^0$ (*flat start*);

Passo 2: Calcular as matrizes $H(x)$ e $G(x)$, no ponto $x = x^v$;

Passo 3: Obter a correção nas variáveis de estado, através da equação normal, e atualizá-las:

$$\begin{cases} \Delta x^v = G(x^v)^{-1} \cdot H(x^v)^t \cdot W \cdot [z - h(x^v)] \\ x^{v+1} = x^v + \Delta x^v \end{cases}$$

Passo 4: Testar a convergência: se max $|\Delta x^v| \leq \varepsilon$, ou $J(x^v)-J(x^{v-1}) \leq \varepsilon$, o processo convergiu e $\hat{x} = x^{v+1}$. Caso contrário, faça $v = v+1$ e volte ao passo 2.

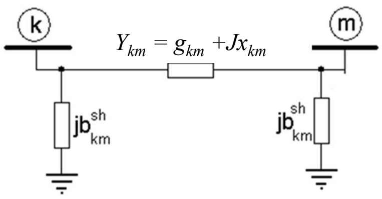
Algoritmo do Estimador de Estado MQP (versão acoplada)

✓ Para o estudo da convergência as tensões iniciais em cada barra são fixadas com módulos unitários e ângulos nulos (*flat start*) e a tolerância é especificada em radianos para os ângulos e em *p.u.* para as magnitudes

19

Exemplo (MQP)

- Representação de Linhas de Transmissão



20

Exemplo (MQP)

- Equações do fluxo de potência:

$$P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos\theta_{km} - V_k V_m b_{km} sen\theta_{km}$$

$$Q_{km} = -V_k^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) - V_k V_m g_{km} sen\theta_{km} + V_k V_m b_{km} \cos\theta_{km}$$

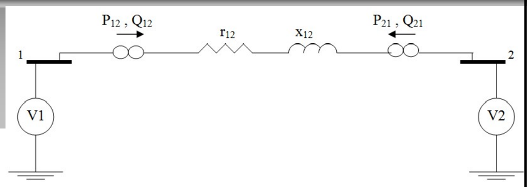
- Equações de injeção de potência:

$$P_k = \sum_{l \in \Omega k} P_{kl}$$

$$Q_k = \sum_{l \in \Omega k} Q_{kl}$$

sendo: $\begin{cases} \Omega_k - barras \quad vizinhas \quad da \quad barra \quad k \\ \theta_{km} = \theta_k - \theta_m \end{cases}$

Exemplo (MQP)



Variáveis de Estado

$$x = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix},$$

$\theta_1 - referência \quad angular$

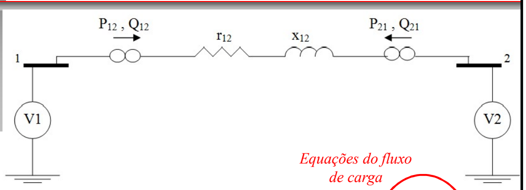
Vetor de Medidas

$$z = \begin{bmatrix} P_{12}^{\ m} \\ P_{21}^{\ m} \\ Q_{12}m \\ Q_{21}m \\ V_1^{\ m} \\ V_2^{\ m} \end{bmatrix}$$

Relação

$$h(x) = \begin{bmatrix} P_{12}^{calculado} \\ P_{21}calculado \\ Q_{12}calculado \\ Q_{21}calculado \\ V_1calculado \\ V_2calculado \end{bmatrix}$$

Exemplo (MQP)



$$x = \begin{bmatrix} \theta_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix},$$

$\theta_1 - referência \quad angular$

$$z = \begin{bmatrix} P_{12}^{\ m} \\ P_{21}^{\ m} \\ Q_{12}m \\ Q_{21}m \\ V_1^{\ m} \\ V_2^{\ m} \end{bmatrix},$$

Equações do fluxo de carga

$$h(x) = \begin{bmatrix} P_{12}^{calculado} \\ P_{21}calculado \\ Q_{12}calculado \\ Q_{21}calculado \\ V_1calculado \\ V_2calculado \end{bmatrix}$$

Exemplo (MQP)

$$H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \partial P_{12}/\partial\theta_2 & \partial P_{12}/\partial v_1 & \partial P_{12}/\partial v_2 \\ \partial P_{21}/\partial\theta_2 & \partial P_{21}/\partial v_1 & \partial P_{21}/\partial v_2 \\ \partial Q_{12}/\partial\theta_2 & \partial Q_{12}/\partial v_1 & \partial Q_{12}/\partial v_2 \\ \partial Q_{21}/\partial\theta_2 & \partial Q_{21}/\partial v_1 & \partial Q_{21}/\partial v_2 \\ \partial V_1/\partial\theta_2 & \partial V_1/\partial v_1 & \partial V_1/\partial v_2 \\ \partial V_2/\partial\theta_2 & \partial V_2/\partial v1 & \partial V_2/\partial v_2 \end{bmatrix}$$

6

Exemplo (MQP)

$$H(x)=\frac{\partial h(x)}{\partial x}=\begin{bmatrix} \partial P_{12}/\partial\theta_2 & \partial P_{12}/\partial v_1 & \partial P_{12}/\partial v_2 \\ \partial P_{21}/\partial\theta_2 & \partial P_{21}/\partial v_1 & \partial P_{21}/\partial v_2 \\ \partial Q_{12}/\partial\theta_2 & \partial Q_{12}/\partial v_1 & \partial Q_{12}/\partial v_2 \\ \partial Q_{21}/\partial\theta_2 & \partial Q_{21}/\partial v_1 & \partial Q_{21}/\partial v_2 \\ \partial V_1/\partial\theta_2 & \partial V_1/\partial v_1 & \partial V_1/\partial v_2 \\ \partial V_2/\partial\theta_2 & \partial V_2/\partial v1 & \partial V_2/\partial v_2 \end{bmatrix}$$

Exemplo (MQP)

$$H(x)=\frac{\partial h(x)}{\partial x}=\begin{bmatrix} \partial P_{12}/\partial\theta_2 & \partial P_{12}/\partial v_1 & \partial P_{12}/\partial v_2 \\ \partial P_{21}/\partial\theta_2 & \partial P_{21}/\partial v_1 & \partial P_{21}/\partial v_2 \\ \partial Q_{12}/\partial\theta_2 & \partial Q_{12}/\partial v_1 & \partial Q_{12}/\partial v_2 \\ \partial Q_{21}/\partial\theta_2 & \partial Q_{21}/\partial v_1 & \partial Q_{21}/\partial v_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Estimador de Estado WLS Não Linear

Departamento de Engenharia Elétrica - EESC - USP
Prof.: João Bosco A. London Junior
E-mail: jbalj@sel.eesc.sc.usp.br