

SEL – 5717 Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência

Prof. João Bosco A. London Junior
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação - EESC - USP
E-mail: jbalj@sc.usp.br

Observabilidade de Sistemas Elétricos de Potência (Métodos)

Introdução

■ Problema:

Antes da solução do problema de estimação de estado, temos que verificar se o sistema é observável. Isto é, verificar se é possível, através do conjunto de medidas disponível (medidas analógicas e virtuais), determinar todas as variáveis de estado do sistema (tensões complexas nas barras do sistema)

3

Introdução

➤ Em caso afirmativo o sistema é dito observável.
Caso contrário, temos 2 opções:

- Determinar as partes observáveis do sistema, as chamadas ilhas observáveis, e estimar as suas variáveis de estado isoladamente; ou
- Restaurar a observabilidade através de pseudo-medidas (dados de previsão de carga, previsão de geração, dados históricos, etc, que fazem parte do banco de dados dos centros de operação)

4

Métodos desenvolvidos para análise de observabilidade

- De uma forma geral, os métodos desenvolvidos para análise de observabilidade podem ser divididos em três grupos [KRUMPHOLZ et al. (1980)]:
 1. Métodos topológicos
 2. Métodos numéricos
 3. Métodos híbridos
- G.R. Krumpholz, K.A. Clements, P.W. Davis. "Power system observability: a practical algorithm using network topology". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, N°4, p. 1534- 1542, July – August, 1980

5

Método Numérico

- Monticelli & Wu (1985). "Network observability: Identification of observable islands and measurement placement". IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, N°5, p. 1035-1041

Monticelli & Wu (1985)

- Monticelli & Wu (1985): baseia-se na fatoração triangular da matriz Ganho (requer a solução de sistemas de equações lineares)
 - Este método baseia-se na solução do EE linear (também conhecido como EE CC) com a inclusão de pseudo-medidas de ângulo nas barras associadas aos pivôs nulos obtidos durante a fatoração triangular da matriz G
 - Fundamenta-se na seguinte propriedade: um sistema é observável se qualquer fluxo na rede pode ser observado por algum tipo de indicação no conjunto de medidas. Dessa forma, se todas as medidas (fluxo e injeção de potência ativa) são iguais a zero, então todos os fluxos devem ser zero quando o sistema é observável. Por outro lado, se houver algum fluxo não zero, significa que esse fluxo não recebe informação das medidas, ou seja, o ramo correspondente a esse fluxo é não observável

Monticelli & Wu (1985)

- Monticelli & Wu (1985): baseia-se na fatoração triangular da matriz Ganho (requer a solução de sistemas de equações lineares)
 - Para o modelo linear de EE, o fluxo de potência ativa, da barra "k" para a barra "m", é dado pela seguinte expressão:

$$P_{km} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}}$$

- Assim, para " P_{km} " ser nulo é necessário que $\theta_k = \theta_m$
- Considerando essas observações e a equação do estimador WLS:

$$G.\hat{\theta} = H^T.z$$

- Em Monticelli & Wu (1985) demonstrou-se, através da álgebra, que para analisar a observabilidade de um sistema basta verificar se a solução da equação acima, para " $z = 0$ ", é do tipo $\theta_i = k$, para $i = 1, \dots, n$, isto é, basta verificar se há uma única referência de ângulo de tensão quando " $z = 0$ " (1 grau de liberdade)

Monticelli & Wu (1985)

- Monticelli & Wu (1985): baseia-se na fatoração triangular da matriz Ganho (requer a solução de sistemas de equações lineares)
- Os autores dessa metodologia demonstraram que a referência de ângulo aparece na fatoração da matriz G como uma linha de zeros. Assim, se o sistema é observável como um todo, existe apenas uma referência angular, e a matriz G_{fat} tem a seguinte estrutura, quando não se define ângulo de fase algum como referência:

$$G_{fat} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

- Sendo " n " o número de barras do sistema (a área escura corresponde aos possíveis elementos não nulos)
- Observe que a matriz G_{fat} tem essa estrutura em razão de a mesma ter posto igual a $(n-1)$, igual ao número de variáveis de estado a serem estimados (modelo ativo)

Monticelli & Wu (1985)

- Monticelli & Wu (1985): baseia-se na fatoração triangular da matriz Ganho (requer a solução de sistemas de equações lineares)
- Se o sistema não é observável como um todo, na fatoração triangular da matriz G vai aparecer um pivô nulo antes da diagonal (n,n) , e a matriz G_{fat} terá a seguinte forma:

$$G_{fat} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

- Importa destacar que quando isso acontece, todos os elementos da linha e da coluna, a direita e abaixo do elemento (i,i) , são também nulos. Se continuarmos a fatoração encontraremos pelo menos mais um pivô nulo. Consequentemente, há mais de uma referência de ângulo (sistema não observável)

10

Monticelli & Wu (1985)

- Monticelli & Wu (1985): baseia-se na fatoração triangular da matriz Ganho (requer a solução de sistemas de equações lineares)
- Quando o sistema não é observável como um todo o método possibilita tanto a restauração da observabilidade quanto a identificação de ilhas observáveis
- Para realizar ambas as tarefas o primeiro passo é a identificação dos ramos não observáveis

11

Monticelli & Wu (1985)

- Identificação dos ramos não observáveis

Monticelli & Wu (1985)

- Identificação dos ramos não observáveis
- Para isso, deve-se resolver o sistema de equação $G\hat{\theta} = H^T W z$, para $z = 0$

Monticelli & Wu (1985)

- Identificação dos ramos não observáveis
- Para isso, deve-se resolver o sistema de equação $G\hat{\theta} = H^T W z$, para $z = 0$
- Entretanto, para sistema não observável tal solução não é possível, tendo em vista que a matriz G tem posto menor que $(n-1)$
- Assim, é necessário tornar o sistema “artificialmente observável”, de forma a permitir a solução daquele sistema de equações
- Isto é feito adicionando-se “j” pseudo-medidas de ângulos de tensão, sendo “j” o número de pivôs nulos que apareceram em G_{fat} , nas barras correspondentes às respectivas diagonais nulas
- Para possibilitar a identificação dos ramos não observáveis essas pseudo-medidas de ângulos devem receber valores distintos (para atribuir uma referência angular distinta para cada uma das ilhas observáveis)
- Obtendo os θ_i , $i = 1, \dots, n$, determina-se os ramos não observáveis, isto é, os ramos com fluxos não nulos

Monticelli & Wu (1985)

- Determinação das ilhas observáveis:
 - ✓ Atualizar o conjunto de medidas removendo as medidas de injeção de potência de barras adjacentes a pelo menos um dos ramos não observáveis (medidas descartáveis para estimação de estado nas ilhas)
 - ✓ Remover da rede os ramos não observáveis (na análise)
 - ✓ Processo iterativo: termina quando não for identificado ramo não observável algum
- Restaurar a observabilidade:
 - ✓ Determinar um conjunto de nós, sem medida de injeção, adjacentes a pelo menos um ramo não observável (são os nós candidatos a receberem pseudo-medidas de injeção)
 - ✓ Introduzir uma por uma das pseudo-medidas selecionadas anteriormente e obter a nova matriz G_{fat}
 - ✓ Processo iterativo: termina quando a fatoração da matriz G resultar em apenas um pivô nulo

15

Monticelli & Wu (1985)

- Algoritmo para análise de observabilidade:
 - Passo 1:** Inicie o conjunto de medidas de interesse, com as medidas disponíveis;
 - Passo 2:** Atualize a rede de energia de interesse, removendo todos os ramos que não tenham medida de fluxo, nem mesmo medidas de injeção em uma das suas barras terminais (são ramos não observáveis);
 - Passo 3:** Forme a matriz G ; (Modelo Linear; $W = I$; $x_{km} = 1$)
 - Passo 4:** Obtenha a matriz G_{Δ} , através da fatoração triangular de G . Se durante o processo aparecer pivô nulo antes do último elemento da diagonal principal, introduza pseudo-medida de ângulo na barra referente aquele pivô nulo (para restaurar artificialmente a observabilidade) e continue o processo de fatoração, parando somente quando o pivô nulo for o último elemento; prossiga ao **Passo 5-a** (identificação de ilhas observáveis), ou ao **Passo 5-b** (restauração da observabilidade). Caso contrário, ou seja, se o pivô nulo for o último elemento da diagonal principal, o sistema é dito observável como um todo e encerra-se o processo.

Monticelli & Wu (1985)

a) Identificação de Ilhas Observáveis

Existindo mais de um pivô nulo associado à fatoração triangular de G , tem-se:

$$G.\hat{\theta} = H^T W.z$$

Passo 5-a: Resolva a equação do EEL (equação (3.29)) para $\underline{\theta}$, considerando todos os valores das medidas iguais a zero, exceto para as pseudo-medidas de ângulo, que assumem valores inteiros a partir de zero. A expressão abaixo ilustra a situação:

$$Z = \underbrace{[0, \dots, 0]}_{\text{medidas}} \mid \underbrace{[0, 1, \dots, (n_{pn}-1)]}_{\text{pseudos}}, \quad (4.5)$$

onde n_{pn} é o número de pivôs nulos obtidos através da fatoração triangular de G . Prossiga ao Passo 6-a;

17

Monticelli & Wu (1985)

Passo 6-a: Calcule o fluxo ($P_{km} = \theta_k - \theta_m$) em todos os ramos da rede atual (atualizada no Passo 2) a partir do vetor $\underline{\theta}$ estimado no passo anterior. Se todos os fluxos são nulos ($P_{km} = 0$), pare e forme as ilhas observáveis através das barras conectadas por ramos com fluxo zero, ou, de outra forma, pelas barras cujos ângulos estimados são iguais. Caso contrário, prossiga ao Passo 7-a;

Passo 7-a: Atualize o sistema elétrico em questão, removendo todos os ramos $k-m$, em que $P_{km} \neq 0$. Tais ramos são considerados não observáveis;

Passo 8-a: Atualize o conjunto de medidas, descartando as medidas de injeção adjacentes aos ramos não observáveis obtidos no Passo 7-a;

Passo 9-a: Retorne ao passo 2.

18

Monticelli & Wu (1985)

Observação 4.1:

O passo 2 não é válido para o algoritmo de restauração de observabilidade, já que a remoção de ramos não observáveis diminui a possibilidade desses ramos receberem pseudo medidas de fluxo, ou de as barras adjacentes a esses ramos de receberem pseudo-medidas de injeção.

19

Monticelli & Wu (1985)

b) Restauração da Observabilidade via Pseudo-Medidas

Existindo mais de um pivô nulo associado à triangulação de G , tem-se:

Passo 5-b: Resolva a equação do EEL (equação (3.29)) para $\underline{\theta}$, considerando todos os valores das medidas iguais a zero, exceto para as pseudo-medidas de ângulo, que assumem valores inteiros a partir de zero. Prossiga ao Passo 6-b;

Passo 6-b: Calcule o fluxo ($P_{km} = \theta_k - \theta_m$) em todos os ramos da rede atual (sem eliminar ramo algum) a partir do vetor $\underline{\theta}$ estimado no passo anterior. Determine o conjunto de barras adjacentes a ramos cujo fluxo é diferente de zero (ramos não observáveis) e que não apresentem medidas de injeção, tais barras são candidatas a receberem pseudo-medidas. Se não existirem barras candidatas, pare. Caso contrário, prossiga ao Passo 7-b;

20

Monticelli & Wu (1985)

Passo 7-b: Introduza, se disponível, uma pseudo-medida de injeção em uma das barras selecionadas no Passo 6-b. Atualize as matrizes e vetores do sistema;

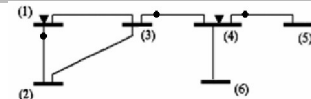
Passo 8-b: Retorne ao Passo 3.

Observação 4.2:

Pode-se utilizar pseudo-medidas de fluxo no algoritmo de restauração descrito acima. Assim, tais medidas poderiam ser inseridas nos ramos não observáveis (no Passo 6-b), ou seja, nos ramos cujo fluxo ($P_{lm} = \theta_l - \theta_m$) é diferente de zero.

21

Monticelli & Wu (1985)



Passo 1: Medidas de interesse: I:1; I:4; F:1-2; F: 3-4 e F:4-5;

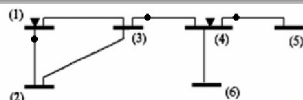
Passo 2: O ramo 2-3 é removido;

Passo 3: A matriz ganho G desse SEP é (para facilitar os cálculos são considerados unitários os elementos diagonais da matriz de ponderação, isto é, $W^{-1} = I$) ($x_{lm} = 1 pu$)

$$G = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 3 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 11 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

22

Monticelli & Wu (1985)



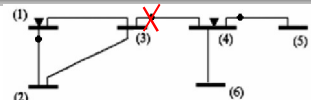
Passo 4: Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & -0.6 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.9999 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.6666 & -0.3333 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.9999 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como a matriz G_{Δ} apresenta apenas um pivô nulo, o sistema em questão é observável como um todo. Fim do processo.

23

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2

Passo 1: Medidas de interesse: I:1; I:4; F:1-2; e F:4-5;

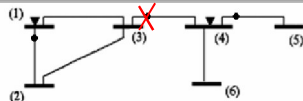
Passo 2: O ramo 2-3 é removido;

Passo 3: A matriz ganho G desse sistema é:

$$G = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 10 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

24

Monticelli & Wu (1985)



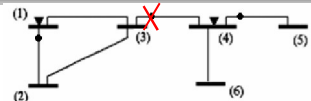
Caso 2

Passo 4: Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_A = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.3333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \hat{\theta}_5^* = 0 \\ \hat{\theta}_6^* = 1 \end{matrix}$$

25

Monticelli & Wu (1985)

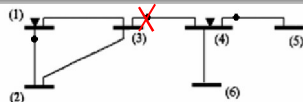


Caso 2

Como a matriz G_A apresentou mais que um pivô nulo, o sistema não é observável. Com isso, duas pseudo medidas de ângulo foram introduzidas, respectivamente, na barra 5 e na barra 6. Neste caso, deve-se: a) identificar as ilhas observáveis; ou b) restaurar a observabilidade via pseudo medidas:

26

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2

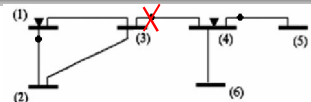
a) Identificação de Ilhas Observáveis

Passo 5-a: Para solução do EEL, todas as medidas foram consideradas como zero, exceto as pseudo-medidas de ângulo, as quais receberam os seguintes valores: $\theta_5 = 0$ e $\theta_6 = 1$. Resolvendo o EEL para $\hat{\theta}$, tem-se:

$$\hat{\theta}' = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

27

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2

Identificação de Ilhas Observáveis

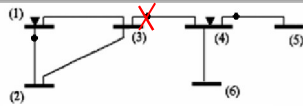
Passo 6-a: Calculando-se os fluxos (P_{lm}) nos ramos de interesse, obtém-se:

P_{1-2}	0
P_{1-3}	0
P_{3-4}	-1
P_{4-5}	0
P_{4-6}	-1

Como $P_{1-4} \neq 0$ e $P_{4-6} \neq 0$, deve-se prosseguir ao Passo 7-a;

28

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2 Identificação de Ilhas Observáveis

Passo 7-a: Os ramos 3-4 e 4-6 são removidos do sistema (são ramos não observáveis);

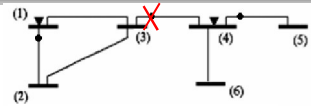
Passo 8-a: Como a medida de injeção 1:4 é adjacente aos ramos não observáveis, ela é descartada do plano de medidas;

Passo 9-a: Retorna ao Passo 2;

Passo 2': Os ramos 3-4 e 4-5 são eliminados (ramos não observáveis)

29

Monticelli & Wu (1985)



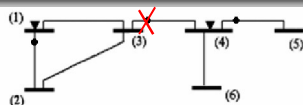
Caso 2 Identificação de Ilhas Observáveis

Passo 3': A nova matriz G torna-se:

$$G = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

30

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2 Identificação de Ilhas Observáveis

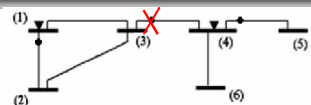
Passo 4': Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_A = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.3889 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \hat{\theta}_3^m &= 0 \\ \hat{\theta}_5^m &= 1 \\ \hat{\theta}_6^m &= 2 \end{aligned}$$

Como a matriz G_A apresentou três pivôs nulos, foram introduzidas pseudo medidas de ângulo nas barras 3, 5 e 6.

31

Monticelli & Wu (1985)



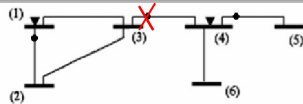
Caso 2 Identificação de Ilhas Observáveis

Passo 5'-a: Para solução do EEL, todas as medidas foram consideradas como zero, exceto as pseudo-medidas de ângulo, as quais receberam os seguintes valores: $\theta_3 = 0$, $\theta_5 = 1$ e $\theta_6 = 2$. Resolvendo o EEL para $\hat{\theta}$, tem-se:

$$\hat{\theta}^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

32

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2 Identificação de Ilhas Observáveis

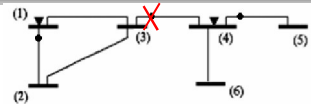
Passo 6'-a: Calculando-se os fluxos (P_{br}) nos ramos de interesse, obtém-se:

P_{1-2}	0
P_{1-3}	0
P_{4-5}	0

Como todos os fluxos nos ramos de interesse são iguais a zero, o processo iterativo é finalizado, e são formadas as ilhas através das barras cujos ângulos estimados são iguais.

33

Monticelli & Wu (1985)



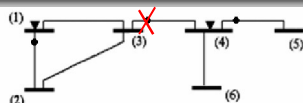
Caso 2 Identificação de Ilhas Observáveis

Barras que compõem as Ilhas do Sistema:

- Ilha (1): 1 - 2 - 3
- Ilha (2): 4 - 5
- Ilha (3): 6

34

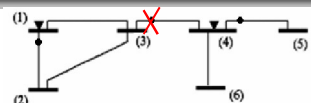
Monticelli & Wu (1985)



Caso 2

b) Restauração da Observabilidade via Pseudo-Medidas

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2

b) Restauração da Observabilidade via Pseudo-Medidas

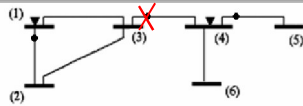
Considerando que estejam disponíveis as seguintes pseudo-medidas: I:3, I:6 e F:3-4.

Passo 5-b: Para solução do EEL, todas as medidas foram consideradas como zero, exceto as pseudo-medidas de ângulo, as quais receberam os seguintes valores: $\theta_3 = 0$ e $\theta_6 = 1$. Resolvendo o EEL para $\hat{\theta}$, tem-se:

$$\hat{\theta}^i = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

36

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2 Restauração da Observabilidade via Pseudo-Medidas

Passo 6-b: Calculando-se os fluxos (P_{lm}) nos ramos, obtém-se:

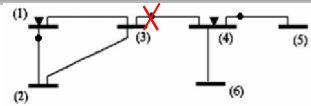
P_{1-2}	0
P_{1-3}	0
P_{2-3}	0
P_{3-4}	-1
P_{4-5}	0
P_{4-6}	-1

Ramos não observáveis: 3-4 e 4-6;

Barra candidatas a receberem pseudo-medidas de injeção: 3 e 6;

Ramos candidatos a receberem pseudo-medidas de fluxo: 3-4 e 4-6;

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2 Restauração da Observabilidade via Pseudo-Medidas

Passo 7-b: A medida de injeção I:3 é inserida no plano de medidas e a matriz H é atualizada;

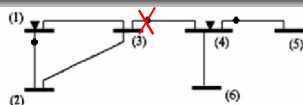
Passo 8-b: Retorna ao Passo 3;

Passo 3': A nova matriz G torna-se:

$$G = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -5 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & -2 & 11 & 6 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 6 & 11 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

38

Monticelli & Wu (1985)



Caso 2 Restauração da Observabilidade via Pseudo-Medidas

Passo 4': Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & -0.3333 & -0.8333 & 0.1666 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1.5714 & 0.5714 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2.8569 & 0.9333 & 0.9333 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.8947 & -0.1052 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como a matriz G_{Δ} apresenta apenas um pivô, o sistema em questão tornou-se observável através da inserção da medida I:3. Fim do processo.

Método Híbrido

- Bretas, N.G (1996) "Network Observability: Theory and algorithms based on triangular factorization and path graph concepts". IEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution, VOL. 143, Nº1, pp. 123- 128, January

Bretas (1996)

- Bretas (1996): baseado na fatoração triangular da matriz ganho e na teoria de caminhos de grafo (não requer a solução de sistemas de equações lineares)

Bretas (1996)

- Bretas (1996): baseado na fatoração triangular da matriz ganho e na teoria de caminhos de grafo (não requer a solução de sistemas de equações lineares)
- A idéia é usar os caminhos de fatoração, associados à fatoração triangular da matriz G , para identificar ilhas ou restaurar a observabilidade. Desta forma, tais tarefas podem ser realizadas sem a solução do sistema de equação dado por: $G\hat{\theta} = H^T W z$

Bretas (1996)

- Bretas (1996): baseado na fatoração triangular da matriz ganho e na teoria de caminhos de grafo (não requer a solução de sistemas de equações lineares)
- A idéia é usar os caminhos de fatoração, associados à fatoração triangular da matriz G , para identificar ilhas ou restaurar a observabilidade. Desta forma, tais tarefas podem ser realizadas sem a solução do sistema de equação dado por: $G\hat{\theta} = H^T W z$
- O conceito de caminhos de fatoração foi introduzido por Tinney na década de 80 (W.F. Tinney, & V. Brandwajn, S.M. Chan. "Sparse vector methods". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, N°2, p. 295-301, February, 1985)
- Para entender como essa metodologia possibilita a identificação de ilhas e a restauração da observabilidade, é necessário entender o significado de caminhos de fatoração. De uma forma bem simples, pode-se dizer que os caminhos de fatoração indicam as relações de dependência linear entre as linhas da matriz G

Bretas (1996)

- Caminhos de fatoração:

$$G_{zz} = \begin{bmatrix} (1) \rightarrow (-0.67) & -0.33 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \downarrow & & & & & \\ 0 & (1) \rightarrow (-1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \downarrow & & & & & \\ 0 & 0 & (1) \rightarrow (-2) & 0.5 & 0.5 & 0 \\ \downarrow & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & (1) \rightarrow (-0.67) & -0.33 & 0 \\ \downarrow & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1) \rightarrow (-1) & 0 \\ \downarrow & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (0) \end{bmatrix}$$

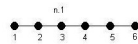
- Os elementos não nulos $[i, i]$ e $[i, j]$ indicam a existência de conexão, via medidas, entre as barras (ângulos de fase de tensão) correspondentes às suas colunas, isto é, conexão entre as barras "i" e "j" (primeiro elemento não nulo – uma informação por medida)
- Verificam-se as seguintes conexões:
 - Linha 1: elementos $[1, 1]$ e $[1, 2]$ – barra 1 conectada com a barra 2
 - Linha 2: elementos $[2, 2]$ e $[2, 3]$ – barra 2 conectada com a barra 3
 - Linha 3: elementos $[3, 3]$ e $[3, 4]$ – barra 3 conectada com a barra 4
 - Linha 4: elementos $[4, 4]$ e $[4, 5]$ – barra 4 conectada com a barra 5
 - Linha 5: elementos $[5, 5]$ e $[5, 6]$ – barra 5 conectada com a barra 6

Bretas (1996)

➤ Caminhos de fatoração:

$$U_{fa} = \begin{bmatrix} (1) \rightarrow (-0.67) & -0.33 & 0 & 0 & 0 \\ \downarrow & & & & \\ 0 & (1) \rightarrow (-1) & 0 & 0 & 0 \\ \downarrow & & & & \\ 0 & 0 & (1) \rightarrow (-2) & 0.5 & 0.5 \\ \downarrow & & & & \\ 0 & 0 & 0 & (1) \rightarrow (-0.67) & -0.33 \\ \downarrow & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1) \rightarrow (-1) \\ \downarrow & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (0) \end{bmatrix}$$

- O caminho de fatoração associado com a matriz é mostrado, graficamente, através da seguinte árvore de grafo – que passará a ser chamada de árvore de caminho de fatoração:



45

Bretas (1996)

■ Fundamentação Teórica:

Propriedade 1: Se o sistema é observável a fatoração da matriz G , quando não se define nenhum ângulo de fase como referência, resulta em apenas um caminho de fatoração. A matriz resultante dessa fatoração apresenta a seguinte forma:

$$G_{fat} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Sendo “n” o número de barras do sistema (a área escura corresponde aos possíveis elementos não nulos)

46

Bretas (1996)

■ Fundamentação Teórica:

Propriedade 2: Se durante a fatoração da matriz G um pivô zero (PZ) aparecer na diagonal “i”, sendo “i < n”, o sistema é não observável como um todo, e os outros elementos da linha e coluna “i” são nulos. Isto significa que os nós restantes, correspondentes às colunas de “i+1” até “n”, farão parte de outros caminhos de fatoração que não possuirão conexão com o caminho de fatoração anterior. A matriz resultante dessa fatoração terá a seguinte forma (neste caso existirão diversas árvores de caminhos de fatoração desconexas umas das outras):

$$G_{fat} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{bmatrix}$$

47

Bretas (1996)

■ Fundamentação Teórica:

■ Identificação de Ilhas:

Propriedade 3: Identificação das ilhas observáveis: se na fatoração triangular da matriz G aparecer mais de um caminho de fatoração, e:

- Se no conjunto de medidas disponíveis não existe medida alguma relacionando nós (variáveis de estado) de diferentes caminhos de fatoração, o sistema como um todo é não observável, e cada subrede associada a cada caminho de fatoração isolada constitui uma ilha observável da rede;
- Se no conjunto de medidas disponível existir medidas de injeção relacionando nós de diferentes caminhos de fatoração, o sistema como um todo é não observável, e não é possível assegurar que as subredes associadas com cada caminho de fatoração isolada constituem ilhas observáveis. Para encontrar as ilhas observáveis, aquelas medidas devem ser identificadas e descartadas para a obtenção da nova matriz. Em seguida, essa matriz deve ser fatorada.

48

Bretas (1996)

■ Fundamentação Teórica:

■ Identificação de Ilhas:

Propriedade 3: Identificação das ilhas observáveis:

- O processo de descarte de medidas e de fatoração termina quando não existir medida de injeção alguma relacionando nós de diferentes árvores de caminhos de fatoração. Cada subrede associada a uma árvore de caminho da fatoração isolada constituirá uma ilha observável

49

Bretas (1996)

■ Algoritmo para análise de observabilidade:

PASSO 1: com o conjunto de medidas disponível montar a matriz ganho G (Modelo Linear; $W = I$; $x_{km} = 1$)

PASSO 2: realizar a fatoração triangular da matriz G

PASSO 3: encontrar os caminhos de fatoração associados com a fatoração triangular da matriz G . Se apenas um caminho de fatoração for encontrado, a rede é observável como um todo, pare. Caso contrário, a rede como um todo é não observável

50

Bretas (1996)

■ Algoritmo para Identificação de Ilhas Observáveis:

PASSO 1: Na medida em que se obtém mais de uma árvore de caminho de fatoração associado à fatoração triangular da matriz ganho, e :

1.a. Não existam medidas de injeção de potência relacionando nós de diferentes caminhos de fatoração, então as sub-redes associadas com cada caminho de fatoração já constituem ilhas observáveis, pare

1.b. Existam medidas de injeção de potência relacionando nós de diferentes caminhos de fatoração, então nada poderá ser dito a respeito da observabilidade das redes associadas com estas árvores. Vá para o passo 2

PASSO 2: Identificar essas medidas e removê-las do conjunto de medidas original. Estas são medidas irrelevantes em termos de estimação de estado das ilhas observáveis

PASSO 3: Atualizar a matriz ganho e refazer a fatoração triangular.

PASSO 4: Identificar os caminhos de fatoração e retornar ao passo 1

51

Bretas (1996)

■ Algoritmo para Identificação de Ilhas Observáveis:

➤ O algoritmo pode se tornar um processo iterativo no caso de acontecer a situação “b” do passo 1. A razão disto é que quando medidas irrelevantes são identificadas e descartadas, outras medidas irrelevantes podem aparecer

➤ Observe que este método não exige a solução de sistemas de equações para identificar ilhas, nem mesmo para restaurar a observabilidade

52

Bretas (1996)

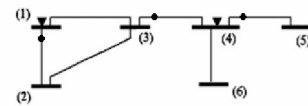
■ Algoritmo para Restauração de Observabilidade

➤ Para tornar o sistema observável como um todo, basta adicionar medidas de fluxo ou injeção, que relacionem nós de todos os caminhos de fatoração, ligando-os entre si (um de cada vez)

❖ Desta forma, os caminhos de fatoração interligados se transformam em um único caminho de fatoração (árvore de caminhos de fatoração), tornando o sistema observável como um todo

53

Bretas (1996) - Exemplo



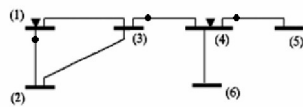
Passo 1: Com a utilização das medidas I:1; I:4; F:1-2; F: 3-4 e F:4-5, a matriz H é processada;

Passo 2: A matriz ganho G desse SEP é:

$$G = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 3 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 11 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

54

Bretas (1996) - Exemplo



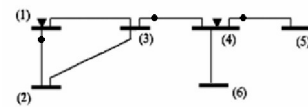
Onde:
 ◀ - Medida de Injeção
 • - Medida de Fluxo

Passo 3: Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_A = \begin{bmatrix} 1 & \rightarrow 0.6 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \rightarrow -0.9999 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \rightarrow -2 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \rightarrow -0.9999 & -0.3333 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \rightarrow -0.9999 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

55

Bretas (1996) - Exemplo



Passo 3: Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_A = \begin{bmatrix} 1 & \rightarrow 0.6 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \rightarrow -0.9999 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \rightarrow -2 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \rightarrow -0.9999 & -0.3333 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \rightarrow -0.9999 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

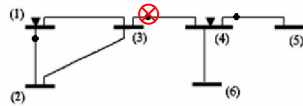
Passo 4: Caminhos de fatoração:

Caminho [1]: 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6

Como se obteve apenas uma árvore de caminhos de fatoração, o sistema em análise é observável como um todo. Fim do processo.

56

Bretas (1996) - Exemplo



Onde:
 ◀ - Medida de Injeção
 • - Medida de Fluxo

Caso 2

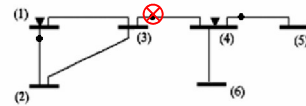
Considerando novamente o sistema ilustrado na figura 4.7, mas agora sem a medida F: 3-4 do plano de medida.

Passo 1: Com a utilização das medidas I:1; I:4; F:1-2; e F:4-5, a matriz H é processada;

Passo 2: A matriz ganho G desse sistema é:

57

Bretas (1996) - Exemplo



Onde:
 ◀ - Medida de Injeção
 • - Medida de Fluxo

Passo 2: A matriz ganho G desse sistema é:

$$G = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 10 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

58

Bretas (1996) - Exemplo

Passo 3: Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_A = \begin{bmatrix} 1 & -0.6 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.5555 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Passo 4: Caminhos de fatoração:

Caminho [1]: 1 - 2 - 3 - 4 - 5

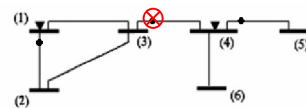
Caminho [2]: 6

Como se obteve mais de um caminho de fatoração, o sistema em análise não é observável como um todo.

Passo 5: Como o sistema não é observável, têm-se duas possibilidades: a) Identificação de ilhas observáveis; b) Restauração da observabilidade via pseudo-medidas.

59

Bretas (1996) - Exemplo



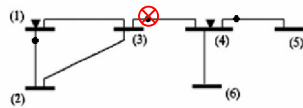
Onde:
 ◀ - Medida de Injeção
 • - Medida de Fluxo

a) Identificação de Ilhas Observáveis

Passo 6-a: Como a medida de injeção I:4 relaciona nós de caminhos de fatoração distintos (os nós 3, 4 e 5 pertencem ao caminho [1], e o nó 6 pertence ao caminho [2]), nada se pode afirmar sobre a observabilidade das árvores de caminhos de fatoração:

60

Bretas (1996) - Exemplo



Onde:
 ◀ - Medida de Injeção
 • - Medida de Fluxo

a) Identificação de Ilhas Observáveis

Passo 7-a: A medida 1:4 é descartada do plano de medidas;

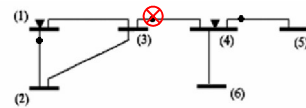
Passo 8-a: A matriz H é atualizada;

Passo 9-a: Retorna ao passo 2;

Passo 2': A matriz ganho G desse sistema é:

61

Bretas (1996) - Exemplo



Onde:
 ◀ - Medida de Injeção
 • - Medida de Fluxo

Passo 2': A matriz ganho G desse sistema é:

$$G = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

62

Bretas (1996) - Exemplo

Passo 3': Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & -0.6 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.3333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Passo 4': Caminhos de fatoração:

Caminho [1]: 1 - 2 - 3

Caminho [2]: 4 - 5

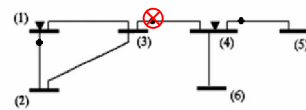
Caminho [3]: 6

Passo 5': Prosseguir ao passo 6'-a;

Passo 6'-a: Como não existe medida de injeção conectando nós de caminhos de grafo distintos, os caminhos de fatoração constituem as ilhas do sistema:

63

Bretas (1996) - Exemplo



Onde:
 ◀ - Medida de Injeção
 • - Medida de Fluxo

Barras que compõem as Ilhas do Sistema:

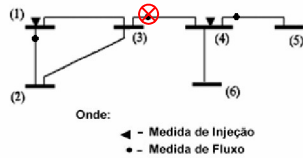
- Ilha (1): 1 - 2 - 3

- Ilha (2): 4 - 5

- Ilha (3): 6

64

Bretas (1996) - Exemplo



b) Restauração da Observabilidade via Pseudo Medidas

- A partir das árvores de caminhos de fatoração associados à Matriz G_{fat} (Passos 3 e 4)

65

Bretas (1996) - Exemplo

b) Restauração da Observabilidade via Pseudo Medidas

Passo 3: Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_A = \begin{bmatrix} 1 & -0.6 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.9999 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Passo 4: Caminhos de fatoração:

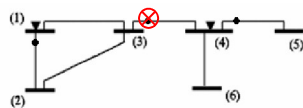
Caminho [1]: 1 - 2 - 3 - 4 - 5

Caminho [2]: 6

Como se obteve mais que um caminho de grafo associado a matriz G_A , o sistema não é observável.

66

Bretas (1996) - Exemplo



b) Restauração da Observabilidade via Pseudo Medidas

Considerando que estejam disponíveis as seguintes pseudo-medidas: I:3, I:6 e F:3-4.

Passo 6-b: Deve-se inserir ou medida de injeção na barra 6, ou medida de fluxo no ramo 4-6.

Como a pseudo medida de injeção I:6 é disponível, ela é inserida no plano de medidas.

Passo 7-b: Retorna ao passo2;

Passo 2': A matriz ganho G desse sistema é:

67

Bretas (1996) - Exemplo

$$G = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 11 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Passo 3': Através da fatoração da matriz G , tem-se:

$$G_A = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.9999 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Passo 4': Caminhos de fatoração:

Caminho [1]: 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6

Como se obteve apenas uma árvore de caminhos de fatoração, o sistema em análise tornou-se observável com a inclusão da medida I:6. Fim do processo.

68

Método Numérico - análise e restauração da observabilidade (Algébrico)

- London, Alberto & Bretas (2007), "Analysis of measurement set qualitative characteristics for state estimation purposes". IET Generation, Transmission & Distribution, Vol.1, pp. 39-45, January

London, Alberto & Bretas (2007)

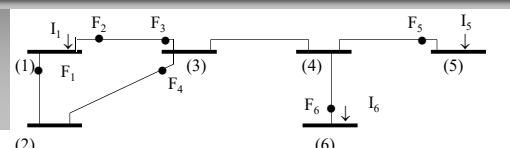
- London, Alberto & Bretas (2007): baseado na fatoração triangular da matriz jacobiana (não requer a solução de sistemas de equações lineares)
- Possibilita:
 - Análise e Restauração de Observabilidade
 - Análise de observabilidade e identificação de ilhas observáveis (através do conceito de caminhos de fatoração)
- Se o sistema é observável como um todo, existe apenas uma referência angular, e a fatoração triangular da matriz H resulta em apenas um pivô nulo, na posição (n,n), quando não se define ângulo de fase algum como referência (sendo "n" o número de barras do sistema)
- Sistema não observável – pivô nulo na posição (i,i) sendo $i < n$
 - Não existe medida disponível dando informação da variável de estado equivalente correspondente à linha "i"
 - Busca por pseudo-medida que dê aquela informação

London, Alberto & Bretas (2007)

- London, Alberto & Bretas (2007):
- Processo de Busca: essa busca realiza-se da seguinte forma:
 - Cria-se uma nova coluna na matriz H^1 , que está sendo fatorada, onde será armazenada uma pseudo-medida candidata qualquer;
 - Aplica-se a essa coluna os fatores triangulares, determinados até aquele instante da fatoração;
 - Caso apareça um elemento não nulo na citada coluna, na linha correspondente ao Pivô Nulo (PN), então a correspondente pseudo-medida candidata é selecionada para ser adicionada ao conjunto de medidas, por ser necessária à restauração da observabilidade do sistema.
- O processo de busca por pseudo-medidas continuará, até que, na fatoração de H^1 apareça apenas um PN na posição (n,n)

71

London, Alberto & Bretas (2007)



- Montar e fatorar a matriz H^1 (Modelo Linear; $x_{km} = 1$)

$$H^1 = \begin{bmatrix} F1 & F2 & F3 & F4 & F5 & F6 & I1 & I5 & I6 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H^1 = \begin{bmatrix} F1 & F2 & F3 & F4 & F5 & F6 & I1 & I5 & I6 \\ 1 & (1) & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & (1) & (1) & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & (1) & 0^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Pivô nulo: $H^1(3,3) = 0$, Sistema não observável \rightarrow Pseudo-medidas

London, Alberto & Bretas (2007)

- Considerando que a medida P3 (injeção na barra 3), seja a primeira pseudo-medida disponível. Testando P3 (nova coluna para armazenar essa medida)

$$H' = \begin{bmatrix} F1 & F2 & F3 & F4 & F5 & F6 & I1 & I5 & I6 & P3 \\ (1) & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ (1) & (1) & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & (1) & 0^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Aplico os fatores triangulares

$$H' = \begin{bmatrix} F1 & F2 & F3 & F4 & F5 & F6 & I1 & I5 & I6 & P3 \\ (1) & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ (1) & (1) & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & (1) & 0^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- $H(10,3) \neq 0$, P3 dá informação do estado equivalente 3, logo é necessária para restaurar a observabilidade

London, Alberto & Bretas (2007)

- Troca-se a posição das colunas e continua o processo de fatoração

$$H' = \begin{bmatrix} F1 & F2 & P3 & F5 & F6 & F4 & I1 & I5 & I6 & F3 \\ (1) & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ (1) & (1) & -2 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & (1) & (1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1) & (-1) & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1) & (-1) & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1) & *0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- $H'(6,6) = 0 \rightarrow$ Sistema se tornou observável através da pseudo-medida P3 (injeção de potência na barra 3)

74

Benedito, London & Bretas (2009)

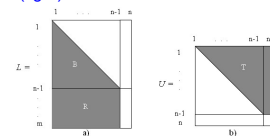
- Fatoração triangular da matriz Jacobiana e no conceito de caminhos de fatoração - análise de observabilidade e identificação de ilhas observáveis

Benedito, London & Bretas (2009), "A Unified Algorithm for Observability and Redundancy Analysis". *Proceedings of the 2009 IEEE Bucharest Power Tech Conference, June 28th – July 2nd, Bucharest, Romania.*

75

Benedito, London & Bretas (2009)

- Demonstrou-se que, se um sistema elétrico com m medidas e n barras ($m > n-1$) for P_0 observável, apenas um pivô nulo aparecerá ao final da decomposição LU (fatoração triangular) da matriz H e todos os elementos da última coluna da matriz L serão nulos, quando ângulo de fase algum for adotado como referência. A seguir, acham-se as estruturas das matrizes L (fig.a) e U (fig.b):



- Decomposição LU associada a um sistema observável. a) Matriz trapezoidal inferior L; b) Matriz dos fatores triangulares superiores U
- As áreas em branco dessas figuras correspondem a elementos nulos; e as áreas sombreadas a possíveis elementos não nulos

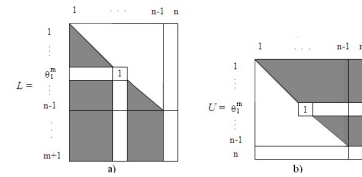
Benedito, London & Bretas (2009)

- Por outro lado, para um sistema não observável, aparecerá um pivô nulo antes da diagonal (n, n), durante a fatoração triangular da matriz H
- Diante disto, têm-se duas alternativas:
 - Restauração da observabilidade, através de pseudo-medidas (conforme apresentado anteriormente [London, Alberto & Bretas (2007)]);
 - Identificação de ilhas observáveis

77

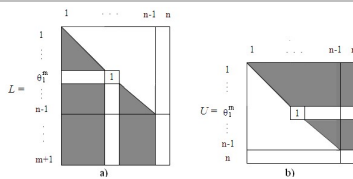
Benedito, London & Bretas (2009)

- No caso em que um sistema não é observável como um todo, aparecerá um pivô nulo durante o processo de decomposição LU de H, tornando impossível essa decomposição. Por outro lado, se uma pseudo-medida de ângulo, contendo valor unitário na posição daquele pivô nulo, for inserida em H, a decomposição LU torna-se possível



78

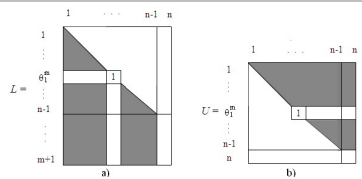
Benedito, London & Bretas (2009)



- Analisando-se a estrutura da matriz de fatores U, verifica-se que a linha correspondente à pseudo-medida de ângulo é composta por zeros (exceto a diagonal). Consequentemente, a árvore de caminho de fatoração que engloba a coluna dessa pseudo-medida de ângulo não terá conexão com outro nó através dessa linha, implicando em mais de uma árvore de caminho de fatoração

79

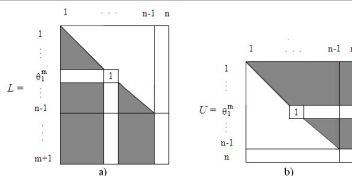
Benedito, London & Bretas (2009)



- Além disso, o nó correspondente à pseudo-medida de ângulo fará parte da árvore de caminho de fatoração determinada até aquele instante, ou então será um nó isolado
- Dessa forma, existirão tantas árvores de caminhos de fatoração, quantos forem os pivôs nulos encontrados

80

Benedito, London & Bretas (2009)



- A partir desses conceitos, constatou-se que os teoremas demonstrados em Bretas (1996), aplicados à fatoração triangular da matriz Ganho, podem ser aplicados à matriz triangular superior U , resultante da decomposição LU da matriz Jacobiana

81

Benedito, London & Bretas (2009)

- Para encontrar as ilhas observáveis, através dos caminhos de fatoraçoão associados à matriz H , duas situações devem ser levadas em conta:
 - i) Não existindo medidas de injeção, relacionando nós de árvores de caminhos de fatoraçoão distintas, o sistema não é observável como um todo e cada uma das árvores de caminhos de fatoraçoão constitui uma ilha observável da rede, ou uma sub-rede observável
 - ii) Existindo medidas de injeção, relacionando nós de árvores de caminhos de fatoraçoão diferentes, além de o sistema não ser observável como um todo, nada se nos permite afirmar sobre a observabilidade das sub-redes associadas às árvores de caminhos de fatoraçoão obtidas. Assim, para tornar essas sub-redes ilhas observáveis, importa identificar e eliminar as medidas de injeção que conectam essas árvores de caminhos de fatoraçoão e depois refatorar a nova matriz H . Caso não existam mais medidas com essa característica, as árvores de caminhos de fatoraçoão, relacionadas com a nova matriz H refatorada, serão as ilhas observáveis da rede

Benedito, London & Bretas (2009)

- Essas medidas de injeção, que relacionam variáveis de árvores de caminhos de fatoraçoão distintas, são irrelevantes ao processo de estimação de estado das ilhas observáveis e os ramos não observáveis serão aqueles que interligam caminhos de grafos distintos

83

Benedito, London & Bretas (2009)

- Os passos principais do algoritmo são os seguintes:

Passo 1: Com o conjunto disponível de medidas, montar a correspondente matriz H . Sabendo-se que a observabilidade de uma rede elétrica depende somente do tipo e da localização das medidas disponíveis, não do valor dos parâmetros da rede, para tornar mínima a probabilidade de ocorrência de erros de arredondamento, a matriz H é construída, atribuindo-se às reatâncias de linha o valor 1 (mas a utilização do valor real dessas reatâncias de linha não inviabiliza o emprego do algoritmo proposto)

Passo 2: Efetuar a fatoraçoão triangular de H (decomposição LU), até $HF(d,d) = 0$. Se " $d = n$ ", o sistema é observável; pare. Caso contrário, introduza pseudo-medida de ângulo na linha " d " e continue o processo de fatoraçoão, até a diagonal " $d = n$ ", introduzindo pseudo-medidas de ângulo toda vez que um pivô nulo for encontrado; prosseguir ao próximo passo

84

Benedito, London & Bretas (2009)

- Os passos principais do algoritmo são os seguintes:

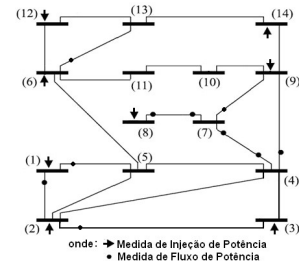
Passo 3: Encontrar os caminhos de fatoração, através dos elementos da matriz de fatores U . Após isto, verificar se existem medidas de injeção relacionando nós (variáveis de estado) de caminhos de fatoração distintas. Se não existirem, as sub-redes associadas a cada um desses caminhos constituirão as ilhas observáveis; pare. Caso contrário, prosseguir ao próximo passo

Passo 4: Descartar as medidas irrelevantes e atualizar a matriz H ; voltar ao passo 2 (lembrando-se de que o sistema não é observável)

Este algoritmo pode tornar-se iterativo, caso ocorra a situação descrita no Passo 4. Isto porque, quando as medidas irrelevantes são identificadas e descartadas, outras medidas irrelevantes podem aparecer. Vale ainda salientar que a aplicação de técnicas de esparsidade torna muito rápido o desempenho do algoritmo, bem como o uso de refatoração parcial

Benedito, London & Bretas (2009)

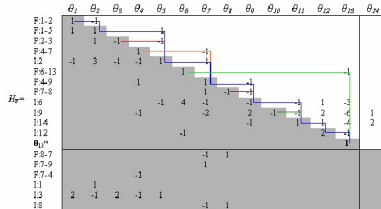
- Exemplo:



86

Benedito, London & Bretas (2009)

- Passo 2:** Através da decomposição LU da matriz H (com possíveis permutações e/ou inserção de pseudo-medidas de ângulo), obtém-se a seguinte matriz fatorada:

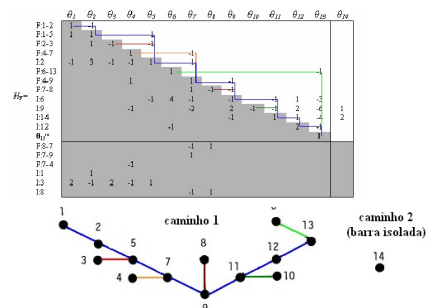


- ✓ A área em branco refere-se aos fatores triangulares de U e a área escura corresponde à matriz trapezoidal inferior L .
- ✓ Como foi necessário a inserção de uma pseudo-medida de ângulo, devido a um pivô nulo (linha 13), o sistema não é observável. Segue-se ao passo 3.

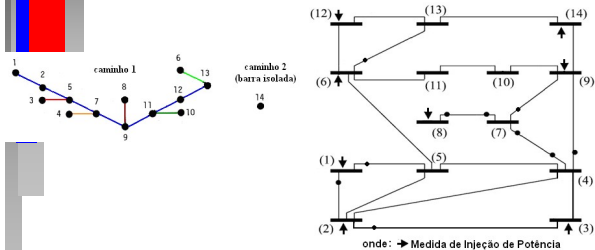
87

Benedito, London & Bretas (2009)

- Passo 3:** Encontrar os caminhos de fatoração, através dos elementos da matriz de fatores U (ângulo):



Benedito, London & Bretas (2009)

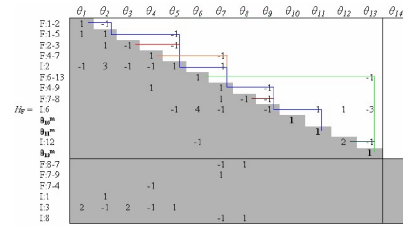


Passo 4: Como as medidas I:9 e I:14 relacionam variáveis contidas nas árvores de caminho de fatoração 1 e 2, as mesmas são descartadas. Em seguida, a matriz H é atualizada

89

Benedito, London & Bretas (2009)

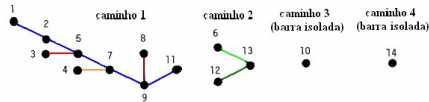
Passo 2': Através da decomposição LU da matriz H atualizada (com possíveis permutações e/ou inserção de pseudo-medidas de ângulo), obtém-se a nova matriz fatorada:



90

Benedito, London & Bretas (2009)

Passo 3': Através dos fatores triangulares obtidos no passo anterior, temos as seguintes árvores de caminhos de fatoração:

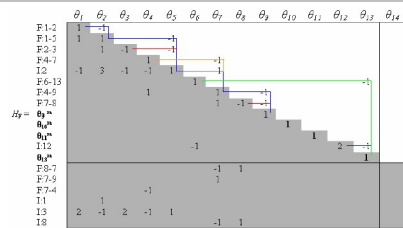


Passo 4': Como a medida I:6 relaciona variáveis contidas nas árvores de caminhos de fatoração 1 e 2, a mesma é descartada. Em seguida, a matriz H é atualizada

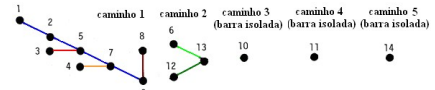
Passo 2'': Através da decomposição LU da matriz H atualizada, obtém-se a nova matriz fatorada:

91

Benedito, London & Bretas (2009)



Passo 3'': As árvores de caminhos associados a esta nova fatoração são:



Benedito, London & Bretas (2009)

- Não existe medida de injeção relacionando variáveis de árvores de caminhos de fatoração distintos, logo as ilhas observáveis serão os próprios caminhos de fatoração:

Ilha 1: {1-2-3-4-5-7-8-9}

Ilha 2: {6-12-13}

Ilha 3: {10};

Ilha 4: {11}

Ilha 5: {14}

93

SEL – 5717 Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência

Prof. João Bosco A. London Junior

Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação - EESC - USP

E-mail: jbalj@sc.usp.br

94