

### ΤΗΛ312 -4η Εργαστηριακή Άσκηση: Τεχνικές Αποκατάστασης Εικόνας

Νίκου Γεώργιος-Νεκτάριος AM:2016030125  
LAB31245385

Αρχικά πρέπει να δημιουργηθεί η εικόνα που ζητείται από την εκφώνηση. Επέλεξα την εικόνα 'lenna.bmp' και έγινε επίδραση της στα κατάλληλα φίλτρα. Συγκεκριμένα για το blurring αξιοποίησα την συνάρτηση imfilter με ένα φίλτρο 'average' 5x5. Ύστερα εισήγα λευκό Gaussian θόρυβο μέσω της imnoise σε δύο αντίγραφα της blurred εικόνας με μέση τιμή 0 και διασπορά 0.2 και 0.01 αντίστοιχα. Παρακάτω παρουσιάζονται οι τέσσερις εκδοχές της εικόνας:

**Original image**



**Blurred image**



**Blurred with gauss noise(mean=0,var=0.2)**



**Blurred with gauss noise(mean=0,var=0.01)**



#### **1) Wiener Filter (Least Mean Square Filter)**

Η αποκατάσταση εικόνων με φίλτρα Wiener είναι μια διαδικασία που εκμεταλλεύεται τις στατιστικές ιδιότητες της εικόνας και του θορύβου. Το φίλτρο Wiener ελαχιστοποιεί την μέση τιμή μεταξύ αρχικής εικόνας και της εκτίμησης της. Ο μετασχηματισμός Fourier της εικόνας που πετυχαίνει το παραπάνω είναι:

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma[S_n(u, v) / S_f(u, v)]} \right] G(u, v)$$

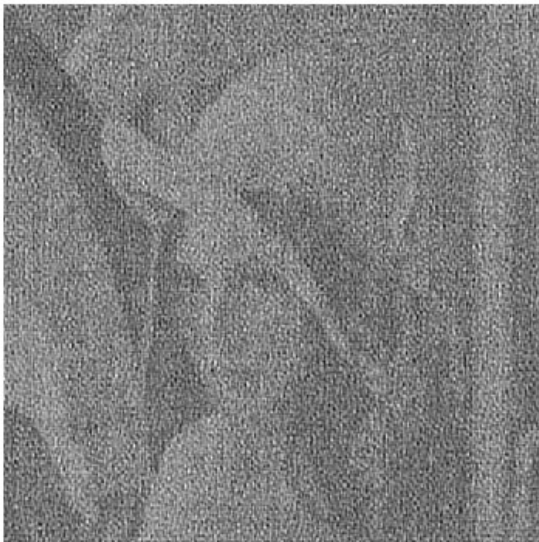
όπου  $S_n$ ,  $S_f$  τα power spectra της εικόνας και του θορύβου αντίστοιχα. Αν θέσουμε  $\gamma=1$  έχουμε την περίπτωση του φίλτρου Wiener.

Για την κατασκευή του φίλτρου αρχικά υπολόγισα τα power spectra  $S_n = |F(u,v)|^2$ , το οποίο ισοδυναμεί με την διασπορά του θορύβου, και  $S_f = |N(u,v)|^2$ , το οποίο ισοδυναμεί με το μέτρο του Fourier Transform της αρχικής εικόνας.

Έπειτα υπολογίστηκε το  $G(u,v)$  ίσο με τον Fourier Transform της blurred και noised εκδοχής της εικόνας όπως επίσης ο κανονικός και αναστροφosuζυγής Fourier της blurred εκδοχής για τα  $H(u,v)$  και  $H^*(u,v)$  αντίστοιχα. Τέλος το  $\gamma$  ορίστηκε ίσο με  $1 \cdot 10000000$  για την καλύτερη αποτύπωση της εικόνας και εφαρμόστηκε ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier που απεικονίζεται παραπάνω.

Παρακάτω απεικονίζεται το αποτέλεσμα που προκύπτει με την εφαρμογή του φίλτρου Wiener:

**Wiener filter correction (mean=0,var=0.2)**



**Wiener filter correction (mean=0,var=0.01)**



Παρατηρώντας το αποτέλεσμα βγαίνει το συμπέρασμα ότι ο θόρυβος έχει αφαιρεθεί κατά ένα καλό ποσοστό και στις δύο περιπτώσεις, ειδικά στην δεύτερη εικόνα. Ωστόσο και οι δύο εικόνες είναι αρκετά κοκκώδεις και απέχουν αρκετά από την πρωτότυπη.

## 2) Constrained Least Squares Restoration

Η συγκεκριμένη μέθοδος, για να εφαρμοστεί, απαιτεί γνώση μόνο της μέσης τιμής και της διασποράς του θορύβου. Χωρίς πληροφορίες για τα φάσματα ισχύος, το φίλτρο Wiener δεν είναι βέλτιστο. Ουσιαστικά βασίζεται στην επιλογή ενός πίνακα  $Q$ , βάσει του οποίου ελαχιστοποιούμε συναρτήσεις της μορφής  $\|Qf\|^2$ .

Ο μετασχηματισμός Fourier που προκύπτει από τη μέθοδο αυτή είναι:

$$\hat{F}(u,v) = \left[ \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + \gamma |P(u,v)|^2} \right] G(u,v)$$

όπου  $P(u,v)$  ο μετασχηματισμός Fourier της μήτρας: 
$$P(x,y) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

αν αυτή επεκταθεί σε διαστάσεις  $M \times N$  που προκύπτουν από την αρχική εικόνα.

Για την δημιουργία αυτού του φίλτρου, αρχικά, θέτω  $M=A+2$ ,  $N=B+2$  όπου  $A,B$  οι διαστάσεις της αρχικής εικόνας. Η επέκταση της μήτρας  $P$  επιτυγχάνεται με την δημιουργία ενός νέου πίνακα διαστάσεων  $M \times N$ , ο οποίος είναι γεμάτος με μηδενικά. Εισάγω σε αυτόν την μήτρα  $P$  και παίρνω τον Fourier Transform του.

Όπως και στο προηγούμενο ερώτημα υπολογίζονται αντίστοιχα οι μετασχηματισμοί Fourier των μεταβλητών  $H(u,v)$ ,  $H^*(u,v)$  και  $G(u,v)$  αλλά πλέον με διαστάσεις  $M \times N$  όπως και πριν στην μήτρα.

Για την βέλτιστη χρήση του παραπάνω τύπου θα πρέπει να επιλεγεί το κατάλληλο  $\gamma$  ώστε να ικανοποιείται το κριτήριο  $\|g - Hf\|^2 = \|n\|^2$ . Ορίζοντας το  $r = g - Hf$  τότε θα πρέπει:  $\|r\|^2 = \|n\|^2$ . Αυτό επιτυγχάνεται προσεγγιστικά μέσω μιας επαναληπτικής διαδικασίας πέντε βημάτων. Για το πρώτο βήμα ορίζω τυχαία το  $\gamma=50$  και εκτιμάται το  $\|n\|^2$  μέσω της σχέσης:

$$\|n\|^2 = (M-1)(N-1)[\sigma_\eta^2 + \bar{\eta}_e^2]$$

όπου  $\sigma$  και  $\eta$ , η διασπορά και το τετράγωνο της μέσης τιμής του θορύβου. Επιπλέον ορίζω το  $\alpha$  που θα αξιοποιηθεί αργότερα με ακρίβεια 5% σε σύγκριση με την τιμή του  $\|n\|^2$ .

Έπειτα δημιουργώ ένα βρόχο 100 επαναλήψεων για τα βήματα 2 έως 5, για τον υπολογισμό του  $\gamma$ . Για το δεύτερο βήμα υπολογίζεται ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier που προκύπτει από την τρέχουσα μέθοδο. Στο επόμενο βήμα ορίζεται το  $r$  και υπολογίζεται το  $\phi(\gamma) = \|r\|^2$ .

Στο τέταρτο βήμα μέσω των εντολών if αυξάνεται το  $\gamma$  κατά 0.1, αν  $\phi(\gamma) < \|n\|^2 - \alpha$  ή μειώνεται κατά 0.1, αν  $\phi(\gamma) > \|n\|^2 + \alpha$ . Τέλος ο βρόχος τερματίζεται αν  $\|n\|^2 - \alpha < \phi(\gamma) < \|n\|^2 + \alpha$ , αλλιώς το πρόγραμμα επιστρέφει στο βήμα 2.

Παρακάτω απεικονίζεται το αποτέλεσμα που προκύπτει με την εφαρμογή του φίλτρου CLSR:

**CLSR filter (mean=0,var=0.2)**



**CLSR filter (mean=0,var=0.01)**



Παρατηρώ πως ο θόρυβος έχει εξαλειφθεί αρκετά ικανοποιητικά από τις δύο εικόνες και οπτικά φαίνεται να έχει καλύτερο αποτέλεσμα από την μέθοδο Wiener.

Συγκρίνοντας τις μέσες τιμές των τετραγωνικών σφαλμάτων έχουμε:

#### **Wiener**

mse\_1 = 0.1995

mse\_2 = 0.2013

#### **CLSR**

mse\_3 = 0.0535

mse\_4 = 0.0411

Όπως προκύπτει και από τις τιμές του μέσου τετραγωνικού σφάλματος η μέθοδος CLSR αποδεικνύεται αποτελεσματικότερη σε σύγκριση με την μέθοδο Wiener. Για χαμηλό θόρυβο τα δύο

φίλτρα έχουν παρόμοια αποτελέσματα, αλλά για εικόνες με υψηλό θόρυβο το CLSR αποδίδει καλύτερα με κατάλληλη επιλογή της τιμής του  $\gamma$ .