

ΤΗΛ301: ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ

3η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Λαζαρίδης Κωνσταντίνος 2016030102

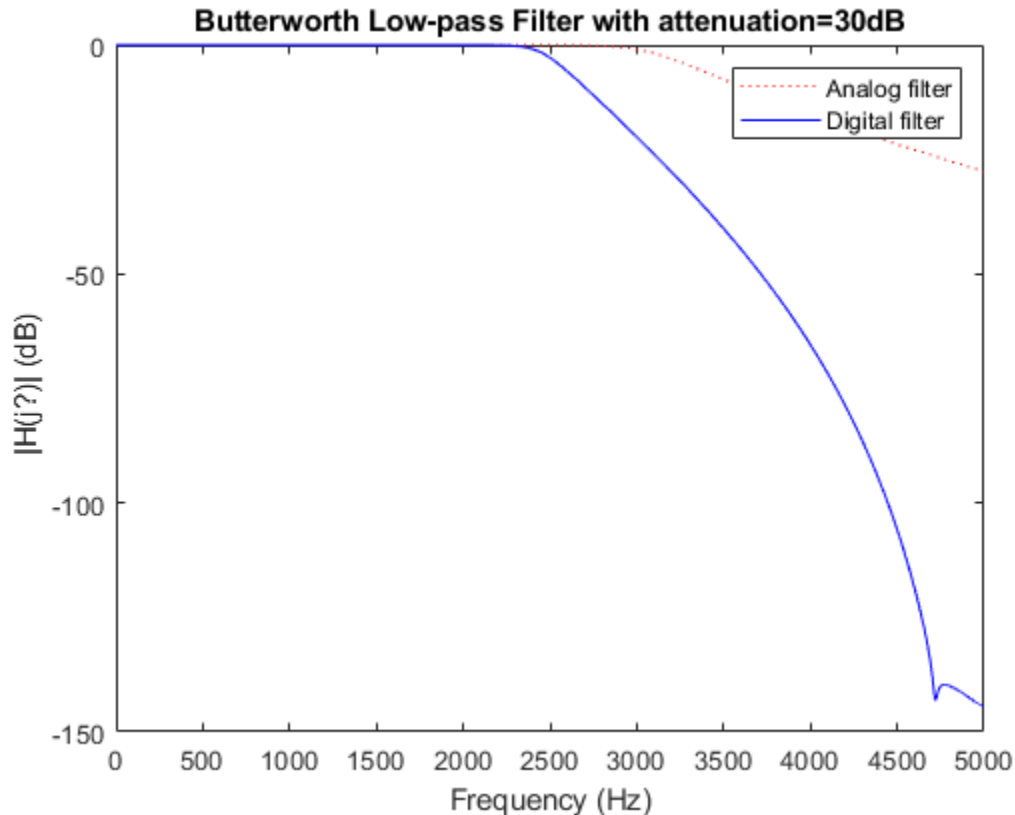
Νίκου Γεώργιος Νεκτάριος 2016030125

Περιεχόμενα

Άσκηση 1.....	3
Άσκηση 2.....	4
Άσκηση 3.α.....	5
Άσκηση 3.β.....	7

Άσκηση 1

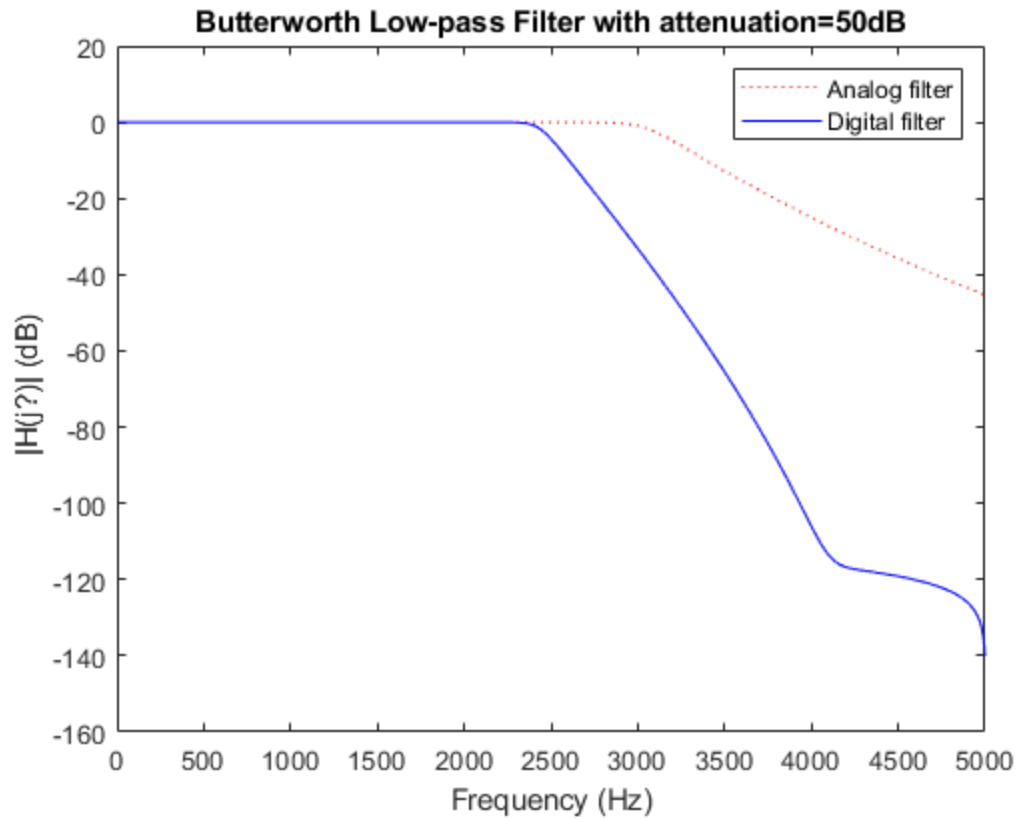
Αρχικά σχεδιάζουμε ένα αναλογικό low-pass Butterworth φίλτρο. Για να βρούμε την τάξη του φίλτρου, θέτουμε ως ορίσματα στην `buttord` τα `ripple`, `buttord`, καθώς και τα `passband` και `stopband` σε rad/s. Με την βοήθεια των συναρτήσεων `buttap`, `zp2tf`, `lp2lp`, `freqs` σχεδιάζουμε το αναλογικό φίλτρο. Έπειτα με την `bilinear` μετατρέπουμε το αναλογικό φίλτρο σε ψηφιακό και το αποτυπώνουμε με την `freqz`. Τέλος μέσω της `linSPACE` δημιουργήσαμε τον οριζόντιο άξονα του γραφήματος και αποτυπώνουμε το μέτρο των φίλτρων σε λογάριθμο για καλύτερη απεικόνιση των μεταβολών.



Παρατηρώντας το σχήμα διαπιστώνουμε πως το ψηφιακό φίλτρο φθίνει πιο γρήγορα από το αναλογικό.

Αλλάζοντας μόνο το `attenuation` σε 50dB επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία με παραπάνω για να παράγουμε το αναλογικό και ψηφιακό φίλτρο.

H



διαφορά του δεύτερου φίλτρου είναι πως το πλάτος του φθίνει πιο γρήγορα σε σχέση με το πρώτο, τόσο για το αναλογικό όσο και το ψηφιακό φίλτρο.

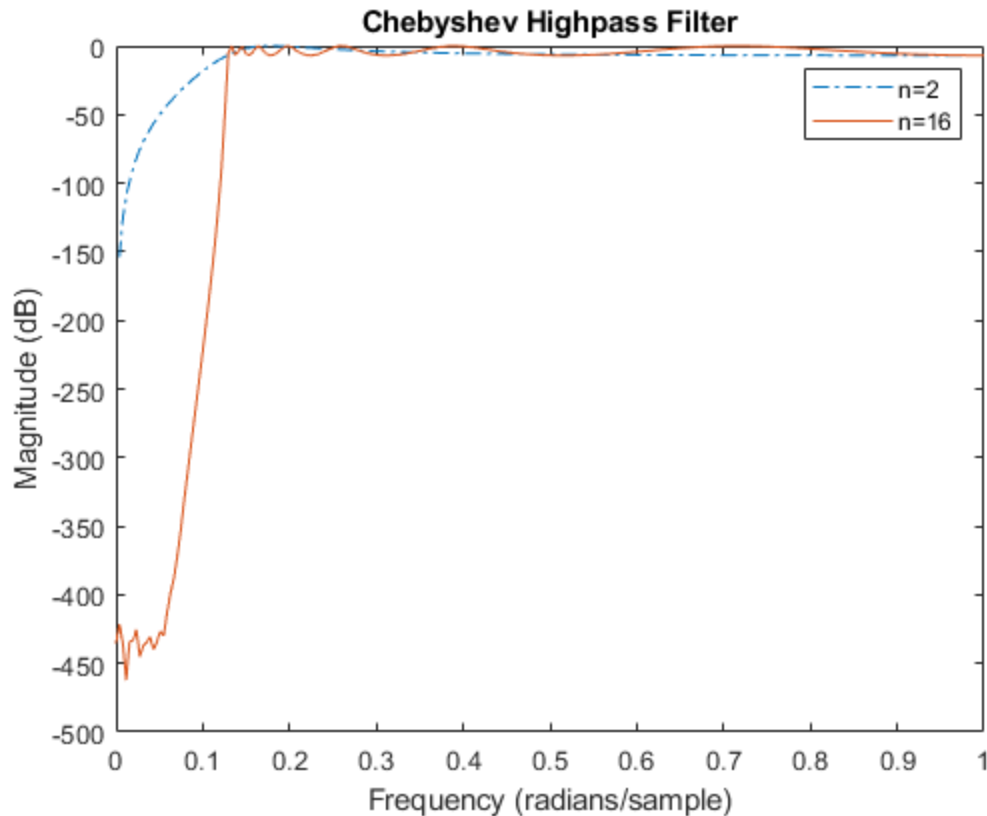
Άσκηση 2

Σε αυτή την άσκηση, ζητήθηκε η σχεδίαση ενός Chebyshev high pass φίλτρου με τάξη 2 και 16, με τα χαρακτηριστικά του φίλτρου να είναι:

- cutoff συχνότητα $\omega_c = 2\text{rad/sec}$
- περίοδος δειγματοληψίας $T_s = 0.2\text{s}$
- passband ripple 3db

Για την κατασκευή των φίλτρων αυτών χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `cheby1` ενώ το πλάτος των αποκρίσεων σχεδιάστηκε με 256 δείγματα.

Ο



οριζόντιος άξονας της συνάρτησης είναι στο εύρος 0 έως 1, αυτό συμβαίνει διότι η συχνότητα είναι κανονικοποιημένη . Τέλος παρατηρείται ότι το φίλτρο με τάξη 16 τείνει περισσότερο στο ιδανικό φίλτρο, ωστόσο διακρίνεται ότι το φίλτρο αυτό έχει περισσότερα ripples απ' ότι το φίλτρο με τάξη 2.

Άσκηση 3.α

Στην ασκηση 3.α μας ζητήθηκε να δειγματοληπτίσουμε το σήμα

$$x(t) = 1 + \cos(1000t) + \cos(16000t) + \cos(30000t)$$

$$x(t) = 1 + \cos\left(2\pi \cdot \left(500/\pi\right) \cdot t\right) + \cos\left(2\pi \cdot \left(8000/\pi\right) \cdot t\right) + \cos\left(2\pi \cdot \left(15000/\pi\right) \cdot t\right)$$

Οι συχνότητες των συνημίτονων είναι

- $\frac{500}{\pi} 159 \text{ Hz}$
- $\frac{8000}{\pi} 2546 \text{ Hz}$
- $\frac{15000}{\pi} 4774 \text{ Hz}$

Η μέγιστη συχνότητα των τριών είναι:

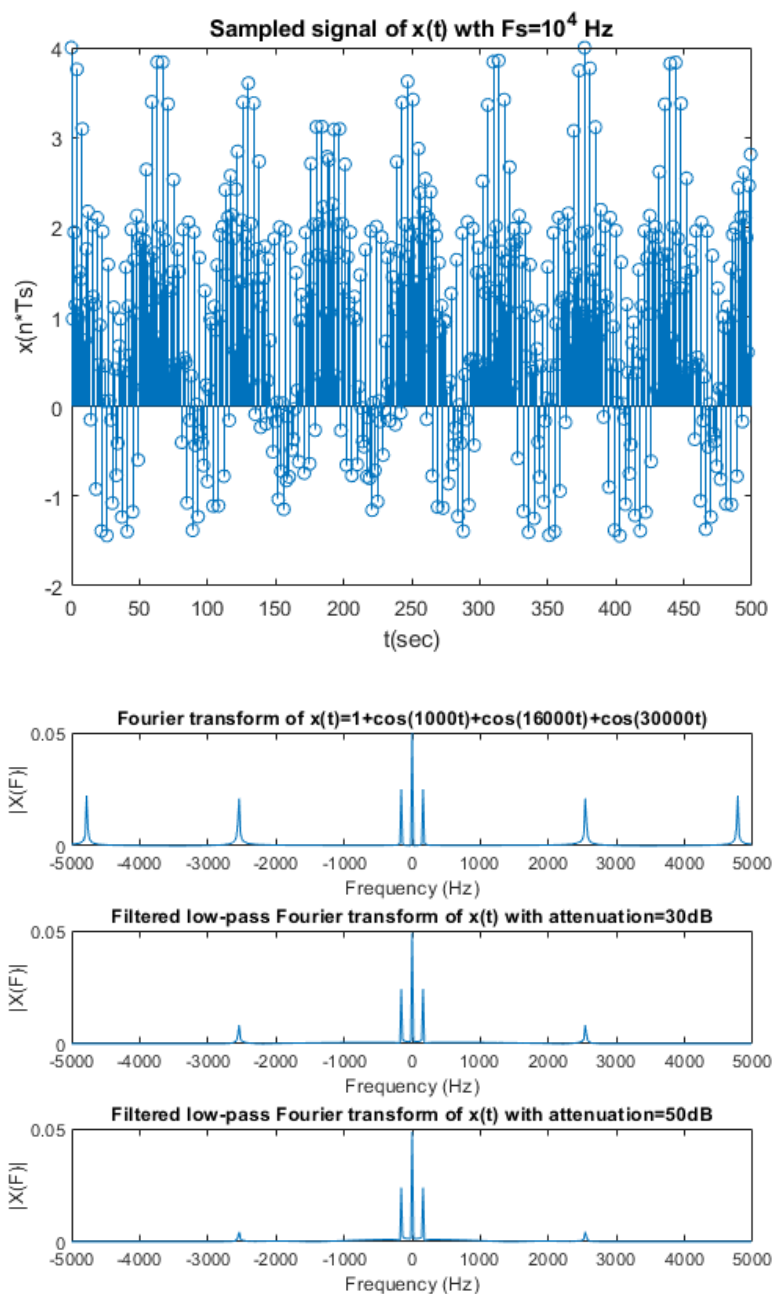
$$F_{max} = \frac{15000}{\pi} \text{ Hz} \approx 4774 \text{ Hz}.$$

Έχουμε συχνότητα δειγματοληψίας:

$$F_s = 10 \text{ KHz} > 2 * F_{max} = 9549 \text{ Hz}$$

Επομένως δεν προβλέπεται να παρατηρηθεί aliasing για περίοδο $T_s = 1/F_s$.

Η συχνότητα δειγματοληψίας του σήμα $x(t)$ είναι $F_s = 10 \text{ KHz}$ και το απεικονίζουμε μέσω της stem. Για να φιλτράρουμε το σήμα με ψηφιακό φίλτρο χρησιμοποιούμε την συνάρτηση filter. Σε αυτή δίνουμε ως ορίσματα τα διανύσματα που προέκυψαν από την bilinear στην άσκηση 1, για attenuation 30 και 50 dB, καθώς και το σήμα $x(t)$. Παίρνουμε τον μετασχηματισμό Fourier των τριών σημάτων ($x(t)$ και φιλτραρισμένων) και απεικονίζουμε το φάσμα τους.



Το αρχικό σήμα εμφανίζει συχνότητες στα 0 Hz(λόγω του 1 στο αρχικό σήμα), $\pm 160\text{Hz}$, $\pm 2540\text{Hz}$ και $\pm 4780\text{Hz}$. Στο πρώτο φιλτραρισμένο σήμα με $\text{attenuation}=30\text{dB}$ παρατηρούμε πως μένει άθικτο το φάσμα για συχνότητες 0 Hz και $\pm 160\text{Hz}$, καθώς βρίσκεται μέσα στα όρια του passband(0-3KHz). Το φάσμα εξαφανίζεται για $\pm 4780\text{Hz}$ καθώς βρίσκεται μέσα στα όρια του stopband (4-5KHz). Τέλος για το φάσμα στα $\pm 2540\text{Hz}$ αποκόπτεται το πλάτος καθώς βρίσκεται ανάμεσα στις συχνότητες του passband και stopband, δηλαδή στην ζώνη μετάβασης.

Για το δεύτερο φιλτραρισμένο σήμα με $\text{attenuation}=50\text{dB}$ το μόνο που αλλάζει είναι ότι το πλάτος του φάσματος στις συχνότητες $\pm 2540\text{Hz}$ αποκόπτεται περαιτέρω. Η εξήγηση για αυτό είναι πως με την αύξηση του attenuation το φάσμα του σήματος στις συχνότητες αυτές μετακινείται πιο κοντά στο stopband και επομένως αποκόπτεται περισσότερο.

Άσκηση 3.β

Στην άσκηση 3.β μας ζητήθηκε να δειγματοληψίσουμε το σήμα

$$x(t) = 1 + \cos(1,5t) + \cos(5t)$$

$$x(t) = 1 + \cos\left(2\pi\left(\frac{0,75}{\pi}\right)t\right) + \cos\left(2\pi\left(\frac{2,5}{\pi}\right)t\right)$$

- $\frac{0,75}{\pi} \approx 0,24 \text{ Hz}$
- $\frac{2,5}{\pi} \approx 0,79 \text{ Hz}$

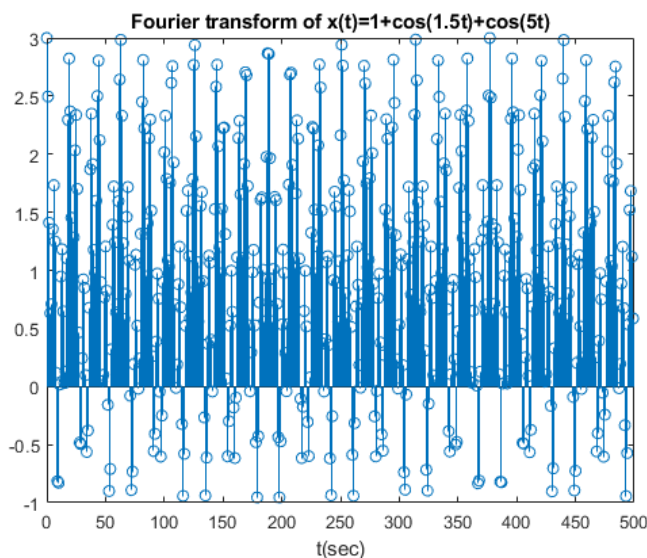
Η μέγιστη συχνότητα των τριών είναι:

$$F_{max} = 1,59 \text{ Hz}.$$

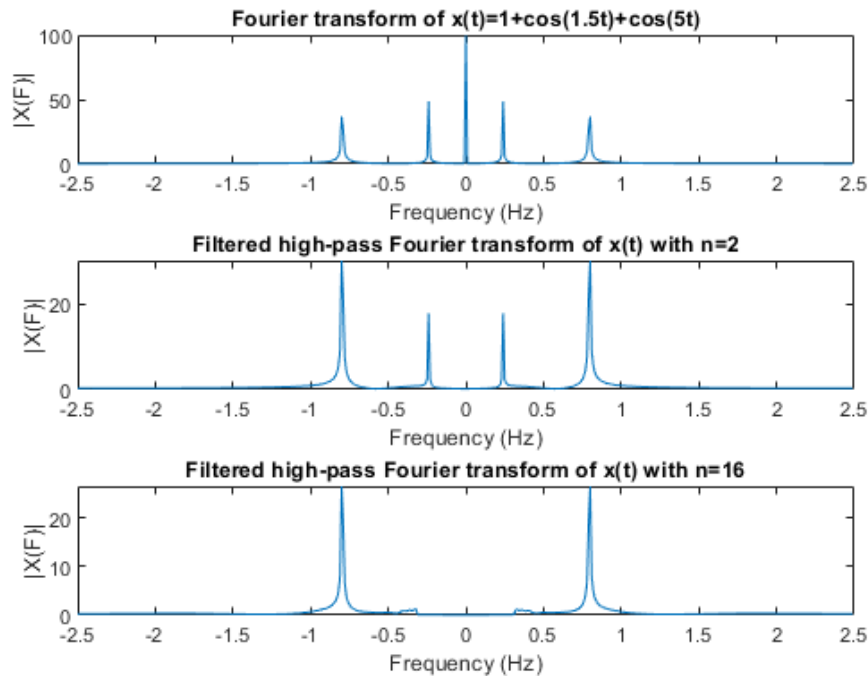
Έχουμε συχνότητα δειγματοληψίας:

$$F_s = 5 \text{ Hz} > 2 * F_{max} = 3,18 \text{ Hz}$$

Επομένως δεν προβλέπεται να παρατηρηθεί aliasing



Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας το 2^ο φίλτρο που σχεδιάστηκε στην άσκηση 2 ζητήθηκε να αφαιρεθούν οι χαμηλές συχνότητες του σήματος $x(t)$.



Παρατηρείται ότι ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος εμφανίζει φάσμα στις συχνότητες 0, $\pm 0,24$ Hz και $\pm 0,8$ Hz. Το highpass φίλτρο Chebyshev με ($n=2$) παρατηρείτε ότι αποκόπτει εντελώς το φάσμα για συχνότητα 0 Hz, καθώς βρίσκεται μέσα στο stopband. Όμως επιτρέπει στις συχνότητες $\pm 0,24$ Hz και $\pm 0,8$ Hz να διελεύσουν, αλλά και στις δύο συχνότητες το πλάτος αποκόπτεται επομένως βρίσκονται και οι δύο στην ζώνη μετάβασης. Επιπλέον βλέπουμε ότι το πλάτος στις συχνότητες $\pm 0,24$ αποκόπτεται περισσότερο από τα αντιστοίχα στα $\pm 0,8$ Hz, το οποίο είναι λογικό καθώς οι πρώτες βρίσκονται πιο κοντά στο stopband. Για το highpass φίλτρο Chebyshev με ($n=16$) αποκόπτει τις χαμηλές συχνότητες στα 0 Hz και στα $\pm 0,24$ Hz, οι οποίες βρίσκονται στο stopband, ενώ αποκόπτει περισσότερο τις υψηλές συχνότητες σε σχέση με πριν, οι οποίες βρίσκονται στην ζώνη μετάβασης. Επομένως για $n=16$ βλέπουμε ότι σαν φίλτρο προσεγγίζει περισσότερο το ιδανικό σε σχέση με το προηγούμενο και ότι οι συχνότητες στα $\pm 0,24$ Hz περιλαμβάνονται πλέον στο stopband και όχι στην ζώνη μετάβασης.