ΤΗΛ301: ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ

1η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Λαζαρίδης Κωνσταντίνος	2016030102
Νίκου Γεώργιος Νεκτάριος	2016030125

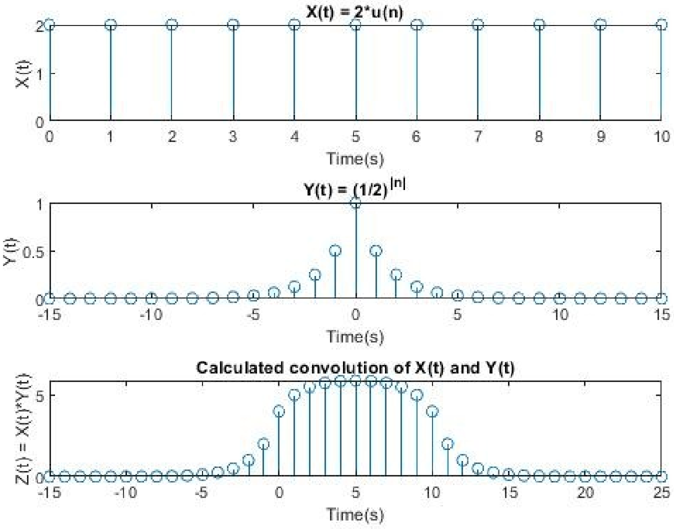
ΑΣΚΗΣΗ 1

Α)Σύμφωνα με την θεωρία η γραμμική συνέλιξη δυο σημάτων x(n) και y(n) ορίζεται ως εξής:

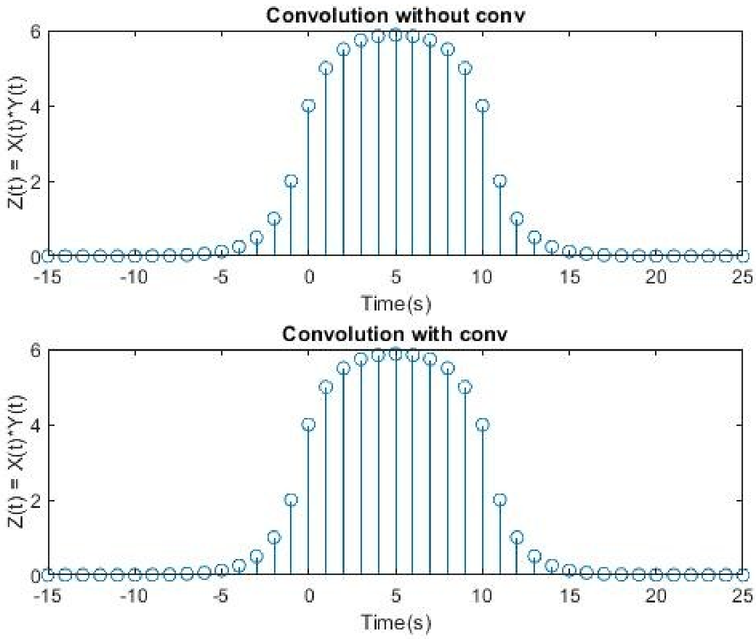
$$h(n) = \sum_{-\infty}^{\infty} x(k)y(n-k)$$

Για το συγκεκριμένο ερώτημα επιλέξαμε να συνελίξουμε τα σήματα X(t) = 2*u[n], $0 \leq n \leq 10$ και $Y(t) = (1/2)^{|n|}$, $-15 \leq n \leq 10$.

Αρχικά κάνουμε padding το πρώτο σήμα με αρκετά μηδενικά ώστε να έχει το ίδιο μέγεθος με το Y(t). Έπειτα παίρνουμε το αντίστροφο σήμα του Y(t), δηλαδή Y(-t). Μέσω ενός loop μετατοπίζουμε το αντεστραμμένο Y(t) σε όλη την έκταση του νέου σήματος και πραγματοποιούμε την πράξη της συνέλιξης. Η συνέλιξη δύο σημάτων παράγει ένα νέο σήμα με όρια τα αθροίσματα τών πρώτων και τελευταίων όρων των δύο σημάτων, στην συγκεκριμένη περίπτωση $-15 \leq n \leq 25$.



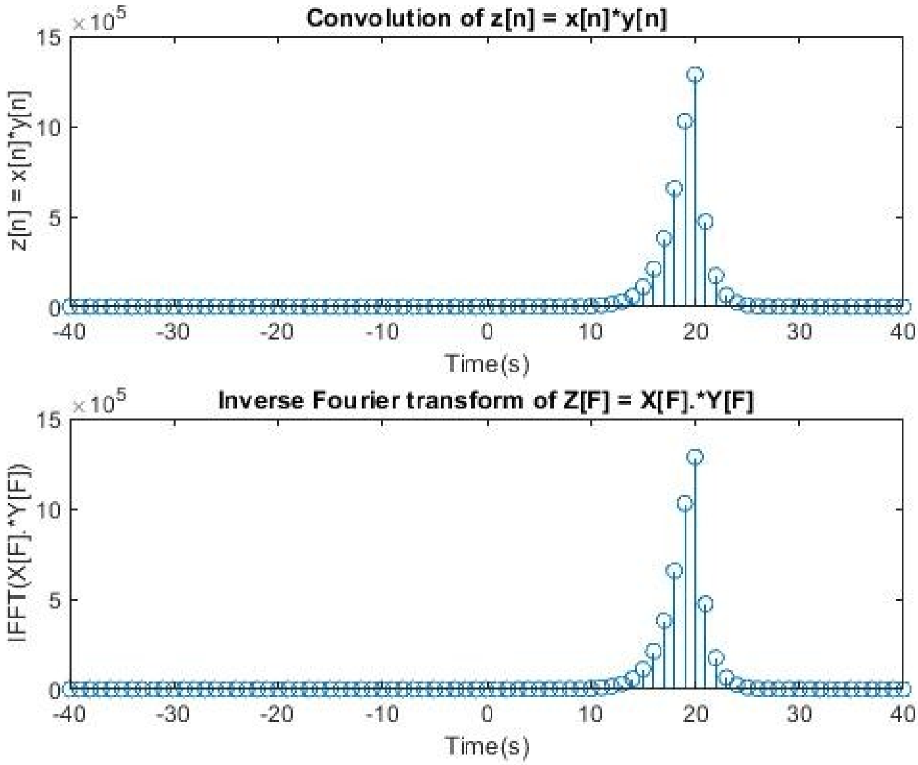
Σχήμα 1: Η αναπαράσταση των δύο σημάτων και η συνέλιξη που υπολογίστηκε.



Σχήμα 2: Πάνω η συνέλιξη που υπολογίσαμε, κάτω η συνέλιξη με την συνάρτηση conv.

B)

Για το δεύτερο ερώτημα συνελίσουμε μέσω της conv αρχικά τα σήματα $X(t) = e^{-|n|}$ και $Y(t) = 2^n$, -20≤n≤20 στο πεδίο του χρόνου. Με την βοήθεια της συνάρτησης fft και με όρισμα το μέγεθος του σήματος που παράγεται από την συνέλιξη, παίρνουμε τον μετασχηματισμό Fourier των δύο σημάτων. Πολλαπλασιάζουμε τα σήματα στο πεδίο της συχνότητας και χρησιμοποιούμε την ifft για να κάνουμε αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier και εμφανίζουμε το σήμα που προκύπτει.



Σχήμα 3: Πάνω: Συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου, Κάτω: Πολλαπλασιασμός στο πεδίο της συχνότητας

Παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα είναι ίσα επομένως αποδεικνύεται ότι η συνέλιξη στο πεδίο του χρόνου ισούται με τον πολλαπλασιασμό στο πεδίο της συχνότητας.

<u>ΑΣΚΗΣΗ 2</u>

x(t) = 5cos(24πt)-2sin(1.5πt)

Η συχνότητα του πρώτου όρου είναι F_1 = 12 Hz και του δεύτερου F_2 = 0.75Hz.

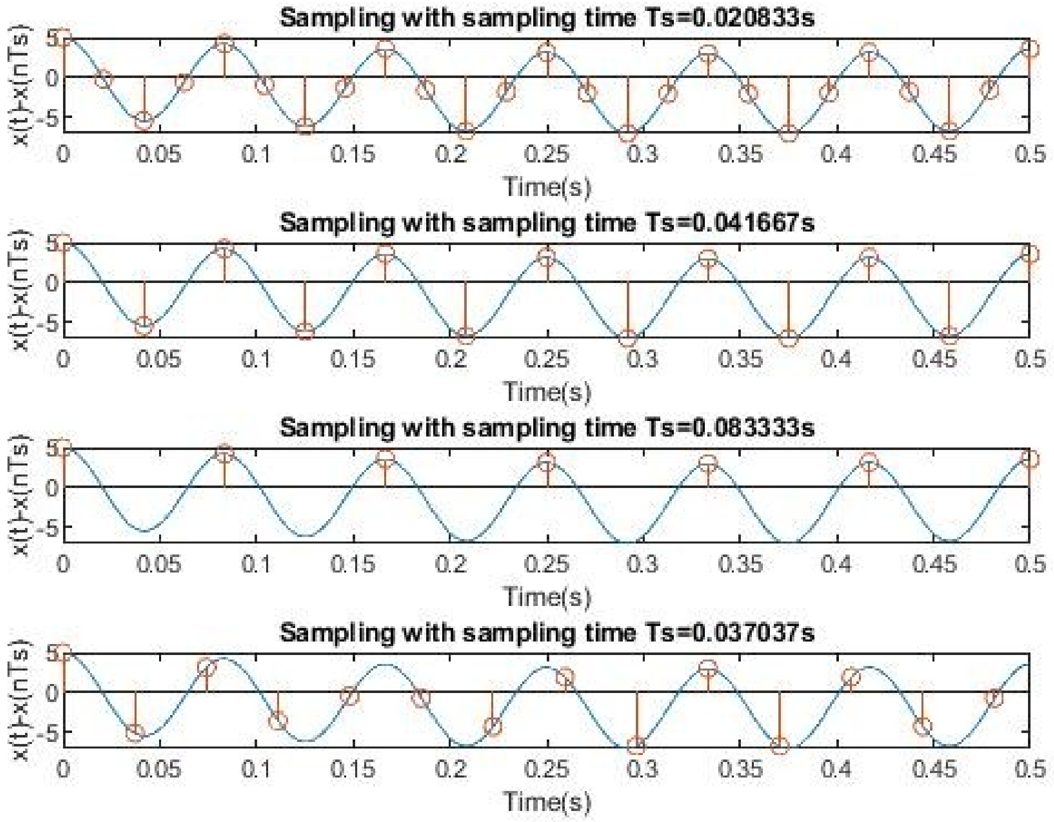
Άρα η συχνότητα Nyquist είναι: $F_{nyquist} = 2*F_{max}$ = 24 Hz

Ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος είναι:

X(F) = 5/2[δ(F-12)+δ(F+12)] - (δ[F-0.75] - δ[F+0.75]) ↔

X(F) = 2.5*δ[F-12] + 2.5*δ[F+12] – δ[F-0.75] + δ[F+0.75]

Αρχικά σχεδιάζουμε το σήμα x(t) για 0<t<500ms με βήμα 10^{-3} s. Τοποθετούμε τις 4 διαφορετικές περιόδους δειγματοληψίας που ζητούνται σε έναν πίνακα και δημιουργούμε έναν βρόχο για καθε μία απο αυτές. Για να δημιουργήσουμε το σήμα διακριτού χρόνου βρίσκουμε πρώτα τον αριθμό των σημείων που μπορούμε να πάρουμε ανάλογα τον ρυθμό δειγματοληψίας. Φτιάχνουμε το σήμα διακριτού χρόνου X[n] = 5cos(24π*n*Ts) – 2*sin(1.5π*n*Ts). Τέλος, αναπαριστούμε το συνεχές σήμα και το δειγματοληπτημένο μέσω της hold on. Για το δεύτερο χρησιμοποιούμε ως όρισμα στον χρόνο το γίνομενο n*Ts.

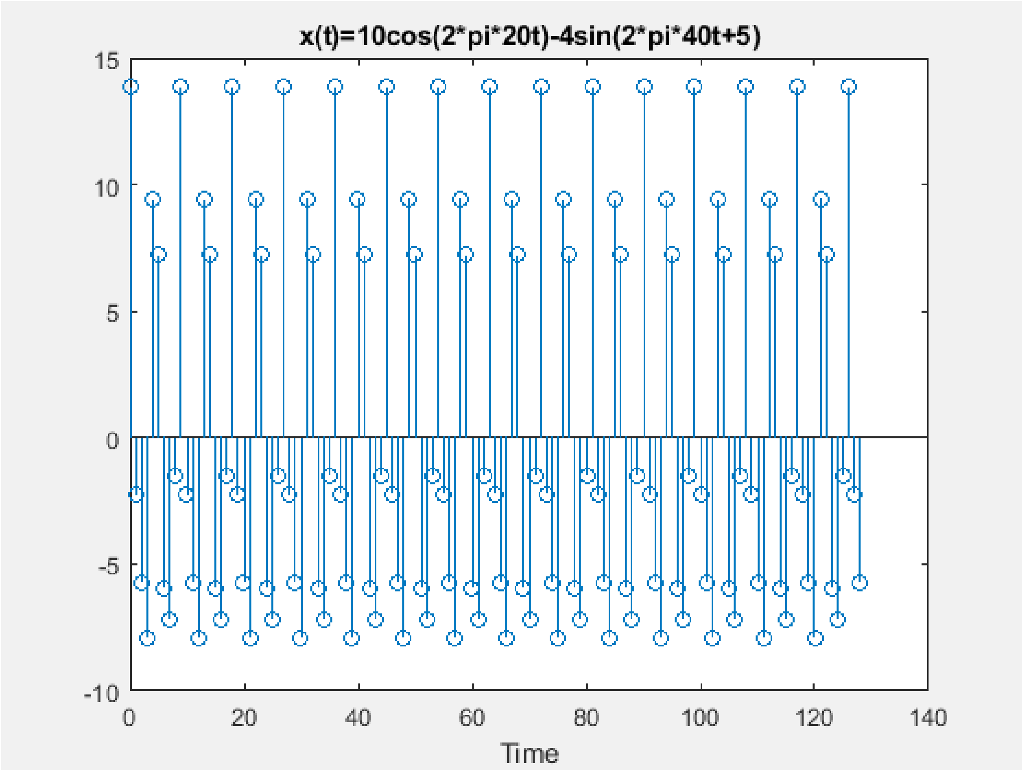


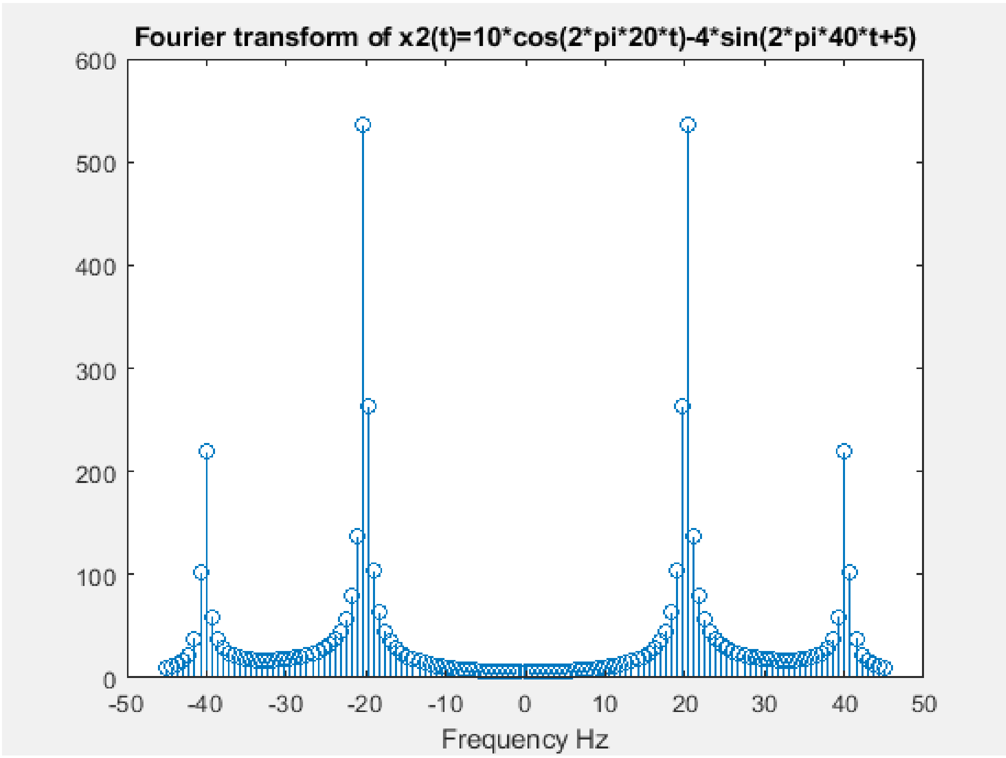
Σχήμα 4: Συνεχές σήμα και δειγματοληπτημένο με συχνότητα α)Ts=1/48s, β) Ts=1/24s, γ) Ts=1/12s και δ) Ts=1/27s

Για τα δύο πρώτα σχήματα παρατηρούμε πως το σήμα ανακατασκευάζεται σωστά.Επιπλέον το πρώτο σήμα, που έχει την μικρότερη περίοδο δειγματοληψίας, είναι αυτό που έχει και την πιο πιστή αναπαράσταση στο δειγματοληπτημένο σήμα. Στο τρίτο σχήμα δειγματολειπτείται μόνο η θετική κορυφή του σήματος και αποκόπτεται ουσιαστικά το αρνητικό κομμάτι. Στο τελευταίο σχήμα βλέπουμε ότι λαμβάνουμε αρκετές τιμές ώστε να ανακατασκευαστεί το αρχικό σήμα.
Όλα τα σήματα εκτός από το τρίτο έχουν συχνότητα δειγματοληψίας ίση ή μεγαλύτερη από την συχνότητα Nyquist. Συνεπώς δεν χάνουν πληροφορία και μπορούν να αναπαραστίσουν σωστά το αρχικό σήμα.

<u>Άσκηση 3</u>

Για το σήμα x(t)=10cos(2π*20t)-4sin(2π*40t+5) έγινε δειγματοληψία 128 δειγμάτων σε συχνότητα μεγαλύτερη από fs>=2*fmax ώστε να αποφευχθεί η επικάλυψη. Στο φάσμα του x(t), φαίνονται οι 2 κύριες συχνότητες 20 και 40hz.


x(t)=10cos(2*pi*20t)-4sin(2*pi*40t+5)
15
10
5
0
-5
-10
0
20
40
60
80
100
120
140
Time

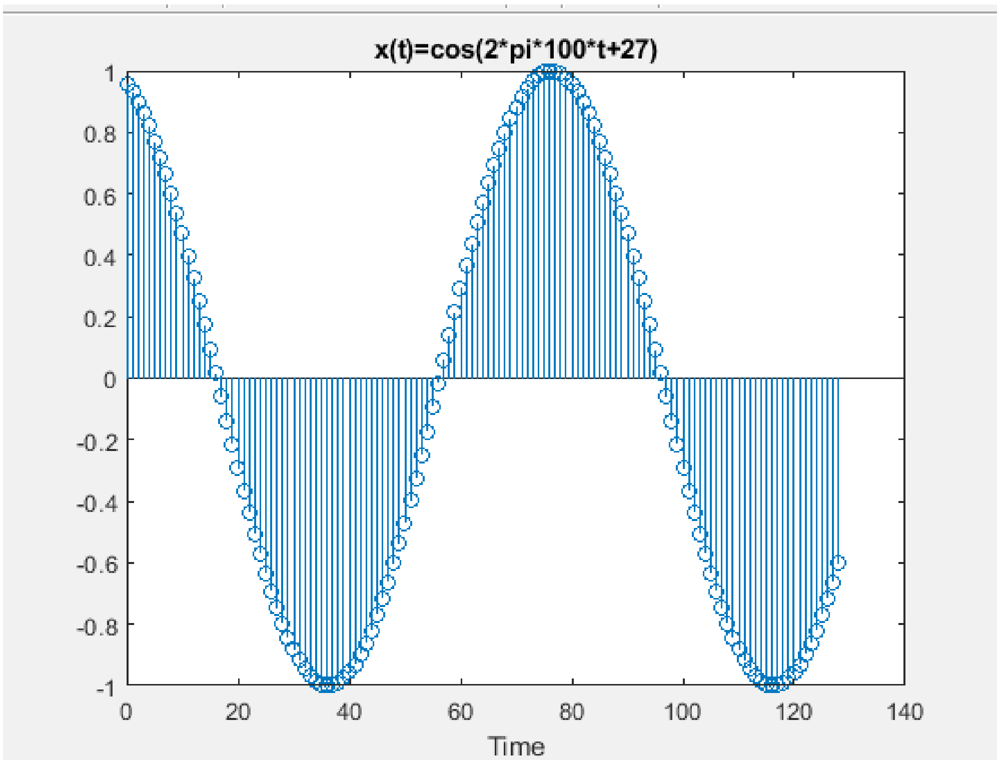

Fourier transform of x2(t)=10*cos(2*pi*20*t)-4*sin(2*pi*40*t+5)
600
500
400
300
200
100
0
-50
-40
-30
-20
-10
0
10
20
30
40
50
Frequency Hz

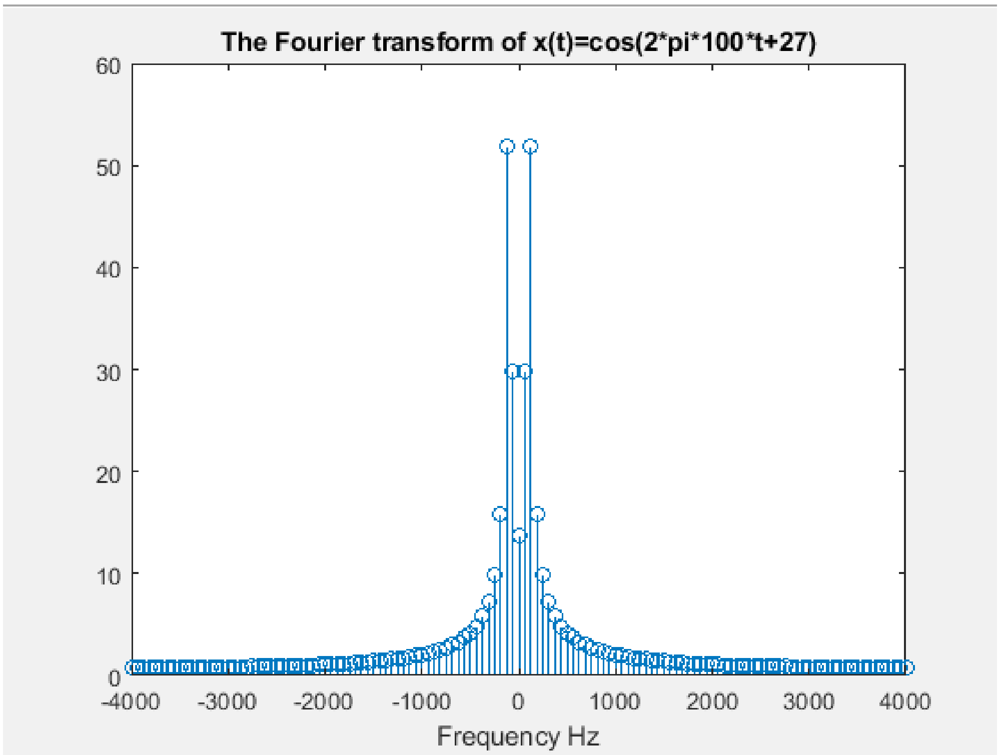
3b άσκηση

Για το σήμα x(t)=sin(2π*f0t+φ) μας ζητήθηκε να γίνει δειγματοληψία με συχνότητα δειγματοληψίας fs=8KHz και φ=27 όπου είναι ένας τυχαίος αριθμός ο οποίος δηλώνει τον κωδικό της ομάδας μας και δεν επηρεάζει το φάσμα. Το διακριτό σήμα: x[n] = sin(2π*(f0/fs)*n+φ) προκύπτει, με την αντικατάσταση όπου t=n*Ts, και Ts=1/fs.

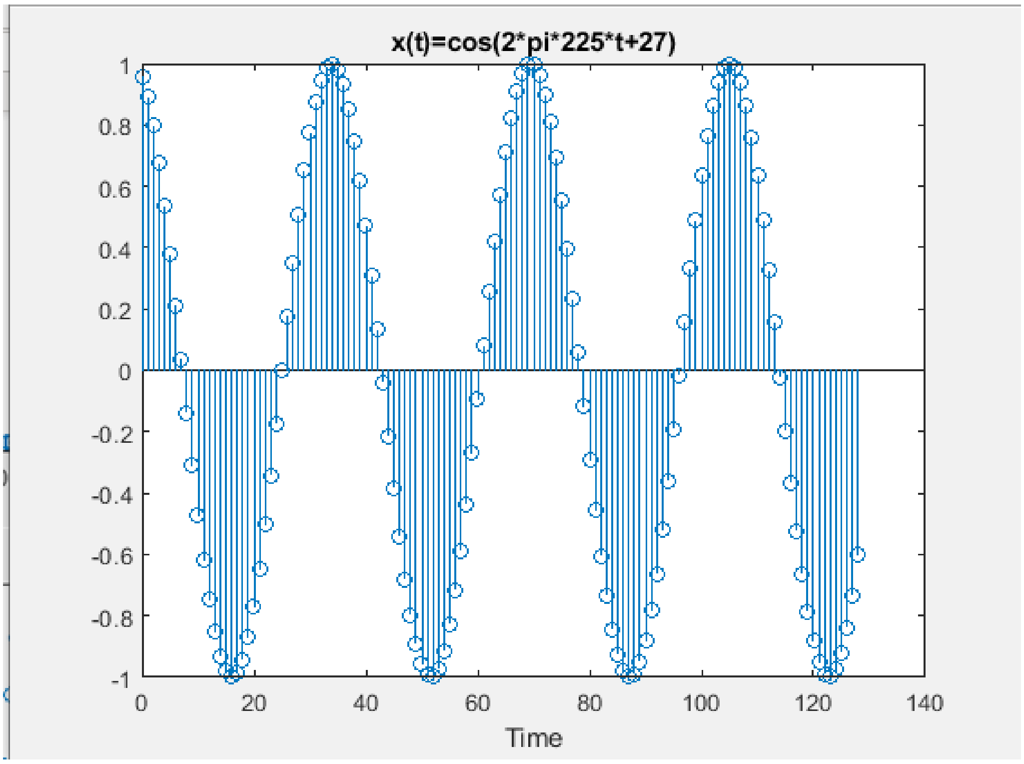
Στην A φάση έπρεπε να μεταβληθεί η συχνότητα του σήματος από 100 έως και 475Hz με βήμα 125 Hz.

Για f=100Hz

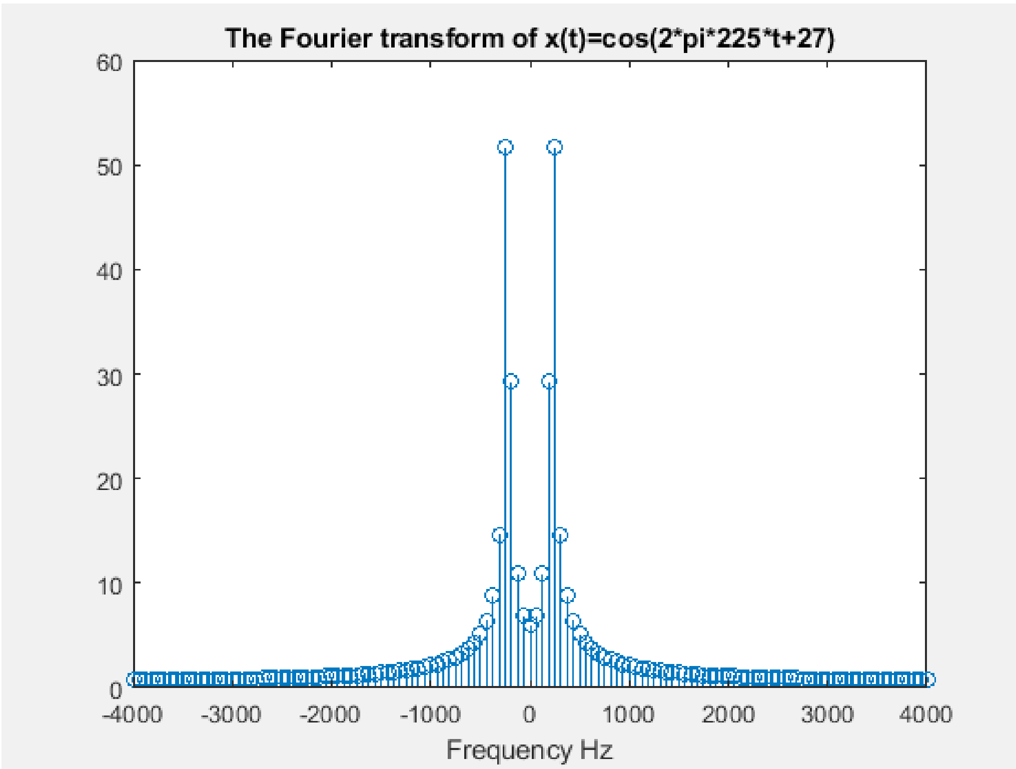




Για f=225Hz

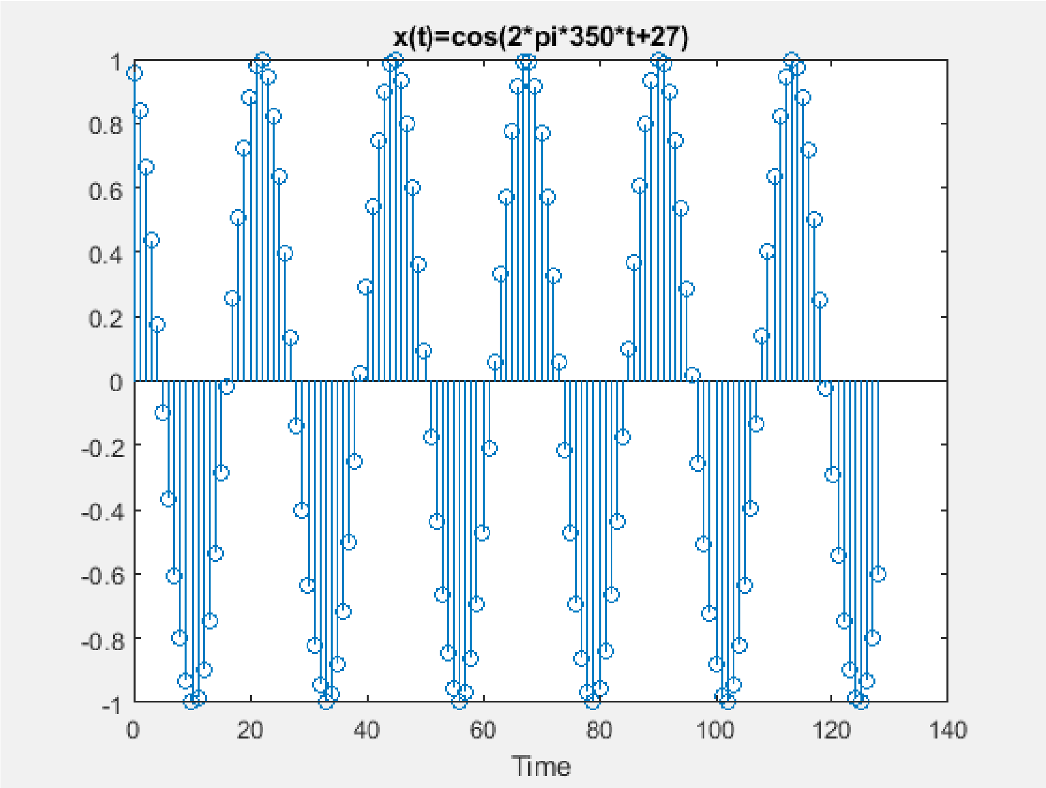


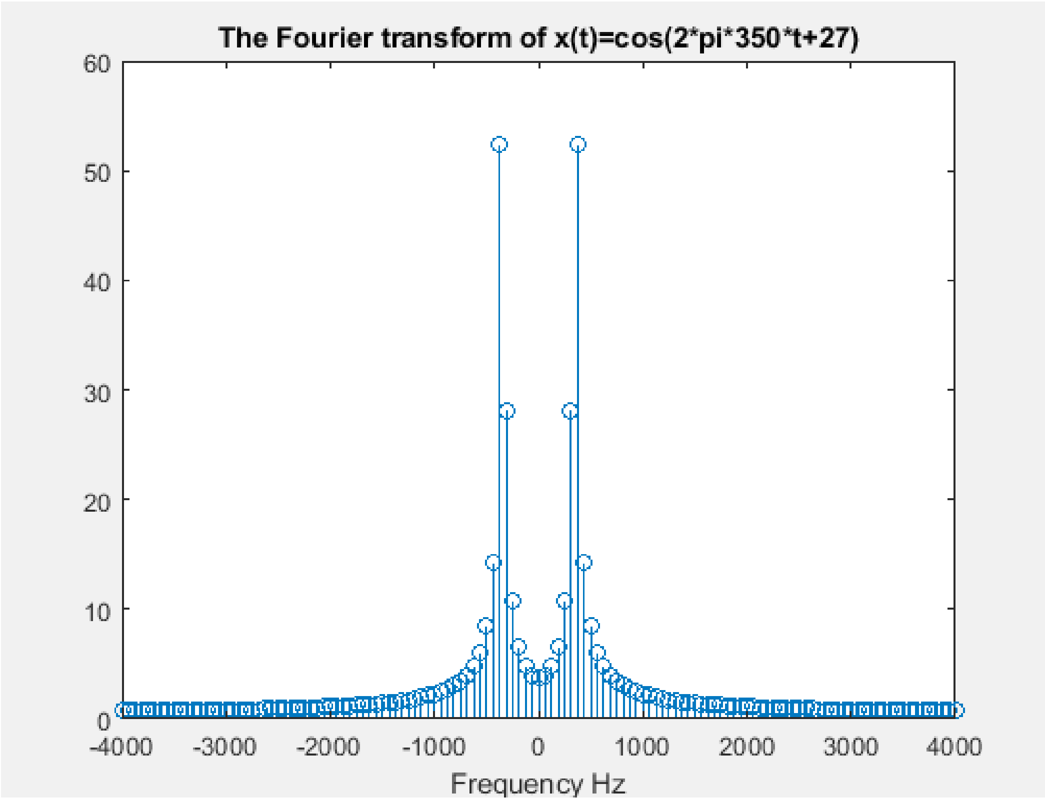
x(t)=cos(2*pi*225*t+27)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
20
40
60
80
100
120
140
Time



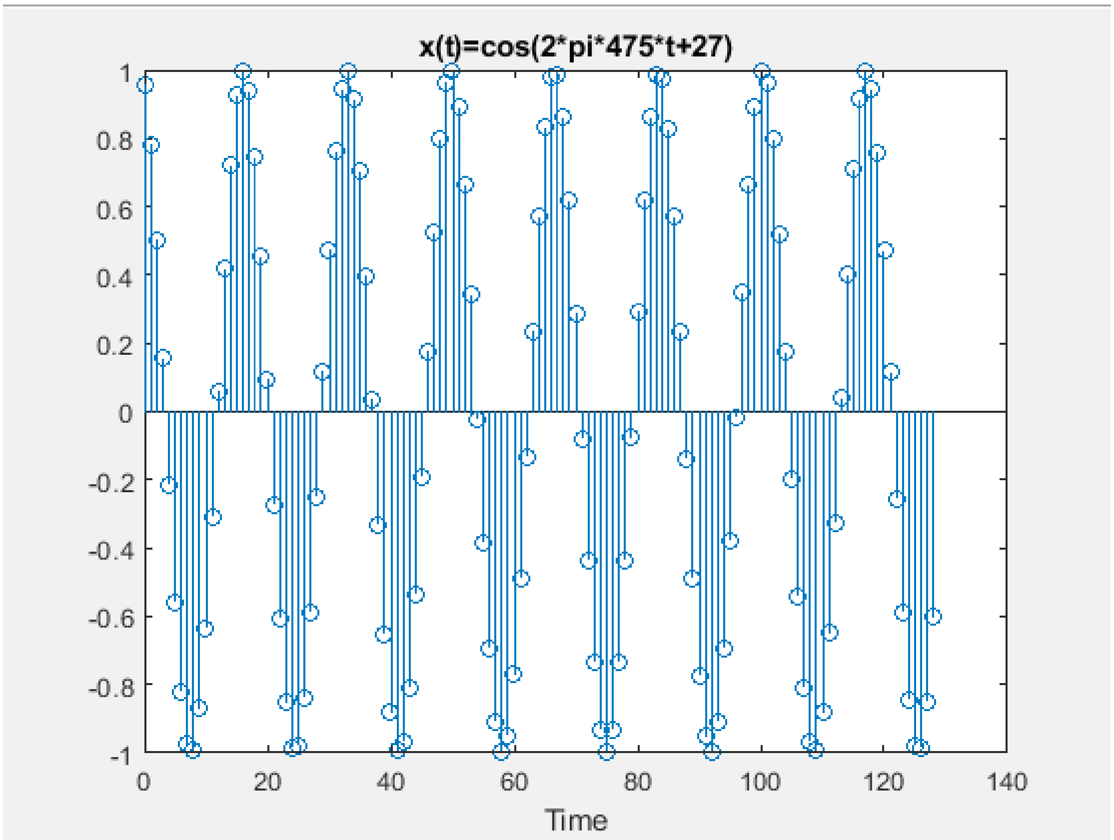
The Fourier transform of x(t)=cos(2*pi*225*t+27)
60
50
40
30
20
10
0
-4000
-3000
-2000
-1000
0
1000
2000
3000
4000
Frequency Hz

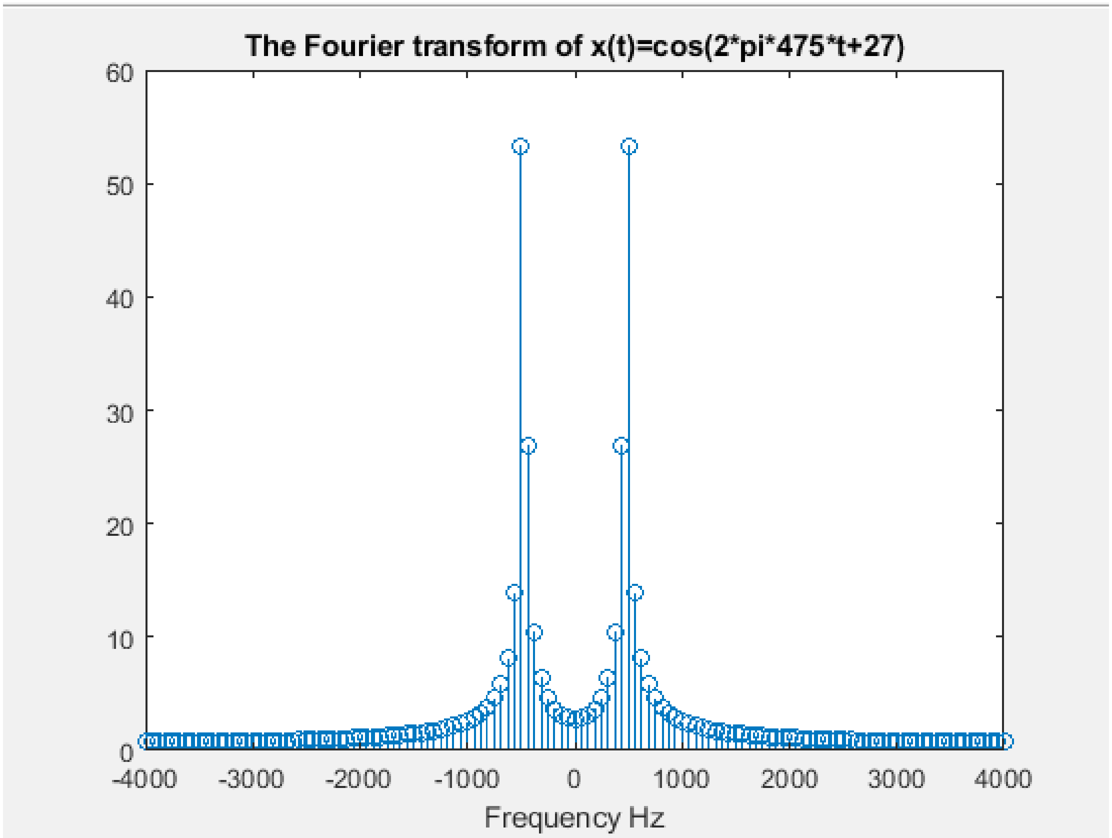
Για f=350Hz


x(t)=cos(2*pi*350*t+27)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
20
40
60
80
100
120
140
Time


The Fourier transform of x(t)=cos(2*pi*350*t+27)
60
50
40
30
20
10
0
-4000
-3000
-2000
-1000
0
1000
2000
3000
4000
Frequency Hz

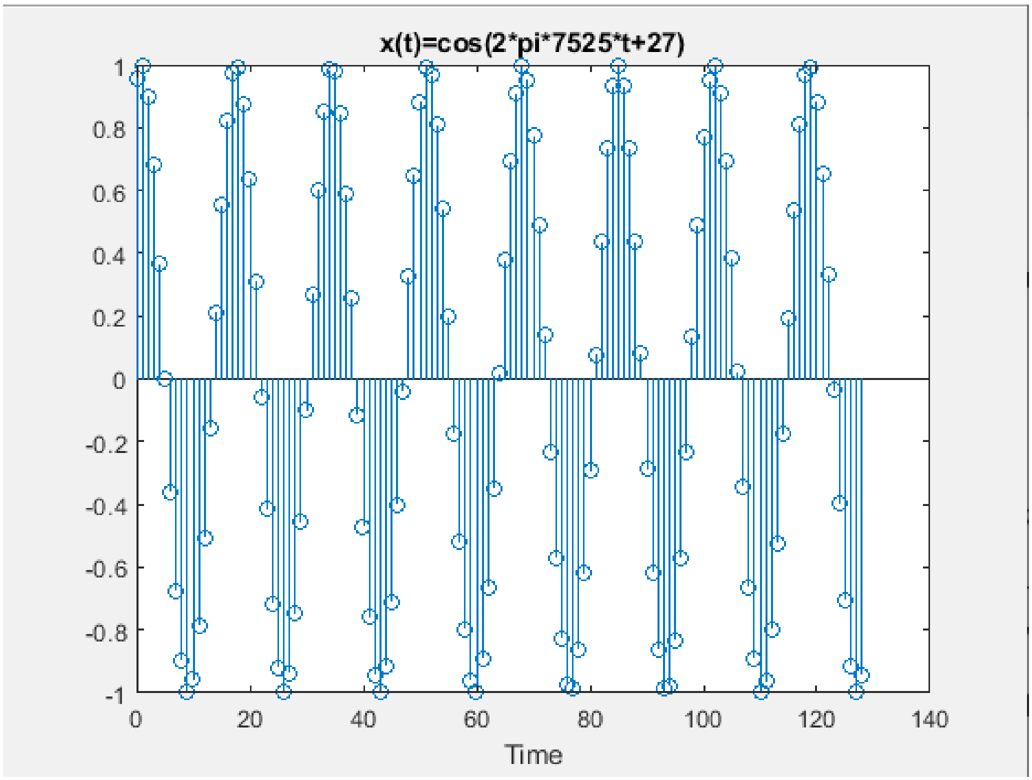
Για f=475Hz

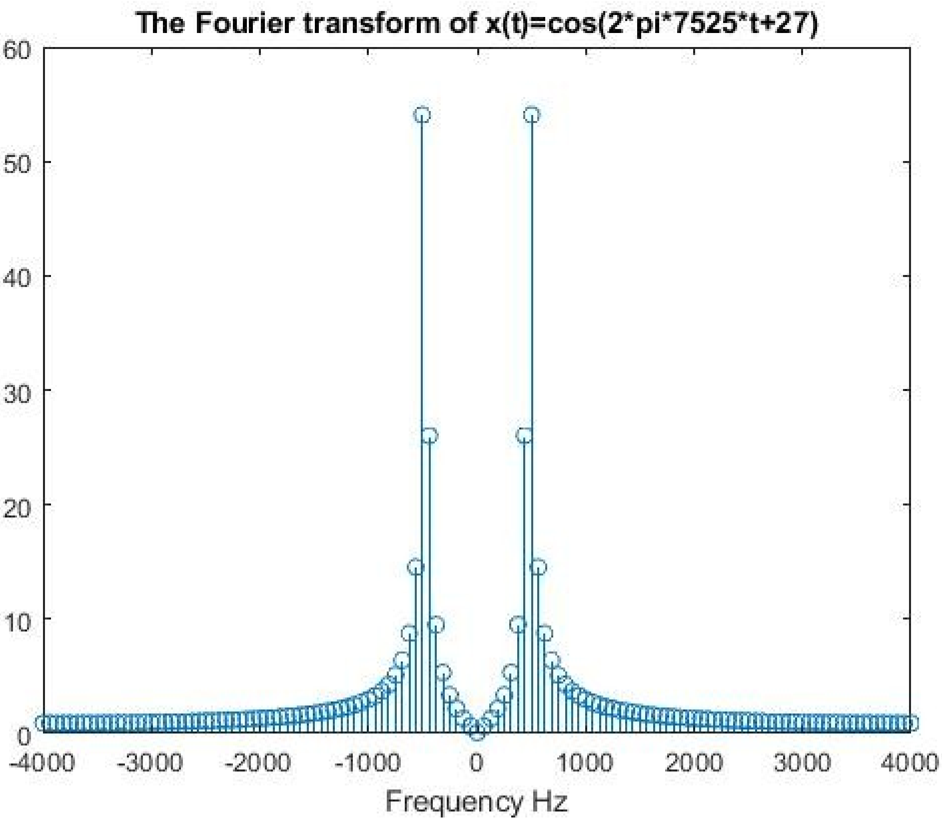

x(t)=cos(2*pi*475*t+27)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
20
40
60
80
100
120
140
Time


The Fourier transform of x(t)=cos(2*pi*475*t+27)
60
50
40
30
20
10
0
-4000
-3000
-2000
-1000
0
1000
2000
3000
4000
Frequency Hz

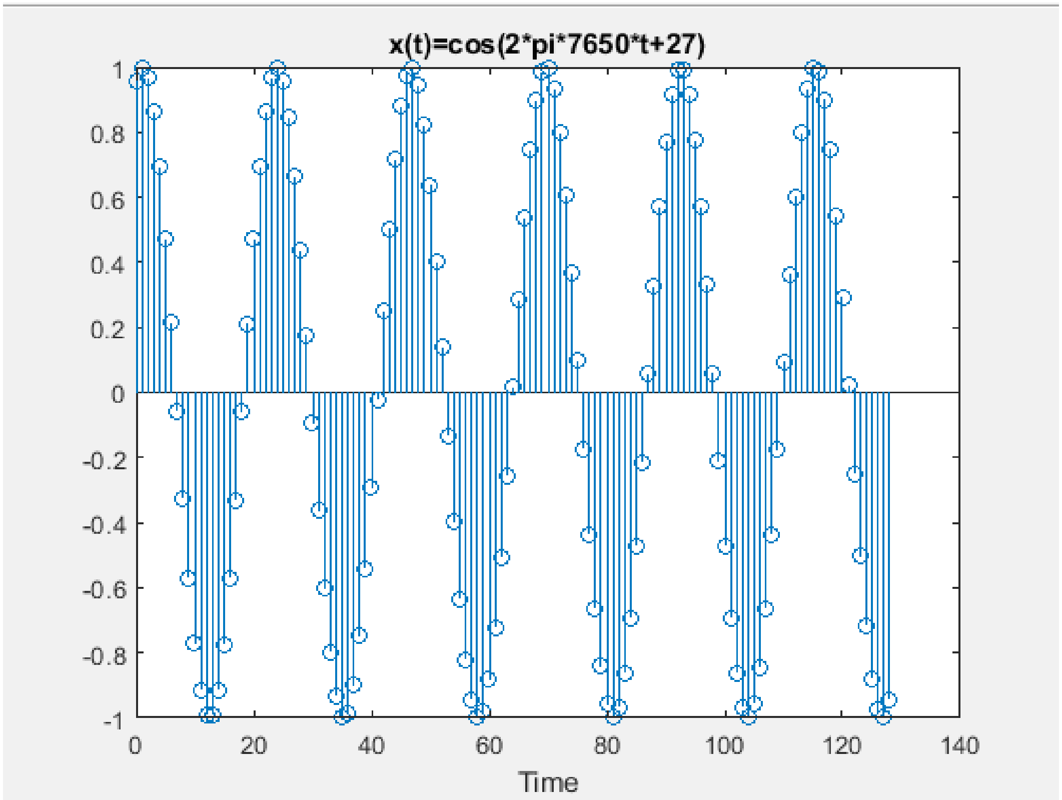
Στην Β φάση έπρεπε να μεταβληθεί η συχνότητα του σήματος από 7525 έως και 7900Hz με βήμα 125 Hz.

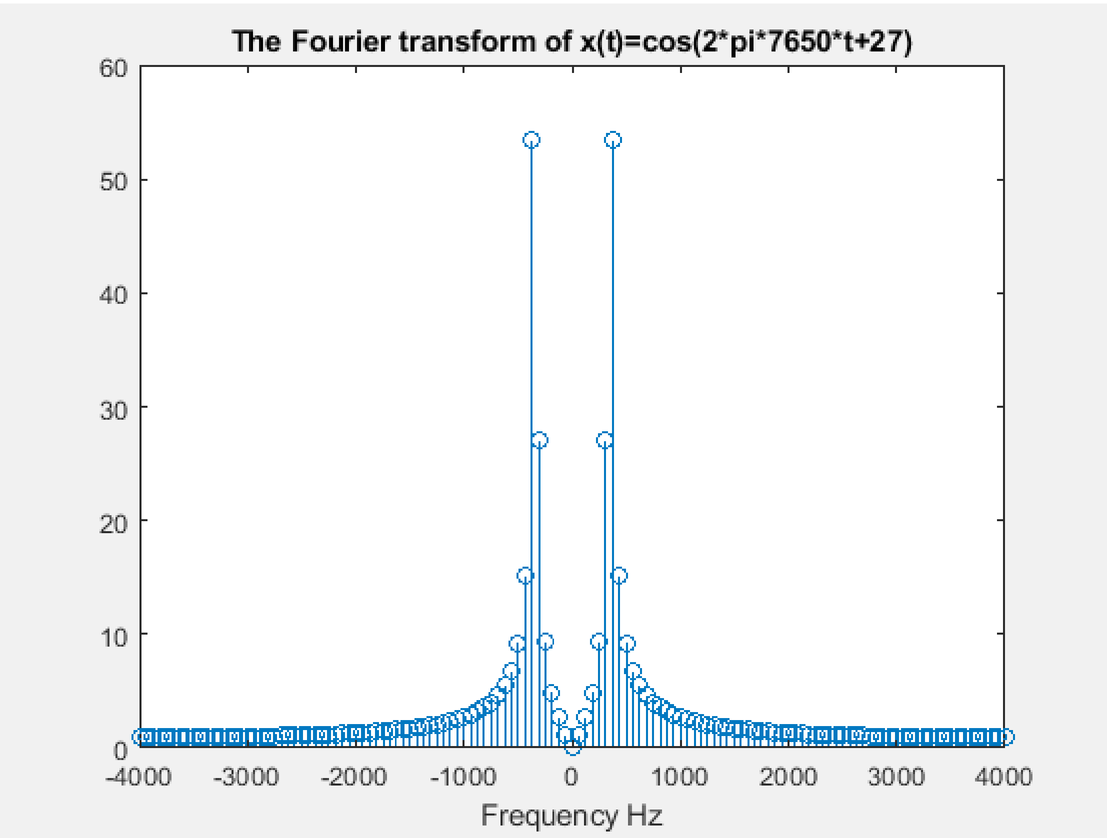
Για f=7525Hz



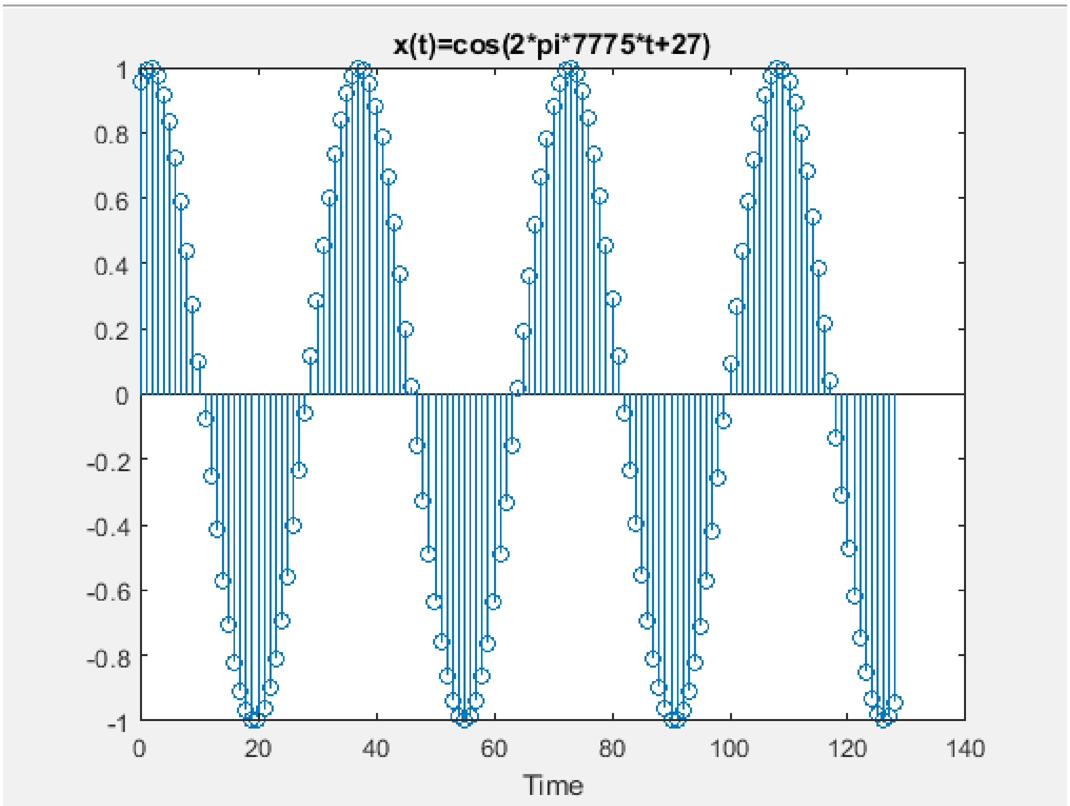


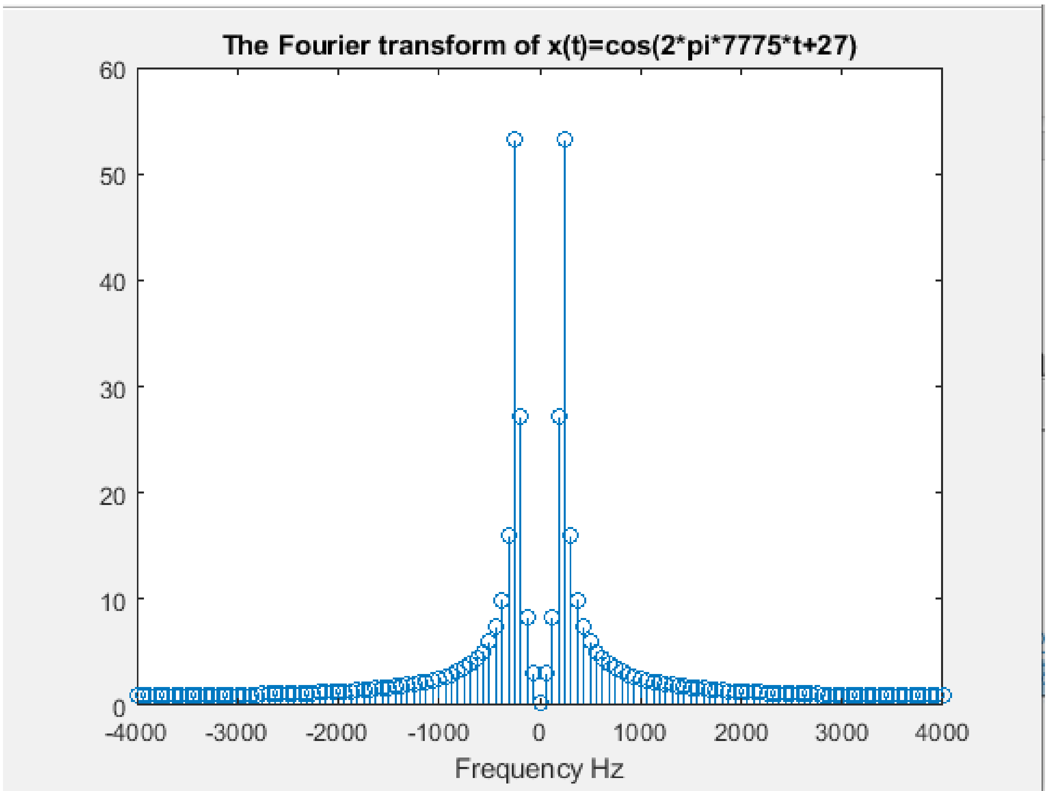
Για f=7650Hz


x(t)=cos(2*pi*7650*t+27)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
20
40
60
80
100
120
140
Time

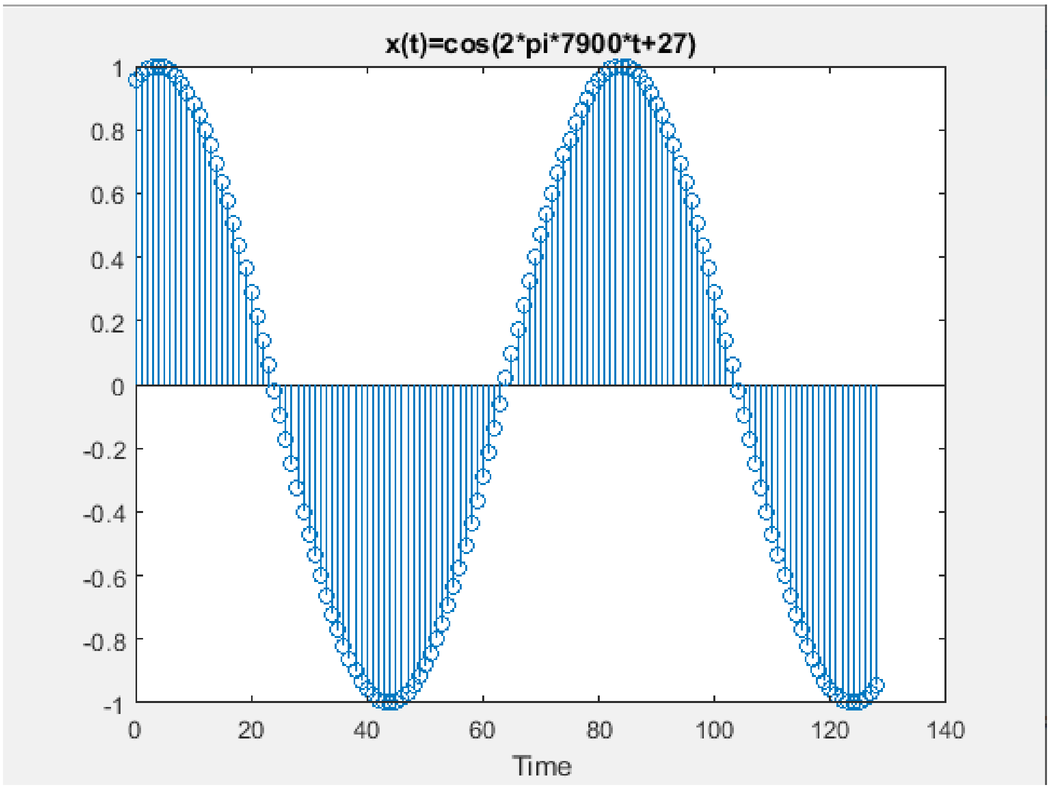

The Fourier transform of x(t)=cos(2*pi*7650*t+27)
60
50
40
30
20
10
0
-4000
-3000
-2000
-1000
0
1000
2000
3000
4000
Frequency Hz

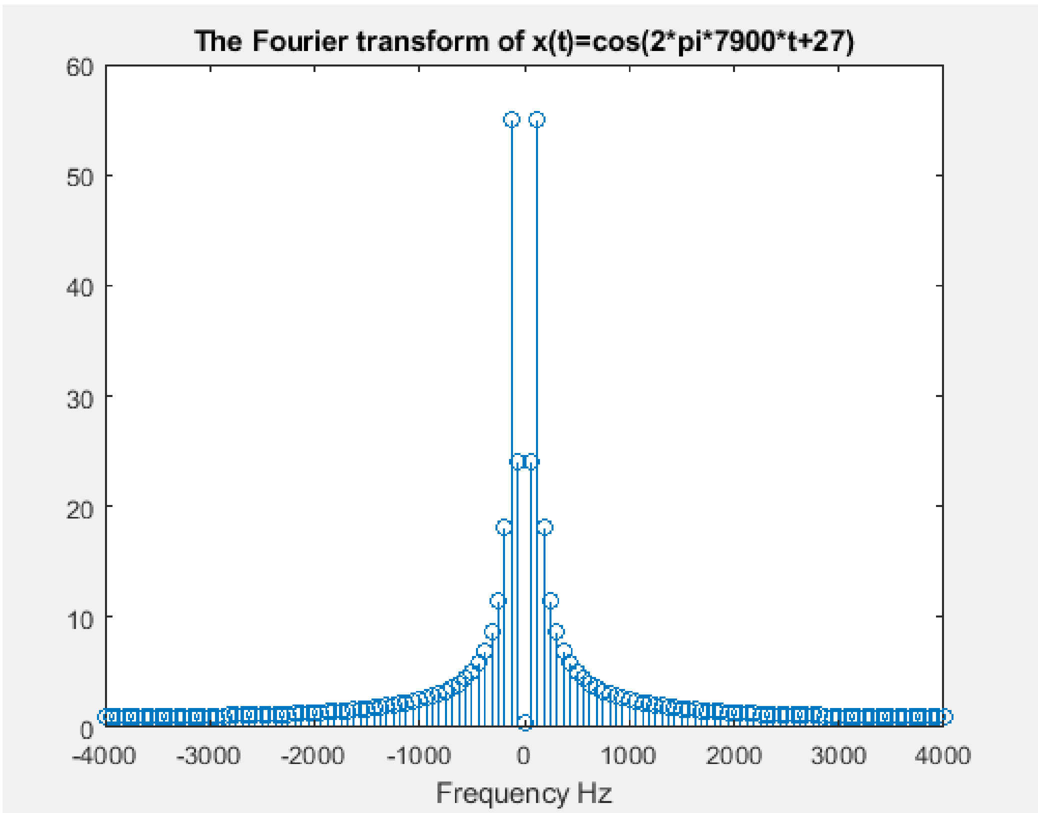
Για f=7775Hz


x(t)=cos(2*pi*7775*t+27)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
20
40
60
80
100
120
140
Time


The Fourier transform of x(t)=cos(2*pi*7775*t+27)
60
50
40
30
20
10
0
-4000
-3000
-2000
-1000
0
1000
2000
3000
4000
Frequency Hz

Για f=7900Hz


x(t)=cos(2*pi*7900*t+27)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
20
40
60
80
100
120
140
Time


The Fourier transform of x(t)=cos(2*pi*7900*t+27)
60
50
40
30
20
10
0
-4000
-3000
-2000
-1000
0
1000
2000
3000
4000
Frequency Hz

Στην Α φάση η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν πολύ μεγαλύτερη από την συχνότητα των σημάτων και το φάσμα τους είναι σωστό. Στην Β φάση όμως η συχνότητα δειγματοληψίας ήταν πολύ κοντά στη συχνότητα του σήματος και δεν πληρούνται τα κριτήρια του Nyquist οπότε υπάρχει επικάλυψη και το σήμα δεν μπορεί πλέον να ανακτηθεί . Στο φάσμα των σημάτων όπου δεν πληρούνται τα κριτήρια Nyquist παρατηρείτε ότι εμφανίζονται αρμονικές σε σημεία:
8000(συχνότητα δειγματοληψίας)- f0(συχνότητα σήματος).