矩阵计算

Ming

2008-10-30

1、加减乘及转置和乘以常数：

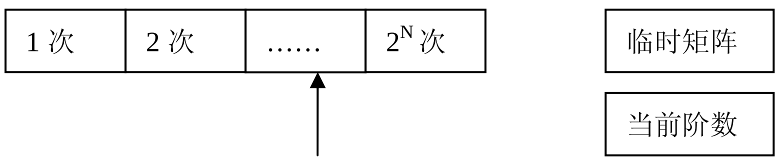
程序中使用的矩阵加法、减法、乘法，均是按照运算的定义进行的运算。这里就不多作说明。几个计算函数会根据行和列的关系来判断是否可以进行计算，或者*扔出错误*。

2、矩阵乘幂：

这个乘幂算法牺牲了一定空间来换取较高的计算速度，算法大概是这样：

先获取到一个 N，使得计算的阶数 M 满足 $2^N<=M<2^{N+1}$，然后程序生成一个有 N 个元素的矩阵数组，分别保存矩阵的 1、2、4、8……2^N 次幂。然后令临时矩阵等于 2^N 次幂的矩阵，并设定现有阶数为 2^N，计数器指向 N-1 次幂的位置开始循环，只要计数器指向的阶数加上现有阶数小于 M，就把指向的矩阵乘以临时矩阵；否则计数器递减。如果现有阶数等于 M 则跳出循环。

生成矩阵幂



例如要计算 7 次幂，首先计算到 N=2，然后生成矩阵的 1 次幂、2 次幂和 4 次幂，设定当前阶数为 4，另临时矩阵为 4 次幂那个矩阵。然后计数器指向 2 次幂位置，因为 2+4<=7，所以***临时矩阵=临时矩阵*2 次幂矩阵***，然后令***当前阶数=当前阶数+2***，再次有 2+6>7，所以计数器自减，指向 1 次幂，现在有 1+6<=7，所以再次让***临时矩阵=临时矩阵*1 次幂矩阵***，然后令***当前阶数=当前阶数+1***，现在有当前阶数等于要计算的次幂，跳出循环，返回临时矩阵。

3、矩阵行列式的值和逆矩阵

计算行列式值的方法使用通过矩阵初等变换，把矩阵转换为上三角矩阵，然后求解对角线元的乘积得到行列式的值。

$$\begin{pmatrix} Num & Num & Num \\ Num & Num & Num \\ Num & Num & Num \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{初等变换}} \begin{pmatrix} Num & Num & Num \\ 0 & Num & Num \\ 0 & 0 & Num \end{pmatrix}$$

求解逆矩阵的方法是通过增广其与单位矩阵一起，通过初等变换将左边转换为单位矩阵，右边即得到逆矩阵。

$$\left[\begin{array}{c:c} M & E \end{array}\right] \xrightarrow{\text{初等变换}} \left[\begin{array}{c:c} E & R \end{array}\right]$$