CI 2 – SLCI : Systèmes Linéaires Continus et Invariants – Analyser, Modéliser, Résoudre

Chapitre 3 – Modélisation des SLCI par Schémas Blocs

Compétences

Modéliser : un système étant fourni, et les exigences définies, l'étudiant doit être capable de proposer un modèle de connaissance du système ou partie du système à partir des lois physiques.
Mod2 – C2.2 Représentation par fonction de transfert (formalisme de Laplace).
Résoudre : à partir des modèles retenus, mettre en œuvre une méthode de résolution.
Rés – C5.1 : Simplification d'un schéma bloc : déplacement d'un sommateur, déplacement d'un point de prélèvement.

Téléphérique Vanoise Express

D'après concours E3A – PSI – 2014.

Question 1
Exprimer chacune des 4 équations dans le domaine de Laplace.

Corrigé

1. $C_m(p) = k_T \cdot I(p)$
2. $E(p) = k_E \cdot \Omega_m(p)$
3. $2 \cdot C_m(p) - C_r(p) = Jp\Omega_m(p) + f \cdot \Omega_m(p)$
4. $U(p) = E(p) + RI(p) + LpI(p)$

Question 2
Exprimer les fonctions de transfert $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$.

Corrigé

On a :

1. $G_1(p) = \dfrac{1}{R + Lp}$
2. $G_2(p) = k_T$
3. $G_3(p) = \dfrac{1}{Jp + f}$
4. $G_4(p) = k_E$

On considère que $C_r(p) = 0$ et $U(p) \neq 0$.

Question 3
Calculer la fonction de transfert $F_1(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ en fonction de $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$, $G_4(p)$.

Corrigé

On calcule la fonction de transfert en boucle fermée :

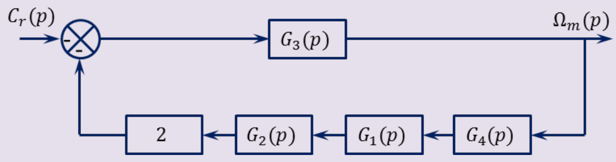
$$F_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{2 \cdot G_1(p) \cdot G_2(p) \cdot G_3(p)}{1 + 2 \cdot G_1(p) \cdot G_2(p) \cdot G_3(p) \cdot G_4(p)}$$

On considère que $C_r(p) \neq 0$ et $U(p)=0$.

Question 4

Retracer le schéma bloc.

Corrigé



Question 5

Calculer la fonction de transfert $F_2(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$ *en fonction de* $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$, $G_4(p)$.

Corrigé

$$F_2(p)=\frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}=-\frac{G_3(p)}{1+2\cdot G_1(p)\cdot G_2(p)\cdot G_3(p)\cdot G_4(p)}$$

On considère que $C_r(p) \neq 0$ et $U(p)\neq 0$.

Question 6

Exprimer $\Omega_m(p)$ *en fonction de* $F_1(p)$, $F_2(p)$, $C_r(p)$ *et* $U(p)$.

Corrigé

Par superposition, on a :

$$\Omega_m(p)=F_1(p)U(p)+F_2(p)C_r(p)$$

Modélisation des deux moteurs à courant continu

Question 7

Déterminer l'expression du gain E. *Faire une application numérique.*

Corrigé

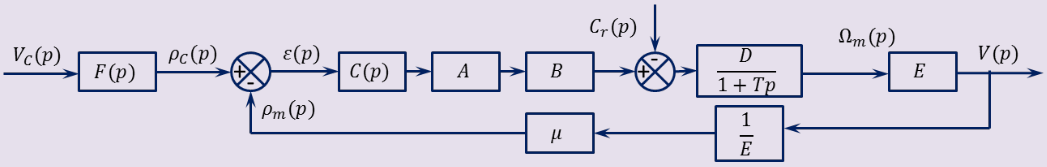
On a $v(t)=\omega_m(t)\cdot\dfrac{1}{k}\cdot\dfrac{D}{2}$. En conséquence, $E=\dfrac{v(t)}{\omega_m(t)}=\dfrac{D}{2k}=0,1\,\text{m}$.

Question 8

Déterminer l'expression du gain F *pour que* $\varepsilon(t)=0$ *entraîne* $v_c(t)=v(t)$. *Faire une application numérique.*

Corrigé

En modifiant la position du point de prélèvement, il vient :



On peut donc exprimer $\varepsilon(p)=V_c(p)\cdot F(p)-V(p)\cdot\dfrac{\mu}{E}$.

Si $\varepsilon(t)=0 \Rightarrow v_c(t)=v(t)$ alors, $F(p)-\cdot\dfrac{\mu}{E}=0$ et donc $F(p)=\dfrac{\mu}{E}=7,16\,\text{V}\cdot\text{s/m}$.

On considère que $C_r(p)=0$ et $A\cdot C(p)=1$. On réalise les applications numériques. Le schéma bloc peut alors se mettre sous la forme :

$$H(p)=\frac{V(p)}{V_c(p)}=\frac{\dfrac{AK_1}{1+K_1A}}{1+\dfrac{T}{1+K_1A}p}$$

Avec $K_1=0,123$ SI et $T=0,47$ s.
On sollicite le système avec en entrée un échelon unitaire. C'est-à-dire que $v_c(t)$ est un échelon unitaire.

Question 9
Calculer $V_c(p)$ puis $V(p)$.

Corrigé

Si $v_c(t)$ est un échelon unitaire alors $V_c(p)=\dfrac{1}{p}$. On a donc $V(p)=\dfrac{1}{p}\cdot H(p)$.

Question 10
Déterminer la valeur finale de $v(t)$ en fonction de A et des autres constantes.

Corrigé

D'après le théorème de la valeur finale, on a :

$$\lim_{t\to+\infty} v(t)=\lim_{p\to 0} p\cdot V(p)=\frac{AK_1}{1+K_1A}$$

Question 11
Si tel n'est pas le cas, calculer A pour que la valeur finale de $v(t)$ soit 1.

Corrigé

Une valeur finale de 1 permet de satisfaire l'exigence d'avoir un écart statique nul.

$$\frac{AK_1}{1+K_1A}=1 \iff AK_1=1+K_1A$$

On sollicite le système avec une entrée en rampe de pente 1.

Question 12
Montrer que $V(p)$ peut se mettre sous la forme $\dfrac{H(p)}{p^2}$.

Corrigé

Question 13
Déterminer la valeur finale, la valeur initiale et la tangente à l'origine de $v(t)$ en fonction de A.

Corrigé

Question 14
Mettre $V(p)$ sous la forme suivante :

$$V(p) = \frac{A}{p} + \frac{B}{p^2} + \frac{C}{\dots}$$

Corrigé

Question 15
Déterminer $v(t)$.

Corrigé