ÜBUNGEN
zur „Beschleunigerphysik Teil 2“
TU Dortmund Sommersemester 2020

– BLATT 8 –

Benedikt Büsing	(benedikt.buesing @ tu-dortmund.de)
Stephan Robert Kötter	(stephan.koetter @ tu-dortmund.de)
Daniel Krieg	(daniel.krieg @ tu-dortmund.de)

Vorbesprechung am	Mi, 03.06.2020
Abgabe per Email bis	Di, 09.06.2020

Maximal drei Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einsenden. Die Lösungen zu Programmieraufgaben bitte als kommentiertes Python-Skript (.py), zu Verständnis- und Rechenaufgaben als PDF-Dokument (z.B. mit LaTeX, Word, gescannt) per Email einsenden. Bitte alle Namen im Betreff der Email, in der PDF-Datei und dem Python-Skript aufführen.*
Betreff der Email: „[BP2020 Uebung] Abgabe Blatt 8, Namen“

Aufgabe 1: Kurzfragen (2 Punkte)

a) Der Energieaustausch zwischen Elektronen und Strahlung in einem Undulator wurde auf der Basis des elektrischen Felds hergeleitet. Welchen Einfluss übt das magnetische Feld der elektromagnetischen Welle auf die Elektronen aus? Ist es vernachlässigbar klein?

b) Warum ist es für die laserinduzierte Energiemodulation in DELTA nicht sinnvoll, dass die Zahl der Undulatorperioden größer ist als die Zahl der optischen Zyklen im Laserimpuls (z.B. 19 Zyklen bei 800 nm Wellenlänge und 50 fs Pulsdauer)? Warum gilt das Argument nicht für einen high-gain-FEL wie z.B. FLASH in Hamburg, dessen Undulator über 1000 Perioden hat?

Aufgabe 2: Electron Beam Slicing (4 Punkte)

Lesen Sie [1] so weit, dass Sie die folgenden Fragen beantworten können (Sie dürfen natürlich auch den ganzen Artikel lesen).

a) Beschreiben Sie kurz, worum es geht und welche Vor- bzw. Nachteile Sie gegenüber der Methode "Femtoslicing" mit Laserimpulsen sehen.

b) Wie könnte man die in Fig. 1 dargestellte Anordnung so modifizieren, dass die erzeugten Strahlungsimpulse noch kürzer werden? Welchen Nachteil müsste man dafür in Kauf nehmen? (Hinweis: Vielleicht haben die Autoren sich auch hierzu Gedanken gemacht oder in einem anderen Artikel etwas dazu geschrieben.)

c) Im Artikel ist der Speicherring NSLS-II am Brookhaven National Laboratory als Beispiel genannt. Wie müsste man die Parameter anpassen, damit die Methode auch bei DELTA funktioniert?

   Angenommene Parameter an DELTA: Strahlenergie 1,5 GeV ($\gamma \approx 3000$), Beta-Funktionen $\beta_{x,y} \approx 5$ m, vertikale Emittanz $\varepsilon_y \approx 10^{-10}$ m rad, Standardabweichung der Paketlänge $\sigma_z \approx 43$ ps.

[1] A. He, F. Willeke, L. H. Yu, Ultrashort x-ray pulse generation by electron beam slicing in storage rings, Physical Review Special Topics – Accelerator and Beams 17, 040701 (2014).
Frei verfügbar unter https://journals.aps.org/prab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.17.040701

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Low-gain-FEL (5 Punkte)

Im Phasenraum der „ponderomotorischen Phase“ Ψ und der relativen Energieänderung $\eta = \Delta\gamma/\gamma$ eines Elektrons in einem Freie-Elektronen-Laser (FEL) wird die Teilchenbewegung im Fall kleiner Verstärkung (*low gain*) von zwei gekoppelten Differentialgleichungen bestimmt:

$\frac{d\psi(s)}{ds} = a_1 \cdot \eta(s)$ und $\frac{d\eta(s)}{ds} = a_2 \cdot \sin\psi(s)$ mit den aus der Vorlesung bekannten Faktoren $a_1 = 2k_U = 4\pi/\lambda_U$ und $a_2 = -\frac{eE_0K}{2m_ec^2\gamma^2}$. Nehmen Sie folgende Parameter an:

Periodenlänge $\lambda_U = 0{,}2$ m; elektrisches Feld $E_0 = 10^9$ V/m; Undulatorparameter $K = 2$; Lorentz-faktor $\gamma = 3000$; Elektronenmasse $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; Lichtgeschwindigkeit $c = 3\cdot10^8$ m/s; Elementarladung $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Die Bewegung der Elektronen kann in kleinen Schritten Δs mit Hilfe des Runge-Kutta-Verfahrens 4. Ordnung hinreichend genau simuliert werden — vgl. Bewegung im longitudinalen Phasenraum, Beschleunigerphysik Teil 1. Zur Erinnerung:

Gegeben sind zwei gekoppelte Differentialgleichungen der Form $dy/dx = f(x,y,z)$ und $dz/dx = g(x,y,z)$. Wir gehen von einem Punkt (x_n, y_n, z_n) aus und wollen uns numerisch zum Punkt $(x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1})$ vortasten, wobei $x_{n+1} = x_n + dx$ sei. Um y_{n+1} und z_{n+1} zu erhalten, bildet man

$$
\begin{aligned}
j_1 &= dx \cdot f(x_n, y_n, z_n) \\
j_2 &= dx \cdot f\left(x_n + \frac{dx}{2}, y_n + \frac{j_1}{2}, z_n + \frac{k_1}{2}\right) \\
j_3 &= dx \cdot f\left(x_n + \frac{dx}{2}, y_n + \frac{j_2}{2}, z_n + \frac{k_2}{2}\right) \\
j_4 &= dx \cdot f(x_n + dx, y_n + j_3, z_n + k_3)
\end{aligned}
$$

und

$$
\begin{aligned}
k_1 &= dx \cdot g(x_n, y_n, z_n) \\
k_2 &= dx \cdot g\left(x_n + \frac{dx}{2}, y_n + \frac{j_1}{2}, z_n + \frac{k_1}{2}\right) \\
k_3 &= dx \cdot g\left(x_n + \frac{dx}{2}, y_n + \frac{j_2}{2}, z_n + \frac{k_2}{2}\right) \\
k_4 &= dx \cdot g(x_n + dx, y_n + j_3, z_n + k_3)
\end{aligned}
$$

Das Ergebnis ist dann $y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(j_1 + 2j_2 + 2j_3 + j_4)$ und $z_{n+1} = z_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$.

Im vorliegenden Fall sei x die Strecke s im FEL-Undulator. Den Variablen y und z entsprechen die Phasen- bzw. Energieabweichung des betrachteten Teilchens, d.h. die Funktion $f = a_1\cdot\eta$ hängt nicht explizit von s und Ψ ab, und $g = a_2\cdot\sin\Psi$ hängt nicht von s und η ab.

a) Betrachten Sie Elektronen, die in der Phase Ψ von $-\pi$ bis $+\pi$ gleich verteilt sind (z.B. im Abstand von ca. 0,1 rad) und deren anfängliche Energieabweichung $\eta_0 = 0$ beträgt. Simulieren Sie die Teilchenbewegung über eine Strecke s von 0 bis 10 m in Schritten von $\Delta s = 0{,}01$ m. Stellen Sie die Bewegung der Elektronen im Phasenraum grafisch dar.

b) Stellen Sie die Bewegung der Elektronen im Phasenraum unter der Bedingung dar, dass die Elektronen mit denselben Anfangsphasen wie in a), jedoch mit einer relativen Energieabweichung von $\eta_0 = 0{,}003$ starten.

c) Variieren Sie nun η_0 von $-0{,}01$ bis $+0{,}01$ in Schritten von 0,001. Stellen Sie eine „*gain*“-Kurve auf, indem Sie die durchschnittliche Energieänderung pro Elektron gegen η_0 auftragen.

Teilen Sie den Übungsassistenten Ihre Beobachtungen sowie deren Interpretation mit und schicken Sie wie immer aussagefähige Bilder, die mit Ihrem Programm erzeugt wurden.