ÜBUNGEN
zur „Beschleunigerphysik Teil 2“
TU Dortmund Sommersemester 2020

– BLATT 5 –

Benedikt Büsing	(benedikt.buesing @ tu-dortmund.de)
Stephan Kötter	(stephan.koetter @ tu-dortmund.de)
Daniel Krieg	(daniel.krieg @ tu-dortmund.de)

Vorbesprechung am	Mi 13.05.2020
Abgabe per Email bis	Di 19.05.2020 bis 12:00

Maximal drei Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einsenden. Die Lösungen zu Programmieraufgaben bitte als kommentiertes Python-Skript (.py), zu Verständnis- und Rechenaufgaben als PDF-Dokument (z.B. mit LaTeX, Word, gescannt) per Email einsenden. Bitte alle Namen im Betreff der Email, in der PDF-Datei und dem Python-Skript aufführen.*
Betreff der Email: „[BP2020 Uebung] Abgabe Blatt 5, Namen“

Aufgabe 1: Kurzfragen (2 Punkte)

a) Ein Elektron verfolgt in einem Undulator eine sinusförmige Bahn mit N Perioden. Wie kann man sich (qualitativ) das elektrische Feld der Strahlung als Funktion der Zeit vorstellen?

b) Das elektrische Feld als Funktion der Zeit geht durch Fourier-Transformation in eine Funktion der Frequenz über, deren Betragsquadrat das Strahlungsspektrum ist. Ohne Rechnung: Welche Linienform erwarten Sie im Undulatorspektrum und wie hängt deren Breite von N ab?

Aufgabe 2: Undulator (3 Punkte)

a) Berechnen Sie die fundamentale Wellenlänge und die entsprechende Photonenenergie für einen Undulator der Periodenlänge λ_U = 10 cm und drei Werte des Undulatorparameters K: 1,0 1,5 2,0. Die Elektronenenergie sei 1,5 GeV. Damit wissen Sie bereits, was in Aufgabe 3 herauskommen sollte.

b) Am Speicherring DELTA mit Elektronenenergie 1,5 GeV treten Laserpulse der Wellenlänge 790 nm in einem Undulator mit dem Elektronenstrahl in Wechselwirkung. Eine Faustregel besagt, dass der Energieaustausch am besten ist, wenn Laserstrahlung und überlappende Undulatorstrahlung dieselbe Wellenlänge haben. Die Periodenlänge des Undulators beträgt 25 cm. Berechnen Sie die Wellenlänge, auf die der Undulator in Abhängigkeit des Kreuzungswinkels zwischen Elektronenstrahl und Laserstrahl eingestellt werden muss, und zwar von 0 bis 1,0 mrad in 0,2-mrad-Schritten.

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Undulatorstrahlung (5 Punkte)

Berechnen Sie das Spektrum der Strahlung eines Undulators mit 20 Perioden der Periodenlänge λ_U = 10 cm in Vorwärtsrichtung im Bereich von 1 eV bis 450 eV in Schritten von 1 eV. Die Elektronenenergie sei 1,5 GeV.

a) Wählen Sie zunächst einen Undulatorparameter von K = 1,5 und berechnen Sie die komplexe elektrische Feldstärke (in willkürlichen Einheiten) als Funktion der Kreisfrequenz ω der Strahlung in der Näherung eines großen Beobachtungsabstands r_P

$$\tilde{E}_x(\omega) \propto \int_{-T/2}^{T/2} \left\{\vec{n}\times\left(\vec{n}\times\vec{\beta}\right)\right\}_x \cdot \exp\left(-i\omega\left[t' + \frac{r(t')}{c}\right]\right)\cdot dt' \quad \text{mit den Vektoren}$$

$$\vec{n} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{\beta} \approx \begin{pmatrix} -\frac{K}{\gamma}\sin\left(\omega_U t'\right) \\ 0 \\ \beta^* + \frac{K^2}{4\gamma^2}\cos\left(2\omega_U t'\right) \end{pmatrix}, \text{ wobei } \omega_U \equiv \frac{2\pi}{\lambda_U}c \text{ ist.}$$

Führen Sie die Integration über die Durchflugszeit T eines punktförmigen Elektronenpakets durch den Undulator in mindestens 1000 Zeitschritten dt' aus. Die mittlere Geschwindigkeit (in Einheiten von c) im Undulator ist $\beta^* = 1 - \frac{1}{2\gamma^2}\left(1 + \frac{K^2}{2}\right)$.

Den Abstand $r(t')$ zwischen Ladung und Beobachtungspunkt, der im Exponenten erscheint, erhalten Sie durch Integration von $-\beta_z \cdot c$ mit einer Integrationskonstanten r_P:

$r(t') = r_P - \beta^* c \cdot t' + \frac{cK^2}{8\omega_U\gamma^2}\sin\left(2\omega_U t'\right)$, wobei aber $\exp\left(-i\omega r_P\right)$ nur ein Phasenfaktor ist und daher im Exponenten $r_P = 0$ gesetzt werden kann. Stellen Sie das Betragsquadrat des elektrischen Felds (wieder in willkürlichen Einheiten) als Funktion der Photonenenergie dar.

b) Berechnen Sie das Spektrum auch für 10 und 40 Undulatorperioden. Was ändert sich?

c) Berechnen Sie das Spektrum für K = 1 und K = 2. Was ändert sich?

d) Berechnen Sie das Spektrum unter der Annahme einer konstanten longitudinalen Elektronengeschwindigkeit β^*, d.h. ignorieren Sie die kosinusförmige Modulation der Geschwindigkeit in $\vec{\beta}$. Ist diese Modulation für das Ergebnis wichtig?

Teilen Sie den Übungsassistenten Ihre Beobachtungen sowie deren Interpretation mit und schicken Sie wie immer aussagefähige Bilder, die mit Ihrem Programm erzeugt wurden.