ÜBUNGEN
zur „Beschleunigerphysik Teil 1"
TU Dortmund Wintersemester 2019/20

– BLATT 13 –

Arne Meyer a.d.H. (arne.meyeraufderheide @ tu-dortmund.de)
Benedikt Büsing (benedikt.buesing @ tu-dortmund.de)
Carsten Mai (carsten.mai @ tu-dortmund.de)
Vorbesprechung am Do 16.01.2020
Abgabe per Email bis Di 21.01.2020

Maximal drei Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einsenden. Die Lösungen zu Programmieraufgaben bitte als kommentiertes Python-Skript (.py), zu Verständnis- und Rechenaufgaben als PDF-Dokument (z.B. mit LaTeX, Word, gescannt) per Email einsenden. Bitte alle Namen im Betreff der Email, in der PDF-Datei und dem Python-Skript aufführen.*
Betreff der Email: „[BP2019 Uebung] Abgabe Blatt 13, Namen"

Aufgabe 1: Kurzfragen (2 Punkte)

a) Gegeben sei ein Elektron in einem Speicherring am Ursprung des horizontalen Phasenraumdiagramms. Am Ort s mit Dispersion $D(s) > 0$ und $D'(s) > 0$ verliert das Elektron durch Streuung an einem Restgasatom Energie. An welcher Phasenraumposition würden Sie das Elektron beim nächsten Umlauf erwarten, wenn die Energie sich sonst nicht ändert und der horizontale Arbeitspunkt halbzahlig ist?

b) Es gibt Regelsysteme, mit denen transversale Schwingungen von Teilchenpaketen gedämpft werden. An einem Ort s_1 wird die transversale Position gemessen, an einem Ort s_2 wird das Teilchenpaket im Winkel abgelenkt (*kick*), um die Betatron-Schwingung zu dämpfen. Welche Eigenschaft sollte der Phasenvorschub zwischen den beiden Orten idealerweise haben?

Begründen Sie die Antworten mit jeweils einer Phasenraumskizze.

Aufgabe 2: Dispersion (3 Punkte)

a) Leiten Sie mit der Periodizitätsbedingung in einem Speicherring die Formeln für die Dispersion $D(s)$ und ihre Ableitung $D'(s)$ her, ausgedrückt durch die Elemente der 3×3-Transfermatrix, die den Teilchenvektor $(x, x', \Delta p / p)$ von einer bestimmten Position s über einen vollständigen Umlauf transformiert.

b) Die horizontale Emittanz von DELTA beträgt etwa 16 nm·rad. Wie groß ist die horizontale Strahlgröße bei einem Wert der Beta-Funktion von 1 m? Bei welcher Dispersion würde sich die Strahlgröße verdoppeln, wenn die Energiebreite 0,07% der Strahlenergie beträgt?

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Ein Teilchenoptik-Programm, letzter Teil (5 Punkte)

Mit dieser Aufgabe soll Ihr semiprofessionelles Teilchenoptik-Programm endgültig zu einem professionellen Programm erweitert werden. Verwenden Sie nun die Input-Daten für den Speicherring BESSY in Berlin (siehe pdf-Datei auf der Webseite der Vorlesung).

a) Überarbeiten Sie Ihr bisheriges Programm soweit, dass es mit den BESSY-Daten sinnvolle Ergebnisse produziert, z.B. optische Funktionen und Dispersion sowie plausible Phasenraumellipsen beim *Tracking* von Einzelteilchen.

b) Berechnen Sie näherungsweise durch numerische Integration* über den gesamten Ring den horizontalen und vertikalen Arbeitspunkt, den *momentum compaction factor* sowie die horizontale und vertikale Chromatizität des Speicherrings. Relevante Formeln mit den aus der Vorlesung bekannten Symbolen:

$$Q_{x,y} = \frac{1}{2\pi}\oint \frac{1}{\beta_{x,y}(s)}\,ds$$

$$\alpha = \frac{\Delta L / L}{\Delta p / p} = \frac{1}{L}\oint \frac{D(s)}{R(s)}\,ds$$

$$\xi_{x,y} = \frac{\Delta Q_{x,y}}{\Delta p / p} = \pm\frac{1}{4\pi}\oint \beta_{x,y}(s)\cdot\left\{m(s)\cdot D_x(s) - k_{x,y}(s)\right\}ds$$

Anmerkung zur Chromatizität: Nach gegenwärtigem Stand der Diskussion gilt mit der Konvention $k < 0$ für horizontal fokussierende Quadrupole das positive Vorzeichen für x und das negative Vorzeichen für y. Die natürliche Chromatizität (ohne Sextupole) muss in beiden Ebenen stark negativ sein.

c) Berechnen Sie näherungsweise durch numerische Integration* über die Länge L eines Dipolmagneten die horizontale Emittanz gemäß der Formel $\varepsilon_x = C_\gamma \frac{\gamma^2}{R\cdot L}\int_0^L H(s)ds$ mit der Funktion $H(s) = \gamma(s)D^2(s) + 2\alpha(s)D(s)D'(s) + \beta(s)D'^2(s)$ und $C_\gamma = 3{,}82\cdot 10^{-13}$ m.

d) Implementieren Sie für jeden Sextupolmagneten der Stärke m und Länge L am Anfang, in der Mitte und am Ende je einen Kick der Form $\Delta x' = \frac{1}{2}\cdot\frac{mL}{3}\left(x^2 - y^2\right)$ und $\Delta y = \frac{1}{2}\cdot\frac{mL}{3}x\cdot y$ und Driftstrecken der Länge *L/2* dazwischen.

e) Tragen Sie an der Stelle s = 0 m für 100 Umläufe eines Teilchens Punkte in ein horizontales Phasenraumdiagramm ein, und zwar für die Anfangswerte $x(0) = 5, 10, 15, 20, 25, 30$ mm und $x'(0) = 0$. Führen Sie die Rechnung mit und ohne Sextupole durch. Welche Unterschiede beobachten Sie? Wiederholen Sie die Aufgabe für die vertikale Ebene.

* Verwenden Sie möglichst 10 Punkte pro Magnetelement (siehe Aufgabe 9 ff.), damit die numerische Integration einigermaßen genau wird. Die vollen Übungspunkte erhalten Sie aber auch mit nur einem Punkt pro Element.