

ÜBUNGEN
zur „Beschleunigerphysik Teil 1“
TU Dortmund Wintersemester 2019/20

– **BLATT 3** –

Arne Meyer a.d.H. (arne.meyeraufderheide @ tu-dortmund.de)
Benedikt Büsing (benedikt.buesing @ tu-dortmund.de)
Shaukat Khan (carsten.mai @ tu-dortmund.de)
Vorbesprechung am Do 24.10.2019
Abgabe per Email bis Di 29.10.2019

Maximal drei Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einsenden. Die Lösungen zu Programmieraufgaben bitte als kommentiertes Python-Skript (.py), zu Verständnis- und Rechenaufgaben als PDF-Dokument (z.B. mit LaTeX, Word, gescannt) per Email einsenden. Bitte alle Namen im Betreff der Email, in der PDF-Datei und dem Python-Skript aufführen. Betreff der Email: „[BP2019 Uebung] Abgabe Blatt 3, Namen“*

Aufgabe 1: Kurzfragen (3 Punkte)

- a) Warum eignet sich das Betatron nicht zur Beschleunigung schwerer Teilchen (z.B. Protonen)?
- b) Welche Form müssten das Magnetfeld und Spulen in einem Induktions-Linearbeschleuniger haben, damit das elektrische Feld entlang einer Geraden verläuft?
- c) Was ist der Vorteil eines Synchro-Zyklotrons und eines Isochron-Zyklotrons gegenüber einem "normalen" Zyklotron? Welchen Nachteil hat die jeweilige Maschine?

Aufgabe 2: Kreisbeschleuniger (3 Punkte)

- a) Wie groß ist der Radius und die Zyklotronfrequenz für ein Zyklotron mit $K = 100$ MeV in nicht-relativistischer Näherung, wenn das Magnetfeld 1,2 T beträgt? Welche Energie erreichen vierfach positiv geladene ^{12}C -Ionen? Warum eignet sich das Zyklotron nicht für Elektronen?
- b) Bei einem Isochron-Zyklotron werden Protonen mit einer kinetischen Energie von 5 MeV eingeschossen und haben einen Bahnradius von 0,5 m. Wie stark ist das benötigte Magnetfeld? Wie stark muss das Magnetfeld sein, wenn die Protonen das Zyklotron mit 500 MeV verlassen? Wie groß ist dann der Bahnradius?

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Elektrostatistisches Potenzial (5 Punkte)

Zwischen metallischen Elektroden, die auf verschiedenem Potenzial liegen, entsteht ein elektrostatisches Feld, wobei sich die freien Elektronen im Metall auf komplizierte Weise umordnen. Man kann also das Feld nicht einfach mit dem Coulombschen Gesetz berechnen. Das elektrostatische Potenzial außerhalb des Metalls genügt aber der Laplace-Gleichung

$$\Delta\varphi(x, y, z) = 0.$$

Das elektrische Feld ergibt sich dann als Gradient des Potenzials. Numerisch kann man die linke Seite der Gleichung an der Stelle (x, y, z) durch

$$\frac{1}{d} \left(\frac{\varphi(x+d, y, z) - \varphi(x, y, z)}{d} - \frac{\varphi(x, y, z) - \varphi(x-d, y, z)}{d} \right) + \dots$$

plus analoge Terme für y und z annähern. Hier ist d der Abstand benachbarter äquidistanter Punkte. Wir beschränken uns im Folgenden auf zwei Dimensionen. Mit d^2 multipliziert ergibt sich

$$\varphi(x+d, y) - 2\varphi(x, y) + \varphi(x-d, y) + \varphi(x, y+d) - 2\varphi(x, y) + \varphi(x, y-d) = 0$$

und nach $\varphi(x, y)$ aufgelöst: $\varphi(x, y) = \frac{1}{4} \{ \varphi(x+d, y) + \varphi(x-d, y) + \varphi(x, y+d) + \varphi(x, y-d) \}.$

Man kann die Aussage der Laplace-Gleichung so formulieren, dass das Potenzial an jeder Stelle das arithmetische Mittel der Potenziale der Nachbarpunkte ist (gilt auch in drei Dimensionen).

- Definieren Sie ein Gitter von $n \times n$ Punkten mit $n = 100$ und simulieren Sie metallische Objekte, indem Sie in bestimmten Gebieten den Gitterpunkten ein festes Potenzial zuweisen. Hier soll ein elektrischer Quadrupol mit vier symmetrisch angeordneten Gebieten angenommen werden, die je 8×8 Punkte groß sind und auf den Potenzialen ± 1000 V liegen. Anschließend weisen Sie den übrigen Gitterpunkten willkürliche Potenzialwerte zu, z.B. 0 V oder Zufallswerte, die zwischen denen der metallischen Objekte liegen.
- Nun kommt der eigentliche Algorithmus, eine Variante des Gauß-Seidel-Verfahrens (nach Carl Friedrich Gauß und Ludwig Seidel): Setzen Sie nacheinander für sämtliche Gitterpunkte das jeweilige Potenzial gleich dem Mittelwert der Nachbarpotenziale, jedoch nicht für die metallischen Objekte, denn deren Potenziale sind ja vorgegeben. Punkte an den Rändern und Ecken des Gitters haben nur drei bzw. zwei Nachbarpotenziale, aus denen der Mittelwert gebildet wird. Wiederholen Sie dieses Verfahren solange, bis sich die Potenzialwerte kaum noch ändern und stellen Sie das Ergebnis grafisch dar.

Tipp: Senden Sie Ihren Übungsassistenten neben Ihrem Python-Code auch Ergebnisse in Form aussagefähiger Bilder in einem gängigen Format (png, jpg oder pdf).