ÜBUNGEN

zur „Beschleunigerphysik Teil 2"

TU Dortmund Sommersemester 2020

– BLATT 7 –

Benedikt Büsing (benedikt.buesing @ tu-dortmund.de)
Stephan Robert Kötter (stephan.koetter @ tu-dortmund.de)
Daniel Krieg (daniel.krieg @ tu-dortmund.de)

Vorbesprechung am Mi, 27.05.2020

Abgabe per Email bis Di, 02.06.2020

Maximal drei Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einsenden. Die Lösungen zu Programmieraufgaben bitte als kommentiertes Python-Skript (.py), zu Verständnis- und Rechenaufgaben als PDF-Dokument (z.B. mit LaTeX, Word, gescannt) per Email einsenden. Bitte alle Namen im Betreff der Email, in der PDF-Datei und dem Python-Skript aufführen.*
Betreff der Email: „[BP2020 Uebung] Abgabe Blatt 7, Namen"

Aufgabe 1: Kurzfragen (2 Punkte)

a) Versuchen Sie, den obskuren Begriff der „ponderomotorischen Phase" in möglichst klare Worte zu fassen.

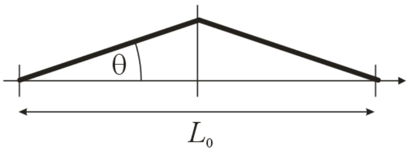
b) Beschreiben Sie in Worten, warum in einem Freie-Elektronen-Laser die Energieänderung der Elektronen von ihrer ponderomotorischen Phase abhängt und warum die Änderung der Phase von der Energieabweichung abhängt.

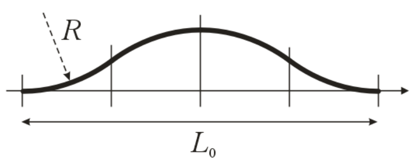
Aufgabe 2: Magnetische Schikane (4 Punkte)

In einer magnetischen „Schikane" hängt die Weglänge eines relativistischen Elektrons (Geschwindigkeit ≈ c) von seiner Energie ab. Eine Schikane kann näherungsweise als eine Abfolge von Winkeländerungen („kicks") angesehen werden, wobei der Winkel θ gemäß $\theta = a/E$ von der Energie E abhängt (s. Zeichnung links). Ein anderes Modell für eine Schikane wäre eine Abfolge von Kreisbögen mit Radius $R = b \cdot E$ (s. Zeichnung rechts). Hierbei sind a und b Konstanten.

a) Berechnen Sie für beide Modelle die Länge $L(E)$ der Bahn eines Elektrons durch die Schikane, wobei die Gesamtlänge in Geradeausrichtung jeweils L_0 sei. Wenn Sie auf unangenehme Ausdrücke (z.B. Winkelfunktionen) stoßen, verwenden Sie die ersten beiden (nichtverschwindenden) Terme einer Taylor-Reihe.

b) Berechnen Sie aus a) für beide Modelle das Matrixelement R_{56}, das die Änderung der Bahnlänge gemäß $\mathrm{d}z = R_{56} \cdot \mathrm{d}E/E$ zur relativen Energieänderung in Beziehung setzt. Wie verhalten sich R_{56} und die Wegdifferenz $\Delta L = L(E) - L_0$ zueinander?





(bitte wenden)

Aufgabe 3: Energie- und Dichtemodulation (5 Punkte)

Stellen Sie im Folgenden die Verteilung von $N = 30000$ Elektronen im longitudinalen Phasenraum dar. Die Abszisse sei die longitudinale Position z/λ von 0 bis 2 in Einheiten der Wellenlänge λ eines Laserfelds, mit dem die Elektronen in Wechselwirkung treten. Die Ordinate sei die relative Energieabweichung $\Delta E/E$ von –0,01 bis +0,01.

Stellen Sie ferner die Elektronendichte $\rho(z/\lambda)$ und den „bunching factor" b_h für die Harmonischen h von 1 bis 50 grafisch dar. Dieser Faktor ist durch

$$b_h = \frac{1}{N}\left|\sum_{i=1}^{N} \exp\left(i \cdot 2\pi \cdot h \cdot z_i / \lambda\right)\right|$$

gegeben und ist ein Maß für die entsprechende Fourier-Komponente in der Elektronenverteilung. Je höher b_h, desto mehr kohärente Strahlung kann bei der Wellenlänge λ/h erwartet werden.

Geben Sie diese Darstellungen (Elektronenverteilung, Elektronendichte und „bunching factor") für jeden der folgenden Teilschritte an.

a) Erstellen Sie eine Zufallsverteilung von Elektronen, die entlang der Positionsachse homogen und entlang der Energieachse mit einem Mittelwert von 0 und einer Standardabweichung von 0,001 normalverteilt sind.

b) Die Energie der Elektronen wird nun sinusförmig gemäß

   $$(\Delta E_i/E)_1 = (\Delta E_i/E)_0 + A \cdot \sin(2\pi \cdot z_i/\lambda)$$

   durch ein Laserfeld mit der Wellenlänge λ und der Amplitude $A = 0{,}003$ moduliert.

c) Die Elektronen durchlaufen nach der Energiemodulation eine dispersive Strecke („Schikane"), in der die Weglänge von der Energie abhängt, so dass sich ihre Positionen gemäß

   $$(z_i/\lambda)_1 = (z_i/\lambda)_0 + (\Delta E_i/E)_1 \cdot R_{56}/\lambda$$

   verschieben. Finden Sie durch Schätzen und Probieren einen Wert des Transfermatrixelements R_{56}, für den die Dichtemodulation optimal ist (d.h. möglichst hoher „bunching factor" bei möglichst hohen Harmonischen).

d) Statt des in c) gefundenen Werts für R_{56} nehmen Sie nun an, dass die Elektronen eine dispersive Strecke mit $R_{56} / \lambda = 1000$ durchlaufen (z.B. $R_{56} = 0{,}8$ mm bei $\lambda = 800$ nm).

e) Die Energie der Elektronen aus d) wird nun wieder sinusförmig durch ein Laserfeld moduliert. Die Wellenlänge beträgt wieder λ, die Amplitude 0,003.

f) Finden Sie durch Probieren einen Wert von R_{56} für eine zweite dispersive Strecke, mit dem die mittels d) und e) entstandene Mikrostruktur zu einer Dichtemodulation mit hohen Harmonischen der Laserwellenlänge führt. Mit diesem Verfahren („echo-enabled harmonic generation") werden weitaus höhere Harmonische erreicht als in c), siehe auch D. Xiang, G. Stupakov, Phys. Rev. ST – Accel. Beams 12, 030702 (2009).

Wichtig: Achten Sie stets darauf, dass die Elektronenzahl im Positionsintervall (0,2) konstant bleibt, indem Sie ggf. die Position eines Elektrons um zwei Einheiten erhöhen oder vermindern.

Teilen Sie den Übungsassistenten Ihre Beobachtungen sowie deren Interpretation mit und schicken Sie wie immer aussagefähige Bilder, die mit Ihrem Programm erzeugt wurden.