ÜBUNGEN

zur „Beschleunigerphysik Teil 2"
TU Dortmund Sommersemester 2020

– BLATT 9 –

Benedikt Büsing	(benedikt.buesing @ tu-dortmund.de)
Stephan Robert Kötter	(stephan.koetter @ tu-dortmund.de)
Daniel Krieg	(daniel.krieg @ tu-dortmund.de)
Vorbesprechung am	Mi, 10.06.2020
Abgabe per Email bis	Di, 16.06.2020

Maximal drei Teilnehmer/innen können eine gemeinsame Lösung einsenden. Die Lösungen zu Programmieraufgaben bitte als kommentiertes Python-Skript (.py), zu Verständnis- und Rechenaufgaben als PDF-Dokument (z.B. mit LaTeX, Word, gescannt) per Email einsenden. Bitte alle Namen im Betreff der Email, in der PDF-Datei und dem Python-Skript aufführen.*
Betreff der Email: „[BP2020 Uebung] Abgabe Blatt 9, Namen"

Aufgabe 1: Kurzfragen (2 Punkte)

a) Wodurch wird der erreichbare Wellenlängenbereich bei den Ihnen bekannten „Seeding"-Verfahren für Freie-Elektronen-Laser begrenzt?

b) Bekanntlich steht das Akronym LASER für „light amplification by stimulated emission of radiaton"? Ist der Freie-Elektronen-Laser ein Laser?

Aufgabe 2: FEL-gain-Länge (4 Punkte)

Nach der eindimensionalen Theorie ist die *gain*-Länge eines Freie-Elektronen-Lasers (die Länge im Undulator, auf der die Strahlungsleistung um einen Faktor e ≈ 2,72 ansteigt) durch

$$L_g = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{4\gamma^3 m_e}{\mu_0 K^2 e^2 k_U n_e}\right)^{1/3}$$

gegeben. Hierbei sind alle Größen wie in Aufgabe 3 definiert.

a) Schätzen die die *gain*-Länge für FLASH in Hamburg mit den Angaben in Aufgabe 3 ab.

b) Schätzen Sie die *gain*-Länge für einen „*high-gain*"-FEL im Speicherring DELTA ab: Strahlenergie 1,5 GeV, Elektronenstrom 20 mA in einem Paket der Länge 100 ps (Halbwertsbreite), Ringumfang 115,2 m, horizontale Emittanz 16 nm rad, vertikale Emittanz 1 nm rad, Betafunktion 1 m in beiden Ebenen, Undulator mit Periode 25 cm und $K = 2$.

(bitte wenden)

Aufgabe 3: High-gain-FEL (6 Punkte)

Im Phasenraum der „ponderomotorischen Phase“ Ψ und der relativen Energieänderung $\eta = \Delta\gamma/\gamma$ von Elektronen in einem „high-gain“-FEL wird die Teilchenbewegung in der 1d-Theorie von drei gekoppelten Differentialgleichungen bestimmt (Raumladung vernachlässigt):

$$\frac{d\psi_j(s)}{ds} = a_1 \cdot \eta_j(s)\,, \quad \frac{d\eta_j(s)}{ds} = a_2 \cdot \mathrm{Re}\left\{\widetilde{E}_0(s) \cdot \exp\left(\mathrm{i}\,\psi_j(s)\right)\right\}, \quad \frac{d\widetilde{E}_0(s)}{ds} = a_3 \cdot \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} \exp\left(-\mathrm{i}\,\psi_j(s)\right) \text{ mit}$$

$$a_1 = 2k_U = 4\pi/\lambda_U\,, \quad a_2 = -\frac{eK}{2m_e c^2\gamma^2}\,, \quad a_3 = \frac{e\mu_0 c^2 K n_e}{2\gamma}.$$

Nehmen Sie folgende Parameter an:

Periodenlänge λ_U = 0,027 m; Undulatorparameter K = 1,19; Lorentzfaktor γ = 2000; Elektronendichte $n_e = 10^{22}\ \mathrm{m}^{-3}$ (m_e, e, c und μ_0 sind die üblichen Konstanten).

Die Bewegung der Elektronen kann in kleinen Schritten Δs mit Hilfe des Runge-Kutta-Verfahrens wie im letzten Übungsblatt berechnet werden. Neu ist die s-abhängige komplexe Amplitude $\widetilde{E}_0$ des elektrischen Felds, $\mathrm{Re}\left\{\widetilde{E}_0 \cdot \exp\left(\mathrm{i}\,\psi_j\right)\right\} = \mathrm{Re}\left(\widetilde{E}_0\right)\cdot\cos(\psi_j) - \mathrm{Im}\left(\widetilde{E}_0\right)\cdot\sin(\psi_j)$ in der zweiten Gleichung.

a) Berechnen Sie zunächst die Konstanten a_1, a_2 und a_3. Erstellen Sie dann mit Zufallszahlen eine Verteilung von 1000 Elektronen in zwei „*FEL buckets*“, die in der Phase Ψ von -2π bis $+2\pi$ homogen und in η normal verteilt sind (Standardabweichung 0,001).

b) Simulieren Sie die Teilchenbewegung über eine Strecke s von 0 bis 6 m in kleinen Schritten von Δs = 0,001 m und stellen Sie die Positionen der Elektronen im Phasenraum nach jeweils einem Meter grafisch dar. Starten Sie mit $\mathrm{Re}\left(\widetilde{E}_0\right) = 10^6$ V/m und $\mathrm{Im}\left(\widetilde{E}_0\right) = 0$ V/m.
<u>Hinweise:</u> Berechnen Sie für jeden Schritt in s die neue Position aller Elektronen, bilden Sie die Summe $\sum_{k=j}^{N} \exp\left(-\mathrm{i}\,\psi_j(s)\right)$ und ändern Sie den Real- und Imaginärteil des elektrischen Felds gemäß der dritten Gleichung. Sorgen Sie dafür, dass die Elektronenzahl im Intervall $[-2\pi, +2\pi]$ konstant bleibt, indem Sie ggf. 4π zur Phase addieren oder subtrahieren (oder verwenden Sie die Funktion `mod`). Die Berechnung aller 6000 Schritte wird etwas Zeit in Anspruch nehmen (Größenordnung 1 Minute). Testen Sie also Ihr Programm erst einmal mit weniger Teilchen und weniger Schritten, erhöhen Sie aber nicht die Schrittweite Δs. Große Datenfelder verlangsamen den Programmablauf. Speichern Sie also nicht alle Elektronenpositionen für jeden Schritt, sondern nur die Positionen für den aktuellen Schritt und 1x pro Meter.

c) Tragen Sie das Betragsquadrat des elektrischen Felds $\left|\widetilde{E}_0\right|^2$ als Maß für die Leistung gegen s auf (linear und logarithmisch). Die Leistung sollte zunächst über viele Größenordnungen exponentiell ansteigen und anschließend oszillieren.

d) Variieren Sie die Elektronendichte n_e und das anfängliche elektrische Feld. Führen Sie das Programm mehrmals mit identischen Parametern aus. Was beobachten Sie?

Die Parameter in dieser Aufgabe entsprechen ungefähr denen von FLASH bei DESY/Hamburg. Um Rechenzeit zu sparen, wurde die Elektronendichte etwas höher gewählt, so dass der FEL-Prozess bereits auf den ersten Metern des Undulators in Gang kommt.

Teilen Sie den Übungsassistenten Ihre Beobachtungen sowie deren Interpretation mit und schicken Sie wie immer aussagefähige Bilder, die mit Ihrem Programm erzeugt wurden.