

质数与合数

质数是指在**大于 1 的自然数**中，除了**1 和本身**之外，**不能被**其他自然数整除的数。例如，2、3、5、7、11 等都是质数。

合数是指在**大于 1 的自然数**中，除了**1 和本身**之外，**还能被**其他自然数整除的数。例如，4、6、8、9、10、12 等都是合数。

1. 自然数 0 既**不是质数**，也**不是合数**。
2. 自然数 1 既**不是质数**，也**不是合数**。
3. 自然数 2 是最小的**质数**，也是唯一的**偶质数**。
4. **除了 2 以外**，所有其它的质数都是**奇数**。
5. 自然数 3 是最小的**奇质数**。
6. 自然数 4 是最小的**合数**，也是最小的**偶合数**。
7. 自然数 9 是最小的**奇合数**。

质因数分解

质数是指在大于 1 的自然数中，除了 1 和本身之外，不能被其他自然数整除的数。例如，2、3、5、7、11 等都是质数。

1. **试除法**:用较小的质数依次去试除被分解的数，若这个质数能够整除被分解的数，则将其记录下来，然后用被分解数除以这个质数得到的商继续用同样的方法分解，直到商为 1 为止。
2. **质因数分解树法**:将要分解的数写在树的顶端，然后依次将它分解成两个因数，直到分解到质数为止。分解时，每个分支的两个端点都是上一个数的因数，其中一个要是质数。
3. **短除法**:将被分解的数写在短除符号右边，用一个能整除该数的质数作为除数写在短除符号左边，将商写在下方。然后继续对商进行同样的操作，直到商为 1 为止，左边的质数连乘起来就是该数的质因数分解。

质因数分解练习

对以下数字进行质因数分解：

1. $96 = 8 \times 12 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

2. $72 = 8 \times 9 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

3. $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$

4. $75 = 3 \times 5 \times 5$

5. $50 = 2 \times 5 \times 5$

6. $36 = 4 \times 9 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

7. $32 = 4 \times 8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

求最大公因数

1. **质因数分解法**: 将每个数分解质因数, 然后找出它们的公共质因数, 将这些公共质因数相乘, 所得的积就是它们的最大公因数。
2. **辗转相除法 (欧几里得算法)**: 对于两个正整数 a 和 b ($a > b$), 用 a 除以 b 得到余数 r , 若余数 r 为 0, 则 b 是 a 和 b 的最大公因数; 若余数 r 不为 0, 则用 b 除以 r , 再得到余数 r_1 , 如此反复, 直到余数为 0, 此时的除数即为最大公因数。
3. **更相减损术 (不建议使用, 效率太低)**: 对于两个正整数 a 和 b ($a > b$), 用较大的数 a 减去较小的数 b , 得到差 c , 然后用 b 和 c 再次比较, 继续相减, 直到两个数相等, 这个相等的数就是它们的最大公因数。

求最大公因数练习

1. 求 100 与 75 的最大公因数： $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$ ， $75 = 3 \times 5 \times 5$ ，所以 100 与 75 的最大公因数为 $5 \times 5 = 25$ 。
2. 求 96 与 72 的最大公因数： $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ， $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ，所以 96 与 72 的最大公因数为 $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$ 。
3. 求 72 与 48 的最大公因数： $72 = 24 \times 3$ ， $48 = 24 \times 2$ ，所以 72 与 48 的最大公因数为 24。
4. 求 75 与 50 的最大公因数： $75 = 25 \times 3$ ， $50 = 25 \times 2$ ，所以 75 与 50 的最大公因数为 25。

最大公因数习题

1. 箱子里面有 75 个白色乒乓球和 50 个黄色乒乓球，将箱子里面的乒乓球分成堆，要求每堆的白色乒乓球一样多，每堆的黄色乒乓球也一样多，最多可以分成 () 堆，每堆有白色乒乓球 () 个、黄色乒乓球 () 个。答案：75 与 50 的最大公约数为 25，则最多可以分成 25 对，每堆白色乒乓球 $75 \div 25 = 3$ 个，黄色乒乓球 $50 \div 25 = 2$ 个。
2. 用康乃馨和粉百合两种花做花束，康乃馨有 96 朵，粉百合有 72 朵，要求每束花里面的康乃馨数量相同，每束花里面的粉百合数量也相同，最多可以做 () 束花，每束花有康乃馨 () 朵、粉百合 () 朵。答案：96 与 72 的最大公约数为 24，则最多可以做 24 束花，每束花有康乃馨 $96 \div 24 = 4$ 朵、粉百合 $72 \div 24 = 3$ 朵。

求最小公倍数

1. 最小公倍数 = 两数乘积 ÷ 最大公因数，如：
2. 求 100 与 75 的最小公倍数。最小公倍数 = $100 \times 75 \div 25 = 100 \times 3 = 300$
3. 求 96 与 72 的最小公倍数。最小公倍数 = $96 \times 72 \div 24 = 96 \times 3 = 288$