题目 1：已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，$4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$，$a_1=3$，
(1) 证明数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 为等比数列；
(2) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{(n+1)(n+2)}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n。

题目 1：已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，$4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$，$a_1=3$，

(1) 证明数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 为等比数列；

(2) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{(n+1)(n+2)}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n。

证明：

(1) $4a_{n+1}=4S_{n+1}-4S_n=3a_{n+1}+9a_n-(3a_n+9a_{n-1})=3a_{n+1}+6a_n-9a_{n-1}$，

题目 1：已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，$4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$，$a_1=3$，

(1) 证明数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 为等比数列；

(2) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{(n+1)(n+2)}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n。

证明：

(1) $4a_{n+1}=4S_{n+1}-4S_n=3a_{n+1}+9a_n-(3a_n+9a_{n-1})=3a_{n+1}+6a_n-9a_{n-1}$，

所以 $a_{n+1}=6a_n-9a_{n-1} \quad (n\geq 2)$

题目 1：已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，$4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$，$a_1=3$，
(1) 证明数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 为等比数列；
(2) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{(n+1)(n+2)}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n。

证明：
(1) $4a_{n+1}=4S_{n+1}-4S_n=3a_{n+1}+9a_n-(3a_n+9a_{n-1})=3a_{n+1}+6a_n-9a_{n-1}$，
所以 $a_{n+1}=6a_n-9a_{n-1}\quad(n\geq 2)$
令 $c_n=a_{n+1}-3a_n$，则
$C_{n+1}=a_{n+2}-3a_{n+1}=6a_{n+1}-9a_n-3a_{n+1}=3(a_{n+1}-3a_n)=3C_n$，
所以 $\dfrac{c_{n+1}}{c_n}=3$，因此数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 是公比为 3 的等比数列。

题目 1：已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，$4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$，$a_1=3$，
(1) 证明数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 为等比数列；
(2) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{(n+1)(n+2)}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n。

证明：
(1) $4a_{n+1}=4S_{n+1}-4S_n=3a_{n+1}+9a_n-(3a_n+9a_{n-1})=3a_{n+1}+6a_n-9a_{n-1}$，
所以 $a_{n+1}=6a_n-9a_{n-1}\quad(n\geq 2)$
令 $c_n=a_{n+1}-3a_n$，则
$C_{n+1}=a_{n+2}-3a_{n+1}=6a_{n+1}-9a_n-3a_{n+1}=3(a_{n+1}-3a_n)=3C_n$，
所以 $\dfrac{c_{n+1}}{c_n}=3$，因此数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 是公比为 3 的等比数列。
由 $4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$ 得 $4S_2=4a_2+4a_1=3a_2+9a_1\quad\Rightarrow a_2=5a_1=15$

题目 1：已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，$4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$，$a_1=3$，
(1) 证明数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 为等比数列；
(2) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{(n+1)(n+2)}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n。

证明：
(1) $4a_{n+1}=4S_{n+1}-4S_n=3a_{n+1}+9a_n-(3a_n+9a_{n-1})=3a_{n+1}+6a_n-9a_{n-1}$，
所以 $a_{n+1}=6a_n-9a_{n-1}\quad(n\geq 2)$
令 $c_n=a_{n+1}-3a_n$，则
$C_{n+1}=a_{n+2}-3a_{n+1}=6a_{n+1}-9a_n-3a_{n+1}=3(a_{n+1}-3a_n)=3C_n$，
所以 $\dfrac{c_{n+1}}{c_n}=3$，因此数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 是公比为 3 的等比数列。
由 $4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$ 得 $4S_2=4a_2+4a_1=3a_2+9a_1\quad\Rightarrow a_2=5a_1=15$
$c_1=a_2-3a_1=15-9=6$，因此数列 $\{a_{n+1}-3a_n\}$ 是首项为 6、公比为 3 的等比数列。

题目 1：已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，$4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$，$a_1=3$，

(2) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{(n+1)(n+2)}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n。

题目 1：已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，$4S_{n+1}=3a_{n+1}+9a_n$，$a_1=3$，

(2) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{(n+1)(n+2)}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n。

解：