

# 质数与合数

**质数**是指在大于 1 的自然数中，除了1 和本身之外，不能被其他自然数整除的数。例如，2、3、5、7、11 等都是质数。

**合数**是指在大于 1 的自然数中，除了1 和本身之外，还能被其他自然数整除的数。例如，4、6、8、9、10、12 等都是合数。

1. 自然数 0 既不是质数，也不是合数。
2. 自然数 1 既不是质数，也不是合数。
3. 自然数 2 是最小的质数，也是唯一的偶质数。
4. 除了 2 以外，所有其它的质数都是奇数。
5. 自然数 3 是最小的奇质数。
6. 自然数 4 是最小的合数，也是最小的偶合数。
7. 自然数 9 是最小的奇合数。

# 寻找 1-100 中的质数

见《五年级上册》第 43 页

- 1. 划掉 1;
- 2. 划掉除 2 外所有 2 的倍数;
- 3. 划掉除 3 外所有 3 的倍数;
- 4. 划掉除 5 外所有 5 的倍数;
- 5. 划掉除 7 外所有 7 的倍数;

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

# 质因数分解

**质数**是指在大于 1 的自然数中，除了 1 和本身之外，不能被其他自然数整除的数。例如，2、3、5、7、11 等都是质数。

1. **试除法**:用较小的质数依次去试除被分解的数，若这个质数能够整除被分解的数，则将其记录下来，然后用被分解数除以这个质数得到的商继续用同样的方法分解，直到商为 1 为止。
2. **质因数分解树法**:将要分解的数写在树的顶端，然后依次将它分解成两个因数，直到分解到质数为止。分解时，每个分支的两个端点都是上一个数的因数，其中一个要是质数。
3. **短除法**:将被分解的数写在短除符号右边，用一个能整除该数的质数作为除数写在短除符号左边，将商写在下方。然后继续对商进行同样的操作，直到商为 1 为止，左边的质数连乘起来就是该数的质因数分解。

# 质因数分解练习

对以下数字进行质因数分解：

$$1. 96 = 8 \times 12 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$2. 72 = 8 \times 9 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$3. 100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$4. 75 = 3 \times 5 \times 5$$

$$5. 50 = 2 \times 5 \times 5$$

$$6. 36 = 4 \times 9 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$7. 32 = 4 \times 8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

# 求最大公因数

1. **质因数分解法**: 将每个数分解质因数, 然后找出它们的公共质因数, 将这些公共质因数相乘, 所得的积就是它们的最大公因数。
2. **辗转相除法 (欧几里得算法)**: 对于两个正整数  $a$  和  $b$  ( $a > b$ ), 用  $a$  除以  $b$  得到余数  $r$ , 若余数  $r$  为 0, 则  $b$  是  $a$  和  $b$  的最大公因数; 若余数  $r$  不为 0, 则用  $b$  除以  $r$ , 再得到余数  $r_1$ , 如此反复, 直到余数为 0, 此时的除数即为最大公因数。
3. **更相减损术 (不建议使用, 效率太低)**: 对于两个正整数  $a$  和  $b$  ( $a > b$ ), 用较大的数  $a$  减去较小的数  $b$ , 得到差  $c$ , 然后用  $b$  和  $c$  再次比较, 继续相减, 直到两个数相等, 这个相等的数就是它们的最大公因数。

# 求最大公因数练习

1. 求 100 与 75 的最大公因数： $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$ ， $75 = 3 \times 5 \times 5$ ，所以 100 与 75 的最大公因数为  $5 \times 5 = 25$ 。
2. 求 96 与 72 的最大公因数： $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ， $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ，所以 96 与 72 的最大公因数为  $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$ 。
3. 求 72 与 48 的最大公因数： $72 = 24 \times 3$ ， $48 = 24 \times 2$ ，所以 72 与 48 的最大公因数为 24。
4. 求 75 与 50 的最大公因数： $75 = 25 \times 3$ ， $50 = 25 \times 2$ ，所以 75 与 50 的最大公因数为 25。

# 最大公因数习题

1. 箱子里面有 75 个白色乒乓球和 50 个黄色乒乓球，将箱子里面的乒乓球分成堆，要求每堆的白色乒乓球一样多，每堆的黄色乒乓球也一样多，最多可以分成 ( ) 堆，每堆有白色乒乓球 ( ) 个、黄色乒乓球 ( ) 个。答案：75 与 50 的最大公约数为 25，则最多可以分成 25 对，每堆白色乒乓球  $75 \div 25 = 3$  个，黄色乒乓球  $50 \div 25 = 2$  个。
2. 用康乃馨和粉百合两种花做花束，康乃馨有 96 朵，粉百合有 72 朵，要求每束花里面的康乃馨数量相同，每束花里面的粉百合数量也相同，最多可以做 ( ) 束花，每束花有康乃馨 ( ) 朵、粉百合 ( ) 朵。答案：96 与 72 的最大公约数为 24，则最多可以做 24 束花，每束花有康乃馨  $96 \div 24 = 4$  朵、粉百合  $72 \div 24 = 3$  朵。

# 求最小公倍数

1. 最小公倍数 = 两数乘积 ÷ 最大公因数，如：
2. 求 100 与 75 的最小公倍数。最小公倍数 =  $100 \times 75 \div 25 = 100 \times 3 = 300$
3. 求 96 与 72 的最小公倍数。最小公倍数 =  $96 \times 72 \div 24 = 96 \times 3 = 288$