

数列的概念与性质

题目 2: 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$, 则该数列的前 n 项和取得最小值时, n 的值为

- A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

数列的概念与性质

题目 2: 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$, 则该数列的前 n 项和取得最小值时, n 的值为

A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

解:

数列的概念与性质

题目 2：数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$ ，则该数列的前 n 项和取得最小值时， n 的值为

A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

解：根据函数 $f(n) = n^2 - 10n + 21 = (n - 5)^2 - 4$ 的单调性可知，当 $n \leq 5$ 时，数列 $\{a_n\}$ 单调递减；当 $n \geq 5$ 时，数列 $\{a_n\}$ 单调递增；

数列的概念与性质

题目 2: 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$, 则该数列的前 n 项和取得最小值时, n 的值为

A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

解: 根据函数 $f(n) = n^2 - 10n + 21 = (n - 5)^2 - 4$ 的单调性可知, 当 $n \leq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递减; 当 $n \geq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递增;

$$n^2 - 10n + 21 \leq 0$$

数列的概念与性质

题目 2: 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$, 则该数列的前 n 项和取得最小值时, n 的值为

A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

解: 根据函数 $f(n) = n^2 - 10n + 21 = (n - 5)^2 - 4$ 的单调性可知, 当 $n \leq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递减; 当 $n \geq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递增;

$$\begin{aligned} n^2 - 10n + 21 &\leq 0 \\ \Rightarrow (n - 5)^2 - 4 &\leq 0 \end{aligned}$$

数列的概念与性质

题目 2: 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$, 则该数列的前 n 项和取得最小值时, n 的值为

A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

解: 根据函数 $f(n) = n^2 - 10n + 21 = (n - 5)^2 - 4$ 的单调性可知, 当 $n \leq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递减; 当 $n \geq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递增;

$$n^2 - 10n + 21 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 - 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 \leq 4$$

数列的概念与性质

题目 2: 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$, 则该数列的前 n 项和取得最小值时, n 的值为

A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

解: 根据函数 $f(n) = n^2 - 10n + 21 = (n - 5)^2 - 4$ 的单调性可知, 当 $n \leq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递减; 当 $n \geq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递增;

$$n^2 - 10n + 21 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 - 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow n \geq 7 \text{ 或 } n \leq 3$$

数列的概念与性质

题目 2: 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$, 则该数列的前 n 项和取得最小值时, n 的值为

A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

解: 根据函数 $f(n) = n^2 - 10n + 21 = (n - 5)^2 - 4$ 的单调性可知, 当 $n \leq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递减; 当 $n \geq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递增;

$$n^2 - 10n + 21 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 - 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow n \geq 7 \text{ 或 } n \leq 3$$

a_1, a_2 均大于 0, $a_3 = 0$, a_4, a_5, a_6 均小于 0, $a_7 = 0$, a_8, a_9, \dots 均大于 0, 前 6 项与前 7 项之和均为最小值, 即:

数列的概念与性质

题目 2: 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$, 则该数列的前 n 项和取得最小值时, n 的值为

A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

解: 根据函数 $f(n) = n^2 - 10n + 21 = (n - 5)^2 - 4$ 的单调性可知, 当 $n \leq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递减; 当 $n \geq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递增;

$$n^2 - 10n + 21 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 - 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow n \geq 7 \text{ 或 } n \leq 3$$

a_1, a_2 均大于 0, $a_3 = 0$, a_4, a_5, a_6 均小于 0, $a_7 = 0$, a_8, a_9, \dots 均大于 0, 前 6 项与前 7 项之和均为最小值, 即:

$S_1 > S_2 = S_3 > S_4 > S_5 > S_6 = S_7 < S_8 < S_9$, 因此:

数列的概念与性质

题目 2: 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - 10n + 21$, 则该数列的前 n 项和取得最小值时, n 的值为

A. 5 B. 7 C. 7或8 D. 6或7

解: 根据函数 $f(n) = n^2 - 10n + 21 = (n - 5)^2 - 4$ 的单调性可知, 当 $n \leq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递减; 当 $n \geq 5$ 时, 数列 $\{a_n\}$ 单调递增;

$$n^2 - 10n + 21 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 - 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow (n - 5)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow n \geq 7 \text{ 或 } n \leq 3$$

a_1, a_2 均大于 0, $a_3 = 0$, a_4, a_5, a_6 均小于 0, $a_7 = 0$, a_8, a_9, \dots 均大于 0, 前 6 项与前 7 项之和均为最小值, 即:

$$S_1 > S_2 = S_3 > S_4 > S_5 > S_6 = S_7 < S_8 < S_9, \text{ 因此:}$$

正确答案为选项 D.