

# 1.1 有理数的引入

## 定义

正整数、0 和负整数统称为整数 (integer), 正分数和负分数统称为分数 (fraction).  
整数和分数统称为有理数 (rational number).

有理数  $\left\{ \begin{array}{l} \text{整数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正整数} \\ 0 \\ \text{负整数} \end{array} \right. \\ \text{分数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正分数} \\ \text{负分数} \end{array} \right. \end{array} \right.$

小数  $\left\{ \begin{array}{l} \text{有限小数} \\ \text{无限小数} \left\{ \begin{array}{l} \text{无限循环小数} \\ \text{无限不循环小数} \end{array} \right. \end{array} \right.$

0 既不是正数，也不是负数，是正数与负数的分界点。  
有限小数和无限循环小数是分数，无限不循环小数不是分数。  
思考：无限不循环小数是什么数？

# 小数如何转化为分数

有限小数如何转化为分数：

$$0.245 = \frac{245}{1000} = \frac{49}{200}$$

无限循环小数如何转化为分数？【华东师范大学七年级上册（2024）P73】

$$1000 \times 0.\dot{2}4\dot{5} = 245.\dot{2}4\dot{5} = 245 + 0.\dot{2}4\dot{5}$$

$$999 \times 0.\dot{2}4\dot{5} = 245$$

$$0.\dot{2}4\dot{5} = \frac{245}{999}$$

# 无限循环小数化为分数

将  $0.\dot{3}$  转化为分数

解：设  $a = 0.\dot{3}$ ，则：

$$10a = 3.\dot{3} = 3 + 0.\dot{3} = 3 + a,$$

$$9a = 3$$

$$\therefore a = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

# 无限循环小数化为分数

将  $0.\dot{2}\dot{5}$  转化为分数

解：设  $a = 0.\dot{2}\dot{5}$ ，则：

$$100a = 25.\dot{2}\dot{5} = 25 + a,$$

$$99a = 25$$

$$\therefore a = \frac{25}{99}$$

# 无限循环小数化为分数

将  $0.3\dot{2}\dot{5}$  转化为分数

解：设  $a = 0.3\dot{2}\dot{5}$ ，则：

$$10a = 3 + 0.\dot{2}\dot{5} = 3 + \frac{25}{99}$$

$$10a = \frac{3 \times 99 + 25}{99} = \frac{322}{99}$$

$$\therefore a = \frac{322}{990} = \frac{161}{495}$$

# 数集与有理数集

数集的表示方法【数学 A 版必修第一册 1.1 集合的概念】：  
集合 A 是小于 10 的自然数组成的集合，表示方法如下：

1. 列举法： $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
2. 描述法： $A = \{x \in \mathbb{Z} | 0 \leq x < 10\}$

**有理数集的表示方法：** $Q = \{x \in \mathbb{R} | x = \frac{q}{p}, p, q \in \mathbb{Z}, p \neq 0\}$

数学中常见数集及其记法：

1. 全体非负整数组成的集合称为非负整数集（或自然数集），记作  $\mathbb{N}$ .
2. 全体正整数组成的集合称为正整数集，记作  $\mathbb{N}^*$  或  $\mathbb{N}_+$ .
3. 全体整数组成的集合称为整数集，记作  $\mathbb{Z}$ .
4. 全体有理数组成的集合称为有理数集，记作  $\mathbb{Q}$ .
5. 全体实数组成的集合称为实数集，记作  $\mathbb{R}$ .

# 思考有理数集的表示方法

为什么可以用下面的方法表示有理数集？

$$Q = \{x \in \mathbb{R} | x = \frac{q}{p}, p, q \in \mathbb{Z}, p \neq 0\}$$