

数列的概念与性质

题目 3: 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}$, 若对于任意正整数 n , 都有 $a_n \leq a_m$ 成立, 则 m 的值为

A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

数列的概念与性质

题目 3: 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}$, 若对于任意正整数 n , 都有 $a_n \leq a_m$ 成立, 则 m 的值为

A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

解: 数列 a_n 具有先单调递增, 后单调递减的特点, a_m 为最大值, 有: $a_m > a_{m+1}$

数列的概念与性质

题目 3: 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}$, 若对于任意正整数 n , 都有 $a_n \leq a_m$ 成立, 则 m 的值为

A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

解: 数列 a_n 具有先单调递增, 后单调递减的特点, a_m 为最大值, 有: $a_m > a_{m+1}$
$$\Rightarrow m^2 \left(\frac{8}{9}\right)^{m-1} - (m+1)^2 \left(\frac{8}{9}\right)^m > 0$$

数列的概念与性质

题目 3: 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}$, 若对于任意正整数 n , 都有 $a_n \leq a_m$ 成立, 则 m 的值为

A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

解: 数列 a_n 具有先单调递增, 后单调递减的特点, a_m 为最大值, 有: $a_m > a_{m+1}$

$$\Rightarrow m^2 \left(\frac{8}{9}\right)^{m-1} - (m+1)^2 \left(\frac{8}{9}\right)^m > 0$$

$$\Rightarrow 9m^2 - 8(m+1)^2 > 0$$

数列的概念与性质

题目 3: 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}$, 若对于任意正整数 n , 都有 $a_n \leq a_m$ 成立, 则 m 的值为

A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

解: 数列 a_n 具有先单调递增, 后单调递减的特点, a_m 为最大值, 有: $a_m > a_{m+1}$

$$\Rightarrow m^2 \left(\frac{8}{9}\right)^{m-1} - (m+1)^2 \left(\frac{8}{9}\right)^m > 0$$

$$\Rightarrow 9m^2 - 8(m+1)^2 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16m - 8 > 0$$

数列的概念与性质

题目 3: 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}$, 若对于任意正整数 n , 都有 $a_n \leq a_m$ 成立, 则 m 的值为

A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

解: 数列 a_n 具有先单调递增, 后单调递减的特点, a_m 为最大值, 有: $a_m > a_{m+1}$

$$\Rightarrow m^2 \left(\frac{8}{9}\right)^{m-1} - (m+1)^2 \left(\frac{8}{9}\right)^m > 0$$

$$\Rightarrow 9m^2 - 8(m+1)^2 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16m - 8 > 0$$

$$\Rightarrow (m-8)^2 - 72 > 0$$

数列的概念与性质

题目 3: 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}$, 若对于任意正整数 n , 都有 $a_n \leq a_m$ 成立, 则 m 的值为

A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

解: 数列 a_n 具有先单调递增, 后单调递减的特点, a_m 为最大值, 有: $a_m > a_{m+1}$

$$\Rightarrow m^2 \left(\frac{8}{9}\right)^{m-1} - (m+1)^2 \left(\frac{8}{9}\right)^m > 0$$

$$\Rightarrow 9m^2 - 8(m+1)^2 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16m - 8 > 0$$

$$\Rightarrow (m-8)^2 - 72 > 0$$

数列的项数 m 满足 $m \geq 1$, 则: $\Rightarrow m > 8 + 6\sqrt{2}$

数列的概念与性质

题目 3: 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}$, 若对于任意正整数 n , 都有 $a_n \leq a_m$ 成立, 则 m 的值为

A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

解: 数列 a_n 具有先单调递增, 后单调递减的特点, a_m 为最大值, 有: $a_m > a_{m+1}$

$$\Rightarrow m^2 \left(\frac{8}{9}\right)^{m-1} - (m+1)^2 \left(\frac{8}{9}\right)^m > 0$$

$$\Rightarrow 9m^2 - 8(m+1)^2 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16m - 8 > 0$$

$$\Rightarrow (m-8)^2 - 72 > 0$$

数列的项数 m 满足 $m \geq 1$, 则: $\Rightarrow m > 8 + 6\sqrt{2}$

$m > 16$ 且 $m < 17$, 因为数列的项数为正整数, 所以 $m = 17$

正确答案为选项 C.