

第一章小结

负数的性质：假设 $a > b > 0$,

1. 负数小于零： $-a = 0 - a < 0$

2. 负数小于正数： $-a < b < a$

3. 绝对值大的负数反而小： $-a < -b < 0 < b < a$

4. 负数的绝对值等于相反数 $|-a| = a$

5. 相反数之和为零

$$a + (-a) = 0$$

$$(-a) + a = 0$$

6. 相反数之商为-1（除数不为零）

$$a \div (-a) = -1$$

$$(-a) \div a = -1$$

第一章小结

有理数的加法法则：假设 $a > b > 0$,

1. 同号相加取其号, 绝对值作加法

$$(+a) + (+b) = +(a + b) = a + b$$

$$(-a) + (-b) = -(a + b)$$

2. 异号相加取绝对值大的号, 绝对值大减小

$$(-a) + (+b) = -(a - b)$$

$$(+a) + (-b) = +(a - b) = a - b$$

3. 相反数之和为零

$$a + (-a) = 0$$

4. 加零和不变

$$a + 0 = a$$

有理数的加法法则：

1. 加法交换律：换位相加和不变

$$a + b = b + a$$

2. 加法结合律：先加后加和不变

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

有理数的减法法则：

1. 减去一个数，等于加其相反数

$$a - b = a + (-b)$$

$$a - (-b) = a + (+b) = a + b$$

第一章小结

增减括号法则：

1. 偶负取正号（正号可省略）

$$+(+a) = +a = a$$

$$-(-a) = +a = a$$

2. 奇负取负号

$$-(+a) = -a$$

$$+(-a) = -a$$

$$-[-(-a)] = -a$$

第一章小结

有理数的乘法法则：

1. 偶负得正：

$$(-a)(-b) = ab$$

$$(-a)(-b)(-c)(-d) = abcd$$

2. 奇负得负（绝对值相乘）：

$$(-a)b = a(-b) = -ab$$

$$(-a)(-b)(-c) = -abc$$

3. 乘零得零： $a \cdot 0 = 0a = 0$

4. 交换律： $abc = acb = bca = cab$

5. 结合律： $(ab)c = a(bc)$

6. 分配律： $a(b + c) = ab + ac$

第一章小结

有理数的除法法则：假设除数不为零，

1. 偶负得正： $(-a) \div (-b) = a \div b = \frac{a}{b}$

2. 奇负得负（绝对值相除）： $(-a) \div b = a \div (-b) = -a \div b = -\frac{a}{b}$

$$(-a) \div (-b) \div (-c) = -a \div (bc) = -\frac{a}{bc}$$

3. 零除得零（0 不能为除数）： $0 \div a = 0$

4. 除以一数，等于乘其倒数： $a \div b = a \cdot \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$

$$a \div \frac{1}{b} = a \cdot b = ab$$

$$a \div \frac{n}{m} = a \cdot \frac{m}{n} = \frac{am}{n}$$

$$\frac{b}{a} \div \frac{n}{m} = \frac{b}{a} \cdot \frac{m}{n} = \frac{bm}{an}$$

第一章小结

有理数的乘方：求几个相同乘数的积的运算，叫做乘方 (involution)。其中，

1. 乘方的结果叫做幂 (power)
2. a 叫做底数 (base number)
3. n 叫做指数 (exponent)
4. a^n 读作 a 的 n 次方
5. 也可读作 a 的 n 次幂

第一章小结

乘方的运算法则：

1. 乘方是第三级运算，优先级高于乘除法运算（见 P.59）
2. $a^1 = a$
3. 乘方的乘法运算： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
4. 乘方的除法运算： $a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$
5. 乘方的乘方运算： $(a^m)^n = a^{mn}$
6. $a^0 = a^{m-m} = a^m \div a^m = 1 \quad (a \neq 0)$
7. $a^{-1} = a^{0 \div 1} = \frac{1}{a} \quad (a \neq 0)$
8. 整数的任何次幂都是整数
9. 负数的偶数次幂是正数（偶负得正），负数的奇数次幂是负数（奇负得负）
10. 乘方运算具有右结合的性质： $a^{m^n} = a^{(m^n)}$

第一章小结

有理数的混合运算：

1. 加法和减法叫做第一级运算，互为逆运算
2. 乘法和除法叫做第二级运算，互为逆运算
3. 乘方、开方和对数叫做第三级运算，开方是乘方求底数的逆运算，对数是乘方求指数的逆运算

运算的优先级：

1. 先做乘方，再做乘除，最后做加减；
2. 同级运算，按照从左至右的顺序进行；
3. 如果有括号，就先算小括号里的，再算中括号里的，然后算大括号里的

第一章小结

近似数：

1. 与实际值非常接近的数，称为近似数 (approximate number)。例如：

$$\pi = 3.141\ 592 \dots$$

2. 只取整数，精确到个位数：应用四舍五入法，应为 3

3. 只取 1 位小数，精确到十分位（或精确到 0.1）：应为 3.1

4. 只取 2 位小数，精确到百分位（或精确到 0.01）：应为 3.14

5. 光在真空中的传播速度： $c = 299\ 792\ 458 m/s$

6. 用科学记数法，只取整数： $c = 3 \times 10^8 m/s$

7. 用科学记数法，保留 1 位小数： $c = 3.0 \times 10^8 m/s$

8. 用科学记数法，保留 5 位小数： $c = 2.99792 \times 10^8 m/s$

9. 注意：四舍五入的位置必须为精确位数的向下一位。

第一章小结

自然语言与数学语言的比较：

(a) 自然语言：- 3 与 0.3 的和乘以 2 的倒数 (P.78)

(b) 数学语言： $(-3 + 0.3) \times \frac{1}{2} = -2.7 \times \frac{1}{2} = -\frac{27}{20} = -1.35$

(c) 自然语言：- 3 与 0.3 的和乘以 2 的积的倒数

(d) 数学语言： $\frac{1}{(-3 + 0.3) \times 2} = \frac{1}{-5.4} = -\frac{10}{54} = -\frac{5}{27}$

检查方法

常用检查方法：

1. 检查符号，包括中间过程的符号。牢记：
 - a. 同号相加取其号，绝对值作加法
 - b. 异号相加取绝对值大的号，绝对值大减小。
 - c. 绝对值大的负数反而小。
 - d. 奇负得负，偶负得正。
2. 检查个位数
3. 检查位数
4. 检查进位