## 质数与合数

质数是指在大于 1 的自然数中,除了1 和本身之外,不能被其他自然数整除的数。例如,2、3、5、7、11 等都是质数。

合数是指在大于 1 的自然数中,除了1 和本身之外,还能被其他自然数整除的数。例如,4、6、8、9、10、12 等都是合数。

- 1. 自然数 0 既不是质数,也不是合数。
- 2. 自然数 1 既不是质数,也不是合数。
- 3. 自然数 2 是最小的质数,也是唯一的偶质数。
- 4. 除了 2 以外,所有其它的质数都是奇数。
- 5. 自然数 3 是最小的奇质数。
- 6. 自然数 4 是最小的合数, 也是最小的偶合数。
- 7. 自然数 9 是最小的奇合数。



#### 质因数分解

质数是指在大于 1 的自然数中,除了1 和本身之外,不能被其他自然数整除的数。例如,2、3、5、7、11 等都是质数。

- 1. 试除法:用较小的质数依次去试除被分解的数,若这个质数能够整除被分解的数,则将其记录下来,然后用被分解数除以这个质数得到的商继续用同样的方法分解,直到商为 1 为止。
- 2. 质因数分解树法:将要分解的数写在树的顶端,然后依次将它分解成两个因数, 直到分解到质数为止。分解时,每个分支的两个端点都是上一个数的因数,其 中一个要是质数。
- 3. 短除法:将被分解的数写在短除符号右边,用一个能整除该数的质数作为除数写在短除符号左边,将商写在下方。然后继续对商进行同样的操作,直到商为 1 为止,左边的质数连乘起来就是该数的质因数分解。

## 质因数分解练习

#### 对以下数字进行质因数分解:

**1.** 
$$96 = 8 \times 12 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

**2.** 
$$72 = 8 \times 9 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

**3.** 
$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

**4.** 
$$75 = 3 \times 5 \times 5$$

**5.** 
$$50 = 2 \times 5 \times 5$$

**6.** 
$$36 = 4 \times 9 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

7. 
$$32 = 4 \times 8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

# 求最大公因数

- 1. <u>质因数分解法</u>:将每个数分解质因数,然后找出它们的公共质因数,将这些公共 质因数相乘,所得的积就是它们的最大公因数。
- 2. 辗转相除法(欧几里得算法):对于两个正整数 a 和 b (a > b),用 a 除以 b 得 到余数 r,若余数 r 为 0,则 b 是 a 和 b 的最大公因数;若余数 r 不为 0,则 用 b 除以 r,再得到余数 r1,如此反复,直到余数为 0,此时的除数即为最大公因数。
- 3. 更相减损术(不建议使用,效率太低):对于两个正整数 a 和 b (a > b),用较大的数 a 减去较小的数 b,得到差 c,然后用 b 和 c 再次比较,继续相减,直到两个数相等,这个相等的数就是它们的最大公因数。

4 D > 4 D P + E P + E P + E P + Y + E P +

#### 求最大公因数练习

- 1. 求 100 与 75 的最大公因数:  $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$ ,  $75 = 3 \times 5 \times 5$ , 所以 100 与 75 的最大公因数为  $5 \times 5 = 25$ 。
- 2. 求 96 与 72 的最大公因数:  $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ,  $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ , 所以 96 与 72 的最大公因数为  $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$ 。
- 3. 求 72 与 48 的最大公因数:  $72 = 24 \times 3$ ,  $48 = 24 \times 2$ , 所以 72 与 48 的最大公因数为 24。
- 4. 求 75 与 50 的最大公因数:  $75 = 25 \times 3$ ,  $50 = 25 \times 2$ , 所以 75 与 50 的最大公因数为 25。

# 最大公因数习题

- 1. 箱子里面有 75 个白色乒乓球和 50 个黄色乒乓球,将箱子里面的乒乓球分成堆,要求每堆的白色乒乓球一样多,每堆的黄色乒乓球也一样多,最多可以分成()堆,每堆有白色乒乓球()个、黄色乒乓球()个。答案: 75 与 50 的最大公约数为 25,则最多可以分成 25 对,每堆白色乒乓球  $75 \div 25 = 3$  个,黄色乒乓球  $75 \div 25 = 2$  个。
- 2. 用康乃馨和粉百合两种花做花束,康乃馨有 96 朵,粉百合有 72 朵,要求每束花里面的康乃馨数量相同,每束花里面的粉百合数量也相同,最多可以做 ( ) 束花,每束花有康乃馨 ( ) 朵、粉百合 ( ) 朵。答案: 96 与 72 的最大公约数为 24,则最多可以做 24 束花,每束花有康乃馨  $96 \div 24 = 4$  朵、粉百合  $72 \div 24 = 3$  朵。

←□ > ←□ > ←필 > ←필 > ←필 > → 및

#### 求最小公倍数

- 1. 最小公倍数 = 两数乘积 ÷ 最大公因数, 如:
- 2. 求 100 与 75 的最小公倍数。最小公倍数 =  $100 \times 75 \div 25 = 100 \times 3 = 300$
- 3. 求 96 与 72 的最小公倍数。最小公倍数 =  $96 \times 72 \div 24 = 96 \times 3 = 288$