负数的性质:假设 a > b > 0,

- 1. 负数小于零: -a = 0 a < 0
- 2. 负数小于正数: -a < b < a
- 3. 绝对值大的负数反而小: -a < -b < 0 < b < a
- 4. 负数的绝对值等于相反数 |-a|=a
- 5. 相反数之和为零

$$a + (-a) = 0$$

$$(-a) + a = 0$$

6. 相反数之商为-1(除数不为零)

$$a \div (-a) = -1$$

$$(-a) \div a = -1$$

有理数的加法法则: 假设 a > b > 0,

1. 同号相加取其号, 绝对值作加法

$$(+a) + (+b) = +(a+b) = a+b$$

 $(-a) + (-b) = -(a+b)$

2. 异号相加取绝对值大的号,绝对值大减小

$$(-a) + (+b) = -(a - b)$$

 $(+a) + (-b) = +(a - b) = a - b$

3. 相反数之和为零

$$a + (-a) = 0$$

4. 加零和不变

$$a+0=a$$

有理数的加法法则:

1. 加法交换律:换位相加和不变

$$a+b=b+a$$

2. 加法结合律: 先加后加和不变

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

有理数的减法法则:

1. 减去一个数,等于加其相反数

$$a - b = a + (-b)$$

$$a - (-b) = a + (+b) = a + b$$

增减括号法则:

1. 偶负取正号(正号可省略)

$$+(+a) = +a = a$$
$$-(-a) = +a = a$$

2. 奇负取负号

$$-(+a) = -a$$

$$+(-a) = -a$$

$$-[-(-a)] = -a$$

有理数的乘法法则:

1. 偶负得正:

$$(-a)(-b) = ab$$

$$(-a)(-b)(-c)(-d) = abcd$$

2. 奇负得负(绝对值相乘):

$$(-a)b = a(-b) = -ab$$

$$(-a)(-b)(-c) = -abc$$

- 3. 乘零得零: $a \cdot 0 = 0a = 0$
- 4. 交換律: abc = acb = bca = cab
- 5. 结合律: (ab)c = a(bc)
- 6. 分配律: a(b+c) = ab + ac

有理数的除法法则: 假设除数不为零.

- 1. 偶负得正: $(-a) \div (-b) = a \div b = \frac{a}{b}$
- 2. 奇负得负 (绝对值相除): $(-a) \div b = a \div (-b) = -a \div b = -\frac{a}{b}$ $(-a) \div (-b) \div (-c) = -a \div (bc) = -\frac{a}{bc}$
- 3. 零除得零(0 不能为除数): $0 \div a = 0$ 4. 除以一数,等于乘其倒数: $a \div b = a \cdot \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$ $a \div \frac{1}{b} = a \cdot b = ab$

$$a \div \frac{1}{b} = a \cdot b = ab$$

$$a \div \frac{n}{m} = a \cdot \frac{m}{n} = \frac{am}{n}$$

$$\frac{b}{a} \div \frac{n}{m} = \frac{b}{a} \cdot \frac{m}{n} = \frac{bm}{an}$$

有理数的乘方: 求几个相同乘数的积的运算, 叫做乘方 (involution)。其中,

- 1. 乘方的结果叫做幂 (power)
- 2. a 叫做底数 (base number)
- 3. n 叫做指数 (exponent)
- $4. a^n$ 读作 a 的 n 次方
- 5. 也可读作 a 的 n 次幂

乘方的运算法则:

- 1. 乘方是第三级运算,优先级高于乘除法运算(见 P.59)
- **2.** $a^1 = a$
- 3. 乘方的乘法运算: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- 4. 乘方的除法运算: $a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$
- 5. 乘方的乘方运算: $(a^m)^n = a^{mn}$
- **6.** $a^0 = a^{m-m} = a^m \div a^m = 1 \quad (a \neq 0)$
- 7. $a^{-1} = a^0 \div a^1 = \frac{1}{a} \quad (a \neq 0)$
- 8. 整数的任何次幂都是整数
- 9. 负数的偶数次幂是正数 (偶负得正), 负数的奇数次幂是负数 (奇负得负)
- 10. 乘方运算具有右结合的性质: $a^{m^n} = a^{(m^n)}$



有理数的混合运算:

- 1. 加法和减法叫做第一级运算, 互为逆运算
- 2. 乘法和除法叫做第二级运算,互为逆运算
- 3. 乘方、开方和对数叫做第三级运算,开方是乘方求底数的逆运算,对数是乘方求指数的逆运算

运算的优先级:

- 1. 先做乘方, 再做乘除, 最后做加减;
- 2. 同级运算, 按照从左至右的顺序进行;
- 3. 如果有括号, 就先算小括号里的, 再算中括号里的, 然后算大括号里的

近似数:

1. 与实际值非常接近的数, 称为近似数 (approximate number)。例如:

$$\pi = 3.141 \ 592 \cdots$$

- 2. 只取整数,精确到个位数:应用四舍五入法,应为 3
- 3. 只取 1 位小数,精确到十分位(或精确到 0.1): 应为 3.1
- 4. 只取 2 位小数, 精确到百分位 (或精确到 0.01): 应为 3.14
- 5. 光在真空中的传播速度: c = 299 792 458 m/s
- 6. 用科学记数法,只取整数: $c = 3 \times 10^8 m/s$
- 7. 用科学记数法,保留 1 位小数: $c = 3.0 \times 10^8 m/s$
- 8. 用科学记数法,保留 5 位小数: $c = 2.99792 \times 10^8 m/s$
- 9. 注意: 四舍五入的位置必须为精确位数的向下一位。

自然语言与数学语言的比较:

(a) 自然语言: - 3 与 0.3 的和乘以 2 的倒数 (P.78)

(b) 数学语言:
$$(-3+0.3) \times \frac{1}{2} = -2.7 \times \frac{1}{2} = -\frac{27}{20} = -1.35$$

(c) 自然语言: - 3 与 0.3 的和乘以 2的积的倒数

(d) 数学语言:
$$\frac{1}{(-3+0.3)\times 2} = \frac{1}{-5.4} = -\frac{10}{50} = -\frac{5}{27}$$

←□ → ←□ → ← □ → ← □ → ← ○