题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbb{N}^*)$ 。 (1) 若  $a_1=1$ ,求  $\{a_n\}$  的前 n 项和  $S_n$ ;

◆ロト ◆昼 ト ◆ 夏 ト ◆ 夏 ・ か ♀ で

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbb{N}^*)$ 。 (1) 若  $a_1=1$ ,求  $\{a_n\}$  的前 n 项和  $S_n$ ;

#### 解:

(1) 当 n = 1 时,由  $a_{2n} = 2a_n + 1$  得  $a_2 = 2a_1 + 1 = 3$ ,所以等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$ ,

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n} = 2a_n + 1(n \in \mathbb{N}^*)$ 。 (1) 若  $a_1 = 1$ ,求  $\{a_n\}$  的前 n 项和  $S_n$ ;

#### 解:

(1) 当 n = 1 时,由  $a_{2n} = 2a_n + 1$  得  $a_2 = 2a_1 + 1 = 3$ ,所以等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$ ,

所以等差数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = a_1 + 2(n-1) = 2n-1$ ,

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n} = 2a_n + 1(n \in \mathbb{N}^*)$ 。 (1) 若  $a_1 = 1$ ,求  $\{a_n\}$  的前 n 项和  $S_n$ ;

**名**汉 •

解:

(1) 当 n = 1 时,由  $a_{2n} = 2a_n + 1$  得  $a_2 = 2a_1 + 1 = 3$ ,所以等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$ ,

所以等差数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = a_1 + 2(n-1) = 2n-1$ ,

所以前 n 项和为  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = n^2$ 

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n} = 2a_n + 1(n \in \mathbb{N}^*)$ 。 (1) 若  $a_1 = 1$ ,求  $\{a_n\}$  的前 n 项和  $S_n$ ;

**名**汉 •

解:

(1) 当 n = 1 时,由  $a_{2n} = 2a_n + 1$  得  $a_2 = 2a_1 + 1 = 3$ ,所以等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$ ,

所以等差数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = a_1 + 2(n-1) = 2n-1$ ,

所以前 n 项和为  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = n^2$ 

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbb{N}^*)$ 。 (2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $\frac{5}{b_2}-\frac{1}{b_1}=\frac{3}{4}$ ,且数列  $\{a_n\cdot b_n\}$  的前 n 项和  $T_n=(3n-4)2^{n+1}+8$ ,

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbb{N}^*)$ 。 (2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $\frac{5}{b_2}-\frac{1}{b_1}=\frac{3}{4}$ ,且数列  $\{a_n\cdot b_n\}$  的前 n 项和  $T_n=(3n-4)2^{n+1}+8$ ,

求数列  $\{b_n\}$  的通项公式。

解: (2) 当 n=1 时, $a_1 \cdot b_1 = T_1 = (3-4) \cdot 2^2 + 8 = -4 + 8 = 4$ ,所以  $b_1 = \frac{4}{a_1}$ ,

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbb{N}^*)$ 。 (2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $\frac{5}{b_2}-\frac{1}{b_1}=\frac{3}{4}$ ,且数列  $\{a_n\cdot b_n\}$  的前 n 项和  $T_n=(3n-4)2^{n+1}+8$ ,

求数列  $\{b_n\}$  的通项公式。

解: (2) 当 n=1 时, $a_1 \cdot b_1 = T_1 = (3-4) \cdot 2^2 + 8 = -4 + 8 = 4$ ,所以  $b_1 = \frac{4}{a_1}$ ,

$$n=2$$
 时, $a_2 \cdot b_2 = T_2 - T_1 = (6-4) \cdot 2^3 + 8 - 4 = 20$ ,所以 $b_2 = \frac{20}{a_2}$ ,

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbb{N}^*)$ 。 (2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $\frac{5}{b_2}-\frac{1}{b_1}=\frac{3}{4}$ ,且数列  $\{a_n\cdot b_n\}$  的前 n 项和  $T_n=(3n-4)2^{n+1}+8$ ,

解: (2) 当 
$$n=1$$
 时, $a_1 \cdot b_1 = T_1 = (3-4) \cdot 2^2 + 8 = -4 + 8 = 4$ ,所以  $b_1 = \frac{4}{a_1}$ ,

$$n=2$$
 时,  $a_2 \cdot b_2 = T_2 - T_1 = (6-4) \cdot 2^3 + 8 - 4 = 20$ , 所以  $b_2 = \frac{20}{a_2}$ ,

曲 
$$a_{2n} = 2a_n + 1$$
 得  $a_2 = 2a_1 + 1$ , 所以  $b_2 = \frac{20}{a_2} = \frac{20}{2a_1 + 1}$ ,

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbb{N}^*)$ 。 (2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $\frac{5}{b_2}-\frac{1}{b_1}=\frac{3}{4}$ ,且数列  $\{a_n\cdot b_n\}$  的前 n 项和  $T_n=(3n-4)2^{n+1}+8$ ,

解: (2) 当 
$$n=1$$
 时,  $a_1 \cdot b_1 = T_1 = (3-4) \cdot 2^2 + 8 = -4 + 8 = 4$ , 所以  $b_1 = \frac{4}{a_1}$ ,

$$n=2$$
 时, $a_2 \cdot b_2 = T_2 - T_1 = (6-4) \cdot 2^3 + 8 - 4 = 20$ ,所以  $b_2 = \frac{20}{a_2}$ ,

曲 
$$a_{2n} = 2a_n + 1$$
 得  $a_2 = 2a_1 + 1$ ,所以  $b_2 = \frac{20}{a_2} = \frac{20}{2a_1 + 1}$ ,由  $\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$  得  $\frac{(2a_1 + 1)}{4} - \frac{a_1}{4} = \frac{a_1 + 1}{4} = \frac{3}{4}$ ,

曲 
$$\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$$
 得  $\frac{(2a_1+1)}{4} - \frac{a_1}{4} = \frac{a_1+1}{4} = \frac{3}{4}$ 

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n} = 2a_n + 1(n \in \mathbb{N}^*)$ 。

(2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$ ,且数列  $\{a_n \cdot b_n\}$  的前 n 项和  $T_n = (3n-4)2^{n+1} + 8$ ,

解: (2) 当 
$$n=1$$
 时,  $a_1 \cdot b_1 = T_1 = (3-4) \cdot 2^2 + 8 = -4 + 8 = 4$ , 所以  $b_1 = \frac{4}{a_1}$ ,

$$n=2$$
 时,  $a_2 \cdot b_2 = T_2 - T_1 = (6-4) \cdot 2^3 + 8 - 4 = 20$ , 所以  $b_2 = \frac{20}{a_2}$ ,

曲 
$$a_{2n} = 2a_n + 1$$
 得  $a_2 = 2a_1 + 1$ ,所以  $b_2 = \frac{20}{a_2} = \frac{20}{2a_1 + 1}$ ,由  $\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$  得  $\frac{(2a_1 + 1)}{4} - \frac{a_1}{4} = \frac{a_1 + 1}{4} = \frac{3}{4}$ ,

由 
$$\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$$
 得  $\frac{(2a_1+1)}{4} - \frac{a_1}{4} = \frac{a_1+1}{4} = \frac{3}{4}$ ,

所以 
$$a_1 = 2$$
,  $a_2 = 2a_1 + 1 = 5$ ,  $a_n = 2 + (n-1)(a_2 - a_1) = 2 + 3(n-1) = 3n - 1$ ,  $b_1 = 2$ ,  $b_2 = 4$ ,

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbb{N}^*)$ 。 (2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $\frac{5}{b_2}-\frac{1}{b_1}=\frac{3}{4}$ ,且数列  $\{a_n\cdot b_n\}$  的前 n 项和  $T_n=(3n-4)2^{n+1}+8$ ,

求数列  $\{b_n\}$  的通项公式。

解: (2) 当 n=1 时,  $a_1 \cdot b_1 = T_1 = (3-4) \cdot 2^2 + 8 = -4 + 8 = 4$ , 所以  $b_1 = \frac{4}{-}$ ,

$$n=2$$
 时, $a_2 \cdot b_2 = T_2 - T_1 = (6-4) \cdot 2^3 + 8 - 4 = 20$ ,所以  $b_2 = \frac{20}{a_2}$ ,

曲 
$$a_{2n} = 2a_n + 1$$
 得  $a_2 = 2a_1 + 1$ ,所以  $b_2 = \frac{20}{a_2} = \frac{20}{2a_1 + 1}$ ,  
由  $\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$  得  $\frac{(2a_1 + 1)}{4} - \frac{a_1}{4} = \frac{a_1 + 1}{4} = \frac{3}{4}$ ,

由 
$$\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$$
 得  $\frac{(2a_1+1)}{4} - \frac{a_1}{4} = \frac{a_1+1}{4} = \frac{3}{4}$ ,

所以  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 2a_1 + 1 = 5$ ,  $a_n = 2 + (n-1)(a_2 - a_1) = 2 + 3(n-1) = 3n - 1$ ,  $b_1 = 2$ ,  $b_2 = 4$ ,

 $n \ge 2$  时,  $a_n \cdot b_n = T_n - T_{n-1} = (3n-4)2^{n+1} + 8 - (3n-7)2^n - 8 = (3n-1)2^n$ ,

题目 3: 已知数列  $\{a_n\}$  为等差数列,且满足  $a_{2n} = 2a_n + 1(n \in \mathbb{N}^*)$ 。

(2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$ ,且数列  $\{a_n \cdot b_n\}$  的前 n 项和  $T_n = (3n-4)2^{n+1} + 8$ ,

求数列  $\{b_n\}$  的通项公式。

解: (2) 当 n=1 时,  $a_1 \cdot b_1 = T_1 = (3-4) \cdot 2^2 + 8 = -4 + 8 = 4$ , 所以  $b_1 = \frac{4}{-}$ ,

$$n=2$$
 时,  $a_2 \cdot b_2 = T_2 - T_1 = (6-4) \cdot 2^3 + 8 - 4 = 20$ , 所以  $b_2 = \frac{20}{a_2}$ ,

曲 
$$a_{2n} = 2a_n + 1$$
 得  $a_2 = 2a_1 + 1$ ,所以  $b_2 = \frac{20}{a_2} = \frac{20}{2a_1 + 1}$ ,  
由  $\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$  得  $\frac{(2a_1 + 1)}{4} - \frac{a_1}{4} = \frac{a_1 + 1}{4} = \frac{3}{4}$ ,

由 
$$\frac{5}{b_2} - \frac{1}{b_1} = \frac{3}{4}$$
 得  $\frac{(2a_1+1)}{4} - \frac{a_1}{4} = \frac{a_1+1}{4} = \frac{3}{4}$ ,

所以  $a_1=2$ ,  $a_2=2a_1+1=5$ ,  $a_n=2+(n-1)(a_2-a_1)=2+3(n-1)=3n-1$ ,  $b_1 = 2$ ,  $b_2 = 4$ ,

 $n \ge 2$  时,  $a_n \cdot b_n = T_n - T_{n-1} = (3n-4)2^{n+1} + 8 - (3n-7)2^n - 8 = (3n-1)2^n$ ,

所以数列  $\{b_n\}$  的通项公式为  $b_n=2^n$