UFMG
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Programação e Desenvolvimento de Software 2

Listas encadeadas e Árvores binárias

Prof. Douglas G. Macharet
douglas.macharet@dcc.ufmg.br

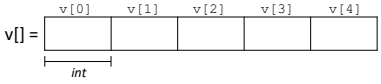
DCC
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Introdução

- Tipos Abstratos de Dados (TADs)
  - Conjunto de valores
  - Conjunto de operações sobre esses valores
- O que o TAD representa e faz é mais importante do que como ele faz!
- Integridade, manutenção, reutilização, ...

Introdução

- Como guardar uma coleção de elementos?
  - Arrays (vetores)
- Propriedades
  - Tamanho fixo
  - Acesso direto (índice)



Introdução

```
#include <iostream>

using namespace std;

int main()
{
  int vetorA[5];
  vetorA[3] = 99;
  for(int i=0; i<5; i++)
    cout << vetorA[i] << "\t";
  cout << endl;

  int vetorB[5] = {};
  for(int i=0; i<5; i++)
    cout << vetorB[i] << "\t";
  cout << endl;

  double vetorC[] = {1.1, 2.2, 3.3};
  cout << vetorC[1] << endl;

  return 0;
}
```

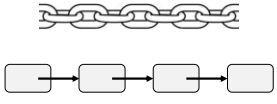

Introdução

```
#include <iostream>

using namespace std;

int main()
{
  float *vetorD = new float[5];
  delete[] vetorD;

  return 0;
}
```

http://www.cplusplus.com/reference/new/operator%20delete[]/

Listas encadeadas

- Forma alternativa de guardar coleções
- Cada elemento guarda duas informações
  - O próprio valor do item
  - Referência para o elemento seguinte na cadeia



Listas encadeadas vs. Arrays

- Arrays
  - Acesso direto
  - Tamanho fixo e conhecido
    - T = n x sizeof(elemento)
- Listas encadeadas
  - Acesso sequencial
  - Tamanho variável (um elemento por vez)
    - T = n x sizeof(elemento) + n x sizeof(referência)

Listas encadeadas

- A lista é constituída por células/nós
  - Conteúdo
  - Referência

```
struct Node {

  int   data;
  Node* next;

};
```


Listas encadeadas

```
#include <iostream>

using namespace std;

int main()
{
    Node a;
    Node b;

    a.data = 99;
    a.next = &b;

    b.data = 123;

    cout << a.data << endl;
    cout << a.next->data << endl;

    return 0;
}
```


Listas encadeadas

- Operações
  - Criar uma nova lista (inicialização)
  - Inserir elementos
  - Retirar elementos
  - Localizar um elemento
  - Recuperar o valor de um elemento
  - Recuperar o elemento seguinte à um elemento

Listas encadeadas

- Todas as operações ficam dentro do Node?
  - Criar um TAD que efetivamente define a Lista
- Quais dados deve possuir?
  - Referência para o primeiro Node (Por quê?)
    - Head, Cabeça
  - Referência para o último Node (Por quê?)
    - Tail, Cauda

Listas encadeadas

```
#ifndef LIST_H
#define LIST_H

#include <iostream>
using namespace std;

struct Node {

  int   data;
  Node* next;

};

struct List {

  Node* head = nullptr;
  Node* tail = nullptr;

  void insertNode(int data);
  void removeNode(int data);
  void display();

};

#endif
```

List.hpp

Listas encadeadas
Inserção

- Como inserir um novo valor na lista (final)?
  - Criar o Node
  - Se a Lista estiver vazia
    - Novo Node será Cabeça e Cauda
  - Caso contrário
    - Novo Node será inserido após Cauda
    - Esse Node agora é a Cauda

Listas encadeadas
Inserção

```
#include "List.hpp"

void List::insertNode(int data) {

  Node* aux = new Node;
  aux->data = data;
  aux->next = nullptr;

  if (head == nullptr){
    head = aux;
    tail = aux;
  } else {
    tail->next = aux;
    tail = aux;
  }
}
```

List.cpp

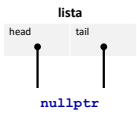
Listas encadeadas
Inserção

```
#include "List.hpp"

int main()
{
  List lista;

  lista.insertNode(111);
  lista.insertNode(222);

  return 0;
}
```

main.cpp

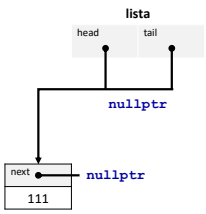
Listas encadeadas
Inserção

```
#include "List.hpp"

int main()
{
  List lista;

  lista.insertNode(111);
  lista.insertNode(222);

  return 0;
}
```



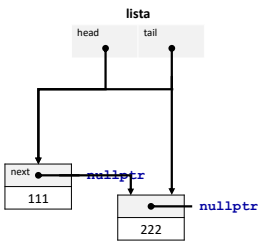
Listas encadeadas
Inserção

```
#include "List.hpp"

int main()
{
  List lista;

  lista.insertNode(111);
  lista.insertNode(222);

  return 0;
}
```



Listas encadeadas
Inserção

```
#include "List.hpp"

int main()
{
  List lista;

  lista.insertNode(111);
  lista.insertNode(222);

  return 0;
}
```



Listas encadeadas
Remoção

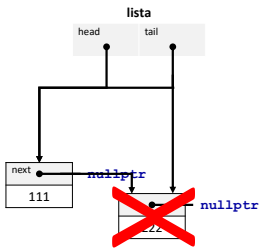
- Como remover um determinado Node?
- Quantos casos?
  - Cabeça
    - Cabeça aponta para o próximo do Node removido
  - Cauda
    - Node anterior não aponta mais para ninguém
    - Node anterior vida Cauda
  - Outros
    - Node anterior aponta para o próximo do removido

Listas encadeadas
Remoção

```
void List::removeNode(int data) {

  Node *current = head;
  Node *previous = nullptr;

  while (current != nullptr) {
    if (current->data == data) {
      if (previous == nullptr){ // HEAD
        head = current->next;
      } else if (current->next == nullptr) { //TAIL
        previous->next = nullptr;
        tail = previous;
      } else {
        previous->next = current->next;
      }
      delete current;
      return;
    }

    previous = current;
    current = current->next;
  }
}
```


Listas encadeadas
Remoção

```
#include "List.hpp"

int main()
{
  List lista;

  lista.insertNode(111);
  lista.insertNode(222);

  lista.removeNode(222);

  return 0;
}
```



Listas encadeadas
Enumeração

- Como exibir o estado atual da Lista?
  - Percorrer a lista até chegar ao último elemento
  - Como determinar o último elemento?
    - Comparar com a Cauda
    - Aponta para `nullptr`

Listas encadeadas
Enumeração

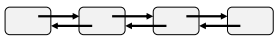
```
void List::display() {

  Node *aux = head;
  while (aux != nullptr) {
    cout << aux->data << "\t";
    aux = aux->next;
  }
  cout << endl;

}
```


Listas encadeadas
Enumeração

```
#include "List.hpp"

int main()
{
  List lista;

  lista.insertNode(111);
  lista.insertNode(222);
  lista.display();

  return 0;
}
```

Listas duplamente encadeadas

- Referência também para o elemento anterior



```
struct Node {

  int   data;
  Node* next;
  Node* previous;

};
```


Listas duplamente encadeadas

- Vantagens
  - Percorrida em ambas as direções
  - Inserção/Remoção diretas (fornecido ponteiro)
- Desvantagens
  - Espaço extra para a nova referência
- Qual devo utilizar?
  - Depende da sua aplicação!

Listas encadeadas
Exercício

- Listas Simples e Duplamente encadeadas
- Implemente as seguintes operações
  - Atributo que guarda o número de elementos
  - Verificar se um elemento está na lista
- Memória está sendo liberada corretamente?
  - Implementar um método que libera os Nodes

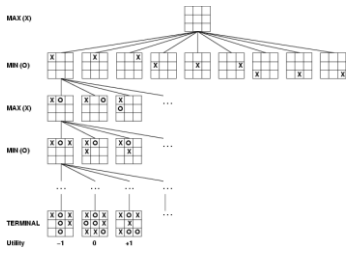
Árvores

- Árvores
  - Estrutura eficiente para armazenar informação
- Adequada quando há necessidade de
  - Acesso direto e sequencial eficientes
  - Facilidade de inserção retirada de registros
  - Boa taxa de utilização de memória
  - Utilização de memória primária e secundária

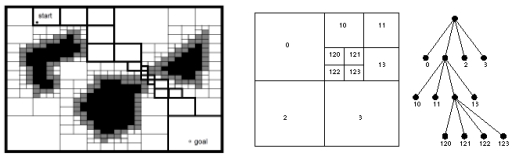
Árvores

- Estrutura hierárquica
  - Muito utilizada para organização de elementos
- Cada elemento é chamado de nó
- Relação: Pai – Filhos
  - Raiz: primeiro nó da hierarquia
  - Folhas: nós que não possuem filhos
- Filho de um nó é a raiz de uma subárvore

Árvores
Exemplo

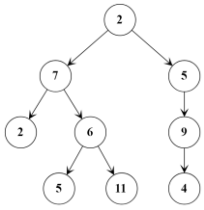


Árvores
Exemplo



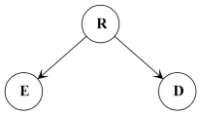
Árvores binárias

- Cada nó possui no <u>máximo</u> dois nós filhos



Obs: a árvore acima não impõe nenhuma ordenação em seus nós!

Árvores binárias




```
struct NodeT {

  int   data;
  NodeT* esq;
  NodeT* dir;

};
```

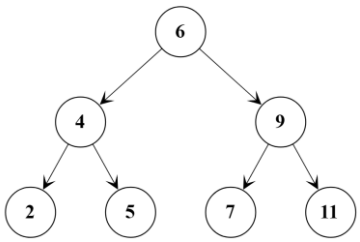

Árvores binárias de pesquisa

- Até o momento consideramos árvores que <u>representam</u> os dados hierarquicamente
- Árvores binárias de pesquisa (organização)

E < **R** < **D**

  - Todos os registros com chaves menores estão dispostos na subárvore à esquerda
  - Todos os registros com chaves maiores estão dispostos na subárvore à direita

Árvores binárias de pesquisa



Árvores binárias de pesquisa
Propriedades

- O nível do nó raiz é 0
- Se um nó está no nível i então a raiz de suas subárvores estão no nível $i + 1$
- A altura de um nó é o comprimento do caminho mais longo deste nó até um nó folha
- A altura de uma árvore é a altura do nó raiz

Árvores binárias de pesquisa

- Operações
  - Criar uma nova árvore (inicialização)
  - Inserir elementos
  - Retirar elementos
  - Listar os elementos
  - Localizar um elemento
  - Recuperar o valor de um elemento

Árvores binárias de pesquisa

```
#ifndef BST_H
#define BST_H

#include <iostream>
using namespace std;

struct NodeT {

  int   data;
  NodeT* esq;
  NodeT* dir;

};

struct BST {

  NodeT* root = nullptr;

  void insertNode(int data);
  void removeNode(int data);
  void display();

};

#endif
```

BST.hpp

Árvores binárias de pesquisa
Inserção

- Como inserir um novo valor na árvore?
  - Primeiramente, encontrar a posição. Como?
    - Se x é menor, vá para a subárvore da esquerda
    - Se x é maior, vá para a subárvore da direita.
    - Recursivamente, até o ponteiro nulo ser atingido
      - Ou o próprio elemento, já que não aceita duplicatas!
  - Criar o Node

Árvores binárias de pesquisa
Inserção

```
#include "BST.hpp"

NodeT* createNode(int data) {

  NodeT* aux = new NodeT;
  aux->data = data;
  aux->esq = nullptr;
  aux->dir = nullptr;

  return aux;
}

void BST::insertNode(int data) {

  if (root != nullptr) {
    insertNodeHelper(root, data);
  } else {
    root = createNode(data);
  }

}
```

```
void insertNodeHelper(NodeT* n, int data) {
  if (data < n->data) {
    if (n->esq == nullptr) {
      n->esq = createNode(data);
    } else {
      insertNodeHelper(n->esq, data);
    }
  } else if (data > n->data){
    if (n->dir == nullptr) {
      n->dir = createNode(data);
    } else {
      insertNodeHelper(n->dir, data);
    }
  }
}
```

BST.cpp

Árvores binárias de pesquisa
Inserção

```
#include "BST.hpp"

int main() {

  BST bst;

  bst.insertNode(5);
  bst.insertNode(2);
  bst.insertNode(7);
  bst.insertNode(7);

  return 0;
}
```


Árvores binárias de pesquisa
Remoção

- Como remover um determinado Node?
  - Se possuir apenas um descendente
    - Substituir pelo filho
  - Se possuir dois descendentes
    - Nó mais à direita na subárvore da esquerda
    - Nó mais à esquerda na subárvore da direita
  - Não veremos isso → Estrutura de Dados!

Árvores binárias de pesquisa
Enumeração

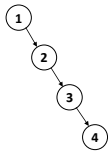
- Como exibir o estado atual da Árvore?
  - Existem várias ordens de caminhamento, uma bem útil é o caminhamento central (*inorder*)
  - Nós visitados de forma ordenada
    - Caminha na subárvore da esquerda
    - Visita à raiz
    - Caminha na subárvore da direita
  - Como implementar isso recursivamente?

Árvores binárias de pesquisa
Enumeração

```
void inorder(NodeT* n) {
  if(n == nullptr)
    return;

  inorder(n->esq);
  cout << n->data << " ";
  inorder(n->dir);
}

void BST::display() {
  inorder(root);
  cout << endl;
}
```


Árvores binárias de pesquisa
Análise

- Ordem de remoção/inserção influencia?



- É possível resolver esse problema?
  - Como?
  - Árvores Totalmente (Parcial) Balanceadas

Árvores binárias de pesquisa
Exercício

- Implemente as seguintes operações
  - Variações
    - E <= R < D
    - E < R <= D
  - Função que verifica se um elemento está na lista