Potencias, radicales y logaritmos

Departamento de Matemáticas
IES Pedro Cerrada

1 Potencias

Es importante destacar que las propiedades se pueden leer (y por tanto aplicar) de izquierda a derecha o al revés.

$$\forall\, n,m \in \mathbb{N}\ y\ \forall\, n,m \in \mathbb{R}:$$

Definición de potencia: $a^n = a \cdot a \overset{n}{\cdots} a$

Potencia de exponente **negativo**: $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Potencia de exponente **0** $(Si\ a \neq 0)$: $a^0 = 1$

Producto de potenc. de la **misma base**: $a^n a^m = a^{n+m}$

Cociente de potenc. de la **misma base**: $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Potencia de una **potencia**: $(a^n)^m = a^{n\cdot m}$

Potencia de un **producto**: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

Potencia de un **cociente**: $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{a^n}$

1.1. Ejemplos

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \qquad 3^0 = 1 \qquad 2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^{4+3} = 2^7 \qquad \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \qquad \frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2$$

$$2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2 \qquad (3^2)^4 = 3^{2\cdot 4} = 3^8 \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3}$$

$$2^3 \cdot 3^3 = (2\cdot 3)^3 = 6^3$$

2 Radicales

Recuerda que: $\sqrt[n]{a} = b \longleftrightarrow b^n = a$. De la definición se deducen las siguientes propiedades:

Forma Exponencial: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Simplificación: $\sqrt[np]{a^p} = \sqrt[n]{a}$

Raíz de un **producto**: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Raíz de un **cociente**: $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Potencia de un **radical** $\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$

Raíz de un **radical** $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$

Suma y resta de radicales: Recuerda que solo se pueden sumar o restar expresiones con radicales idénticos

Racionalizar radicales: Se multiplica el numerador y denominador por un expresión que permita que desaparezcan los radicales del denominador

2.1. Ejemplos

$$\sqrt[2]{4} = 4^{\frac{1}{2}} \qquad \sqrt[6]{3^2} = 3^{\frac{3}{6}} = 3^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5} \qquad \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = 4$$

$$\sqrt{2\cdot 3} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{3} \qquad \sqrt{12} = \sqrt{2^2\cdot 3} = \sqrt{2^2}\cdot\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{27} = 3 \qquad \frac{\sqrt{300}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{300}{3}} = \sqrt{100} = 10$$

$$\left(\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{2^2} = 2 \qquad \sqrt[3]{\sqrt[5]{3}} = \sqrt[15]{3}$$

$$3\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{7} = 2\sqrt[3]{7} \qquad 2\sqrt[3]{5} - \sqrt[4]{5} + 2\sqrt[3]{5} = 4\sqrt[3]{5} - \sqrt[4]{5}$$

$$3\sqrt{28} - \sqrt{7} - \sqrt{63} = 3\cdot 2\sqrt{7} - \sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt[6]{5^2}} = \frac{1\cdot\sqrt[6]{5^4}}{\sqrt[6]{5^2}\cdot\sqrt[6]{5^4}} = \frac{\sqrt[6]{5^4}}{5} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{1\cdot(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1\cdot)\cdot(\sqrt{3}+1\cdot)} = \frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

3 Logaritmos

Definición de logaritmo: $\log_b x = n \longleftrightarrow b^n = x$

Logaritmo de un **producto**: $\log_b (x\cdot y) = log_b x + log_b y$

Logaritmo de un **cociente**: $\log_b \dfrac{x}{y} = log_b x - log_b y$

Logaritmo de una **potencia**: $\log_b x^n = n \cdot \log_b x$

Logaritmo de una **raíz**: $\log_b \sqrt[n]{x} = \dfrac{1}{n}\cdot \log_b x$

Cambio de **base**: $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

Logaritmo **decimal**: $\log x = log_{10} x$

3.1. Ejemplos

$$\log_3 3 = 1 \qquad \log_3 1 = 0$$

$$\log_2 8 = logb_2 2^3 = 3$$

$$\log_2 (4\cdot 16) = \log_2 4 + \log_2 16 = 2+4$$

$$\log_{10}\frac{1000}{10} = \log_{10} 1000 - \log_{10} 10 = 3 - 1 = 2$$

$$\log_3 81^3 = 3\cdot\log_3 81 = 3\cdot 4 = 12$$

$$\log_3 \sqrt[4]{81} = \frac{1}{4}\log_3 81 = \frac{1}{4}\log_3 3^4 = \frac{1}{4}\cdot 4 = 1$$

$$\log_6 4 = \frac{\log_{10} 6}{\log_{10} 6}$$

4 Versión Online

https://goo.gl/kZNTW4