



ExBook · 刷题本

高等数学（下）

刷题集

A4 标准版

“不处对象 喵喵喵”

GoatPretty

最后更新时间：2026 年 2 月 10 日

目录

第 1 章 向量代数与空间解析几何 2

1.1 向量及其线性运算 2

1.2 数量积向量积混合积..... 3

1.3 曲面及其方程 4

1.4 空间曲线及其方程 5

1.5 平面及其方程 6

1.6 空间直线及其方程 7

1.7 本章综合测验 9

第 1 章 向量代数与空间解析几何

1.1 向量及其线性运算

➤ 此部分答案见原书 P20

1. 已知向量 \overrightarrow{OA} 的模为 8, 且它与 ox 轴和 oy 轴的夹角均为 $\frac{\pi}{3}$, 求 \overrightarrow{OA} 的坐标表示式。

2. 已知三点 $A(1,0,4)$, $B(3,2,2)$, $C(-2,-1,0)$, D 为 AB 的中点, 求与 \overrightarrow{CD} 平行的单位向量。

3. 已知 $A(1,2,0)$ 、 $B(2,-1,3)$, 求:
 - (1) 向量 \overrightarrow{AB} 在三个坐标轴上的投影;
 - (2) 向量 \overrightarrow{AB} 的模;
 - (3) 向量 \overrightarrow{AB} 的方向余弦;
 - (4) 与向量 \overrightarrow{AB} 方向一致的单位向量。
4. 设 $\vec{a} = (4,5,-3)$, $\vec{b} = (1,3,6)$, 问实数 λ, μ 满足什么条件时, 可使 $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$ 与 z 轴垂直?

1.2 数量积向量积混合积

1. 向量 $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ 与 $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ 的位置关系是 ()。

A. 平行 B. 垂直 C. 相交 D. 以上都不是

2. 设三个向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足关系式 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, 则 $\vec{a} \times \vec{b} =$ ()。

A. $\vec{c} \times \vec{b}$ B. $\vec{b} \times \vec{c}$ C. $\vec{a} \times \vec{c}$ D. $\vec{b} \times \vec{a}$

3. 已知 $\vec{OA} = \vec{i} + 3\vec{k}$, $\vec{OB} = \vec{j} + 3\vec{k}$, 则 $\triangle OAB$ 的面积为 ()。

A. 19 B. $\frac{1}{2}\sqrt{19}$ C. $\sqrt{19}$ D. 29

4. 非零向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共面的充分必要条件是 ()。

A. $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ B. $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) = 0$ C. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ D. $\vec{a} \times (\vec{b} \cdot \vec{c}) = 0$

5. 已知 $\vec{a} = (1, 1, -4)$, $\vec{b} = (2, 0, -2)$, 求:

(1) $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{a}$;

(2) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ 。

6. 已知 $\vec{a} = (1, 1, -4)$, $\vec{b} = (2, 0, -2)$, 求 $\text{Prj}_{\vec{a}} \vec{b}$ 。

7. 已知 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$, 求 $\left| \vec{a} - \frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b}) \right|$ 。

1.3 曲面及其方程

1. 方程 $-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 表示的空间曲面是_____。
2. 方程 $\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$ 表示的空间曲面是_____。
3. 建立以点 $(1, 3, -2)$ 为球心，且通过坐标原点的球面方程。
4. 将 xoy 坐标面上的双曲线 $4x^2 - 9y^2 = 36$ 分别绕 x 轴及 y 轴旋转一周，求所生成的旋转曲面的方程。

1.4 空间曲线及其方程

1. 求曲线 $C: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$ 关于 xoy 坐标面的投影柱面方程及此曲线在 xoy 坐标面的投影方

程测试从厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试
 试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所
 测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测
 试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所
 测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测试厕所测试测

2. 求母线平行于 y 轴, 且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \end{cases}$ 的投影柱面方程。

1.5 平面及其方程

1. 平面 $x - y + 2z - 6 = 0$ 和 $2x + y + z - 5 = 0$ 的夹角是 ()。

- A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. 2π

2. 两平面 $2x - y - z = 0$ 和 $x + y + z = 0$ 的位置是 ()。

- A. 平行 B. 相交不垂直 C. 垂直 D. 共面

3. 求过点 $A(5, 4, 3)$ 且在各坐标轴上的截距相等的平面方程。

4. 求平行于 xOz 面且经过点 $(2, -5, 3)$ 的平面方程。

5. 求通过 z 轴和点 $(-3, 1, -2)$ 的平面方程。

1.6 空间直线及其方程

1. 求过点 $(1, 0, -2)$ 且与平面 $3x + 4y - z + 6 = 0$ 平行, 与直线 $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{1}$ 垂直的直线方程。
2. 求过点 $(3, 2, -1)$ 且与平面 $x - 4z - 3 = 0$ 及 $2x - y - 5z - 1 = 0$ 平行的直线方程。
3. 求通过平面 $x + y - z - 2 = 0$ 与 $3x + y - z - 5 = 0$ 的交线, 且过点 $(1, 8, 2)$ 的平面方程。
4. 求点 $M(1, 2, -1)$ 到直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 的距离。

5. 求点 $M(1,2,3)$ 到直线 $\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x+z=3 \end{cases}$ 的距离。

6. 求点 $N(-1,2,0)$ 在平面 $x+2y-z+1=0$ 上的投影。

7. 确定 λ , 使直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$ 垂直于平面 $\pi_1: 3x+6y+3z+25=0$, 并求该直线在平面 $\pi_2: x-y+z-2=0$ 上的投影直线的方程。

1.7 本章综合测验

1. 若非零向量 \vec{a} 和 \vec{b} 满足 $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$, 则 ()。
- A. 方向相同 B. 互相垂直 C. 方向相反 D. 平行
2. 方程 $y^2 + z^2 - 24x + 8 = 0$ 表示 ()。
- A. 双曲柱面 B. 椭圆柱面 C. 锥面 D. 旋转抛物面
3. 方程 $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ 表示的曲面是 ()。
- A. 柱面 B. 球面 C. 锥面 D. 旋转抛物面
4. 平面 $x = 2z$ ()。
- A. 平行 xOz 坐标面 B. 平行 y 轴
- C. 垂直 y 轴 D. 通过 y 轴
5. 曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 与 $x + y = 1$ 的交线在 xOy 面上的投影为 ()。
- A. 椭圆柱面 B. 椭圆曲线 C. 两平行平面 D. 线段
6. 直线 $L: \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$ 与平面 $\pi: 4x - 2y - 2z = 3$ 的关系是 ()。
- A. 平行 B. 垂直相交 C. L 在 π 上 D. 相交但不垂直
7. 直线 $L: \frac{x}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{7}$ 和平面 $3x - 2y + 7z = 8$ 的关系是 ()。
- A. 平行 B. 垂直相交 C. L 在 π 上 D. 相交但不垂直
8. 设直线 $\frac{x}{0} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-3}$, 则该直线必定 ()。
- A. 过原点且垂直于 x 轴 B. 过原点且平行于 x 轴
- C. 不过原点, 但垂直于 x 轴 D. 不过原点, 且不平行于 x 轴
9. 向量的终点在点 $B(2, -1, 7)$, 它在坐标轴上的投影依次是 4、-4、7, 这个向量的起点 A 的坐标为_____。
10. 将 xOz 坐标面上的曲线 $z^2 = 5x$ 绕 x 轴旋转所生成的旋转曲面方程为_____。
11. 过点 $(2, -5, 3)$ 且平行于 xOz 面的平面方程为_____。
12. 过点 $(2, 4, -1)$ 且平行于 $S = (1, 3, 4)$ 的直线方程为_____。
13. 通过点 $M(1, 2, 3)$ 且与直线 $L: x = 2 + 3t, y = 2t, z = -1 + t$ 垂直的平面方程为_____。

14. 已知 $M_1(4, \sqrt{2}, 1)$, $M_2(3, 0, 2)$, 求向量 M_1M_2 的模、方向余弦和方向角。
15. 设向量 \mathbf{r} 的模是 4, 它与轴 \mathbf{u} 的夹角是 60° , 求 \mathbf{r} 在轴 \mathbf{u} 上的投影。
16. 求向量 $\mathbf{b}' = i - j + 3k$ 与 $\mathbf{c}' = i' - 2j$ 的夹角余弦。
17. 设 $\mathbf{a} = (x, y, z)$, $\mathbf{b} = (2, 0, 5)$, $\mathbf{c} = (3, 0, 0)$, 问当 x, y, z 取何值时, \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 平行; 取何值时 \mathbf{a} 与 \mathbf{c} 平行。
18. 已知 $M_1(1, -1, 2)$, $M_2(3, 3, 1)$, $M_3(3, 1, 3)$, 求与 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 、 $\overrightarrow{M_2M_3}$ 同时垂直的单位向量。

19. 化直线方程 $\begin{cases} x - y + z + 5 = 0 \\ 5x - 8y + 4z + 36 = 0 \end{cases}$ 为对称式方程和参数方程。

20. 求直线 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ 在平面 $\Pi: x - y + 2z - 1 = 0$ 上的投影直线 L_0 的方程。

21. 试证直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-2}$ 在平面 $x + y + z + 1 = 0$ 上。