

### §8.1 向量及其线性运算

- 1、已知向量  $\overrightarrow{OA}$  的模为 8，且它与  $ox$  轴和  $oy$  轴的夹角均为  $\frac{\pi}{3}$ ，求  $\overrightarrow{OA}$  的坐标表示式。
- 2、已知三点  $A(1,0,4)$ 、 $B(3,2,2)$ 、 $C(-2,-1,0)$ ， $D$  为  $AB$  的中点，求与  $\overrightarrow{CD}$  平行的单位向量。
- 3、已知  $A(1,2,0)$ 、 $B(2,-1,3)$ ，求：
  - (1) 向量  $\overrightarrow{AB}$  在三个坐标轴上的投影；(2) 向量  $\overrightarrow{AB}$  的模；
  - (3) 向量  $\overrightarrow{AB}$  的方向余弦；(4) 与向量  $\overrightarrow{AB}$  方向一致的单位向量。
- 4、设  $\vec{a} = (4,5,-3)$ ， $\vec{b} = (1,3,6)$ ，问实数  $\lambda$ ， $\mu$  满足什么条件时，可使  $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$  与  $z$  轴垂直？

## §8.2 数量积 向量积 混合积

- 1、向量  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  与  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  的位置关系是 ( )  
A、平行                  B、垂直                  C、相交                  D、以上都不是
- 2、设三个向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ，满足关系式  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ，则  $\vec{a} \times \vec{b} =$  ( )  
A、 $\vec{c} \times \vec{b}$               B、 $\vec{b} \times \vec{c}$               C、 $\vec{a} \times \vec{c}$               D、 $\vec{b} \times \vec{a}$
- 3、已知  $\vec{OA} = \vec{i} + 3\vec{k}$ ， $\vec{OB} = \vec{j} + 3\vec{k}$ ，则  $\triangle OAB$  的面积为 ( )  
A、19                  B、 $\frac{1}{2}\sqrt{19}$               C、 $\sqrt{19}$                   D、29
- 4、非零向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  共面的充分必要条件是 ( )  
A、 $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$       B、 $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) = 0$       C、 $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{0}$       D、 $\vec{a} \times (\vec{b} \cdot \vec{c}) = \vec{0}$
- 5、已知  $\vec{a} = (1, 1, -4)$ ， $\vec{b} = (2, 0, -2)$ ，求：(1)  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{a}$ ； (2)  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$
- 6、已知  $\vec{a} = (1, 1, -4)$ ， $\vec{b} = (2, 0, -2)$ ，求  $\text{Prj}_{\vec{a}} \vec{b}$ 。
- 7、已知  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ ，求  $\left| \vec{a} - \frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b}) \right|$ 。

### §8.3 曲面及其方程

1、方程  $-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  表示的空间曲面是 \_\_\_\_\_

2、方程  $\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$  表示的空间曲面是 \_\_\_\_\_

3、建立以点  $(1, 3, -2)$  为球心，且通过坐标原点的球面方程。

4、将  $xoy$  坐标面上的双曲线  $4x^2 - 9y^2 = 36$  分别绕  $x$  轴及  $y$  轴旋转一周，求所生成的旋转曲面的方程。

### §8.4 空间曲线及其方程

1、求曲线  $C: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$  关于  $xoy$  坐标面的投影柱面方程及此曲线在  $xoy$  坐标面的投影方程。

2、求母线平行于  $y$  轴，且通过曲线  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \end{cases}$  的投影柱面方程。

### §8.5 平面及其方程

1、平面  $x - y + 2z - 6 = 0$  和  $2x + y + z - 5 = 0$  的夹角是 ( )

$A、\pi$                        $B、\frac{\pi}{2}$                        $C、\frac{\pi}{3}$                        $D、2\pi$

2、两平面  $2x - y - z = 0$  和  $x + y + z = 0$  的位置是 ( )

$A、$ 平行                       $B、$ 相交不垂直                       $C、$ 垂直                       $D、$ 共面

3、求过点  $A(5, 4, 3)$  且在各坐标轴上的截距相等的平面方程。

4、求平行于  $xOz$  面且经过点  $(2, -5, 3)$  的平面方程。

5、求通过  $z$  轴和点  $(-3, 1, -2)$  的平面方程。

### §8.6 空间直线及其方程

1、求过点  $(1, 0, -2)$  且与平面  $3x + 4y - z + 6 = 0$  平行，与直线  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{1}$  垂直的直线方程。

2、求过点  $(3, 2, -1)$  且与平面  $x - 4z - 3 = 0$  及  $2x - y - 5z - 1 = 0$  平行的直线方程。

3、求通过平面  $x + y - z - 2 = 0$  与  $3x + y - z - 5 = 0$  的交线，且过点  $(1, 8, 2)$  的平面方程。

4、求点  $M(1, 2, -1)$  到直线  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$  的距离。

5、求点  $M(1, 2, 3)$  到直线  $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + z = 3 \end{cases}$  的距离。

6、求点  $N(-1, 2, 0)$  在平面  $x + 2y - z + 1 = 0$  上的投影。

7、确定  $\lambda$ ，使直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$  垂直于平面  $\pi_1: 3x + 6y + 3z + 25 = 0$ ，并求该直线在平面  $\pi_2: x - y + z - 2 = 0$  上的投影直线的方程。

## 本章综合测验

### 一、选择题

1、若非零向量  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  满足  $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$ , 则 ( )

A、 $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  方向相同      B、 $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  互相垂直      C、 $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  方向相反      D、 $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  平行

2、方程  $y^2+z^2-24x+8=0$  表示 ( )

A、双曲柱面      B、椭圆柱面      C、锥面      D、旋转抛物面

3、方程  $x^2+y^2+z^2=49$  表示的曲面是 ( )

A、柱面      B、球面      C、锥面      D、旋转抛物面

4、平面  $x=2z$  ( )

A、平行  $xOz$  坐标面      B、平行  $y$  轴      C、垂直  $y$  轴      D、通过  $y$  轴

5、曲面  $x^2+y^2+z^2=9$  与  $x+y=1$  的交线在  $xOy$  面上的投影为 ( )

A、椭圆柱面      B、椭圆曲线      C、两平行平面      D、线段

6、直线  $L: \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$  与平面  $\pi: 4x-2y-2z=3$  的关系是 ( )

A、平行      B、垂直相交      C、 $L$  在  $\pi$  上      D、相交但不垂直

7、直线  $L: \frac{x}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{7}$  和平面  $3x-2y+7z=8$  的关系是 ( )

A、平行      B、垂直相交      C、 $L$  在  $\pi$  上      D、相交但不垂直

8、设直线  $\frac{x}{0} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-3}$ , 则该直线必定 ( )

A、过原点且垂直于  $x$  轴      B、过原点且平行于  $x$  轴  
C、不过原点, 但垂直于  $x$  轴      D、不过原点, 且不平行于  $x$  轴

### 二、填空题

9、向量的终点在点  $B(2, -1, 7)$ , 它在坐标轴上的投影依次是 4、-4、7, 这个向量的起点 A 的坐标为\_\_

10、将  $xOz$  坐标面上的曲线  $z^2=5x$  绕  $x$  轴旋转所生成的旋转曲面方程为\_\_\_\_\_

11、过点  $(2, -5, 3)$  且平行于  $xOz$  面的平面方程为\_\_\_\_\_

12、过点  $(2, 4, -1)$  且平行于  $\vec{S}=(1, 3, 4)$  的直线方程为\_\_\_\_\_

13、通过点  $M(1, 2, 3)$  且与直线  $L: x=2+3t, y=2t, z=-1+t$  垂直的平面方程为 \_\_\_\_\_

### 三、计算题

14、已知  $M_1(4, \sqrt{2}, 1)$ ,  $M_2(3, 0, 2)$ , 求向量  $\overline{M_1M_2}$  的模、方向余弦和方向角。

15、设向量  $\vec{r}$  的模是 4, 它与轴  $u$  的夹角是  $60^\circ$ , 求  $\vec{r}$  在轴  $u$  上的投影。

16、求向量  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$  与  $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j}$  的夹角余弦。

17、设  $\vec{a} = (x, y, z)$ ,  $\vec{b} = (2, 0, 5)$ ,  $\vec{c} = (3, 0, 0)$ , 问当  $x, y, z$  取何值时,  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  平行; 取何值时  $\vec{a}$  与  $\vec{c}$  平行。

18、已知  $M_1(1, -1, 2)$ ,  $M_2(3, 3, 1)$ ,  $M_3(3, 1, 3)$ , 求与  $\overrightarrow{M_1M_2}$ 、 $\overrightarrow{M_2M_3}$  同时垂直的单位向量。

19、化直线方程  $\begin{cases} x - y + z + 5 = 0 \\ 5x - 8y + 4z + 36 = 0 \end{cases}$  为对称式方程和参数方程。

20、求直线  $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$  在平面  $\Pi: x - y + 2z - 1 = 0$  上的投影直线  $L_0$  的方程。

21、试证直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-2}$  在平面  $x + y + z + 1 = 0$  上。