



ExBook · 刷题本

高等数学（下） 刷题集

A4 标准版

“不处对象 喵喵喵”

目录

第 1 章 向量代数与空间解析几何	2
1.1 向量及其线性运算	2
1.2 数量积向量积混合积	3
1.3 曲面及其方程	4
1.4 空间曲线及其方程	5
1.5 平面及其方程	6
1.6 空间直线及其方程	7
1.7 本章综合测验	9

第 1 章 向量代数与空间解析几何

1.1 向量及其线性运算

➤ 此部分答案见原书 P20

1. 已知向量 \overrightarrow{OA} 的模为 8, 且它与 ox 轴和 oy 轴的夹角均为 $\frac{\pi}{3}$, 求 \overrightarrow{OA} 的坐标表示式。
2. 已知三点 $A(1, 0, 4)$, $B(3, 2, 2)$, $C(-2, -1, 0)$, D 为 AB 的中点, 求与 \overrightarrow{CD} 平行的单位向量。
3. 已知 $A(1, 2, 0)$ 、 $B(2, -1, 3)$, 求:
 - (1) 向量 \overrightarrow{AB} 在三个坐标轴上的投影;
 - (2) 向量 \overrightarrow{AB} 的模;
 - (3) 向量 \overrightarrow{AB} 的方向余弦;
 - (4) 与向量 \overrightarrow{AB} 方向一致的单位向量。
4. 设 $\vec{a} = (4, 5, -3)$, $\vec{b} = (1, 3, 6)$, 问实数 λ, μ 满足什么条件时, 可使 $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$ 与 z 轴垂直?

1.2 数量积向量积混合积

1. 向量 $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ 与 $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ 的位置关系是 ()。
A. 平行 B. 垂直 C. 相交 D. 以上都不是
2. 设三个向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足关系式 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, 则 $\vec{a} \times \vec{b} =$ ()。
A. $\vec{c} \times \vec{b}$ B. $\vec{b} \times \vec{c}$ C. $\vec{a} \times \vec{c}$ D. $\vec{b} \times \vec{a}$
3. 已知 $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + 3\vec{k}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{j} + 3\vec{k}$, 则 $\triangle OAB$ 的面积为 ()。
A. 19 B. $\frac{1}{2}\sqrt{19}$ C. $\sqrt{19}$ D. 29
4. 非零向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共面的充分必要条件是 ()。
A. $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ B. $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) = 0$
C. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ D. $\vec{a} \times (\vec{b} \cdot \vec{c}) = 0$
5. 已知 $\vec{a} = (1, 1, -4)$, $\vec{b} = (2, 0, -2)$, 求:
(1) $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{a}$;
(2) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$.
6. 已知 $\vec{a} = (1, 1, -4)$, $\vec{b} = (2, 0, -2)$, 求 $\text{Prj}_{\vec{a}} \vec{b}$ 。
7. 已知 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$, 求 $\left| \vec{a} - \frac{1}{3}(\vec{a} - \vec{b}) \right|$ 。

1.3 曲面及其方程

1. 方程 $-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 表示的空间曲面是_____。
2. 方程 $\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$ 表示的空间曲面是_____。
3. 建立以点 $(1, 3, -2)$ 为球心，且通过坐标原点的球面方程。

4. 将 xoy 坐标面上的双曲线 $4x^2 - 9y^2 = 36$ 分别绕 x 轴及 y 轴旋转一周，求所生成的旋转曲面的方程。

1.4 空间曲线及其方程

1. 求曲线 $C : \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$ 关于 xoy 坐标面的投影柱面方程及此曲线在 xoy 坐标面上的投影方程。

2. 求母线平行于 y 轴，且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \end{cases}$ 的投影柱面方程。

1.5 平面及其方程

1. 平面 $x - y + 2z - 6 = 0$ 和 $2x + y + z - 5 = 0$ 的夹角是 ()。
A. π B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. 2π
2. 两平面 $2x - y - z = 0$ 和 $x + y + z = 0$ 的位置是 ()。
A. 平行 B. 相交不垂直 C. 垂直 D. 共面
3. 求过点 $A(5, 4, 3)$ 且在各坐标轴上的截距相等的平面方程。
4. 求平行于 xoz 面且经过点 $(2, -5, 3)$ 的平面方程。
5. 求通过 z 轴和点 $(-3, 1, -2)$ 的平面方程。

1.6 空间直线及其方程

1. 求过点 $(1, 0, -2)$ 且与平面 $3x + 4y - z + 6 = 0$ 平行，与直线 $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{1}$ 垂直的直线方程。
2. 求过点 $(3, 2, -1)$ 且与平面 $x - 4z - 3 = 0$ 及 $2x - y - 5z - 1 = 0$ 平行的直线方程。
3. 求通过平面 $x + y - z - 2 = 0$ 与 $3x + y - z - 5 = 0$ 的交线，且过点 $(1, 8, 2)$ 的平面方程。
4. 求点 $M(1, 2, -1)$ 到直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 的距离。

5. 求点 $M(1, 2, 3)$ 到直线 $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + z = 3 \end{cases}$ 的距离。

6. 求点 $N(-1, 2, 0)$ 在平面 $x + 2y - z + 1 = 0$ 上的投影。

7. 确定 λ , 使直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$ 垂直于平面 $\pi_1 : 3x + 6y + 3z + 25 = 0$, 并求该直线在平面 $\pi_2 : x - y + z - 2 = 0$ 上的投影直线的方程。

1.7 本章综合测验

1. 若非零向量 \vec{a} 和 \vec{b} 满足 $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$, 则 ()。
A. 方向相同 B. 互相垂直 C. 方向相反 D. 平行
2. 方程 $y^2 + z^2 - 24x + 8 = 0$ 表示 ()。
A. 双曲柱面 B. 椭圆柱面 C. 锥面 D. 旋转抛物面
3. 方程 $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ 表示的曲面是 ()。
A. 柱面 B. 球面 C. 锥面 D. 旋转抛物面
4. 平面 $x = 2z$ ()。
A. 平行 xOz 坐标面 B. 平行 y 轴
C. 垂直 y 轴 D. 通过 y 轴
5. 曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 与 $x + y = 1$ 的交线在 xoy 面上的投影为 ()。
A. 椭圆柱面 B. 椭圆曲线 C. 两平行平面 D. 线段
6. 直线 $L: \frac{x+3}{-2} = \frac{y+4}{-7} = \frac{z}{3}$ 与平面 $\pi: 4x - 2y - 2z = 3$ 的关系是 ()。
A. 平行 B. 垂直相交
C. L 在 π 上 D. 相交但不垂直
7. 直线 $L: \frac{x}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{7}$ 和平面 $3x - 2y + 7z = 8$ 的关系是 ()。
A. 平行 B. 垂直相交
C. L 在 π 上 D. 相交但不垂直
8. 设直线 $\frac{x}{0} = \frac{y}{4} = \frac{z}{-3}$, 则该直线必定 ()。
A. 过原点且垂直于 x 轴 B. 过原点且平行于 x 轴
C. 不过原点, 但垂直于 x 轴 D. 不过原点, 且不平行于 x 轴
9. 向量的终点在点 $B(2, -1, 7)$, 它在坐标轴上的投影依次是 4、-4、7, 这个向量的起点 A 的坐标为_____。

10. 将 xoz 坐标面上的曲线 $z^2 = 5x$ 绕 x 轴旋转所生成的旋转曲面方程为_____。
11. 过点 $(2, -5, 3)$ 且平行于 xoz 面的平面方程为_____。
12. 过点 $(2, 4, -1)$ 且平行于 $S = (1, 3, 4)$ 的直线方程为_____。
13. 通过点 $M(1, 2, 3)$ 且与直线 $L: x = 2 + 3t, y = 2t, z = -1 + t$ 垂直的平面方程为
_____。
14. 已知 $M_1(4, \sqrt{2}, 1), M_2(3, 0, 2)$, 求向量 M_1M_2 的模、方向余弦和方向角。
15. 设向量 \mathbf{r} 的模是 4, 它与轴 \mathbf{u} 的夹角是 60° , 求 \mathbf{r} 在轴 \mathbf{u} 上的投影。
16. 求向量 $b' = i - j + 3k$ 与 $c' = i' - 2j$ 的夹角余弦。
17. 设 $a = (x, y, z), b = (2, 0, 5), c = (3, 0, 0)$, 问当 x, y, z 取何值时, a 与 b 平行; 取何值时 a 与 c 平行。

18. 已知 $M_1(1, -1, 2)$, $M_2(3, 3, 1)$, $M_3(3, 1, 3)$, 求与 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 、 $\overrightarrow{M_2M_3}$ 同时垂直的单位向量。

19. 化直线方程 $\begin{cases} x - y + z + 5 = 0 \\ 5x - 8y + 4z + 36 = 0 \end{cases}$ 为对称式方程和参数方程。

20. 求直线 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ 在平面 $\Pi: x - y + 2z - 1 = 0$ 上的投影直线 L_0 的方程。

21. 试证直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-2}$ 在平面 $x + y + z + 1 = 0$ 上。