

Linguagens de Programação

Fabio Mascarenhas - 2017.2

<http://www.dcc.ufrj.br/~fabiom/lp>

Voltando a listas

- As funções que vimos para listas têm estruturas similares
- Elas codificam vários padrões:
 - Processar cada elemento da lista de certo jeito
 - Obter todos os elementos de uma lista que obedecem a algum critério
 - Combinar os elementos de uma lista usando alguma operação
- Uma linguagem funcional permite escrever funções genéricas para implementar esses padrões, usando funções de alta ordem

Aplicando uma função aos elementos

- Uma operação bem comum é processar cada elemento de uma lista, e agrupar os resultados em outra lista
- Por exemplo, para multiplicar os elementos de uma lista pelo mesmo fator, podemos escrever:

```
def mult(l: List[Double], fator: Double): List[Double] = l match {  
  case Nil => Nil  
  case h :: t => (h * fator) :: mult(t, fator)  
}
```

map

- Podemos generalizar essa operação para qualquer lista e qualquer função, definindo a função *map*:

parâmetros de tipo

```
def map[T,U](l: List[T], f: T => U): List[U] = l match {  
  case Nil => Nil  
  case h :: t => f(h) :: map(t, f)  
}
```

- Usando *map* a definição da função *mult* fica mais concisa:

```
def mult(l: List[Double], fator: Double): List[Double] =  
  map(l, (x: Double) => x * fator)
```

Filtragem

- Outra operação comum em listas é selecionar todos os elementos que satisfazem a determinada condição:

```
def filtraMaiores(l: List[Double], pivo: Double): List[Double] =  
  l match {  
    case Nil => Nil  
    case h :: t => if (h > pivo) h :: filtraMaiores(t, pivo)  
                  else filtraMaiores(t, pivo)  
  }
```

filter

- Esse padrão é generalizado pela função *filter*:

(p: T => Boolean)(l: List[T])

```
def filter[T](l: List[T], pred: T => Boolean): List[T] = l match {  
  case Nil => Nil  
  case h :: t => if (pred(h)) h :: filter(t, pred)  
                  else filter(t, pred)  
}
```

- E a função *filtraMaiores* fica com essa definição:

```
def filtraMaiores(l: List[Double], pivo: Double): List[Double] =  
  filter(l, (x: Double) => x > pivo)
```

Redução

- Uma terceira operação bastante comum em listas é a *redução*
- Reduzir pegar os seus elementos e colocar alguma operação binária entre eles, e então avaliar o resultado
 - Por exemplo, reduzir `List(1,2,3,4,5)` usando `+` é avaliar `1+2+3+4+5`

```
def soma(l: List[Int]): Int = l match {  
  case Nil => sys.error("lista vazia")  
  case h :: Nil => h  
  case h :: t => h + soma(t)  
}
```

Redução à direita

- Generalizar a função *soma* nos dá uma *redução à direita*:

```
def reduceRight[T](l: List[T], op: (T, T) => T): T = l match {  
  case Nil => sys.error("lista vazia")  
  case h :: Nil => h  
  case h :: t => op(h, reduceRight(t, op))  
}
```

- E *soma* pode ser expressa facilmente:

```
def soma(l: List[Int]): Int = reduceRight(l, (x: Int, y: Int) => x + y)
```

- Mas a *soma* recursiva também tem uma versão com recursão final:

```
def soma(l: List[Int]): Int = {  
  @tailrec  
  def loop(l: List[Int], acum: Int): Int = l match {  
    case Nil => acum  
    case h :: t => loop(t, acum + h)  
  }  
  l match {  
    case Nil => sys.error("lista vazia")  
    case h :: t => loop(t, h)  
  }  
}
```


Redução à esquerda

- Generalizar a versão com recursão final de *soma* nos leva à *redução à esquerda*:

```
def reduceLeft[T](l: List[T], op: (T, T) => T): T = {  
  @tailrec  
  def loop(l: List[T], acum: T): T = l match {  
    case Nil => acum  
    case h :: t => loop(t, op(acum, h))  
  }  
  l match {  
    case Nil => sys.error("lista vazia")  
    case h :: t => loop(t, h)  
  }  
}
```

- Se *op* é associativa, com a soma, podemos definir a redução de uma lista por *op* tanto à esquerda como à direita (à esquerda é mais eficiente!)

Folding

- As reduções já são operações bem gerais, mas ainda há mais uma generalização de `reduceRight` e `reduceLeft`
- Se, além da operação, fornecemos um *elemento zero*, podemos fazer reduções mesmo em listas vazias
- Além disso, o resultado da redução pode não ter o mesmo tipo que os elementos da lista!
- Um *fold* de uma lista l de elementos de tipo T usa um *elemento zero* z de tipo U e uma operação ou $(T, U) \Rightarrow U$ (para um fold à direita), ou $(U, T) \Rightarrow U$ (para um fold à esquerda)

foldRight e foldLeft

- As implementações de *foldRight* e *foldLeft* seguem da sua definição:

```
def foldRight[T,U](l: List[T], z: U, op: (T, U) => U): U = l match {  
  case Nil => z  
  case h :: t => op(h, foldRight(t, z, op))  
}
```

@tailrec

```
def foldLeft[T,U](l: List[T], z: U, op: (U, T) => U): U = l match {  
  case Nil => z  
  case h :: t => foldLeft(t, op(z, h), op)  
}
```

accumulation

- Note como usamos o zero como um acumulador na definição de *foldLeft*!
- Não é difícil redefinir *reduceRight* e *reduceLeft* em função dos folds correspondentes, nem definir *soma* em função desses folds

Maps, filters e folds em Scala

- Esses padrões são tão comuns que naturalmente já existem implementações deles na biblioteca padrão de Scala
- Toda lista já tem funções `map`, `filter` (na verdade, vários tipos de filtro), `reduce{Right, Left}` e `fold{Right, Left}` definidas, chamadas com a sintaxe OO de Scala (usando `.`)

```
List(1,2,3,4,5).map(x => x * x)
```

```
List(1,2,3,4,5).foldLeft(1)((x, y) => x * y)
```

```
List(1,2,3,4).reduceRight((x, y) => x + y)
```

Busca combinatória

- Vimos como expressar com *map*, *reduce*, *filter* e *fold* computações para as quais usaríamos laços em linguagens imperativas, mas até agora nos limitamos a um único laço
- Vamos pensar no seguinte problema: dadas duas listas de números inteiros, achar todos os pares no produto cartesiano dessas listas que são primos entre si
- Para isso, podemos gerar uma lista com todos os pares no produto cartesiano, e filtrar o resultado

Produto cartesiano

- A primeira tentativa de gerar o produto cartesiano de duas listas:

```
l1.map(x => l2.map(y => (x, y)))
```

- Para cada elemento da primeira lista, geramos os pares daquele elemento com os elementos da segunda lista
- Mas isso não dá bem o que queremos: o resultado do *map* externo é um `List[List[(Int,Int)]]`, e não um `List[(Int,Int)]`!
- Uma alternativa é fazer um `foldRight(Nil)((l1, l2) => l1 ++ l2)` que concatenaria todas essas sublistas

flatten e flatMap

- Concatenar as sublistas de uma `List[List[T]]` em uma `List[T]` é uma operação tão comum que ela também é pré-definida em Scala: `flatten`
- Existe também uma versão de map combinada com `flatten`, que é mais eficiente: `flatMap`

```
def flatMap[T,U](l: List[T], f: T => List[U]): List[U] = l match {  
  case Nil => Nil  
  case h :: t => f(h) ++ flatMap(t, f)  
}
```

- Nosso problema de obter os pares do produto cartesiano que são primos entre si pode ser resolvido com:

```
l1.flatMap(x => l2.map(y => (x, y))).filter(  
  { case (x, y) => mdc(x, y) == 1 }  
)
```

Expressões *for*

- Com uma combinação de maps e filtros conseguimos expressar diversas buscas combinatórias, mas a sintaxe atrapalha
- Por isso Scala (e outras linguagens funcionais) tem um açúcar sintático para esse tipo de expressão
- Em Scala esse açúcar é a *expressão for*
- Uma expressão *for* em nada se parece com um laço *for* de uma linguagem imperativa; seu modelo de funcionamento é mais parecido com a notação de conjuntos da matemática:

$$\{ (x, y) \mid \underline{x \in I_1} \wedge \underline{y \in I_2} \wedge \underline{\text{mdc}(x, y) = 1} \}$$

Expressões for

- Uma expressão for tem o formato:

```
for {  
    <gerador ou filtro>  
    ...  
    <gerador ou filtro>  
} yield <exp>
```

- Um *gerador* é um termo <padrão> <- <exp>, onde <exp> é uma expressão de tipo `List[T]` e <padrão> é um padrão que casa com um valor de tipo T
- Um *filtro* é um termo if <exp>, onde <exp> é uma expressão de tipo `Boolean`
- Qualquer variável introduzida pelo lado esquerdo de um gerador é visível em geradores e filtros subsequentes, e na expressão que fecha o for

Exemplo

- Uma expressão for para o problema dos primos entre si:

```
for {  
  x <- l1  
  y <- l2  
  if mdc(x, y) == 1  
} yield (x, y)
```

- Uma expressão for com uma expressão final de tipo T avalia para uma List[T]
- Um for é uma expressão como qualquer outra, então podemos continuar processando ela:

```
(for {  
  (x, y) <- l1.zip(l2)  
} yield x * y).foldLeft(0)((a, b) => a + b)
```

Compilando for

- Uma expressão for é apenas açúcar sintático!

```
for {  
  p <- e1  
  if e2  
  ...  
} yield e3
```

→

```
for {  
  p <- e1.filter({ case p => e2 })  
  ...  
} yield e3
```

```
for {  
  p <- e1  
  ...  
} yield e2
```

→

```
e1.flatMap({ case p => for {  
  ...  
} yield e2 })
```

```
for {  
  p <- e1  
} yield e2
```

→

```
e1.map({ case p => e2 })
```