

Predicción de caudal del Río Uruguay

Trabajo final del curso Tratamiento Estadístico de Señales

Gonzalo Belcredi

29/2/2012

Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

O. Esquema de la presentación

I - Introducción

II - Modelado de caudal por función de transferencia

III.1 – Generación de serie de precipitaciones

- Descripción de la cuenca del Río Uruguay
- Red de estaciones meteorológicas
- Interpolación mediante triangulación de Delaunay

III.2 – Determinación del modelo

- Selección de modelo
- Determinación de parámetros

IV - Filtrado Kalman

V - Validación

VI - Conclusiones

¿Porqué estimar caudal?

- Impacto social y productivo (inundaciones)
- Impacto comercial (transporte fluvial)
- Impacto energético (centrales hidroeléctricas)

Las estimaciones no son un fin en sí mismo...

- insumos para una mejor planificación de las actividades
- calidad de la estimación
- horizonte de estimación

II. Modelado de caudal por función de transferencia

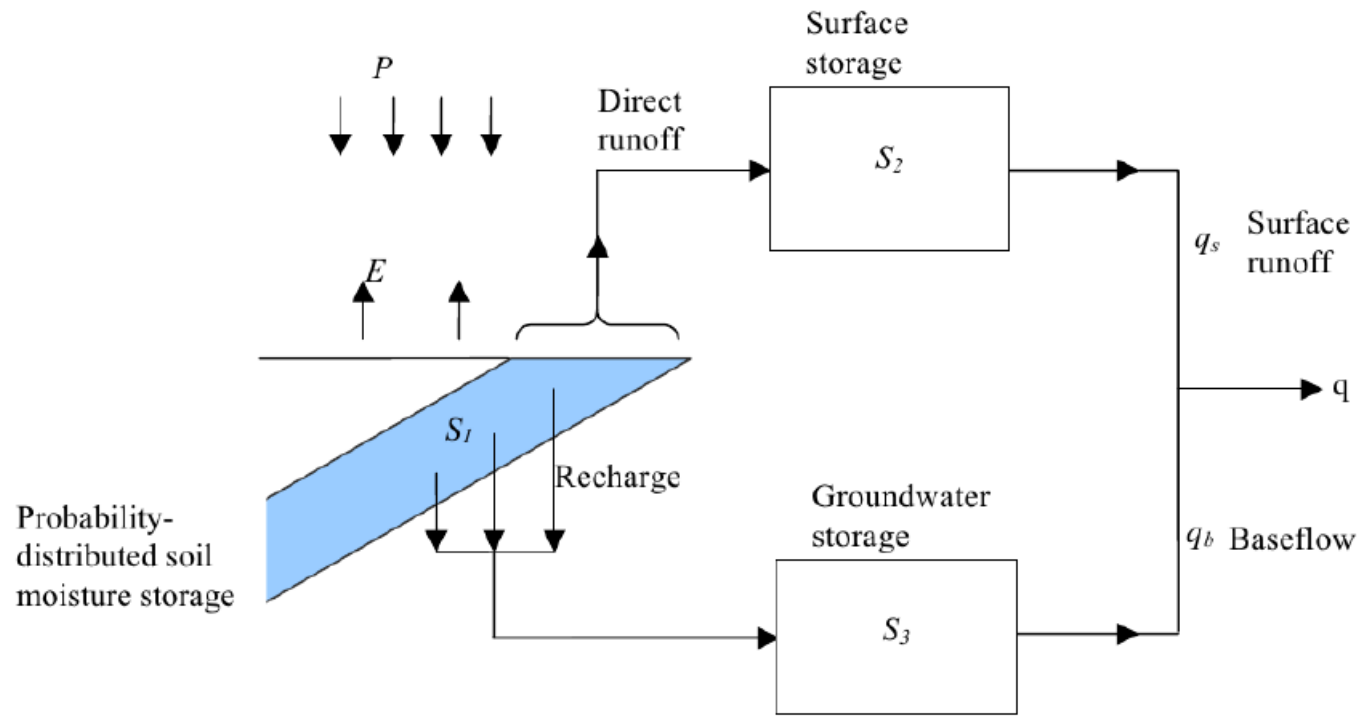


Figure 1: Modelo PDM (Probabiliy Distributed Model) rainfall-runoff [2].

II. Modelado de caudal por función de transferencia

Young [1] propone un modelo genérico que tiene un componente no lineal $\mathcal{F}(r_t, y_t, E_t, T_t)$, siendo r_t el flujo de precipitaciones en la cuenca, y_t el flujo del río, E_t la evaporación, y T_t la temperatura ambiente en el instante t . La salida de este bloque, denominada precipitación efectiva (u_t) es retardada δ muestras y pasa finalmente por el filtro SLIT $H(z)$:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (1)$$

La precipitación efectiva $u(t)$ se define mediante la siguiente ecuación no lineal:

$$u(t) = cy(t)^\gamma r(t)$$

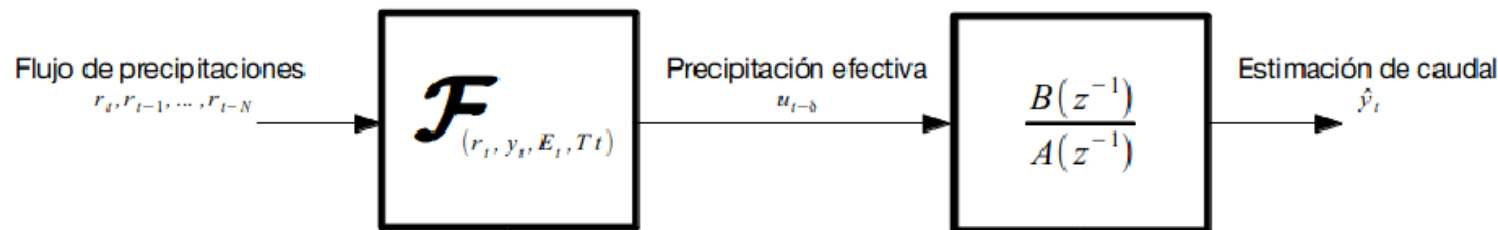


Figure 2: Diagrama de bloques del modelo genérico Función de Transferencia Precipitaciones-Flujo

II. Modelado de caudal por función de transferencia

El flujo del río está dado entonces por la siguiente ecuación:

$$y(t) = h(n) * u(t - \delta) + \xi(t)$$

$$\xi(t) = \frac{e_t}{A(z^{-1})}, \quad e_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

III.1 Generación de la serie de precipitaciones

Predicción en Paso de Los Libres

La cuenca media y superior del Río Uruguay

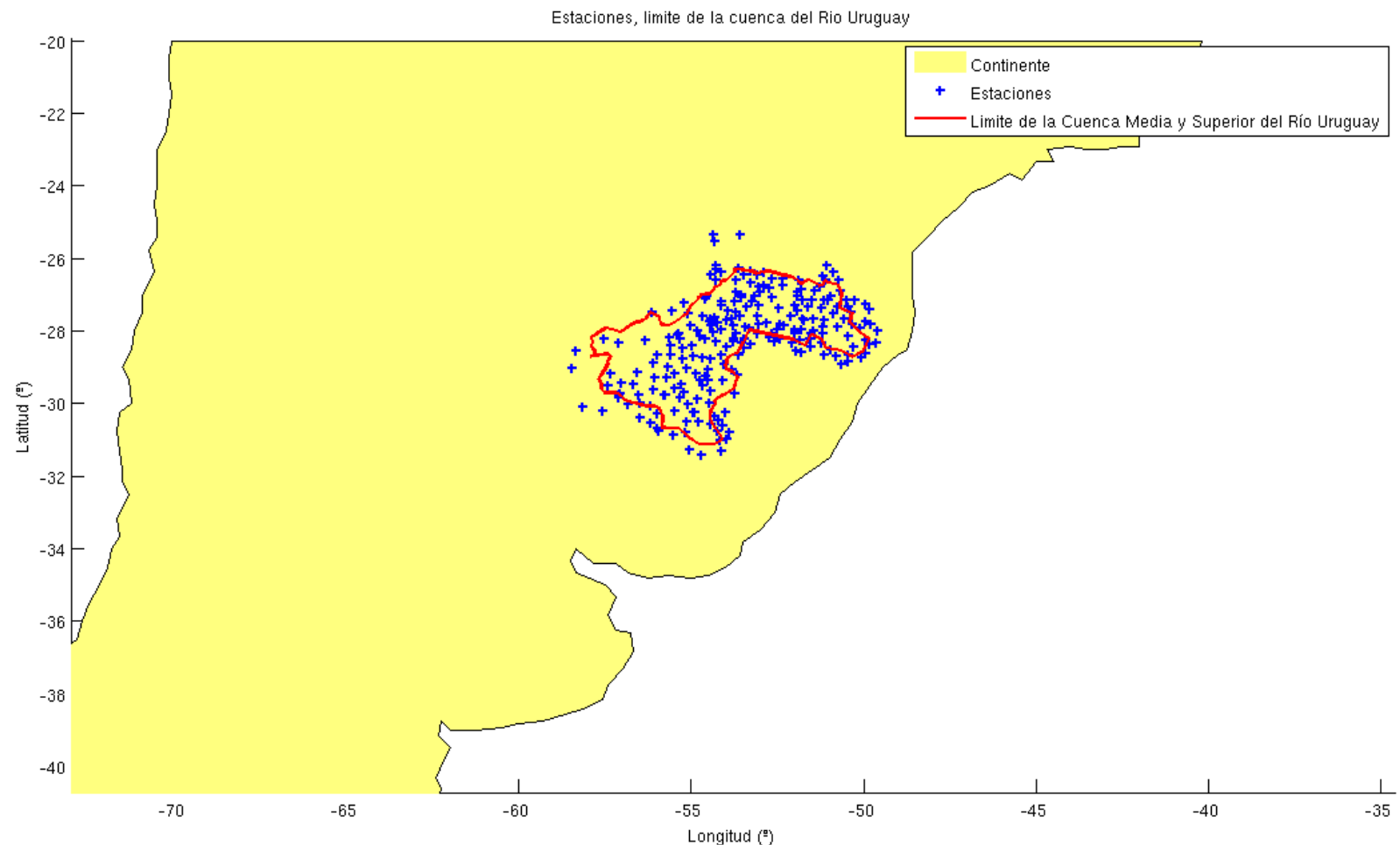
- 180.000 km²
- territorios en Brasil y Argentina



III.1 Generación de la serie de precipitaciones

Red de estaciones meteorológicas

- 244 estaciones (27 Argentina, 217 Brasil) con datos de precipitaciones diarias
- Registros extensos
- Datos faltantes (se opta por una consulta diaria)

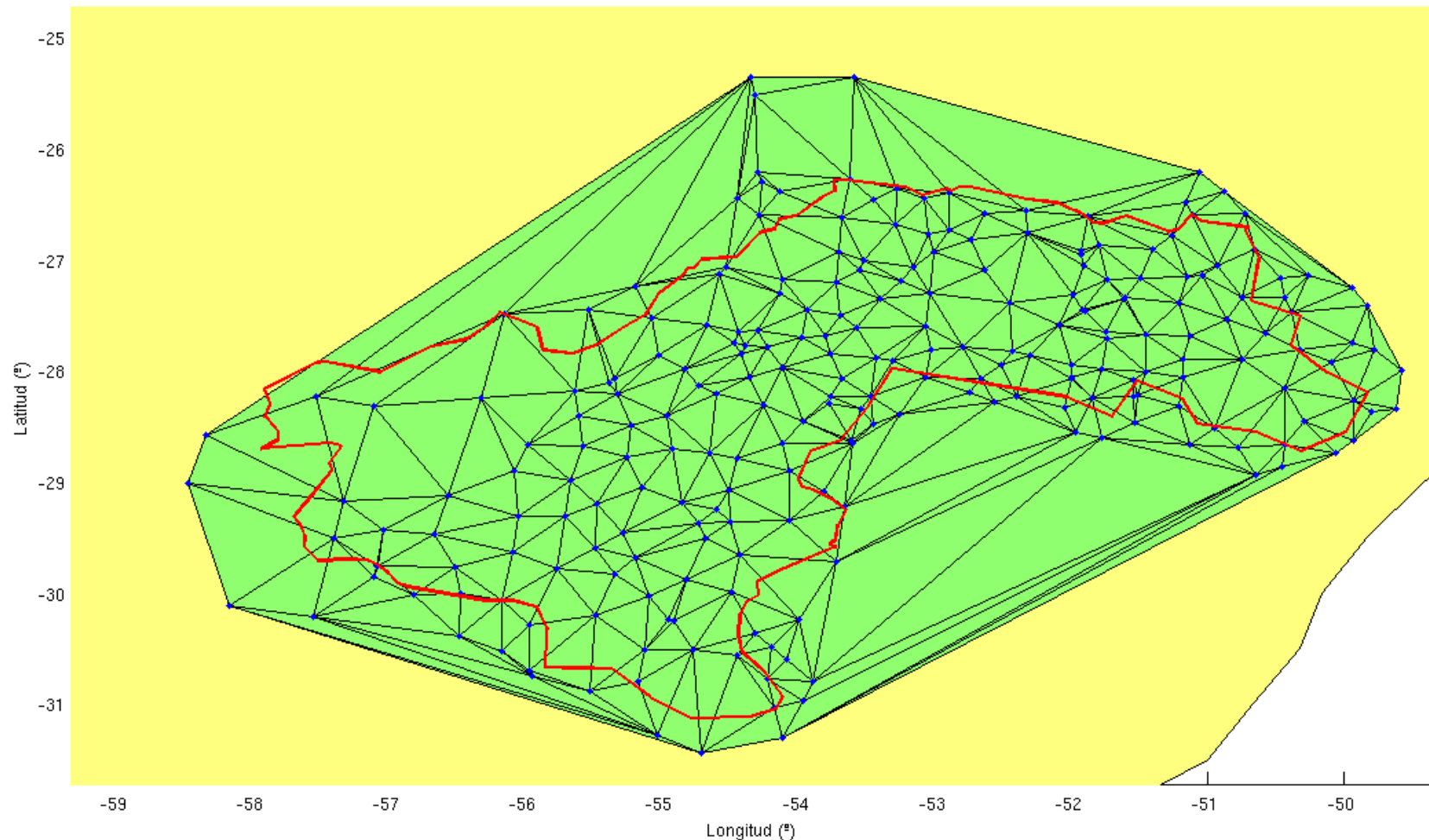


III.1 Generación de la serie de precipitaciones

Interpolación diaria mediante triangulación de Delaunay

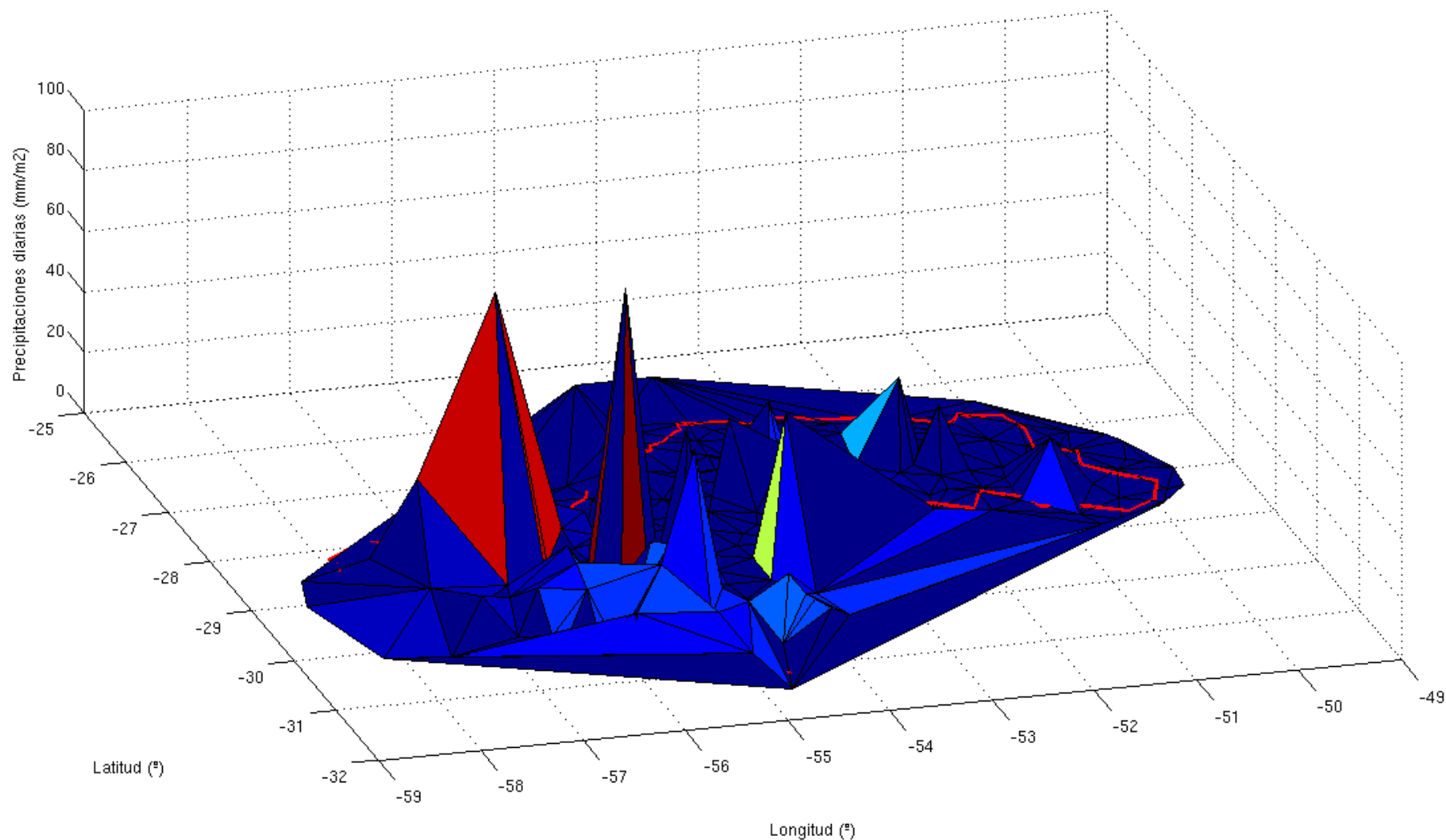
- los nodos representan las estaciones meteorológicas
- se cubre casi la totalidad de la cuenca

Estaciones, limite de la cuenca del Rio Uruguay y triangulación de Delaunay



III.1 Generación de la serie de precipitaciones

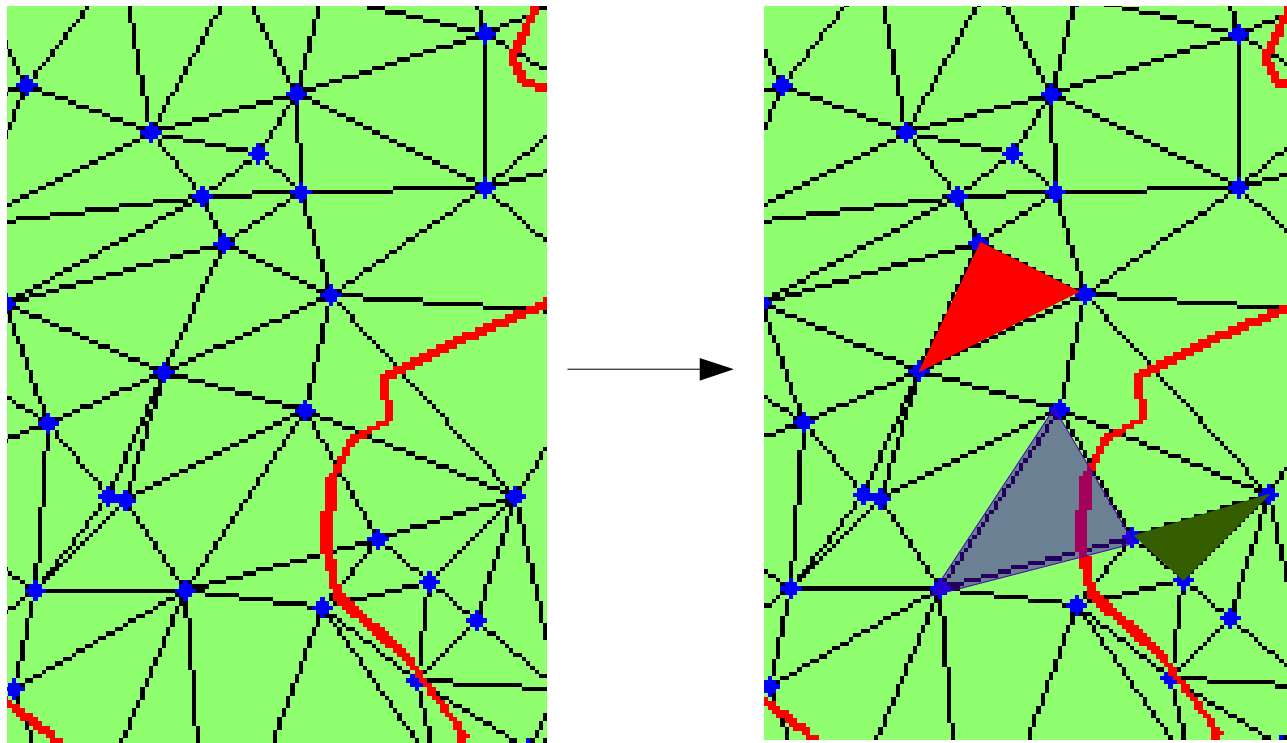
Precipitaciones del 11/05/2005



III.1 Generación de la serie de precipitaciones

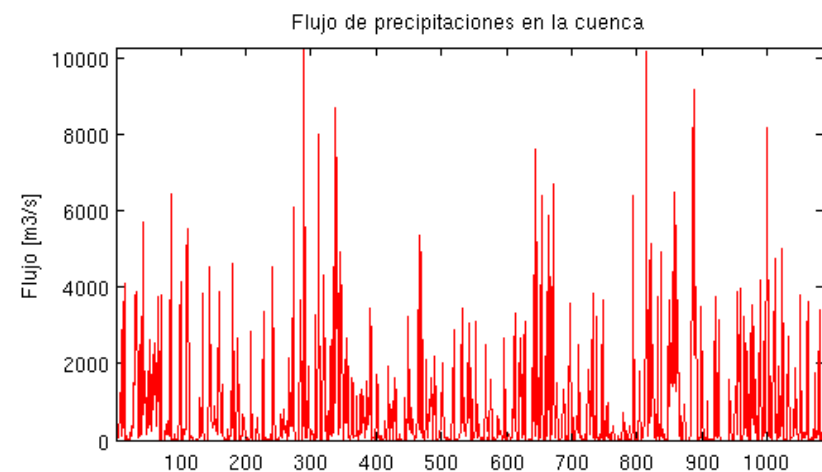
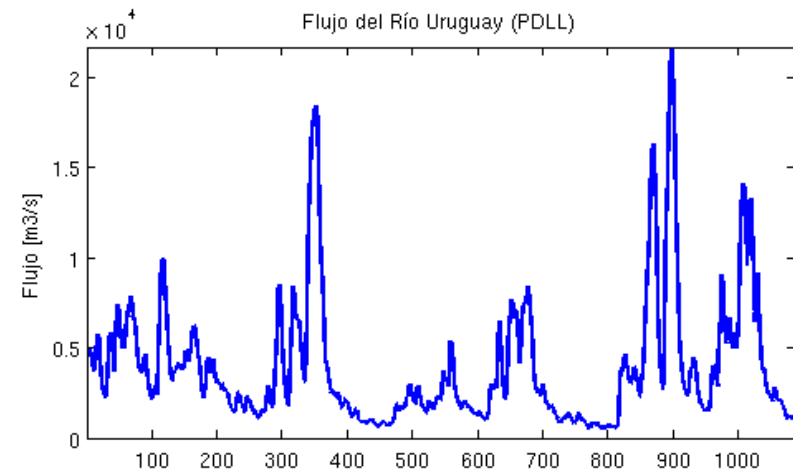
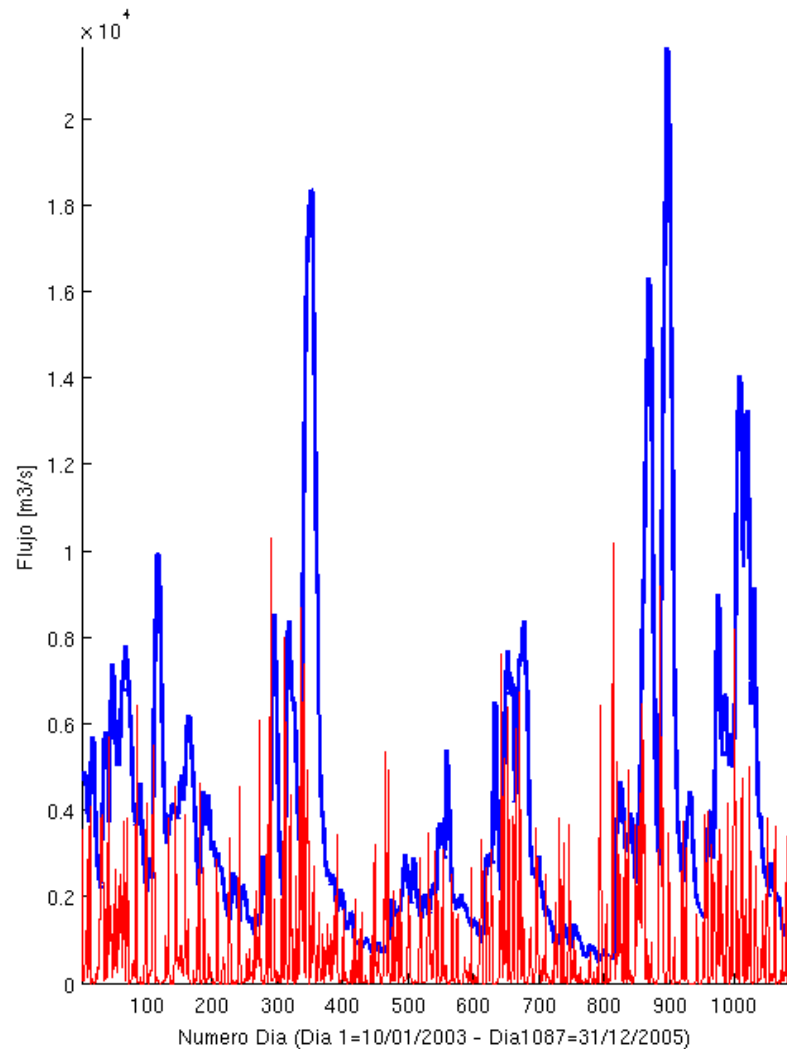
Interpolación

- Se distinguen los triángulos **interiores**, **exteriores** y **fronterizos**
- Se descartan los triángulos exteriores
- Para los triángulos interiores, se pondera la información en función de la distancia al baricentro del triángulo.
- Para los triángulos fronterizos se calcula el área de intersección con la cuenca y se calcula el promedio.



III.1 Generación de la serie de precipitaciones

Serie de precipitaciones generadas (01/01/2003 – 31/12/2005)



III.2 Determinación del modelo

Parámetros a determinar y selección de modelo

En esta instancia nos interesa por un lado seleccionar un modelo adecuado (el orden de $H(z)$ y δ) y por otro lado determinar los siguiente parámetros:

- Los coeficientes del filtro H (a_i y b_i)
- El parámetro γ
- La constante c

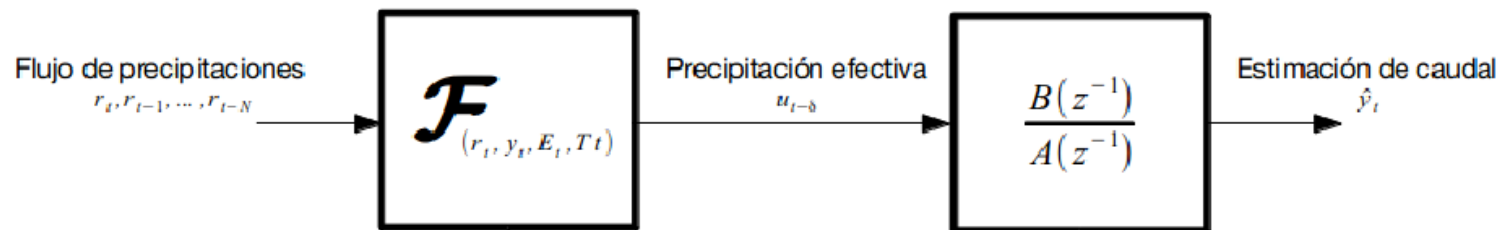


Figure 2: Diagrama de bloques del modelo genérico Función de Transferencia Precipitaciones-Flujo

Para seleccionar el modelo es necesario tener los parámetros...

Se calculan los parámetros y el error cuadrático resultante para un número discreto de ternas [n,m,delta]

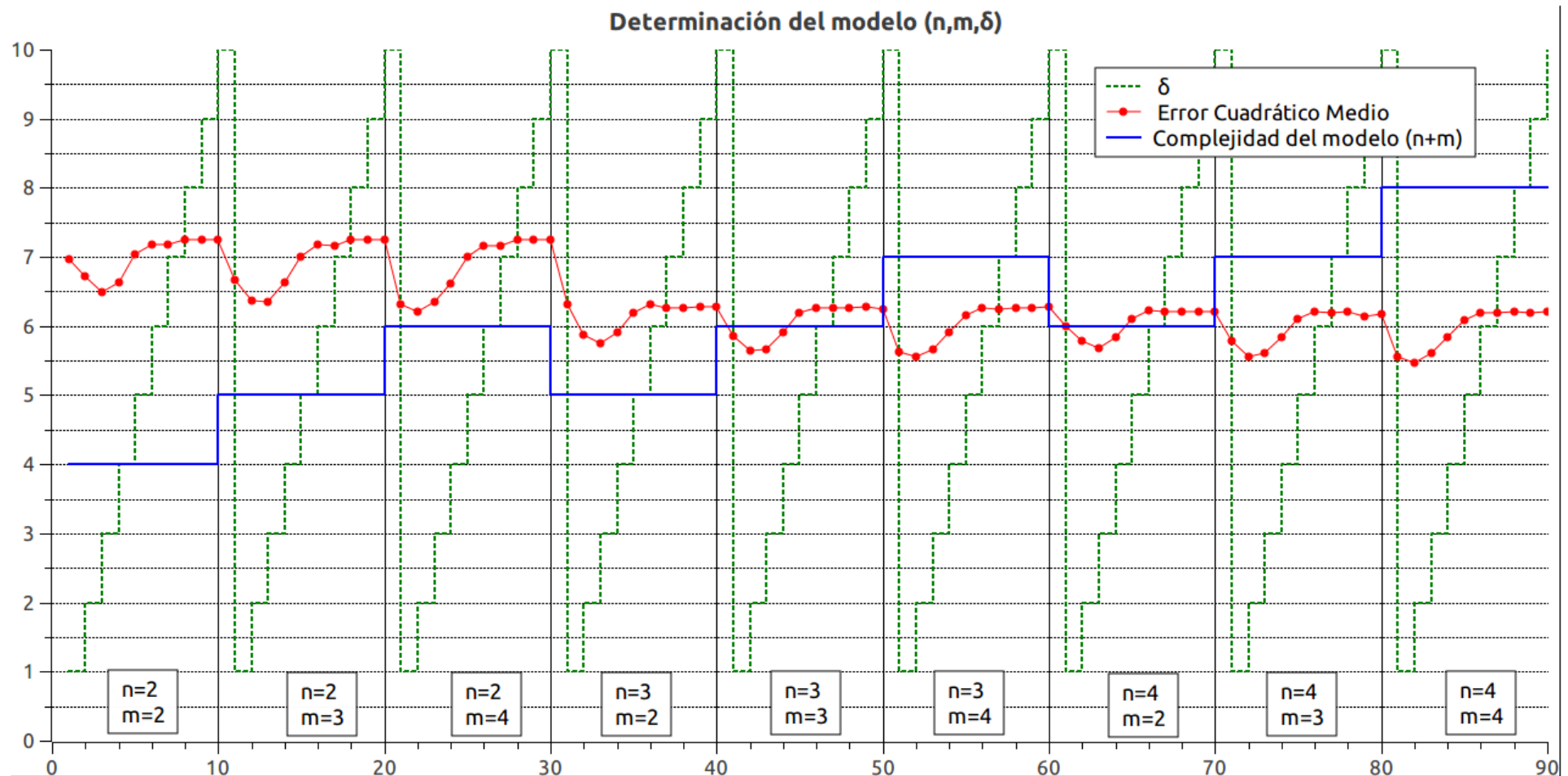
Los parámetros se estiman mediante mínimos cuadrados no lineales.

III.2 Determinación del modelo

El problema de selección de modelo (AIC, BIC, etc...)

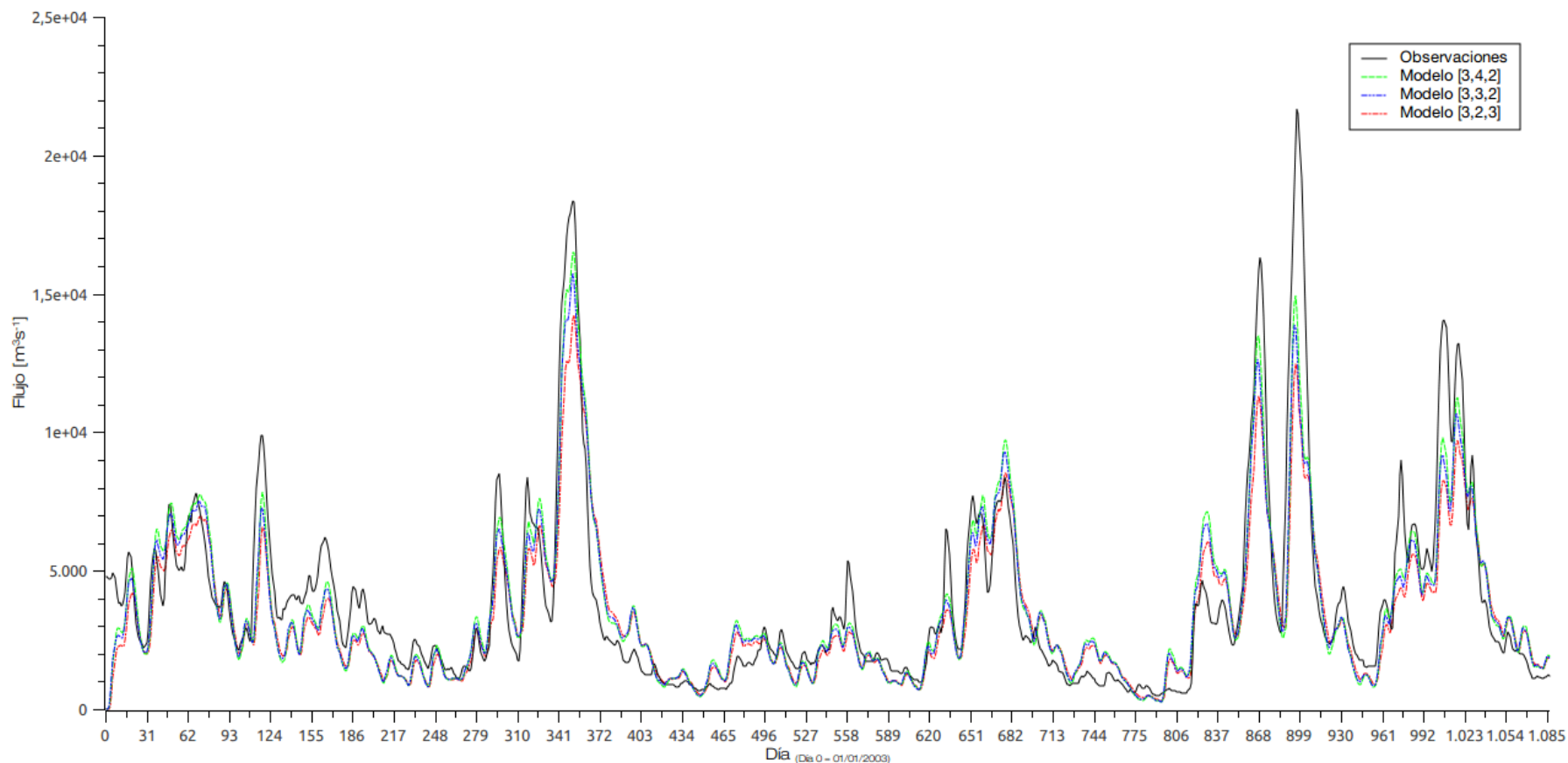
Criterios utilizados:

- Minimizar error cuadrático
- Priorizar modelos menos complejos ($n+m$ chico)



III.2 Determinación del modelo

Modelos seleccionados



$[n, m, \delta]$	$[a_1, \dots, a_n]$	$[b_0, \dots, b_{m-1}]$	c	γ	ε_m
[3, 2, 3]	$[-2.1561, 1.5995, -0.4243]$	$[0.0087, 0.0082]$	0.2751	0.3451	$1704m^3.s^{-1}$
[3, 3, 2]	$[-2.1348, 1.5735, -0.4162]$	$[0.0094, 0.0057, 0.0058]$	0.3553	0.2529	$1541m^3.s^{-1}$
[3, 4, 2]	$[-2.0852, 1.5082, -0.3957]$	$[0.0058, 0.0079, 0.0064, 0.0061]$	0.2516	0.3559	$1449m^3.s^{-1}$

Table 2: Parámetros de los modelos seleccionados

IV. Filtrado Kalman

El caudal del río está dado por:

$$y_t = -a_1 y_{t-1} - a_2 y_{t-2} - \dots - a_n y_{t-n} + b_0 u_{t-\delta} + b_1 u_{t-\delta-1} + \dots + b_m u_{t-\delta-m}$$

Puede verse como un proceso ARMA(n,m), con entrada $u(t-\delta)$.

Admite la siguiente representación de variables de estado:

Ecuación de transición

$$\mathbf{x}_t = \begin{pmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ -a_{p-1} & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_p & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x}_{t-1} + \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{p-1} \\ b_p \end{pmatrix} u_{t-\delta}$$

Donde $p = \max(n, m)$.

Ecuación de observación

$$\mathbf{y}_t = (1, 0, \dots, 0)^T \mathbf{x}_t$$

IV. Filtrado Kalman

Si al modelo le incluimos ruido de observación $e(t)$ y ruido de proceso $\zeta(t)$, entonces tenemos que:

$$x_t = Fx_{t-1} + Gu_{t-\delta} + \zeta(t)$$

$$y_t = h^T x_t + e(t)$$

$$e(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

$$\zeta(t) \sim \mathcal{N}(0, Q_r)$$

Algoritmo de Kalman implementado:

Predicción a priori.

$$\hat{x}_{t|t-1} = F\hat{x}_{t-1} + Gu_{t-\delta}$$

$$P_{t|t-1} = FP_{t-1}F^T + \sigma^2 Q_r$$

$$\hat{y}_{t|t-1} = h^T \hat{x}_{t|t-1}$$

Corrección a posteriori.

$$\hat{x}_t = \hat{x}_{t|t-1} + K[y_{t-\delta} - \hat{y}_{t-\delta|t-\delta-1}]$$

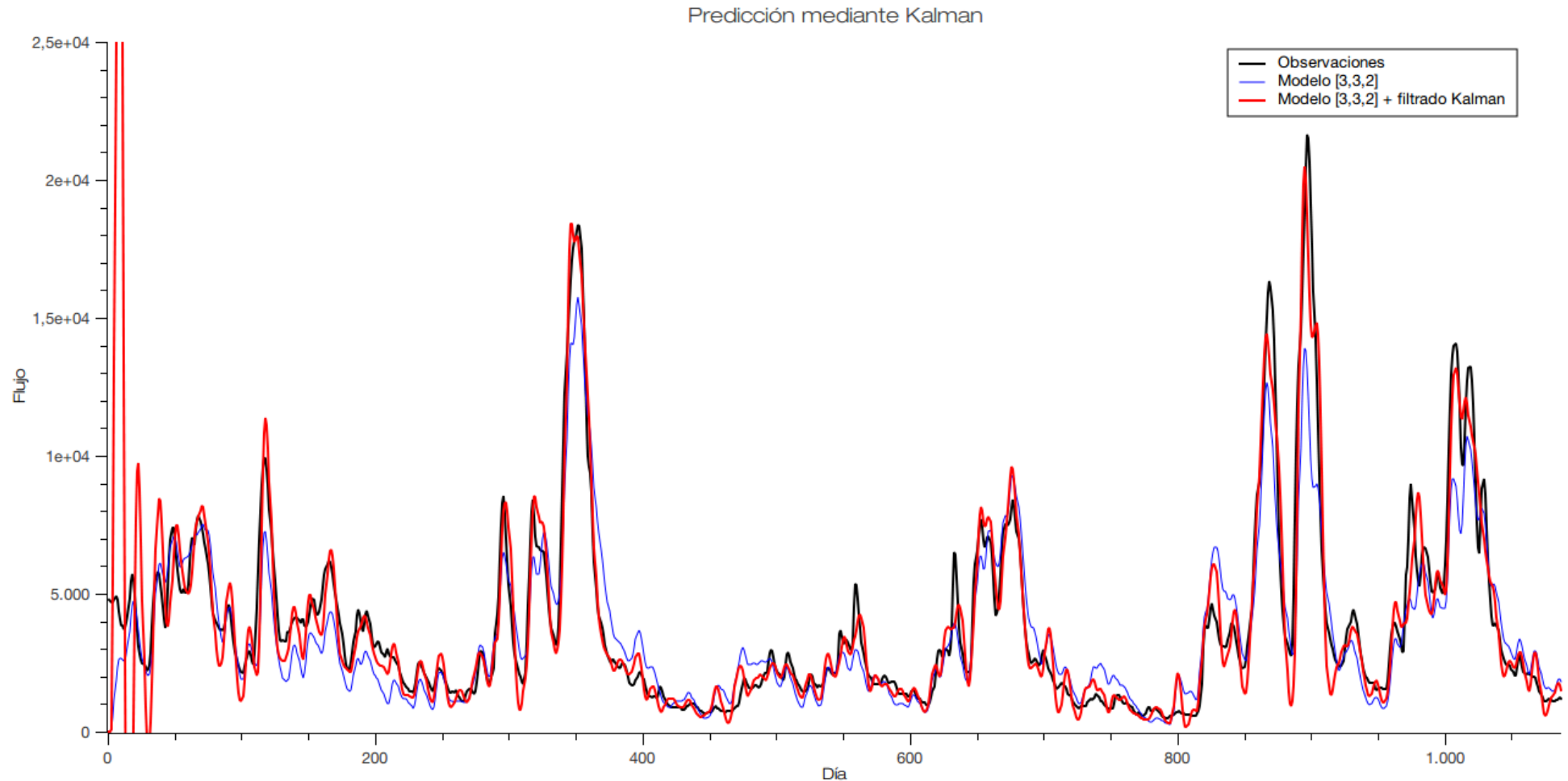
$$K = P_{t|t-1}h[\sigma^2 + h^T P_{t|t-1}h]^{-1}$$

$$P_t = P_{t|t-1} - Kh^T P_{t|t-1}$$

$$\hat{y}_t = h^T \hat{x}_t$$

IV. Filtrado Kalman

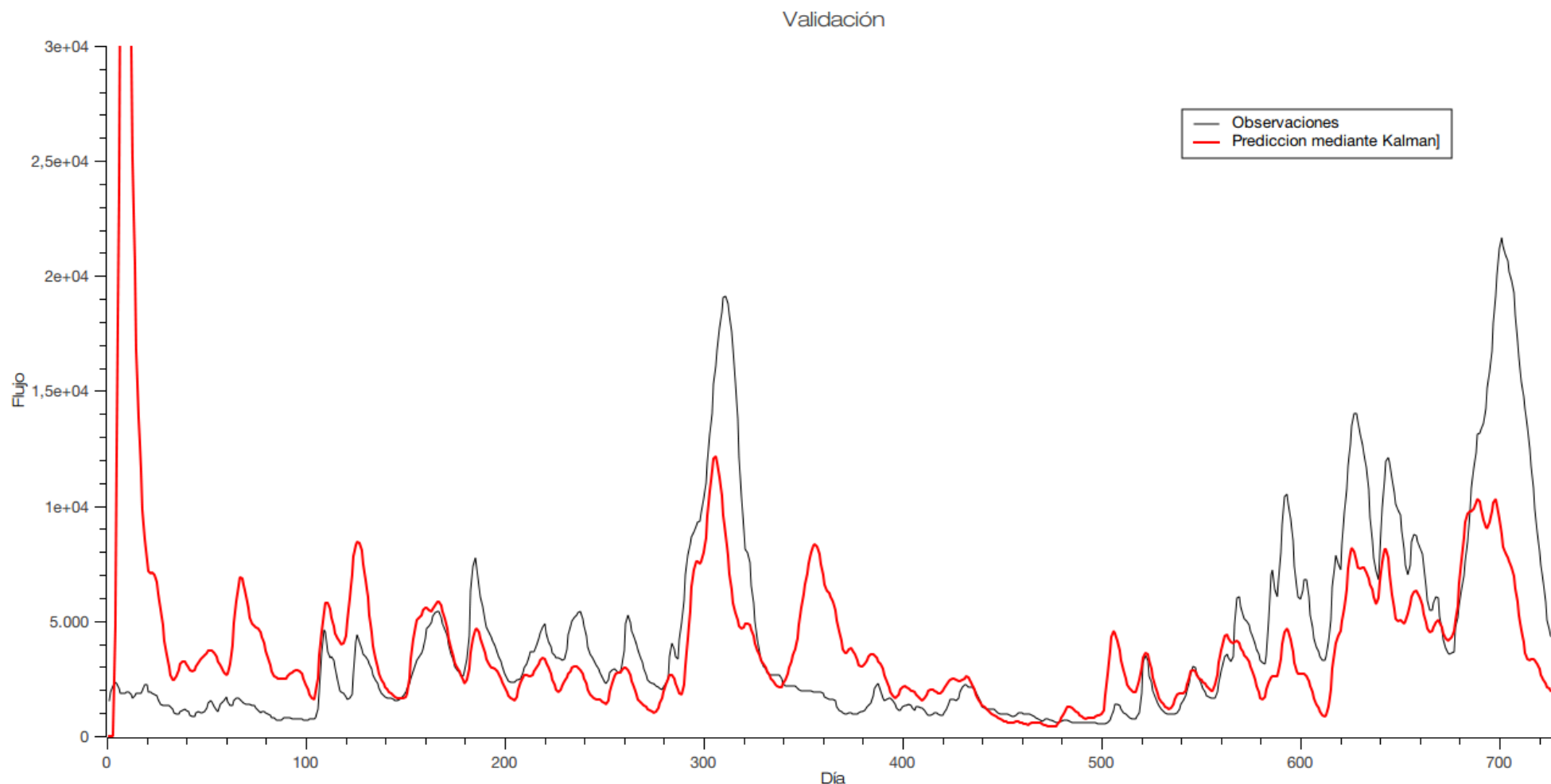
Predicción mediante Kalman



$[n, m, \delta]$	σ_q^2	σ^2	$\varepsilon_m \text{modelo}$	$\varepsilon_m \text{Kalman}$
[3, 3, 2]	0.002	0.001	$1541 m^3 \cdot s^{-1}$	$1045 m^3 \cdot s^{-1}$

V. Validación y conclusiones

Validación con serie de caudal 2008-2009

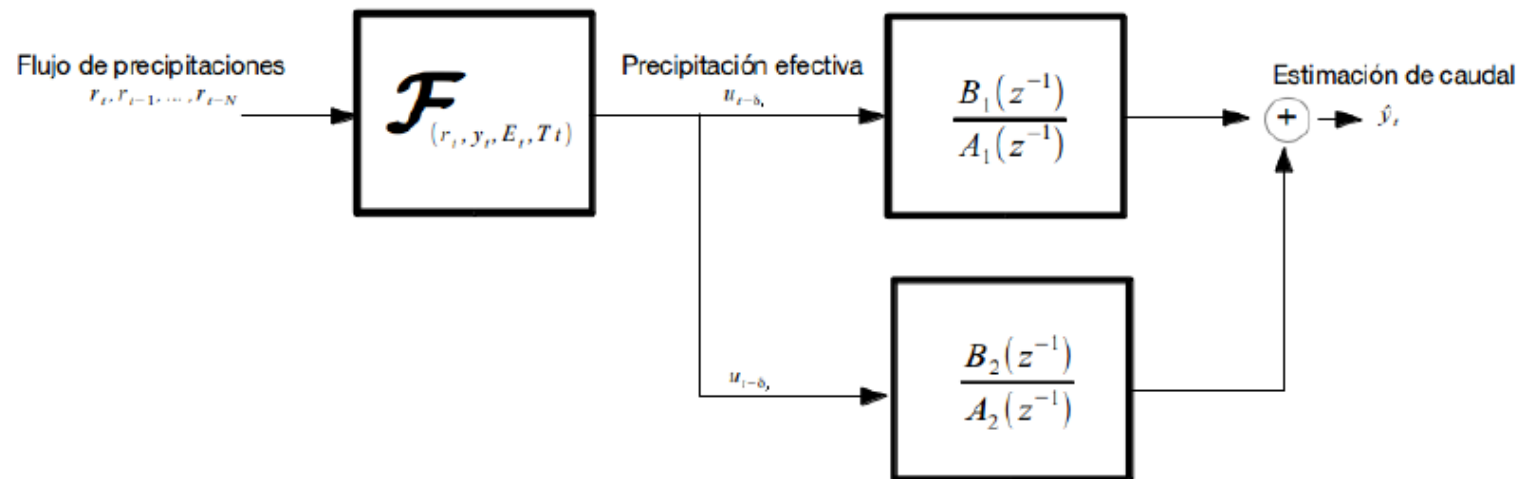


Error cuadrático medio triplica el obtenido en la instancia de calibración

V. Validación y conclusiones

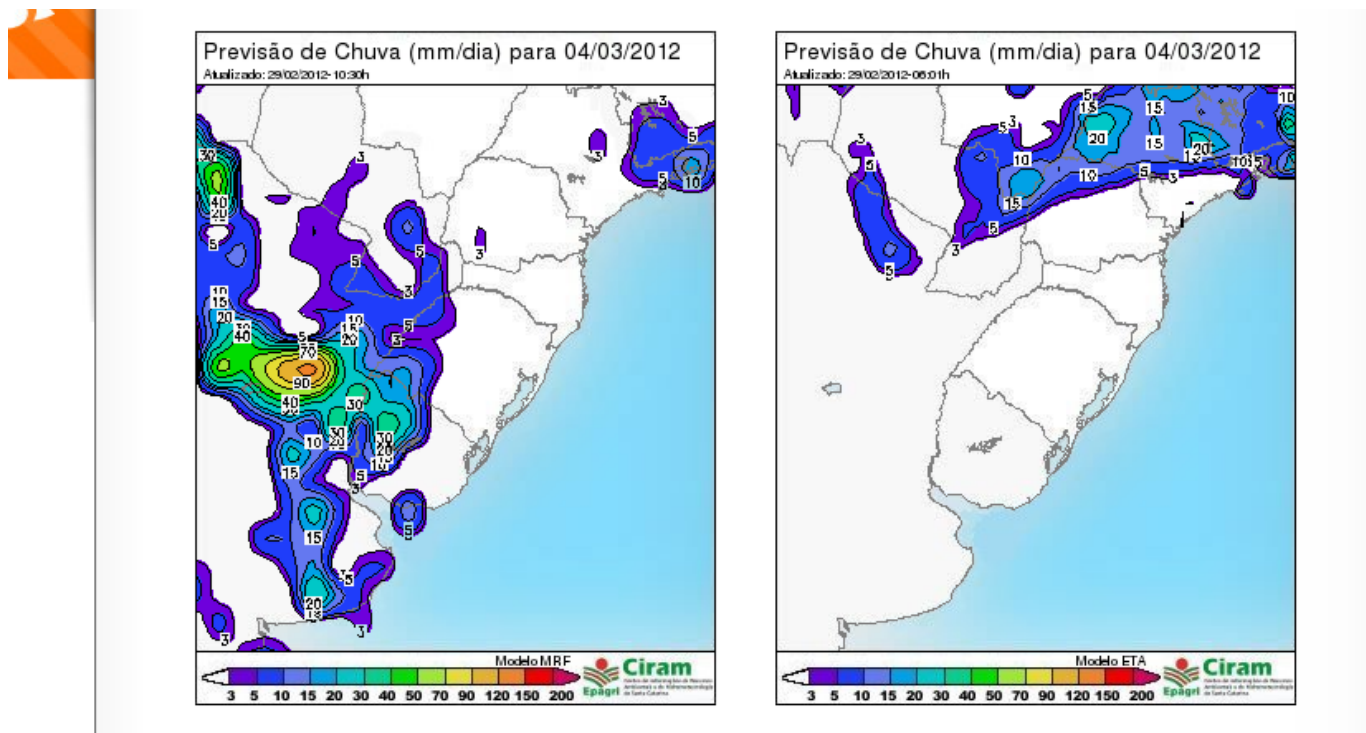
Error importante en la validación puede explicarse por un error de modelado.

- La cuenca es grande (200.000 km²), en comparación con la utilizada por Young.
- No se utilizaron 2 bloques SLIT en paralelo.
- Se asumió que eran iguales todos los elementos de la diagonal de la matriz de covarianza del ruido.



V. Validación y conclusiones

Expansión del horizonte de estimación, mediante incorporación de pronóstico de precipitaciones diarias.



Pronóstico numérico a 5 días
<http://ciram.epagri.sc.gov.br>