

Consideremos que foi fixada uma semente igual a 1166. O objetivo deste exercício é o de gerar 2500 amostras de tamanho  $n$ , para cada  $n \in \{30, 50, 100, 200, 300, 500, 1000\}$ , de uma distribuição de Bernoulli com parâmetro igual a 0.5. De seguida, usar dois métodos distintos que calculam intervalos de confiança de aproximação para o parâmetro mencionado, o que permite obter a diferença entre as amplitudes desses intervalos. Por fim, calcular a média das 2500 diferenças para cada  $n$ . Para tal, recorreu-se ao seguinte trecho de código em R:

```
1 library("ggplot2")
2 library("Rlab")
3
4 SEED <- 1166
5 SAMPLE_COUNT <- 2500
6 BERNOULLI_P <- 0.5
7 CONF_LEVEL <- 0.97
8 N <- c(30, 50, 100, 200, 300, 500, 1000)
9 set.seed(SEED)
10
11 method_1 <- function(samples, conf_level) {
12   len <- length(samples)
13   mean <- mean(samples)
14   z <- qnorm((1 + conf_level) / 2)
15   sols <- polyroot(c(mean**2, -2 * mean - z**2 / len, 1 + z**2 / len))
16   return(abs(sols[2] - sols[1]))
17 }
18
19 method_2 <- function(samples, conf_level) {
20   len <- length(samples)
21   mean <- mean(samples)
22   upper <- mean + qnorm(1 - (1 - conf_level) / 2) * sqrt(mean * (1 - mean) / len)
23   lower <- mean - qnorm(1 - (1 - conf_level) / 2) * sqrt(mean * (1 - mean) / len)
24   return(abs(upper - lower))
25 }
26
27 df <- data.frame()
28 for (n in N) {
29   method_diffs <- c()
30   for (i in 1:SAMPLE_COUNT) {
31     samples <- rbern(n, BERNOULLI_P)
32     diff <- method_2(samples, CONF_LEVEL) - method_1(samples, CONF_LEVEL)
33     method_diffs <- append(method_diffs, diff)
34   }
35   mean_diffs <- mean(method_diffs)
36   df <- rbind(df, data.frame(n = n, difference = mean_diffs))
37 }
38
39 ggplot(df, aes(x = n, y = difference)) +
40   geom_line(color = "#e76f51") +
41   geom_point(color = "#e76f51") +
42   xlab("Dimensão da Amostra") +
43   ylab("Variação das Diferenças Médias") +
44   labs(title = "Relação entre Variação das Diferenças Médias e Dimensão da Amostra",
45        subtitle = sprintf("semente = %d | k = %d | p = %.2f | γ = %.2f",
46                           SEED, SAMPLE_COUNT, BERNOULLI_P, CONF_LEVEL))
```

O gráfico obtido permite concluir que a relação entre as duas variáveis em causa é inversamente proporcional. Deste modo, à medida que o tamanho das 2500 amostras aumenta, os métodos 1 e 2 apresentam, em média, intervalos de confiança com uma amplitude cada vez mais próxima.

As diferenças médias foram obtidas subtraindo a amplitude do método 2 pela a do método 1 para cada amostra e posteriormente calculando a média dessas diferenças. Assim, já que todos os valores no eixo dos yy são positivos, conclui-se que, em geral, para amostras de dimensões mais pequenas o método 1 é mais favorável para aproximar o parâmetro  $p$ , pois o seu intervalo de confiança tem menor amplitude. Porém, para amostras de dimensões maiores, ambos os métodos garantem um intervalo de confiança com amplitude semelhante.

