1. Usher 油田开发动态预测模型

对于较大的油田（比如整个胜利油田），产量符合先快速上升，然后缓慢下降的生命旋回过程，可用如下模型预测：

$$N_P = N_R / (1 + ab^{t^c})^d$$

$$f_p = 0.98 / (1 + ab^{t^c})^d$$

可由粒子群算法求出系数 a, b, c, N_R。

2. Gompertz 模型预测法：

对水驱油田的开发过程，油田的含水率随开发时间逐步由 0 到 1 的过程，油田的产油量由 0 到可采储量的过程因此，可以选用 Gompertz 模型的规律来描述油田含水率的变化过程。

$$y = e^{mn^t + c}$$

其中 m，n，c 可根据含水率与产油量的相关数据，回归得到。

从而得到基于 Gompertz 灰色模型的还原模型为 $N_{\mathrm{P}}^{(0)}(t) = e^{\left(c+be^{-at}\right)}$。

3. 灰色预测

原始数据记为：$X = (x(1), x(2), ..., x(10))$

弱化序列记为：$XD = (x(1)d, x(2)d, ..., x(10)d)$

即

$$A^{(0)} = (A^{(0)}(1), A^{(0)}(2), ..., A^{(0)}(10))$$

其中，

$$A^{(0)}(k) = \frac{1}{n-k+1}(x(k) + x(k+1) + ... + x(n))$$
$$k = 1, 2, \ldots n$$

$$x(n) = A^{(0)}(n)$$
$$x(n-1) = A^{(0)}(n)$$
$$k = 1, 2, \ldots n$$

原始数据记为 $A^{(0)} = (A^{(0)}(1), A^{(0)}(2), ..., A^{(0)}(n))$，为增强数据的规律性，对数据进行依次累加，得到的累加生成数列记为 $A^{(1)} = (A^{(1)}(1), A^{(1)}(2), ..., A^{(1)}(n))$，那么

$A^{(0)}$ 和 $A^{(1)}$ 满足：

$$A^{(1)}(k)=\sum_{i=\beta}^{k}A^{(0)}(i) \qquad k=\beta,\ldots,n$$

$A^{(1)}$ 称为原始数列的 1-AGO 数列。

取 $A^{(1)}$ 的加权均值，则 $z^{(1)}(k)=\alpha A^{(1)}(k)+(1-\alpha)A^{(1)}(k-1)(k=2,3,\ldots,n)$，$\alpha$ 为确定参数，一般情况取 $\alpha=0.5$，记 $z^{(1)}=(z^{(1)}(2),z^{(1)}(3),\ldots,z^{(1)}(n))$，如果将生成数列 $A_i^{(1)}$ 的时刻 $k=1,2,\ldots,n$ 看成连续的变量 t，又将生成数列 $A_i^{(1)}$ 看成关于时间 t 的函数，即 $A_i^{(1)}=A_i^{(1)}(t)$，那么只要生成数列 $A_2^{(1)},A_3^{(1)},\ldots,A_n^{(1)}$ 对 $A_1^{(1)}$ 的变化率有影响，就可以建立下面的白化微分方程模型：

$$\frac{dA_1^{(1)}}{dt}+aA_1^{(1)}=b$$

其中 a 是发展灰度，b 是内生控制灰度，由于 $A^{(1)}(k)-A^{(1)}(k-1)=A^{(0)}(k)$，取 $A^{(0)}(k)$ 为灰导数，$z^{(1)}(k)$ 为背景值，则上述方程相应的灰微分方程为：

$$A^{(0)}(k)+az^{(1)}(k)=b(k=2,3,\ldots,n)$$

即矩阵形式为

$$Y^{(0)}=B*(a,b)^T$$

其中，$Y^{(0)}=(A^{(0)}(2),A^{(0)}(3),\cdots,A^{(0)}(n))^T, B=\begin{pmatrix}-z^{(1)}(2) & -z^{(1)}(3) & \ldots & -z^{(1)}(n)\\ 1 & 1 & \ldots & 1\end{pmatrix}^T$

用最小二乘法求得参数的估计值为

$$(a,b)^T=(B^T*B)^{-1}*B^T*Y^{(0)}$$

于是方程(2)有特解

$$A^{(1)}(t+1)=(A^{(0)}(1)-\frac{b}{a})*e^{-at}+\frac{b}{a}$$

则

$$\begin{aligned}A^{(0)}(k+1)&=A^{(1)}(k+1)-A^{(1)}(k)\\&=(A^{(0)}(1)-\frac{b}{a})*(e^{-ak}-e^{-a(k-1)})\end{aligned}$$

将时间参数代入上式，即可得出原始数列的模拟值及预测值。

4. **HCZ 模型**

根据大量油气出开发实际资料的统计研究和理论上的推导，由胡建国、陈元干、张盛宗提出的模型，其主要关系式为：

$$N_P = N_R e^{-(a/b)e^{-bt}}$$

$$Q = aN_R e^{-(a/b)e^{-bt}-bt}$$

$$Q_{\max} = 0.3679bN_R$$

$$t_m = \ln(a/b)/b$$

$$N_{pm} = 0.3679N_R$$

$$Q_{\max}/N_{pm} = b$$

为了确定 HCZ 模型的常数 *a*，*b* 的数值，将(8—24)式除以(8—23)式得：

$$Q/N_p = ae^{-bt}$$

将(8—29)式等号两端取常用对数后得

$$\log(Q/N_p) = \alpha - \beta t$$

式中 $\alpha = \log a, a = 10^{\alpha}$

$$\beta = \frac{b}{2.303}, b = 2.303\beta$$

由上式可以看出，油气田的产量和累积产量之比(Q/N_p)，与开发时间 t 呈半对数直线关系。对于实际开发的数据，经上式线性回归求得直线截距 α 和斜率 β 的数值后，就可以分别确定 *a* 和 *b* 的数值。在 *a* 和 *b* 的数值知道之后，为确定采储量 N_R 的数值。将式 $N_P = N_R e^{-(a/b)e^{-bt}}$ 取常用对数后得：

$$\log(N_p) = A - Be^{-bt}$$

式中 $A = \log(N_R)$

$$B = a/2.303b$$

若设： $X = e^{-bt}$

则得： $\log N_p = A - BX$

在 b 值已经确定之后，计算不同 t 时间的 X 值。此后．再由对 N_P 与 X 的线性回归，并确定直线的截距 A 和斜率 B 的数值．最后，由 $N_R = 10^A$ 求得可采储量的数值。