Fakultät Bauingenieurwesen Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Kaliske

BIW 4-01 TRAGWERKSSICHERHEIT **4. Beleg** **8. FS | SS 2023**

Ausgabe: 27.06.2022
Abgabe: digital bis 30.06.2023
Konsulent: F. Niklas Schietzold, VMB/203

Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (FORM) – Sicherheitsindex

Name: Philipp Göbel	Matrikel: 4607083

Aufgabe

Berechnen Sie für den dargestellten Rahmen den Sicherheitsindex β nach Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung für die möglichen Versagensmodi bei vollständigem Systemversagen.

Die Normalkraftwirkung darf vernachlässigt werden.

Das Tragwerk besteht aus Walzträgern HEA 320 mit $W_{pl} = 1{,}628 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$. Die Fließspannung f_y sei an allen Stellen des Systems gleich groß, also voll korreliert.

Die Systemabmessungen betragen $h = 4{,}0$ m und $l = 3{,}5$ m.

Dokumentieren Sie Ihr Vorgehen in nachvollziehbarer Art und Weise. Unnachvollziehbarer Quellcode oder unkommentierte Tabellenkalkulationen werden nicht akzeptiert.

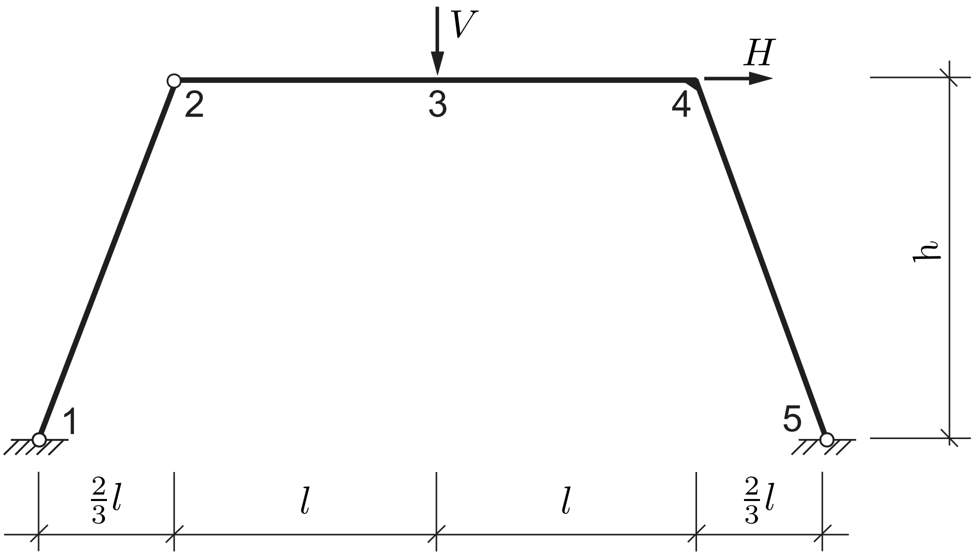


Abbildung 1: System und Belastung

Hinweise

- Bei Bedarf sind Integrale mit Hilfe von numerischer Integration zu lösen. Dokumentieren Sie Ihr Vorgehen in nachvollziehbarer Art und Weise.
- Geben Sie Quellcodes, Worksheets oder Tabellenkalkulationen als Teil des Lösungswegs ab, wenn Sie die numerische Integrationen damit durchführen. Bitte beachten Sie, dass diese Lösungswege gut nachvollziehbar und kommentiert sind.
- Bitte geben Sie dieses Deckblatt mit Ihrem Namen und Matrikelnummer ab.

Teilaufgaben

1. Die Lasten H und V werden durch eine normalverteilte Last-Zufallsvariable beschrieben. V besitzt einen deterministischen Anteil von 40 kN. Die Fließspannung ist normalverteilt.

    - Belastung

    $$\begin{aligned} &X_1 \sim \mathcal{NV}\big(\mu_{X1} = 30\text{ kN};\ \sigma_{X1} = 5\text{ kN}\big) \\ &H = 2 \cdot X_1 \\ &V = 6 \cdot X_1 + 40\text{ kN} \end{aligned}$$

    - Fließspannung

    $$f_y = X_2 \sim \mathcal{NV}\big(\mu_{X2} = 28{,}8 \cdot 10^4\text{ kN/m}^2;\ \sigma_{X2} = 2{,}64 \cdot 10^4\text{ kN/m}^2\big)$$

2. Die Lasten H und V sind jeweils normalverteilt und voneinander stochastisch unabhängig (keine Korrelation). In der Last V ist einen deterministischen Anteil von 60 kN enthalten. Die Fließspannung ist normalverteilt.

    - Belastung H

    $$\begin{aligned} &X_1 \sim \mathcal{NV}\big(\mu_{X1} = 30\text{ kN};\ \sigma_{X1} = 5\text{ kN}\big) \\ &H = 2 \cdot X_1 \end{aligned}$$

    - Belastung V

    $$\begin{aligned} &X_2 \sim \mathcal{NV}\big(\mu_{X2} = 30\text{ kN};\ \sigma_{X2} = 5\text{ kN}\big) \\ &V = 6 \cdot X_2 + 60\text{ kN} \end{aligned}$$

    - Fließspannung

    $$f_y = X_3 \sim \mathcal{NV}\big(\mu_{X3} = 28{,}8 \cdot 10^4\text{ kN/m}^2;\ \sigma_{X3} = 2{,}64 \cdot 10^4\text{ kN/m}^2\big)$$

3. Die Lasten H und V werden durch eine Zufallsvariable unter Extremwertverteilung beschrieben. In der Last V ist einen deterministischen Anteil von 40 kN enthalten. Die Fließspannung ist logarithmisch-normalverteilt.

    - Belastung

    $$\begin{aligned} &X_1 \sim \text{Ex-max}_{\text{Typ I}}\big(\mu_{X1} = 25\text{ kN};\ \sigma_{X1} = 5\text{ kN}\big) \\ &H = 6 \cdot X_1 \\ &V = 13 \cdot X_1 + 40\text{ kN} \end{aligned}$$

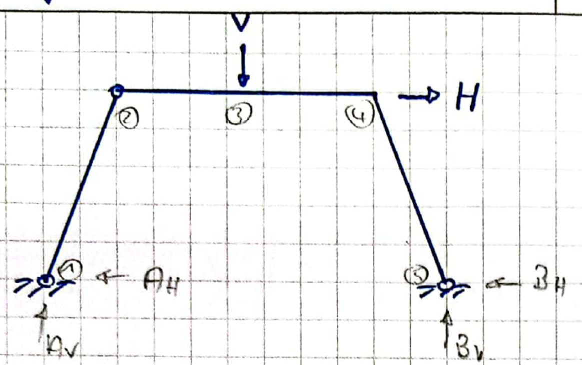
    - Fließspannung

    $$\begin{aligned} f_y = X_2 \sim \mathcal{LNV}\big(\mu_{X2} &= 28{,}8 \cdot 10^4\text{ kN/m}^2; \\ \sigma_{X2} &= 2{,}64 \cdot 10^4\text{ kN/m}^2; \\ x_{02} &= 19{,}9 \cdot 10^4\text{ kN/m}^2\big) \end{aligned}$$

Fakultativ: Ermitteln Sie durch numerische Integration für Aufgabe 3 die Versagenswahrscheinlichkeiten P_f für Versagen des Gesamtsystems. Vorzugsweise ist dafür eine MONTE-CARLO-Simulation durchzuführen.

Vergleichen Sie das Ergebnis der numerischen Integration mit dem Ergebnis aus Aufgabe 3!

Projekt:	Bearbeiter:	Datum:
4. Beleg. FORM	Philipp Göbel 4607083	23.06.23
		Blatt: 1



maßgebende Stellen 3 und 4

$$\Sigma M^A = 0 = 5V + 4H - 10 B_V \quad \rightarrow B_V = \tfrac{1}{2} V + \tfrac{2}{5} H$$

$$\Sigma V = 0 = -A_V - B_V + V \quad \rightarrow A_V = \tfrac{1}{2} V - \tfrac{2}{5} H$$

$$\Sigma M^{②} = 0 = 2 A_V + 4 A_H \quad \rightarrow A_H = -\tfrac{1}{4} V + \tfrac{1}{5} H$$

$$\Sigma H = 0 = A_H + B_H - H \quad \rightarrow B_H = \tfrac{1}{4} V + \tfrac{4}{5} H$$

$$\Rightarrow M^{③} = 3 \cdot A_V = \tfrac{3}{2} V - \tfrac{6}{5} H$$

$$M^{④} = 2 \cdot B_V - 4 B_H = -\tfrac{12}{5} H$$

Aufgabe 1:

$$③: \; -\frac{1}{W_{pl}} \left[\frac{3}{2}(6 \cdot X_1 + 40) - \frac{6}{5}(2 X_1) \right] = -\frac{1}{W_{pl}} \left[60 - \frac{33}{5} X_1 \right]$$

$$④: \; \frac{1}{W_{pl}} \left[-\frac{12}{5} (2 X_1) \right] = \frac{1}{W_{pl}} \left[-\frac{24}{5} X_1 \right]$$

$$\beta_{③} = \frac{c_{03} + c_{13} \cdot \mu_{x1} + \mu_{x2}}{\left((c_{13} \cdot \sigma_{x1})^2 + \sigma_{x2}^2\right)^{0.5}} \quad \text{mit} \begin{cases} c_{03} = -\frac{60}{W_{pl}} = -36855{,}04 \\ c_{13} = \frac{33}{5 W_{pl}} = 4054{,}05 \end{cases}$$

$$= 11{,}199$$

$$\beta_{④} = \frac{c_{14} \cdot \mu_{x1} + \mu_{x2}}{\left((c_{14} \cdot \sigma_{x1})^2 + \sigma_{x2}^2\right)^{0.5}} \quad \text{mit } c_{14} = -2948{,}40 = -\frac{24}{5 W_{pl}}$$

$$= 6{,}599 \quad \rightarrow \text{maßgebend}$$

$$P_{f4}(\beta_4) = 1 - \Phi(\beta_4) = 2{,}07 \cdot 10^{-11}$$

Projekt:	Bearbeiter:	Datum:
4. Beleg FORM	Philipp Göbel 4607083	23.06.23
		Blatt: 2

Aufgabe 2

$$③: -\frac{1}{w_{pl}}\left[\frac{3}{2}\cdot(6X_2+40)-\frac{6}{5}(2X_1)\right]=-\frac{1}{w_{pl}}\left[-\frac{12}{5}X_1+9X_2+60\right]$$

$$④: \frac{1}{w_{pl}}\left[-\frac{12}{5}(2X_1)\right]=\frac{1}{w_{pl}}\left[-\frac{24}{5}X_1\right]$$

$$\beta③ = \frac{c_{03}+c_{13}\,\mu_{x1}+c_{23}\,\mu_{x2}+\mu_{x3}}{\left((c_{13}\cdot\sigma_{x1})^2+(c_{23}\,\sigma_{x2})^2+\sigma_{x3}^{\,2}\right)^{0.5}}$$

mit $c_{03}=-\frac{60}{w_{pl}}=-36855{,}04$

$c_{13}=\frac{12}{5w_{pl}}=1474{,}20$

$c_{23}=-\frac{9}{w_{pl}}=-5528{,}26$

$= 3{,}327 \rightarrow$ maßgebend

$$\beta④ = \frac{c_{14}\cdot\mu_{x1}+\mu_{x3}}{\left((c_{14}\cdot\sigma_{x1})^2+\sigma_{x3}^{\,2}\right)^{0.5}}$$ mit $c_{14}=\frac{24}{5w_{pl}}=2948{,}40$

$= 12{,}450$

$$P_{f3}(\beta_3) = 1-\Phi(\beta_3) = 0{,}000438$$

DRESDNER BRÜCKENBAU SYMPOSIUM 30

bauingenieur24.de

content for constructors

Projekt:	Bearbeiter:	Datum:
4. Beleg FORM	Philipp Göbel 4607083	23.06.23
		Blatt: 3

Aufgabe 3

$$a = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sigma_{x_1}} = 0{,}257$$

$$b = \mu_{x_1} - \frac{0{,}572}{a} = 22{,}75$$

$$\sigma_u = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\mu_{x_2}}{\sigma_{x_2} - x_{02}}\right)^2} = 1{,}536$$

$$\mu_u = \ln(\sigma_{x_2} - x_{02}) - \frac{\sigma_u^2}{2} = 10{,}730$$

$$③ : -\frac{1}{W_{pl}}\left[\frac{3}{2}(13X_1 + 40) - \frac{6}{5}(6X_1)\right] = -\frac{1}{W_{pl}}\left[12{,}3X_1 + 60\right]$$

$$④ : \frac{1}{W_{pl}}\left[-\frac{12}{5} \cdot 6X_1\right] = \frac{1}{W_{pl}}\left[-14{,}4X_1\right]$$

$$h_j(y) = h_j(y_1, y_2) = c_{1j}\left(\frac{-1}{\ln(\Phi^{NN}(y_1))}\right)^{\frac{1}{4}} + e^{y_2 \sigma_u + \mu_u} + x_{0,2} = 0$$

mit $F(x_1) = \exp(-\exp(-a(x_1 - b))) \rightarrow y_1 = \hat{a} \cdot \ln(\ln(\Phi^{NN}(y_1))) + b$

$$y_2 = \frac{\ln(x_2) - \mu_u}{\sigma_u} \rightarrow x_2 = \sigma_u \cdot \exp(\sigma_u \cdot y_2 + \mu_u)$$

$$h_j(y_1, y_2) = c_{0j} + c_{1j}\left(\frac{1}{a} \cdot \ln(\ln(\Phi^{NN}(y_1))) + b\right) + \sigma_u \exp(\sigma_u \cdot y_2 + \mu_u) + x_{0,2} = 0$$

$$H(y^*)_j = \begin{bmatrix} \left.\frac{\partial h_j(\underline{y})}{\partial y_1}\right|_{\underline{y} = \underline{y}^*} \\ \left.\frac{\partial h_j(\underline{y})}{\partial y_2}\right|_{\underline{y} = \underline{y}^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c_{1j} \cdot \frac{1}{a} \cdot \varphi^{NN}(y_1^*)}{\Phi^{NN}(y_1^*) \cdot \ln(\Phi(y_1))} \\ \sigma_u \cdot \exp(\sigma_u y_2 + \mu_u) \end{bmatrix}$$

$$\beta_j(\underline{y}_j^*) = \frac{h_j(\underline{y}_j^*) - \underline{H}_j^T(\underline{y}_j^*) \cdot \underline{y}_j^*}{(\underline{H}_j^T(\underline{y}_j^*) \cdot \underline{H}_j(\underline{y}_j^*))^{0{,}5}} \; ; \quad \underline{\alpha}_j(\underline{y}_j^*) = \frac{-\underline{H}_j(\underline{y}_j^*)}{(\underline{H}_j^T(\underline{y}_j^*) \cdot \underline{H}_j(\underline{y}_j^*))^{0{,}5}}$$

Projekt:	Bearbeiter:	Datum:
4. Beleg FORM	Philipp Gröbel 4607083	23.07.23
		Blatt: 4

$\underline{y}_j^* = \alpha_j(\underline{y}_j^*) \cdot \beta_j(\underline{y}_j^*)$

~~Startwert~~ $\cancel{\underline{y}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$

$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx \qquad \varphi(x) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2}{2}}$

Startwert $\underline{y}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow$ nach 2000 Iterationen (siehe Anhang)

$\beta = 4{,}52 \cdot 10^{-7}$

$P_f(\beta) = 1 - \Phi(\beta) = 0{,}4999$

```
using Distributions
using QuadGK

println()

Wpl = 1.628e-3

#Teilaufgabe 1
println("Teilaufgabe 1")
muh_x1 = 30
sigma_x1 = 5
muh_x2 = 28.8e4
sigma_x2 = 2.64e4

c03 = -1/Wpl*60
c13 = 1/Wpl*33/5
c14 = -1/Wpl*24/5

beta3 = (c03+c13*muh_x1+muh_x2)/sqrt((c13*sigma_x1)^2 + sigma_x2^2)
beta4 = (c14*muh_x1+muh_x2)/sqrt((c14*sigma_x1)^2+sigma_x2^2)

println("c03: ", c03)
println("c13: ", c13)
println("c14: ", c14)

println("beta3: ", beta3)
println("beta4: ", beta4)


beta = min(beta3, beta4)

Pf = cdf(Normal(),beta)
println("Pf beträgt bei einem beta=",beta)
println(1-Pf)
println("--------------")
println()
#Teilaufgabe 2
println("Teilaufgabe 2")
muh_x1 = 30
sigma_x1 = 5

muh_x2 = 30
sigma_x2 = 5

muh_x3 = 28.8e4
sigma_x3 = 2.64e4

c03 = -1/Wpl*60
c13 = -1/Wpl*-12/5
c23 = -1/Wpl*9
c14 = -1/Wpl*-24/5

beta3 = (c03+c13*muh_x1+c23*muh_x2+muh_x3) / sqrt( (c13*sigma_x1)^2 +
(c23*sigma_x2)^2 + sigma_x3^2)
beta4 = (c14*muh_x1+muh_x3) / sqrt( (c14*sigma_x1)^2+ sigma_x3^2 )

println("c03: ", c03)
println("c13: ", c13)
println("c23: ", c23)
println("c14: ", c14)

println("beta3: ", beta3)
println("beta4: ", beta4)
```

```
beta = min(beta3, beta4)

Pf = cdf(Normal(),beta)
println("Pf beträgt bei einem beta=",beta)
println(1-Pf)

println("--------------")
println()
#Teilaufgabe 3
println("Teilaufgabe 3")


sigma_x1 = 5
muh_x1 = 25
sigma_x2 = 28.8e4
muh_x2 = 2.64e4
x02 = 19.9e4

a = 1/sigma_x1*pi/sqrt(6)
b = muh_x1 - 0.5772/a

sigma_u = sqrt(log(1+(sigma_x2/(muh_x2-x02))^2))

muh_u = log(sigma_x2-x02)-sigma_u^2/2
println()
println("a: ",a,"  b: ", b)
println("sigma_u :",sigma_u,"   muh_u: ",muh_u)
println()

c03 = -1/Wpl*60
c13 = -1/Wpl*12.3
c14 = 1/Wpl*-14.4

println("c03: ", c03)
println("c13: ", c13)
println("c14: ", c14)

# Funktion klein phi
function phi(y)
   return 1/sqrt(2*pi)*exp(-y^2/2)
end

#Funktion groß phi
function Gphi(y)
   return 1/sqrt(2*pi) * quadgk(y -> exp(-y^2/2), -Inf, Inf)[1]
end

# besetzten der Anfangsarrays und Zähler
y = [0.0; 0.0]
alpha = [0.0 0.0 ; 0.0 0.0]
beta = [0.0; 0.0]
p = 0


for i = 1:2000

    h3  = c03 + c13/a * log(log(Gphi(y[1])))+ c13*b + exp(sigma_u*y[2]+muh_u)  +
x02
    h4 = c14/a * log(log(Gphi(y[1]))) + c14*b + exp(sigma_u*y[2]+muh_u)  + x02

    H3 = [c13/a * phi(y[1]) / (Gphi(y[1]) * log(Gphi(y[1]))); sigma_u *
exp(sigma_u*y[2]+muh_u)]
    H4 = [c14/a * phi(y[1]) / (Gphi(y[1]) * log(Gphi(y[1]))); sigma_u *
exp(sigma_u*y[2]+muh_u)]
```

```
    global beta[1] = (h3 - H3' * y) / sqrt(H3' * H3)
    global beta[2] = (h4 - H4' * y) / sqrt(H4' * H4)

    global alpha[1,:] = -H3 / sqrt(H3' * H3)
    global alpha[2,:] = -H4 / sqrt(H4' * H4)

    global y = alpha * beta

    global p += 1
end

println("Für die Iteration erhalten wir nach ", p, " Iterationen, ein beta von:
", beta[1])
println()
Pf = cdf(Normal(),beta[1])
println("Pf beträgt bei einem beta=",beta[1], " : ", 1-Pf)
```