

Quantenphysik I

Adriaan Schakel, FU Berlin
Wintersemester 2005/2006

I. HARMONISCHER OSZILLATOR

A. Klassische Welt

Energie:

$$E_{kl} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2,$$

mit ω der Schwingungsfrequenz.

Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte:

$$W_{kl}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{x_0^2 - x^2}},$$

mit $\pm x_0$ den Wendepunkten.

B. Quantenwelt

Energie:

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots$$

Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte: $|\psi_n|^2$, mit

$$\psi_n(\xi) = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} (-1)^n e^{\xi^2/2} \frac{d^n}{d\xi^n} e^{-\xi^2},$$

wobei $\xi = \sqrt{m\omega/\hbar}x$.

C. Vergleich

Fordere $E_{kl} \stackrel{!}{=} E_n$, oder

$$x_0^2 = 2 \frac{\hbar}{m\omega} \left(n + \frac{1}{2} \right).$$

In Einheiten mit $\hbar/m\omega = 1$ sehen die klassische und Quantenaufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte für $n = 0, 1, 10, 50$ wie folgt aus:

