Аналитическая механика.

Положение материальной точки:	$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$	Ускорение:	$\vec{w} = w_1\vec{e_1} + w_2\vec{e_2} + w_3\vec{e_3}$, $\vec{w} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$
Скорость материальной точки:	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dx}{dt}\vec{k}$	Производные декартовых координат через произвоные криволинейных:	$\frac{d^2\chi_i}{dt^2} = \sum_{l=1}^{l\leq 3}\sum_{m=1}^{m\leq 3}\frac{\partial^2\chi_i}{\partial q_l\partial q_m}\dot{q}_l\dot{q_m} + \frac{\partial\chi_i}{\partial q_l}\ddot{q}_l$, $\chi_0 = x, \chi_1 = y, \chi_2 = z.$
Ускорение материальной точки:	$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2x}{dt^2}\vec{k}$	Углы Эйлера:	Я не очень умею техатб.
Вектор $\vec{\tau}$, определение:	$\vec{v} = \frac{d}{dt}r[\vec{s(t)}] = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt} = \vec{\tau}\frac{ds}{dt}$, $\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}}{ds}$	Ортогональные отображения:	$\vec{R} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \vec{R'} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$, $\vec{R'} = A\vec{R}$
Ускорение через $\vec{\tau}$:	$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\vec{\tau}) = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + v\frac{d\vec{\tau}}{ds}\frac{ds}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + v^2\frac{d\vec{\tau}}{ds}$	Ортогональное преобразование для комплексного вектора:	$A(\vec{P} + i\vec{Q}) = A\vec{P} + iA\vec{Q}$
Вектор кривизны, и его связь с $\vec{n}$:	$\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{1}{\rho}\vec{n}$	«Хорошее» определение нормы комплексного вектора:	$\vec{P} + i\vec{Q} = \sqrt{(\vec{P} + i\vec{Q})(\vec{P} + i\vec{Q})} = \sqrt{\vec{P^T}\vec{P} + \vec{Q^T}\vec{Q}}$
Разложение $\vec{w}$ по $\vec{\tau}$ и $\vec{n}$:	$\vec{w} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$	Кватернион:	$\Lambda = \lambda_0 i_0 + \lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2 + \lambda_3 i_3$
Вектор бинормали $\vec{b}$:	$\vec{b} = \vec{\tau}\times\vec{n}$	Свойства кватернионов:	$(\Lambda\circ\mathcal{M})\circ\mathcal{N} = \Lambda\circ(\mathcal{M}\circ\mathcal{N})$, $(\Lambda + \mathcal{M})\circ(\mathcal{N} + \mathcal{R}) = \Lambda\circ\mathcal{N} + \mathcal{M}\circ\mathcal{N} + \Lambda\circ\mathcal{R} + \mathcal{M}\circ\mathcal{R}$, $(\lambda\Lambda)\circ(\mu\mathcal{M}) = \lambda\mu\Lambda\circ\mathcal{M}$
Касательные к координатныйм линиям ($\vec{r} = \vec{r}(q_1, q_2, q_3)$):	$\frac{\partial\vec{r}}{\partial q_m} = \frac{\partial x}{\partial q_m}\vec{i} + \frac{\partial y}{\partial q_m}\vec{j} + \frac{\partial z}{\partial q_m}\vec{k} = H_1\vec{e_m}, m = 1, 2, 3$	Умножение кватернионов:	$i_0\circ i_k = i_k\circ i_0 = i_k, k = 0, 1, 2, 3$, $i_k\circ i_k = -i_0, k = 1, 2, 3$, $i_1\circ i_2 = i_3, i_2\circ i_3 = i_1, i_3\circ i_1 = i_2$, $i_2\circ i_1 = -i_3, i_3\circ i_2 = -i_1$, $i_1\circ i_3 = -i_2$
Коэффициенты Ляме:	$H_k = \sqrt{(\frac{\partial x}{\partial q_k})^2 + (\frac{\partial y}{\partial q_k})^2 + (\frac{\partial z}{\partial q_k})^2}$	Ещё свойства умножения кватернионов:	$i_0\circ i_0 = i_0, i_0\circ i_1 = i_1\circ i_0 = i_1, i_1\circ i_1 = -i_0$
Ортогональные криволинейные координаты:	$(\vec{e_1}\cdot\vec{e_2}) = (\vec{e_2}\cdot\vec{e_3}) = (\vec{e_3}\cdot\vec{e_1}) = 0$	Ортогональная матрица:	$\vec{R'} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{r_1} & \vec{r_2} & \vec{r_3} \end{pmatrix}$, $\lvert\vec{r_i}\rvert = 1, \vec{r_i}\cdot\vec{r_j} = 0, i \neq j$
. Эквивалентные условия ортогональности криволинейных координат:	$\frac{\partial x}{\partial q_l}\frac{\partial x}{\partial q_m} = \frac{\partial y}{\partial q_l}\frac{\partial y}{\partial q_m} = \frac{\partial z}{\partial q_l}\frac{\partial z}{\partial q_m} = 0$ для $l \neq m$	Матрица поворота относительно оси X на угол ϕ:	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{pmatrix}$
Дифференциал дуги произвольной кривой (метрика пространства):	$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = \sum_{i=1}^3\sum_{j=1}^3 g_{ij}dq_idq_j$	Числовая интерпритация кватернионов:	$i_0 - 1$, $i_1 - \sqrt{-1}$, то векторное пространство $\Lambda = \lambda_0 + \lambda_1\sqrt{-1}$ подчиняется вышеуказанным правилам
Метрика пространства (случай ортогональных координат):	$ds^2 = H_1^2dq_1^2 + H_2^2dq_2^2 + H_3^2dq_3^2$	Матричная интерпритация кватернионов:	$i_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, i_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\Lambda = \lambda_0 i_0 + \lambda_1 i_1$
Скорость через криволинейные координаты:	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial q_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial\vec{r}}{\partial q_2}\dot{q}_2 + \frac{\partial\vec{r}}{\partial q_3}\dot{q}_3 = H_1\dot{q}_1\vec{e_1} + H_2\dot{q}_2\vec{e_2} + H_2\dot{q}_2\vec{e_2}$	Геометро-числовая интерпритация кватернионов:	$\Lambda = \lambda_0 + \lambda_1\vec{i_1} + \lambda_2\vec{i_2} + \lambda_2\vec{i_2}$, $\lambda_0\in\mathbb{R}, \vec{\lambda}\in\mathbb{E}^3$

Аналитиеская механика.			
Произведение трехмерных ортов в геометро-числовой интерпритации:	$i_k \circ i_k = -1$, $i_k \circ i_l = \vec{i_k} \times \vec{i_l} (k \neq l)$	Кватернионное сложение поворотов (активная точка зрения):	$R' = \Lambda \circ R \circ \overline{\Lambda}, R'' = \mathcal{M} \circ R \circ \overline{\mathcal{M}}$, $R'' = \mathcal{M} \circ \Lambda \circ R \circ \overline{\Lambda} \circ \overline{\mathcal{M}} = \mathcal{M} \circ \Lambda \circ R \circ \overline{\mathcal{M} \circ \Lambda}$
Произведение кватернионов геометро-числовой интерпритации:	$\Lambda = \lambda_0 + \vec{\lambda}$, $\mathcal{M} = \mu_0 + \vec{\mu}$, $\Lambda \circ \mathcal{M} = \lambda_0 \mu_0 - \vec{\lambda} \cdot \vec{\mu} + \lambda_0 \vec{\mu} + \mu_0 \vec{\lambda} + \vec{\lambda} \times \vec{\mu}$	Кватернионное сложение поворотов (пассивная точка зрения)	$i'_k = \Lambda \circ i_k \overline{\Lambda}$, $R = x\vec{i_1} + y\vec{i_2} + z\vec{i_3}$, $R^{(\prime)} = \overline{\Lambda} \circ \left(x\vec{i'_1} + y\vec{i'_2} + z\vec{i'_3} \right) \circ \Lambda = x'\vec{i'_1} + y'\vec{i'_2} + z'\vec{i'_3}$, $\mathcal{N} = \Lambda \circ \mathcal{M}$
Сопряженный кватернион:	$\Lambda = \lambda_0 + \vec{\lambda}, \overline{\Lambda} = \lambda_0 + \vec{\lambda}$	Определение угловой скорости:	$\vec{\omega} = \lim\limits_{\triangle t \to 0} \frac{\triangle \phi(t + \triangle t)}{\triangle t} \vec{\epsilon}(t + \triangle t)$
Норма кватерниона:	$\Vert\Lambda\Vert = \Lambda \circ \overline{\Lambda} = \overline{\Lambda} \circ \Lambda = \lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$	Угловая скорость через кватернион:	$\Lambda(t) = \cos \frac{\phi(t + \triangle t)}{2} + \vec{\epsilon}(t) \sin \frac{\phi(t + \triangle t)}{2}$, $\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \vec{\omega} \circ \Lambda(t), \vec{\omega} = 2\overline{\Lambda} \circ \dot{\Lambda}$
Свойства (1) и (2) произведения кватернионов:	$\Lambda \circ \mathcal{M} \neq \mathcal{M} \circ \Lambda$, $\overline{\Lambda \circ \mathcal{M}} = \overline{\mathcal{M}} \circ \overline{\Lambda}$	Сложение угловых скоростей:	$\vec{\omega} = \vec{\omega_1} + \vec{\omega_2}$ для $\vec{\omega_1}$ и $\vec{\omega_2}$,
Свойство (3) произведения кватернионов:	$\Vert\Lambda \circ \mathcal{M}\Vert = (\Lambda \circ \mathcal{M}) \circ \overline{(\Lambda \circ \mathcal{M})} = \Lambda \circ \mathcal{M} \circ \overline{\Lambda} \circ \overline{\mathcal{M}} = \Vert\Lambda\Vert \cdot \Vert\mathcal{M}\Vert$	Формула Эйлера.	$\vec{r'}(t) = \Lambda(t) \circ \vec{r} \circ \overline{\Lambda}(t)$, $\dot{\vec{r}} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Свойство (4) произведения кватернионов:	Инвариантно относительно ортогональных преобразований в векторной части кватернионов.	Формула Эйлера в матричной форме:	$\dot{\vec{r'}} = \Omega \vec{r'}$, $\Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}$
Свойство (5) произведения кватернионов (обратный):	$\Lambda^{-1} = \frac{\overline{\Lambda}}{\Vert\Lambda\Vert}$	Уравнение Пуассона (x, y, z).	$\vec{r'} = A(t)\vec{r}$, $\dot{A} = \Omega A$.
Присоединённое отображение:	$\mathcal{R} \to \mathcal{R}' : \mathcal{R}' = Ad\mathcal{R} = \Lambda \circ \mathcal{R} \circ \Lambda'$	Уравнение Пуассона (ξ, η, ζ).	$\vec{r'} = A(t)\vec{r}$, $\dot{A} = A\Omega$
Свойства (1) и (2) присоединенного отображения:	Не меняет скалярной части, действует на векторную часть как линейное преобразование.	Уравнение Пуассона в кватернионах (x, y, z):	$2\dot{\Lambda} = \vec{\omega} \circ \Lambda$
Поворот через кватернион:	$\Lambda = \lambda_0 + \lambda\vec{e}, \Lambda = \cos\frac{\phi}{2} + \vec{e} \sin\frac{\phi}{2}$ — поворот на угол ϕ вокруг $\vec{e}$.	Уравнение Пуассона в кватернионах (ξ, η, ζ):	$2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \vec{\omega}$
Группа $SO(3)$:	$R' = AR, R'' = BR', R'' = (BA)R, C = BA$—матрица, задающая суммарный поворот.	Относительное движение. Обозначения.	$\vec{r} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix}, \vec{r_0} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $\vec{v_{rel}} = \dot{\vec{r}}, \vec{w_{rel}} = \ddot{\vec{r}}, \vec{v_0} = \dot{\vec{r_0}}, \vec{w_0} = \ddot{\vec{r_0}}$
Активная точка зрения.	Матрицы последовательных поворотов перемножаются в обратном порядке. Все матрицы вычисляются в общем для всех базисе $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.	Сложение скоростей:	$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{v_{rel}}$
Пассивная точка зрения.	Матрицы последовательных поворотов перемножаются в прямом порядке. Каждая матрица рассматривается в поворачиваемом ею базисе.	Сложение ускорений:	$\vec{w} = \vec{w_0} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \vec{v_{rel}} + \vec{w_{rel}}$
Ещё про активную точку зрения (сложение поворотов):	$R^{(\prime)} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = A^T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$		

Аналитиеская механика.			
Конфигурационное многообразие и число степеней свободы:	$M \subset \mathbb{R}^m$, однозначно отображаемое в множество возможных положений системы. m - число степеней свободы.	Обобщённый интеграл энергии:	$\sum_i \dot{q}_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \mathcal{L} = const$
Параметризация и лагранжевы параметры.	$R = R(\nu, t, q_1, \dots, q_n), q_1, \dots, q_n$ — лагранжевы параметры.		
Стационарная параметризация:	Параметризация не зависящая явно от времени.		
Нестационарная параметризация:	Параметризация явно зависящая от времени.		
Кинематически независимые координаты и голономные системы.	Локальные координаты не стеснены никакими дополнительными условиями типа $f_k(t, q, \dot{q}) = 0, k = 1, \dots, s$, а такие механические системы называются голономными.		
Виртуальное перемещение:	$\delta R = \sum_i \frac{\partial R}{\partial q_i} \delta q_i$		
Обобщённые силы:	$Q_i = \int \frac{\partial R}{\partial q_i} \cdot F^d dm$		
Кинетическая энергия:	$T = \int \vec{V} \cdot \vec{V} dm$		
Уравнение Лагранжа:	$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i (i = 1, \dots, n)$		
Потенциальная сила:	Существует U, что $Q_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} (i = 1, \dots, n)$		
Обощённо потенциальная сила:	Существует U, что $Q_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} (i = 1, \dots, n)$		
Функция Лагранжа:	$\mathcal{L} = T + U$		
Уравнение Лагранжа через функцию Лагранжа:	$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0 (i = 1, \dots, n)$		
Ковариантность уравнений Лагранжа:	Если обощённые координаты подвергнуть преобразованиям $q_i \to \tilde{q}_i$ из C_2: $$q_i = q_i(t, \tilde{q})$$ то в новых переменных уравнения Лагранжа сохраняют форму.		
Невырожденность уравнений Лагранжа:	...		