괄호

올바른 괄호 문자열이란 다음과 같은 문자열의 집합이다.

- 빈 문자열은 올바른 괄호 문자열이다.
- S가 올바른 괄호 문자열이면 (S)도 올바른 괄호 문자열이다. 즉 올바른 괄호 문자열의 앞에 여는 괄호를 붙이고 뒤에 닫는 괄호를 붙여도 올바른 괄호 문자열이다.
- S와 T가 올바른 괄호 문자열이면 ST도 올바른 괄호 문자열이다. 즉 올바른 괄호 문자열을 이어 붙여도 올바른 괄호 문자열이다.

그는 괄호 문자열을 매우 좋아한다. 하지만 괄호의 종류를 하나만 사용해왔던 것이 너무 재미가 없어서 서로 구별할 수 있는 K개의 색을 괄호에 칠하기로 했다. 예를 들어 $K = 3$이고 빨간색, 녹색, 파란색을 사용하기로 했다면 위의 정의에서 두 번째 부분이 아래처럼 확장된다.

- S가 올바른 괄호 문자열이면 (S), (S), (S)도 올바른 괄호 문자열이다.

K가 더 늘어나면 구별 가능한 색을 더 추가해서 정의를 확장하면 된다. 이제 $2N$개의 괄호를 사용하여 만든 올바른 문자열 중에서 자기 자신과 자기 자신을 뒤집은 문자열이 같은 것들의 개수를 구하는 프로그램을 작성하라. 어떤 문자열을 뒤집는 다는 것은 문자열을 거울에 비춘 다음 거울에 비친 모양대로 적는

다는 것과 같다. 예를 들어 (())()를 뒤집으면 ()(())가 될 것이다. 이 문자열은 자기 자신과 뒤집어 쓴 문자열이 같지 않으므로 세면 안 된다. ()(())() 는 뒤집어도 똑같이 ()(())()가 될 것이므로 개수를 세어야 한다.

입력

첫 번째 줄에는 사용하는 괄호의 개수와 괄호의 색을 나타내는 두 자연수 N, K가 공백으로 구분되어 주어진다.

부분문제

부분문제	점수	N	K
1	8	$1 \le N \le 10^6$	$K = 1$
2	92	$1 \le N \le 10^6$	$1 \le K \le 10^6$

출력

K종류의 괄호를 $2N$개 사용해 올바른 괄호 문자열을 만들었을 때, 자기 자신과 자기 자신을 뒤집은 문자열이 같은 것들의 개수를 출력한다. 이 수는 매우 커질 수 있으므로 1,000,000,007로 나눈 나머지를 출력해야 한다.

입력 예제	출력 예제
2 2	6

다음의 6 가지 경우가 있을 수 있다.

()()	()()	(())
(())	(())	(())

능력

그는 요즘 여러 능력을 가지고 몬스터들과 싸우는 웹게임을 열심히 하고 있다. 그는 지금 N개의 공격 능력을 가지고 있고 이 모든 능력을 장착하고 있다. 그는 능력들을 편하게 관리하고자 각 능력에 1 이상 N 이하의 자연수 번호를 붙였다.

i 번 능력에는 그 능력이 발동될 확률 p_i와 상대에게 입히는 피해량 d_i가 책정되어 있다. 따라서 그가 i 번 능력에 발동 명령을 내리면, p_i의 확률로 능력이 발동되어 상대에게 d_i만큼의 피해를 입히고, $(1-p_i)$의 확률로 능력이 발동되지 않아 아무 일도 일어나지 않는다. 그가 어떤 능력(들)을 장착한 채로 상대방을 공격할 기회를 얻었다면, 아래 과정이 일어난다:

- 가지고 있는 모든 능력들 중 하나를 임의로 고른다. 모든 능력을 고를 확률은 서로 같다. 고른 능력에 발동 명령을 내린다. 만약 이 능력이 발동되었다면, 공격 기회를 잃고 과정이 끝난다. 하지만 이 능력이 발동되지 않았다면, 아직 발동 명령을 내려 보지 않은 능력들 중 하나를 동일한 확률로 고른 후, 다시 발동 명령을 내린다. 만약 능력이 발동되었다면 공격 기회를 잃은 후 과정을 끝내고, 발동되지 않았다면 같은 과정을 더 이상 발동 명령을 내려 보지 않은 능력이 없을 때까지 반복한다. 모든 능력에 발동 명령을 내렸음에도 발동된 능력이 하나도 없으면 공격 기회를 잃는다.

현재 그가 가지고 있는 N개의 능력이 발동될 확률과 상대에게 입히는 피해량

이 주어질 때, 한 번의 공격 기회에서 주게 되는 피해량의 기댓값을 구하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에 능력의 수를 나타내는 자연수 N이 주어진다.

다음 N개의 줄에는 능력들의 정보가 주어진다. 이 중 $i(1 \le i \le N)$번째 줄에는 i번 능력이 발동될 확률과 상대에게 입히는 피해량을 의미하는 두 정수 $p_i, d_i (1 \le p_i, d_i \le 10^9)$이 공백을 사이로 두고 주어진다. 이는 i번 능력은 $\frac{p_i}{10^9}$의 확률로 발동하는 능력이며 상대에게 d_i만큼의 피해를 입힌다는 의미이다.

부분 문제

부분문제	점수	N
1	5	$1 \le N \le 200$
2	95	$1 \le N \le 3000$

출력

그가 한 번의 공격 기회에서 주게 되는 피해량의 기댓값을 출력한다. 정확한 판별을 위해, 답을 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{a}{b}$가 된다면, $(a \times b^{-1}) \bmod 1{,}000{,}000{,}007$을 대신 출력하도록 한다. b^{-1}은 b의 모듈로 곱셈에 대한 역원이다. 이 문제에서는 가능한 모든 입력에 대해 답이 존재한다.

입력 예제	출력 예제
1 500000000 10	5
9 1 9 2 8	93531355

3 7 4 6 5 5 6 4 7 3 8 2 9 1	

동전

그는 그녀와 동전 N개를 가지고 게임을 하려고 한다. 이 게임은 서로 번갈아 가면서 진행하는 게임이며, 그는 그녀에게 첫 차례를 양보했다. 규칙은 다음과 같다.

1) N개의 동전을 일렬로 늘어놓는다. 각 동전은 앞면 혹은 뒷면이 위로 와 있다.
2) 자신의 차례가 오면, 일렬로 늘어선 동전에서 특정한 연속적인 구간을 하나 선택해야 한다. 단, 선택한 구간에 있는 모든 동전은 앞면이어야 한다. 선택한 구간에 있는 동전은 마음대로 뒤집을 수 있다. 즉, 구간 내의 각 동전을 뒤집을지 뒤집지 않을지 자신이 결정할 수 있다. 그러나 적어도 하나의 동전은 뒤집어야 한다. 동전을 적절히 뒤집고 나면 상대에게 차례를 넘겨준다.
3) 자신의 차례에 선택할 수 있는 구간이 없는 사람이 패배한다. 즉 모든 동전이 뒷면인 상태로 자신의 차례가 오면 패배한다.

동전의 앞면이 위로 와 있으면 H, 뒷면이 위로 와 있으면 T라고 하자. 그리고 동전이 일렬로 HHHTHH 의 순서로 늘어서 있다고 하자. 자신의 차례가 온 사람은 구간을 선택해야 하는데, 뒷면인 네 번째 동전이 들어가 있는 구간은 선택할 수 없다. 또한 선택하는 구간이 크면 클수록 더욱 자유롭게 뒤집을 수 있으므로, 첫 번째 동전에서 세 번째 동전까지를 선택하거나, 다섯 번째 동전에서 여섯 번째 동전까지를 선택하는 것이 의미가 있는 구간 선택이 된다. 만

약 첫 세 개의 동전을 선택했다면, 세 동전을 뒤집는 경우의 수 $2^3 = 8$가지에서 아무것도 뒤집지 않는 경우를 제외한 7가지의 방법 중 하나로 동전을 뒤집어 차례를 넘길 수 있다.

그와 그녀는 이 게임을 계속할 것인데, 둘 다 지겨운 것을 싫어하기 때문에 게임이 시작할 때마다 처음 동전의 나열을 무작위로 선택하려고 한다. 즉 가능한 2^N개의 배열을 모두 동일한 확률로 하여 하나 선택하는 것이다.

이 게임은 동전을 한 번 뒷면으로 뒤집으면 앞면으로 다시 뒤집을 방법이 없고, 자기 차례에 무조건 하나 이상의 동전을 뒤집어야 하기 때문에, 두 사람이 최선을 다한다면 승패가 무조건 결정되는 게임이다. 두 사람이 최선을 다한다고 할 때, **그**가 이길 수 있는 처음 동전 나열의 개수는 몇 가지일까?

입력

첫 번째 줄에는 동전의 수를 나타내는 자연수 N이 주어진다.

부분 문제

부분문제	점수	N
1	5	$1 \le N \le 15$
2	95	$1 \le N \le 250$

출력

그가 이길 수 있는 처음 동전 나열의 개수를 출력하라. 이 수는 매우 커질 수 있으므로 1,000,000,007로 나눈 나머지를 출력해야 한다.

입력 예제	출력 예제
1	1
2	1
3	2
4	4
5	8

로봇

xy평면의 원점에 로봇이 서 있다. 로봇은 x축 양의 방향을 바라보고 있으며, 지금부터 N번 움직이려고 한다. 로봇이 한 번 움직이는 과정은 다음과 같다.

1. 먼저 로봇은 $\frac{L}{L+M+R}$의 확률로 자신이 바라보는 방향의 왼쪽으로 90도 돌고, $\frac{M}{L+M+R}$의 확률로 방향을 바꾸지 않으며, $\frac{R}{L+M+R}$의 확률로 자신이 바라보는 방향의 오른쪽으로 90도 돈다.
   - 예를 들어, 처음 상태에서는 로봇이 왼쪽으로 90도 돌면 y축 양의 방향을 바라보게 되고, 오른쪽으로 90도 돌면 y축 음의 방향을 바라보게 된다.
2. 1번 과정이 끝나고 나서, 로봇은 자신이 바라보고 있는 방향으로 1의 거리를 움직인다.

로봇이 N번 움직인 결과 좌표 (x, y)에 위치해 있다면, 로봇이 원점으로부터 떨어져 있는 정도는 $x^2 + y^2$로 나타난다. 로봇이 N번 움직인 다음 원점으로부터 떨어져 있는 정도의 기댓값을 구하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에는 로봇이 움직일 횟수, 왼쪽으로 방향을 바꿀 확률, 가만히 있을 확률, 오른쪽으로 방향을 바꿀 확률을 결정하는 네 정수 N, L, M, R이 공백으로 구분되어 주어진다. L, M, R중 적어도 하나는 양의 정수이다.

부분 문제

부분문제	점수	N	L, M, R
1	4	$1 \leq N \leq 15$	$0 \leq L, M, R \leq 10^6$
2	96	$1 \leq N \leq 10^9$	$0 \leq L, M, R \leq 10^6$

출력

로봇이 N번 이동한 다음 원점으로부터 떨어져 있는 정도의 기댓값을 출력한다. 정확한 판별을 위해, 답을 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{a}{b}$가 된다면, $(a \times b^{-1}) \bmod 1{,}000{,}000{,}007$을 대신 출력하도록 한다. b^{-1}은 b의 모듈로 곱셈에 대한 역원이다. 이 문제에서는 가능한 모든 입력에 대해 답이 존재한다.

입력 예제	출력 예제
5 1 0 1	5
10 5 0 7	308301433
15 249 123 953	644460144
100 4 5 6	648224530

목공

목공을 시작한 그는 기본기를 쌓기 위해 나무 상자를 만드는 것을 반복하고자 한다. 나무 상자 하나는 N개의 나무 판자를 이어 붙여 만들 수 있다. 이렇게 만들어진 나무 상자는 어차피 공간만 차지하므로 다시 나무판자로 분해하여 새로운 나무 상자를 만들기 위해 사용한다. 나무 상자를 분해하여 새로 얻을 수 있는 온전한 나무 판자의 수는 N개 보다 작으며(N개 미만), 상자를 언제나 잘 분해할 수는 없기에 그는 확률적으로 나무 판자를 얻게 된다. 모든 $0 \le i < N$에 대해 나무상자를 분해하여 i개의 나무 판자를 얻을 확률은 q_i에 비례함이 알려져 있으며, $\frac{q_i}{q_0+q_1+\cdots+q_{N-1}}$로 계산된다.

그는 현재 M개의 나무 판자를 가지고 있으며, 나무 상자를 만들 수 없을 때까지 계속해서 나무 상자를 만들 것이다. 그가 만들게 되는 나무 상자 개수의 기댓값을 구하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에 나무 상자를 만드는데 필요한 나무 판자의 수와 그가 가지고 있는 나무 판자의 개수를 나타내는 두 자연수 N, M이 공백으로 구분되어 주어진다.

다음 N개의 줄의 i번째 줄에는 나무 상자를 분해했을 때, 나무 판자 $i-1$개를 얻게 되는 확률을 의미하는 음이 아닌 정수 q_{i-1}이 주어진다. $q_0 + q_1 + \cdots + q_{N-1}$은 1이상 10^9이하임이 보장된다.

부분 문제

부분문제	점수	N	M
1	4	$1 \le N \le 1{,}000$	$0 \le M \le 5{,}000$
2	96	$1 \le N \le 16{,}000$	$0 \le M \le 10^{12}$

출력

그가 만들게 되는 나무 상자 개수의 기댓값을 출력한다. 정확한 판별을 위해, 답을 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{a}{b}$가 된다면, $(a \times b^{-1}) \bmod \mathbf{1{,}092{,}616{,}193}(= 2^{21} \times 521 + 1$이며, 소수이다.)을 출력하도록 한다. b^{-1} 은 b의 모듈로 곱셈에 대한 역원이다. 이 문제에서는 가능한 모든 입력에 대해 답이 존재한다.

입력 예제	출력 예제
2 3 1 1	546308098
3 6 10 10 1	933814619

첫 번째 예제의 답은 $\frac{3}{2}$를 의미한다.

비트

시간이 많은 그는 N개의 비트(0또는 1을 가질 수 있는 변수)를 조작하는 일을 반복하고 있다. 지금까지 하던 것이 식상해진 그는 새로운 규칙으로 N개의 비트를 조작하려고 한다. 한 번의 조작이란 다음과 같은 작업을 의미한다.

1) 비트 중에서 0인 것들을 먼저, 1인 것들을 나중에 놓는 방식으로 일렬로 늘어 놓는다. 즉 오름차순(엄밀히 비내림차순) 정렬한다.
2) 그 다음 1 이상 N 이하의 정수 K개(K는 홀수)를 무작위로 뽑는다. 각 정수를 뽑을 확률은 모두 독립적으로, 같은 정수가 두 번 이상 뽑힐 수도 있으며, 1부터 N까지의 각 자연수가 뽑힐 확률은 모두 동일하다.
3) 뽑힌 K개의 정수 각각에 대해서 정수가 i라면 i번째 비트를 토글한다. 즉, 0이면 1로, 1이면 0으로 바꾼다.

예를 들어, 그가 가진 비트가 0,1,0이고 $K = 3$이라고 해보자.

1) 먼저 비트를 정렬하여 0,0,1로 만든다.
2) $K = 4$개의 정수를 뽑아 $1, 3, 1$ 순서대로 뽑혔다고 해보자.
3) 첫 번째 정수 1에 의해서 비트는 1,0,1이 된다. 두 번째 정수 3에 의해서 비트는 1,0,0이 된다. 세 번째 정수 1에 의해서 비트는 0,0,0이 된다.

위의 과정에서 알 수 있듯, 사실 비트의 순서가 어떻게 되어있는지는 크게 중요한 것이 아니고 개수가 중요하다. 그는 조작을 한 후에 모든 비트가 1이 되면 조작을 끝내고 자러 갈 것이다. 현재 비트 중에서 0인 것의 개수가 z개일

때 모든 비트를 1로 만들기 위한 조작 횟수의 기댓값을 구하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에는 비트의 개수와 뽑게 되는 정수의 개수를 의미하는 두 자연수 N, K가 공백으로 구분되어 주어진다. K는 홀수이다.

부분 문제

부분문제	점수	N	K
1	9	$1 \le N \le 100$	$K = 1$
2	91	$1 \le N \le 100$	$1 \le K \le 10^9$

출력

N개의 줄에 걸쳐 답을 출력한다. z번째 현재 비트 중에서 0인 것의 개수가 z개일 때 모든 비트를 1로 만들기 위해 필요한 조작 횟수의 기댓값을 출력한다. 정확한 판별을 위해, 답을 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{a}{b}$가 된다면, $(a \times b^{-1})$ mod 1,000,000,007을 출력하도록 한다. b^{-1} 은 b의 모듈로 곱셈에 대한 역원이다. 이 문제에서는 답이 존재하는 것이 확인된 입력만 들어온다.

입력 예제	출력 예제
1 1	1
2 1	3 4
5 99	812420891 724220653 692773316 452277443 513756160

순열

길이가 N인 순열이란, 1에서 N사이의 자연수 N개로 이루어진, 같은 수가 두 번 이상 등장하지 않는 수열을 의미한다. 길이가 N인 순열의 종류는 총 $N!$개가 있다.

다음으로 순열에서 $\mathrm{K-minsum}$이라는 것을 정의할 것이다. 순열 A가 있고, 각 원소를 순서대로 나열하면 $A_1, A_2, \cdots, A_N$일 때, 순열 A의 $\mathrm{K-minsum}$은

$$\mathrm{K-minsum}(A) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+K}^{N} \min(A_i, A_{i+1}, \ldots, A_{j-1}, A_j)$$

이다. min은 인자로 나열된 수 중의 최솟값을 구하는 함수이다. K가 주어질 때 길이가 N인 모든 $N!$개의 순열에 대해 $\mathrm{K-minsum}$을 구해 그 합을 출력하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에는 순열의 길이를 나타내는 자연수 N과 정수 $K(0 \le K \le N)$가 주어진다.

부분 문제

부분문제	점수	N
1	8	$1 \le N \le 10^3$
2	92	$1 \le N \le 10^6$

출력

길이가 N인 모든 $N!$개의 순열에 대해 $\mathrm{K-minsum}$을 구해 그 합을 출력한다.

합이 매우 커질 수 있으므로 $1,000,000,007$로 나눈 나머지를 출력해야 한다.

입력 예제	출력 예제
1 1	0
2 0	8
3 1	22
5 1	1908
8 2	1435680
13 3	880193815

악수

악수는 두 사람이 각자 한 손을 마주 내어 잡고 서로 반가움을 표하며 결속을 다지는 매우 뜻 깊은 일이다.

그는 자신을 포함하여 N명이 참여하는 파티를 주최했다. 그는 파티의 재미를 위해 모든 참가자들이 이미 알고 있던 사람이 한 명도 없도록 참가자들을 무작위로 모집했으나, 그의 예상과는 달리 얼어붙은 분위기는 잘 깨지지 않았다. 그는 어떻게 하면 자신이 원하던 즐거운 파티를 이끌어낼 수 있을지 고심하다가 이것은 서로가 서로를 잘 알지 못하기 때문이라는 결론을 내리고, 먼저 $\frac{N(N-1)}{2}$가지의 모든 사람 쌍에 대해 악수를 한 번씩 하는 행사를 하여 서로의 친목을 다지기로 했다.

그는 매우 독특한 사람이라, 어떤 두 사람 A, B가 악수를 하면 그 즉시 A와 B는 서로 아는 사람이 된다고 생각한다. 거기까지는 이해할 수 있을지 모르지만, 그는 A가 알고 있던 사람들과 B가 알고 있던 사람들 역시 서로 아는 사람이 된다고 생각한다. 예를 들어, 4명의 사람 P, Q, R, S가 참여한 파티에서 P와 Q, R과 S끼리 이미 악수를 해서 서로 아는 사람일 때 P와 R이 악수를 한다면, P와 R, P와 S, Q와 R, Q와 S 모두 서로 아는 사람이 된다. 이는 실제와는 매우 동떨어진 생각이지만 어쨌든 그는 그렇게 생각한다.

악수 행사를 진행할 때는 아직까지 악수를 하지 않은 사람 쌍들 중 하나를 동일한 확률로 무작위로 하나 골라 진행한다고 할 때, 그의 생각 상에서 모든 사람이 서로를 알게 되는 악수는 몇 번째가 될 것인지 그 기댓값을 구하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에는 사람의 수를 나타내는 자연수 N이 주어진다.

부분 문제

부분문제	점수	N
1	5	$1 \le N \le 5$
2	95	$1 \le N \le 40$

출력

모든 사람이 서로를 알게 되는 악수는 몇 번째가 될 것인지 그 기댓값을 출력한다. 정확한 판별을 위해, 답을 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{a}{b}$가 된다면, $(a \times b^{-1}) \bmod 1{,}000{,}000{,}007$을 출력하도록 한다. b^{-1} 은 b의 모듈로 곱셈에 대한 역원이다. 이 문제에서는 가능한 모든 입력에 대해 답이 존재한다.

입력 예제	출력 예제
1	0
2	1
3	2

제비

시간이 많은 그는 제비 뽑기를 계속하고 있다. 그냥 아무것도 없이 하다 보니 재미가 없어서 제비를 뽑고 난 후에 어떤 제비를 뽑았는지 에 따라 지켜야 하는 규칙을 만들어 신선한 제비 뽑기를 하려고 한다.

그는 지금 끝을 빨간색으로 칠한 제비를 R개, 초록색은 G개, 파란색은 B개를 만들었다. 이 제비들을 모두 색칠한 쪽이 보이지 않게 통에 넣고 잘 섞은 다음에 제비를 하나씩 뽑을 것이다. 그는 제비를 매우 잘 섞기 때문에 모든 제비는 뽑힐 확률이 동일해진다. 뽑은 제비의 색에 따라 다음과 같은 일을 한다.

1. 빨간 제비를 뽑은 경우에는 뽑은 제비를 쓰레기통에 버린다.
2. 초록 제비를 뽑은 경우에는 뽑은 제비를 다시 통에 넣고 제비들을 잘 섞는다.
3. 파란 제비를 뽑은 경우에는 뽑은 제비를 다시 통에 넣고 제비들을 잘 섞는다. 만약 파란 제비를 뽑은 횟수가 K번이 되면 제비 뽑기를 그만두고 잠이나 자러 가도록 한다.

그가 잠을 자러 갈 때까지 뽑게 되는 제비 개수의 기댓값을 구하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에는 테스트 케이스의 개수 $T(1 \le T \le 10^3)$가 주어진다.

각 테스트 케이스의 첫 번째 줄에는 그가 가진 빨간 제비의 개수 R, 초록 제

비의 개수 G, 파란 제비의 개수 B, 파란 제비를 몇 번 뽑아야 잠을 자러 가게 되는지를 나타내는 K가 공백으로 구분되어 주어진다. 각 수는 모두 1이상의 자연수이다.

부분 문제

부분문제	점수	입력되는 수의 범위	추가 제한
1	6	1 이상 10^3 이하	모든 테스트 케이스에 대해 R, G, B값이 동일
2	94	1 이상 10^9 이하	없음

출력

각 테스트 케이스마다 한 줄에 그가 잠을 자러 갈 때까지 뽑게 되는 제비 개수의 기댓값을 출력한다. 정확한 판별을 위해, 답을 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{a}{b}$가 된다면, $(a \times b^{-1}) \bmod 1{,}000{,}000{,}007$을 출력하도록 한다. b^{-1} 은 b의 모듈로 곱셈에 대한 역원이다. 이 문제에서는 가능한 모든 입력에 대해 답이 존재한다.

입력 예제	출력 예제
4 1 1 1 1 1 2 3 4 1000 1000 1 1000 50000 50000 50000 10000000	500000006 569010428 490804548 595034885
4 9 9 9 1 9 9 9 2 9 9 9 4 9 9 9 1000	300000005 470000009 700700016 814176661

첫 번째 입력은 1번 부분 문제에 속하지 않음에 유의하라.

첫 번째 입력의 첫 번째 테스트 케이스의 답은 $\frac{5}{2}$를 나타낸다.

두 번째 입력은 1번 부분 문제에 속한다.

창문

그의 집의 한 벽면은 1×1크기의 정사각형 벽돌 $H \times W$개로 이루어진 직사각형 형태이다. 즉, 이 벽은 1×1크기의 정사각형 벽돌이 세로로 H행 가로로 W열 쌓여 있는 것이다.

그는 창문이 없는 집이 너무 답답했기 때문에, 벽에 있는 몇 개의 벽돌을 제거하여 창문을 만들려고 한다. 창문을 만들 것이기 때문에, 제거하는 벽돌들은 하나로 붙어 있는 직사각형 모양을 이루어야 한다.

일단 그는 창문을 설치하는 것은 다음에 생각하도록 하고, 우선 창문을 만들 위치를 정해 그 위치에 있는 모든 벽돌을 제거하기로 했다. 그는 무작위성을 좋아하기 때문에, 설치하는 것이 가능한 창문의 위치 $\frac{H(H+1)}{2} \times \frac{W(W+1)}{2}$개 중 하나를 무작위로 선택하여 해당하는 모든 벽돌을 제거하려고 한다. 벽돌 하나를 제거하는 데 드는 비용은 9(九)원이다. 그가 벽돌을 제거하기 위해 드는 비용의 기댓값을 출력하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에는 벽의 크기를 나타내는 두 자연수 H와 W가 공백 하나로 구분되어 주어진다.

부분 문제

부분문제	점수	H, W
1	3	$1 \le H, W \le 50$
2	97	$1 \le H, W \le 10^{18}$

출력

그가 벽돌을 제거하기 위해 드는 비용의 기댓값을 출력한다. 정확한 판별을 위해, 답을 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{a}{b}$ 가 된다면, $(a \times b^{-1})$ mod 1,000,000,007을 출력하도록 한다. b^{-1} 은 b의 모듈로 곱셈에 대한 역원이다. 이 문제에서는 가능한 모든 입력에 대해 답이 존재한다.

입력 예제	출력 예제
1 1	9
3 5	35
8 10	120
1234567890 999999999999	259384379

카드

그는 새로운 전략 카드 게임에 입문했다. 이 게임에서 카드를 구입할 때는 카드가 정확히 하나 들어 있는 카드 팩을 사야한다. 카드 팩 안의 내용물은 뜯어보기 전까지는 알 수 없고 게임에 있는 N종류의 카드 중 하나가 들어 있으며 모든 카드는 뽑힐 확률이 동일하다.

카드를 모은다고 끝나는 것이 아니라 덱을 구성해야 한다. 카드에 1번에서 N번까지의 번호를 붙이면, 그가 원하는 덱들을 구성하기 위해서는 i번 카드가 적어도 D_i장은 필요하다. 그러므로 그의 목표는 각 카드 i에 대해 D_i개 이상의 카드를 모으는 것이다.

하지만 현실은 그다지 녹록치 않다. 카드 팩은 돈을 주고 사야하고 그가 가진 돈은 적기 때문이다. 결국 그는 카드 팩을 L개만 구매하기로 했다. 그가 그의 목표를 달성할 확률을 구하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에는 카드의 종류, 사려고 하는 카드 팩의 수를 나타내는 두 자연수 N, L이 공백으로 구분되어 주어진다.

두 번째 줄에는 각 카드마다 모아야 하는 개수를 나타내는 N개의 정수 $D_1, \dots, D_N$이 공백으로 구분되어 주어진다.

부분 문제

부분문제	점수	N	각 D_i	L
1	13	$1 \le N \le 3{,}000$	$0 \le D_i \le 1$	$1 \le L \le 3{,}000$
2	87	$1 \le N \le 3{,}000$	$0 \le D_i \le 10$	$1 \le L \le 3{,}000$

출력

그가 목표를 달성할 확률을 출력한다. 정확한 판별을 위해, 답을 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{a}{b}$가 된다면, $(a \times b^{-1})$ mod 1,000,000,007을 출력하도록 한다. b^{-1} 은 b의 모듈로 곱셈에 대한 역원이다. 이 문제에서는 가능한 모든 입력에 대해 답이 존재한다.

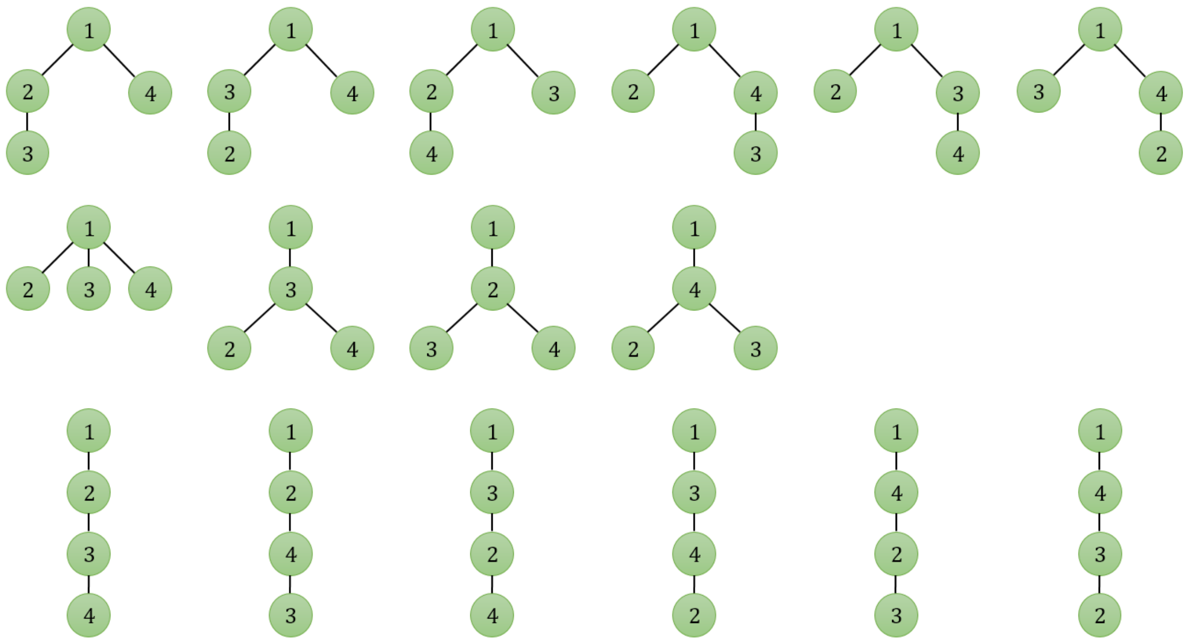
입력 예제	출력 예제
1 1 1	1
3 8 3 3 3	0
2 2 1 1	500000004
10 30 0 0 1 1 1 1 1 3 8 9	34678654

세 번째 예제의 답은 $\frac{1}{2}$를 의미한다.

트리

트리란 그래프의 일종으로 어떤 두 정점을 잇는 경로가 정확히 하나만 있는 방향성 없는 그래프를 뜻한다. 다른 말로 하자면, 모든 정점이 연결되어 있으며 사이클이 없는 그래프이다.

N개의 구별할 수 있는 정점을 가진 트리를 만들 수 있는 경우의 수를 생각해 보자. 정점에 1에서 N까지의 번호를 붙이면, 간선이 어떤 두 정점을 연결하는지에 따라 경우를 구분할 수 있게 된다. 예를 들어 $N = 4$인 경우 다음과 같이 16가지의 트리가 있을 수 있다.



N개의 구별할 수 있는 정점을 가진 트리 중에서 특정한 M개의 간선을 포함하는 트리의 개수를 구하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에는 트리의 정점 개수와 포함해야 하는 간선의 개수를 나타내는 두 정수 N, M이 공백으로 구분되어 주어진다.

다음 M개의 줄에는 포함해야 하는 간선의 양 끝점 $a, b(1 \leq a, b \leq N)$이 주어진다. a와 b는 다른 수이며 같은 간선이 여러 번 주어지는 일은 없다. 주어진 간선을 모두 포함하는 트리를 만들지 못할 수도 있다.

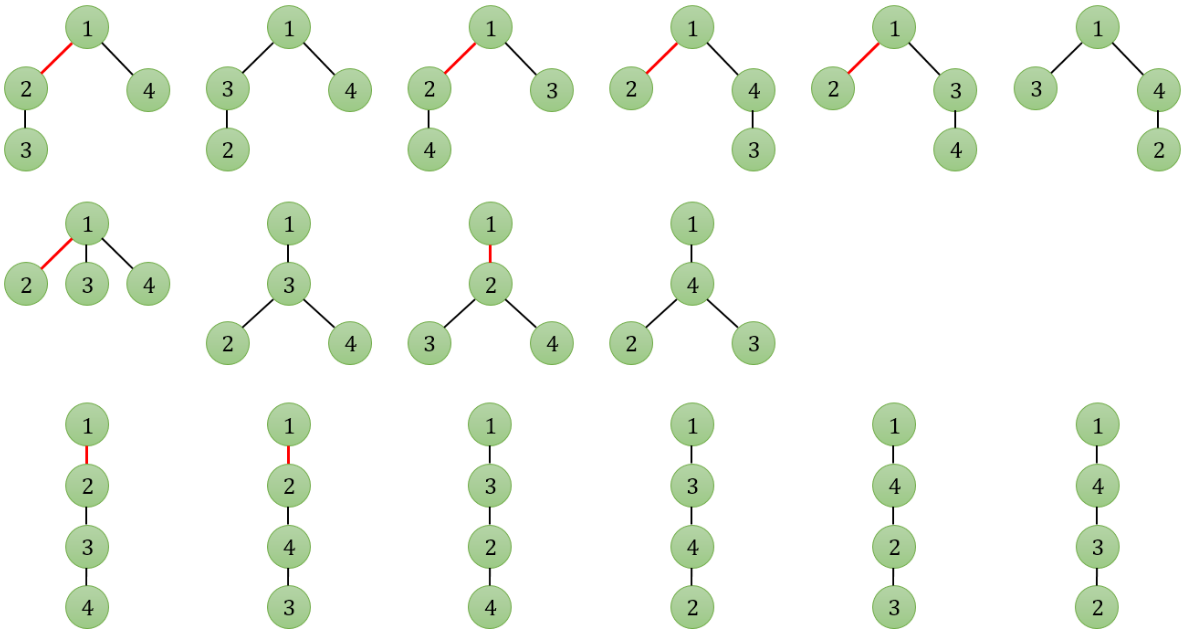
부분 문제

부분문제	점수	N	M
1	9	$1 \leq N \leq 8$	$0 \leq M \leq 8$
2	91	$1 \leq N \leq 10^9$	$0 \leq M \leq 10^5$

출력

주어진 간선을 모두 포함하는 트리의 개수를 출력한다. 이 수는 매우 커질 수 있으므로 1,000,000,007로 나눈 나머지를 출력해야 한다.

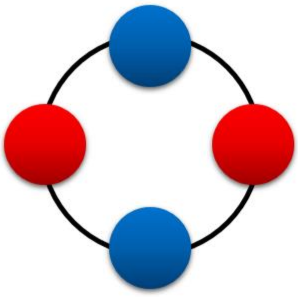
입력 예제	출력 예제
4 0	16
4 1 1 2	8



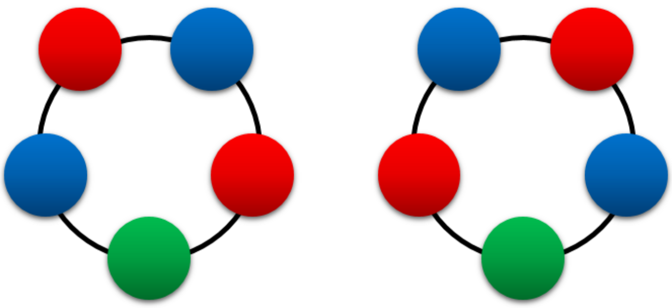
위 그림에서 1과 2를 연결하는 간선을 빨간 색으로 칠하였다. 이런 간선을 포함하는 트리는 8개 밖에 없음을 알 수 있다.

팔찌

그는 여러 가지 색을 지닌 구슬을 엮어 팔찌를 만드는 취미에 빠졌다. 그가 만드는 팔찌는 여러 개의 구슬을 일렬로 놓은 다음 실로 꿰어 실의 양 끝을 묶어 원형으로 만든 것이다. 그가 만들 수 있는 팔찌의 종류는 무궁무진하지만 비슷한 것을 싫어하는 그는 팔찌를 회전시키거나 뒤집어서 사용된 구슬의 색 순서가 같으면 같은 종류로 취급하기로 했다.



위의 그림은 빨간 구슬과 파란 구슬을 교대로 엮어 구슬을 네 개 사용한 팔찌를 만든 경우이다. 어떤 색 구슬을 기준으로 보느냐에 따라 두 가지 종류로 볼 수 있다. 그러나 왼쪽의 팔찌를 시계방향으로 조금 회전시키면 오른쪽에 있는 팔찌와 같은 구성이 되므로, 한 가지 종류로 생각해야 한다.



또 다른 예로, 위의 그림은 다섯 개의 구슬을 사용하여 팔찌를 만든 경우이다. 왼쪽의 팔찌를 좌우로 뒤집으면 오른쪽에 있는 팔찌를 만들 수 있으므로, 위의 두 팔찌는 한 가지 종류로 생각해야 한다.

그가 가진 구슬 색의 종류는 현재 K종류이고, 각 종류의 구슬은 무한히 많이 준비되어 있다. 구슬을 N개 이하만 사용해서 만들 수 있는 팔찌의 종류 수를 구하는 프로그램을 작성하라. 구슬을 하나도 사용하지 않은 팔찌도 하나의 종류로 생각한다.

입력

첫 번째 줄에는 사용할 수 있는 구슬의 개수와 구슬 색의 종류를 나타내는 두 자연수 N, K가 공백으로 구분되어 주어진다.

부분 문제

부분문제	점수	N	K
1	6	$1 \le N \le 8$	$1 \le K \le 8$
2	94	$1 \le N \le 10^6$	$1 \le K \le 10^6$

출력

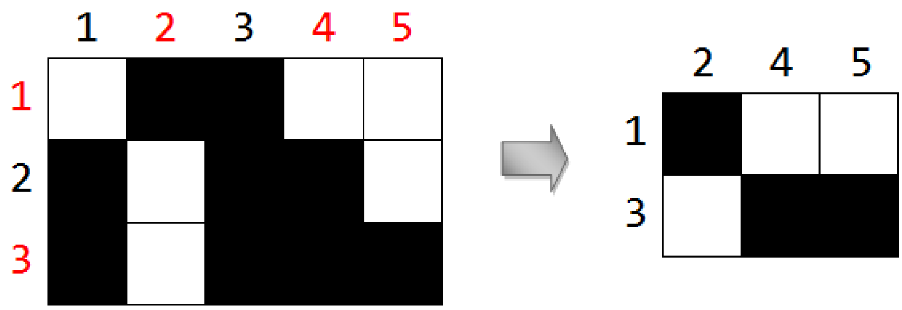
구슬을 N개 이하만 사용해서 만들 수 있는 팔찌의 종류 개수를 출력한다. 이 수는 매우 커질 수 있으므로 1,000,000,007로 나눈 나머지를 출력해야 한다.

입력 예제	출력 예제
1 3	4
8 8	1237325
100 100	639265925

흑백

1×1크기의 정사각형 $H \times W$개로 이루어진 직사각형이 있다. 즉, 이 직사각형은 H개의 행과 W개의 열을 가지고 균등한 1×1크기의 정사각형으로 나뉘어 있는 것이다. 각 정사각형은 흑색으로 칠해져 있거나 백색으로 칠해져 있을 수 있으며, 그 확률은 각각 50%이다.

이 직사각형에서 *부분 직사각형*이라는 것을 정의한다. 부분 직사각형은 한 개 이상의 행을 선택하고 한 개 이상의 열을 선택하여 이 행이나 열에 포함되지 않는 모든 정사각형을 제외하여 만드는 직사각형이다. 예를 들어 3×5크기의 직사각이 적절히 칠해져 있다고 하자. 첫 번째, 세 번째 행을 선택하고 두 번째, 네 번째, 다섯 번째 열을 선택하면 다음과 같이 선택되는 것이다.



부분 직사각형에 칠해진 구성이 같아도 선택한 행과 열 중에서 하나라도 다른 것이 있다면 다른 경우로 생각한다. 부분 직사각형을 만들었을 때, 포함된 **모든** 칸의 색이 흑색이면 흑색 부분 직사각형, 백색이면 백색 부분 직사각형이라고 하자. 흑색 부분 직사각형의 개수와 백색 부분 직사각형의 개수를 곱한 값의 기댓값을 구하는 프로그램을 작성하라.

입력

첫 번째 줄에는 직사각형의 크기를 나타내는 두 자연수 H와 W가 공백 하나로 구분되어 주어진다.

부분 문제

부분문제	점수	H, W
1	6	$1 \le H, W \le 4$
2	94	$1 \le H, W \le 10^3$

출력

흑색 부분 직사각형의 개수와 백색 부분 직사각형의 개수를 곱한 값의 기댓값을 출력한다. 정확한 판별을 위해, 답을 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{a}{b}$가 된다면, $(a \times b^{-1}) \bmod 1{,}000{,}000{,}007$을 출력하도록 한다. b^{-1} 은 b의 모듈로 곱셈에 대한 역원이다. 이 문제에서는 가능한 모든 입력에 대해 답이 존재한다.

입력 예제	출력 예제
1 1	0
1 2	500000004
2 2	250000007
99 101	395910821