

2009年3月 3 日

HP「マージャン学部!」コンテンツ、論文風味PDF。

# 麻雀の数学的表現と 少々 の解析

HP「マージャン学部!」管理人「クッキング田中」

## はじめに

こんにちは HP「マージャン学部!」URL: <http://www.ma-zya.com/>  
の管理人であるクッキング田中です。

この度はそれを調子に乗って、余暇を持て余して作った、文章をPDF化して論文風味にしてみました。  
非常に浅はかな知識で推敲もされてない文章ですが大学に進学が決まりましたら、  
そこで色々身に付けて仕上げてます。

## 目次

## (1) コンセプト

## (2) 特殊麻雀モデル

- (2-1) 特殊麻雀定義
- (2-2) 麻雀の数学的表現
- (2-4) 牌の数式化
- (2-3) 牌集合

## (3) 静的解析

- (3-1) 分布解析
  - (3-1-1) 可ツモ解析
  - (3-1-2) 牌集合ベクトルと相関係数
  - (3-1-3) 分布公理
- (3-2) 価数と和了
  - (3-2-1) 単位牌
  - (3-2-2) 可受量、可受牌
  - (3-2-3) ツモ対価数解析と田中の第一法則
- (3-3) べき集合の応用

## (4) ポテンシャル解析

- (4-1) 牌族
- (4-2) 可受量ポテンシャル
- (4-3) 被可受量ポテンシャル
- (4-3) 牌位置エネルギー

## (1) コンセプト

基本的なコンセプトは「麻雀を数学的に解明する！」という事ではありますが、今回は特に「麻雀のモデル化、数式化」に力を入れています。

以下、論文風味にするため、非敬語で語らせていただきます。  
また、これを読んでも絶対に麻雀の能力が上達する訳ではない。  
ひとつの娯楽的なものとして見てほしい。

## (2) 田中式特殊麻雀モデル

### (2-1) 特殊麻雀定義

一般的な麻雀に発展させる前に、扱う情報を簡略化した「特殊麻雀」を定義する。

1. プレイヤーは与えられた情報の中で期待値を最大化するような合理的な判断をする。
2. 基本的なルールはHP「マー جان学部！」の「基本ルール」に沿う
3. プレイヤーの集合をとする
4. プレイヤーはの順番で右回りに座っている
5. チョンボ及びイカサマ、上がり放棄は起こりうるの出来ない事象である。
6. どのプレイヤーも鳴く事は出来ない。

## (2-2)麻雀の数式的表現

1. 局時間(time) ...ゲーム開始の時の局時間を0とし、その後各プレイヤーが牌をツモる度一つ増える。量記号は
2. 現在戦略集合(strategy) ...局時間がの時、プレイヤーのとりうる行動の集合。

と表記する。

特殊麻雀では()つまりプレイヤーが牌をツモリ、捨て牌を選ぶ時以外はとりうる行動はないため、

3. 確定情報集合(set of Certain information) ...

局時間がの時、プレイヤーが持っている情報のうち、信頼度が1の集合。と定義する。

4. 不確定情報集合(set of Uncertain information) ...

局時間がの時、プレイヤーが持っている情報のうち、信頼度が1ではない集合。と定義する。

5. 牌の表記...

- ・各牌を「色」と添字に「数字」を用いて表記する。
- ・色つまり「萬子、索子、筒子、字牌(letter)」を「」と表記
- ・数牌の数字はその数字、字牌の数字は「東、南、西、北、白、發、中」

の順で各「」とする。

**Ex.**      一萬= 發=

牌の一般形は

で表される

また牌の数字がn増えた牌を

と表記する。

つまり、は順子を表す事となる。

### ■牌列集合

ある瞬間の牌の状態を漏れなく数学的に表現する時に重要になってくるのが「順序」である。牌の集合のみではそこに順序はないのでその直積集合の元を使って順序を定義し、

まずここでもっとも基本的な集合をひとつ定義する。

を重複を認めない全ての種類の牌を集めた34元からなる集合とする。

の元は実際に使用する136枚の牌で順序も与えられているが、実際の麻雀では各牌の枚数は4枚である。

故にとの元のうち、各牌の枚数が4枚のものを集めた集合とする。

であり、の各元は実際に麻雀するときに卓上に並べられている牌の様子を表現する事が出来る。

(まだ裏表という概念がないが)

ここで一つ写像を用意したい。はに対しての左から番目に存在する牌を与える写像である。

例、

に対してである。

## ■牌集合の公理

- 1.
2. 牌順序集合内のどんな二つの元の間に関係が定まる。(これは牌の列内の前にある、後にあるという状態と対応できる。)

1. 非反射律  
自分自身とは二項関係は定まらない。

2. 非対称律  
ならばではない。

3. 推移律  
かつならば

## ■表裏対

牌順序集合の牌に「表、裏」の情報を付加させるために表裏対という順序対を導入する。

任意の表裏対は

3. 全集合(Universal)は通常の対局で使う136枚からなる牌の多重集合である。
4. 全ての牌集合はの部分集合である。
5. 全ての牌集合はその元同士で順序をもっている。(で表記
6. 全ての牌集合の元は「表であるか裏であるか」という情報をもっている。

## ■牌集合に関する演算子

表裏：t

抽出(extract)：  
任意の牌集合から

## ■流動性

完全流動牌集合：牌集合がプレイヤーに対して真流動牌集合であるという事は、ある牌に対してに含まれている枚数が不確定であるという事である。

準流動牌集合：牌集合がプレイヤーに対して準流動牌集合であるという事は、

プレイヤーはもっとも流動性（不確実性）が少なくなるような方法で流動牌集合を捉える。と定義し、この時の牌集合をと表記する。この集合は確率的にしか定義されない。

に含まれる牌はプレイヤーにとって確率的にしか決まらないための性質を決定付ける時、各牌に対してに含まれる確率を枚数別に格納した行列(決定行列)を導入する。

プレイヤーにとって信用情報のみを用いた時の牌がに枚含まれる確率。

### 決定行列

は各牌のに含まれる牌の期待値。

まず以下の流動牌集合を定義する。

**不可視牌集合**(Effect set) ...プレイヤーの見る事の出来ない牌の集合。

## (3)静的解析

静的解析ではある局時間の所で状況を止め、局時間の増加による影響を全く考えない解析である。

### (3-1)分布解析

「分布解析」とは「任意の牌集合が任意の牌集合に存在する量、確率について解析する事である。」

プレイヤーにとって信用情報。

はプレイヤーにとって信用情報。

以降より、

であるが故、上記の2つの要素のみ表される値は確定情報集合に含まれる。

#### ■に関する信用情報化

##### 1.牌集合に対する牌の期待含有枚数

「牌の牌集合の中に存在する枚数」は以下のように表せる。

##### 2.牌集合に対する牌の含有確率

「牌が牌集合の中に存在する確率」は以下のように表せる。

##### 3.牌集合に対して牌がm枚含有する確率

「牌が牌集合の中にm枚存在する確率」は以下のように表せる。

### (3-1-1)可ツモ解析

分布解析の一種、「可ツモ解析」とは牌をどの位の量、確率で牌をツモるか解析する事である。

...「プレイヤーが今から $t$ 回のツモでツモる牌の牌集合」とする。

### (3-1-2)牌集合ベクトルと相関係数

各牌集合に含まれる牌についての相関係数などによって、牌の偏り具合が分かるためそこから「プレイヤー2の手牌には萬子が偏っている」などの情報を得られる。

各牌集合の「牌集合ベクトル」を下記のように定義する。

決定行列の内、列成分を萬子に絞ったものを

同様に索子に絞ったものとする。

は各牌の内在する枚数の期待値を成分とするベクトルであり、二つの牌集合に対して、このベクトルのなす角の余弦は二つの牌集合内の牌についての相関係数と対応する。

の値を調べることによって、「萬子の偏り具合が分かる」

故に、相手プレイヤーが清一色などを狙っている事が分るはずだろう。

### (3-2)価数という概念と和了への流れ

この章では単位牌、価数という概念を導入して和了への流れを考察する。

#### (3-2-1) 価数と和了条件

単位牌集合とはやのような2~3枚からなる牌集合で面子にする事を前提にした下記の定義によって成立する集合の事。

##### ■単位牌集合と価数の定義

- ・全ての単位牌集合はでありの時、は面子。の時、が単位牌集合であるような牌が存在する。
- ・演算は単位牌に対してはを満たし、この値を「価数」呼ぶ。

任意の牌集合に対しては「を各単位牌の価数の和が最大になるように分け、その価数の和」とする。

##### ■価数

任意の牌集合に対して演算が以下のように定義される。  
全ての和了形を集めた集合とする。

の今は理解しやすさを優先して上記の定義にしているが、

#### ■和了条件

**手牌集合**...プレイヤーの手牌の牌集合

の時、プレイヤーは和了可能であるが、この場合のみ演算には新たに以下の定義を加える。

- ・二価(価数が2)の単位牌は対子以外、価数をもたない
- ・二価の単位牌が3組または5組ある場合はそれらの単位牌は一価として扱う。

### (3-2-2)可受牌、可受量 の定義

#### ■結合

... 牌集合に牌集合を加えて、そこから価数が最大になるように枚の牌を捨てた牌集合。

... 牌集合に牌を加えて、そこから価数が最大になるように1枚の牌を捨てた牌集合。

#### ■可受牌

...ある牌集合に対して、価数を一価増やすために必要な牌。

牌集合の可受牌である必要十分条件は

例えば、の可受牌は

任意の牌集合をとおくと、中のの有効可受牌集合を

と定義しておく。

#### ■可受量

- ・一次有効可受量...有効可受牌集合の枚数

- ・n次可有効受量...価数が価増えた状態での可受量の期待値

牌集合のn次可受量をと表すことにすると

となる

ちなみに

である。

### (3-2-3)ツモ対価数解析と田中の法則

この章ではツモによってどの位価数が増えるか、という事を解析したいと思う  
以下より

とおく  
ちなみにを価差と呼び、牌集合の増加できる価数の最大を表す。

#### ■回ツモ後の価数の期待値

##### ・加価数確率

「回のツモで価数が価増える確率」という意味。  
以下の式で表せる。

(証明は省かせて頂く)

##### ・ $\tau$ 回ツモ後価数期待値

以下のようにおける

故に

とおける。  
ちなみに「」を田中関数と名付ける

#### ■エネルギーと田中の法則

$\tau$ 回のツモでの価数の増加量をエネルギーと呼ぶ

＝  
つまり、エネルギーは価差のみに依存する  
この事を「田中の法則」と呼ぶ

「」をエネルギー効率と呼ぶ。

### (3-3)べき集合の応用

#### ■べき集合

牌集合に関するべき集合を以下のように定義する。

上記の式は「牌集合のべき集合」と解釈してもらってよい。  
そしてべき集合にオプションを付けた以下の演算も定義しておく。



...  
牌集合から無作為に枚価の牌集合を抽出した時、牌が含まれている確率。(contain)

...  
牌集合から無作為に枚価の牌集合を抽出した時、その牌集合が牌を可受け取れる確率。(receive)

## (4)ポテンシャル解析

ここからの議論は一般的に「一萬と五萬どちらが優れている牌か」という潜在的な事を主題にしていきたい。  
つまり、一萬は被可受の面では五萬に劣るが、構成役の得点の高さは優れているという事を数学的に表現したいと思う。

### (4-1)牌族

牌の可受量のみに注目すれば、牌は4種類に分けられる。

以下の値はの時の値である。(最大値

URL: <http://www.ma-zya.com/>