2009年5月3日

HP「マージャン学部!」コンテンツ、論文風味 PDF。

数雀学 II

HP「マージャン学部！」管理人
ハンドルネーム「クッキング田中」

はじめに

こんにちは　HP「マージャン学部!」URL: http://www.ma-zya.com/
の管理人であるクッキング田中です。本名は恥ずかしいので出しません。
私は自身の HP「マージャン学部!」で
「麻雀を**数学的**に解明する」学問、**数雀学**というもの作成を行ってきました。

この度はそれを調子に乗って、PDF 化して論文風味にしてみました。
非常に浅はかな知識で推敲もされてない文章ではありますが、
一応著作権はあるのでよろしくお願いします。

目次

(1)　新概念「単位牌」

(1-1)　田中の単位牌定義
(1-2)　価数の演算
(1-3)　可受量、可受牌定義
(1-4)　牌族
(1-5)　可受量、可受牌の求め方

(2)　ツモと価数

(2-1)　加価数確率

(1) 新概念「単位牌」

単位牌…$\{m123\}$や$\{m46\}$のような 1～3 枚単位で
面子にする事を前提にした定義(田中の単位牌定義)によって分けられた牌の集まり。

価数…$\{m123\}$のような 3 枚の単位牌を「3 価の単位牌」と呼ぶことにし、
以下 n 枚からなる単位牌を「n 価の単位牌」と呼ぶことにする。
また、「n 価の単位牌」の価数を n とする。

(1-1) 田中の単位牌定義

*(解析用の定義より、実際の麻雀との差はある。)
・単位牌は 3 枚以下の牌の集合である。
・価数の最大は 3 である。
・同色で数字の連続した 3 枚の牌の集合を「3 価の単位牌」と呼ぶ
・同色で数字の差が 2 以下の 2 枚の牌の集合を「2 価の単位牌」と呼ぶ
・全ての一枚からなる牌を「1 価の単位牌」と呼ぶ
・$\{m124678\}$という牌集合は$\{m12\}$と$\{m46\}$と$\{m78\}$の「2 価が 3 つ」という風には分けずに
価数 3 を多く作る事を最優先に、次に価数 2 を多く作るように牌集合は分ける。
・$\{m124\}$のような牌集合は$\{m12\}$とみても$\{m24\}$とみてもどちらでも良い。
*（価数の上で変わりがなければ）

■**手牌分解**…手牌をあがる事を前提とした定義で単位牌に分解する事。
定義：
・一価の牌は価数をもたない
・二価の単位牌は対子以外、価数をもたない
・価数が２の単位牌が２組以上ある場合は、１組以外は価数をもたない。

(1-2) 価数の演算

■単位牌の価数
任意の単位牌をρと置くと
$\{p\ldots\}=\rho$
$V(\rho)$で「ρの価数」という意味にとする。

■牌集合の価数
プレイアーAの手牌を$A'sH$と表す事にすると。
$V(A'sH)$で「$A'sH$を手牌分解し、その価数をもつ単位牌の価数の合計。」
という意味とする。

$V(A'sH)=14$でプレイヤーAは和了可能である。

■結合
$\{S\circ T\}$ … 牌集合Sに牌集合Tを加えて、そこから価数が最大になるように$n(T)$枚の牌を捨てた牌集合
$\{S\circ p\}$ …牌集合Sに牌pを加えて、そこから価数が最大になるように1枚の牌を捨てた牌集合

(1-3) 可受牌、可受量 の定義

・**可受牌**…ある牌集合に対して、価数を一価増やすために必要な牌。
牌集合Sの可受牌は$\{p|V(\{S\circ p\})=V(S)+1\}$と表せる。(牌pが結合すると価数が一つ増えるようなpの集合)
つまり、$\{m1\}$の可受牌は$\{m123\}$

・**可受牌集合**…牌集合$\boldsymbol{E_\varepsilon}$に存在出来る可受牌の集合
つまり、$\{m1\}$の可受牌集合は$\{m11122223333\}$
任意の牌集合をSとおくと、Sの可受牌集合は

$$\left\{\{p|V(S\circ p)=V(S)+1\}\cap\boldsymbol{E_\varepsilon}\right\}$$

であり、

$$\left\{\{p|V(S\circ p)=V(S)+1\}\cap\boldsymbol{E_\varepsilon}\right\}=\Phi(S)$$

とおく。
・**一次可受量**…$n(\Phi(S))$を「牌集合Sの一次可受量」と呼ぶ

・**二次可受量**…価数が一価増えた状態での可受量の期待値

$\displaystyle\sum_{k\in S}f(k)$ は牌集合Sに含まれる全ての牌についての$f(k)$の数値の総和。
と定義すると、二次可受量は以下のように定義出来る。

$$\sum_{k\in\Phi(S)}\frac{n\big(\Phi(\{S\circ k\})\big)}{n(\Phi(S))}$$

上記の値を「牌集合Sの二次可受量」と呼ぶ

以下よりこれを$\varphi(S)^{+2}$とおく。
・**n次可受量**…価数がn価増えた状態での可受量の期待値
牌集合Sのn次可受量を$\varphi(S)^{+n}$と表すことにすると

$$\varphi(S)^{+n}=\sum_{k\in\Phi(S)}\frac{\varphi(S\circ k)^{+(n-1)}}{\varphi(S)^{+1}}$$

となる

$$n\big(\Phi(S)\big)=\varphi(S)^{+1}$$

(1-4) 牌族

牌の可受量のみに注目すれば、牌は4種類に分けられる。

zx…字牌
c1 または c9…老頭牌
c2 または c8…２と８の牌
c3～c7…３～７の牌

以下の値は$\boldsymbol{E_\varepsilon}=\boldsymbol{U}$の時の値である。（最大値
$\varphi(zx)^{+1}=3$
$\varphi(zx)^{+2}=2$

$\varphi(c1)^{+1}=11$
$\varphi(c1)^{+2}=3.45454545\ldots$

$\varphi(c2)^{+1}=15$
$\varphi(c2)^{+2}=4.66666666\ldots$

$\varphi(c3)^{+1}=19$
$\varphi(c3)^{+2}=5.368421053\ldots$

ちなみに二次可受量は以下のようにして求められる
各一次可受牌ツモった場合の
可受量を全て足して、有効一次可受量で割る

$$\varphi(p)^{+2}=\left\{N_p\left(N_p-1\right)+2\left(N_{p_{-2}}N_{p_{-1}}+N_{p_{-1}}N_{p_{+1}}+N_{p_{+1}}N_{p_{+2}}\right)\right\}/\varphi(p)^{+1}$$

(2) ツモと価数

ここではツモの回数と価数の関係について調べていきたいと思います。

(2-1)加価数確率

以下より

$$\begin{cases} \dfrac{\varphi(S)^{+n}}{n(\boldsymbol{E_\varepsilon})} = P_{+n} \\ 1 - P_{+n} = \overline{P_{+n}} \end{cases}$$

いきなり一般はかなり困難なのでまずは

$n(S) = 3$の状態での解析を行う

・零加価数確率

「τ回のツモで価数が増えない確率」という意味。

零加価数確率は以下の式で表せる。

$$P[V_\tau(S) \Rightarrow +0] = \overline{P_{+1}}^{\tau}$$

・一加価数確率

つまり、「τ回のツモ後、価数が一価増えている確率」という意味。ここに数式を入力します。

以下の式で表せる。

$$P[V_\tau(S) \Rightarrow +1] = \sum_{k=1}^{\tau} \overline{P_{+1}}^{k-1} \times P_{+1} \times \overline{P_{+2}}^{\tau-k}$$

・二加価数確率

つまり、「τ回のツモ後、価数が二価増えている確率」という意味。

以下の式で表せる。

$$P[V_\tau(S) \Rightarrow +2] = \sum_{j=1}^{\tau-1} \sum_{k=1}^{j} \overline{P_{+1}}^{k-1} \times P_{+1} \times \overline{P_{+2}}^{j-k} \times P_{+2}$$

・τ回ツモ後価数期待値

$$V_\tau(S) = V(S) + P[V_\tau(S) \Rightarrow +1] + 2 \times P[V_\tau(S) \Rightarrow +2]$$

ここで$V(S)$に合わせてシグマを展開してあげると、

$V(S) = 1$ *の時*、

$$V_\tau(S) = 3 - \frac{P_{+1}\overline{P_{+2}}^{\tau} - P_{+2}\overline{P_{+1}}^{\tau}}{P_{+1} - P_{+2}} - \overline{P_{+1}}^{\tau}$$

$V(S) = 2$ *の時*、

$$V_\tau(S) = 3 - \overline{P_{+1}}^{\tau}$$

一般化すると

$$V_\tau(S) = n(S) - R_G$$

とおける。ちなみに「R_G」を抵抗値、
「G」を価差と名付ける

$$G = n(S) - V(S)$$

抵抗値は以下のように一般化出来る。

$$R_1 = \overline{P_{+1}}^{\tau}$$

$$R_2 = \frac{P_{+1}\overline{P_{+2}}^{\tau} - P_{+2}\overline{P_{+1}}^{\tau}}{P_{+1} - P_{+2}} + R_1$$

$$R_3 = \left\{\overline{P_{+1}}^{\tau} P_{+2}\, P_{+3}(P_{+2} - P_{+3}) + \overline{P_{+2}}^{\tau} P_{+3}\, P_{+1}(P_{+3} - P_{+1}) + \right.$$

$$\left.\overline{P_{+3}}^{\tau} P_{+1}\, P_{+2}(P_{+1} - P_{+2})\right\} / \{(P_{+1} - P_{+2})(P_{+2} - P_{+3})(P_{+3} - P_{+1})\}$$

$$+R_2$$

また、τ 回のツモでの価数の増加量をエネルギーと呼ぶ

$$E = V_\tau(\rho) - V(\rho) = G - R_G$$

つまり、エネルギーは価差に依存するため、これを関数として捉え

$$E = t(G)$$

これを「スーパー田中関数」と呼び、エネルギーが価差に依存する事を「田中の法則」と呼ぶ

$$e = \frac{E}{\tau}$$

「e」をエネルギー効率と呼ぶ。

URL: http://www.ma-zya.com/