2009年5月3日

HP「マージャン学部!」コンテンツ、論文風味 PDF。

数雀学 I

HP「マージャン学部！」管理人
ハンドルネーム「クッキング田中」

}

はじめに

こんにちは　HP「マージャン学部!」URL: http://www.ma-zya.com/
の管理人であるクッキング田中です。本名は恥ずかしいので出しません。
私は自身の HP「マージャン学部!」で
「麻雀を**数学的**に解明する」学問、**数雀学**というもの作成を行ってきました。

この度はそれを調子に乗って、PDF 化して論文風味にしてみました。
非常に浅はかな知識で推敲もされてない文章ではありますが、

目次

(1)　数雀学のコンセプト

基本的なコンセプトは「麻雀を数学的に解明する！！」
という事でありますが、まずは「麻雀の**モデル化、数式化**」に力を入れて、
画期的な理論発見する、**土台**を作ります。
その後、実用的な理論の発掘をしたいと思います。
以下、論文風味にするため、非敬語で語らせていただきます。

(2) 田中式麻雀モデル

(2-1) 田中の簡易麻雀定義

後々、厳密な定義はするが、とりあえずここで扱う「**麻雀**」を定義する。
・基本的なルールはHP「マージャン学部！」の「基本ルール」に沿う
・牌は136枚しか存在しない(赤牌などは含めない)
・プレイヤーは常にA,B,C,Dの4人である。
・牌が見える、見えないなどの視点は全てプレイヤーAである(Aが主人公
・解析するのは常に一局単位で常に**Aが親**でAの配牌は１３枚にする
・配牌終了の瞬間を「０巡目」とする。
・プレイアーDが牌を捨てる度に一巡とする。
・鳴きによってツモ巡を飛ばされた人は牌をツモり捨てたが、場の牌の動きに変化はなかったと見做す
・鳴きにより、プレイアーDが牌を捨てずにツモ巡がプレイアーAに移ったとしても一巡とする。

(2-2) 牌の数式化、牌集合

式中に「一萬」などと書くのはカッコ悪いし面倒なので、
麻雀の要素を数式として扱いやすいようにしたいと思う。

■牌の数式化

定義：
・各牌を「色」と「数字」の組み合わせによって表記する
・色つまり「萬子、索子、筒子、字牌」を「m,s,p,z」と表記
・数牌の数字はその数字、字牌の数字は「東、南、西、北、白、發、中」
の順で各「$i, 2i, 3i, 4i, 5i, 6i, 7i$」とする。（$i$は虚数単位

例　一萬=$m1$　發=$z6i$

ちなみに一般化するとこうである。

$$p = cx$$

■牌集合という新概念

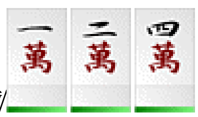
定義：
・各牌を集合の元とする集合を牌集合と呼ぶ
・全集合$\boldsymbol{U}$は通常の対局で使う、136枚からなる牌の1セットである。

任意の牌をp_1, p_2, p_3とおくと

$$S = \{p_1, p_2, p_3\}$$

集合Ｓとして扱う事が出来る。
また、牌集合を文字式で表す時は大文字、牌の文字式は小文字とする。

(2-3) 牌集合の演算

例を$\{m124\}$と表す。

＊m1m2m4 など色族が同じ牌の集合は m124 と色をまとめて表す事が出来る。

■記号、演算

・$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{p}$…「牌集合Ａに牌ｐを加えた牌集合」という意味。
・$\overline{\boldsymbol{A}}$…「牌集合Ａ以外の牌の牌集合」という意味。（全集合は 136 枚の牌のみ
・$\boldsymbol{A} \subset \boldsymbol{B}$ …「牌集合Ａ内の牌全てが完全に牌集合Ｂに含まれるという意味」という意味
・$\boldsymbol{p} \in \boldsymbol{A}$ …「牌集合Ａに含まれている牌ｐの牌集合」という意味
・$\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}$ …「牌集合Ａにも牌集合Ｂに含まれる牌の牌集合」という意味
・$\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}$ …「牌集合Ａまたは牌集合Ｂに含まれる牌の牌集合」という意味

・$\{p|A+p=B\}$　…縦線|の後の条件を満たす牌ｐの集合の意、この集合は
「牌集合Ａに加えると牌集合Ｂになるような牌ｐの牌集合」を表している
・ $n(A)$ …「牌集合Ａに含まれる牌の総数」という意味
・$P(A)$　…「牌集合Ａが存在する確率」を表すことが出来る。

■基本公式

$$n(\{p,p'\}\cap A)=n(p\in A)+n(p'\in A)$$
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

(2-4)状況定数

麻雀を数学的に調べるには、ある時点での状況を「数式に落とす」という事をする。
その状況を決定するために以下の４つを状況変数を定義する。
・**順目**［回]…プレイアーＡのツモ直前での巡目。量記号は t（time）
・**鳴き数**［回]…プレイアーＡのツモ直前までの総回数。量記号は s（sing）
・**カン数**［回]…プレイアーＡのツモ直前までのカンの総回数。量記号は k（kan）
・**飛び人数**［人]…プレイアーＡのツモ直前までの「鳴き」によってツモ巡を飛ばされた人の人数の合計。
量記号は j（jump）

また、「t=0,k=0,s=0,j=0」の開局直後の状態を「生の状態」と名付ける。

(2-5)流動牌集合

以下より断りがなければ、全集合をUとおく（対局で使う全ての牌の集合、元の数は 136 である）

■流動牌集合

定義：
・対局中、状況変数および、各プレイアーの意思によって決まる牌集合を流動牌集合と呼ぶ

以下の２つの流動牌集合を定義する
可入牌集合…入手する事が可能な牌の牌集合。つまり「山」
可視牌集合…見る事の出来る牌の集合。「河、ドラ、相手が晒した牌、手牌」

以上の２つの流動牌集合は状況変数によってきまる集合なので、

$A_{1,3,4,2}$(一般は$A_{t,k,s,j}$

のように右下に状況変数を書いて使うが、状況が任意の時は右下にεを書き、流動牌集合という事を示す

特に断りがなければ以下の文字式で表す。
$A_{t,k,s,j}$ (Available set)…可入牌集合
$O_{t,k,s,j}$ (Open set)…可視牌集合

$\boldsymbol{U}$ （Universal)…=卓全体の牌の牌集合
（固定的な文字式で表す牌集合は太字で表す）

$$n(\boldsymbol{A}_\varepsilon)+n(\boldsymbol{O}_\varepsilon)+n(\overline{\boldsymbol{A}_\varepsilon}\cap\overline{\boldsymbol{O}_\varepsilon})=n(\boldsymbol{U})=136$$

$n\left(\boldsymbol{A}_{t,k,s,j}\right)=70-4t+s+j$
$n\left(\boldsymbol{O}_{t,k,s,j}\right)=15+4t+2s+2k-j$

(3) 解析

田中式麻雀モデルにより、麻雀を数式として扱う事が出来るようになったので、
麻雀の各事象を解析していきたいと思う。

(3-1) 分布解析

「分布解析」とは「任意の牌集合が任意の牌集合に存在する量、確率について解析する事である。」

ここで$\overline{O}_\varepsilon$（見えない牌の集合）が非常に重要なため少し式を簡単（カッコよく）にするため

$$\overline{\boldsymbol{O}_\varepsilon}=\boldsymbol{E}_\varepsilon \text{(Effect set)}$$

とおく
$n(\mathrm{S}\cap\boldsymbol{E}_\varepsilon)$、$n(p\in\boldsymbol{E}_\varepsilon)$を牌集合Ｓ、牌ｐの有効量と呼び、
頻出かつ重要なので以下より「N_S、N_p」とおく

$$N_S=n(S\cap\boldsymbol{E}_\varepsilon) \qquad N_p=\ n(p\in\boldsymbol{E}_\varepsilon)$$

また、有効量を$n(\boldsymbol{E}_\varepsilon)$で割った量を「牌密度」と呼び、以下のように略記する。

$$\frac{N_S}{n(\boldsymbol{E}_\varepsilon)}=D_S \quad \frac{N_p}{n(\boldsymbol{E}_\varepsilon)}=D_p$$

・存在枚数

「牌ｐの牌集合Ｓの中に存在する枚数」は以下のように表せる。

$$n(p\in S)=N_S D_p$$

・存在確率

「牌ｐが牌集合Ｓの中に存在する確率」は以下のように表せる。

$$P(p\in S)=1-(1-D_S)^{N_p}$$

・m枚存在確率

「牌ｐが牌集合Ｓの中にｍ枚存在する確率」は以下のように表せる。

$$P[n(p\in S)=m]={}_{N_p}C_m(1-D_S)^{N_p-m}{D_S}^m$$

$(m \leqq N_p)$
ちなみにこのような関係式も書いておく。

$$\sum_{k=0}^{N_p} P[n(p \in S) = k] = 1$$

$$\sum_{k=0}^{N_p} P[n(p \in S) = k] * k = N_S D_p$$

(3-2) 可ツモ解析

「可ツモ解析」とは牌をどの位の量、確率で牌をツモるか解析する事である。
「プレイヤーAが τ 回のツモでツモる牌の牌集合」を$A's T_\tau$と表すこととする。
また、以下のようにおくと、

・可ツモ枚数

「可ツモ枚数」とは「τ 回のツモで牌pをツモる枚数」という意味。
以下の式で表せる。

$$n(p \in A's T_\tau) = \tau D_p$$

$A's T_\tau$は「プレイアーAが τ 回のツモでツモる牌の牌集合」

・可ツモ確率

「可ツモ確率」とは「τ 回のツモで牌pをツモる確率」という意味。
以下の式で表せる。

$$P(p \in A's T_\tau) = 1 - (1 - D_p)^\tau$$

・m 枚可ツモ確率

「m枚可ツモ確率」とは「τ 回のツモでpをm枚ツモる確率」という意味。
以下の式で表せる。

$$P[n(p \in A's T_\tau) = m] = {}_\tau C_m \left(1 - D_p\right)^{\tau - m} {D_p}^m$$

$(m \leqq N_p)$
ちなみに

$$\sum_{k=0}^{N_p} P[n(p \in A's T_\tau) = k] = 1$$

$$\sum_{k=0}^{N_p} P[n(p \in A'sT_\tau) = k] * k = D_p\tau$$

URL: http://www.ma-zya.com/