

Métodos Numéricos - 2015

OBLIGATORIO 2

Severidad de la Propagación de Epidemias

En epidemiología, un problema usual es determinar el efecto que posee un virus sobre una población. Una manera de realizarlo es considerando modelos matemáticos y simulaciones.

En el modelo SIR, una población de N individuos se divide en tres clases: Susceptibles (S), Infectados (I) y Removidos (R), de modo que $S + I + R = N$. Asumiendo una mezcla total de los individuos y contactos aleatorios entre ellos, la evolución de cada clase de individuos se modela mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\beta s(t)i(t) \quad (1)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \beta s(t)i(t) - \gamma i(t) \quad (2)$$

$$\frac{dr(t)}{dt} = \gamma i(t), \quad (3)$$

siendo $s(t) = S(t)/N$, $i(t) = I(t)/N$, $r(t) = R(t)/N$ la proporción de individuos de cada clase en el tiempo, β la tasa de contagio y γ la tasa de recuperación de los individuos infectados.

Parte 1: Introducción al modelo SIR

1. Describir con más detalle el modelo SIR, su origen y sus aplicaciones en epidemiología.
2. Buscar tasas de contagio y de recuperación utilizadas en la literatura.

Parte 2: Resolución del Problema SIR

1. Realizar un programa SIR-Euler que reciba los parámetros γ , β , poblaciones iniciales S_0 , I_0 , R_0 , paso h y aplique el método de Euler Hacia Adelante con paso h .
2. Realizar un programa SIR-PC que tenga la misma entrada y aplique el método Predictor-Corrector.

Parte 3: Simulación y Análisis de Resultados

1. Realizar un estudio comparativo entre los métodos de Euler y Predictor-Corrector. Estimar el orden del error global, el esfuerzo computacional y realizar un estudio cualitativo de las órbitas en función de los parámetros de entrada para ambos métodos.
2. Brindar conclusiones globales, que reflejen lo realista del modelo SIR en la práctica, la utilidad de la simulación numérica y comparación de los métodos numéricos utilizados (y sugerencias del uso de otros métodos iterativos).

Aclaraciones

1. La profundidad del análisis y conexión con los contenidos del curso será bien valorada.
2. La correcta redacción (comunicación escrita y ortografía) es parte de la evaluación.
3. Editar el documento preferentemente utilizando Latex.
4. Se recomienda el uso del portal Timbó: <http://www.timbo.org.uy/>.
5. Enviar el documento en formato pdf a la casilla promero@fing.edu.uy, con asunto “Obligatorio 2” y cuerpo vacío, antes del viernes 20 de noviembre a las 23:59. Poner nombre y cédula de identidad de cada integrante en la carátula.