

## Урок 2. Дискретные случайные величины. Закон распределения вероятностей. Биномиальный закон распределения. Распределение Пуассона

1. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень, выстрелив один раз, равна 0.8. Стрелок выстрелил 100 раз. Найдите вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно 85 раз.

Применим формулу Пуассона:

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$

$$m = 85$$

$$\lambda = np = 100 \times 0.8 = 80$$

$$P_{85} \approx \frac{80^{85}}{85!} e^{-80} \approx 0.037$$

2. Вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, равна 0.0004. В жилом комплексе после ремонта в один день включили 5000 новых лампочек. Какова вероятность, что ни одна из них не перегорит в первый день? Какова вероятность, что перегорят ровно две?

Применим формулу Пуассона:

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}$$

$$m = 0$$

$$\lambda = np = 5000 \times 0.0004 = 2$$

$$P_0 \approx \frac{2^0}{0!} \cdot e^{-2} \approx 0.135$$

3. Монету подбросили 144 раза. Какова вероятность, что орел выпадет ровно 70 раз?

$$K = 70, \quad n = 144$$

По формуле Бернулли:

$$P = \frac{C_n^K}{2^n} = \frac{144!}{74! \times 70!} : 2^{144} \approx 0.063$$

4. В первом ящике находится 10 мячей, из которых 7 - белые. Во втором ящике - 11 мячей, из которых 9 белых. Из каждого ящика вытаскивают случайным образом по два мяча. Какова вероятность того, что все мячи белые? Какова вероятность того, что ровно два мяча белые? Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?

Вероятность достать 2 белых мяча из первого ящика:

$$P_1 = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7!}{5! \cdot 2!} : \frac{10!}{8! \cdot 2!} = \frac{7! \cdot 8!}{5! \cdot 10!} = \frac{6 \cdot 7}{9 \cdot 10} \approx 0.467$$

Вероятность достать 2 белых мяча из второго ящика:

$$P_2 = \frac{C_9^2}{C_{11}^2} = \frac{9!}{7! \cdot 2!} : \frac{11!}{9! \cdot 2!} = \frac{9! \cdot 9!}{7! \cdot 11!} = \frac{8 \cdot 9}{10 \cdot 11} \approx 0.655$$

а) Вероятность, что все мячи белые:

$$P = P_1 \times P_2 = \frac{6 \cdot 7}{9 \cdot 10} \times \frac{8 \cdot 9}{10 \cdot 11} \approx 0.305$$

б)

Вероятность достать 1 белый мяч из первого ящика:

$$P_3 = \frac{7}{10}$$

Вероятность достать 1 белый мяч из второго ящика:

$$P_4 = \frac{9}{11}$$

Нам устраивают 3 гипотезы.

Вероятность, что ровно два мяча белые:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{3} \cdot P_1 + \frac{1}{3} \cdot P_2 + \frac{1}{3} \cdot P_3 \cdot P_4 = \\ &= \frac{1}{3} \cdot 0.467 + \frac{1}{3} \cdot 0.655 + \frac{1}{3} \cdot 0.573 = 0.565 \end{aligned}$$

в) Нам устраивают 2 гипотезы.

Вероятность, что хотя бы один мяч белый:

$$P = \frac{1}{2} P_3 + \frac{1}{2} P_4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{11} \approx 0.759$$

