

Урок 2. Дискретные случайные величины. Закон распределения вероятностей. Биномиальный закон распределения. Распределение Пуассона

1. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень, выстрелив один раз, равна 0.8. Стрелок выстрелил 100 раз. Найдите вероятность того, что стрелок попадет в цель ровно 85 раз.

Применим формулу Пуассона

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda} \quad m = 85$$

$$\lambda = n p = 100 \times 0,8 = 80$$

$$P_{85} \approx \frac{80^{85}}{85!} e^{-80} \approx 0.037$$

2. Вероятность того, что лампочка перегорит в течение первого дня эксплуатации, равна 0.0004. В жилом комплексе после ремонта в один день включили 5000 новых лампочек. Какова вероятность, что ни одна из них не перегорит в первый день? Какова вероятность, что перегорят ровно две?

Применим формулу Пуассона

$$P_m \approx \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}$$

$$m = 0$$

$$\lambda = n p = 5000 \times 0.0004 = 2$$

$$P_0 \approx \frac{2^0}{0!} \cdot e^{-2} \approx 0.135$$

3. Монету подбросили 144 раза. Какова вероятность, что орел выпадет ровно 70 раз?

$$K = 70, \quad n = 144$$

По формуле Бернулли:

$$P = \frac{C_n^K}{2^n} = \frac{144!}{74! \times 70!} : 2^{144} \approx 0.063$$

4. В первом ящике находится 10 мячей, из которых 7 - белые. Во втором ящике - 11 мячей, из которых 9 белых. Из каждого ящика вытаскивают случайным образом по два мяча. Какова вероятность того, что все мячи белые? Какова вероятность того, что ровно два мяча белые? Какова вероятность того, что хотя бы один мяч белый?

(а)

1) из первого ящика вынули 2 белых мяча

$$P_1 = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \approx 0.467$$

2) из второго ящика вынули 2 белых мяча

$$P_2 = \frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} \approx 0.655$$

Вероятность, что все мячи белые:

$$P = P_1 \cdot P_2 = \frac{6 \cdot 7}{9 \cdot 10} \cdot \frac{8 \cdot 9}{10 \cdot 11} \approx 0.305$$

2Б 2Б

(б) 1) из первого ящика вынули 2 белых мяча
из второго ящика вынули 2 черных мяча

$$P_1 = \left(\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \right) \cdot \left(\frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10} \right) \approx 0.008$$

2Б 2Ч

2) из первого ящика вынули 2 черных мяча
из второго ящика вынули 2 белых мяча

$$P_2 = \left(\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \right) \cdot \left(\frac{9}{11} \cdot \frac{8}{10} \right) \approx 0.044$$

2Ч 2Б

3) из первого ящика вынули 1 белый и 1 черный мяч
из второго ящика вынули 1 белый и 1 черный мяч

$$P_3 = \left(\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{6}{9} \right) \cdot \left(\frac{9}{11} \cdot \frac{2}{10} + \frac{2}{11} \cdot \frac{9}{10} \right) = 0.142$$

Б Ч Ч Б Б Ч Ч Б

Вероятность, что ровно два мяча белые равна:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 0.008 + 0.044 + 0.142 = 0.194$$

(6) 1. Нужно найти вероятность следующего события:

$A =$ (из 4 выбранных мячей хотя бы один белый)

2. Тогда противоположное событие

$\bar{A} =$ (из 4 выбранных мячей ни одного белого) =
= (все выбранные мячи будут черными)

$$3. P(\bar{A}) = \left(\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10}\right) \approx 0.001$$

4. Вероятность, что хотя бы один мяч белый равен:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \approx 1 - 0.001 \approx 0.999$$