Tarea 4

Fecha de entrega: En dos semanas.

(1) Encontrar la transformada de Laplace de las siguientes funciones(Ayuda: usa que $\int_0^\infty f(t)dt = \int_0^c f(t)dt + \int_c^\infty f(t)dt$):

1. $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{para} \quad 0 < t \leq 1 \\ 0 & \text{para} \quad t > 1 \end{cases}$

2. $f(t) = \begin{cases} \sin(t) & \text{para} \quad 0 < t \leq 2\pi \\ 0 & \text{para} \quad t > 2\pi \end{cases}$

3. $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{para} \quad 0 < t \leq 2\pi \\ \sin(t) & \text{para} \quad t > 2\pi \end{cases}$

4. $f(t) = 3\sin(t) + 2\cos(t)$.

5. $f(t) = e^{-t}\sin(t)$.

6. $f(t) = te^{4t}$.

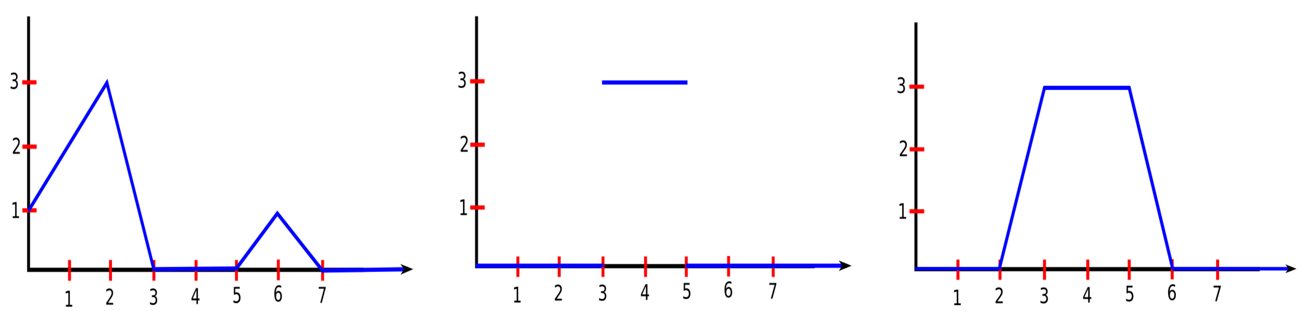
7. $f(t) = e^{t+7}$.

8. $f(t) = \sin(2t + 1)$ (Ayuda: Usar una identidad trigonométrica).

9. figura 1 a, usar geometría analítica.

10. figura 1 b,

11. figura 1 c,



(a) Ejercicio 9. (b) ejercicio 10. (c) ejercicio 11.

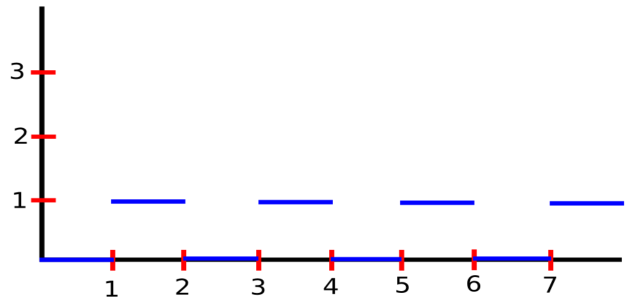
Figura 1:

(2) Muestra que la transformada de Laplace de la función:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{para} \quad t \in [2k,\ 2k+1] \\ 1 & \text{para} \quad t \in [2k+1,\ 2(k+1)] \end{cases}$$

para $k = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$ es(ver figura 2):

$$F(s) = \frac{1}{s}\left(\frac{e^s - 1}{e^{2s} - 1}\right)$$



(Ayuda: usa $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ con $e^{a+b} = e^a e^b$ y factoriza lo que se pueda factorizar que no dependa de k, toma $r = \frac{1}{e^{2s}}$ y usa que $\sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r}$)

(3) Encontrar la transformada inversa de las siguientes funciones:

1. $F(s) = \frac{1}{s^3}$.
2. $F(s) = \frac{10s}{s^2+16}$.
3. $F(s) = \frac{s}{s^2+2s-3}$.
4. $F(s) = \frac{s-3}{(s-\sqrt{3})(s+\sqrt{3})}$.
5. $F(s) = \frac{1}{s^3+5s}$.
6. $F(s) = \frac{1}{s^4-9}$.

(4) Encontrar la transformada de Laplace de las siguientes funciones:

1. $f(t) = e^{at}\cos(bt)$.
2. $f(t) = e^{at}\sin(bt)$.