

CONJ Transform：正規化双対ペアに基づく 1+2 分解とクロストーク抑制

Bungaku Yokota

v0.9 | 2026-02

問題設定（パイプラインにおけるクロストーク） 画像・映像の多くの処理系では、3次元の色信号を「1次元のトーン軸（輝度／明度に相当）」と「2次元の残り（クロマ残差）」に分けて扱います（1+2構造）。ところが実装上は、**非線形表現へ変換した後に分解したり、逆に線形光で定義した分解と非線形操作の順序が混在しやすく、結果として残差（クロマ）が意図せず変化する（色相／彩度のずれ=クロストーク）**が起きます。

提案（実装しやすい設計条件として） 次を選びます：(i) 主軸（トーン軸）ベクトル u （例：無彩色方向）、(ii) トーン量を読み出す線形汎関数 $\ell(x)$ （例：luma の内積）。そして $\ell(u) = 1$ という **1つの整合条件**を満たすように正規化します（正規化双対ペア）。

このとき残差を

$$P(x) := x - \ell(x)u \quad (\ker \ell \text{ 上の射影})$$

で定義し、任意の1次元トーン関数 $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を**トーン成分にだけ適用して**

$$T_\phi(x) := \phi(\ell(x)) u + P(x)$$

とします。

保証（クロストークなし）：

$$P(T_\phi(x)) = P(x) \quad (\text{任意の } \phi \text{ で成立}).$$

工学的な読み替え： u と ℓ を決め、 $\ell(u) = 1$ を満たしておけば、トーンカーブ（ガンマ／トーンマップ等）をどう変えてもクロマ残差は動かない、という設計ルールになります。

数値的裏付け（要約）

設定	従来パイプライン	提案法（CONJ）
一様乱数入力	$\sim 10^{-2}$	演算精度（FP64）レベル
実写（写真）	$\sim 10^{-3}$	演算精度（FP64）レベル

評価指標

本資料では、選んだ作業空間とサンプル集合 D 上で次の2つを計算します：(i) 残差変化の平均二乗 $C(F; D) = \frac{1}{|D|} \sum_{x \in D} \|P(F(x)) - P(x)\|_2^2$ 、(ii) 残差共分散の変化 $\Delta\Sigma(F) = \|\Sigma(P(F(D))) - \Sigma(P(D))\|_F$ （フロベニウスノルム）。いずれも「残差が保たれているか」を直接見るための、実装寄りの指標です。

従来手順の例 ガンマ補正後の $Y'CbCr$ 系処理や、CIELAB の明度（Lightness）操作などでは、後段の非線形処理により「実質的な 1+2 分解」が保たれず、残差が動くことがあります。

ここがポイント

- 結論**：主軸（トーン軸）だけに非線形（トーン／ガンマ等）をかけても、残り（クロマ残差）が勝手に動かないための設計条件。
- 仕組み**：残差が不变になる式 $P(T_\phi(x)) = P(x)$ (ϕ の形に依存せず成立)。
- 現実への当てはめ**： u （主軸）と ℓ （読み取り）の選び方の例。
- 数値結果**：従来手順との差と、評価指標 $C(F; D)$, $\Delta\Sigma(F)$ の読み方。

リンク

PDF: <https://github.com/goldkiss2010-ai/conj-transform-paper/tree/master/paper>
Code: <https://github.com/goldkiss2010-ai/conj-transform-paper>