

אלגברה: תהא Ω קבוצה אזי $2^\Omega \subseteq \mathcal{F}$ המקיימת

• $\Omega \in \mathcal{F}$

• $\forall E \in \mathcal{F}. E^c \in \mathcal{F}$

• לכל $E \subseteq \mathcal{F}$ סופית מתקיים $\bigcup E \in \mathcal{F}$

למה: תהא \mathcal{F} אלגברה אזי $\emptyset \in \mathcal{F}$

למה: תהא \mathcal{F} אלגברה ותהא $E \subseteq \mathcal{F}$ סופית אזי $\bigcap E \in \mathcal{F}$

σ -אלגברה: תהא Ω קבוצה אזי $2^\Omega \subseteq \mathcal{F}$ המקיימת

• $\Omega \in \mathcal{F}$

• $\forall E \in \mathcal{F}. E^c \in \mathcal{F}$

• לכל $E \subseteq \mathcal{F}$ בת מנייה מתקיים $\bigcup E \in \mathcal{F}$

למה: תהא \mathcal{F} σ -אלגברה אזי $\emptyset \in \mathcal{F}$

למה: תהא \mathcal{F} σ -אלגברה ותהא $E \subseteq \mathcal{F}$ בת מנייה אזי $\bigcap E \in \mathcal{F}$

משפט: תהא \mathcal{F} σ -אלגברה מעל Ω אזי \mathcal{F} הינה אלגברה מעל Ω

פונקציה אדטיבית: פונקציה $\mu : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימת לכל $B_1 \dots B_n \in \mathcal{A}$ מתקיים $\mu(\bigcup_{i=1}^n B_i) = \sum_{i=1}^n \mu(B_i)$

מידה על אלגברה: תהא \mathcal{F} אלגברה אזי $\mu : \mathcal{F} \rightarrow [0, \infty]$ אדטיבית.

פונקציה σ -אדטיבית: פונקציה $\mu : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ המקיימת לכל $\{B_i\}_{i=1}^\infty \subseteq \mathcal{A}$ מתקיים

$$\mu(\bigcup_{i=1}^\infty B_i) = \sum_{i=1}^\infty \mu(B_i)$$

מידה על σ -אלגברה: תהא \mathcal{F} σ -אלגברה אזי $\mu : \mathcal{F} \rightarrow [0, \infty]$ σ -אדטיבית.

מרחב מדיד: תהא \mathcal{F} σ -אלגברה מעל Ω אזי (Ω, \mathcal{F})

קבוצה מדידה: תהא \mathcal{F} σ -אלגברה מעל Ω אזי $E \in \mathcal{F}$

למה: תהא μ מידה על \mathcal{F} המקיימת $\mu(E) < \infty$ אזי $\mu(\emptyset) = 0$

למה: תהא μ מידה מעל σ -אלגברה \mathcal{F} אזי μ אדטיבית.

למה: תהא μ מידה ותהינה $A, B \in \mathcal{F}$ עבורן $A \subseteq B$ אזי $\mu(A) \leq \mu(B)$

סדרת קבוצות מונוטונית: תהא \mathcal{A} קבוצה ותהא $A : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{A}$ אזי

• מונוטונית עולה חלש: $\forall n \in \mathbb{N}. A_n \subseteq A_{n+1}$

• מונוטונית יורדת חלש: $\forall n \in \mathbb{N}. A_{n+1} \subseteq A_n$

סופרמום: תהא \mathcal{A} קבוצה ותהא $A : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{A}$ אזי $\sup(A) = \bigcup_{i=0}^\infty A_i$

אינפמום: תהא \mathcal{A} קבוצה ותהא $A : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{A}$ אזי $\inf(A) = \bigcap_{i=0}^\infty A_i$

גבול עליון: תהא \mathcal{A} קבוצה ותהא $A : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{A}$ אזי $\limsup_{n \rightarrow \infty} A_n = \bigcap_{n=0}^\infty \bigcup_{i=n}^\infty A_i$

גבול תחתון: תהא \mathcal{A} קבוצה ותהא $A : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{A}$ אזי $\liminf_{n \rightarrow \infty} A_n = \bigcup_{n=0}^\infty \bigcap_{i=n}^\infty A_i$

גבול: תהא \mathcal{A} קבוצה ותהא $A : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{A}$ עבורה $\liminf_{n \rightarrow \infty} A_n = \limsup_{n \rightarrow \infty} A_n$ אזי $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = \liminf_{n \rightarrow \infty} A_n$

טענה: תהא μ מידה מעל σ -אלגברה \mathcal{F} ותהא $A : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{F}$ עבורה $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n = B$ אזי $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu(A_n) = \mu(B)$

מרחב מידה: תהא \mathcal{F} אלגברה/ σ -אלגברה מעל Ω ותהא μ מידה על \mathcal{F} אזי $(\Omega, \mathcal{F}, \mu)$

מידת הסתברות: תהא \mathcal{F} σ -אלגברה מעל Ω אזי מידה $\mathbb{P} : \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$ המקיימת $\mathbb{P}(\Omega) = 1$

מרחב הסתברות: מרחב מידה $(\Omega, \mathcal{F}, \mu)$ עבורו μ מידת הסתברות.

מרחב התוצאות: יהי $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ מרחב הסתברות אזי Ω

מאורע: יהי $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ מרחב הסתברות אזי $E \in \mathcal{F}$

מרחב המאורעות: יהי $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ מרחב הסתברות אזי \mathcal{F}

אינווריאנטיות להזזות: מרחב הסתברות $((0, 1], \mathcal{F}, \mathbb{P})$ עבורו לכל $A \subseteq (0, 1]$ ולכל $b \in (0, 1]$ באשר $A + b \subseteq (0, 1]$ מתקיים $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A + b)$.

טענה: לכל מרחב הסתברות $((0, 1], 2^{(0, 1]}, \mathbb{P})$ לא מתקיימת אינווריאנטיות להזזות.