קשירות	קומפקטי	הפרדה	מניה	טופולוגיה
מסילתית מסילתית מקומית	קומפקטי מקומית	T_4	П	\mathbb{R}^n
קשיר	-	T_2	П	\mathbb{R}_{K}
?	?	T_1	?	זריצקי
	קומפקטי קומפקטי סדרתית	T_1	ספרבילי לינדלוף	קו־סופי
קשיר קשיר מקומית	-	T_1	לינדלוף	קו־בת־מנייה
-	-	T_4	מניה ו ספרבילי לינדלוף	$\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$
מסילתית מסילתית מקומית	-	T_4	ספרבילי לינדלוף	\mathbb{R}/\mathbb{Z}
מסילתית מסילתית מקומית	-	T_4	П	R ^ℵ 0
קשיר	-	T_4	п	sin טופולוגי
קשיר קשיר מקומית	קומפקטי קומפקטי סדרתית	T_4	מניה I לינדלוף	מילוני $[0,1]^2$
מסילתית מסילתית מקומית	קומפקטי מקומית	T_0	מניה I ספרבילי	נקודה ייחודית
מסילתית מסילתית מקומית	קומפקטי מקומית	נורמלי+ T_0	מניה II	ניים הולכות לאינסוף
מסילתית מסילתית מקומית	-	T_3	מניה I ספרבילי	מישור של מור
קשיר קשיר מקומית מסילתית מסילתית מקומית	קומפקטי מקומית קומפקטי סדרתית	T_4	I	הישר הארוך

$\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X ight)$ המקיימת קבוצה אזי תהא $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X ight)$

- $X, \emptyset \in \mathcal{T} \bullet$
- $U \in \mathcal{T}$ אזי $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{T}$. $U \in \mathcal{U}$.
- $\cap_{i=1}^n U_i \in \mathcal{T}$ איי $\{U_i\}_{i=1}^n \subseteq \mathcal{T}$ תהיינה \bullet

 (X,\mathcal{T}) אזי א איי טופולוגיה על טופולוגיה על $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ מרחב טופולוגיה על איי תהא $U\in\mathcal{T}$ המקיימת $U\subseteq X$ אזי אוי מרחב מרחב: יהי (X,\mathcal{T}) המקיימת $X \setminus E \in \mathcal{T}$ המקיימת $E \subseteq X$ מרחב טופולוגי אזי מרחב המקיימת מורה: יהי

 \mathcal{T} טענה: תהא $\forall \mathcal{U} \subseteq \mathcal{T}. (\bigcup \mathcal{U} \in \mathcal{T})$ וכן $X, \varnothing \in \mathcal{T}$ עבורה $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}(X)$ אזי איי $(U \cap V \in \mathcal{T}$ מתקיים $U, V \in \mathcal{T}$ טופולוגיה) אופולוגיה) מופולוגיה)

> $\{X,\varnothing\}$ הטופולוגיה הטריוואלית: תהא א קבוצה אזי $\mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה X קבוצה אזי הטופולוגיה הבדידה/הדיסקרטית:

הטופולוגיה המושרית ממרחב מטרי: יהי ($X,\,
ho$) מרחב מטרי אזי

 $.\mathcal{T}\left(X,\rho\right)=\left\{ U\subseteq X\mid\forall x\in U.\exists r>0.B_{r}\left(x\right)\subseteq U\right\}$

טופולוגיה מטריזבילית: מרחב טופולוגי ($X,\,\mathcal{T}_X$) עבורו קיים ($X,\,\mathcal{T}_X$) מרחב מטרי מטריזבילית:

 $\{A\subseteq X\mid |X\backslash A|<\aleph_0\}\cup\{\varnothing\}$ אזיי קבוצה תהא תקריסופית: תהא הקויסופית: תהא איי $\mathcal{C}=\{E\subseteq X\mid Xackslash E\in\mathcal{T}\}$ איי משפט: יהי יהי משפט: יהי מייט ויהי

- - $\cap_{\alpha\in\Lambda} E_{\alpha}\in\mathcal{C}$ אזיי $\{E\}_{\alpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{C}$ תהיינה •

 - $\bigcup_{i=1}^n E_i \in \mathcal{C}$ אזי $\{E_i\}_{i=1}^n \subseteq \mathcal{C}$ תהיינה \bullet בסיס לטופולוגיה: תהא X קבוצה אזי לטופולוגיה: מקיימת
- אזיי $x \in B_1 \cap B_2$ ותהא $B_1 \cap B_2 \neq \varnothing$ עבורן אזיי $B_1, B_2 \in \mathcal{B}$ תהיינה $.B_3\subseteq B_1\cap B_2$ וכן $x\in B_3$ עבורה $B_3\in \mathcal{B}$ קיימת קיימת
 - אזי בסיס א $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{P}\left(X
 ight)$ ויהי קבוצה תהא X בסיס אזי מנוצרת מבסיס:

 $.\mathcal{T}\left(\mathcal{B}\right) = \left\{U \subseteq X \mid \forall x \in U. \exists B \in \mathcal{B}. \left(x \in B\right) \land \left(B \subseteq U\right)\right\}$ X טופולוגיה על $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}
ight)$ בסיס אזי ביסיס איי ויהי אוני קבוצה אהי למה: תהא

 $\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}} = \{[a,b) \mid a < b\}$ וכן $\mathcal{B}_E = \{(a,b) \mid a < b\}$ וכן $\mathcal{B}_K = \mathcal{B}_E \cup \left\{ (a, b) \setminus \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}_+ \right\} \mid a < b \right\}$

 \mathbb{R} טענה: \mathcal{B}_E , $\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}}$, \mathcal{B}_K בסיסים של

 $\mathbb{R}=(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{E}
ight))$:הטופולוגיה האוקלידית/הסטנדרטית $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}} = (\mathbb{R}, \, \mathcal{T} \, (\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}}))$:הישר של זורגנפריי: $\mathbb{R}_K = (\mathbb{R}, \mathcal{T}\left(\mathcal{B}_K
ight)):K$ טופולוגיית

משפט אפיון שקול לטופולוגיה נוצרת: יהי $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ בסיס אזי

 $\mathcal{T}(\mathcal{B}) = \{ U \subseteq X \mid \exists A \subseteq \mathcal{B}.U = \bigcup A \}$ $\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_1
ight)$ וכן $\mathcal{B}_1\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_2
ight)$ בסיסים עבורם $\mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ יהיו

 $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{1}
ight)=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{2}
ight)$ אוי $\mathcal{T}_1 \subseteq \mathcal{T}_2$ עבורן X עבורן על טופולוגייה עדינה עופולוגיה: תהא קבוצה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה: עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה אינה אינה אינה אינה אינה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגייה עדינה ע

 $\mathcal{T}_1 \subseteq \mathcal{T}_2$ טופולוגיות על א טופולוגיה על עבורן תהיינה עומיינה א קבוצה ותהיינה א עבורן עבורן א טופולוגיה על עבורן אופולוגיה על איז עבורן אופולוגיה אופולוגיה א טופולוגיה א טופולוגיה עבורן איז עבורן איז עבורן עבורן אופולוגיה אופולוגיה איז עבורן איז עב

 $A\in\mathcal{A}$ קיימת $x\in\mathcal{U}$ ולכל ולכל לכל אבורה לכל עבורה עבורה מ"ט ותהא מ"ט ותהא א מ"ט ותהא אבורה לכל אבורה לכל מענה: יהי \mathcal{T} אזיי \mathcal{A} בסיס של ($x\in A$) \wedge $(A\subseteq U)$ המקיימת

 $\mathcal{B}_{<} = \{(a,b) \mid a < b\} \cup \{[a,b) \mid a \leq X\} \cup \{(a,b] \mid X \leq b\}$. בסיס $\mathcal{B}_{<}$ אזי מלא סדר מלא בעלת בעלת קבוצה ענה: תהא ל

> $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{<}
> ight)$ טופולוגיית הסדר: תהא X קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי טענה: $\mathbb R$ מצוייד בטופולוגיית הסדר זהה ל־ $\mathbb R$ מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית.

 $\bigcup\mathcal{S}=X$ עבורה א $\mathcal{S}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה אזי תהא בסיס: תהא

אזי אוירבסיס תת־בסיס אזי א קבוצה ויהי א תת־בסיס: תה
 מתר־בסיס אזי הטופולוגיה הנוצרת מתת־בסיס: תהא $\mathcal{T}(\mathcal{S}) = \left\{ U \subseteq X \mid \exists A_1 \dots A_k \subseteq \mathcal{S}.U = \bigcup \left(\bigcap_{i=1}^k A\right) \right\}$ X טופולוגיה על \mathcal{T} (\mathcal{S}) אזי מריבסיס אזי $\mathcal{S} \subset \mathcal{P}$ (\mathcal{S}) טופולוגיה על \mathcal{T} טופולוגיית זריצקי: יהי \mathbb{F} שדה ויהי איזי זריצקי: יהי

 $.\mathcal{T}\left(\left\{\left\{a\in\mathbb{F}^{n}\mid f\left(a\right)\neq0\right\}\mid f\in\mathbb{F}\left[x_{1},\ldots,x_{n}\right]\right\}\right)$ $x \in U$ עבורה $U \in \mathcal{T}$ אזי $x \in X$ מ"ט ויהי מטיביבה: יהי יהי (X,\mathcal{T}) מייט ויהי

.int $(A)=\mathring{A}=igcup_{U\subset A}U$ אוי א $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) איז יהי קבוצה: יהי

.d $(A)=\overline{A}=\bigcap_{A\subset E}\ E$ אזי או $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) יהי סגור של קבוצה: יהי

. $\partial A=\overline{A}ackslash \mathrm{int}\,(A)$ אזי אזי מ"ט ותהא מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) אזי יהי שפה של קבוצה: יהי .int $(A)\subseteq A\subseteq \overline{A}$ אזי אוי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) איזי יהי טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא $A\subseteq X$ אזי

- .int (A) = $\max_{\subset} \{ \mathcal{U} \in \mathcal{T} \mid \mathcal{U} \subseteq A \}$ •
- $\overline{A} = \min_{\subset} \left\{ E \mid (A \subseteq E) \land \left(E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{T} \right) \right\} \bullet$ $x\in X$ ייהי ויהי $A\subseteq X$ מ"ט תהא מ"ט (X,\mathcal{T}) יהי טענה: יהי
- $U\cap A
 eq \emptyset$ מתקיים $x\in U$ המקיים $U\in \mathcal{T}$ לכל •
- $B\cap A
 eq\emptyset$ יהי \mathcal{B} בסיס של \mathcal{T} אזי לכל $\mathcal{B}\in\mathcal{B}$ המקיים $x\in\mathcal{B}$ המקיים $x\in\mathcal{B}$ $\partial A=\overline{A}\cap\left(\overline{Xackslash}A
 ight)$ אזי $A\subseteq X$ מישט ותהא (X,\mathcal{T}) טענה: יהי

 $U\in\mathcal{T}$ משקנה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט תהא $X\in X$ ויהי $A\subseteq X$ אוי (לכל (X,\mathcal{T}) מיס $U\cap A^\mathcal{C}
eq 0$ וכן של א וכן עור א מתקיים $x\in U$ המקיימת א המקיימת וכן א מתקיים א מתקיים $X=\overline{A}$ המקיימת $A\subseteq X$ מ"ט אזי (X,\mathcal{T}) המקיימת קבוצה צפופה: יהי

טופולוגיית הנקודה הייחודית: תהא X קבוצה ותהא אזי סופולוגיית הנקודה הייחודית: חהא

 $T_p = \{U \subseteq X \mid p \in U\} \cup \{\emptyset\}$

x נקודת הצטברות: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא $X\subseteq X$ אזי $x\in X$ אזי עבורו לכל סביבה U של $.U\cap Aackslash\{x\}
eq\varnothing$ מתקיים

y של U סדרה מתכנסת/גבול: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא $x\in X^\mathbb{N}$ אזי $y\in X$ עבורו לכל סביבה $y\in X$ $.x_n \, \in \, U$ החל ממקום מסוים

טענה: יהי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) אזי

 $A\subseteq\left\{ x\in X\mid x$ המתכנסת אל $a\in A^{\mathbb{N}}$ קיימת $\in\overline{A}$

.($\{x\in X\mid A$ של הצטברות אל בקודת הצטברות אזי אזי ($\{x\in X\mid A$ אזי אזי מסקנה: תהא אזי $\{x\in X\mid A\}$ f:X o Y אזי $x\in X$ מייטים ותהא $x\in X$ מייטים והא מייטים יהיו יהיו יהיו $f\left(\mathcal{U}
ight)\subset\mathcal{V}$ עבורה לכל $\mathcal{U}\subset\mathcal{X}$ של קיימת סביבה $f\left(x
ight)$ סביבה של $\mathcal{U}\subset\mathcal{Y}$ של עבורה f:X o Y אויטים אזי (X,\mathcal{T}) , (Y,\mathcal{S}) אייי יהיו $\forall U \in \mathcal{S}.f^{-1}(U) \in \mathcal{T}$

התב"ש $f:X\to Y$ ותהא משפט: הייו ($X,\mathcal{T})$, (Y,\mathcal{S}) יהיו משפט: יהיו

- פתוחה. $f^{-1}\left(U\right)$ פתוחה מתקיים כי $U\subseteq Y$ פתוחה.
- סגורה $f^{-1}\left(E\right)$ סגורה מתקיים כי $E\subseteq Y$ סגורה.
 - $f\left(\overline{A}\right)\subseteq\overline{f\left(A\right)}$ מתקיים $A\subseteq X$ לכל
 - $x \in X$ לכל $x \in X$ הפונקציה $x \in X$ לכל

ע ועל עבורה אוי א די פור אוי אוי א די אויע אויע אויע אויע ועל אויע ועל אויע ועל עבורה אוייע יהיו היוי $f:X \, \to \, Y$ מיטים אוי $(X,\mathcal{T})\,, (Y,\mathcal{S})$ יהיי

טענה: יהיו f:X o Y מ"טים ותהא מ"טים חח"ע ועל התב"ע סענה: יהיו

- . תהא $U\subseteq Y$ אזי (U) אזי (U פתוחה) אזי (U פתוחה) U
- . תהא $E\subseteq Y$ אזי (E) אזי (E) אזי אזי (E) אזי אזי $E\subseteq Y$
 - $f\left(\overline{A}\right) = \overline{f\left(A\right)}$ מתקיים $A \subseteq X$ לכל •

f:X o Y מ"ט ותהא (Y,\mathcal{S}) הטופולוגיה תהא מפונקציה: תהא מפונקציה: תהא מפונקציה המושרית על קבוצה מפונקציה: $\mathcal{T}_f = \left\{ f^{-1} \left(U \right) \mid U \in \mathcal{S} \right\}$ איי

.טענה: תהא X קבוצה יהי (X,\mathcal{T}_f) אזי f:X o Y מ"ט ותהא (Y,\mathcal{S}) מ"ט. מסקנה: תהא f:X o Y מ"ט ותהא f:X o Y מ"ט ותהא אזי f רציפה על $(X, \mathcal{T}_f), (Y, \mathcal{S})$

> תת מרחב טופולוגי (ת"מ): יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא $A\subseteq X$ אזי $\mathcal{T}_A = \left\{ U \subseteq A \mid \exists V \in \mathcal{T}.U = \mathrm{Id}^{-1}(V) \right\}$

טענה: יהי (A,\mathcal{T}_A) מ"ט ותהא $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) יהי $\mathcal{T}_A = \{A \cap U \mid U \in \mathcal{T}\}$ אזי א $A \subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) טענה: יהי

טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ויהי \mathcal{B} בסיס של אוי אוי (X,\mathcal{T}) אוי יהי טענה: יהי

טענה: יהי $A\subseteq X$ אזי

- תהא $U\subseteq A$ אזי (U פתוחה ביחס ל־ \mathcal{T}_A) \Longleftrightarrow (קיימת U פתוחה ביחס ל־ \mathcal{T} עבורה U
- עבורה $E\subseteq A$ אזי (E סגורה ביחס ל־ T_A) אזי (E סגורה ביחס ל־E עבורה ההא
 - $\operatorname{.cl}_X \; (D) \cap A = \operatorname{cl}_A \; (D)$ אזי $D \subseteq A$ תהא •
 - $\operatorname{int}_{X}\left(D\right)\cap A\subseteq\operatorname{int}_{A}\left(D\right)$ אזי $D\subseteq A$ תהא Φ טענה: יהי (Y,\mathcal{T}_Y) מ"ט ויהי מ"ט (X,\mathcal{T}_X) מיט יהי
 - .Xב פתוחה אזי A אזי א פתוחה ב $A\subseteq Y$ תהא ב־X, פתוחה בי Yאזי פתוחה נניח פרוחה בי
 - Xבורה ב־ אזי א סגורה ב־ א נניח כי

 $f:X\to Z$ איי היי $f:X\to Y$ ותהא ותהא א $Y\subseteq Z$ יהי היי איי היי איי יהיי אענה: יהיי איי א

 $f\left(X\right)\subseteq Z$ אזי רביפה עבורה $f:X\to Y$ ותהא ת"מ ת"מ היי מ"ט יהי מ"ט אזי מ"ט היי ת"מ ת"מ ותהא אזי ת"מ ת"מ ותהא אזי מ

רציפה לכל וכן וכן $\bigcup_{\alpha\in\Lambda}U_{\alpha}=X$ פתוחות עבורן עבורן וע $\{U_{\alpha}\}_{\alpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$

 רציפה $g~:~Y~\to~Z$ ותהא $f~:~X~\to~Y$ תהא מ"ט תהא מ"ט אינה: יהיו אינה א מ"ט תהא א מ"ט תהא א מ רציפה. $a \circ f : X \to Z$

 $X = A \cup B$ סגורות עבורן סגורות אחינה $A,B \subseteq X$ מ"ט תהיינה א מיט למת ההדבקה: יהיו רציפה. $f \cup g: X o Y$

קר $\hat{f}:X o f(X)$ סימון: יהיו X,Y מ"ט ותהא Y o f:X o f חח"ע ורציפה נגדיר לייט מיט ותהא

. חח"ע ורציפה \hat{f} הומיאומורפיזם חח"ע ורציפה $f:X\to Y$ אזי מ"ט מיט יהיו יהיו יהיו

f:X o פיים עבורם קיים עבורם מ"טים עבורם מ"ט מאטים לכל מ"ט באשר לכל מ"ט באשר לכל מ"ט מופולוגית: תכונה P

רציפה $f:X o\mathbb{R}$ לכל עבורו לכל (X,\mathcal{T}) מרחב טופולוגי מרחב ערך הביניים: מרחב מופולוגי בעל תכונת ארך הביניים: מרחב טופולוגי $.f\left(c\right)=t$ עבורו $c\in X$ קיים $t\in\left[f\left(a\right),f\left(b\right)\right]$ ולכל מל לכל לכל הליט ליים ל

העתקת מנה: יהיו X,Y מ"ט אזי f:Y o X מ"ט אזי אזי X

 $\forall U \subseteq X. (U \in T_X) \iff (f^{-1}(U) \in T_Y)$

על \mathcal{T}_A על אזי קיימת ויחידה טופולוגיה f:X o A על תהא קבוצה משפט: יהי על מ"ט תהא א קבוצה ותהא

מצויידת עם טופולוגיית המנה. איי א $f\left(x\right)=\left[x\right]_{\sim}$

משפט התכונה האוניברסילית: תהא g:X o Z העתקת מנה העתקת הער האוניברסילית: תהא אוניברסילית: משפט התכונה האוניברסילית: הא ק קבועה לכל $y \in Y$ אוי קיימת $y \in Y$ קבועה לכל $g \upharpoonright_{f^{-1}(\{y\})}$

קבועה $g_{\left\lceil f^{-1}(\{y\}) \right.}$ עבורה g:X o Z אנה ותהא העתקת מנה העתקת הא f:X o Y

- $f:X
 ightarrow\left\{ g^{-1}\left(\{z\}
 ight)\mid z\in Z
 ight\}$ מסקנה: g:X
 ightarrow Z מהא g:X
 ightarrow Z מסקנה:

קבוצה רוויה: תהא $Y\in Y$ אמי עבורה לכל אזי איזי $f:X\to Y$ אהא לכל

 $f^{-1}\left(\{y\}\right) \subseteq A \bowtie A \cap f^{-1}\left(\{y\}\right) \neq \emptyset$ סענה: תהא $\mathcal{U}\in\mathcal{T}_X$ על ולכל איז (העתקת מנה) היויה איז איז וויה רציפה רציפה איז איז וויה מתקיים לענה: תהא

. פתוחה $f\left(\mathcal{U}
ight)$ מתקיים כי מתחה: עבורה לכל f:X o Y מתקיים כי מתחה.

- . סגורה מתקיים כי f:X o Y סגורה מתקיים כי f:X o Y סגורה העתקה מגורה:

 - סגורה. f

- . רציפה ופתוחה fרציפה וסגורה. f

מנה. f:X o Y העתקת מנה. רציפה סגורה ועל אזי f:X o Y $\sim=\left\{(x,y)\in(\mathbb{R}^n\setminus\{0\})^2\;\Big|\;\exists\lambda\in\mathbb{R}\,(x=\lambda y)
ight\}$ המרחב הפרויקטיבי הממשי: נגדיר

 $\mathbb{RP}^{n-1} = (\mathbb{R}^n ackslash \{0\})/\sim$ אזי

טענה: יהיו $\mathcal{B}_{ ext{box}}=\left\{\prod_{lpha\in\Lambda}\mathcal{U}_lpha\mid\mathcal{U}_lpha\in\mathcal{T}_lpha
ight\}$ מ"טים אזי $\{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ בסיס

 $\cdot \prod_{\alpha \in \Lambda} X_{\alpha}$ של

 המוגדרת $\pi_{eta}:\prod_{lpha\in\Lambda}X_{lpha}\to X_{eta}$ קבוצות אזי קבוצות איי המוגדרת תהיינה היינה א $.\pi_{\beta}(f) = f(\beta)$

 $.\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha}$ תת־בסיס של $\mathcal{S}_{\mathrm{prod}}=\bigcup_{\alpha\in\Lambda}\left\{\pi_{\alpha}^{-1}\left(\mathcal{U}_{\alpha}\right)\mid\mathcal{U}_{\alpha}\in\mathcal{T}_{\alpha}\right\}$

 $f_{\upharpoonright_A}:A o Y$ איי אזי הייט הייf:X o Y ת"מ ותהא ת"מ היי $A\subseteq X$ יהי מ"ט היי איי יהיו

 $(קיימות) \Longleftrightarrow (איי היי <math display="inline">f: X \to Y$ ותהא מ"ט ותהא איי היי ליהיו איי מענה: איי ותהא איי ותהא איי ותהא מענה: יהיי איי

אזי $A \cap B$ על f = g רציפה עבורן g: B o Y אזי f: A o Y אזי f: A o Y

 $f\left(X
ight)$ בתור X בתור נזהה את שיכון אזי נזהה את מ"ט ויהי X, א בתור f:X o Y

טענה: תכונת ערך הביניים הינה תכונה טופולוגית.

f רציפה. f:Y o X מ"ט ותהא f:Y o X העתקת מנה אזי f רציפה.

 $o X/\sim X$ ונגדיר אונגדיר מנחב המנה: יהי X מ"ט יהי וחס שקילות מעל X

- $g = h \circ f \bullet$
- (מ רציפה) (ביפה) (ביפה).
- .(העתקת מנה) $\Leftrightarrow (a)$ העתקת מנה).

לכל $y \in Y$ אזי

- .(רציפה) איפה) פון $g \circ f^{-1}$.
- .(העתקת מנה) $g \circ f^{-1}$ העתקת מנה) $g \circ f^{-1}$

. העתקת מנה אזי ($g \circ f^{-1}$) העתקת מנה אזי ($g \circ f^{-1}$) העתקת

- טענה: תהא Y חח"ע ועל התב"ש טענה: תהא
 - . פתוחה $f \bullet$

מנה. העתקת fאזי $f:X\to Y$ אזי העתקת מנה. ליפים תהא $f:X\to Y$

מכפלה של קבוצות: תהיינה $\{X_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}$ קבוצות אזי

 $\mathcal{T}_{\mathrm{box}}=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{\mathrm{box}}
ight)$ איי מים איי איי איי איי איי $\{(X_{lpha}\,,\,\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda}$ יהיי

טענה: יהיו $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda}$ טענה: יהיו

 $\mathcal{T}_{
m prod}=\mathcal{T}\left(\mathcal{S}_{
m prod}
ight)$ אייטים איי $\{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ יהיי המכפלה: יהיי $\mathcal{T}_{\mathrm{prod}} = \mathcal{T}_{\mathrm{box}}$ איזי $|\Lambda| < leph_0$ באשר משקנת: יהיו $\{(X_lpha, \mathcal{T}_lpha)\}_{lpha \in \Lambda}$ מיטים באשר $\mathcal{T}_{ ext{prod}}\subseteq\mathcal{T}_{ ext{box}}$ איי $|\Lambda|\geq leph_0$ משקנה: יהיו $\{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ איי π_{lpha} מטקנה: יהיו $(\Pi_{lpha\in\Lambda}\,X_{lpha}\,,\,\mathcal{T})$ מ"טים ותהא $\{(X_{lpha}\,,\,\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda}$ טופולוגיה עבורה

 $\mathcal{T}_{\mathrm{prod}} \subseteq \mathcal{T}$ אזי $\alpha \in \Lambda$ רציפה לכל מסקנה: יהיו $\{(X_{lpha}\,,\,\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda}$ מסקנה: יהיו

 $\mathcal{T}_{prod} = \left\{ \prod_{\alpha \in \Lambda} \mathcal{U}_{\alpha} \mid (\mathcal{U}_{\alpha} \in \mathcal{T}_{\alpha}) \land (|\{\mathcal{U}_{\alpha} \neq X_{\alpha}\}| \in \mathbb{N}) \right\}$ $(\alpha \)$ משפט: תהא $(\alpha \)$ רציפה לכל $\pi_{lpha} \circ f$ אזי איי אזי $(\alpha \)$ רציפה לכל $\pi_{lpha} \circ f$ רציפה לכל

. אינה מטריזבילית (\mathbb{R}^Λ , $\mathcal{T}_{ ext{box}}$) אינה אינה $|\Lambda| \geq leph_0$ אינה מטריזבילית.

. אינה מטריזבילית $\left(\mathbb{R}^{\Lambda}\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}
ight)$ אזי $|\Lambda|\,\geq\,leph_0$ אינה מטריזבילית. . מטריזביליות הינה תכונה טופולוגית.

טענה: יהיו $\alpha\in X_{lpha}\subseteq X_{lpha}$ מ"טים ותהיינה $\{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ באשר לכל לכל מכפלה. בטופולוגיית המכפלה. $\overline{\Lambda}_{\alpha}=\overline{\prod_{\alpha\in\Lambda}\Lambda_{\alpha}}$ אזי $\alpha\in\Lambda$ טענה: יהיו $A_lpha\subseteq X_lpha$ באשר $\{A_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ מ"טים ותהיינה אמ"טים היינה אמיר אמיר יהיו אמיר אמיטים ותהיינה אמיטי איי התיבה $\prod_{\alpha\in\Lambda}\overline{A_{\alpha}}=\overline{\prod_{\alpha\in\Lambda}A_{\alpha}}$ בטופולוגיית התיבה. $\alpha\in\Lambda$

> מרחב אפיימת לא עבורו (X,\mathcal{T}) אופולוגי מרחב מרחב מרחב מיימת הפרדה. מרחב טופולוגי אי־קשיר: מרחב טופולוגי (X, T) עבורו קיימת הפרדה. . (א קשיר) קשיר) אזי (א קשיר) הומיאומורפיזם f:X o Y הומיאומורפיזם אזי (א קשיר)

- $X=E\cup F$ סגורות ארות לא ריקות עבורן סגורות $E,F\subseteq X$ סגורות סיימות

 $(קיימות) \Longleftrightarrow (אי־קשיר) אזי אזי אזי תת־מרחב אזי איר מ"ט ויהי איר מ"ט ויהי איר תרמרחב אזי אזי מ"ט ויהי איר מ$

. מטקנה: תהא אזי \overline{A} קשירה אזי קשירה אזי מטקנה: תהא

מסקנה: \mathbb{R} עם הטופולוגיה הסטנדרטית קשיר.

. איננה קשירה \mathbb{R}_{Sorg} איננה

טענה: $\left(\prod_{i=1}^{\infty}\mathbb{R},\,\mathcal{T}_{ ext{box}}
ight)$ איננה קשירה. . מסקנה: יהי \mathbb{R}^n אזי $n\in\mathbb{N}_+$ קשיר עם הטופולוגיה הסטנדרטית.

מ"ט קשיר. וכן $f\left(0
ight)=x$ משילה: יהי X מ"ט ויהיו $x,y\in X$ אוי איי $\gamma:\left[0,1
ight]
ightarrow X$ וכן

טענה: יהי $p:\mathbb{C}^n o \mathbb{C}$ ויהי ויהי אזי אזי הסטנדרטית הטופולוגיה עם הטופולוגיה יהי

תר־מרחב קשיר GL $_n$ ($\mathbb C$) אזי אזי אזי הסטנדרטית עם הטופולוגיה הסטנדרטית עם אזי אזי $M_{n imes n}$ ($\mathbb C$) מסקנה: יהי

 $(x, y \in D)$.X טענה: יהי אזי קשיר השילות מעל מ"ט אזי משיר טענה: יהי אזי אזי

 $(x \sim x)$ אזי ($x \sim x$) X טענה: יהי א מ"ט אזי γ מסילתית מסילתית מסילות מעל מיט אזי מיט אזי אזי מסילתית

- משפט: יהיו אX לפיבי הקשירות רכיבי אזי אוי אזי $\{D_{\alpha}\}_{\alpha\in\Lambda}$ אזי
- . מתקיים כי $\alpha \in \Lambda$ קשירה פירה לכל $\alpha \in \Lambda$
- $Y\subseteq D_{lpha}$ עבורו $lpha\in\Lambda$ עבורו קשיר קיים אחרי א לכל $Y\subseteq X$

- $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{Q}$ וכן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ באשר באפר מ"ט אזי (X,\mathcal{T}) יהי יהי טופולוגי: יהי מרחב של מרחב של מרחב באפר $\mathcal{U},\mathcal{V}
 eq \mathcal{eta}$ וכן $\mathcal{U}\cup\mathcal{V}=X$ וכן
 - X מרחב טופולוגי התב"ש X

 - . פתוחה פתוחה סגורה ופתוחה $D\in\mathcal{P}\left(X\right)\setminus\left\{ X,\varnothing\right\}$ סגורה פתוחה . האיט קשיר אזי אזי $f:X\to Y$ ותהא קשיר מ"ט מענה: הי
 Xיהי היי מ"ט קשיר ותהא

. ($\overline{H} \cap K = H \cap \overline{K} = \varnothing$ וכן
 $Y = H \cup K$ עבורן א עבורן א, $K \in \mathcal{P}\left(X\right) \setminus \{X,\varnothing\}$ טענה: תהא ער קשיר קשיר אזי א ויהי א הפרדה של תר־מרחב פשיר אזי אויהי אזי הפרדה על תר $(\mathcal{U},\mathcal{V})$

 $.(Y \subseteq U) \oplus (Y \subseteq V)$

וכן $\bigcap A
eq \emptyset$ וכן קשירה וכן $A \in A$ מתקיים כי $A \in A$ עבורה לכל $A \subseteq \mathcal{P}(X)$ וכן

מסקנה: תהיינה $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)\setminus\{\varnothing\}$ באשר היינה מסקנה: תהיינה . לכל X אזי א ה $n\in\mathbb{N}$ לכל לכל אזי א $n\in\mathbb{N}$

. מסקנה: (-1,1) עם הטופולוגיה המושרית מ־ \mathbb{R} סטנדרטי הינו קשיר עם עם (a,b) , [a,b] , (a,b] , [a,b) אזי a < b באשר בא $a,b \in \mathbb{R}$ יהיו

 $(-\infty,a)\,,(-\infty,a]\,,(-\infty,\infty)\,,[a,\infty)\,,(a,\infty)$ אוי $a\in\mathbb{R}$ מסקנה: יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי קשירים עם הטופולוגיה המושרית מ־ℝ סטנדרטי.

 $(X imes Y) \setminus (A imes B)$ אזי אוי אוי אוי אוי מ"ט קשירים תהא אוי מ"ט אזי אזי אזי מ"ט קשירים תהא אוי אוי אוי אוי מ"ט קשירים מהא

X טענה: יהי X מ"ט קשיר מסילתית אזי X קשיר.

. מסילתית קשירה $\mathbb{C}^n\setminus\left\{x\in\mathbb{C}^n\mid p\left(x\right)=0\right\}$

קשירה עבורה $D\subseteq X$ קיימת (קיימת $x,y\in X$ אזי עבורה עבורה אזי יהי $x,y\in X$ אזי יהי סימון: יהי

 $X/{\sim}$ רכיבי קשירות: יהי א מ"ט אזי קשיר

- $X/{\sim}$ רכיבי קשירות מסילתית: יהי א מ"ט אזי קשיר מסילתית רכיבי
- $.D_{\alpha}\cap D_{\beta}=\varnothing$ אזי $\alpha\neq\beta$ באשר $\alpha,\beta\in\Lambda$ יהיו יהיו יהיו $.X = \bigcup_{lpha \in \Lambda} D_{lpha}$ מתקיים •

. מתקיים כי D_{lpha} קשירה $lpha\in\Lambda$ לכל

 $D_{\alpha}\cap D_{\beta}=\emptyset$ אזי $\alpha
eq \beta$ באשר $\alpha,\beta\in\Lambda$ יהיו •

 $.X = \bigcup_{lpha \in \Lambda} D_lpha$ מתקיים •

 $Y\subseteq D_{\alpha}$ עבורו $\alpha\in\Lambda$ ויחיד קשיר קשיר תת־מרחב א לכל לכל לכל יחד א עבורו א עבורו א לכל יחד א לכל יחד א עבורו

מסקנה: יהי D רכיב קשירות של X אזי D סגור.

מרחב טופולוגי קשיר מקומית נקודתית: יהי X מ"ט אזי $x\in X$ המקיים לכל סביבה מרחב של של $x \in \mathcal{V}$ קשירה עבורה $\mathcal{V} \subset \mathcal{U}$ קיימת סביבה x

מרחב אופולוגי קשיר מקומית: מרחב טופולוגי X עבורו לכל א מתקיים כי X קשיר מקומית: מרחב מרחב טופולוגי אופולוגי מרחב אופולוגי מרחב טופולוגי אופולוגי מרחב אופולוגי אופולוגי

מרחב טופולוגי קשיר מסילתית מקומית נקודתית: יהי X מ"ט אזי $x\in X$ המקיים לכל סביבה $x \in \mathcal{V}$ של x קיימת סביבה $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U}$ קשירה מסילתית עבורה $x \in \mathcal{U}$

מרחב טופולוגי קשיר מסילתית מקומית: מרחב טופולוגי X עבורו לכל $x \in X$ מתקיים כי X קשיר

. איננו קשיר מקומית Rsorg איננו קשיר

 \mathcal{U} רכיב קשירות מקומית) ולכל אזי (לכל משיר מסילתית מקומית) אזי מ"ט אזי מ"ט אזי מקומית מקומית) אזי מענה: יהי אזי מ"ט אזי מ $D \in \mathcal{T}$ מסילתית של \mathcal{U} מתקיים

. מסילתית משיר אזי א קשיר מסילתית מקומית אזי א קשיר מסילתית מסילתית מחילתית מחילת מחילתית מחילתית מחילתית מחילתית מחילת מולתית מחילת מולתית מחילת מולתית מחילת מולתית מולת מולתית מו

סביבות של $\{\mathcal{U}_n\}_{n=0}^\infty$ בסים סביבות מ"ט אזי מ"ט אזי מ"ט אזי א סביבות בן מנייה בנקודה: יהי מ"ט אזי מ $\mathcal{U}_n \subset \mathcal{V}$ עבורן לכל סביבה x של x של ע עבורן לכל עבורן x

מרחב טופולוגי X עבורו לכל $x\in X$ מרחב את אקסיומת המניה הראשונה: מרחב טופולוגי את אקסיומת את אקסיומת המניה מרחב אופולוגי את אקסיומת המניה הראשונה:

.I מטקנה: יהי X מ"ט מושרה ממרחב מטרי אזי מניה אוי X

.I אניה מניה הבדידה מניה עם הטופולוגיה הבדידה מניה X

משפט: יהי X מ"ט מניה I ותהא אזי הי יהי משפט: יהי א $\overline{A} = \{x \in X \mid x$ קיימת $a \in A^{\mathbb{N}}$ המתכנסת אל

(לכל \iff אזי (f רציפה) אזי (f:X o Y מניה באשר X מניה אזי (f:X o Y משפט: יהיו

 $.(f\left(a\right)$ ל־(מתכנסת ל $\{f\left(x_{n}\right)\}$ כי מתקיים מ $a\in X$ עבור aל-מתכנסת ל $\{x_{n}\}\subseteq X$

מרחב טופולוגי המקיים את אקסיומת המניה השנייה: מרחב טופולוגי X עבורו קיים בסיס לכל היותר

.II מניה \mathbb{R}^n :טענה

 $\mathbb{R}^{lepho_0}=\prod_{i=1}^{\infty}\mathbb{R}$ פימון:

.II מניה $\left(\mathbb{R}^{\aleph_0},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\right)$ מניה מענה:

.I אינו מניה $\left(\mathbb{R}^{\aleph}0\;,\,\mathcal{T}_{\mathrm{box}}\right)$ אינו

.II אינו מניה $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ אינו

.(א $_0 \geq |X|$) איי (X מניה וו) איי (א המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X מניה ווו) איי (א

. II סענה: א המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית מניה אניה ענה: א

טענה: נגדיר $u:\mathbb{R}^{leph0} imes\mathbb{R}^{leph0} o\mathbb{R}$ כך מטריקה. d_u אזי d_u $((a_k),(b_k))=\min\left\{\sup\left|a_k-b_k\right|,1\right\}$

> .II הינו מניה I וכן אינו מניה $\left(\mathbb{R}^{leph0}\,,\,\mathcal{T}\,(d_{oldsymbol{u}})
> ight)$ הינו מניה ווכן אינו מניה .I מניה A מניה $A \subseteq X$ וויהי $A \subseteq X$ מניה A מניה A מניה וויהי

. II מניה אזי א תת־מרחב אזי א מניה וו ויהי א
 $A\subseteq X$ והי מניה מ"ט מניה אזי א מניה וו ויהי

. I מניה $f\left(X\right)$ אזי ופתוחה אזי f:X o Y מניה וותהא מיט מניה Xמסקנה: מניה I הינה תכונה טופולוגית.

. II מניה מ"ט מניה אזי אזי f:X o Y מניה וו מ"ט מניה מ"ט מ"ט מניה וו וותהא

מרחב טופולוגי ספרבילי: מרחב טופולוגי א עבורו קיימת א צפופה בת מנייה. מרחב מרחב מחבילי: מרחב טופולוגי א

מהקיימים $\{\mathcal{U}_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{T}$ אבורו לכל עבורו מרחב טופולוגי מרחב מרחב מרחב מרחב מופולוגי לינדלוף:

 $.igcup_{i=0}^{\infty}\,\mathcal{U}_{f(i)}=X$ עבורה $f:\mathbb{N} o\Lambda$ קיימת $\mathcal{U}_{lpha}=X$.טענה: \mathbb{R}_{Sorg} ספרבילי .(א $_0 \geq |X|$ ליסענה: יהי א המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי אזי סענה: יהי א המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי

טענה: יהי X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית אזי X ספרבילי.

טענה: יהי X מ"ט מניה Π אזי X לינדלוף וספרבילי.

.I אינו מניה \mathbb{R} המצוייד בטופולוגיה הקו־סופית אינו מניה

מסקנה: לינדלוף הינה תכונה טופולוגית.

למה: יהי \mathcal{B} בסיס של (X,\mathcal{T}) אזי (X לינדלוף) \iff (לכל \mathcal{B} בסיס של בסיס אזי (X,\mathcal{T}) אזי למה: $\bigcup_{i=0}^\infty \mathcal{B}_{f(i)} = X$ עבורה $f: \mathbb{N} o \Lambda$ קיימת $\bigcup \mathcal{B}_lpha = X$

> טענה: יהי אזי $f\left(X\right)$ אזי אזי $f:X\to Y$ ותהא יפרבילי מ"ט מייט היהי אזי יהי יהי מסקנה: ספרביליות הינה תכונה טופולוגית.

. לינדלוף $f\left(X\right)$ אזי הביפה $f:X\to Y$ ותהא לינדלוף מ"ט מענה: יהי לינדלוף ותהא

. טענה: יהי אזי מ"ט ספרבילי ותהא אור $A \subset X$ ותהא ספרבילי מ"ט מיט מפרבילי ותהא . איי א מ"ט לינדלוף ותהא אוי ב $E\subseteq X$ ותהא לינדלוף מ"ט מ"ט מינה יהי טענה: יהי לינדלוף ותהא

.I מניה $(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{
m prod})$ אזי $|\Lambda|\leq lpha$ מניה משקנה: יהיו $\{X_lpha\,\}_{lpha\in\Lambda}$ מניה משקנה: יהיו

. II. מטקנה: יהיו $(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ אזי $|\Lambda|\leq lpha_0$ מניה איטים מניה $\{X_lpha\,\}_{lpha\in\Lambda}$ אזי $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$

 $(\prod X_lpha,\mathcal{T}_{ ext{prod}})$ איי $|\Lambda| \leq lpha$ איי ספרבילים באשר משקנה: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha \in \Lambda}$ איי

טענה: יהי א מרחב מטרי התב"ש .II מניה X ullet

ספרבילי. X

. לינדלוף $X \bullet$ מרחב טופולוגי T_0 : מרחב טופולוגי X עבורו לכל X עבורו של X של של X עבורה מרחב טופולוגי של מרחב טופולוגי של מרחב טופולוגי אינים מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי של מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי אינים מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי של מרחב טופולוגי אינים מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי אינים מרחב טופולוגי אונים מרחב טופולוגי אינים מרחב טופולוגים מרחב טופולוגי אינים מרחב טופולוגי אינים מרחב טופולוגים מרח $x \notin \mathcal{V}$ או קיימת סביבה \mathcal{V} של \mathcal{V} עבורה $y \notin \mathcal{U}$

מרחב טופולוגי T_1 : מרחב טופולוגי X עבורו לכל עבורו אונים קיימת סביבה של עבורה x $x
otin \mathcal{V}$ וגם קיימת סביבה \mathcal{V} של $y
otin \mathcal{U}$ וגם קיימת

 $\mathcal U$ מרחב טופולוגי T_2 /האוסדורף: מרחב טופולוגי עבורו לכל אינים אונים קיימת סביבה מרחב מופולוגי בימח אונים קיימת מביבה אינים אינים אינים אינים אינים מרחב מרחב אינים $\mathcal{U} \cap \mathcal{V} = arnothing$ עבורן y של \mathcal{V} סביבה x וכן של x

> מסקנה: T_0 , T_1 , T_2 הינן תכונות טופולוגיות. T_0 אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א

 T_1 אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי מסקנה

 (X,\mathcal{S}) אזי T_i מרחב (X,\mathcal{T}) וכן \mathcal{T} מדינה על X באשר X באשר \mathcal{S} עדינה מ־ \mathcal{T} וכן מרחב \mathcal{T} , אזי

.מסקנה: $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ האוסדורף

 T_2 טענה: \mathbb{Q} המצוייד בטופולוגיה הקו־סופית הינו T_1 וכן אינו T_2 וכן אינו ד T_1 וכן אינו הקו־בת־מניה הקו בטופולוגיה בטופולוגיה תמצוייד בטופולוגיה הקו

 $.T_{2}$ הינו ($X,\mathcal{T}\left(d
ight)$) אוינו מטרי מטרי מיהי (X,d) אוינו

 T_i מרחב אזי $A \subseteq X$ וויהי וויהי $A \subseteq X$ מ"ט מ"ט מיהי יהי איזי מיט מענה: יהי מ"ט מ"ט מיט וויהי

 $ig(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}ig)$ איטים איי ($X_lpha\,$ מ"טים איי ($X_lpha\,$ מרחב איי ($X_lpha\,$) לכל איז יהיי איי איי אוי איי איי איי איי איי איי

תהא תהאשית הכפולה: תהא $\mathbb{R} imes \{0,1\}$ עם הטופולוגיה המושרית מ־ \mathbb{R}^2 הסטנדרטית ויהי עם $\mathbb{R} imes\{0,1\}/\sim$ אזי $\mathbb{R} imes\{0,1\}$ עם שקילות על $\sim=\mathrm{Id}\cup\{\left(\left(\begin{smallmatrix}a\\0\end{smallmatrix}\right),\left(\begin{smallmatrix}a\\1\end{smallmatrix}\right)\right)\mid a
eq0\}$

 $a,b\in X$ טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (\mathcal{T} הוא T_0) \Longrightarrow (לכל $a,b\in X$ שונים מתקיים $\overline{\{a\}}
eq \overline{\{a\}}$). .($x\in X$ סענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (X הוא (X,\mathcal{T}) קבוצה סגורה לכל (X,\mathcal{T}) טענה: יהי

. $(A=\bigcap_{A\subset\mathcal{U}}\mathcal{U}$ מ"ט איי (T_1 הוא T_1) מ"ט איי (X,\mathcal{T}) מתקיים שענה: יהי

טענה: יהי X מ"ט האוסדורף ותהא $\{x_n\}\subseteq X$ סדרה מתכנסת אזי קיים ויחיד עבורו $y\in X$.yמתכנסת ל $\{x_n\}$

 T_i מרחב טופולוגי T_i מקומית: מ"ט X עבורו לכל $x \in X$ קיימת סביבה u של u עבורה u הינה u T_0 טענה: יהי X מ"ט מקומית אזי X הינו סענה:

 $.T_1$ טענה: יהי X מ"ט T_1 מקומית אזי א הינו דיהי אינו מענה: יהי א

 T_2 אינו וכן מקומית מקומית היפולה הינו הישר עם הראשית הכפולה הינו קבוצה מסוג G_{δ} : יהי X מ"ט אזי $X\subseteq A$ עבורה קיימת $\mathcal{T}\subseteq A$ המקיימת קבוצה מסוג היי $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} U_n$

 $.G_{\delta}$ אזי $\{x\}$ אזי אזי $x\in X$ מניה וויהי מינה מ"ט משנה: יהי מ"ט מינה מ"ט מניה וויהי

לכל $r\left(a
ight)=a$ כבורה רציפה עבורה r:X o A אזי א בורה א מ"ט ותהא א מ"ט ותהא א אזי א אזי רr:X o A

נסג. $r:X\to A$ פיימת עבורה איז אזי אזי מ"ט אזי מ"ט אזי א עבורה אזי מינ מסג: יהי אזי מ"ט אזי

. סגורה אזי א נסג אזי $A\subseteq X$ האוסדורף ותהא אזי הי $A\subseteq X$ \iff לכל מענה: יהי X מ"ט T_1 תהא $A\subseteq X$ ויהי $X\in X$ ויהי $X\in X$ אזי ($x\in X$ נקודת הצטברות של A

 $|A \cap \mathcal{U}| \geq lepha$ מתקיים מתקיים $|A \cap \mathcal{U}|$).

. (מרחב סגורה) קבוצה אוי ($(a,a) \mid a \in X$) קבוצה אויסדורף קבוצה אוי ($(a,a) \mid a \in X$) קבוצה סגורה). x
otin E סגורה באשר $E \subseteq X$ ולכל אולכל עבורו לכל עבורו באשר אינורה באשר באשר באשר אולכל מרחב אונולוגי מרחב טופולוגי מרחב אונורא אינורא עבורו לכל $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{Q}$ וכן $E\subseteq\mathcal{V}$ וכן $x\in\mathcal{U}$ עבורן עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ קיימות

 $E\cap F=arnothing$ באשר סגורות סגורות לכל עבורו לכל עבורו עבורו מרחב מופולוגי מרחב מופולוגי מרחב אופולוגי מרחב אופולוגי ל $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{D}$ וכן $F\subset\mathcal{V}$ וכן $E\subset\mathcal{U}$ עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ קיימות

 T_1 מרחב טופולוגי T_3 : מרחב טופולוגי אולרי וכן T_3 $.T_1$ וכן נורמלי נורמלי מרחב מופולוגי Xמרחב מרחב ו $:T_4$ וכן מרחב מרחב

מסקנה: $T_3\,,\,T_4$ הינן תכונות טופולוגיות.

 $.T_2$ אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי

 $.T_3$ אזי א מרחב טופולוגי T_4 אזי א מרחב מרחב מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי טענה: \mathbb{R}_K הינו T_2 וכן אינו רגולרי.

טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף: נגדיר $\{(a,\infty)\mid a\in\mathbb{R}\}\,\cup\,\{\emptyset,\mathbb{R}\}$ איי

טענ**ה**: $\mathbb R$ המצוייד עם טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף הינו T_0 וכן אינו T_1 וכן אינו רגולרי וכן

 $.T_4$ טענה: $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ הינו

 $.\mathcal{V} \Subset \mathcal{U}$ אזי אזי $\overline{\mathcal{V}} \subseteq \mathcal{U}$ וכן אוכן עבורן עבורן עבורן אזי עבורן אזיי עבורן אזיי x טענה: יהי X מ"ט אזי (X רגולרי) \Longleftrightarrow (לכל $x\in X$ ולכל $x\in X$ סביבה של x קיימת סביבה x

 $\mathcal{U}\subseteq X$ סענה: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי) \Longleftrightarrow (לכל $E\subseteq X$ סגורה ולכל מ"ט אזי (X נורמלי) .($E\subseteq\mathcal{V}\Subset\mathcal{U}$ פתוחה עבורה $\mathcal{V}\subseteq X$ קיימת $E\subseteq\mathcal{U}$

משפט הלמה של אוריסון: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי) \Longleftrightarrow (לכל $A,B\subseteq X$ סגורות וזרות ולכל $.(f_{\textstyle \upharpoonright}{}_B = b$ וכן וכן $f_{\textstyle \upharpoonright}{}_A = a$ עבורה רציפה $f: X \to [a,b]$ קיימת קיימת קיימת (a,b) ב . רגולרי אזי א $A\subseteq X$ יהי רגולרי מייט מענה: יהי אזי מייט רגולרי אזי אזי אזי מייט רגולרי מענה

. טענה: יהי אזי מ"ט נורמלי ויהי א
 $E\subseteq X$ יהי נורמלי מ"ט מיט מיט טענה: יהי אזי מ $(\prod X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ לשענה: יהיו $(\alpha\in\Lambda$ מ"טים אוי ((X_{lpha}) מ"טים אוי ((X_{lpha}) מ"טים אוי ((X_{lpha})

 $(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ל $(lpha\in\Lambda$ לכל ל T_3 מסקנה: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ מסקנה: יהיו מסקנה: $\mathbb{R}^2_{ ext{Sorg}}$ הינו רגולרי וכן אינו נורמלי.

. מענה: יהי (X,\prec) יחס סדר טוב אזי א המצוייד עם טופולוגיית הסדר נורמלי יהי מרחב טופולוגי נורמלי לחלוטין: מ"ט X עבורו לכל מתקיים כי $A\subseteq X$ מתקיים כי A נורמלי.

 $\overline{A}\cap B=\varnothing$ וכן $A\cap \overline{B}=\varnothing$ עבורן $A,B\subseteq X$ מ"ט אזי מ"ט אזי מופרדות: יהי מופרדות: יהי א $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ מופרדות קיימות $A,B\subseteq X$ (לכל להלוטין) אזי (X נורמלי לחלוטין) אזי להי $A\subseteq\mathcal{U}$ וכן $A\subseteq\mathcal{U}$ זרות עבורן

 $\mathcal{B}_{\text{moore}}^{1} = \left\{ B_r\left(p\right) \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{\geq 0}\right) \wedge \left(p_2 > r > 0\right) \right\}$ שימון: $\mathcal{B}^2_{\mathrm{moore}} = \left\{ B_{p_2}\left(p\right) \cup \left\{ \left(p_1, 0\right) \right\} \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}\right) \right\}$ שימון:

 $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{ ext{moore}}^1\cup\mathcal{B}_{ ext{moore}}^2
ight)$ המישור של מור: $\mathbb{R} imes\mathbb{R}_{>0}$ מצוייד עם הטופולוגיה טענה: המישור של מור הינו קשיר האוסדורף רגולרי וכו אינו נורמלי.

מסקנה: יהי X מ"ט רגולרי לינדלוף אזי X נורמלי. $d' \leq 1$ מושרית מהמטריקה d אזי קיימת מטריקה של עבורה X עבורה X משל יהי יהי X מייט באשר אווירית מהמטריקה אזי קיימת מטריקה אווירים משלים באשר

 $ig(\prod X_n,\mathcal{T}_{ ext{prod}}ig)$ ו \iff ($n\in\mathbb{N}$ מטריזבילי לכל X_n) מ"טים אזי אזי אזי אזי (X_n) מ"טים אזי מטריזבילי למה: יהיו

מטריזבילי. מסקנה: $\left(\mathbb{R}^{\aleph}0\;,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\right)$

. נורמלי. אזי א מ"ט רגולרי ומניה אזי אזי מ"ט רגולרי מענה: יהי א מ"ט רגולרי ומניה אזי אזי מ

משפט המטריזציה של אוריסון: יהי X מ"ט T_0 רגולרי ומניה X מטריזבילי. $\mathcal U$ עבורה של x של של סביבה סביבה עבורו לכל א עבורו מיט עבורו מטריזבילי מקומית: מ"ט עבורו מיט א עבורו מטריזבילי מקומית:

> טענה: יהי אזי מ"ט מ"ט רגולרי לינדלוף ומטריזבילי מקומית אזי אזי T_0 מטריזבילי. יהי אינדלוף מטריזבילי המקיימים אמחב אופולוגי המפקטי: מרחב אופולוגי עבורו לכל X עבורו אופולוגי המפקטי: מרחב אופולוגי מרחב אופולוגי מרחב אופולוגי אופולוגי מרחב אופולוגי החב

 $\bigcup_{i=0}^n \mathcal{U}_{f(i)} = X$ עבורה $f:[n] o \Lambda$ וקיימת $n \in \mathbb{N}$ קיים $\bigcup \mathcal{U}_lpha = X$ טענה: יהי \mathcal{B} בסיס של (X,\mathcal{T}) אזי (X,\mathcal{T}) אזי המקיימים (X,\mathcal{T}) אזי הי \mathcal{B} בסיס של פענה: יהי \mathcal{B} . $\bigcup_{i=0}^n \mathcal{B}_{f(i)} = X$ עבורה $f:[n] o \Lambda$ וקיימת $n \in \mathbb{N}$ קיים $\mathcal{B}_{\alpha} = X$. טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית קופקטי

.(סופי). המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X קומפקטי) אוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X סופי). . סענה: תהא X קומפקטי. עופית ותהא $\mathcal T$ טופית ותהא אזי (X אזי תהא X קומפקטי.

. אענה: $\mathbb R$ המצוייד עם הטופולוגיה הקו־סופית קומפקטי . מסקנה: יהיו אינו אינו אינו המצוייד עם הטופולוגיה (a,b) אזי אינו קומפקטי היהיו יהיו

. אזי קומפקטית הסטנדרטית עם הטופולוגיה [a, b] אזי אזי a, bסענה: יהי X מ"ט ויהי $Y\subseteq X$ אזי (Y קומפקטי) אזי (לכל X מ"ט ויהי איט ויהי אזי $Y\subseteq X$ אזי אזי (לכל .($Y\subseteq\bigcup_{i=0}^n\mathcal{U}_{f(i)}$ עבורה $f:[n]\to\Lambda$ וקיימת $n\in\mathbb{N}$ קיים $Y\subseteq\bigcup\mathcal{U}_{\alpha}$

Y סגורה אזי $Y \subseteq X$ סענה: יהי X מ"ט קומפקטי ותהא אור $Y \subseteq Y$ סגורה אזי $Y \in Y$ עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}_X$ אזי קיימות x
otin Y קומפקטי ויהי אואי קיימות אזי קיימות עבורן $Y\subseteq X$ עבורן

 $\mathcal{U} \cap \mathcal{V} = \emptyset$ (c) $Y \subset \mathcal{V}$ (c) $x \in \mathcal{U}$ סענה: יהי X האוסדורף ותהא $Y\subseteq X$ האוסדורף ותהא אזי קומפקטי אזי סגורה.

. רגולרי. אזי איזי אוסדורף האוסדורף אזי איזי איזי אולרי. טענה: יהי

טענה: יהי X קומפקטי ותהא f:X o Y קומפקטי ותהא אזי f:X o Y

מסקנה: קומפקטיות הינה תכונה טופולוגית. . הומיאומורפיזם f אזי f הומיאומורפיזם f:X o Y הומיאומורפיזם הומיאומורפיזם הומיאומורפיזם הומיאומורפיזם . שיכון. אזי f אזי f רציפה וחח"ע אזי f:X o Y ותהא אזי f:X o Y האוסדורף ותהא תכונת החיתוך הסופי: יהי X מ"ט אזי $\{A_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ אזי אזי יהי מ"ט אזי אזי אונכל

 $\bigcap_{i=1}^n A_{f(i)} \neq \emptyset$ מתקיים $f:[n] \to \Lambda$ $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ טענה: יהי X משפחה של קבוצות סגורות המקיימת (לכל $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ משפחה של קבוצות סגורות המקיימת את תכונת החיתוך הסופי מתקיים $\mathcal{A}
eq \emptyset$.

> . מטריזבילי מטריזבילי מסריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי אוס אוסדורף קומקפטי מטריזבילי X ספרבילי. סענה: יהי א קומפקטי מטריזבילי אזי X

 $(II \ automath{^{\circ}} X) \Longleftrightarrow (טענה: יהי X) מניה אזי (מוסדורף קומפקטי אזי (מוסדורף אזי מוסדורף קומפקטי אזי (מוסדורף קומפקטי אורי איי (מוסדורף קומפקטי איי (מוסדורף קומפקט איי (מוסדורף קומפקט איי (מוסדורף קומפקט איי (מוסד$

Y אזי f:X o Y אוירף ותהא אוירף רציפה ועל אזי f:X o Y רציפה ועל אזי איזי אוירים יסענה: יהי

 $\Gamma_f)$ לשענה: (f:X o Y) אזי אוי (f:X o Y) אוי האוסדורף קומפקטי ותהא אוי (f:X o Y)ללא X imes Y פיסוי פתוח של $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}\left(X imes Y
ight)$ ויהי מ"ט ויהי א קומפקטי יהי קומפקטי יהי א מ"ט ויהי תת־כיסוי סופי אזי קיימת $X \in X$ עבורה לכל סביבה של סביבה עבורה לכל עבורה אינה אינה אינה מת־כיסוי אונה עבורה לכל עבורה אינה אינה ניתנת

A לכיסוי סופי על ידי אברי למת: יהיו $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}\left(X \times Y \times Z\right)$ יהי קומפקטי הי מ"טים יהי למת: יהיו למת: יהיו א מ"טים יהי קומפקטי יהי מתקיים כי מתקיים על סביבה לכל עבורה לכל $x \in X$ מתקיים סופי ותהא א ללא ללא תר־כיסוי סופי ותהא סביבה $\mathcal U$ סביבה לכל $y\in Y$ אינה אזי קיימת על ידי סופי על ידי לכיסוי ניתנת עבורה לכל $\mathcal U$ אינה ניתנת לכיסוי אינה על ידי אברי

. של אינה ניתנת לכיסוי אינה על א $\mathcal{U} \times \mathcal{V} \times Z$ מתקיים של y סביבה של אינה ולכל של אינה מתקיים כי $(\prod_{i=1}^n X_i, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ישענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^n$ מ"טים אזי $\{X_i\}_{i=1}^n$ סענה: יהיו

 $ig(\prod_{i=1}^\infty X_i,\mathcal{T}_{ ext{prod}}ig)$ ישענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^\infty$ מ"טים אזי (X_i קומפקטי לכל X_{lpha}) טענה: (אקסיומת הבחירה) לכל אפריים (ארן אולכל ארכל איטים מתקיים (אקסיומת הבחירה) שענה: (אקסיומת הבחירה) קומפקטי לכל א $(\prod X_{lpha}\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ל $(lpha\in\Lambda)$ קומפקטי)).

 \iff ($lpha\in\Lambda$ סיסקנה משפט טיכונוב: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ מיטים אזי משקנה משפט טיכונוב: יהיו $(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{prod})$ קומפקטי).

אינו קומפקטי. $\left(\prod_{n=1}^{\infty} \{0,1\}, \mathcal{T}_{\text{box}}\right)$ רציפה f:X o Y ותהא א f:X o Y מ"ט מצוייד עם טופולוגיית הסדר ותהא א קומפקטי יהי

 $x\in X$ לכל $f\left(a
ight)\leq f\left(x
ight)\leq f\left(b
ight)$ עבורם $a,b\in X$ אזי קיימים עבורו $\delta>0$ אזי X מספר לבג: יהי מרחב מטרי קומפקטי ויהי ויהי $\mathcal{A}\subset\mathcal{P}\left(X
ight)$ ויהי קומפקטי מספר לבג:

רציפה f:X o Y מסקנה: יהי f:X o Y מרחב מטרי ותהא איי f:X o Y מסקנה: יהי מסקנה: יהי מסקנה: יהי מסקנה

. משנה: יהי X מ"ט קומפקטי אזי X מ"ט קומפקטי מקומית מענה:

וכן קומפקטית עבורה $\overline{\mathcal{V}}$ עבורה x של סביבה של x קיימת עx סביבה של לכל לכל $x\in X$

. אינו קומפקטי מקומית $\left(\mathbb{R}^{leph0}\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}
ight)$ טענה:

 $f\left(X
ight)$ אזי ופתוחה אזי f:X
ightarrow Y מ"ט ותהא איי מקומית יהי אזי קומפקטי מקומית יהי איי מ"ט ותהא

. אינת: יהי X קומפקטית מקומית ותהא $Y \subset X$ סגורה אזי Y קומפקטית מקומית יהי Xטענה: יהי X האוסדורף קומפקטי מקומית ותהא $Y \subset X$ פתוחה אזי Y קומפקטית מקומית.

 \iff ($i \in [n]$ טענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^n$ מ"טים אזי לוא קומפקטי מקומית לכל לואר $\{X_i\}_{i=1}^n$ (חומפקטי מקומית) קומפקטי מקומית) (חומפקטי מקומית) $\left(\prod_{i=1}^{n} X_{i}, \mathcal{T}_{\text{prod}}\right)$

. קומפקטית $f^{-1}(C)$

f:X o Y שיכון שיכון עבורו איז מ"ט אזי מ"ט אזי מ"ט אזי מומפקטי והאוסדורף אורף עבורו מיים אזי מ"ט אזי מ $\overline{f(X)} = Y$ המקיים

> הערה: קומפקטיפיקציה היא לעיתים מ"ט ולעיתים השיכון. X בפוף ב־X משקנה: יהי X מ"ט ותהא Y קומפקטיפיקציה אזי X צפוף ב-

 $g\circ i=f$ רציפה עבורה g:Y o Z היימת לינת f:X o Z ולכל

לכל $\pi_{lpha}\left(a
ight)$ אזי ($\pi_{lpha}\left(a_{n}
ight)\right)_{n=0}^{\infty}$ לכל מתכנסת ל- $b\in\prod_{lpha\in\Lambda}X_{lpha}$

. סענה: [0,1] o [0,1] קומפקטית וכן אינה קומפקטית סדרתית.

. היתית קומפקטי אזי א קומפקטי סדרתית אזי אזי א קומפקטי סדרתית.

טענה: הישר הארוך הינו קומפקטי סדרתית וכן אינו קומקפטי וכן אינו מטריזבילי. $\Delta\subseteq\Lambda$ וכן קיימת הכל מקומית מקומית אזי מ"טים אזי מ"טים מ"טים מיטים מיטים מקומית יהיו אזי מ"טענה: יהיו $\{X_\alpha\}_{\alpha\in\Lambda}$

מרחב מטרי (A,d)) אזי (A סגורה) אזי אלם ותהא מטרי שלם מטרי מרחב (X,d) אזי יהי

. $ho\left(d
ight)\left(x,y
ight)=\sup_{lpha\in\Lambda}\left\{\min\left\{d\left(x_{lpha},y_{lpha}
ight),1
ight\}
ight\}$ המוגדרת $ho\left(d
ight) < 1$ וכן X^{Λ} וכן X^{Λ} מטריקה מעל $ho\left(d
ight)$ מרחב מטרי ותהא Λ קבוצה אזי $ho\left(d
ight)$

מטרי במרחב סגורה מטרי אזי ענה: אויה (Y,d) מרחב מיט יהי איזי טענה: יהי מ"ט איזי מ"ט ויהי

 $(Y^X, \rho(d))$ מסקנה: יהי X מרחב מטרי שלם אזי C (X,Y) מרחב מטרי שלם. מרחב מטרי שלם.

טענה: יהי $\{0,1\}$ המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי $\{0,1\}$ קומפקטי וכן

 $A\subseteq\mathcal{U}$ אם עבורה עבורה אז קיימת איז איז איז או diam $(A)<\delta$ אם א $A\subseteq X$. טענה: יהי X מרחב מטרי קומפקטי ויהי $\mathcal{A}\subset\mathcal{P}\left(X
ight)$ כיסוי מחוח של אזי קיים מספר לבג.

 $D \subseteq X$ קיימת $x \in X$ עבורו לכל עבורו מרחב מרחב מחומית: מרחב מופולוגיה איימת מחומית $x \in \mathcal{U}$ פתוחה המקיימת $\mathcal{U} \subset D$ פתוחה המקיימת

שענה: יהי X האוסדורף התב"ש

. קומפקטית קומפקטית באשר $\overline{\mathcal{U}}$ קומפקטית אכל $x\in X$ לכל $x\in X$

. רגולרי. אזי א האוסדורף קומפקטי מקומית אזי א רגולרי. מסקנה: יהי

. מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי מקומית \mathbb{R}^n

טענה: 🗘 מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית אינו קומפקטי מקומית.

קומפקטית מקומית. מסקנה: קומפקטיות מקומית הינה תכונה טופולוגית.

עבורה לכל $C\subseteq Y$ עבורה איים אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי א קומפקטית מתקיים כי $f:X\to Y$ אזיי אזי יהיו

 $|Y\setminus X|=1$ עבורה אביקודתית/אלכסנדרוב: יהי איזי קומפקטיפיקציה עבורה אדינקודתית/אלכסנדרוב: יהי איזי קומפקטיפיקציה איזי חד־נקודתית/אלכסנדרוב טענה: יהי א האוסדורף קומפקטי מקומית שאינו קומפקטי אזי קיימת ל־X קומפקטיפיקציה יהי

טענה: יהי לא מ"ט ותהיינה $Z,\,Y$ קומפקטיפיקציות אויינה א קומפקטיפיקציות מורפיים. מייט ותהיינה א מ"ט ותהיינה א קומפקטיפיקציות אויינה א מ

למה: יהיו מדרה ויהי $a:\mathbb{N} o \prod_{lpha \in \Lambda} X_lpha$ מ"טים תהא אמ"טים מהיו זהיו למה: יהיו

. מצוייד עם טופולוגיית הסדר המילוני הינו קומפקטי וכן קומפקטי סדרתית. $\left[0,\,1
ight]^2$

טופולוגיית הישר ארוך: יהי $\omega_1\times [0,1)$ אזי בן־מניה שאינו הסודר המינימלי יהי מצוייד עם מצוייד שהידר הסודר הארוך: יהי

סופית עבורה $(\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ל $(eta\in\Lambda\setminus\Delta)$ קומפקטי קומפקטי קומפקטי לכל אורה $(\beta\in\Lambda\setminus\Delta)$

. מרחב מטרי שלם ($X, \min \{d, 1\}$) אזי שלם מטרי מטרי מרחב מטרי אזי (X, d) איזי $ho\left(d
ight):X^\Lambda imes X^\Lambda o\mathbb{R}$ אוי קבוצה אזי מרחב מטרי ותהא (X,d) המטריקה האחידה: היי היי

טענה: יהי (X,d) מרחב מטרי שלם ותהא Λ קבוצה אזי (X,d) מרחב מטרי שלם. ותהיינה f:X o Y מרחב מטרי מרחב (Y,d) ותהיינה למה: יהי Xרציפה. איי $f_n \xrightarrow{u} f$ איי עבורן עבורן רציפות רציפה $\{f_n\}_{n=0}^{\infty} \subseteq X o Y$