```
טענה: יהי a\in\mathcal{U} יהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subset\mathbb{R}^n יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                      B_r\left(a
ight) = \{x \in \mathbb{R} \mid \|x-a\| < r\} אזי r \in \mathbb{R} ויהי והי a \in \mathbb{R}^n יהי היו פתוח: יהי
                                                                                                    (f \in \mathcal{D}(a)) \iff (\forall i \in \{1 \dots m\} . f_i \in \mathcal{D}(a))
                                                                                                                                                                                                                                                                                             Sr\left(a
ight)=\{x\in\mathbb{R}\mid\|x-a\|=r\} אוי r\in\mathbb{R} ווהי a\in\mathbb{R}^n יהי יהי ספירה: יהי
                                                         אזי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R}^{m} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} יהי דיפרנציאל/יעקוביאן: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                               .int (M)=\stackrel{\circ}{M}=\{x\in M\mid \exists r>0.B_{r}\left(x
ight)\subseteq M\} אזי M\subseteq\mathbb{R}^{n} אויה מנים של קבוצה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  M=\stackrel{\circ}{M} עבורה M\subset\mathbb{R}^n קבוצה פתוחה:
                                                                                                                                                                                                                                              נקודה חיצונית. \exists r>0.B_{r}\left(x
ight)\subset\mathbb{R}^{n}\setminus M המקיימת x\in\mathbb{R}^{n} אזי x נקודה חיצונית. תהא M\subset\mathbb{R}^{n}
                                                                                                                                                                                                                                        . נקודה מבודדת אזי x אזי א \exists r>0.B_{r}\;(x)\cap M=\{x\} המקיימת המקיימת אזי אזי אזי אזי תהא ותהא אזי תהא המבודדת תהא
                    \left(\mathcal{D}_{f}\left(a
ight)
ight)_{i,j}=rac{\partial f_{i}}{\partial x_{j}}\left(a
ight)איז f\in\mathcal{D}\left(a
ight) איז f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקנינת: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}
                                                                                                                                                                                                                                                                     . נקודת שפה: תהא x נקודה אזי א נקודה מנימית לא נקודה על תהא ותהא ותהא ותהא ותהא M\subseteq\mathbb{R}^n נקודת שפה: מקודת שפה
                                                                                                                                                                                                                                                                                             .\partial M=\{x\in M\mid M שפה של קבוצה: תהא M\subseteq\mathbb{R}^n אזי M\subseteq\mathbb{R}^n אזי קבוצה
                                                              מאיי c\in\mathbb{R}^m ויהי a\in\mathcal{U} יהי f,g:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m משפט: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n ויהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               .\partial M\subseteq M עבורה M\subseteq\mathbb{R}^n קבוצה סגורה: קבוצה סגורה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        \overline{M}=\stackrel{\circ}{M}\cup\partial M אזי M\subseteq\mathbb{R}^n סגור של קבוצה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    M^{\mathcal{C}}מסקנה: תהא M \subseteq \mathbb{R}^n אזי (M פתוחה) אזי מסקנה: תהא
                         \mathcal{D}_f\in C\left(\mathcal{U}
ight) וכן f\in\mathcal{D}\left(\mathcal{U}
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m תחום אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n וכן וכן
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  \exists r>0.M\subset B_{r}\left(0
ight) המקיימת M\subset\mathbb{R}^{n} קבוצה קבוצה קבוצה
                            \forall i \in [m] \ . \ orall j \in [n] \ . \ rac{\partial f_i}{\partial x_j} \in C \ (\mathcal{U}) אוי f \in C^1 \ (\mathcal{U},\mathbb{R}^m) תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n יהי שסקנת: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    , סגורה חסומה אינרה הבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה אינרה חסומה.
                                                                                                                                                                                                                       טענה היינה בורל: תהא A\subseteq\bigcup_{n\in\Lambda}I_n אוי (A\subseteq\bigcup_{n\in\Lambda}I_n קומפקטית) קבוצות פתוחות עבורן אוי אוי (A\subseteq\bigcup_{n\in\Lambda}I_n אוי אוי (לכל אוי לכל לכל אוי לכל לכל אוי אוי בורל: תהא
             f\in\mathcal{D}\left(\mathcal{U}
ight) אוי \forall i\in\left[m
ight]. orall j\in\left[n
ight]. rac{\partial f_{i}}{\partial x_{s}}\in C\left(\mathcal{U}
ight) עבורה f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R}^{m} אוי ששפט: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} אוי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          (\exists \mathcal{B} \in \mathcal{P}_{\leq \aleph_0} (\Lambda) . A \subseteq \bigcup_{n \in \mathcal{B}} I_n
                                                                                                                              מסקנה: יהי f:\mathcal{U} 
ightarrow \mathbb{R}^m ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n אזי
                                                                                                                                                                                                                                      \lim_{k	o\infty}a^{(k)}=L אוי \lim_{k	o\infty}\left\|a^{(k)}-L
ight\|=0 עבורן עבורן L\in\mathbb{R}^n אוי a\in(\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} אמי גבול: תהא
                                                                   \left(\forall i \in [m] . \forall j \in [n] . \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \in C\left(\mathcal{U}\right)\right) \Longleftrightarrow \left(f \in C^1\left(\mathcal{U}, \mathbb{R}^m\right)\right)
                                                                                                                                                                                                                                  .\Big(\forall j\in[n]\ .a_j^{(k)}\xrightarrow[k\to\infty]{}b_j\Big)\Longleftrightarrow\Big(a^{(k)}\xrightarrow[k\to\infty]{}b\Big) \text{ אוי }b\in\mathbb{R}^n \text{ ווה }a\in(\mathbb{R}^n)^\mathbb{N}
                                                            נגזרת ביוונית: יהי v\in\mathbb{S}^{n-1} יהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי יהי
                                                                                                                                                                                                                            .ig(orall arepsilon>0.\exists k\in\mathbb{N}.orall m,\,p>k.\, ig\|a^{(m)}-a^{(p)}ig\|<arepsilonig)\Longleftrightarrowמשפט קושי: תהא a\in(\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} אזי אזי a\in(\mathbb{R}^n)
                                                                                                                              \frac{\partial f}{\partial v}(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+hv) - f(a)}{h}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        וו
משפט בולצאנו ווירשטראס: לכל סדרה חסומה קיימת תת־סדרה מתכנסת.
      .rac{\partial f}{\partial v}\left(a
ight)=
abla f\left(a
ight)\cdot v אוי אי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} ותהא ענה: יהי U\subseteq\mathbb{R}^n אוי תחום יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                      המקיימת a^{\left(k_i\right)} אזי (א קומפקטית) אזי איז (לכל הקיימת תת־סדרה אזי אזי אזי אזי אזי אזי (לכל המפיימת) המקיימת תהיסדרה המקיימת תהיסדרה המקיימת המשפט:
\dfrac{\partial f}{\partial v}(a)=\mathcal{D}_f\left(a
ight)\cdot v אוי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m התחום יהי v\in\mathbb{S}^{n-1} תחום יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n התחום יהי
                                                                                          אזי c \in \mathbb{R}^m ויהי f: \mathcal{U} 	o \mathbb{R}^m תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n ויהי מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                                        f_i:A	o\mathbb{R} כאשר f=\langle f_1,\ldots,f_m
angle הערה: תהא לf:A	o\mathbb{R}^m כאשר f:A	o\mathbb{R}^m כאשר להיה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                              L\in\mathbb{R}^m ותהא a\in\mathbb{R}^n תהא f:A	o\mathbb{R}^m תהא A\subseteq\mathbb{R}^n ותהא גבול: תהא
                                                                                                  .(\forall x \in \mathcal{U}.f\left(x\right) = c) \Longleftrightarrow \left(\forall x \in \mathcal{U}.\mathcal{D}_{f}\left(x\right) = 0\right)
                                                                                                                                                                                                                                            \lim_{x\to a} f(x) = L איי \forall x \in A^{\mathbb{N}}. (x^{(k)} \to a) \Longrightarrow (f(x^{(k)}) \to L) היינה: אם \bullet
                                                                              c\in\mathbb{R}^m ויהי A\in M_{m	imes n}\left(\mathbb{R}
ight) תהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^{m} ויהי מסקנת: תהא
                                                                                                                                                                                                                        אזיי \forall arepsilon > 0. \exists \delta > 0. \forall x \in A \backslash \left\{a\right\}. \|x - a\| < \delta \implies \|f\left(x\right) - L\| < \varepsilon אזי \bullet
                                                                                   (\forall x \in \mathcal{U}.f(x) = Ax + c) \iff (\forall x \in \mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x) = A)
                                                                                                                                                                                                                                                        .f\left(a\right)=\lim_{x\,\to\,a}\,f\left(x\right) עבורה עבורה a\in A אזי אf:A\to\mathbb{R}^{m} תהא A\subseteq\mathbb{R}^{n} תהא רציפות בנקודה: רציפות בי
                 \dfrac{\partial \left(\dfrac{\partial f}{\partial x_j}
ight)}{\partial x_i}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_i\partial x_j} גוירה איז \dfrac{\partial f}{\partial x_j} גוירה אוי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} גוירה אוי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} גוירה אוי גוירה אוי הייו
                                                                                                                                                                                                                               (f_1,\ldots,f_m\in C\,(b))\Longleftrightarrow (f\in C\,(b)) אזי אוB\subseteq A ותהא f:A	o \mathbb{R}^m תהא A\subseteq \mathbb{R}^n משפט: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  . רציפה \gamma:I 
ightarrow \mathbb{R}^m קטע אזי והי והי רציפה יהי קטע אזי
                                                                                               .\gamma\left(t
ight)=\left(1-t
ight)a+tb כך כך \gamma:\left[0,1
ight]
ightarrow\mathbb{R}^{m} נגדיר a,b\in\mathbb{R}^{m} נאדיר של קו של קו של קו של ישר: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                           [a,b]=\mathrm{Im}\,(\gamma) אזי bל איז בין aל קו ישר קו מסילה \gamma:[0,1] 	o \mathbb{R}^m ותהא a,b \in \mathbb{R}^m יהיו
a~\in~\mathcal{U} יהיי rac{\partial f}{\partial x_i}, rac{\partial f}{\partial x_j}~\in~C^1\left(\mathcal{U}
ight) עבורן i,j~\in~\{1\dots n\} יהי f~:~\mathcal{U}~\to~\mathbb{R} אזיי f~:~\mathcal{U}~\to~\mathbb{R}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                             .\forall a,b \in M.\,[a,b] \subseteq M המקיימת M \subseteq \mathbb{R}^n קבוצה קמורה: קבוצה 
                                                                                                                                                                                                                                                                                                             טענה: יהי B_{r}\left(a
ight),\overline{B}_{r}\left(a
ight) אזי r\in\mathbb{R} יהי a\in\mathbb{R}^{n} קבוצות קמורות.
                                                                                                                                               .\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} (a) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} (a)
                                                                                                                                                                                                                         \gamma\left(1
ight)=y וכן \gamma\left(0
ight)=x המקיימת \gamma:\left[0,1
ight]
ightarrow M קיימת מסילה x,y\in M וכן עבורה לכל עבורה לכל
                                                             \partial x^K=\partial x_1^{K_1}\,\ldots\partial x_n^{K_n} וכן |K|=\sum_{i=1}^n K_i איי אוי K\in\mathbb{N}^n סימון: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                     .\bb \mathcal{A}=M פתוחה איי קיימת \mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}_{<\aleph_0} (\mathbb{R}^n) פתוחה איי קיימת M\subseteq\mathbb{R}^n שענה: תהא
מסקנות הוא הנגזרות של פרמוטציה אזי כל פרמוטציה עבורה עבורה עבורה עבורה \mathcal{D}_f\in C^k עבורה עבורה עבורה אזי אזי אזי אזי אזי מסקנות: יהי K\in\mathbb{N}^n יהי
                                                                                                                                                                                                                                 f(a),f(b)\subseteq f(a,b) מתקיים f(a)< f(b) בורן a,b\in A המקיימת לכל f(a)\in A המקיימת לכל f(a)
                                                                                                                                                                                                                                                                                              . מקיימת את תכונת דרבו קשירה f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) קשירה את תכונת דרבו ענה: תהא f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight)
                                                                                                                                                                                                                                                                     עבורם x,y\in\mathcal{K} אזיי קיימים אזי קיימים ווירשטראס: תהא א קומפקטית ותהא אווי קומפקטית תהא אוי קיימים אוירשטראס:
                                                                  .\|Av\|_{\mathrm{st}} \leq \|A\|_{\mathrm{st}} \cdot \|v\|_{\mathrm{st}} איי אי v \in \mathbb{R}^n ויהי A \in M_{m 	imes n} (\mathbb{R}) טענה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     .f\left(\mathcal{K}\right)=\left[f\left(x\right),f\left(y\right)\right]
וכן g:\mathcal{V}	o\mathbb{R}^k , f:\mathcal{U}	o\mathcal{V} ותהיינה a\in\mathcal{U} תחומים תהא \mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}^m , \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n וכן יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                                                           רמקיימת f:\mathcal{M} 	o \mathbb{R}^n אזי \mathcal{M} \subset \mathbb{R}^n המקיימת (במ"ש): תהא
                                                         \mathcal{D}_{g\circ f}\left(a\right)=\mathcal{D}_{g}\left(f\left(a\right)\right)\cdot\mathcal{D}_{f}\left(a\right)וכן g\circ f\in\mathcal{D}\left(a\right)אזי g\in\mathcal{D}\left(f\left(a\right)\right)
                                                                                                                                                                                                                                                                                 .\forall \varepsilon > 0. \exists \delta > 0. \forall x,y \in \mathcal{M}. \, \|x-y\| < \delta \Longrightarrow \|f\left(x\right) - f\left(y\right)\| < \varepsilon
משוואת המישור המשיק לגרף הפונקציה בנקודה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n תחום יהי a\in\mathcal{U} ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} עבורה עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                    . טענה: תהא f\in C\left(\mathcal{K},\mathbb{R}^m
ight) אויי קומפקטית רציפה במ"ש. איי f\in C\left(\mathcal{K},\mathbb{R}^m
ight)
                                                                                                                         y - f(a) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(a) (x_i - a_i)
                                                                                                                                                                                                                                                             מתקיים \lambda\in\mathbb{R} ולכל a\in L אוי עבורה לכל v:L	o\mathbb{R} אזי מעל \mathbb{R} אזי סופית מרחב וקטורי נוצר מרחב מורמה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       .(\upsilon\:(a)\geq 0) \land ((\upsilon\:(a)=0) \Longleftrightarrow (a=0)) \quad \bullet
אזי f \in \mathcal{D}\left(a
ight) עבורה f: \mathcal{U} 	o \mathbb{R} אווי a \in \mathcal{U} תחום יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n אזי יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   .\upsilon\left(\lambda a\right)=\left|\lambda\right|\cdot\upsilon\left(a\right) הומוגניות: •
                                                                                                                                                                 .N_{a} = (-\nabla f(a), 1)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                              .\upsilon\left(a+b
ight)\leq\upsilon\left(a
ight)+\upsilon\left(b
ight) אי שיוויון המשולש (אש"מ): •
                            . \nabla f\left(a
ight)\perp\Pi_{f\left(a
ight)} איי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) עבורה f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} ותהא a\in\mathcal{U} יהי היי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} איי
                                                                                                                                                                                                                                                                a\cdot\eta\leq v\leq b\cdot\eta המקיימים a,b>0 הימים עבורן פיימים v,\eta:\mathbb{R}^n	o\mathbb{R} הורמות שקולות:
                                                                                                                 נקודת קיצון: יהי f:\mathcal{U} 
ightarrow \mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          טענה: שקילות נורמות הינו יחס שקילות.
                                  . \forall x \in \mathcal{O}. f\left(x\right) \geq f\left(a\right) המקיימת סביבה עבורה עבורה עבורה מינימום מקומי: a \in \mathcal{U} אבורה מינימום מקומי: •
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           . שקולות. v, \|\cdot\| אזי v: \mathbb{R}^n 	o \mathbb{R} שקולות.
                               . \forall x \in \mathcal{O}. f\left(x\right) \leq f\left(a\right) המקיימת סביבה עבורה קיימת עבורה קיימת מקומי: a \in \mathcal{U} . עבורה קיימת מקסימום מקומי: •
                                                                                                                                                                                                                                  \left(v\left(x^{(k)}
ight)
ightarrow0
ight)\Longleftrightarrow\left(
ho\left(x^{(k)}
ight)
ightarrow0 איז איז x\in(\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} נורמות ותהא v,
ho:\mathbb{R}^n
ightarrow\mathbb{R} מסקנת: תהיינה
                                                     .
abla f\left(a
ight)=0 אזי קיצון אזי a\in\mathcal{U} ותהא ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n משפט פרמה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                   . \|v\|_p=\left(\sum_{i=1}^n|v_i|^p\right)^{\frac{i}{p}} עבור p\in\mathbb{N}_+ עבור עבור p\in\mathbb{N}_+ נורמת נורמת וומת אווי פורמת וורמת וורמת אווי עבור וורמת וו
                                                       \mathcal{D}_f\left(a
ight)=0 קיצון אזי a\in\mathcal{U} ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                         \|v\|_{\infty}=\max_{1\leq i\leq n}|v_i| כך כך \|v\|_{\infty}:\mathbb{R}^n	o\mathbb{R} נגדיר נורמה \ell_{\infty}:\ell_{\infty}
                        \mathcal{D}_f\left(a
ight)=0 המקיימת a\in\mathcal{U} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי היימת לקיצון: יהי
                                                                           נגדיר a,b\in\mathbb{R}^n ויהיו f\in C^k\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n ויהיו הגדרה: יהי
                                                                      \mathcal{D}_{(a,b)}^k f = \sum_{\substack{V \in \mathbb{N}^n \\ |V| = k}} \binom{k!}{V_1, \ldots, V_n} \prod_{i=1}^n \left(a_i - b_i\right)^{V_i} \frac{\partial^k}{\partial x^V} f
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        מסקנה: תהא a\in(0,1) ויהי \gamma:[0,1]	o\mathbb{R}^m אזי
                                                                                טענה: יהי a,b\in\mathbb{R}^n ויהיו f\in C^k\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי
                                                                                                                                                                                                                       L\in 	ext{Hom }(\mathbb{R}^n,\mathbb{R}) עבורה קיימת f:\mathcal{U}	o \mathbb{R} אזי a\in \mathcal{U} תחום ויהי \mathcal{U}\subseteq \mathbb{R}^n המקיימת
                                                                                                                        \mathcal{D}_{(a,b)}^{k} f = \left(\sum_{i=1}^{n} (a_i - b_i) \frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^{k}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           f(x) = f(a) + L(x - a) + o(||x - a||)
                                                                                                                                                                                                                                                                               f\in\mathcal{D}\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} איזי f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subset\mathbb{R}^n דיפרנציאבילית על
משפט טיילור: יהי u\subseteq \mathcal{U} תחא u\in \mathcal{U} תחום יהי u\in \mathcal{U} תחום u\in \mathcal{U} עבורה u\in \mathcal{U} עבורה u\in \mathbb{R}^n
                                                                                                                                                                                                                                                                   f\in\mathcal{D}\left(a
ight)\Longrightarrow f\in C\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} ויהי ווהי f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} אזי יהי
    f\left(x\right)=\sum_{i=0}^{k}\frac{1}{i!}\mathcal{D}_{\left(x,a\right)}^{i}f\left(a\right)+\frac{1}{\left(k+1\right)!}\mathcal{D}_{\left(x,a\right)}^{k+1}f\left(c\right) של x\in\mathcal{O} אוי קיים x\in\mathcal{O} אוי קיים בורו
                                                                                                                                                                                                                                                               .gradf\left(a
ight)=[L]_{	ext{st}} איזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} ותהא a\in\mathcal{U} ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n דיפרנציאבילית איזי
                                                                                                                                                                                                                                                            .
abla f\left(a
ight)=\mathrm{grad}f\left(a
ight) אזי אזי f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} ותהא a\in\mathcal{U} תחום הי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי שימון: יהי
                                        .ig(H_fig)_{i,j}=f_{x_i,x_j}'' יהי אזי פעמיים אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי הסיאן: יהי
                                                                                                                                                                                                                            rac{\partial f}{\partial x_i}\left(a
ight)=\lim_{h	o 0}rac{f(a+hx_i)-f(a)}{h} אוי a\in\mathcal{U} אוי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n נגזרת חלקית: יהי
                                      עבורו c\in[x,a] איי קיים אזי קיים מענה: ותהא או f\in C^2 (\mathcal{U},\mathbb{R}) עבורו תחום תהא ענה: יהי יהי
                                                                                                                                                                                                                                                         df:\mathcal{U}	o\mathbb{R} משפט: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n תחום ותהא \mathcal{U}:\mathcal{U}	o\mathbb{R} המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} אזי תחום ותהא
                                                                                                                  f(x) = f(a) + (x - a)^{t} H_{f}(c) (x - a)
                                                                              קריטית אזי a\in\mathcal{U} ותהא f\in C^2 (\mathcal{U},\mathbb{R}) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^2 יהי יהי
                                                                                                                                                                                                                       .
abla f\left(a
ight) = \left(rac{\partial f}{\partial x_1}\left(a
ight),\ldots,rac{\partial f}{\partial x_n}\left(a
ight)
ight) אוי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n מסקנה: יהי
                                                        . נקודת מינימום). (\det\left(H_f\left(a\right)\right)>0) \land \left(f_{x,x}^{\prime\prime}\left(a\right)>0\right)
                                                                                                                                                                                                                                               \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} ווהי \mathcal{U} איי איי \mathcal{U} איימת לכל \mathcal{U} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq \mathbb{R}^n איי הי
                                                      (\det (H_f(a)) > 0) \land (f''_{x,x}(a) < 0) •
                                                                                                                                                                                                                        המקיימת L\in {
m Hom}\,(\mathbb{R}^n,\mathbb{R}^m) עבורה קיימת f:\mathcal{U}	o \mathbb{R}^m אזי a\in \mathcal{U} תחום ויהי \mathcal{U}\subseteq \mathbb{R}^n יהי יפרנציאבילית: יהי
                                                     (לא אחד מהמקרים מלעיל)) \wedge \left(\det\left(H_f\left(a\right)\right) \neq 0\right) (לא אחד מהמקרים מלעיל)) •
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           f(x) = f(a) + L(x - a) + o(||x - a||)
```

 $\det\left(H_{f}\left(a
ight)
ight)
eq0$ קריטית עבורה $a\in\mathcal{U}$ אזי איז $f\in C^{2}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight)$ תחום ותהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ אזי היי משפט פונקציה סתומה: יהי $F'_u(a)
eq 0$ תחום תהא $F \in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R})$ משפט פונקציה סתומה: יהי $F'_u(a) \neq 0$ תחום תהא אויי $F'_u(a) \neq 0$ וכן חוב איי $(x,y)\in I_x imes I_y$ עבורה לכל עבורה עבורם $f\in C^1\left(I_x,I_y
ight)$ וקיימת $a_2\in I_y$ וכן $a_1\in I_x$ פיימים ובורס עבורה עבורה לכל עבורה לכל אינים וכן מיימים וכן מיימים אוני מיימים וכן מ $(F(x,y)=0)\Longleftrightarrow (y=f(x))$ מתקיים I_x , $I_y\subseteq\mathbb{R}$ יהיו $F_y'(a)
eq 0$ וכן F(a)=0 אבורה $a\in\mathcal{U}$ תהא תהא $F\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R})$ יהיו $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^2$ יהיו יהי פתחיים עבורם $(x,y) \in I_X imes I_y$ לכל עבורה לכל $f \in C^1\left(I_X,I_Y
ight)$ ותהא $a_2 \in I_Y$ וכן $a_1 \in I_X$ מתקיים I_{x} על $f'\left(x
ight)=-rac{F_{x}'\left(x,f\left(x
ight)
ight)}{F_{x}'\left(x,f\left(x
ight)
ight)}$ או $\left(F\left(x,y
ight)=0
ight)\Longleftrightarrow\left(y=f\left(x
ight)
ight)$

. $\mathcal{D}_{f}\left(a
ight) \ = \left(F_{x}'\left(a
ight),F_{y}'\left(a
ight)
ight)$ איי $a\in\mathcal{U}$ אוי $f\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}
ight)$ תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n+m}$ סימון: יהי וכן $F\left(a
ight)=0$ בורה עבורה $a\in\mathcal{U}$ ותהא א $F\in C^{k}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}
ight)$ תחום תהא עחום תהא עבורה אבורה ותהא אורה אונקציה $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n+m}$ וכן

ולכל $a_i \in I_{x_i}$ מתקיים מתקיים ולכל $i \in [n]$ פתוחים עבורם לכל $I_{x_1}, \dots, I_{x_n}, I_{y_1} \dots I_{y_m} \subseteq \mathbb{R}$ מתקיים איי קיימים $F_y'(a)$ עבורה לכל $f\in C^k\left(\prod_{i=1}^nI_{x_i},\prod_{j=1}^mI_{y_i}
ight)$ וקיימת $a_{j+n}\in I_{y_j}$ מתקיים $j\in [m]$ $(F\left(x,y
ight)=0)\Longleftrightarrow\left(y=f\left(x
ight)$ מתקיים $(x,y)\in\left(\prod_{i=1}^{n}I_{x_{i}}
ight) imes\left(\prod_{j=1}^{m}I_{y_{i}}
ight)$

 הפיכה $F_y'(a)$ וכן F(a)=0 וכן $a\in\mathcal{U}$ ותהא ותהא $F\in C^k(\mathcal{U},\mathbb{R}^m)$ החום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n+m}$ יהי יהיו j $i\in [m]$ ולכל $a_i\in I_{x_i}$ מתקיים $i\in [n]$ מתקיים עבורם לכל $i_{x_1},\ldots,i_{x_n},i_{y_1}\ldots i_{y_m}\subseteq \mathbb{R}$ מתקיים מוקיים מוקיים מוקיים ולכל ו עבורה לכל $f \in C^k\left(\prod_{i=1}^n I_{x_i}, \prod_{j=1}^m I_{y_i}
ight)$ עבורה לכל $a_{j+n} \in I_{y_j}$

איי ($F\left(x,y
ight)=0$) \iff ($y=f\left(x
ight)$) מתקיים (x,y) \in $\left(\prod_{i=1}^{n}I_{x_{i}}\right)$ imes $\left(\prod_{i=1}^{m}I_{y_{i}}\right)$ $\prod_{i=1}^{n} I_{x_i}$ על $\mathcal{D}_f(x) = -F'_{y}(x, f(x))^{-1} \cdot F'_{x}(x, f(x))$

 אזי משוואת $\nabla F\left(a\right) \neq 0$ וכן $F\left(a\right) = 0$ עבורה $a \in \mathcal{U}$ ותהא ותהא ותהא אזי משוואת ערה: יהי $\mathcal{T} F\left(a\right) \neq 0$ וכן מסקנה: יהי $\sum_{i=1}^{n}F_{x_{i}}^{\prime}\left(a
ight)\left(x_{i}-a_{i}
ight)=0$ הינו $\left\{F=0
ight\}$ המישור המשיק למשטח

 $f^{-1}\in C^{1}\left(\mathcal{V},\mathcal{U}
ight)$ הפיכה עבורה $f\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathcal{V}
ight)$ אזי $\mathcal{U},\mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ הפיכה עבורה היינ משפט פונקציה הפוכה: יהי $\mathcal{D}_f(a)$ תחום היהי עבורה $f\in C^k(\mathcal{U},\mathbb{R}^n)$ ותהא ותהא $a\in\mathcal{U}$ הפיכה אזי קיימת סביבה משפט פונקציה הפוכה: יהי

 \mathcal{O} של של f דיפאומורפיזם על $\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U}$ עבורה \mathcal{D}_f (a) עבורה של \mathcal{D}_f הפיכה ותהא \mathcal{D}_f החום יהי \mathcal{D}_f תהא עבורה \mathcal{D}_f עבורה עבורה עבורה עבורה אונה איני של משקנה: יהי

.
 $\mathcal{D}_{f}-1$ $(f\left(x\right))=\mathcal{D}_{f}\left(x\right)^{-1}$ על אי
יfדיפאומורפיזם איזי ל טענה: יהיו $f:\mathcal{U} o \mathcal{V}$ ותהא $A\subseteq \mathcal{U}$ תהא $\mathcal{U},\mathcal{V}\subseteq \mathbb{R}^n$ יהיו יהיו

f(A) פתוחה) f(A) פתוחה).

- $f(A) \iff f(A)$ סגורה).
- .(א קומפקטית) קומפקטית) f(A) קומפקטית).

 $.\partial \left(f\left(A\right) \right) =f\left(\partial A\right)$ אזי $\partial A\subseteq \mathcal{U}$ אז \bullet

פתוחה. מתקיים $\widetilde{\mathcal{U}}\subseteq \mathcal{U}$ פתוחה מתקיים $f:\mathcal{U} o \mathbb{R}^m$ פתוחה מתקיים פונקציה מתוחה: יהי אזי קיימת rank $\left(\mathcal{D}_f\left(a\right)\right)=m$ עבורה $f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m\right)$ ותהא ותהא $a\in\mathcal{U}$ תחום יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי קיימת משפט פונקציה פתוחה: יהי \mathcal{O} של f עבורה f פתוחה על $\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U}$

 המקיימת $a\in\mathcal{U}$ אזי $g\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m\right)$ תהא $f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight)$ תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי יהי $.\nabla f\left(a\right)\in\operatorname{span}\left\{ \nabla g_{i}\left(a\right)\right\}$ וכן $g\left(a\right)=0$

וכן $g\left(a
ight)=0$ המקיימת $a\in\mathcal{U}$ ותהא $g\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}
ight)$ תהא $f\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight)$ תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ וכן בתנאי sols $(g) \cap \mathcal{O}$ בקבוצה a עבורה a עבורה של $\mathcal{O} \subseteq \mathcal{U}$ אזי בקבובה בת"ל וכן קיימת סביבה $\{ \nabla g_i \ (a) \}$

 $L\in C^1$ $(\mathcal{U} imes\mathbb{R}^m,\mathbb{R})$ נגדיר $g\in C^1$ $(\mathcal{U},\mathbb{R}^m)$ ותהא $f\in C^1$ (\mathcal{U},\mathbb{R}) תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ נגדיר נדיר מנקציית לגראנו: . L $(x_1\dots x_n,\lambda_1,\dots\lambda_m)=f\left(x_1\dots x_n
ight)-\sum_{i=1}^m\lambda_ig_i\left(x_1\dots x_n
ight)$ כך

f אזי (a נקודה קריטית של $a\in\mathcal{U}$ ותהא $g\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight)$ תהא $f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}\right)$ תחום תהא עובר: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי ($g\in\mathcal{U}$ מסקנה: יהי (L של קריטית קריטית (a,λ) עבורה עבורה אבורה (קיימת של אל) לשליטית לבונאי (a,λ) בתנאי

 $.P_{a,b} = \left\{x \in \mathbb{R}^n \mid \forall j \in [n] \ .a_j \leq x_j \leq b_j
ight\}$ אוי $a,b \in \mathbb{R}^n$ היבה סגורה: יהיו $[a_i.b_i]$ אזי אלוקה של $\{t_i^0,\dots,t_i^{\ell_i}\}$ חלוקה של אונה אויה היו $a,b\in\mathbb{R}^n$ אזי היו

 $\left\{\prod_{i=1}^{n} \left[t_{i}^{m_{i}}, t_{i}^{m_{i}+1}\right] \mid \forall i \in [n] . m_{i} \in [\ell_{i}-1]\right\}$

 $.V\left(P
ight)=\mathrm{Vol}\left(P
ight)=\prod_{i=1}^{n}\left(b_{i}-a_{i}
ight)$ איזי $a,b\in\mathbb{R}^{n}$ יהיו של תיבה: יהיו

. Vol $(P)=\sum_{i=1}^k$ Vol (A_i) איז P חלוקה של $\{A_1,\ldots,A_k\}$ ותהא $a,b\in\mathbb{R}^n$ טענה: יהיו $x^{(j)} \in A_j$ חלוקה ויהיו $\Pi = \{A_1, \dots, A_k\}$ תהא $a,b \in \mathbb{R}^n$ אזי $x^{(j)}$ אזי

 $S\left(f, \Pi, \left\{x^{(i)}\right\}\right) = \sum_{j=1}^{k} f\left(x^{(j)}\right) \operatorname{Vol}\left(A_{j}\right)$

 $d\left(M
ight)=\sup_{x,y\in M}\|x\stackrel{'}{-}y\|$ אזי $M\subseteq\mathbb{R}^n$ אוי מוטר קבוצה: תהא

 $A_i(\Pi) = \max_{1 \leq i \leq k} d\left(A_i\right)$ חלוקה אזי $\Pi = \{A_1, \dots, A_k\}$ ותהא $a,b \in \mathbb{R}^n$ מדד העדינות: יהיו $\int_P f\left(x
ight) \mathrm{d}x = \lim_{\lambda(\Pi) o 0} S\left(f,\Pi,x^{\left(j
ight)}
ight)$ אינטגרביליות רימן: יהיו $a,b \in \mathbb{R}^n$ ותהא אינטגרביליות וימן: יהיו $f \in R\left(P
ight)$ אינטגרבילית רימן אזי $f:P o \mathbb{R}$ ותהא $a,b \in \mathbb{R}^n$ סימון: יהיו

P אזי $f\in R\left(P
ight)$ חסומה על $f\in R\left(P
ight)$ חסומה על

סכום דרבו עליון: תהא $\{A_1,\ldots,A_n\}$ חסומה ותהא $f:P o\mathbb{R}$ תיבה תהא תיבה תהא סכום דרבו עליון: תהא

 $\overline{S}(f, \Pi) = \sum_{i=1}^{n} \sup_{P_i} (f) \operatorname{Vol}(P_j)$ סכום דרבו תחתון: תהא $\{A_1,\ldots,A_n\}$ חסומה חסומה $f:P o\mathbb{R}$ תיבה תהא חיבה תהא סכום דרבו תחתון: תהא

 $\underline{S}(f, \Pi) = \sum_{i=1}^{n} \inf_{P_i} (f) \operatorname{Vol}(P_j)$

סענה: תהא $x^{(j)}$ נקודות חלוקה ויהיו חלוקה חסומה הא חסומה והא תיבה תהא חיבה תהא חסומה ויהיו מתאימות אזי $\underline{S}\left(f,\Pi\right) \leq S\left(f,\Pi,\left\{x^{\left(i\right)}\right\}\right) \leq \overline{S}\left(f,\Pi\right)$

טענה: תהא $\Pi_1 \subset \Pi_2$ חלוקות אזי $f:P o \mathbb{R}$ מענה: תהא P תיבה תהא P $\underline{S}(f,\Pi_1) \leq \underline{S}(f,\Pi_2) \leq \overline{S}(f,\Pi_2) \leq \overline{S}(f,\Pi_1)$

 $.\underline{S}\left(f,\Pi_{1}
ight)\leq\overline{S}\left(f,\Pi_{2}
ight)$ אזי חלוקות אזי חלוקות חסומה ותהיינה $f:P
ightarrow\mathbb{R}$ תיבה תהא שענה: תהא $.\overline{I}\left(f
ight)=\inf_{\Pi}\overline{S}\left(f,\Pi
ight)$ אינטגרל דרבו עליון: תהא P תיבה ותהא $f:P o\mathbb{R}$ חסומה אזי

 $\underline{I}\left(f
ight)=\sup_{\Pi}\frac{1}{H}\left[S\left(f,\Pi
ight)$ אינטגרל דרבו תחתון: תהא P תיבה ותהא $f:P o\mathbb{R}$ תיבה ותהא $\underline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)\leq\underline{I}\left(f
ight)\leq\overline{I}\left(f
ight)\leq\overline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)$ איי חלוקה חלוקה חלומה $f:P o\mathbb{R}$ תיבה תהא מסקנה: תהא מסקנה: תהא חלומה ותהא חלוקה חלוקה איי

```
\sum_{i=0}^{\infty} \mathrm{Vol}\left(P_{i}
ight) < arepsilon וכן E \subseteq \bigcup_{i=0}^{\infty} P_{i} המקיימת \{P_{i}\}_{i=0}^{\infty} המקיימת היבות בורה לכל בכל פריטות לכל שנורה לכל בכל הייטות חיבות היבות המקיימת אומים בעוברה לכל בכל בכל הייטות היבות 
                                  .Vol (T\left(A
ight))= Vol (A) וכן T\left(A
ight)\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) איז A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אורתוגונלית ותהא T\in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) משפט: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight)=\left\{ E\subseteq\mathbb{R}^{n}\mid זניחה E
ight\}
 מסקנה נפח גוף סיבוב: E \subseteq \mathbb{R}^3 תהא f \leq g עבורן עבורן f,g:[a,b] 	o \mathbb{R} סביב ציר אזי מסקנה נפח גוף סיבוב:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         קיים אזי f\in R(P	imes Q) תיבות ותהא עבורה Q\subseteq \mathbb{R}^m ,P\subseteq \mathbb{R}^n קיים אזי משפט פוביני: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           \{a\}\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) איזי a\in\mathbb{R}^n יהי, arnothing\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) טענה:
                                                                                                                                                                                                                                         .Vol (E)=\pi\int_{a}^{b}\left(g^{2}\left(x\right)-f^{2}\left(x\right)\right)\mathrm{d}x
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     .\bigcup_{i=0}^{\infty}E_{i}\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אניחות אזי \{E_{i}\}_{i=0}^{\infty} טענה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      קיימים ובפרט \int_{P}\int_{Q}f\left(x,y
ight)\mathrm{d}y\mathrm{d}x,\int_{Q}\int_{P}f\left(x,y
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y
                                                                         \iint_{P\times Q} f = \iint_{P} \iint_{Q} \widetilde{f}(x,y) \,\mathrm{d}y \mathrm{d}x = \iint_{Q} \iint_{P} f(x,y) \,\mathrm{d}x \mathrm{d}y
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            וכן E\subseteq \bigcup_{i=0}^\infty int (P_i) המקיימת \{P_i\}_{i=0}^\infty קיימות תיבות הביא אזי (E אוי אוי היא היימות אוי היימות הביא היימות הביא המקיימת האוי ולכל היימות 
                                                                                                                                                                                                           .cבוב סיבוב רדיוס רדיוס אטר אטר Vol (E) = 2\pi R_{\mathcal{C}} \cdot \mathrm{Vol}\left(S\right)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      a\in P מסקנה: תהיינה \int_Q f\left(a,y
ight) \mathrm{d}y אזי או f\in R\left(P	imes Q
ight) תיבות ותהא עיבות תיבות תהיינה Q\subseteq \mathbb{R}^m , P\subseteq \mathbb{R}^n
                                                           \bigcup_{k=1}^\infty E_k=E מוצר אורדן: תוא E\subseteq\mathbb{R}^n אור E\subseteq\mathbb{R}^n סדרת קבוצות מדידות אורדן: תוא E\subseteq\mathbb{R}^n אור E\subseteq\mathbb{R}^n טענה: תוא E\subseteq\mathbb{R}^n אור E\in\mathbb{R}^n אור E\in\mathbb{R}^n טענה: תוא E\in\mathbb{R}^n אור E\in\mathbb{R}^n אורדן של E\in\mathbb{R}^n אורדן של E\in\mathbb{R}^n
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            וכן E\subseteq \bigcup_{i=0}^n int (P_i) המקיימת המיבות \{P_i\}_{i=0}^n קיימות אזי לכל arepsilon>0 קיימות אזי לכל arepsilon>0 קיימות אזי לכל פריימות אזי לכל arepsilon>0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              תהא arphi_1,arphi_2:B	o\mathbb{R} חסומה תהיינה B\subset\mathbb{R}^{n-1} תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         אוי f\in R (A) אחיי A=\{(x,y)\in B\times \mathbb{R}\mid \varphi_1(x)\leq y\leq \varphi_2(x)\} \int_A f=\int_B\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)}f(x,y)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}x
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           \sum_{i=0}^{n} \operatorname{Vol}(P_i) < \varepsilon
          \lim_{k	o\infty}\int_{E_k}f=\int_Ef אוי f\in R\left(E
ight) מיצוי לורדן של מיצוי מיצוי מיצוי בהא עה אוי הא פאר מיצוי לורדן אויר מיצוי לורדן אוי מיצוי לורדן אויר ווהא ווהא ווהא ווהא בארכה: מיצוי לורדן אויר לורדן אויר מיצוי לורדן אויר אויר אויר בארכה מיצוי לורדן אויר אויר לורדן מיצוי לורדן אויר מיצוי לורדן אויר לורדן אויר אויר לורדן אויר מיצוי לורדן אויר לורדן אוירי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                A\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אזיA\subseteq E ותהא E\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אזיA\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      P
otin \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) איי מנוונת אזי P\subseteq\mathbb{R}^n תהא תהא ,\mathbb{Q}^n\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight)
                                                            מתקיים E מיצוי ז'ורדן של E מיצוי מיצוי לכל עבורם לכל f:E	o\mathbb{R} ותהא ותהא בורה מתקיים לכל מתקיים אינטגרל א אמיתי: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       מסקנה: תהא A\cap\left(\mathbb{R}^{n-1}	imes\{y\}
ight)\in J\left(\mathbb{R}^{n-1}
ight) איי תיבה A\subseteq\prod_{i=1}^nP_i תהא A\in J\left(\mathbb{R}^n
ight) מסקנה: תהא מסקנה: תהא אויי ביי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               M \notin \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) איזי נקודה פנימית עבורה עבורה עבורה M \subseteq \mathbb{R}^n עבורה טענה: תהא
                                                                          \int_{E}f=\lim_{k	o\infty}\int_{E_{k}}f פיים ושווה אויי ווווk	o\infty וכן \forall k\in\mathbb{N}.f\in R\left(E_{k}
ight)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            .int (M)=arnothing אזי M\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             .Vol (A)=\int_{P_n} Vol \left(A\cap\left(\mathbb{R}^{n-1}	imes\{y\}
ight)
ight) dy ובפרט y\in P_n
                                                            \Gamma_f\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n+1}
ight) אזי f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) פתוחה ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n אזי \mathcal{U}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          S\left(D
ight)=\iint_{D}\mathrm{d}x\mathrm{d}y אזי D\subseteq\mathbb{R}^{2} אחר: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   M\left(D
ight)=\iint_{D}
ho\left(x,y
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y אזי איי 
ho:\mathbb{R}^{2}	o\mathbb{R}_{\geq0} ותהא ותהא D\subseteq\mathbb{R}^{2}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             סענה: תהא e_i\in\mathbb{N} עבור צלע e_i\in\mathbb{N} עבור צלע בעלות אורך אורך עבור קוביות קוביות קוביות קוביות ענה: תהא \{C_i\}_{i=0}^\infty
                                                                                                                      \int_{\mathbb{R}^n} e^{-\|x\|^2} \mathrm{d}x = \left(\int_{-\infty}^\infty e^{-t^2} \mathrm{d}t\right)^n = \pi^{rac{n}{2}} אוי n \in \mathbb{N}_+ יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              אזי 
ho:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R}_{\geq0} ותהא ותהא חומנט מסה: תהא ותהא D\subseteq\mathbb{R}^2 אניפות אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     \mathcal{U} = \bigcup_{i=1}^{\infty} C_i int (P_i) \cap \operatorname{int}(P_i) = \emptyset
וכן |f| \leq g עבורן f,g: E 	o \mathbb{R} ותהיינה E \subseteq \mathbb{R}^n תהא אמיתיים: אמיתיים לא אמיתיים: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          M_x\left(D\right)=\iint_D y\cdot 
ho\left(x,y\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y איר ציר ציר פי מומנט מסה לפי ציר \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 מסקנה: \mathbb{R}^{n-1}\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight), קבוצת קנטור זניחה.
              . מתכנסים \int_{E}f,\int_{E}\left|f\right| אזיי מתכנס אזיי \forall A\in\mathcal{P}\left(E\right)\cap J\left(\mathbb{R}^{n}\right). \left(f\in R\left(A\right)\right)\Longleftrightarrow\left(g\in R\left(A\right)\right)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         M_{x}\left(D
ight)=\iint_{D}x\cdot\rho\left(x,y
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y:ע מומנט מסה לפי ציר \Phi
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             מתקיים במעט לבל: תהא A\subset\mathbb{R}^n אם היי נאמר כי "\psi מתקיים כמעט לכל: תהא בורה A\subset\mathbb{R}^n אונחה עבורה של מתקיים מעט לכל: תהא
                                                                                                                       . (מתכנס) מתכנס) ותהא f:E	o\mathbb{R} ותהא ותהא E\subseteq\mathbb{R}^n מתכנס) מתכנס) מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           \left(rac{M_y(D)}{m(D)},rac{M_x(D)}{m(D)}
ight) אזי D\subseteq\mathbb{R}^2 מרכז המסה: תהא
\int_E fי אזי אוירדן אי־רציפות איר בעלת קבוצת נקודות איE\subseteq\mathbb{R}^n משפט: תהא בעלת מיצוי ז'ורדן ותהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             רציפה ממעט על כל f:P	o\mathbb{R} חסומה אזי f:P	o\mathbb{R} חיבה סגורה תהא או רצים בתיבה: תהא רצים בתיבה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               V\left(E
ight)=\iint_{E}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z או אי E\subseteq\mathbb{R}^{3} החא E\subseteq\mathbb{R}^{3} אות הוא E\subseteq\mathbb{R}^{3} אחת ווהא אוני בחור הוא הוא E\subseteq\mathbb{R}^{3} אחת הוא ביפוח אוי ביפוח אוים ביפוח ביפוח אוים ביפוח אוים ביפוח אוים ביפוח אוים ביפוח אוים ביפוח אוי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                מתכנס).f(f) מתכנס).
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          (f \in R(P)) \iff (P)
                    .\int_E (f+g) = \int_E f + \int_E g אנה: מתכנסים אזי f,g:E 	o R ותהיינה ווהיינה E \subseteq \mathbb{R}^n שענה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                . אניחה לורדן: \partial E חסומה עבורה E\subseteq\mathbb{R}^n אניחה לבוצה מדידת א'ורדן:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               צפיפות אזי 
ho:\mathbb{R}^3	o\mathbb{R}_{\geq0} ותהא ותהא ביפות אזי ותהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         טענה: תהיינה E_1 , E_2\subseteq\mathbb{R}^n אזי
 משפט: תהיינה f:B	o \mathbb{R} עבורה לכל g:A	o B ז'ורדן היינאומורפיזם ותהא א פתוחות יהי A,B\subseteq \mathbb{R}^n ז'ורדן
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          M_{xy}\left(E
ight)=\iiint_{E}z\cdot
ho\left(x,y,z
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z:\left\{z=\overline{0}
ight\} מומנט מסה לפי המישור ullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           .סגורה \partial E_1 lacktriangle
                                                                     M_{xz}\left(E
ight)=\iiint_{E}y\cdot
ho\left(x,y,z
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z:\left\{y=0
ight\} מומנט מסה לפי המישור ullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                \partial (E_1 \backslash E_2), \partial (E_1 \cup E_2), \partial (E_1 \cap E_2) \subseteq \partial E_1 \cup \partial E_2 •
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         .M_{yz}\left( E
ight) = \iiint_{E}x\cdot 
ho\left( x,y,z
ight) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z:\left\{ x=0
ight\} מומנט מסה לפי המישור ullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           J\left(\mathbb{R}^{n}\right)=\left\{ E\subset\mathbb{R}^{n}\mid\mathcal{E}\right\} שימון: E
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    \left(rac{Myz(E)}{m(E)},rac{M_{xz}(E)}{m(E)},rac{M_{xy}(E)}{m(E)}
ight) אוי D\subseteq\mathbb{R}^2 מרכז המסה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               .A \backslash B,\, A \cup B,\, A \cap B \in J מסקנה: תהיינה A,\, B \in J אזי 
                                                                                                                                                                                                                                        \Gamma\left(n\right)=\left(n-1\right)!אזי n\in\mathbb{N}_{+}יהי טענה: יהי טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 \chi_A\left(x
ight)=\left\{egin{array}{ll} 1&x\in A\\ 0&x
otin A\end{array}
ight. בו כך אינד אפיון/אינדיקטור: תהא A\subseteq\mathbb{R}^n איז אינדיקטור: תהא אינדיקטור: אינדיקטו
                                                                                                                                                                                                                                                                               . טענה: יהי t>0 אזי \Gamma\left(t
ight) מתכנס
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             .Par (v_1\dots v_n)=\left\{\sum_{i=1}^n lpha_iv_i\mid orall i\in [n]\,.lpha_i\in [0,1]
ight\} איי v_1\dots v_n\in \mathbb{R}^n מקבילון: יהיו
                                                                                                                                  B\left(t,s
ight)=\int_{0}^{\infty}x^{t-1}\left(1-x
ight)^{s-1}\mathrm{d}x אזי t,s>0 אזי יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               \chi_A\in C\left(\mathbb{R}^nackslash A
ight) וכן \chi_A\in C\left(\mathrm{int}\left(A
ight)
ight) איי אוי A\subseteq\mathbb{R}^n וכן
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              אזי f\cdot\chi_A\in R (P) עבורה f:\mathbb{R}^n	o\mathbb{R} אחסומה ותהא A\subseteq P תיבה סגורה תבה אינטגרביליות רימן: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          v_1 \ldots v_n \in \mathbb{R}^n טענה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           \int_A f = \int_P f \cdot \chi_A
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      טענה: תהא A\subseteq P_1 , P_2 ותהא סגורות עבורן P_1 , P_2\subseteq \mathbb{R}^n אזי אוינה: תהא A\subseteq P_1 , חסומה תהיינה
                                                                                                                                                                                                 .Vol (B_1\ (0))=rac{n}{rac{n}{2}} איז n\in\mathbb{N}_+ איז n\in\mathbb{N}_+ משפט: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             טענה: תהיינה A,B\subset\mathbb{R}^n פתוחות וחסומות יהי G:A	o B אזי פתוחות ותהא א פתוחות מענה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  (f \cdot \chi_A \in R(P_1)) \iff (f \cdot \chi_A \in R(P_2)) •
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         \int_{P_1} f \cdot \chi_A = \int_{P_2} f \cdot \chi_A \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         .((Vol(\varphi(E)) = 0) \land (\overline{\varphi(E)} \subseteq B)) \Leftarrow ((Vol(E) = 0) \land (\overline{E} \subseteq A)) \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             .V\left(A
ight)=\mathrm{Vol}\left(A
ight)=\int_{A}\mathrm{d}x אוי A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) מידה/נפח של תיבה: תהא
                                                                   \Delta_n = \left\{x \in \mathbb{R}^n \mid (orall i \in [n] \,. x_i \geq 0) \wedge \left(\sum_{i=1}^n x_i \leq 1
ight)
ight\} איי n \in \mathbb{N} סימפלקט: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         \varphi(E) א'ורדן)). (\overline{\varphi(E)} \subset B) א'ורדן)). (\overline{E} \subset A)
               \int \int \Delta_n \left( \prod_{i=1}^n x_i^{p_i-1} \right) \mathrm{d}x_1 \dots \mathrm{d}x_n = \frac{\prod_{i=1}^n \Gamma(p_i)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n p_i\right)} \text{ with } p_1 \dots p_n > 0 \text{ with } p_i \dots p_n > 0 where the structure of the structure of the proof of the structure of the struct
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          משפט: תהא f,g\in R\left(A
ight) ותהיינה A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        f \in R\left(B
ight) מסקנה: תהיינה A,B \subset \mathbb{R}^n פתוחות וחסומות יהיA,B \subset \mathbb{R}^n אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   \int_{A}\left(af+bg\right)=a\int_{A}f+b\int_{A}gוכן af+bg\in R\left(A\right)אזי a,b\in\mathbb{R}יהיי יהיי \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  \int_A f \geq 0 נניח כי f \geq 0 אזי f \geq 0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    (f \circ \varphi) |\det \mathcal{D}_{\varphi}| \in R(A)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             אזי f\in R\left(B
ight) אזי ההינה עה דיפאומורפיזם ותהא ההינה התוחות וחסומות וחסומות היהי א פתוחות החינה ותהא א פתוחות וחסומות וח
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    \int_A f \geq \int_A g אזי f \geq g נניח כי f \geq g
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 \int_{B} f = \int_{A} f(\varphi(t)) |\det \mathcal{D}_{\varphi}(t)| dt
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        .mVol (A) \leq \int_A f \leq MVol (A) אזי m \leq f \leq M נניח כי \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       מסקנה: תהיינה E\subseteq A עבורה A,B\subseteq \mathbb{R}^n ותהא מסקנה: תהיינה A,B\subseteq \mathbb{R}^n עבורה מסקנה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         f\in R\ (A\cup B) וכן f\in R\ (A\cap B) אזיי וכך f\in R\ (A\cap B) ותהא A,B\in J\ (\mathbb{R}^n) טענה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           \int_{A\cup B}f=\int_{A}f+\int_{B}f אזי \mathrm{Vol}\left(A\cap B
ight)=0 עבורן A,B\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) מסקנה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          \int_{\varphi(E)}f=\int_{E}f\left(arphi\left(t
ight)
ight)\left|\det\mathcal{D}_{arphi}\left(t
ight)
ight| ובפרט לו f\in R\left(arphi\left(E
ight)
ight) אווי f\in R\left(arphi\left(E
ight)
ight)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      S\subseteq B^{'}ו, E^{'}\subseteq A מסקנה: תהיינה G בעל דיפרנציאל חסום תהיינה A,B\subseteq \mathbb{R}^n מסקנה: תהיינה
        שעמה: יהיו 0 p_i = p_i ותהא p_i = p_i וועה אוי \psi: [0,1] \to \mathbb{R} אוי p_i = p_i = p_i שעמה: יהיו 0 p_i = p_i = p_i וועה p_i = p_i = p_i וועה p_i = p_i = p_i איז p_i = p_i וועה איז p_i = p_i p_i = p_i
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         . \exists c \in A. \int_A f = f\left(c\right) Vol (A) אזי f \in C\left(A,\mathbb{R}
ight) תחום ותהא A \in J\left(\mathbb{R}^n
ight) משפט ערך הביניים: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      אזי f \in R\left(S
ight) ותהא A \backslash E אזי דיפאומורפיזם על \varphi כמו כן א פתוחות וכן A \backslash E ותהא אניחות עבורן
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |\int_A f| \leq \int_A |f| וכן |f| \in R ווכן f \in R ווהי A \in J\left(\mathbb{R}^n\right) טענה: תהא A \in J\left(\mathbb{R}^n\right) איזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 \int_{B}f=\int_{A}f\left( arphi\left( t
ight) \right) \left|\det\mathcal{D}_{arphi}\left( t
ight) \right|ובפרט (f\circarphi
ight) \left|\det\mathcal{D}_{arphi}
ight|\in R\left( A
ight)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       \int_{A}f=\int_{A}g אזי א לכל המעט על כל f,g\in R\left(A
ight) ותהיינה A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) איזי סענה: תהא
```

 $J_{\mathrm{int}(A)} \ f = \int_A f = \int_{\overline{A}} f$ איז $A \in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$ משפט: תהא

.Vol $\left(\bigcup_{i=1}^kA_i\right)=\sum_{i=1}^n$ Vol $\left(A_i\right)$.Vol $\left(A\right)=$ Vol $\left(A+a\right)$ איז $a\in\mathbb{R}^n$ ותהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$

 $\bigcup_{i=1}^k A_i, \bigcap_{i=1}^k A_i \in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$ אזי $A_1 \ldots A_k \in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$ טענה: תהינה

טענה: תהא $T \ (A)$ אורתוגונלית ותהא $A \subset \mathbb{R}^n$ אורתוגונלית ותהא $T \in \operatorname{Hom} \ (\mathbb{R}^n)$ חסומה.

 $T\left(\partial A
ight)=\partial\left(T\left(A
ight)
ight)$ אזי $A\subset\mathbb{R}^{n}$ אורתוגונלית ותהא $T\in\mathrm{Hom}\left(\mathbb{R}^{n}
ight)$ מסקנה: תהא

. אניחה אזי $T \ (E)$ אזי אזי וחסומה אזי ביחה וחסומה אזי אורתוגונלית ותהא אזי וחסומה אזי אורתוגונלית ותהא מסקנה: תהא

אזיי Vol $\left(A_i\cap A_j
ight)=0$ מתקיים i
eq j מתקיים $A_1\dots A_k\in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$ אזי

.u= Vol אאי איי ($[0,1]^n$) איי בורה u= אוי היישפט יחידות פונקציית נפח: תהא א א אדיטיבית אינווריאנטית אינווריאנטית אוי וויט אוי איי וויט איי איי וויט איי וויט א איי וויט איי וויט א איי וויט איי וו

 $.ig(\underline{I}\left(f
ight) = \overline{I}\left(f
ight) ig) \Longleftrightarrow (f \in R\left(P
ight)$ אזי חסומה אזי $f:P o\mathbb{R}$ תיבה תיבה תיבה תהא P

.Vol $(P) \leq \sum_{i=1}^n$ Vol (P_i) אזי תיבה איז $P \subseteq \bigcup_{i=1}^n P_i$ תיבות ותהא $P_1 \ldots P_n$ מסקנה: יהיו

 $igcup_{i=1}^n P_i$ וכן int $(P_i) \cap \operatorname{int} \left(P_j
ight) = arnothing$ מתקיים i
eq j מתקיים ווכן $P_1 \dots P_n$ וכן $P_1 \dots P_n$ תיבה אזי

 $.\int_{P}f=\underline{I}\left(f
ight)=\overline{I}\left(f
ight)$ אזי חסומה $f\in R\left(P
ight)$ תיבה תהא תיבה תהא מסקנה: תהא

.Vol $\left(P_{\lambda a,\lambda b}\right)=\lambda^n$ Vol $\left(P_{a,b}\right)$ אזי $\lambda>0$ ויהי $a,b\in\mathbb{R}$ יטענה: יהיו

 $.Vol\left(\bigcup_{i=1}^{n} P_i\right) = \sum_{i=1}^{n} Vol\left(P_i\right)$

סענה: יהיו $P_1 \cap P_2$ תיבות אזי ויבות P_1, P_2 תיבה.

. Vol $(P \setminus \operatorname{int}(P)) = 0$ תיבה אזי P תהא הערה: תהא

וכן $x=
ho\cos(\phi)$ עבורן $(
ho,\phi)\in(0,\infty] imes[0,2\pi]$ איי $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ יהי יהי קוטביות/פולריות: יהי

וכן $x=
ho\cos{(\phi)}$ עבורן עבורן $(
ho,\phi,\iota)\in(0,\infty] imes[0,2\pi] imes\{z\}$ אוי אוי $(x,y,z)\in\mathbb{R}^2$ יהי יהי

 $x=
ho\sin(heta)\cos(\phi)$ אווי $(
ho,\phi, heta)\in(0,\infty] imes[0,2\pi] imes[0,\pi]$ אוי $(x,y,z)\in\mathbb{R}^2$ אוי עבורן (x,y,z

 $|\det\mathcal{D}_{arphi}\left(t
ight)|=
ho$ אוי לפולריות אוקלידיות מעבר מקואורדינטות ענה: $arphi:\mathbb{R}^{2} o\mathbb{R}^{2}$ מעבר מקואורדינטות אוקלידיות לפולריות אוי

. $|\det\mathcal{D}_{arphi}\left(t
ight)|=
ho$ אזי לגליליות אוקלידיות מעבר מקואורדינטות מעבר $arphi:\mathbb{R}^{2} o\mathbb{R}^{2}$ אטענה: תהא

. $|\!\det\mathcal{D}_{arphi}\left(t
ight)|=
ho^{2}\sin\left(heta
ight)$ איי אוי לכדוריות אוקלידיות מעבר מקואורדינטות ענה: $arphi:\mathbb{R}^{2} o\mathbb{R}^{2}$ מעבר מקואורדינטות אוקלידיות אויי

 $y = \rho \sin(\phi)$

 $.z=\rho\cos\left(\theta\right)$ וכן $y=\rho\sin\left(\theta\right)\sin\left(\phi\right)$ וכן