```
מסקנה: תהא A בת מנייה ותהא B \subseteq A אזי B בת מנייה בת מנייה.
                                             טענה: תהא B סופית או בת מנייה תהא f:A \to B יעל אזי B סופית או בת מנייה.
                                                                                      . בת מנייה A,B בת מנייה אזי A,B בת מנייה טענה:
                                                                     \bigcup_{i=1}^n A_i בת מנייה אזי בנות מנייה אזי בת מנייה. \bigcup_{i=1}^n A_i
טענה: תהא \langle f_n \mid n \in \mathbb{N} 
angle חותה לכל ותהא i \in \mathbb{N} סופית או בת מנייה לכל א סדרת פונקציות באשר A_i סדרת פונקציות באשר
                                                                           על לכל \prod_{i=0}^\infty A_i אזי אזי לכל לכל f_n:\mathbb{N}	o A_n
                                                                                      טענה: תהיינה A,B בנות מנייה אזי A 	imes B בת מנייה.
                                                                      . בת מנייה A_1 	imes \ldots 	imes A_n בנות מנייה אזי A_1 \ldots A_n בת מנייה.
                                                                                                          A^1=A הגדרה: תהא A קבוצה אזי
                                                                               A^n=A	imes A^{n-1} אזי n\in\mathbb{N}_+ ווהי קבוצה A הגדרה: תהא
                                                                                                                    .טענה: igcup_{n=1}^\infty \mathbb{N}^n בת מנייה
                                                                                                         |\{A\subseteq \mathbb{N}\mid \mathsf{D} סופית |A\}|=leph_0 מסקנה:
                                                                                                                                |\mathbb{Z}|=leph_0 :טענה
                                                                                                                                |\mathbb{Q}|=leph_0 :טענה
                                                                    p\left(a
ight)=0 מספר אלגברי: מספר a\in\mathbb{C} עבורו קיים a\in\mathbb{C} מספר
                                                                p\left(a
ight)
eq0 מתקיים p\in\mathbb{Z}\left[x
ight] עבורו לכל a\in\mathbb{C} מספר מספר מספר
                                                                                                   |\{a\in\mathbb{C}\mid A אלגברי a\}|=leph_0 משפט קנטור:
                                                                      יחס סדר חלקי/חלש: תהא A קבוצה ויהי A אזי A באשר יחס סדר חלקי/חלש:
                                                                                                   x \preccurlyeq x אזי אזי x \in A יהי רפלקסיביות:
                                                                x\preccurlyeq z אזי y\preccurlyeq z וכן x\preccurlyeq y עבורם x,y,z\in A אזי יהיו x,y,z\in A
                                                       x=y אזי y \preccurlyeq x וכן x \preccurlyeq y עבורם x,y \in A אזי יהיו חלשה: x = y אנטי סימטריות חלשה:
                                                                              יחס סדר חזק: תהא A קבוצה ויהי A^2 אזי (A,\prec) באשר
                                                                                        \neg (x \prec x) אזי x \in A יהי יהי רפלקסיביות:
                                                                x\prec z אזי y\prec z וכן x\prec y עבורם x,y,z\in A אזי יהיו x,y,z\in A
                                                                \neg (y \prec x) אזי x \prec y עבורם x, y \in A יהיו חזקה: יהיו x, y \in A אנטי סימטריות
                                   (x \preccurlyeq y) \lor (y \preccurlyeq x) מתקיים x,y \in A עבורו לכל (A, \preccurlyeq) עבור חלקי יחס סדר אלקי/חלש:
                              (x\prec y)\lor (y\prec x)\lor (x=y) מתקיים x,y\in A עבורו לכל לכל עבור חזק יחס סדר און יחס סדר און יחס סדר לכל
                                                                                                          טענה: \langle \mathbb{N}, <_{\mathbb{N}} \rangle יחס סדר קווי חלקי.
                                                                                     . טענה: תהא A קבוצה אזי \langle \mathcal{P}(A), \subset \rangle יחס סדר חלקי
(aRb) \Longleftrightarrow (f(a)\,Sf(b)) מתקיים a,b\in A מתקיים אזי f:A	o B סדרים אזי \langle A,R \rangle\,\langle B,S \rangle מתקיים מונקציה שומרת סדר: יהיו
                                   . סדרים הפיכה \pi:A	o B עבורם קיימת עבורם סדרים: סדרים סדרים סדרים איזומורפיים: סדרים סדרים איזומורפיים:
                                                                   \langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle איזומורפיים איז סדרים \langle A,R \rangle, \langle B,S \rangle סימון: יהיו
        (aRb) \lor (a=b) מתקיים b \in A מתקיים מדר קווי בעל איבר ראשון/מינימום: סדר קווי (A,R) עבורו קיים a \in A באשר לכל
                                                                  \min(A) = a אזי a \in A איבר ראשון בעל איבר קווי בעל \langle A, R \rangle סדר קווי
```

 $|X| \leq |Y|$  חח"ע אזי f: X o Y הגדרה: תהיינה X, Y קבוצות ותהא  $Y \mapsto f: X \to Y$  חח"ע ועל אזי |X| = |Y| הגדרה: תהיינה  $X, Y \mapsto X$ 

|X|<|Y| אזי אזי  $|X|\neq |Y|$  וכן  $|X|\leq |Y|$  אזי קבוצות עבורן אזי |X|<|Y|

|X|=|Y| אזי  $|Y|\leq |X|$  וכן  $|X|\leq |Y|$  אזי |X|=|X| משפט קנטור־שרדר־ברנשטיין (קש"ב): תהיינה |X|=|Y| אזי  $|Y|\leq |X|$ 

 $|X| \neq |Y|$  אזי|X| = |Y| איזי $|X| \neq |Y|$  איזי

|A| = |[n]| המקיים  $n \in \mathbb{N}$  קבורה A עבורה קבוצה סופית:

A = |[n]| המקיים  $n \in \mathbb{N}$  קבוצה A עבורה עבורה אינסופית אזי B בת מנייה ותהא בת מנייה ותהא  $B \subseteq A$  אינסופית אזי B בת מנייה ותהא

 $|X|=leph_0$  קבוצה X עבורה מנייה: קבוצה בת מנייה

|n||=n אזי  $n\in\mathbb{N}$  סימון: יהי

 $|\mathbb{N}|=\aleph_0$  סימון:

```
zRy וכן xRz וכן עבורו z\in A קיים xRy קיים xRy המקיימים עבורו לכל xRz וכן עבורו xRz וכן עבורו אינים א
                                          . טענה: יהי \langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle סדר קווי צפוף ויהי איז \langle B,S \rangle סדר קווי צפוף ויהי איז ל\langle B,S \rangle סדר קווי באשר
                                                                           טענה: \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון.
                                                                                                                                     (\mathbb{N}, \leq_{\mathbb{N}}) \not\simeq (\mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}}) מסקנה:
       \langle A, \preccurlyeq 
angle \simeq \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} 
angle אזי |A| = \aleph_0 משפט קנטור: יהי משפט קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר משפט קנטור:
        \langle A, \prec 
angle \simeq \langle \mathbb{Q}, <_{\mathbb{Q}} 
angle אזי איבר אחרון באשר איבר אחרון פווי חזק צפוף ללא איבר איבר איבר אחרון איבר אחרון אזי \langle A, \prec 
angle סדר קווי חזק צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר
                              (xRa) \lor (x=a) מתקיים x \in X מתקיים אזי X \subseteq A אזי X \subseteq A מתקיים \langle A, R \rangle מרקיים מלעיל: יהי
                                                        \overline{B}_X = \{a \in A \mid X  סדר קווי ותהא X \subseteq A אזי X \subseteq A סדר קווי ותהא סימון: יהי
                                                                          .\overline{B}_X 
eq \varnothing עבורה אזי X \subseteq A סדר קווי אזי איז איז יהי מלעיל: יהי
                               (xRa) \lor (x=a) מתקיים x \in X אזי אבירו לכל X \subseteq A אזי ותהא אוי ותהא (A,R) מדר אוי יהי
                                                         \underline{B}_X = \{a \in A \mid X סדר קווי ותהא X \subseteq A אזי X \subseteq A סדר קווי ותהא סימון: יהי
                                                                           .\underline{B}_X 
eq arnothing עבורה אזי X \subseteq A סדר קווי אזי עבורה מלרע: יהי קבוצה חסומה מלרע:
                                                                  . סדר חסום מלרע חסם מלרע סדר אזי איזי א סדר קווי אזי איזי ארע לא, יהי יהי לא יהי יהי לבוצה סדר קווי אזי
                                                                              \sup\left(X
ight)=\min\left(\overline{B}_X
ight) אזי X\subseteq A סדר קווי ותהא X\subseteq A סדר קווי ותהא
                                                                              \operatorname{inf}\left(X
ight)=\max\left(B_{X}
ight) אזי X\subseteq A סדר קווי ותהא A
                                                          \operatorname{sup}\left(X
ight) סדר קווי שלם: סדר קווי \left\langle A,R
ight
angle עבורו לכל X\subseteq A חסומה מלעיל קיים
                                המקיים \langle L,\sqsubseteq 
angle הזי סדר קווי חלקי: יהי המקיים ללא איבר ראשון וללא איבר החרון אזי סדר חלקי ל\langle P,\preccurlyeq 
angle סדר סווי חלקי לא איבר ראשון וללא איבר אחרון אזי סדר חלקי לא
                                                                                                                                                          .P\subseteq L •
                                                                                                      (x \preccurlyeq y) \Longleftrightarrow (x \sqsubseteq y) מתקיים x, y \in P לכל
                                                                                      . סדר קווי שלם ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון. \langle L, \Box \rangle
                                                                                                                                      \langle L, \Box \rangle צפוף ב־\langle P, \preccurlyeq \rangle \bullet
משפט יחידות השלמה: יהי \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון ותהיינה \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר סדר קווי חלקי צפוף איבר ראשון ולא איבר אחרון ותהיינה משפט יחידות השלמה:
                                                                                            x,p\in P לכל \pi\left( p
ight) =p עבורו \pi:L
ightarrow L^{st} לכל
                        משפט קיום השלמה: יהי \langle P, \preccurlyeq 
angle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון אזי קיימת לו השלמה.
                                                          באשר \langle A,B \rangle אזי אזי A,B \subseteq P ויהיו חלקי ויהיו סדר קווי אזי אזי \langle P,\preccurlyeq \rangle באשר
                                                                                                                                                   A \cap B = \emptyset •
                                                                                                                                                   A \cup B = P \bullet
                                                                                                               a \preccurlyeq b מתקיים b \in B ולכל •
                                                                                                                                   . ללא איבר אחרון ללא \langle A, \preccurlyeq \rangle
                                                                       [p]=\langle (-\infty,p)\,,[p,\infty)
angle אזי איזי p\in P סדר קווי חלקי ויהי איזי \langle P,\preccurlyeq \rangle יהי
                                                                                    סענה: יהי \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר קווי חלקי ויהי p \in P אזי קווי חתך דדקינד.
                           (A,B) \preccurlyeq \langle C,D \rangle אזי A \subseteq C חתכי דדקינג באשר \langle A,B \rangle היהיו חלקי ויהיו חלקי ויהיו אזי \langle A,B \rangle
                                                                                 .\langle\{[p]\mid p\in P\}\,,\preccurlyeq\rangle\simeq\langle P,\preccurlyeq\rangle טענה: יהי \langle P,\preccurlyeq\rangle סדר קווי חלקי אזי
                                                                               הערה: נשתמש בהתאמה מעל בתור שיכון של P בחתכי הדדקינד שלה.
                                                             .Ded (P)=\{\langle A,B\rangle\mid חתך דדקינד \langle A,B\rangle\} סדר קווי חלקי אזי סדר אזי (\langle P,\preccurlyeq\rangle חתך חתך חלקי אזי
                                                                                  טדר קווי חלקי. \langle \operatorname{Ded}(P), \preccurlyeq \rangle סדר קווי חלקי סדר \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר סענה: יהי
                                                                                טענה: יהי \langle \operatorname{Ded}\left(P\right), \preccurlyeq \rangle סדר קווי חלקי אזי \langle P, \preccurlyeq \rangle ללא איבר אחרון
                                                                                \langle \operatorname{Ded}(P), \preccurlyeq \rangleטענה: יהי \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר קווי חלקי אזי \langle P, \preccurlyeq \rangle צפופה ב־
                                                                                         סדר שלם. \langle \mathrm{Ded}\,(P)\,, \preccurlyeq \rangle סדר קווי חלקי אזי \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר שלם.
```

טענה: יהי  $\langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle$  אזי  $\langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle$  סדר קווי באשר איבר ראשון ויהי  $\langle B,S \rangle$  סדר קווי בעל איבר ראשון ויהי  $\langle A,R \rangle \lor \langle A,R \rangle$  סדר קווי בעל איבר אחרון/מקסימום: סדר קווי  $\langle A,R \rangle \lor \langle A,R \rangle$  עבורו קיים  $\langle A,R \rangle$  באשר לכל

. טענה: אזי  $\langle B,S \rangle$  אזי אזי איבר אחרון ויהי  $\langle B,S \rangle$  סדר קווי באשר אזיבר אחרון ויהי איבר אחרון ויהי

 $\max\left(A\right)=a$  אזי  $a\in A$  אזיבר אחרון בעל איבר סדר קווי בעל איבר  $\langle A,R \rangle$ 

f:A o B עבורו קיימת אזי עבור אחרון וללא איבר אחרון איבר קווי אזי קיים סדר קווי אזי קיים ענה: יהי לא איבר אחרון עבורו קיימת פחר שומרת סדר שומרת סדר.