נקודה צפה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $a_1\dots a_t\in\mathbb{Z}$ באשר $a_1\neq0$ וכן $p\in\mathbb{Z}$ וכן $\sigma\in\{\pm1\}$ עבורם $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_i}{\beta^i}\right)\cdot\beta^p$.

סימון: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ עבורו $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_i}{\beta^i}\right)\cdot\beta^p$ ייצוג בנקודה צפה אזי σ.

מנטיסה/ספרות משמעותיות: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ עבורו $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_i}{\beta^i}\right)\cdot\beta^p$ ייצוג בנקודה צפה אזי $(a_1\dots a_t)$.

הגבלה על החזקה בנקודה צפה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ ויהיו $L,U\in\mathbb{Z}$ עבורן בייצוג נקודה צפה $L<p<U$.

טענה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ יהיו $L,U\in\mathbb{Z}$ הגבלה על החזקה ויהי $x\in\mathbb{R}\backslash\{0\}$ מספר בעל ייצוג נקודה צפה אזי $\beta^{L-1}<|x|<\beta^U$.

גלישה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס ויהיו $L,U\in\mathbb{Z}$ הגבלה על החזקה ויהי $x\in\mathbb{R}$ אזי

- overflow: $|x|\geq\beta^U$.
- underflow: $|x|\leq\beta^{L-1}$.

קיצוץ נקודה צפה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ בעל הצגה $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{\infty}\frac{a_i}{\beta^i}\right)\cdot\beta^p$ בבסיס β אזי $\mathrm{fl}(x)=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_i}{\beta^i}\right)\cdot\beta^p$.

עיגול נקודה צפה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ בעל הצגה $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{\infty}\frac{a_i}{\beta^i}\right)\cdot\beta^p$ בבסיס β אזי $\mathrm{fl}(x)=\begin{cases}\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_i}{\beta^i}\right)\cdot\beta^p & 0\leq a_{t+1}<\frac{\beta}{2}\\ \sigma\cdot\left(\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_i}{\beta^i}\right)+\frac{1}{\beta^t}\right)\cdot\beta^p & \frac{\beta}{2}\leq a_{t+1}<\beta\end{cases}$.

סימון: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $\mathrm{fl}(x)=\tilde{x}$.

שגיאה: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $e(x)=x-\mathrm{fl}(x)$.

שגיאה מוחלטת: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $|e(x)|$.

שגיאה יחסית: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $\delta(x)=\frac{e(x)}{x}$.

מסקנה: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $\mathrm{fl}(x)=x(1-\delta(x))$.

טענה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ בעל ייצוג בקיצוץ נקודה צפה אזי $|\delta(x)|\leq\beta^{-t+1}$.

טענה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\{0,1\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_+$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ בעל ייצוג בעיגול נקודה צפה אזי $|\delta(x)|\leq\frac{1}{2}\beta^{-t+1}$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $|e(x+y)|\leq|e(x)|+|e(y)|$.

מסקנה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ בעלי סימן זהה אזי $|\delta(x+y)|\leq|\delta(x)|+|\delta(y)|$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ בעלי סימן זהה אזי $|\delta(x+y)|\leq\max\{|\delta(x)|,|\delta(y)|\}$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $|\delta(x-y)|\leq\left|\frac{e(x)}{x-y}\right|+\left|\frac{e(y)}{x-y}\right|$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $|\delta(xy)|\leq|\delta(x)|+|\delta(y)|+|\delta(x)\delta(y)|$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $\left|e\left(\frac{x}{y}\right)\right|\leq\frac{|x||e(y)|+|y||e(x)|}{|y\cdot\mathrm{fl}(y)|}$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $\left|\delta\left(\frac{x}{y}\right)\right|\leq\left|\frac{y}{\mathrm{fl}(y)}\right|(|\delta(x)|+|\delta(y)|)$.

אלגוריתם שיטת החצייה: יהי ε תהא $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ רציפה ויהיו $a_0<b_0$ עבורם $f(a_0)f(b_0)<0$ אזי

```
function BisectionMethod(a_0, b_0, ε):
    n ← 0
    while (b_0 − a_0)/2^(n+1) ≥ ε do
        m_n ← (a_n + b_n)/2
        if f(m_n) = 0 then
            return m_n
        else if f(a_n) f(m_n) < 0 then
            (a_{n+1}, b_{n+1}) ← (a_n, m_n)
            n ← n + 1
        else if f(m_n) f(b_n) < 0 then
            (a_{n+1}, b_{n+1}) ← (m_n, b_n)
            n ← n + 1
    end
```

טענה: יהי ε תהא $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ רציפה ויהיו $a<b$ עבורם $f(a)f(b)<0$ אזי קיים שורש $\alpha\in[a,b]$ של f עבורו $|\text{BisectionMethod}(a,b,\varepsilon)-q|<\varepsilon$.

סימון: תהא $\{x_n\}\subseteq\mathbb{R}$ עבורה $x_n\to\alpha$ אזי $e_n=\alpha-x_n$.

טענה: תהא $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ רציפה בעלת שורש יחיד α אזי באלגוריתם החצייה $m_n\to\alpha$ וכן $|\alpha-m_n|\le\frac{b-a}{2^{n+1}}$.

סדר התכנסות: תהא $\{x_n\}\subseteq\mathbb{R}$ עבורה $x_n\to\alpha$ אזי $p\in\mathbb{R}_+$ עבורו $0<\liminf_{n\to\infty}\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}\le\limsup_{n\to\infty}\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}<\infty$.

מסקנה: סדר ההתכנסות של שיטת החצייה היא ליניארית.

טענה: תהא f גזירה ברציפות בעלת שורש פשוט α וכן $f(x_n)=f(\alpha)+f'(\zeta_n)e_n$ טור טיילור שלה אזי $e_n=\frac{f(x_n)}{f'(\zeta_n)}$.

מסקנה: יהי ε_M דיוק המכונה ותהא f גזירה ברציפות בעלת שורש פשוט α וכן $f(x_n)=f(\alpha)+f'(\zeta_n)e_n$ טור טיילור שלה וכן $|f(x_n)|\le\varepsilon_M$ אזי $|e_n|\le\left|\frac{2\varepsilon_M}{f'(\zeta_n)}\right|$.

מספר המצב: תהא f גזירה ברציפות בעלת שורש α מסדר שני אזי $\lim_{x\to\alpha}\left|\frac{f(x)}{xf'(x)}\right|$.

שיטת ניוטון: תהא $f\in C^1([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\})$ ויהי $x_0\in\mathbb{R}$ אזי $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

טענה: תהא $f\in C^1([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\})$ בעלת שורש פשוט יחיד α ויהי $x_0\in\mathbb{R}$ אזי שיטת ניוטון בעלת סדר התכנסות ריבועי.

שיטת המיתרים: תהא $f\in C([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\})$ ויהיו $x_0,x_1\in\mathbb{R}$ אזי $x_{n+1}=x_n-f(x_n)\cdot\frac{x_n-x_{n-1}}{f(x_n)-f(x_{n-1})}$.

אלגוריתם שיטת regula falsi: יהי ε תהא $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ רציפה ויהיו $a_0<b_0$ עבורם $f(a_0)f(b_0)<0$ אזי

```
function RegulaFalsi(a_0, b_0, ε):
    n ← 0
    while (b_0 − a_0)/2^(n+1) ≥ ε do
        m_n = a_n − f(a_n) · (a_n − b_n)/(f(a_n) − f(b_n))
        if f(m_n) = 0 then
            return m_n
        else if f(a_n) f(m_n) < 0 then
            (a_{n+1}, b_{n+1}) ← (a_n, m_n)
            n ← n + 1
        else if f(m_n) f(b_n) < 0 then
            (a_{n+1}, b_{n+1}) ← (m_n, b_n)
            n ← n + 1
    end
```

טענה: תהא $f\in C([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\})$ בעלת שורש פשוט יחיד α ויהיו $x_0,x_1\in\mathbb{R}$ אזי שיטת המיתרים בעלת סדר התכנסות $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

שיטת איטרציה: תהא $g:I\to\mathbb{R}$ ויהי $x_0\in\mathbb{R}$ אזי $x_n=g(x_{n-1})$.

איטרציה: תהא $g:I\to\mathbb{R}$ ויהי $x_0\in\mathbb{R}$ אזי x_n.

התכנסות שיטת איטרציה: שיטת איטרציה $g:I\to\mathbb{R}$ עבורה $x_n\to\alpha$.

נקודת שבת: תהא $g:I\to\mathbb{R}$ אזי $a\in\mathbb{R}$ עבורה $g(a)=a$.

טענה: תהא $g\in C(I,\mathbb{R})$ שיטת איטרציה מתכנסת עבורה $x_n\to\alpha$ אזי $g(\alpha)=\alpha$.

קונסיסטנטיות: תהא $f:I\to\mathbb{R}$ ותהא $g\in C(I,\mathbb{R})$ שיטת איטרציה מתכנסת אזי $(g(\alpha)=\alpha)\Longleftarrow(f(\alpha)=0)$.

משפט: תהא $g\in C([a,b],[a,b])$ אזי קיימת $\alpha\in[a,b]$ עבורה $g(\alpha)=\alpha$.

משפט: תהא $g\in C^1([a,b],[a,b])$ ויהי $K<1$ עבורו $|g'|\le K$ אזי קיימת ויחידה $\alpha\in[a,b]$ עבורה $g(\alpha)=\alpha$.

מסקנה: תהא $g\in C^1([a,b],[a,b])$ ויהי $K<1$ עבורו $|g'|\le K$ אזי שיטת האיטרציה g מתכנסת לנקודת השבת.

מסקנה: תהא $g\in C^1([a,b],[a,b])$ ויהי $K<1$ עבורו $|g'|\le K$ אזי $|e_n|\le K|e_{n-1}|$.

תנאי ליפשיץ: פונקציה $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ וכן $K>0$ עבורם $|g(x)-g(y)|\le K|x-y|$.

תנאי כיווץ: פונקציה $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ וכן $0<K<1$ עבורם g ליפשיץ K.

תנאי מתיחה: פונקציה $g\in C^1(\mathbb{R})$ וכן $1<K\le|g'|$ עבורם g ליפשיץ K.

טענה: יהי X סגור תהא $g\in C(X)$ ויהי $K<1$ עבורו g ליפשיץ K אזי קיימת ויחידה $\alpha\in[a,b]$ עבורה $g(\alpha)=\alpha$.

מסקנה: יהי X סגור תהא $g\in C(X)$ ויהי $K<1$ עבורו g ליפשיץ K אזי שיטת האיטרציה g מתכנסת לנקודת השבת.

מסקנה: יהי X סגור תהא $g\in C(X)$ ויהי $K<1$ עבורו g ליפשיץ K אזי $|e_n|\le\frac{K^n}{1-K}|x_1-x_0|$.

משפט: תהא $g\in C^1(I,\mathbb{R})$ ותהא α נקודת שבת עבורה $|g'(\alpha)|<1$ אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו לכל $x\in(\alpha-\varepsilon,\alpha+\varepsilon)$ מתקיים כי g מתכנסת ל-α.

נקודה מושכת: תהא $g\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}\right)$ אזי נקודת שבת α עבורה $\left|g'\left(\alpha\right)\right|<1$.

נקודה דוחה: תהא $g\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}\right)$ אזי נקודת שבת α עבורה $\left|g'\left(\alpha\right)\right|>1$.

נקודה דו־פרצופית: תהא $g\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}\right)$ אזי נקודת שבת α עבורה קיימים $\mathcal{U},\mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}$ תחומים באשר $\alpha\in\partial\mathcal{U},\partial\mathcal{V}$ וכן $\left|g'\left(\mathcal{U}\right)\right|<1$ וכן $\left|g'\left(\mathcal{V}\right)\right|>1$.

מסקנה: תהא $f\in C^{1}\left(\left[a,b\right],\mathbb{R}\backslash\left\{ 0\right\} \right)$ ויהי $\zeta\in\left[a,b\right]$ שורש פשוט אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו שיטת ניוטון מתכנסת בקטע $\left(\zeta-\varepsilon,\zeta+\varepsilon\right)$.

משפט: תהא $g\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}\right)$ ותהא α נקודת שבת עבורה $0<\left|g'\left(\alpha\right)\right|<1$ אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו לכל $x\in\left(\alpha-\varepsilon,\alpha+\varepsilon\right)$ מתקיים כי g מתכנסת ל־α בקצב התכנסות לינארי.

משפט: יהי $p>1$ תהא $g\in C^{p}\left(I,\mathbb{R}\right)$ ותהא α נקודת שבת עבורה $g^{\left(p\right)}\left(\alpha\right)\neq0$ וכן $g^{\left(n\right)}\left(\alpha\right)=0$ לכל $n\in\left[p-1\right]$ אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו לכל $x\in\left(\alpha-\varepsilon,\alpha+\varepsilon\right)$ מתקיים כי g מתכנסת ל־α בקצב התכנסות p.

מסקנה: תהא $f\in C^{2}\left(\left[a,b\right],\mathbb{R}\backslash\left\{ 0\right\} \right)$ ויהי $\zeta\in\left[a,b\right]$ שורש פשוט עבורו $f''\left(\zeta\right)\neq0$ אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו שיטת ניוטון מתכנסת בקצב ריבועי בקטע $\left(\zeta-\varepsilon,\zeta+\varepsilon\right)$.

מסקנה: תהא $f\in C^{2}\left(\left[a,b\right],\mathbb{R}\backslash\left\{ 0\right\} \right)$ ויהי $\zeta\in\left[a,b\right]$ שורש עבורו $f'\left(\zeta\right)=0$ וכן $f''\left(\zeta\right)\neq0$ אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו שיטת ניוטון מתכנסת בקצב לינארי בקטע $\left(\zeta-\varepsilon,\zeta+\varepsilon\right)$.

שיטת ניוטון המתוקנת: תהא $f\in C^{1}\left(\left[a,b\right],\mathbb{R}\backslash\left\{ 0\right\} \right)$ יהי $m\in\mathbb{N}_{+}$ אזי $g\left(x\right)=x-m\cdot\frac{f\left(x\right)}{f'\left(x\right)}$.

מסקנה: תהא $f\in C^{\eta}\left(\left[a,b\right],\mathbb{R}\backslash\left\{ 0\right\} \right)$ ויהי $\zeta\in\left[a,b\right]$ שורש מדרגה n אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו שיטת ניוטון המתוקנת מסדר n מתכנסת בקצב ריבועי בקטע $\left(\zeta-\varepsilon,\zeta+\varepsilon\right)$.

שיטת סטפנסן: תהא $f\in C^{1}\left(\mathbb{R}\right)$ אזי $g\left(x\right)=x-\frac{f\left(x\right)^{2}}{f\left(x+f\left(x\right)\right)-f\left(x\right)}$.

תחום ההתכנסות: תהא $g:I\to\mathbb{R}$ שיטה איטרטיבית ותהא $\alpha\in I$ נקודת שבת אזי קטע מקסימלי $J\subseteq I$ עבורו $\alpha\in J$ וכן לכל $x\in J$ שיטת האיטרציה g המתחילה ב־x מתכנסת ל־α.

תחום כיווץ: תהא $g\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}\right)$ שיטה איטרטיבית תהא $\alpha\in I$ נקודת שבת עם תחום התכנסות J אזי קטע מקסימלי $K\subseteq J$ עבורו $\alpha\in K$ וכן לכל $x\in K$ מתקיים $\left|g'\left(x\right)\right|\le1$.

שיטת ניוטון־רפסון: תהא $f\in C^{1}\left(\mathbb{R}^{n},\mathbb{R}^{n}\right)$ אזי $g\left(x\right)=x-D_{f}\left(x\right)^{-1}\cdot f\left(x\right)$.

טענה: תהא $f\in C^{1}\left(\mathbb{R}^{n},\mathbb{R}^{n}\right)$ ויהי $\zeta\in\mathbb{R}^{n}$ שורש פשוט אזי קיימת $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ סביבה של ζ בה שיטת ניוטון־רפסון מתכנסת בקצב ריבועי.

טענה: תהא $f\in C\left(\left[a,b\right],\mathbb{R}\right)$ קמורה ומונוטונית באשר $f\left(a\right)f\left(b\right)<0$ אזי regula falsi בעלת סדר לינארי.

סימון: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\Pi_{n}=\left\{ f\in\mathbb{R}\left[x\right]\mid\deg\left(f\right)\le n\right\}$.

פולינום טריגונומטרי: יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהיו $a_{0}\ldots a_{n},b_{0}\ldots b_{n}\in\mathbb{R}$ אזי $f\left(x\right)=\sum_{k=0}^{n}\left(a_{k}\cos\left(kx\right)+b_{k}\sin\left(kx\right)\right)$.

פולינום אקספוננטי: יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהיו $a_{0}\ldots a_{n},b_{0}\ldots b_{n}\in\mathbb{R}$ אזי $f\left(x\right)=\sum_{k=0}^{n}a_{k}e^{b_{k}x}$.

פולינום אינטרפולציה (פ"א): תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ אזי $p\in\Pi_{n}$ עבורו $p\left(x_{i}\right)=f\left(x_{i}\right)$ לכל $i\in\left\{ 0\ldots n\right\}$.

משפט: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ נקודות שונות אזי קיים ויחיד $p\in\Pi_{n}$ פולינום אינטרפולציה.

פולינום לגראנז': תהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ נקודות שונות אזי $\ell_{i}\left(x\right)=\frac{\prod_{k\in\left\{ 0\ldots n\right\} \backslash\left\{ i\right\} }\left(x-x_{k}\right)}{\prod_{k\in\left\{ 0\ldots n\right\} \backslash\left\{ i\right\} }\left(x_{i}-x_{k}\right)}$.

טענה: תהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ נקודות שונות אזי $\ell_{i}\left(x_{j}\right)=\delta_{i,j}$.

טענה בסיס לגראנז': תהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ נקודות שונות אזי $\left\{ \ell_{0}\ldots\ell_{n}\right\}$ בסיס של Π_{n}.

מסקנה צורת לגראנז': תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ נקודות שונות אזי $\sum_{i=0}^{n}f\left(x_{i}\right)\ell_{i}\left(x\right)$ פולינום אינטרפולציה.

טענה בסיס ניוטון: תהיינה $x_{0}\ldots x_{n-1}\in\mathbb{R}$ אזי $\left\{ \prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)\right\} _{j=-1}^{n-1}$ בסיס של Π_{n}.

טענה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_{0}\ldots x_{n+1}\in\mathbb{R}$ ויהי $\sum_{j=-1}^{n}A_{j+1}\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)$ פולינום אינטרפולציה של f ב־$\left\{ x_{0},\ldots,x_{n+1}\right\}$ אזי $\sum_{j=-1}^{n-1}A_{j+1}\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)$ פולינום אינטרפולציה של f ב־$\left\{ x_{0},\ldots,x_{n}\right\}$.

מסקנה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_{0}\ldots x_{n+1}\in\mathbb{R}$ ויהי $\sum_{j=-1}^{n}A_{j+1}\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)$ פולינום אינטרפולציה של f ב־$\left\{ x_{0},\ldots,x_{n+1}\right\}$ אזי $\sum_{j=-1}^{k-1}A_{j+1}\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)$ פולינום אינטרפולציה של f ב־$\left\{ x_{0},\ldots,x_{k}\right\}$.

מסקנה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_{0}\ldots x_{n+1}\in\mathbb{R}$ יהי $\sum_{j=-1}^{n}A_{j+1}\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)$ פולינום אינטרפולציה של f ב־$\left\{ x_{0},\ldots,x_{n+1}\right\}$ ויהי $\sum_{j=-1}^{n-1}B_{j+1}\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)$ פולינום אינטרפולציה של f ב־$\left\{ x_{0},\ldots,x_{n}\right\}$ אזי $\sum_{j=-1}^{n}A_{j+1}\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)=\left(\sum_{j=-1}^{n-1}B_{j+1}\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)\right)+A_{n+1}\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_{i}\right)$.

הפרש מחולק: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_{0}\ldots x_{k}\in\mathbb{R}$ ויהי $\sum_{j=-1}^{k-1}A_{j+1}\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_{i}\right)$ פולינום אינטרפולציה של f ב־$\left\{ x_{0}\ldots x_{k}\right\}$ אזי $f\left[x_{0}\ldots x_{k}\right]=A_{k}$.

מסקנה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_{0}\ldots x_{k}\in\mathbb{R}$ שונות ותהא $\sigma\in S_{k+1}$ תמורה אזי $f\left[x_{0}\ldots x_{k}\right]=f\left[x_{\sigma\left(0\right)}\ldots x_{\sigma\left(k\right)}\right]$.

מסקנה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהיינה $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ אזי $\sum_{j=-1}^{n-1} f\left[x_0\dots x_{j+1}\right]\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_i\right)$ פולינום אינטרפולציה של f ב־$\{x_0\dots x_n\}$.

טענה נוסחה רקורסיבית להפרשים המחולקים: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהיינה $x_0\dots x_k\in\mathbb{R}$ באשר $x_k\neq x_0$ אזי $f\left[x_0\dots x_k\right]=\frac{f[x_1\dots x_k]-f[x_0\dots x_{k-1}]}{x_k-x_0}$.

השגיאה באינטרפולציה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ ויהי $p\in\Pi_n$ פ"א אזי $e\left(x\right)=f\left(x\right)-p\left(x\right)$.

משפט ביטוי לשגיאה באינטרפולציה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_0\dots x_n,x\in\mathbb{R}$ ויהי $p\in\Pi_n$ פ"א אזי $e\left(x\right)=f\left[x_0\dots x_n,x\right]\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_i\right)$.

טענה: תהא $f\in C\left(\left[a,b\right]\right)$ באשר $f\in C^k\left(\left(a,b\right)\right)$ ותהיינה $x_0\dots x_k\in\left[a,b\right]$ אזי קיימת $c\in\left(a,b\right)$ עבורה $f\left[x_0\dots x_k\right]=\frac{f^{(k)}(c)}{k!}$.

מסקנה נוסחת השגיאה בפולינום האינטרפולציה: תהא $f\in C\left(\left[a,b\right]\right)$ באשר $f\in C^{n+1}\left(\left(a,b\right)\right)$ תהיינה $x_0\dots x_n,x\in\mathbb{R}$ ויהי $p\in\Pi_n$ פ"א אזי קיימת $c\in\left(a,b\right)$ עבורה $e\left(x\right)=\frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_i\right)$.

מסקנה: תהא $f\in C\left(\left[a,b\right]\right)$ באשר $f\in C^{n+1}\left(\left(a,b\right)\right)$ תהיינה $x_0\dots x_n,x\in\mathbb{R}$ ויהי $p\in\Pi_n$ פ"א אזי קיימת $c\in\left(a,b\right)$ עבורה $\left|e\left(x\right)\right|=\left|\frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}\right|\left(b-a\right)^{n+1}$.

מסקנה: תהא $f\in C\left(\left[a,b\right]\right)$ באשר $f\in C^{n+1}\left(\left(a,b\right)\right)$ תהא $M\in\mathbb{R}$ עבורה $\sup\left|f^{(n+1)}\right|\le M$ תהיינה $x_0\dots x_n,x\in\mathbb{R}$ ויהי $p\in\Pi_n$ פ"א אזי $\left|e\left(x\right)\right|\le\frac{M(b-a)^{n+1}}{(n+1)!}$.

פונקציית ספליין: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ תהא $\{x_0\dots x_n\}$ חלוקה של $\left[a,b\right]$ ויהיו $k,m\in\mathbb{N}$ אזי $f\in C^m\left(\left[a,b\right]\right)$ באשר $f_{\restriction_{[x_{i-1},x_i]}}\in\Pi_k$ לכל $i\in\{1\dots n\}$.

הערה: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ תהא $\{x_0\dots x_n\}$ חלוקה של $\left[a,b\right]$ אזי פונקציית ספליין ממעלה k הינה פונקציית ספליין ממעלה k וסדר חלקות $k-1$.

אינטרפולנט ליניארי למקוטעין: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ תהא $\{x_0\dots x_n\}$ חלוקה של $\left[a,b\right]$ אזי פונקציית ספליין ממעלה 1.

טענה: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ ותהא $f:\left[a,b\right]\to\mathbb{R}$ אזי $f\left[\left\{a+\frac{b-a}{n}\cdot i\right\}_{i=0}^{n}\right]=\frac{1}{n!\left(\frac{b-a}{n}\right)^n}\left(\sum_{k=0}^{n}\left(-1\right)^k\binom{n}{k}f\left(a+\frac{b-a}{n}\cdot k\right)\right)$.

הפרש מחולק עם חזרה: תהא $f\in C^1\left(\mathbb{R}\right)$ אזי $f\left[x,x\right]=f'\left(x\right)$.

טענה: תהא $f\in C^1\left(\mathbb{R}\right)$ אזי $f\left[x,x\right]=\lim_{h\to0}f\left[x,x+h\right]$.

הפרש מחולק עם חזרות: תהא $f\in C^n\left(\mathbb{R}\right)$ ותהיינה $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ בסדר עולה אזי $f\left[x_0\dots x_n\right]=\begin{cases}\frac{f[x_1\dots x_n]-f[x_0\dots x_{n-1}]}{x_n-x_0} & x_0<x_n\\ \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} & x_0=x_n\end{cases}$.

פולינום אינטרפולציית הרמיט: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_0\dots x_m\in\mathbb{R}$ ותהא $g:\{x_0\dots x_m\}\to\mathbb{N}_+$ באשר $\sum_{i=0}^{m}g\left(x_i\right)=n+1$ אזי $p\in\Pi_n$ עבורו $p^{(j)}\left(x_i\right)=f^{(j)}\left(x_i\right)$ לכל $i\in\{0\dots m\}$ ולכל $j\in\{0\dots g\left(x_i\right)-1\}$.

משפט: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_0\dots x_m\in\mathbb{R}$ ותהא $g:\{x_0\dots x_m\}\to\mathbb{N}_+$ באשר $\sum_{i=0}^{m}g\left(x_i\right)=n+1$ אזי קיים ויחיד $p\in\Pi_n$ פולינום אינטרפולציית הרמיט.

פונקציית ספליין הרמיט: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ תהא $\{x_0\dots x_n\}$ חלוקה של $\left[a,b\right]$ ויהי $k\in\mathbb{N}$ אזי פונקציית ספליין ממעלה k וסדר חלקות 1.

טענה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהיינה $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ אזי $\sum_{j=-1}^{n-1}f\left[x_0\dots x_{j+1}\right]\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_i\right)$ פולינום אינטרפולציית הרמיט.

פולינום ברשטיין: יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי $k\in\{0\dots n\}$ אזי $B_n^k:\left[0,1\right]\to\mathbb{R}$ המוגדר $B_n^k\left(x\right)=\binom{n}{k}x^k\left(1-x\right)^{n-k}$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\left\{B_n^k\right\}_{k=0}^{n}$ בסיס של Π_n.

הגדרה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $P_n^B:\left(\left[0,1\right]\to\mathbb{R}\right)\times\left[0,1\right]\to\mathbb{R}$ המוגדרת $P_n^B\left(f,x\right)=\sum_{k=0}^{n}B_n^k\left(x\right)\cdot f\left(\frac{k}{n}\right)$.

למה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי

- תהיינה $f,g:\left[0,1\right]\to\mathbb{R}$ ויהיו $\lambda,\mu\in\mathbb{R}$ אזי $P_n^B\left(\lambda f+\mu g,x\right)=\lambda P_n^B\left(f,x\right)+\mu P_n^B\left(g,x\right)$.
- לכל $k\in\{0\dots n\}$ מתקיים $B_n^k\ge0$.
- תהא $f:\left[0,1\right]\to\mathbb{R}$ ויהי $c\in\mathbb{R}$ אזי $P_n^B\left(c,x\right)=c$.
- $P_n^B\left(x,x\right)=x$.
- $P_n^B\left(x^2,x\right)=x^2+\frac{1}{n}\left(x-x^2\right)$.
- $\sum_{k=0}^{n}B_n^k\left(x\right)\left(\frac{k}{n}-x\right)^2=\frac{x(1-x)}{n}$.
- $B_n^k\left(x\right)=xB_{n-1}^{k-1}\left(x\right)+\left(1-x\right)B_{n-1}^k\left(x\right)$.

טענה: תהא $f:\left[0,1\right]\to\mathbb{R}$ ותהא $x\in\left[0,1\right]$ אזי $f\left(x\right)=\lim_{n\to\infty}P_n^B\left(f,x\right)$.

מסקנה: תהא $f:\left[0,1\right]\to\mathbb{R}$ ותהא $x\in\left[0,1\right]$ אזי $\sup\left|f\left(x\right)-P_n^B\left(x\right)\right|=\mathcal{O}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$.

חצי־מכפלה פנימית: יהי V מ"ו נ"ס אזי $H:V^2\to\mathbb{C}$ המקיימת

- הרמיטיות: $\forall a,b\in V.H\left(a,b\right)=\overline{H\left(b,a\right)}$.

- לינאריות: $\forall a,b,c\in V.\forall\alpha,\beta\in\mathbb{R}.H\left(\alpha a+\beta b,c\right)=\alpha H\left(a,c\right)+\beta H\left(b,c\right)$.
- חיוביות: $\forall a\in V.H\left(a,a\right)\in\mathbb{R}_{+}$.

חצי־נורמה מושרית: יהי V מ"ו נ"ס ותהא חצי־מכפלה פנימית H על V אזי $\left\Vert a\right\Vert =\sqrt{H\left(a,a\right)}$.

קירוב ריבועים מינימליים: יהי V מ"ו נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית H מעל V תהא $V\supseteq\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ בת"ל באשר H מכפלה פנימית מעל $\text{span}\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ ויהי $u\in L$ אזי $\arg\min_{v\in\text{span}\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\} }\left(\text{dist}\left(u,v\right)\right)$.

משפט: יהי V מ"ו נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית H מעל V תהא $V\supseteq\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ בת"ל באשר H מכפלה פנימית מעל $\text{span}\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ יהי $u\in L$ ויהיו $c_{0}\ldots c_{n}\in\mathbb{R}$ אזי ($\sum_{i=0}^{n}c_{i}v_{i}$ הינו קירוב ריבועים מינימליים של u)$\Longleftrightarrow$(לכל $k\in\left\{ 0\ldots n\right\}$ מתקיים $\sum_{i=0}^{n}c_{i}\left(v_{i},v_{k}\right)=\left(u,v_{k}\right)$).

טענה: יהי V מ"ו נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית H מעל V תהא $V\supseteq\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ בת"ל באשר H מכפלה פנימית מעל $\text{span}\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ יהי $u\in L$ ויהי $v\in\text{span}\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ קירוב ריבועים מינימליים אזי $\left(v-u\right)\perp\text{span}\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$.

מערכת משוואות נורמלית: יהי V מ"ו נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית H מעל V תהא $V\supseteq\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ בת"ל באשר H מכפלה פנימית מעל $\text{span}\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ יהי $u\in L$ ויהיו $c_{0}\ldots c_{n}\in\mathbb{R}$ אזי $\sum_{i=0}^{n}c_{i}\left(v_{i},v_{k}\right)=\left(u,v_{k}\right)$.

מסקנה: יהי V מ"ו נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית H מעל V תהא $V\supseteq\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ בת"ל ואורתוגונלית באשר H מכפלה פנימית מעל $\text{span}\left\{ v_{0}\ldots v_{n}\right\}$ ויהי $u\in L$ אזי הקירוב ריבועים מינימליים הוא $\sum_{i=0}^{n}\frac{H\left(f,v_{i}\right)}{H\left(v_{i},v_{i}\right)}\cdot v_{i}$.

מכפלה פנימית ממושקלת: תהא $w\in C^{1}\left(\left[a,b\right]\right)$ חיובית ממש עד כדי קבוצה זניחה אזי $H:C^{1}\left(\left[a,b\right]\right)^{2}\to\mathbb{R}$ כך $H\left(f,g\right)=\int_{a}^{b}\left(f\cdot g\cdot w\right)$.

טענה: תהא $w\in C^{1}\left(\left[a,b\right]\right)$ חיובית ממש עד כדי קבוצה זניחה אזי מכפלה פנימית ממושקלת w הינה מכפלה פנימית מעל $C^{1}\left(\left[a,b\right]\right)$.

סדרה אורתוגונלית של פולינומים: תהא H מכפלה פנימית מעל $\mathbb{R}\left[x\right]$ אזי $\left\{ q_{n}\right\} _{n=0}^{\infty}\subseteq\mathbb{R}\left[x\right]$ באשר $q_{n}\in\Pi_{n}$ וכן לכל $i\neq j$ מתקיים $H\left(q_{i},q_{j}\right)=0$.

פולינומי לג'נדר: $P_{0}\left(x\right)=1$ וכן $P_{1}\left(x\right)=x$ וכן $P_{n+1}\left(x\right)=\frac{2n+1}{n+1}xP_{n}\left(x\right)-\frac{n}{n+1}P_{n-1}\left(x\right)$.

טענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת 1 בקטע $\left[-1,1\right]$ אזי פולינומי לג'נדר מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ אזי $P_{n+1}\left(x\right)=x\cdot P_{n}\left(x\right)-\frac{\left(P_{n},P_{n}\right)}{\left(P_{n-1},P_{n-1}\right)}P_{n-1}\left(x\right)$.

פולינומי צ'בישב: $T_{n}\left(x\right)=\cos\left(n\cdot\arccos\left(x\right)\right)$.

טענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת $\frac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$ בקטע $\left[-1,1\right]$ אזי פולינומי צ'בישב מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים.

טענה: $T_{0}\left(x\right)=1$ וכן $T_{1}\left(x\right)=x$ וכן $T_{n+1}\left(x\right)=2xT_{n}\left(x\right)-T_{n-1}\left(x\right)$.

פולינומי לגר: $L_{0}\left(x\right)=1$ וכן $L_{1}\left(x\right)=1-x$ וכן $L_{n+1}\left(x\right)=\left(\frac{2n+1}{n+1}-\frac{x}{n+1}\right)L_{n}\left(x\right)-\frac{n}{n+1}L_{n-1}\left(x\right)$.

טענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת e^{-x} בקטע $\left[0,\infty\right)$ אזי פולינומי לגר מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים.

פולינומי הרמיט: $H_{0}\left(x\right)=1$ וכן $H_{1}\left(x\right)=2x$ וכן $H_{n+1}\left(x\right)=2xH_{n}\left(x\right)-2nH_{n-1}\left(x\right)$.

טענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת $e^{-x^{2}}$ בקטע $\left(-\infty,\infty\right)$ אזי פולינומי הרמיט מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים.

טענה: תהא $f:\mathbb{N}^{2}\to\mathbb{R}$ ותהא $Q_{n+1}\left(x\right)=xQ_{n}\left(x\right)+\sum_{i=0}^{n}f\left(n+1,i\right)\cdot Q_{i}\left(x\right)$ סדרה אורתוגונלית של פולינומים אזי

- $f\left(n+1,i\right)=-\frac{\left(xQ_{n},Q_{i}\right)}{\left(Q_{j},Q_{j}\right)}$.
- לכל $i\in\left\{ 0\ldots n-2\right\}$ מתקיים $f\left(n+1,i\right)=0$.

טענה: תהא $A\in M_{m\times n}\left(\mathbb{F}\right)$ באשר $m>n$ וכן עמודות A בת"ל יהי $b\in\mathbb{R}^{m}$ ויהי $b'\in\mathbb{R}^{m}$ קירוב ריבועיים מינימליים של b למרחב $\left\{ Ax\mid x\in\mathbb{R}^{n}\right\}$ אזי קיים ויחיד פתרון למערכת $A^{T}Ax=A^{T}b$.

טענה: תהא $f\in C^{1}\left(\mathbb{R}\right)$ תהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ ויהי p פ"א של f אזי $f'\left(x\right)=p'\left(x\right)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(f\left[x_{0}\ldots x_{n},x\right]\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_{i}\right)\right)$.

שגיאה בנגזרת: תהא $f\in C^{1}\left(\mathbb{R}\right)$ תהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ ויהי p פ"א של f אזי $e_{f'}\left(x\right)=e_{f}'\left(x\right)$.

סדר נקודות חוקי: נקודות $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ עבורן אם $x_{i}=x_{j}$ אזי $\left\{ x_{i}\ldots x_{j}\right\} =\left\{ x_{i}\right\}$.

טענה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ בסדר חוקי ותהא $\sigma\in S_{n+1}$ תמורה בסדר חוקי אזי $f\left[x_{0}\ldots x_{n}\right]=f\left[x_{\sigma\left(0\right)}\ldots x_{\sigma\left(n\right)}\right]$.

טענה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ אזי $f\left[x_{0}\ldots x_{n},x\right]$ רציפה.

טענה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ אזי $\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}f\left[x_{0}\ldots x_{n},x\right]\right)\left(x\right)=f\left[x_{0}\ldots x_{n},x,x\right]$.

מסקנה: תהא $f\in C^{1}\left(\mathbb{R}\right)$ ותהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ אזי $e_{f'}\left(x\right)=f\left[x_{0}\ldots x_{n},x,x\right]\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_{i}\right)+f\left[x_{0}\ldots x_{n},x\right]\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_{i}\right)\right)$.

מסקנה: תהא $f\in C^{1}\left(\left[a,b\right]\right)$ תהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\left[a,b\right]$ ויהי p פ"א של f אזי קיימים $\zeta,\xi\in\left(a,b\right)$ עבורם $f'\left(x\right)=p'\left(x\right)+\frac{f^{\left(n+2\right)}\left(\zeta\right)}{\left(n+2\right)!}\cdot\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_{i}\right)+\frac{f^{\left(n+1\right)}\left(\xi\right)}{\left(n+1\right)!}\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_{i}\right)\right)$.

מסקנה: תהא $f:\left[a,b\right]\to\mathbb{R}$ ותהיינה $x_{0}\ldots x_{n}\in\mathbb{R}$ אזי

- אם $\prod_{i=0}^{n}(a-x_i)=0$ אזי $e_{f'}(a)=\mathcal{O}\left((b-a)^n\right)$.
- אם $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\prod_{i=0}^{n}(x-x_i)\right)(a)=0$ אזי $e_{f'}(a)=\mathcal{O}\left((b-a)^{n+1}\right)$.

סדר הקירוב: תהא $f\in C^1(\mathbb{R})$ ותהיינה $x_0\ldots x_n\in\mathbb{R}$ אזי $p\in\mathbb{N}$ מקסימלי עבורו קיים $C\in\mathbb{R}$ וקיים $h\in\left[\min_{i\neq j}|x_i-x_j|,\max|x_i-x_j|\right]$ המקיימים $|e_{f'}(a)|\le Ch^p$.

הערה: תהא שיטת קירוב מעל הנקודות $x_1\ldots x_n$ עם מרחק מקסימלי h בין הנקודות ועם שגיאה $e(x)$ סדר הקירוב של השיטה הוא $p\in\mathbb{N}$ מינימלי עבורו $|e(x)|=\mathcal{O}(h^p)$.

טענה: תהא $f\in C^1(\mathbb{R})$ תהיינה $x_0\ldots x_n\in\mathbb{R}$ ותהא $a\in\mathbb{R}\backslash\{x_0\ldots x_n\}$ עבורה $\{x_0\ldots x_n\}$ סימטריות סביב a אזי $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\prod_{i=0}^{n}(x-x_i)\right)(a)=0$.

סדר דיוק אלגברי: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהא $e:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ שגיאה של נוסחת קירוב אזי $n\in\mathbb{N}$ מקסימלי עבורו לכל $p\in\Pi_n$ מתקיים $e_p=0$.

טענה: תהא $f\in C^m(\mathbb{R})$ תהיינה $x_0\ldots x_n\in\mathbb{R}$ ויהי p פ"א של f אזי
$$f''(x)=p''(x)+\sum_{i=0}^{m}f\left[x_0\ldots x_n,\underbrace{x\ldots x}_{m+1-i}\right]\frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}x^i}\left(\prod_{i=0}^{n}(x-x_i)\right).$$

מסקנה: תהא $f\in C^m([a,b])$ תהיינה $x_0\ldots x_n\in[a,b]$ ויהי p פ"א של f אזי קיימים $\{c_i\}_{i=0}^{m}\subseteq(a,b)$ עבורם $f'(x)=p'(x)+\sum_{i=0}^{m}\frac{f^{(n+m+1-i)}(c_i)}{(n+m+1-i)!}\cdot\frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}x^i}\prod_{i=0}^{n}(x-x_i)$.

הפרש קדמי: תהא $f\in C^2(\mathbb{R})$ יהי $a\in\mathbb{R}$ ויהי $h>0$ אזי $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

טענה: תהא $f\in C^2(\mathbb{R})$ ויהי $a\in\mathbb{R}$ באשר קיימת סביבה $\mathcal{U}$ של a בה f'' חסומה אזי סדר קירוב הפרש קדמי הינו $\mathcal{O}(h)$.

הפרש מרכזי: תהא $f\in C^2(\mathbb{R})$ יהי $a\in\mathbb{R}$ ויהי $h>0$ אזי $\frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$.

מסקנה: תהא $f\in C^2(\mathbb{R})$ יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי $h>0$ ויהי p פ"א של f בנקודות $\{a+h,a-h\}$ אזי $p'(a)=\frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$.

טענה: תהא $f\in C^3(\mathbb{R})$ ויהי $a\in\mathbb{R}$ באשר קיימת סביבה $\mathcal{U}$ של a בה f''' חסומה אזי סדר קירוב הפרש מרכזי הינו $\mathcal{O}(h^2)$.

טענה: תהא $f\in C^3(\mathbb{R})$ ויהי $a\in\mathbb{R}$ באשר קיימת סביבה $\mathcal{U}$ של a בה f''' חסומה אזי הפרש מרכזי בעל סדר דיוק אלגברי 2.

משפט ריצ'רדסון: תהא $f\in C^1(\mathbb{R})$ יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי $h>0$ ותהא D שיטת קירוב ל־$f'(a)$ מסדר $\mathcal{O}\left(h^{2k}\right)$ בעלת הפרש h בין נקודותיה אזי $f'(a)=D(h)+\sum_{i=0}^{\infty}C_ih^{2k+2i}$.

מסקנה קירוב ריצ'רדסון: תהא $f\in C^1(\mathbb{R})$ יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי $h>0$ ותהא $D(h)$ שיטת קירוב ל־$f'(a)$ מסדר $\mathcal{O}\left(h^{2k}\right)$ בעלת הפרש h בין נקודותיה אזי $f'(a)=\frac{4^kD(h)-D(2h)}{4^k-1}+\mathcal{O}\left(h^{2k+2}\right)$.

טענה: תהא $f\in R([a,b])$ תהיינה $x_0\ldots x_n\in\mathbb{R}$ ויהי p פ"א של f אזי $\int_a^bf=\int_a^bp+\int_a^bf[x_0\ldots x_n,x]\prod_{i=0}^{n}(x-x_i)\,\mathrm{d}x$.