טופולוגיה: תהא א קבוצה אזי $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה אזי תהא $X, \emptyset \in \mathcal{T} \bullet$ $\cup \mathcal{U} \in \mathcal{T}$ אזי $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{T}$ תהיינה • $igcap_{i=1}^n U_i \in \mathcal{T}$ איי $\{U_i\}_{i=1}^n \subseteq \mathcal{T}$ תהיינה ullet $U \in \mathcal{T}$ המקיימת $U \subseteq X$ אזי טופולוגי מרחב (X,\mathcal{T}) המיימת $.X \, \backslash E \in \mathcal{T}$ המקיימת $E \subseteq X$ אזי טופולוגי מרחב ($X,\,\mathcal{T})$ יהי יהי קבוצה קבוצה קבוצה . $(U \cap V \in \mathcal{T}$ מתקיים $U, V \in \mathcal{T}$ טופולוגיה) $\{X,\varnothing\}$ הטופולוגיה הטריוואלית: תהא איי קבוצה איי $\mathcal{P}\left(X
ight)$ אזי קבוצה אזי תהא X קבוצה אזי הטופולוגיה הבדידה/הדיסקרטית: $.\mathcal{T}(X,\rho) = \{ U \subseteq X \mid \forall x \in U.\exists r > 0.B_r(x) \subseteq U \}$ $\{A\subseteq X\mid |X\backslash A|<\aleph_0\}\cup\{\varnothing\}$ אזי קבוצה אה תקריסופית: תהא הקריסופית: אזי אזי אזי אזי אזי $\mathcal{C}=\{E\subseteq X\mid Xackslash E\in\mathcal{T}\}$ משפט: יהי (X,\mathcal{T}) אזי משפט: יהי $X, \emptyset \in C \bullet$ $\bigcap_{\alpha\in\Lambda} E_{\alpha}\in\mathcal{C}$ אזי אזיי אוי $\{E\}_{\alpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{C}$ תהיינה • $\bigcup_{i=1}^{ar{n}} E_i \in \mathcal{C}$ אזי $\{E_i\}_{i=1}^{ar{n}} \subseteq \mathcal{C}$ תהיינה ulletבסיס לטופולוגיה: תהא א $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה אזי תהא בסיס לטופולוגיה: המקיימת $| | | \mathcal{B} = X | \bullet |$ $B_3\subseteq B_1\cap B_2$ וכן $x\in B_3$ עבורה $B_3\in \mathcal{B}$ הטופולוגיה הנוצרת מבסיס: תהא X קבוצה ויהי מבסיס: בסיס אזי הטופולוגיה הנוצרת מבסיס: $.\mathcal{T}(\mathcal{B}) = \{ U \subseteq X \mid \forall x \in U. \exists B \in \mathcal{B}. (x \in B) \land (B \subseteq U) \}$ X טופולוגיה על $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}
ight)$ אזי בסיס אזי ב $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ ויהי קבוצה על למה: תהא וכן $\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}} = \{[a,b) \mid a < b\}$ וכן $\mathcal{B}_E = \{(a,b) \mid a < b\}$ וכן $\mathcal{B}_K = \mathcal{B}_E \cup \left\{ (a, b) \setminus \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}_+ \right\} \mid a < b \right\}$ \mathbb{R} טענה: \mathcal{B}_E , $\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}}$, \mathcal{B}_K בסיסים של $\mathbb{R}=(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{E}
ight))$:הטופולוגיה האוקלידית/הסטנדרטית $\mathbb{R}_{Sorg} = (\mathbb{R},\,\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{Sorg}
ight))$ הישר של זורגנפריי: $\mathbb{R}_{K}=\left(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{K}
ight)
ight):K$ טופולוגיית משפט אפיון שקול לטופולוגיה נוצרת: יהי $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{P}\left(X
ight)$ בסיס אזי $\mathcal{T}(\mathcal{B}) = \{ U \subseteq X \mid \exists A \subseteq \mathcal{B}.U = \bigcup A \}$ $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{1}\right)=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{2}\right)$ איי

.cl $(A)=\overline{A}=\bigcap \ A\subseteq E$ איזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא אור של קבוצה: יהי

 $.\partial A=\overline{A}ackslash$ אוזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא מ"ט היי (X,\mathcal{T}) אוזי שפה של קבוצה: יהי

 $\overline{A} = \min_{\subset} \{ E \mid (A \subseteq E) \land (E^{C} \in \mathcal{T}) \} \bullet$

 $U\cap A
eq \emptyset$ מתקיים $x\in U$ המקיים $U\in \mathcal{T}$ לכל •

 $.\partial A=\overline{A}\cap\left(\overline{Xackslash}Aackslash A$ אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא $A\subseteq X$ מ"ט ותהא אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא

 $U\cap A^{\mathcal{C}}
eq\emptyset$ וכן $U\cap A\neq\emptyset$ מתקיים $x\in U$ המקיימת $x\in U$ המקיימת

 $X=\overline{A}$ המקיימת $A\subset X$ מ"ט אזי (X,\mathcal{T}) המקיימת קבוצה צפופה: יהי

טופולוגיית הנקודה הייחודית: תהא Y קבוצה ותהא אזי $p \in X$ אזי

 $A\subseteq A\subseteq \overline{A}$ אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא אינ הי

.int $(A) = \max_{\subset} \{ \mathcal{U} \in \mathcal{T} \mid \mathcal{U} \subseteq A \}$ •

 $x\in X$ ויהי ווהי $X\in X$ התב"ש משט תהא מ"ט מענה: יהי ווהי א מ"ט תהא

טענה: יהי $A\subseteq X$ ותהא מ"ט ($X,\,\mathcal{T})$ יהי יהי

 $\mathcal{T}_p = \{\mathcal{U} \subseteq X \mid p \in \mathcal{U}\} \cup \{\emptyset\}$

 $E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{T}$

 \mathcal{T}_A על אזי טופולוגיה $f:X\to A$ ותהא קבוצה תהא מ"ט מי"ט אזי יהי אז על אזי אזי אזי טופולוגיית המנה המושרית: יהי

```
העתקת נטג: יהי X מ"ט ותהא A\subseteq X אזי A: r: X 	o A רציפה עבורה T: X 	o A קשירה אזי T: X 	o A קשירה אזי T: X 	o A
וכן \bigcap \mathcal{A} \neq \emptyset וכן קשירה לכל A \in \mathcal{A} מתקיים כי A \subseteq \mathcal{P}\left(X\right) עבורה לכל
                                                                                 אזי X קשיר. \bigcup \mathcal{A} = X
                                                                                                                      כך f:X 	o X/\sim Xונגדיר אונגדיר מעל X מרחב מרחב מייט יהי א מ"ט יהי יהי א מייט יהי אייס שקילות מעל
                        מסקנה: תהיינה \{X_n\}_{n=0}^{\infty}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)\setminus\{\varnothing\} באשר וכן
                                                  . אזי אn\in\mathbb{N}לכל לכל אזי אוי אn\in\mathbb{N}לכל לכל אזי אn\in\mathbb{N}
                                                                                                                      משפט התכונה האוניברסילית: תהא g:X	o Z העתקת מנה ותהא f:X	o Y תהא עבורה
                                                             מסקנה: \mathbb R עם הטופולוגיה הסטנדרטית קשיר.
                                 . עם הטופולוגיה מי\mathbb{R} סטנדרטי הינו קשיר (-1,1) מסקנה:
עם (a,b) , [a,b] , (a,b] , [a,b] , אזי a < b באשר באשר a,b \in \mathbb{R} יהיו
                                                                                                                                                                                         (h) \Longleftrightarrow (g)רציפה). •
                                                                         .(מנה) העתקת g (העתקת מנה) h
(-\infty,a)\,,(-\infty,a]\,,(-\infty,\infty)\,,[a,\infty)\,,(a,\infty) אוי a\in\mathbb{R} מסקנה: יהי a\in\mathbb{R}
                                                                                 .טענה: איננה קשירה \mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}
                                                                                                                                                                             g \circ f^{-1} רציפה). •
.(העתקת מנה) g \circ f^{-1} העתקת מנה) g \circ f^{-1}
                                                               טענה: (\prod_{i=1}^{\infty}\mathbb{R},\mathcal{T}_{	ext{box}}) איננה קשירה.
                                                                                                                      f:X	o \left\{g^{-1}\left(\{z\}
ight)\mid z\in Z
ight\} מסקנה: תהא g:X	o Z האט מסקנה: תהא
                                    . מסקנה: יהי \mathbb{R}^n אזי \mathbb{R}^n קשיר עם הטופולוגיה הסטנדרטית. מסקנה: יהי \mathbb{R}^n
וכן f\left(0\right)=x מטילה: יהי \gamma:\left[0,1\right]\to X אזי x,y\in X יהיו מ"ט ויהיו מסילה: יהי מסילה: אזי אזי אזי אזי אזי מ
xמסילה מסילה אקיימת קשיר מרחב אבורו לכל עבורו (X,\mathcal{T}) אופולוגי מרחב מסילתית: מרחב מופולוגי איימת מסילה מ
                                                                                                                      טענה: תהא \mathcal{U} \in \mathcal{T}_X על ולכל אל f (על מנה) העתקת היים אזי וול רציפה אזי וול רציפה אזי וול העתקת מנה)
                                                          . טענה: יהי X מ"ט קשיר מסילתית אזי X קשיר טענה
                                                                                                                              . מתקיים כי f \, (\mathcal{U}) מתקיים כי מתקיים לכל עבורה לכל עבורה לכל f : X 	o Y מתקיים כי
                                                   \mathbb{R}^nאיננו הומיאומורפי לי איננו n>1יהי יהי מסקנה: יהי איננו n>1
                                                                                                                         . סגורה מתקיים כי f:X 	o Y סגורה מתקיים כי סגורה לכל לכל עבורה לכל f:X 	o Y
        .
תית. מסילתית קשיר אזי f:X\to Yותה<br/>א מסילתית האיט מ"ט מ"ט אזי למה: f:X\to Yותהא
                                                          מסקנה: קשירות מסילתית הינה תכונה טופולוגית.
                                                                                                                                                                                                             . פתוחה f \bullet
                        טענה: יהי p:\mathbb{C}^n 	o \mathbb{C} ויהי ויהי אזי אזי הסטנדרטית הטופולוגיה עם הטופולוגיה יהי
                                                                                                                                                                                                             .סגורה f
                                                  . מסילתית קשירה \mathbb{C}^n \setminus \left\{ x \in \mathbb{C}^n \mid p\left(x\right) = 0 \right\}
                                                                                                                                                                                                       _{f}-1 רציפה.
תר־מרחב קשיר GL_n (\mathbb C) אזי \mathbb C^{n^2} אזי שם הטופולוגיה הטופולוגיה אווי אזי M_{n 	imes n} (\mathbb C) מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                    . הומיאומורפיזם f
                                                                                                                                                                                                    . רציפה ופתוחה f
 קשירה עבורה D \subseteq X קיימת אוי (x\sim_{\mathsf{qwy}}y) אוי אוי אוי (x,y\in X קשירה עבורה עבורה אוי יהי לימון: יהי אוי מ"ט ויהיו
                                                                                                                                                                                               . רציפה וסגורה f^{-1}
                                                                                                (x, y \in D)
                                                     .X טענה: יהי X מ"ט אזי קשיר יחס שקילות מעל אזי טענה: יהי
                                                              .X/{\sim}רכיבי קשירות: יהי א מ"ט אזי קשיר
                                                                                                                       \sim=\left\{(x,y)\in(\mathbb{R}^n\!\setminus\{0\})^2\;\middle|\;\exists\lambda\in\mathbb{R}\,(x=\lambda y)
ight\}המרחב הפרויקטיבי הממשי: נגדיר
(y^-) אזי מסילה מ"ע (x\sim_{\mathsf{qwir}} x אזי אזי אזי אזי אזי אזי מסילתית מסילה מ"ג ל"ע). סימון: יהי א
                                          X טענה: יחס שקילות מעל מסילתית מסילתית מיט אזי מיט אזי מסילתית מסילתית מ
                                         X/\simרכיבי קשירות מסילתית: יהי א מ"ט אזי קשיר מסילתית רכיבי
                                                  אזי אזי אזי רכיבי הקשירות של אX אזי רכיבי רכיבי רכיבי אזי יהיו יהיו משפט: יהיו
                                                      . לכל \Omega_{\alpha} מתקיים כי \alpha \in \Lambda קשירה סלכל
                                                                                                                      \mathcal{B}_{	ext{box}} = \left\{\prod_{lpha \in \Lambda} \mathcal{U}_lpha \mid \mathcal{U}_lpha \in \mathcal{T}_lpha 
ight\}בסים מענה: יהיו \{(X_lpha, \mathcal{T}_lpha)\}_{lpha \in \Lambda} בסים
                             D_{\alpha}\cap D_{\beta}=\emptyset יהיו \alpha\neq\beta באשר \alpha,\beta\in\Lambda יהיו •
                                                             .X = \bigcup_{lpha \in \Lambda} D_lpha מתקיים •
                                                                                                                                         \mathcal{T}_{
m box}=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{
m box}
ight) מ"טים אזי איי ואיית התיבה: יהיו יהיו \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}
               Y\subseteq D_{lpha} עבורו lpha\in\Lambda עבורו קשיר קשיר תת־מרחב לכל Y\subseteq X
                                                                                                                       המוגדרת \pi_{eta}: \prod_{lpha \in \Lambda} X_{lpha} 	o X_{eta} קבוצות אזי קצופות אזי קאר: תהיינה אוי קצופות אזי קבוצות אזי קצופות אזי קצופות אזי המוגדרת
                                     אזי אזי של אזי רכיבי הקשירות אזי אזי אזי \{D_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda} אזי יהיו
                                                       לכל \alpha \in \Lambda מתקיים כי \alpha \in \Lambda קשירה.
                             .D_{\alpha}\cap D_{\beta}=\varnothing אזי \alpha\neq\betaבאשר \alpha,\beta\in\Lambdaיהיי •
                                                                                                                                  .\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha} את תרבסיס של \mathcal{S}_{prod}=\bigcup_{\alpha\in\Lambda}\left\{\pi_{\alpha}^{-1}\left(\mathcal{U}_{\alpha}\right)\mid\mathcal{U}_{\alpha}\in\mathcal{T}_{\alpha}\right\}
                                                             .X = \bigcup_{lpha \in \Lambda} D_lpha מתקיים •
                                                                                                                                    \mathcal{T}_{	ext{prod}} = \mathcal{T}\left(\mathcal{S}_{	ext{prod}}
ight)מ"טים אזי\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}טופולוגיית המכפלה: יהיו
               Y\subseteq D_{\alpha}עבורו \alpha\in\Lambdaויחיד קשיר קשיר תת־מרחב א לכל לכל לכל יים איר עת־מרחב א לכל לכל יים א לכל א
                                                                                                                                  מסקנה: יהי D רכיב קשירות של X אזי D סגור.
של \mathcal{U} \subseteq X מרחב טופולוגי קשיר מקומית נקודתית: יהי א מ"ט אזי x \in X מרחב טופולוגי מקומית מקומית מחדתית: יהי
                                                                                                                                  \mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\subseteq\mathcal{T}_{\mathrm{box}} אזי |\Lambda|\geq lpha_0 משקנה: יהיי \{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda} משקנה: יהיי
                                                      x \in \mathcal{V} קיימת סביבה עבורה ע\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U} קיימת קיימת מ
                                                                                                                      \pi_{lpha} טופולוגיה עבורה אויטים (\Pi_{lpha\in\Lambda}\,X_{lpha}\,,\,\mathcal{T}) מ"טים מסקנה: יהיו אויטים ותהא \{(X_{lpha}\,,\,\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda} טופולוגיה עבורה
מרחב טופולוגי קשיר מקומית: מרחב טופולוגי X עבורו לכל x\in X מתקיים כי X קשיר מקומית
                                                                                                                                      \mathcal{T}_{prod} = \left\{ \prod_{\alpha \in \Lambda} \mathcal{U}_{\alpha} \mid (\mathcal{U}_{\alpha} \in \mathcal{T}_{\alpha}) \land (|\{\mathcal{U}_{\alpha} \neq X_{\alpha}\}| \in \mathbb{N}) \right\}
מרחב טופולוגי קשיר מסילתית מקומית נקודתית: יהי X מ"ט אזי x\in X המקיים לכל סביבה
                                                                                                                        .(lpha ביפה לכל \pi_lpha ס f) אזי f:Y	o \left(\prod_lpha X_lpha , \mathcal{T}_{\mathrm{prod}}
ight) משפט: תהא
                          x \in \mathcal{V} של x קיימת סביבה \mathcal{V} \subseteq \mathcal{U} קשירה מסילתית עבורה \mathcal{U} \subseteq X
מרחב טופולוגי קשיר מסילתית מקומית: מרחב טופולוגי X עבורו לכל x \in X מתקיים כי X קשיר
                                                   טענה: קשירות מקומית מסילתית הינה תכונה טופולוגית.
                                                                                                                      f:X	o Y מ"ט עבורן קיים X,Y מל מ"ט באשר של מ"ט באשר של מ"ט עבורן איים P של מ"ט באשר
                                                                          . איננו קשיר מקומית איננו \mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}
                                                                                                                                                                  (P \ agriculture{}{}) \iff (P \ agriculture{}{}) מקיים (P \ agriculture{}{}) מקיים (P \ agriculture{}{})
טענה: יהי X מ"ט אזי (X קשיר מקומית) אולכל (לכל \mathcal{T} לכל לכל קשיר מקומית) אזי מ"ט אזי מ"ט אזי אזי (
                                                                                                   D \in T
                                                                                                                      \mathcal{U}\cap\mathcal{V}=arnothingוכן \mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T} באשר מרחב טופולוגיי: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי מ"ט אזי באשר
טענה: יהי X מ"ט אזי (X קשיר מסילתית מקומית) אזי (לכל \mathcal{U} \in \mathcal{T} ולכל ענה: יהי אזי מ"ט אזי (אזי מסילתית מקומית)
                                                                                                                                                                                         \mathcal{U}, \mathcal{V} 
eq \emptyset וכן \mathcal{U} \cup \mathcal{V} = X וכן
                                                                       D \in \mathcal{T} מסילתית של של מתקיים
                                                                                                                                                      מרחב טופולוגי קשיר: מרחב טופולוגי (X,\,\mathcal{T}) מרחב טופולוגי קשיר: מרחב מופולוגי הפרדה
                              . משינה קשיר מסילתית מקומית אזי X קשיר מסילתית מסילתית מסילתית מיט קשיר מסילתית.
                                                                                                                                                      מרחב טופולוגי אי־קשיר: מרחב טופולוגי (X,\mathcal{T}) עבורו קיימת הפרדה.
סביבות של \{\mathcal{U}_n\}_{n=0}^\infty בסיימות עבורו אזי אזי x\in X מ"ט אזי זהי מנייה בנקודה: יהי אזי מיימות
                                                                                                                                                  .(א קשיר) קשיר) קשיר) אזי (X + Y) \Leftrightarrow (X + Y) הומיאומורפיזם אזי היי
                                       \mathcal{U}_n \subseteq \mathcal{V} עבורן לכל סביבה x של של ע עבורן לכל עבורן עבורן x
                                                                                                                                                                                           מסקנה: קשירות הינה תכונה טופולוגית.
מרחב טופולוגי המקיים את אקסיומת המניה הראשונה: מרחב טופולוגי X עבורו לכל x\in X קיים
                                                 .
I מטקנה: יהי אז מ"ט מושרה ממרחב מטרי אזי מניה מסקנה: מסקנה
                                                                                                                                         .X = E \cup F קיימות לא ריקות ארות ארות סגורות E, F \subseteq X קיימות \bullet
                                                                                        .I מניה \mathbb{R}_{Sorg}
                                                                                                                                                            . פתוחה פתוחה סגורה ופתוחה D \in \mathcal{P}\left(X\right) \setminus \{X,\varnothing\} סגורה פתוחה
                                                        .I טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה מניה
                                                                                                                                                 סענה: יהי f\left(X\right) מ"ט קשיר ותהא f:X	o Y האי קשיר מ"ט מ"ט קשיר ותהא
                                              U מניה: ת המצוייד עם הטופולוגיה הקו־בת־מניה אינו מניה .I המצוייד
                                                                                                                                                (קיימות אי־קשיר) אי־קשיר) אי־קשיר) איר אוי אייקשיר) אייקשיר)
                                              משפט: יהי א מייט מניה ו ותהא אA\subseteq Xותה מניה מייט מייה יהי משפט: יהי מייט מניה ו
                                                                                                                       \overline{A} = \{x \in X \mid x המתכנסת אל a \in A^{\mathbb{N}}
                                                                                                                                                    טענה: תהא ערחב קשיר אזיY \subseteq X ויהי של הפרדה (\mathcal{U},\mathcal{V}) תת־מרחב סענה:
(לכל \iff אזי ( רציפה) אזי ( רציפה) רלכל (לכל משפט: יהיו (
                                                                                                                                                                                                   (Y \subset U) \oplus (Y \subset V)
      .(f\left(a\right)ל מתכנסת ל־\{f\left(x_{n}\right)\} מתקיים כי \{f\left(x_{n}\right)\} מתכנסת ל־\{x_{n}\}\subseteq X
```

```
טענה: יהי A\subseteq X ותהא מ"ט (X,\mathcal{T})יהי יהי
                                  A\subseteq\left\{ x\in X\mid x המתכנסת אל a\in A^{\mathbb{N}} קיימת a\in A
                A\cup\{x\in X\mid A טענה: תהא A\subseteq X אזי א נקודת הצטברות של x\}=\overline{A} אזי אזי א
   f\left(\mathcal{U}
ight)\subseteq\mathcal{V} אבורה לכל U\subseteq X של קיימת סביבה קf\left(x
ight) של סביבה עבורה לכל
                        עבורה f:X 	o Y אייטים איי מ"טים (X,\mathcal{T}) (Y,\mathcal{S}) איי יהיו פונקציה רציפה: יהיו
                                                                       \forall U \in \mathcal{S}.f^{-1}\left(U\right) \in \mathcal{T}
                               התב"ש f:X 	o Y משפט: יהיו (X,\mathcal{T}) , (Y,\mathcal{S}) התב"ש
                                  פתוחה. f^{-1}\left(U\right) פתוחה מתקיים כי U\subseteq Y פתוחה.
                                    סגורה f^{-1}\left(E\right) סגורה מתקיים כי E\subseteq Y סגורה.
                                            f\left(\overline{A}\right)\subseteq\overline{f\left(A\right)} מתקיים A\subseteq X •
                                                   xב־מ. רציפה x \in X לכל x \in X
                    טענה: יהיו אועל חח"ע ועל התב"ש ותהא f:X	o Y מ"טים ותהא (X,\mathcal{T}) , (Y,\mathcal{S}) יהיו
                             . תהא f^{-1}\left(U
ight)אזי (U פתוחה) אזי (U\subseteq Y מתוחה) •
                              . תהא f^{-1}\left(E\right)ל סגורה) איי שאי E\subseteq Y מגורה). •
                                            f\left(\overline{A}\right) = \overline{f\left(A\right)} מתקיים A \subseteq X •
                                                             \mathcal{T}_f = \left\{ f^{-1}(U) \mid U \in \mathcal{S} \right\}אזיי
              .ט"ט. (X,\mathcal{T}_f) אזי f:X	o Y מ"ט ותהא (Y,\mathcal{S}) אזי קבוצה אחר טענה: תהא
                                    תת מרחב טופולוגי (ת"מ): יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא A\subseteq X אזי
                                        \mathcal{T}_A = \{U \subseteq A \mid \exists V \in \mathcal{T}.U = \mathrm{Id}^{-1}(V)\}
                                     .טענה: יהי (A,\mathcal{T}_A) איי מ"ט ותהא אוי (X,\mathcal{T}) מ"ט. מענה: יהי
                \mathcal{T}_A = \{A \cap U \mid U \in \mathcal{T}\} אזי A \subseteq X מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) טענה: יהי
                                                                          (V \cap A = II)
                                  \operatorname{cl}_X(D)\cap A=\operatorname{cl}_A(D) אזי D\subseteq A תהא \Phi
                                 \operatorname{int}_{X}\left(D\right)\cap A\subseteq\operatorname{int}_{A}\left(D\right)אזי D\subseteq A תהא \bullet
                                                 טענה: יהי (Y,\mathcal{T}_Y) מ"ט ויהי מ"ט ת"מ אזי (X,\mathcal{T}_X) טענה:
            Xפתוחה ב־ אזי א פתוחה ב־ א פתוחה ב־ א אזי א פתוחה ב־ א נניח כי Y
             A סגורה ב־X, תהא Y סגורה ב־X אזי סגורה ב־X סגורה ב־X
                                                                                  רציפה. f:X	o Z
                         (q) \Longleftrightarrow (q) אזי (q) \in \mathcal{Y} אזי מ"ט ותהא (q) \in \mathcal{X} מ"ט ותהא אזי (q) \in \mathcal{X}
 רציפה g~:~Y~\to~Z ותהא רציפה f~:~X~\to~Y מ"ט תהא אס"ט מענה: יהיו יהיו איט תהא א
X = A \cup B סגורות עבורן אסגורות משפט למת ההדבקה: יהיו אX, Yיהיו יהיו למת משפט למת משפט למת ההדבקה: יהיו
 אזי A \cap B על f = g רציפה עבורן g: B 	o Y אזי f: A 	o Y אזי
                                                                            רציפה. f \cup g: X 	o Y
סימון: יהיו X,Y מ"ט ותהא Y 	oup f:X 	oup f חח"ע ורציפה נגדיר \hat{f}:X 	oup X מ"ט ותהא
                  . שיכון: יהיו \hat{f} מ"ט אזי Y אזי Y חח"ע ורציפה עבורה אזי מ"ט אזי אזי X,Y ורציפה עבורה ל
                f\left(X\right) בתור את נזהה איי שיכון f:X\to Yיהיי מ"ט מ"ט את היי הערה: הערה: איי מ"ט ויהי
                            העתקת מנה: יהיו אזי אזי אזי f:Y\to X אזי מ"ט אזי יהיו יהיו יהיו אנקביה על המקיימת
                                       \forall U \subseteq X. (U \in T_X) \iff (f^{-1}(U) \in T_Y)
                           תעתקת מנה אזי f:Y 	o X מ"ט ותהא X,Y העתקת מנה אזי f:Y 	o X
                                                                                                                      B\cap A \neq \emptyset מתקיים x\in B המקיים B\in \mathcal{B} אזי לכל \mathcal{T} אזי יהי x\in \mathcal{B} המקיים
 העתקת מנה g:Y\to Z ותהא העתקת מנה f:X\to Y תהא מ"ט מ"ט מיט יהיו יהיו טענה: יהיו מ"ט תהא
                                                                                                                 U\in\mathcal{T} מסקנה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט תהא X\in X ויהי A\subseteq X אוי (הא (X,\mathcal{T}) מ"ט תהא
על \mathcal{T}_A על אזי קיימת ויחידה טופולוגיה f:X 	o A ותהא קבוצה ותהא משפט: יהי על מ"ט תהא אזי קבוצה ותהא
                                                                               .עבורה f העתקת מנה
```

. על A עבורה f העתקת מנה

```
x של U סביבה לכל סביבה אזי x\in X אזי אזי ותהא עבורו (X,\mathcal{T}) יהי יהי נקודת הצטברות:
                                                                                                                                                                         .U \cap A \setminus \{x\} \neq \emptyset מתקיים
                                                                                            y של U סדרה מתכנסת/גבול: יהי y\in X אזי x\in X^{\mathbb{N}} ותהא מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) יהי יהי
                 x_n \in U החל ממקום מסוים
                                                                                                                                                                                                                             (X,\mathcal{T}) אזי א איי טופולוגיה על טופולוגיה על \mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight) מרחב טופולוגיה על איי תהא
עבורה h:Y	o Z אוי קיימת y\in Y קבועה לכל g\!\!\upharpoonright_{f^{-1}(\{y\})}
                                                                                                                                                                                                                       \mathcal{T}טענה: תהא \forall \mathcal{U} \subseteq \mathcal{T}. (\bigcup \mathcal{U} \in \mathcal{T}) וכן X, \varnothing \in \mathcal{T} עבורה \mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}(X) אזיי
                                                                                              \{x\in X\mid A מסקנה: תהא A\subseteq X אזי (A סגורה) אזי מסקנה: תהא אוי (A\subseteq X אזי (A
                                                                                              f:X	o Y אזי x\in X מ"טים ותהא אוי (X,\mathcal{T}) , (Y,\mathcal{S}) אזי ווּקדיה: פונקציה רציפה בנקודה: יהיו
   עבורה g:X 	o Z מסקנה: תהא תהא f:X 	o Y תהא מסקנה: תהא
                                                                   לכל y \in Y אזי
                                                                                                                                                                                                                      טופולוגי מטריז מטריז מטריז מטריז קיים (X, \, 
ho) עבורו עבור מטריז מרחב מטרי מרחב מטריז מטריזבילית:
        . (העתקת מנה g \circ f^{-1}) העתקת מנה (העתקת מנה g \circ f^{-1}) העתקת מנה
אם y \in Y אם עבורה לכל אזיי אוי f: X 	o Y אם אם עבורה לכל
                    f^{-1}(\{y\}) \subseteq A \bowtie A \cap f^{-1}(\{y\}) \neq \emptyset
                                                                                              ועל עבורה רציפה רביים: f:X 	o Y מ"טים אזי (X,\mathcal{T}),(Y,\mathcal{S}) והיו היו
                                 \mathsf{ov}טענה: תהא f:X	o Y אח"ע ועל התב"ש
                                                                                                                                                                                                                       אזי x\in B_1\cap B_2 ותהא א ותהא B_1\cap B_2 
eq \varnothing עבורן א עבורן של B_1,B_2\in \mathcal{B} תהיינה 
                                                                                              f:X	o Y מ"ט ותהא (Y,\mathcal{S}) הטופולוגיה המושרית על קבוצה מפונקציה: תהא
                                  טענה: תהא א חח"ע ועל התב"ש התב"ש ועל התב
                                                                                             מסקנה: תהא f : \stackrel{\checkmark}{X} \rightarrow Y מ"ט ותהא Y קבוצה יהי (Y,\mathcal{S}) מיט יהי תהא X קבוצה על
          . מנה. העתקת f אזי איי f:X \to Y העתקת מנה. מנה. רציפה פתוחה ועל אזי
           מנה. העתקת f אזי סגורה חציפה f:X\to Yאזי העתקת מנה. סענה: תהא
                                            \mathbb{RP}^{n-1} = (\mathbb{R}^n \setminus \{0\}) / \sim nאזי
                        מכפלה של קבוצות: תהיינה \{X_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda} קבוצות אזי
                                                                                             טענה: יהי של בסיס מ"ט ויהי \mathcal{B}_A = \{A \cap B \mid B \in \mathcal{B}\} אוי \mathcal{T} אוי בסיס מ"ט ויהי מ"ט ויהי (X,\mathcal{T}) אוי
                                                                                                                                                                                                                      \mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_1
ight) וכן \mathcal{B}_1\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_2
ight) בסיסים עבורם \mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight) יהיו
 \prod_{\alpha \in \Lambda} X_{\alpha} = \left\{ f : \Lambda \to \bigcup_{\alpha \in \Lambda} X_{\alpha} \mid f(\alpha) \in X_{\alpha} \right\} 
                                                                                                                                                                                                                     עבורה ביחס ל־T פתוחה ביחס על(\mathcal{T}_A) פתוחה ביחס ל־U אזי עבורה עבורה על עבורה ביחס ל־U
                                                                                                                                                                                                                      עבורה E\subseteq A אזי (E\subseteq C עבורה ביחס ל־C עבורה פתוחה ביחס ל־C עבורה תהא
                                                             .\pi_{\beta}\left( f\right) =f\left( \beta\right)
                                                                                                                                                                                                                      A\in\mathcal{A} סענה: יהי x\in\mathcal{U} ולכל \mathcal{U}\in\mathcal{T} עבורה לכל עבורה א מ"ט ותהא מ"ט ותהא עבורה לכל עבורה לכל
                                 טענה: יהיו \{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda}טענה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                    \mathcal{T} אזי \mathcal{A} בסיס של (x\in A) \wedge (A\subset U) המקיימת
                                                                                                                                                                                                                                                                                                           סימון: תהא X קבוצה אזי
                                                                                                                                                                                                                                \mathcal{B}_{\, <} \, = \, \{(a,b) \mid a < b\} \, \cup \, \{[a,b) \mid a \leq X\} \, \cup \, \{(a,b] \mid X \leq b\}
                                                                                                                                                                                                                                                                    .סיס. \mathcal{B}_{<} מענה: תהא אזי קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי לבסיס.
                                                                                                                                                                                                                                                     \mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{<}
ight) טופולוגיית הסדר: תהא X קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי
                                                                                              f:X\to Z אזי אזי f:X\to Y ת"מ ותהא א Y\subseteq Z יהי מ"ט אזי היי יהיו איי יהיו א ת"מ ותהא א ת"מ ותהא א ת"מ ותהא א ת"מ מ"טענה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                             . מצוייד בטופולוגיית הסדר זהה ל־\mathbb R מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית.
                                        \mathcal{T}_{\mathrm{prod}} \subseteq \mathcal{T} אזיי \alpha \in \Lambda רציפה לכל
                                                                                                                                                                                                                                                         \bigcup \mathcal{S} = X עבורה \mathcal{S} \subseteq \mathcal{P}\left(X
ight) אזי קבוצה אזי תהא \mathcal{S} \subseteq \mathcal{P}\left(X
ight)
                                                                                              f_{ \restriction_A}:A	o Y איי אזי אזי f:X	o Y ת"מ ותהא ת"מ אחוA\subseteq Xיהי מ"ט היי אזי איי יהיי איי איי מענה: יהיו
                              מסקנה: יהיו \{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda} מסקנה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                          תרבסיס אזי \mathcal{S} \subset \mathcal{P}\left(X
ight) ויהי קבוצה תהא תתרבסיס: תרבסיס אזי אווירת מתתרבסיס: תהא
                                                                                                                                                                                                                                          \mathcal{T}(\mathcal{S}) = \left\{ U \subseteq X \mid \exists A_1 \dots A_k \subseteq \mathcal{S}.U = \bigcup \left(\bigcap_{i=1}^k A\right) \right\}
                                                                                              f\left(X
ight)\subseteq Z מ"ט יהי X, בY ת"מ ותהא X אזי f:X	o Y רציפה עבורה X
                                                                                                                                                                                                                                         X למה: תהא X קבוצה ויהי \mathcal{F} \subseteq \mathcal{P} (X) תת־בסיס אזי \mathcal{F} \in \mathcal{F} (X) טופולוגיה על
                                                                                                                                                                                                                                                                               טופולוגיית זריצקי: יהי \mathbb{F} שדה ויהי זריצקי: טופולוגיית אריצקי
             טענה: תהא \aleph_0 lpha \mid \Lambda \mid \lambda אינה מטריזבילית. |\Lambda| \geq lpha
                                                                                                                                                                                                                                                     .\mathcal{T}\left(\left\{\left\{a\in\mathbb{F}^{n}\mid f\left(a\right)\neq0\right\}\mid f\in\mathbb{F}\left[x_{1},\ldots,x_{n}\right]\right\}\right)
                                                                                              רציפה לכל \int_{U_{lpha}} \int_{lpha \in \Lambda} U_{lpha} = X פתוחות עבורן פתוחות עבורן אוכן \{U_{lpha}\}_{lpha \in \Lambda} \subseteq \mathcal{P}(X)
                                                                                                                                                                                                                                                    x\in U עבורה U\in \mathcal{T}אזי אזי ויהי מ"ט ויהי (X,\mathcal{T})יהי יהי סביבה: יהי
            טענה: תהא \mathbb{R}^\Lambda, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}}) אזיי |\Lambda| \geq leph_0 אינה מטריזבילית.
                                                                                                                                                                                                                              .int (A)=\mathring{A}=igcup_{U\subset A}U איז איז איז מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) פנים של קבוצה: יהי
```

מרחב טופולוגי X עבורו היים בסיס לכל היותר מרחב טופולוגי X עבורו היים בסיס לכל היותר X מניה אזי X מניה וו אזי מניה X \mathbb{R}^n מניה \mathbb{R}^n $\mathbb{R}^{\aleph_0} = \prod_{i=1}^{\infty} \mathbb{R}$ סימון: .II מניה $\left(\mathbb{R}^{lepho}_{0},\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}
ight)$:מניה . I אינו מניה $\left(\mathbb{R}^{\aleph}0\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{box}}
ight)$: .II אינו מניה $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ אינו $(\aleph_0 \geq |X|)$ מענה: יהי X המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X מניה וווX) מענה: טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית מניה II. טענה: נגדיר $d_u:\mathbb{R}^{leph0} imes\mathbb{R}^{leph0} o\mathbb{R}$ כך מטריקה. d_u אזי d_u $((a_k), (b_k)) = \min \{ \sup |a_k - b_k|, 1 \}$.II הינו מניה ו וכן אינו מניה $\left(\mathbb{R}^{\aleph_0},\mathcal{T}\left(d_u
ight)
ight)$ הינו מניה ו וכן אינו מניה .I מניה A מניה A תת־מרחב אזי A מניה A מניה A. II מניה אזי א מת־מרחב אזי א חת־מרחב אזי א מניה וו ויהי א מניה וו ויהי א מניה וו מענה: יהי א . I מניה אזי מ"ט מניה וותהא f:X o Y ותהא וותהא מ"ט מניה וותהא אזי וותהא אזי מ"ט מניה וותהא אזי וותהא אזי וותהא מסקנה: מניה I הינה תכונה טופולוגית. . II מניה $f\left(X\right)$ אזי ופתוחה אזי f:X o Y מניה וו ותהא מ"ט מניה אזי וו מיט מניה וו מיט מניה וו וותהא מרחב טופולוגי ספרבילי: מרחב טופולוגי X עבורו קיימת אפופה בת מנייה. מרחב אופולוגי לינדלוף: מרחב טופולוגי א עבורו לכל עבורו לכל אופולוגי מרחב מרחב מרחב מרחב אופולוגי לינדלוף: מרחב אופולוגי אופולוג $.igcup_{i=0}^\infty \, \mathcal{U}_{f(i)} = X$ עבורה $f: \mathbb{N} o \Lambda$ קיימת $\bigcup \, \mathcal{U}_{lpha} = X$ $(\aleph_0 > |X|)$ סענה: יהי X המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X ספרבילי) טענה: יהי X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית אזי X ספרבילי. טענה: R המצוייד בטופולוגיה הקו־בת־מנייה אינו ספרבילי. טענה: יהי X מ"ט מניה Π אזי X לינדלוף וספרבילי. ענה: ℝ המצוייד בטופולוגיה הקו־סופית אינו מניה I למה: יהי \mathcal{B} בסיס של (X,\mathcal{T}) אזי (X לינדלוף) \iff (לכל \mathcal{B} בסיס של למה: יהי \mathcal{B} אזי (X,\mathcal{T}) אזי (X,\mathcal{T}) $\cup_{i=0}^\infty \mathcal{B}_{f(i)} = X$ עבורה $f: \mathbb{N} o \Lambda$ קיימת $\bigcup \mathcal{B}_lpha = X$ טענה: יהי X מ"ט ספרבילי ותהא f:X o Y ותהא ספרבילי מ"ט מ"ט מפרבילי ותהא טענה: יהי X מ"ט ספרבילי ותהא $A \subset X$ ותהא ספרבילי. . טענה: יהי אזי $E \subset X$ מ"ט לינדלוף ותהא אזי ב סגורה אזי מ"ט לינדלוף ותהא .I מניה $(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{
m prod})$ אזי $|\Lambda|\leq lpha$ מניה מסקנה: יהיו $\{X_lpha\,\}_{lpha\in\Lambda}$ מניה מסקנה: יהיו .II מניה מסקנה: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ מ"טים מניה II באשר איי $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ איי מניה II. $\left(\prod X_lpha$, $\mathcal{T}_{ ext{prod}}
ight)$ אוי $|\Lambda| \leq lpha_0$ מסקנה: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha \in \Lambda}$ מישים ספרבילים באשר שנה: יהי X מרחר מכורי החר"ע .II. מניה $X \bullet$ עבורה עבורה עבורה עבורה אונים פיימת אונים עבורה עבורו עבורו X עבורה אונים פיימת אונים אונים מרחב מופולוגי T_0 אונים מרחב מופולוגי

 $x \notin \mathcal{V}$ או קיימת סביבה \mathcal{V} של ע עבורה $u \notin \mathcal{U}$

עבורה עבורה עבורה אונים קיימת סביבה x, עבורו לכל עבורו לכל עבורה ביבה T_1 מרחב טופולוגי מרחב מופולוגי אונים עבורו לכל אינים אונים או $x \notin \mathcal{V}$ וגם קיימת סביבה \mathcal{V} של $y \notin \mathcal{U}$

 $\mathcal U$ מרחב טופים אונים $x,y\in X$ שונים עבורו מרחב טופולוגי מרחב מופולוגי מרחב מופולוגי מרחב מופולוגי $\mathcal{U} \cap \mathcal{V} = \emptyset$ עבורו u של \mathcal{V} טביבה טוכו u

מסקנה: T_0 , T_1 , T_2 הינן תכונות טופולוגיות.

 T_0 מסקנה: יהי X מרחב טופולוגי T_1 אזי אינ מרחב טופולוגי מסקנה:

 T_1 אזי א מרחב טופולוגי אוי T_2 מסקנה: יהי א מרחב מופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי

(X,S) אזי T_i מרחב (X,T) וכו T אזי S באשר X באשר X טופולוגיות על T איזי T_i

מסקנה: \mathbb{R}_{Sorg} האוסדורף.

 T_2 טענה: \mathbb{Q} המצוייד בטופולוגיה הקו־סופית הינו T_1 וכן אינו

 T_2 וכן אינו וכן הינו הינו הינו הקו־בת־מניה הטופולוגיה בטופולוגיה תמצוייד בטופולוגיה הקו

 T_2 אינו $(X,\mathcal{T}(d))$ הינו מטרי מטרי מרחב (X,d) יהי

 $.T_i$ הינה (Y,S) אזי אזי (Y,S) מ"ט באשר מ"ט מיט הינה ותהא מ"ט מ"ט מ"ט מ"ט מיט הינה מ"ט מיט מענה: T_i מרחב אזי A מרחב A ויהי $A \subset X$ ויהי מיטענה: יהי $A \subset X$ ויהי מיטענה:

 $(\prod X_lpha,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ל מיטים איי ($\alpha\in\Lambda$ לכל T_i מרחב איי מיטים איי $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ יטענה: יהיו

עם הראשית המושרית מ־ \mathbb{R}^2 הסטנדרטית ויהי אישר עם הראשית הכפולה: תהא $\mathbb{R} imes \{0,1\}$ עם הטופולוגיה המושרית מ־ עם $\mathbb{R} \times \{0,1\}/\sim \mathbb{R} \times \{0,1\}$ אזי $\sim = \mathrm{Id} \cup \{(\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}) \mid a \neq 0\}$

 $(x\in X)$ טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי ((X,\mathcal{T}) הוא איי ((X,\mathcal{T}) קבוצה סגורה לכל . ג $A=\bigcap_{A\subset\mathcal{U}}\mathcal{U}$ מתקיים אות אוי (T_1 הוא הוא לככל אוי היי (X,\mathcal{T}) מ"ט אוי (X,\mathcal{T}) מ"ט אוי (X,\mathcal{T}) מ"ט אוי (X,\mathcal{T})

 $y \in X$ טענה: יהי X מ"ט האוסדורף ותהא $\{x_n\} \subseteq X$ סדרה מתכנסת אזי קיים ויחיד $y \in X$ עבורו

 T_i מרחב טופולוגי T_i מקומית: מ"ט X עבורו לכל $X \in X$ קיימת סביבה $\mathcal U$ של x עבורה $\mathcal U$ הינה T_0 טענה: יהי X מ"ט מקומית אזי X הינו T_0

 $.T_1$ טענה: יהי X מ"ט T_1 מקומית אזי א הינו מענה:

 T_2 טענה: הישר עם הראשית הכפולה הינו T_2 מקומית וכן אינו קבוצה מסוג G_{δ} : יהי X מ"ט אזי $X\subseteq A$ עבורה קיימת $\mathcal{T}\subseteq \mathcal{T}$ המקיימת קבוצה מסוג

 $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} u_n$ $.G_{\delta}$ טענה: יהי X מ"ט T_1 מניה וויהי $x\in X$ אזי וויהי T_1 מינו

(A)טענה: יהי X מ"ט T_1 תהא $A \subseteq X$ ויהי $A \subseteq X$ אזי ($x \in X$ נקודת הצטברות של $|A \cap \mathcal{U}| \geq leph_0$ מתקיים x מתקיים \mathcal{U}

. (מורה) קבוצה $\{(a,a)\mid a\in X\}$ קבוצה סגורה) קבוצה סגורה) קבוצה סגורה) x
otin E סגורה באשר סופולוגי רגולרי: מרחב טופולוגי X עבורו לכל $x \in X$ טבורו לכל מרחב טופולוגי רגולרי: מרחב טופולוגי אינורי $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\emptyset$ וכן $E\subset\mathcal{V}$ וכן $x\in\mathcal{U}$ עבורן עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ קיימות

 $E\cap F=arnothing$ סגורות באשר פורו איז עבורו לכל עבורו לכל עבורו באשר מרחב טופולוגי מרחב טובי מרחב $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\emptyset$ וכן $F\subset\mathcal{V}$ וכן $E\subset\mathcal{U}$ עבורן עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ קיימות

> T_1 מרחב טופולוגי T_2 : מרחב טופולוגי אולרי וכן T_3 T_1 מרחב טופולוגי T_4 : מרחב טופולוגי א נורמלי וכן T_4

> > מסקנה: T_3 , T_4 הינן תכונות טופולוגיות.

 T_2 אזי א מרחב טופולוגי T_3 אזי א מרחב טופולוגי אופולוגי אזי מסקנה: יהי T_3 אזי א מרחב טופולוגי T_4 אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי

. יטענה: T_2 הינו הינו \mathbb{R}_K : טענה טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף: נגדיר $\{(a,\infty)\mid a\in\mathbb{R}\}\cup\{\varnothing,\mathbb{R}\}$ אזי \mathcal{T}

.(R. T)

טענה: \mathbb{R} המצוייד עם טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף הינו T_0 וכן אינו רגולרי וכן אינו רגולרי וכן

 $.T_4$ טענה: $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ הינו

 $\mathcal{V} \Subset \mathcal{U}$ אזי אזי עבורן $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U}$ וכן עבורן עבורן $\mathcal{U}, \mathcal{V} \subseteq X$ סימון: תהיינה סענה: יהי X מ"ט אזי (X רגולרי) \Longleftrightarrow (לכל $X \in X$ ולכל $X \in X$ סביבה של X קיימת סביבה טענה: יהי

 $(\mathcal{V} \subset \mathcal{U} \text{ and } x \text{ by } \mathcal{V})$ $\mathcal{U}\subset X$ מ"ט אזי (X נורמלי) \Longleftrightarrow (לכל $E\subset X$ סגורה ולכל X מ"ט אזי (X נורמלי)

 $E\subset\mathcal{V}\subset\mathcal{U}$ פתוחה עבורה $\mathcal{V}\subset X$ קיימת $E\subset\mathcal{U}$

משפט הלמה של אוריסון: יהי X מ"ט אזי (לכל גורמלי) אזי (לכל מ"ט אזי מ"ט אזי מי"ט אזי אזי (לכל אוריסון: יהי אז מ"ט אזי משפט הלמה של אוריסון: יהי אז מ"ט אזי אזי ($(f_{{\restriction}B} = a \ {
m pr}(a,b] = a$ וכן א קיימת f:X o [a,b] וכן היימת $[a,b] \subseteq \mathbb{R}$

. רגולרי אזי א $A\subseteq X$ יהי רגולרי מ"ט משנה: יהי אזי מ"ט רגולרי אזי אזי מ

. טענה: יהי אזי E מורמלי ויהי ויהי מ"ט מורמלי יהי אזי $E\subseteq X$ $ig(\prod X_lpha, \mathcal{T}_{ ext{prod}}ig)$ ישענה: יהיו $(lpha \in \Lambda)$ מ"טים אזי ו $(lpha \times X_lpha)$ רגולרי לכל

 $(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ \iff $(\alpha \in \Lambda$ לכל T_3 הינו X_{α} מסקנה: יהיו $\{X_{\alpha}\}_{\alpha \in \Lambda}$ מסקנה: יהיו

מסקנה: $\mathbb{R}^2_{ ext{Sorg}}$ הינו רגולרי וכן אינו נורמלי.

. יחס סדר טוב אזי X המצוייד עם טופולוגיית הסדר נורמלי. (X, \prec) יהי

מרחב טופולוגי נורמלי לחלוטין: מ"ט X עבורו לכל $A\subset X$ מתקיים כי A נורמלי.

 $\overline{A}\cap B=\varnothing$ וכן $A\cap \overline{B}=\varnothing$ עבורן עבורן אזיי אזי מ"ט אזי מ"ט אזי אזי א עבורן אזיי אוכן אזיי אזי אזי $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ מופרדות קיימות $A,B\subseteq X$ לכלל לחלוטין) נורמלי אזי אזי מ"ט אזי מ"ט אזי אזי (לכל $A \subseteq \mathcal{V}$ 101 $A \subseteq \mathcal{U}$ 101 $A \subseteq \mathcal{U}$

 $\mathcal{B}_{\mathrm{moore}}^{1} = \left\{ B_{r}\left(p\right) \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}\right) \wedge \left(p_{2} > r > 0\right) \right\}$ סימון: $\mathcal{B}^2_{\text{moore}} = \left\{ B_{p_2} \left(p \right) \cup \left\{ \left(p_1, 0 \right) \right\} \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{\geq 0} \right) \right\}$ סימון:

 $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{ ext{moore}}^1\cup\mathcal{B}_{ ext{moore}}^2
ight)$ מצוייד עם הטופולוגיה $\mathbb{R} imes\mathbb{R}_{\geq0}$ מצוייד מ טענה: המישור של מור הינו קשיר האוסדורף רנולרי וכו אינו נורמלי.

> טענה: יהי X מ"ט רגולרי ומניה II אזי X וורמלי. מסקנה: יהי X מ"ט רגולרי לינדלוף אזי X נורמלי.

 $d' \leq 1$ עבורה X של d' של מטריקה אזי קיימת מהמטריקה מושרית מושרית מ"ט באשר אזי יהי מ"ט באשר \mathcal{T}_X מושרית מהמטריקה יהי \mathcal{T}_X וכן d' משרה את

 $ig(\prod X_n\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}ig)$ למה: יהיו $(n\in\mathbb{N})$ מ"טים אזי ו (X_n) מ מטריזבילי לכל איז יהיו $\{X_n\}_{n=0}^\infty$. מטקנה: $\left(\mathbb{R}^{\aleph_0},\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\right)$ מטריזבילי

משפט המטריזציה של אוריסון: יהי X מ"ט מ"ט T_0 רגולרי ומניה T_0 מטריזבילי. $\mathcal U$ עבורה $x \in \mathcal U$ של $x \in \mathcal U$ עבורה טופולוגי מטריזבילי מקומית: מ"ט $x \in \mathcal X$ עבורו לכל

. מטריזבילי מקומית אזי אזי X מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מיט מרחב טופולוגי קומפקטי: מרחב טופולוגי X עבורו לכל lpha המקיימים מרחב טופולוגי קומפקטי: $\bigcup_{i=0}^n {\mathcal U}_{f(i)} = X$ עבורה $f:[n] o \Lambda$ וקיים וקיים $n \in \mathbb{N}$ קיים $\cup {\mathcal U}_{lpha} = X$ $\{\mathcal{B}_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}^{(\iota)}\subseteq\mathcal{B}$ טענה: יהי \mathcal{B} בסיס של (X,\mathcal{T}) אזי (X,\mathcal{T}) אזי (X,\mathcal{T}) סענה: יהי . $\bigcup_{i=0}^n \mathcal{B}_{f(i)} = X$ עבורה $f:[n] o \Lambda$ וקיימת $n \in \mathbb{N}$ קיים $\mathcal{B}_{lpha} = X$ טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית קופקטי.

> Xסופי), המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X קומפקטי) המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (Xטענה: תהא X קבוצה סגורה ותהא \mathcal{T} טופולוגיה על X אזי (X, \mathcal{T}) קומפקטי. טענה: 🎗 המצוייד עם הטופולוגיה הקו־סופית קומפקטי.

. מסקנה: יהיו אינו אינו המצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית אינו קומפקטי אינו (a,b) אזי אינו קומפקטי

. טענה: יהיו אזי $a,b\in\mathbb{R}$ אזי המצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי. סענה: יהי X מ"ט ויהי $Y\subseteq X$ אזי (לכל קומפקטי) אזי (לכל אזי מ"ט ויהי אי מ"ט ויהי אזי אזי אזי קומפקטי) אזי אזי אזי אזי מ

. ($Y\subseteq\bigcup_{i=0}^n\mathcal{U}_{f(i)}$ עבורה $f:[n]\to\Lambda$ וקיימת
 $n\in\mathbb{N}$ קיים $Y\subseteq\bigcup\mathcal{U}_\alpha$ Y סענה: יהי X מ"ט קומפקטי ותהא $Y\subseteq X$ סגורה אזי Y קומפקטי.

> $\mathcal{U} \cap \mathcal{V} = \emptyset$ 131 $Y \subseteq \mathcal{V}$ 131 $x \in \mathcal{U}$ Y סגורה אזי Y סגורה אויי $Y \subset X$ סגורף ותהא

> > . טענה: יהי X האוסדורף קומפקטי אזי X רגולרי

סענה: יהי X קומפקטי יהי Y האוסדורף ותהא Y o Y האוסדורף ותהא Y הומיאומורפיזם. . שיכון. f אזי א חח"ע אזי f:X o Y ותהא אוסדורף ותהא אוסדור וחח"ע אזי f:X o Y $\bigcap_{i=1}^n A_{f(i)} \neq \emptyset$ מתקיים $f:[n] \to \Lambda$

 $A \subseteq \mathcal{P}(X)$ טענה: יהי X משפחה של קבוצות סגורות המקיימת שענה: יהי X משפחה של קבוצות סגורות המקיימת $A=\varnothing$ את תכונת החיתוך הסופי מתקיים

. מטריזבילי אזי איזי איזי אוסדורף קומקפטי מטריזבילי מקומית אזי X מטריזבילי.

 $(X) \iff (X) \Leftrightarrow (טענה: יהי X)$ מניה אזי (א מטריזבילי) מניה אוווענה: יהי Y מטריזבילי. f:X o Y מטריזבילי מטריזבילי אזי Y מטריזבילי מיהי Y מטריזבילי

ללא X imes Y פיסוי פתוח של $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}\left(X imes Y
ight)$ ויהי מ"ט ויהי X imes Y ללא

למת: יהיו $A\subseteq \mathcal{P}\left(X imes Y imes Z
ight)$ יהי קומפקטי יהי קומפקטי יהי א מ"טים יהי למת: יהיו א מ"טים יהי למת: יהיו מתקיים מיים של סביבה לכל עבורה לכל עבורה עבור חופי ותהא א ללא ללא תת־כיסוי מופי ותהא עבורה לכל ל $X \times Y \times Z$ עבורה לכל $\mathcal U$ אינה ניתנת לכיסוי סופי על ידי אברי א איז קיימת $y\in Y$ אינה ניתנת לכיסוי סופי על ידי אברי $\mathcal U$. של מתנת לכיסוי אינה ניתנת $\mathcal{U} \times \mathcal{V} \times Z$ מתקיים של סביבה של סביבה x אינה מתנת לכיסוי סופי.

 $\left(\prod_{i=1}^{\infty}X_i,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}
ight)$ ישענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ מ"טים אזי $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ קומפקטי לכל

 X_lpha טענה: (אקסיומת הבחירה) \Longrightarrow (לכל $|\Lambda|>lpha$ ולכל $|\Lambda|>lpha$ מ"טים מתקיים (X_lpha קומפקטי)). $(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ קומפקטי)).

 \iff $(lpha\in\Lambda$ קומפקטי לכל X_lpha משקנה משפט טיכונוב: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ מיטים אזי אוי , קומפקטי). $\left(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\right)$

טענה: יהי $\{0,1\}$ המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי $\{0,1\}$ קומפקטי וכן אינו קומפקטי. $\left(\prod_{n=1}^{\infty}\left\{ 0,1
ight\} ,\mathcal{T}_{ ext{box}}
ight)$ רציפה f:X o Y ותהא X o Y מ"ט מצוייד עם טופולוגיית הסדר ותהא X o Y מ"ט מצוייד עם טופולוגיית הסדר

 $x \in X$ לכל $f\left(a\right) < f\left(x\right) < f\left(b\right)$ עבורם $a,b \in X$ אזי קיימים עבורו $\delta>0$ אזי X אזי פתוח של $A\subset\mathcal{P}\left(X
ight)$ עבורו מספר לבג: יהי מרחב מטרי קומפקטי ויהי $A\subset\mathcal{U}$ אם $\mathcal{U}\in\mathcal{A}$ אז קיימת אז קיימת אז או $A\subset X$ אם לכל

. מספר מספר אזי קיים מספר לבג. אזי היי X מרחב מטרי קומפקטי ויהי $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}\left(X
ight)$ יהיי מספר מטרי מרחב מטרי קומפקטי ויהי רציפה אזי f:X o Y מרחב מטרי הוי אזי f:X o Y מרחב מטרי מרחב מטרי קומפקטי הוי מסקנה: יהי

 $D \subset X$ קיימת $x \in X$ עבורו לכל עבורו מרחב מופולוגיה קומפקטי מקומית: מרחב טופולוגיה איי עבורו לכל $x \in \mathcal{U}$ פתוחה המקיימת $\mathcal{U} \subset D$ פתוחה המקיימת . טענה: יהי X מ"ט קומפקטי אזי X מ"ט קומפקטי מקומית.

טענה: יהי X האוסדורף התב"ש

X קומפקטי מקומית. . קומפקטית קיימת $\overline{\mathcal{U}}$ באשר x באשר קיימת $x\in X$ לכל $x\in X$

וכן קומפקטית עבורה $\overline{\mathcal{V}}$ עבורה x עבורה של x קיימת x סביבה של $x \in X$ לכל $x \in X$ V € 11

מספור: זהי X האוסדורף הוחףהנו מהוחים אזי X בנולרי . מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי מקומית \mathbb{R}^n

. אומפקטי מקומית $\left(\mathbb{R}^{\aleph_0},\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\right)$ קומפקטי מקומית

טענה: Q מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית אינו קומפקטי מקומית. $f\left(X
ight)$ אזי ופתוחה אזי f:X
ightarrow Y מ"ט ותהא איי מקומית ופתוחה אזי אזי איזי איזי אזי ותהא קומפקטית מקומית.

מסקנה: קומפקטיות מקומית הינה תכונה טופולוגית.

. סענה: יהי X קומפקטי מקומית ותהא $Y \subset X$ סגורה אזי Y קומפקטית מקומית.

. טענה: יהי איז קומפקטית קומפקטי מקומית ותהא אוי א פתוחה אזי א קומפקטית מקומית. יהי א האוסדורף קומפקטי מקומית ותהא \iff ($i \in [n]$ טענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^n$ מ"טים אזי מ"טים אזי אזי קומפקטי מקומית לכל (חמפקטי מקומית) קומפקטי מקומית) ($\prod_{i=1}^{n} X_i, \mathcal{T}_{prod}$

עבורה לכל $C \subseteq Y$ קומפקטית מתקיים כי f: X o Y מ"טים אזי X, Y יהיו אותה: יהיו לעתקה נאותה: . קומפקטית $f^{-1}(C)$

טענה: יהי Y מ"ט יהי אוסדורף קומפקטי מקומית ותהא f:X o Y חח"ע על רציפה ונאותה טענה: יהי א מ"ט יהי יהי אוסדורף האוסדורף הומפקטי מקומית ותהא

f:X o Y עבורו קיים שיכון עבורו האוסדורף אזי מ"ט אזי מ"ט אזי מ"ט אזי מ"ט אזי עבורו עבורו אזי מ"ט אזי מ

 $\overline{f(X)} = Y$ המקיים מערה: הומפהטיפיהציה היא לעיתים מ"ט ולעיתים השיכון.

X בפוף ב־X מ"ט ותהא Y קומפקטיפיקציה אזי א צפוף ב־X

 $|Y\setminus X|=1$ עבורה $Y\setminus X$ מ"ט אזי קומפקטיפיקציה אינקודתית/אלכסנדרוב: יהיX מ"ט אזי קומפקטיפיקציה אינקודתית/אלכסנדרוב:

 $q\circ i=f$ רציפה עבורה q:Y o Z רציפה קיימת f:X o Z ולכל

. הומיאומורפיים $Z,\,Y$ אזי אזי $Z,\,Y$ הומיאומורפיים קומפקטיפיקציות אוי אזי $X,\,Y$ הומיאומורפיים

למה: יהיו מיטים $a:\mathbb{N} \to \prod_{lpha \in \Lambda} X_lpha$ מ"טים תהא מ"טים $\{X_lpha\}_{lpha \in \Lambda}$ למה: יהיו לכל $\pi_{lpha}\left(a\right)$ מתכנסת ל־ (a_{n}) מתכנסת ל־ל-ל(b) אזי מתכנסת ל־ל-ל אזי מתכנסת ל-ל-ל אזי מתכנסת ל-ל-ל

טענה: $\{x \in [0,1]
ightarrow \{0,1\} \mid |\{x_{\alpha}=1\}| < \aleph_0\}$ קומפקטית סדרתית וכן אינה

הומפהנומ . סענה: [0,1] o [0,1] קומפקטית וכן אינה קומפקטית סדרתית

. טענה: $[0,1]^2$ מצוייד עם טופולוגיית הסדר המילוני הינו קומפקטי וכן קומפקטי סדרתית. X אזי א הומפקטי סדרתית אזי א הומפקטי סדרתית.

X טענה: יהי לינדלוף קומפקטי סדרתית אזי לינדלוף קומפקטי

טופולוגיית הישר $\omega_1 imes [0,1)$ אזיינ בן־מניה איי עם הסדר המינימלי שהינו ω_1 יהי יהי ω_1 יהי הארוך: יהי

. טענה: הישר הארוך הינו קומפקטי סדרתית וכן אינו קומקפטי וכן אינו מטריזבילי. $\Delta\subseteq\Lambda$ וכן קיימת לכל מקומית לכל אזיי מקומים אזיי מ"טים אזי מ"טים משטים מקומית לכל מקומית מקומית מ"טים אזיי אזיי מענה: יהיו אוי אייטים אזיי אזיי מייטים אזיי מקומית מקומית מקומית מקומית מייטים אזיי סופית עבורה $(\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ \iff $(eta\in\Lambda\setminus\Delta)$ קומפקטי קומפקטי

מרחב מטרי (A,d) מרחב מטרי (A,d) אזי (A סגורה) מרחב מטרי שלם מטרי מרחב מטרי (A,d) מרחב מטרי שלם). . מרחב מטרי שלם ($X, \min\{d,1\}$) אזי מרחב מטרי שלם מרחב מטרי היי (X, d) אזי יהי

 $ho\left(d
ight):X^\Lambda imes X^\Lambda o\mathbb{R}$ אוי קבוצה אזי מרחב מטרי (X,d) המטריקה האחידה: יהי $.
ho\left(d
ight)\left(x,y
ight)=\sup_{lpha\in\Lambda}\left\{\min\left\{d\left(x_{lpha},y_{lpha}
ight),1
ight\}
ight\}$ המוגדרת $ho\left(d
ight)<1$ וכן X^{Λ} וכן אור מטריקה מעל אזי $ho\left(d
ight)$ מרחב מטרי ותהא מער אזי קבוצה אזי $ho\left(d
ight)$

. מרחב מטרי שלם ($X^\Lambda,
ho\left(d
ight)$ אזי קבוצה אזי שלם מטרי מטרי מטרי מטרי אזי (X,d) מרחב מטרי שלם ותהיינה $f: X \to Y$ מרחב מטרי (Y, d) ותהיינה למה: יהי X מ"ט יהי (X, d) ותהיינה רציפה. $f_n \xrightarrow{u} f$ אויי $f_n \xrightarrow{u} f$ רציפות עבורן אויי $f_n \xrightarrow{u} f$ רציפה. טענה: יהי X מ"ט ויהי (Y,d) מרחב מטרי אזי ענה: יהי X יהי אינה מטרי מיטרי מיטר

 $.(Y^X, \rho(d))$ מסקנה: יהי X מרחב מטרי שלם מטרי שלם אזי $C\left(X,Y
ight)$ מרחב מטרי שלם.