הגדרה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה אזי $\text{Hol}\left(G\right)=\left\{f:G\to\mathbb{C}\mid f\text{ הולומורפית}\right\}$.

סימון: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה אזי $A\left(G\right)=H\left(G\right)=\text{Hol}\left(G\right)$.

הגדרה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה תהא $f:G\to\mathbb{C}$ מרומורפית ותהא $K\subseteq G$ קומפקטית אזי $\|f\|_{C(K)}=\max\left|f\left(K\right)\right|$.

טור פונקציות מתכנס נורמלית: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\langle f_n\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ אזי $\sum_{n=0}^{\infty}f_n$ עבורה לכל $K\subseteq G$ קומפקטית קיים $m\in\mathbb{N}$ עבורו $\sum_{m\le n}\|f_n\|_{C(K)}$ מתכנס.

טענה אוילר: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\sum_{n\in\mathbb{Z}}\frac{1}{(z-n)^2}=\left(\frac{\pi}{\sin(\pi z)}\right)^2$.

מסקנה אוילר: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\pi\cdot\cot\left(\pi z\right)=\frac{1}{z}+\sum_{n\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}}\left(\frac{1}{z-n}+\frac{1}{n}\right)$.

מסקנה אוילר: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\frac{\pi}{\sin(\pi z)}=\lim_{m\to\infty}\sum_{|n|\le m}\frac{(-1)^n}{z-n}$.

מכפלה מתכנסת: יהיו $\langle p_n\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ ויהי $P\in\mathbb{C}\setminus\left\{0\right\}$ באשר $P=\lim_{n\to\infty}\prod_{i=0}^{n}p_i$ אזי $P=\prod_{i=0}^{\infty}p_i$.

טענה: יהיו $\langle p_n\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ עבורם $\prod_{i=0}^{\infty}p_i$ מתכנס אזי $p_n\xrightarrow[n\to\infty]{}1$.

הענף הראשי של log: יהי $r\in\mathbb{R}_+$ ויהי $\theta\in\mathbb{R}$ אזי $\text{Log}\left(re^{i\theta}\right)=\log\left(r\right)+\text{Arg}\left(e^{i\theta}\right)$.

טענה: Log ענף של log על $\mathbb{C}\setminus\left\{0\right\}$.

טענה: יהיו $\langle p_n\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ ויהי $P\in\mathbb{C}\setminus\left\{0\right\}$ התב"ש

- $\prod_{i=0}^{\infty}p_i=P$.
- $\sum_{i=0}^{\infty}\text{Log}\left(p_i\right)$ מתכנס וכן $P=\exp\left(\sum_{i=0}^{\infty}\text{Log}\left(p_i\right)\right)$.

טענה: יהיו $\langle a_n\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ באשר $\sum_{i=0}^{\infty}\left|a_i\right|^2$ מתכנס אזי ($\prod_{i=0}^{\infty}\left(1+a_i\right)$ מתכנסת)$\Longleftrightarrow$($\sum_{i=0}^{\infty}a_i$ מתכנס).

טענה: קיימים $\langle a_n\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ עבורם $\sum_{i=0}^{\infty}a_i$ מתכנס אך $\prod_{i=0}^{\infty}\left(1+a_i\right)$ אינה מתכנסת.

טענה: קיימים $\langle a_n\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ עבורם $\prod_{i=0}^{\infty}\left(1+a_i\right)$ מתכנסת אך $\sum_{i=0}^{\infty}a_i$ אינה מתכנס.

טענה: יהיו $\langle a_n\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ באשר $\sum_{i=0}^{\infty}\left|a_i\right|$ מתכנס אזי $\prod_{i=0}^{\infty}\left(1+a_i\right)$ מתכנסת.

מכפלת פונקציות מתכנסת באופן נורמלי: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\langle a_n\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ אזי $\prod_{n=0}^{\infty}\left(1+a_n\right)$ עבורה $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ מתכנס באופן נורמלי.

טענה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\langle p_n\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ באשר $\prod_{i=0}^{\infty}p_i$ מתכנסת באופן נורמלי אזי לכל $\sigma\in S_{\mathbb{N}}$ מתקיים $\prod_{i=0}^{\infty}p_i=\prod_{i=0}^{\infty}p_{\sigma(i)}$.

טענה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\langle p_n\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ באשר $\prod_{i=0}^{\infty}p_i$ מתכנסת באופן נורמלי אזי $\prod_{i=0}^{\infty}p_i\in\text{Hol}\left(G\right)$.

טענה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\langle p_n\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ באשר $\prod_{i=0}^{\infty}p_i$ מתכנסת באופן נורמלי אזי $\sum_{i=0}^{\infty}\frac{p_i'}{p_i}$ מתכנס באופן נורמלי.

למה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\prod_{n\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}}\left(\left(1-\frac{z}{n}\right)\cdot e^{\frac{z}{n}}\right)$ מתכנסת באופן נורמלי.

למה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\sin\left(\pi z\right)=\pi z\cdot\prod_{n\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}}\left(\left(1-\frac{z}{n}\right)\cdot e^{\frac{z}{n}}\right)$.

טענה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\sin\left(\pi z\right)=\pi z\cdot\prod_{i=1}^{\infty}\left(1-\frac{z^2}{n^2}\right)$.

מסקנה ואליס: $1=\frac{\pi}{2}\prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{1}{4n^2}\right)$ וכן $\frac{\pi}{2}=\prod_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)^2}{(2n-1)(2n+1)}$.

פונקציית Γ: יהי $s\in\mathbb{C}$ אזי $\Gamma\left(s\right)=\int_0^{\infty}t^{s-1}e^{-t}\text{d}t$.

טענה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהא $F:G\times\left[0,1\right]\to\mathbb{C}$ רציפה עבורה לכל $s\in\left[0,1\right]$ מתקיים כי $F\left(z,s\right)\in\text{Hol}\left(G\right)$ אזי $\int_0^1F\left(z,s\right)\text{d}s\in\text{Hol}\left(G\right)$.

טענה: יהי $s\in\mathbb{C}$ באשר $\text{Re}\left(s\right)>0$ אזי $\Gamma\left(s\right)$ מתכנס.

טענה: יהי $s\in\mathbb{C}$ באשר $\text{Re}\left(s\right)>0$ אזי $\Gamma\left(s+1\right)=s\Gamma\left(s\right)$.

מסקנה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\Gamma\left(n+1\right)=n!$.

טענה: יהי $s\in\mathbb{C}$ אזי $\int_0^1t^{s-1}e^{-t}\text{d}t=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j}{j!}\cdot\frac{1}{s+j}$.

טענה: קיימת $f:\mathbb{C}\setminus\left(-\mathbb{N}\right)\to\mathbb{C}$ מרומורפית המקיימת

- יהי $s\in\mathbb{C}$ באשר $\text{Re}\left(s\right)>0$ אזי $f\left(s\right)=\Gamma\left(s\right)$.
- יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי f בעל קוטב פשוט ב־$\left(-n\right)$.
- יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\text{Res}_{-n}\left(f\right)=\frac{(-1)^n}{n!}$.

הערה: נסמן את ההמשכה של Γ ל־$\mathbb{C}\setminus\left(-\mathbb{N}\right)$ גם כ־Γ.

קבוע אוילר־מסקרוני: $\gamma=\lim_{n\to\infty}\left(-\log\left(n\right)+\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{j}\right)$.

טענה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\frac{1}{\Gamma(z)}=ze^{\gamma z}\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{z}{n}\right)e^{-\frac{z}{n}}$.

מסקנה: $\frac{1}{\Gamma}\in\mathrm{Hol}\left(\mathbb{C}\right)$.

טענה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\Gamma\left(z\right)\Gamma\left(1-z\right)=\frac{\pi}{\sin\left(\pi z\right)}$.

מסקנה: $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$.

מסקנה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\left(\frac{\Gamma'}{\Gamma}\right)\left(z\right)=-\gamma-\frac{1}{z}-\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{z+n}-\frac{1}{z}\right)$.

מסקנה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\left(\frac{\Gamma'}{\Gamma}\right)'\left(z\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\left(z+n\right)^{2}}$.

טענה נוסחת גאוס: יהי $z\in\mathbb{C}$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\left(2\pi\right)^{\frac{n-1}{2}}\Gamma\left(z\right)=n^{z-\frac{1}{2}}\prod_{i=0}^{n-1}\Gamma\left(\frac{z+i}{n}\right)$.

מסקנה נוסחת לג'נדר: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\sqrt{\pi}\cdot\Gamma\left(2z\right)=2^{2z-1}\Gamma\left(z\right)\Gamma\left(z+\frac{1}{2}\right)$.

מסקנה נוסחת אויילר: יהי $z\in\mathbb{C}$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\left(2\pi\right)^{\frac{n-1}{2}}=\sqrt{n}\cdot\prod_{i=1}^{n-1}\Gamma\left(\frac{i}{n}\right)$.