

נקודה צפה: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ ויהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $a_1 \dots a_t \in \mathbb{Z}$ באשר $a_1 \neq 0$ וכן $p \in \mathbb{Z}$ וכן $\sigma \in \{\pm 1\}$ עבורם

$$x = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^t \frac{a_i}{\beta^i} \right) \cdot \beta^p$$

סימן: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ ויהי $x \in \mathbb{R}$ עבורו $x = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^t \frac{a_i}{\beta^i} \right) \cdot \beta^p$ ייצוג בנקודה צפה אזי σ .

מנטיסה/ספרות משמעותיות: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ ויהי $x \in \mathbb{R}$ עבורו $x = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^t \frac{a_i}{\beta^i} \right) \cdot \beta^p$ ייצוג בנקודה צפה אזי $(a_1 \dots a_t)$.

הגבלה על החזקה בנקודה צפה: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ ויהיו $L, U \in \mathbb{Z}$ עבורן בייצוג נקודה צפה $U < p < L$.

טענה: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ יהיו $L, U \in \mathbb{Z}$ הגבלה על החזקה ויהי $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ מספר בעל ייצוג נקודה צפה אזי

$$\beta^{L-1} < |x| < \beta^U$$

גלישה: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהיו $L, U \in \mathbb{Z}$ הגבלה על החזקה ויהי $x \in \mathbb{R}$ אזי

• overflow: $|x| \geq \beta^U$.

• underflow: $|x| \leq \beta^{L-1}$.

קיצוץ נקודה צפה: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ ויהי $x \in \mathbb{R}$ בעל הצגה $x = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^\infty \frac{a_i}{\beta^i} \right) \cdot \beta^p$ בבסיס β אזי

$$\text{fl}(x) = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^t \frac{a_i}{\beta^i} \right) \cdot \beta^p$$

עיגול נקודה צפה: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ ויהי $x \in \mathbb{R}$ בעל הצגה $x = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^\infty \frac{a_i}{\beta^i} \right) \cdot \beta^p$ בבסיס β אזי

$$\text{fl}(x) = \begin{cases} \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^t \frac{a_i}{\beta^i} \right) \cdot \beta^p & 0 \leq a_{t+1} < \frac{\beta}{2} \\ \sigma \cdot \left(\left(\sum_{i=1}^t \frac{a_i}{\beta^i} \right) + \frac{1}{\beta^t} \right) \cdot \beta^p & \frac{\beta}{2} \leq a_{t+1} < \beta \end{cases}$$

סימון: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ ויהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $x = \tilde{x}$.

שגיאה: יהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $e(x) = x - \text{fl}(x)$.

שגיאה מוחלטת: יהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $|e(x)|$.

שגיאה יחסית: יהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $\delta(x) = \frac{e(x)}{x}$.

מסקנה: יהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $\text{fl}(x) = x(1 - \delta(x))$.

טענה: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ ויהי $x \in \mathbb{R}$ בעל ייצוג בקיצוץ נקודה צפה אזי $|\delta(x)| \leq \beta^{-t+1}$.

טענה: יהי $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ בסיס יהי $t \in \mathbb{N}_+$ ויהי $x \in \mathbb{R}$ בעל ייצוג בעיגול נקודה צפה אזי $|\delta(x)| \leq \frac{1}{2}\beta^{-t+1}$.

טענה: יהיו $x, y \in \mathbb{R}$ אזי $|e(x+y)| \leq |e(x)| + |e(y)|$.

מסקנה: יהיו $x, y \in \mathbb{R}$ בעלי סימן זהה אזי $|\delta(x+y)| \leq |\delta(x)| + |\delta(y)|$.

טענה: יהיו $x, y \in \mathbb{R}$ בעלי סימן זהה אזי $|\delta(x+y)| \leq \max\{|\delta(x)|, |\delta(y)|\}$.

טענה: יהיו $x, y \in \mathbb{R}$ אזי $|\delta(x-y)| \leq \left| \frac{e(x)}{x-y} \right| + \left| \frac{e(y)}{x-y} \right|$.

טענה: יהיו $x, y \in \mathbb{R}$ אזי $|\delta(xy)| \leq |\delta(x)| + |\delta(y)| + |\delta(x)\delta(y)|$.

טענה: יהיו $x, y \in \mathbb{R}$ אזי $\left| e\left(\frac{x}{y}\right) \right| \leq \frac{|x||e(y)| + |y||e(x)|}{|y \cdot \text{fl}(y)|}$.

טענה: יהיו $x, y \in \mathbb{R}$ אזי $\left| \delta\left(\frac{x}{y}\right) \right| \leq \left| \frac{y}{\text{fl}(y)} \right| (|\delta(x)| + |\delta(y)|)$.