```
. טענה: תהיינה A,B בת מנייה אזיA\cup B בת מנייה
                                                                      \bigcup_{i=1}^n A_i בת מנייה אזי בנות מנייה אזי בת מנייה. \bigcup_{i=1}^n A_i
טענה: תהא \langle f_n \mid n \in \mathbb{N} 
angle חדרת פונקציות באשר או בת מנייה לכל A_i סדרת פונקציות באשר או סענה:
                                                                            על לכל n\in\mathbb{N} אזי סופית או בת מנייה. f_n:\mathbb{N}	o A_n
                                                     A 	imes B = \{\langle a,b 
angle \mid (a \in A) \land (b \in B)\} מכפלה קרטזית: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                                                        טענה: תהיינה A,B בת מנייה אזי A \times B טענה:
                                                                       . בת מנייה A_1 \times \ldots \times A_n בנות מנייה אזיA_1 \ldots A_n בת מנייה
                                                                                                           A^1=A הגדרה: תהא A קבוצה אזי
                                                                                 A^n=A	imes A^{n-1} אזי n\in\mathbb{N}_+ ויהי קבוצה A הגדרה: תהא
                                                                                                                       .טענה: \bigcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{N}^n בת מנייה
                                                                                                           |\{A \subseteq \mathbb{N} \mid A\}| = \aleph_0 מסקנה: |\{A \subseteq \mathbb{N} \mid A\}|
                                                                                                                                   |\mathbb{Z}|=leph_0 :טענה
                                                                                                                                   |\mathbb{Q}|=\aleph_0 :טענה
                                                                      p\left(a
ight)=0 מספר אלגברי: מספר a\in\mathbb{C} עבורו קיים a\in\mathbb{C} מספר
                                                                 p\left(a
ight)
eq0 מתקיים p\in\mathbb{Z}\left[x
ight] עבורו לכל a\in\mathbb{C} מספר מספר
                                                                                                     |\{a\in\mathbb{C}\mid A אלגברי a\}|=leph_0 משפט קנטור:
                                                                       יחס סדר חלקי/חלש: תהא A קבוצה ויהי A אזי A באשר יחס סדר חלקי/חלש:
                                                                                                     x \preccurlyeq x אזי x \in A יהי •
                                                                  x \preccurlyeq z אזי y \preccurlyeq z וכן x \preccurlyeq y עבורם x,y,z \in A אזי יהיו x \preccurlyeq y
                                                        x=y אזי y \preccurlyeq x וכן x \preccurlyeq y עבורם x,y \in A אזי יהיו חלשה: x = y אנטי סימטריות חלשה:
                                                                               יחס סדר חזק: תהא A קבוצה ויהי A^2 אזי A באשר יחס סדר חזק: תהא
                                                                                          \neg \left( x \prec x \right) אזי אזי יהי יהי פלקסיביות: •
                                                                 x\prec z אזי y\prec z וכן x\prec y עבורם x,y,z\in A אזי יהיו
                                                                 \neg (y \prec x) אזי x \prec y עבורם x,y \in A יהיו חזקה: \bullet
                                   (x\preccurlyeq y)\lor(y\preccurlyeq x) מתקיים x,y\in A אבורו לכל (A,\preccurlyeq) עבורו סדר חלקי יחס סדר אווי האקיים מדר אווי הא
                               (x \prec y) \lor (y \prec x) \lor (x = y) מתקיים x, y \in A עבורו לכל (x, x) עבור חזק יחס סדר חזק יחס עבורו לכל
                                                                                                            טענה: \langle \mathbb{N}, <_{\mathbb{N}} \rangle יחס סדר קווי חלקי.
                                                                                       . יחס סדר חלקי \langle \mathcal{P}\left(A\right),\subseteq \rangle יחס סדר חלקי ענה: תהא
(aRb) \Longleftrightarrow (f(a)Sf(b)) מתקיים a,b \in A מתקיים (A,R), \langle B,S \rangle מדרים אזי (A,R), \langle B,S \rangle מתקיים
                                   . סדרים הפיכה \pi:A 	o B הפימת \langle A,R \rangle, עבורם סדרים הפיכה שומרת הפיכה \pi:A 	o B
                                                                    \langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle איזומורפיים איזו סדרים \langle A,R \rangle , \langle B,S \rangle סדרים איזומורפיים
```

 $|X| \leq |Y|$  חח"ע אזי f: X o Y הגדרה: תהיינה X,Y קבוצות ותהא  $Y \mapsto f: X \to Y$  חח"ע ועל אזי |X| = |Y| חהייע ועל אזי  $f: X \to Y$  הגדרה: תהיינה

|X|<|Y| אזי אזי  $|X|\neq |Y|$  וכן  $|X|\leq |Y|$  אזי קבוצות עבורן אזי |X|<|Y|

 $|A|=|\{0,\ldots,n-1\}|$  המקיים  $n\in\mathbb{N}$  עבורה עבורה עבורה חופית:

 $.|A|=|\{0,\dots,n-1\}|$  המקיים  $n\in\mathbb{N}$  קיים לא עבורה A קבוצה אינסופית: קבוצה אינסופית

טענה: תהא B סופית או בת מנייה תהא f:A o B ותהא קבוצה ותהא מנייה מנייה מנייה מנייה

|X|=|Y| אאי  $|Y|\leq |X|$  וכן  $|X|\leq |Y|$  אאי און |X|=|X| משפט קנטור־שרדר־ברנשטיין (קש"ב): תהיינה

 $|X| \neq |Y|$  אזי  $\neg (|X| = |Y|)$  איזי קבוצות עבורן תהיינה X,Y איזי

טענה: תהא B בת מנייה ותהא  $B\subseteq A$  אינסופית אזי B בת מנייה. מסקנה: תהא A בת מנייה ותהא  $B\subseteq A$  אזי B סופית או בת מנייה.

X העוצמה של |X| העוצמה של

 $|X|=leph_0$  קבוצה X עבורה מנייה: קבוצה בת מנייה

 $|\{0,\ldots,n-1\}|=n$  אזי  $n\in\mathbb{N}$  סימון: יהי

סימון:  $|\mathbb{N}|=0$ %.

```
(aRb) \lor (a=b) מתקיים b \in A מתקיים a \in A עבורו קיים a \in A עבורו קיים a \in A מתקיים סדר קווי
                                                                    \min(A) = a אזי a \in A איבר ראשון בעל איבר קווי בעל סדר קווי אזי \langle A, R \rangle יהי
        . טענה: יהי \langle B,S \rangle אזי \langle B,S \rangle אזי איבר ראשון ויהי \langle B,S \rangle סדר קווי באשר סענה: יהי \langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle סדר איבר ראשון ויהי
       (aRb) \lor (a=b) מתקיים a \in A מתקיים b \in A מתקיים סדר קווי \langle A,R \rangle עבורו קיים a \in A באשר לכל
                                                                    \max(A) = a אזי a \in A אזיבר אחרון בעל איבר סדר קווי בעל איבר אחרון יהי
        . טענה: אזי \langle B,S \rangle אזי אזי איבר אחרון ויהי יבעל איבר אחרון איבר אחרון ויהי יהי אחרון אזי סענה: יהי אחרון איבר אחרון ויהי
                        zRy וכן xRz עבורו z\in A קיים xRy המקיימים xRy המקיימים עבורו z\in A עבורו ווע z\in A וכן
                                     טענה: יהי \langle A,R
angle\simeq \langle B,S
angle סדר קווי באשר \langle B,S
angle אזי \langle B,S
angle צפוף.
                                                                   טענה: \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון.
                                                                                                                      \mathbb{N}, \leq_{\mathbb{N}} \not\simeq \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle מסקנה:
      \langle A, \preccurlyeq \rangle \simeq \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} 
angle אזי |A| = \aleph_0 משפט קנטור: יהי משפט קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר
       \langle A, \prec 
angle \simeq \langle \mathbb{Q}, <_{\mathbb{Q}} 
angle אזי משפט קנטור: יהי \langle A, \prec 
angle סדר קווי חזק צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר משפט קנטור: משפט קנטור:
                           (xRa) \lor (x=a) מתקיים x \in X מתקיים X \subseteq A אזי X \subseteq A מדר קווי ותהא A \subseteq A
                                                 \overline{B}_X = \{a \in A \mid X סדר קווי ותהא X \subseteq A אזי X \subseteq A סדר קווי ותהא סימון: יהי
                                                                  \overline{B}_X 
eq \emptyset עבורה X \subseteq A אזי אזי X \subseteq A סדר קווי אזי יהי
                           (xRa) \lor (x=a) מתקיים x \in X מתקיים מלרע: יהי אזי X \subseteq A אזי אזי תהא X \subseteq A מחסם מלרע: יהי
                                                  \underline{B}_X = \{a \in A \mid X סדר קווי ותהא X \subseteq A אזי ותהא סדר קווי יהי לא סדר קווי ותהא סדר אזי אזי לימון: יהי
                                                                   \underline{B}_X 
eq \emptyset עבורה X \subseteq A אזי אזי X \subseteq A סדר קווי אזי יהי יהי מלרע: יהי
                                                          . סדר חסם מלרע חסם מלרע חסם מלרע אזי איזי X\subseteq A סדר קווי אזי \langle A,R \rangle יהי
                                                                    \operatorname{sup}(X) = \min\left(\overline{B}_X\right) אזי X \subseteq A אדר קווי ותהא A, R סדר קווי ותהא
                                                                     \inf\left(X
ight)=\max\left(\underline{B}_{X}
ight) אזי אזי X\subseteq A סדר קווי ותהא אוי לאזי \langle A,R
angle
                                                   \operatorname{sup}\left(X
ight) אינים סדר קווי אלם: סדר קווי \left\langle A,R
ight
angle עבורו לכל
                             (\sup(X),\inf(X),\inf(X)) סדר קווי אזי איי שלם)(A,R) סדר שלם) סטענה: יהי
            המקיים \langle L,\sqsubseteq \rangle סדר הוון אזי סדר ללא איבר האשון וללא איבר איבר חלקי: יהי הי\langle P,\preccurlyeq \rangle סדר הווי חלקי ללא איבר השוו וללא איבר איבר חלקי: יהי
                                                                                                                                         .P \subseteq L \bullet
                                                                                          (x \preccurlyeq y) \Longleftrightarrow (x \sqsubseteq y) מתקיים x, y \in P לכל
                                                                            . סדר קווי שלם ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון. \langle L, \Box \rangle
                                                                                                                      \langle L, \sqsubseteq \rangle צפוף ב־ \langle P, \preccurlyeq \rangle \bullet
משפט יחידות השלמה: יהי \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון ותהיינה \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר סדר קווי חלקי צפוף השלמות אזי
                                                                                  p \in P לכל \pi\left(p\right) = p עבורו \pi:L 	o L^* לכל
                     משפט קיום השלמה: יהי \langle P, \preccurlyeq 
angle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון אזי קיימת לו השלמה.
                                                   באשר \langle A,B \rangle אזי אזי A,B \subseteq P ויהיו חלקי ויהיו סדר קווי אזי אזי \langle P,\preccurlyeq \rangle באשר
                                                                                                                                  A \cap B = \emptyset •
                                                                                                                                  A \cup B = P \bullet
                                                                                                   a \preccurlyeq b מתקיים b \in B ולכל •
                                                                                                                    ללא איבר אחרון. \langle A, \preccurlyeq \rangle
```

 $[p] = \langle (-\infty,p)\,,[p,\infty)
angle$  אזי  $p\in P$  ויהי חלקי חלקי סדר קווי חלקי אזי  $\langle P,\preccurlyeq \rangle$  יהי

.Ded  $(P)=\{\langle A,B\rangle \mid$  חתך דדקינד  $\langle A,B\rangle \}$  סדר קווי חלקי אזי מימון: יהי  $\langle P,\preccurlyeq \rangle$ 

 $\langle A,B
angle \preccurlyeq \langle C,D
angle$  אזי  $A\subseteq C$  חתכי דדקינג באשר  $\langle A,B
angle ,\langle C,D
angle$  וויהיו חלקי ויהיו איזי  $\langle A,B
angle ,\langle C,D
angle$  חתכי מהגדרה: יהי

טענה: יהי  $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי ויהי  $p \in P$  אזי  $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  חתך דדקינד.

 $.\langle\{[p]\mid p\in P\}\,,\preccurlyeq\rangle\simeq\langle P,\preccurlyeq\rangle$  טענה: יהי יהי יהי סדר קווי חלקי אזי יהי ענה: יהי יהי ערה פחתכי בהתאמה מעל בתור שיכון של  $P,\preccurlyeq\rangle$  בחתכי הדדקינד שלה.

טענה: יהי ל $\langle \mathrm{Ded}\,(P)\,,\preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי סענה: יהי ל $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי טענה: יהי ל $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי ל $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ 

```
סדר שלם. (Ded (P) , \preccurlyeq) אזי קווי חלקי סדר קווי סענה: יהי
f:A	o B עבורו קיים סדר קווי חזק איבר אחרון וללא איבר איבר קווי חזק אזי קיים סדר קווי חזק צפוף איבר איבר איבר איבר אווי סענה: יהי
                                                                                                                                                                  שומרת סדר.
                                                                                                       (\mathbb{Q},\leq_{\mathbb{Q}}) מספרים ממשיים: (\mathbb{R},\leq_{\mathbb{R}}) הינה ההשלמה של
                   \langle P, \preccurlyeq 
angle \simeq \langle \mathbb{R}, \leq_{\mathbb{R}} 
angle משפט: יהי \langle P, \preccurlyeq 
angle סדר קווי חלקי ללא איבר ראשון ואחרון בעל קבוצה בת־מנייה צפופה בו אזי
                                                                                                                                                            |\mathbb{R}| 
eq \aleph_0 טענה:
                                                                                              \mathcal{P}\left(X
ight)=\left\{Y\mid Y\subseteq X
ight\} קבוצה אזי קבוצה תהא תהאקה: תהא
                                                                                                    X^{X}.X^{X}=\{f\mid f:X	o\{0,1\}\} סימון: תהא קבוצה אזי
                                                                                                                      \left|\mathcal{P}\left(X
ight)
ight|=\left|X_{0}^{X}\right|טענה: תהא X קבוצה אזי
                                                                                                             |X|<|\mathcal{P}\left(X
ight)משפט קנטור: תהא X קבוצה אזי
                                                                                                                                                         |\mathbb{R}|=|\mathbb{N}2| :טענה
            |A\cup B|=|C\cup D| אזי און |B|=|D| וכן |A|=|C| אונה. זרות ותהיינה |A\cup B|=|C\cup D| אזי אזי ותהיינה |A\cup B|=|C\cup D|
                                                                                             |A|+|B|=|A\cup B| הגדרה: תהיינה A,B קבוצות זרות אזי
                                                                                                                      |A \times \{0\}| = |A| טענה: תהא A קבוצה אזי
                                                                      |A| + |B| = |A \times \{0\}| + |B \times \{1\}| הגדרה חיבור: תהיינה A, B קבוצות אזי
                                                 |A 	imes B| = |C 	imes D| אזי |B| = |D| וכן |A| = |C| אזי |A, B, C, D| טענה: תהיינה
                                                                                                |A|\cdot |B| = |A 	imes B| הגדרה כפל: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                                                      |A|=\kappa עבורה עבורה קיימת קבוצה A היא עוצמה אם קיימת היא עוצמה היא נאמר כי
                                                                                                                           .\kappa + \kappa = 2 \cdot \kappa טענה: תהא \kappa עוצמה אזי
                                                                                            \kappa \cdot (\lambda + \mu) = \kappa \cdot \lambda + \kappa \cdot \mu טענה: תהיינה \kappa, \lambda, \mu עוצמות אזי
                                                                                                A^BA=\{f\mid f:B	o A\} הגדרה: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                          |A|=|B| אזי |B|=|D| איזי |A|=|C| טענה: תהיינה A,B,C,D איזי
                                                                                                              |A|^{|B|}=|^BA| הגדרה: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                                                                                                                        |\mathbb{R}|=2^{\aleph_0} מסקנה:
                                                                                                                               \kappa\cdot\kappa=\kappa^2 טענה: תהא א עוצמה אזי
                                     (\kappa \cdot \lambda)^{\mu} = (\kappa^{\mu}) \cdot (\lambda^{\mu}) וכן (\kappa^{\lambda})^{\mu} = \kappa^{(\lambda \cdot \mu)} וכן \kappa^{(\lambda + \mu)} = \kappa^{\lambda} \cdot \kappa^{\mu} עוצמות אזי \kappa, \lambda, \mu וכן \kappa, \lambda, \mu
                                                                                                      \aleph_0+\aleph_0=\aleph_0 טענה: יהי n\in\mathbb{N} אזי n\in\mathbb{N} וכן אזי n\in\mathbb{N}
                                                                                                       \aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0 טענה: יהיn\in\mathbb{N}_+ אזי n\in\mathbb{N}_+ וכן אוכן n\in\mathbb{N}_+
                                                                                                                                     lpha_0^n=leph_0 אזי n\in\mathbb{N}_+ טענה: יהי
                                                                 2^{\aleph_0}+2^{\aleph_0}=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}+\aleph_0=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}+n=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                                    2^{\aleph_0}\cdot 2^{\aleph_0}=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}\cdot \aleph_0=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}\cdot n=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי
                                                                                                 (2^{\aleph_0})^{\aleph_0}=2^{\aleph_0} וכן (2^{\aleph_0})^n=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי יהי
                                                                                                          \mathfrak{K}_0^{leph_0}=2^{leph_0} וכך n^{leph_0}=2^{leph_0} אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} יהי
                                                                                                                                               .(2^{\aleph_0})^{\left(2^{\aleph_0}\right)} > 2^{\aleph_0} טענה:
                                                     \|\mathbb{N}\|=2^{\aleph_0} וכן \|\mathbb{N}\to\mathbb{R}\|=2^{\aleph_0} וכן וכן \|\mathbb{C}\|=2^{\aleph_0} וכן \|\mathbb{R}^n\|=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי
                                                     |B \setminus A| = 2^{\aleph_0} אזי |A| \le \aleph_0 באשר A \subseteq B ותהא |B| = 2^{\aleph_0} אזי איזי B פטענה: תהא
                                                                                                              |\{a\in\mathbb{C}\mid aמסקנה: |\{a\in\mathbb{C}\mid a\}|=2^{\aleph_0}מספר טרנסצנדנטי
                                                                                                                          |\{a\in\mathbb{R}\mid aמסקנה: |\{a\in\mathbb{R}\mid a\}|=2^{leph_0}מסקנה:
                                                                                                             |\{f\mid (f:\mathbb{R}	o\mathbb{R})\wedge (f)\}|=2^{\aleph_0} מסקנה:
```

 $\langle \operatorname{Ded}(P), \preccurlyeq \rangle$ טענה: יהי  $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי  $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  צפופה ב־

 $|\{f\mid (f:\mathbb{R}\to\mathbb{R})\land (g)\}|=2^{\aleph_0}$  מסקנה:

. ביותר איבר קטן איבר איבר איבר  $A \neq \varnothing$  באשר ביותר עבורו לכל עבורו לכל עבורו איבר קטן איבר איבר איבר איבר איבר איבר איבר אים

 $|\{A\mid (A\subseteq\mathbb{R})\land ($ פתוחה $|A)\}|=2^{\aleph_0}$  טענה:

טענה: יהי  $\mathbb{N} \in \mathbb{N}$  אזי  $\mathbb{N} \in \mathbb{N}$  סדר טוב.  $n \in \mathbb{N}$ 

.טענה:  $\langle \mathbb{N}, <_{\mathbb{N}} \rangle$  סדר טוב

```
רישה של יחס סדר טוב: יהי \langle W, \prec 
angle יחס סדר טוב אזי S \subseteq W רישה של יחס סדר טוב:
                                                                                                                                            .S \neq W \bullet
                                                                                             b \in S אזי b \prec a אם b \in W ולכל • a \in S
                                                              W[a] = \{b \in W \mid b \prec a\} אזי a \in W יחס סדר טוב ויהי \langle W, \prec \rangle אזי \langle W, \prec \rangle
                                                                       Wב־טחס אזי W[a] אזי איזי איזי סדר טוב רישה אזי W[a] רישה ב־ער יהי
                                               S=W\left[x
ight] יחס סדר טוב ותהא S רישה ב־W אזי קיים אז עבורו ענה: יהי \langle W, \prec 
angle יחס סדר טוב ותהא
                     (x \prec f(x)) \lor (x \prec f(x)) \lor (x \prec f(x)) איז שומרת סדר איז f: W \to W לכל לכל ליקס סדר איז יהי ל(W, \prec) יחס סדר טוב ותהא
                                                                              W 
ot= W [a] אזי a \in W יחס סדר טוב ויהי \langle W, \prec 
angle אזי מסקנה: יהי
                                                              f=\mathrm{Id} איזומורפיזם אזי f:W	o W יחס סדר טוב ויהי יהי מסקנה: יהי
                                          f=g איזומורפיזמים אזי f,g:W	o A ויהיו סדר טובים אזי \langle W, \prec 
angle, \langle A, 
angle מסקנה: יהיו
                                                 משפט ההשוואה: יהיו מהבאים מתקיים סדר טובים אזי משפט ההשוואה: יהיו \langle W, \prec 
angle \, , \langle A, \sqsubset 
angle יחסי סדר טובים אזי
                                                                                                                               .\langle W, \prec \rangle \simeq \langle A, \sqsubset \rangle \bullet
                                                                                                \langle W\left[w
ight], \prec 
angle \simeq \langle A, \sqsubseteq 
angle עבורו w \in W פיים
                                                                                                    \langle W, \prec \rangle \simeq \langle A[a], \Box \rangle עבורו a \in A קיים •
                                                              סדר טוב. \langle X, \in \rangle יחס סדר טוב. \langle X, \in \rangle
                                                                                                               . סודר \alpha \cup \{\alpha\} סודר מזי \alpha סודר מענה: יהי
                                                                                                                         \alpha \notin \alpha טענה: יהי \alpha סודר אזי טענה:
                                                                                                          טענה: יהי \alpha סודר ויהי x \in \alpha אזי סודר סודר.
                                                                                                 \alpha \notin \beta אזי \beta \in \alpha טענה: יהיו \alpha, \beta סודרים באשר
                                                                                                 lpha\ineta אזי lpha\subsetneqeta אזי מענה: יהיו lpha,eta סודרים באשר
                                                                   טענה משפט ההשוואה: יהיו lpha,eta סודרים אזי בדיוק אחד מהבאים מתקיים
                                                                                                                                             \alpha = \beta
                                                                                                                                             .\alpha \in \beta \bullet
                                                                                                                                              .\beta \in \alpha \bullet
                                                                                  טענה: תהא S קבוצה לא ריקה של סודרים אזי \min(S) קיים.
                                                                                                                          \mathcal{O}_n = \{ \alpha \mid  סודר \alpha \} :הגדרה:
                                                                                                                                        \mathcal{O}_n = \mathrm{Ord} : סימון
                                                                                                      טענה פרדוקס גוראלי־פורטי: \mathcal{O}_n אינה קבוצה.
                                                               (\alpha \cup \{\alpha\} \in \beta) \lor (\alpha \cup \{\alpha\} = \beta) אזי \alpha \in \beta סודרים באשר \alpha, \beta אזי יהיו
                                                                                                           \alpha + 1 = \alpha \cup \{\alpha\} סודר אזי \alpha סודר מימון: יהי \alpha
                                                         eta \in \alpha טענה: תהא eta \in S מתקיים אזי קיים סודר אזי קיים מודרים אזי קבוצת סודרים אזי קיים סודר
                                            (lpha,\in)\simeq \langle W,\prec\rangle עבורו lpha עבור טוב: יהי \langle W,\prec 
angle יחס סדר טוב איי סודר lpha
                                                                     \langle W, \prec 
angleיחס משפט: יהי \langle W, \prec 
angleיחס סדר טוב אזי קיים ויחיד סודר טיפוס ל־
                                                  .opt (\langle W, \prec \rangle) = \alpha אזי \langle W, \prec \rangle אזי סודר טיפוס של מיחס סדר טוב ויהי אזי \langle W, \prec \rangle יחס סדר טוב ויהי
אקטיומת ההחלפה: תהא P נוסחה באשר לכל קבוצה X קיימת ויחידה קבוצה Y עבורה P אזי לכל קבוצה A קיימת קבוצה P
                                                                           באשר לכל A \in A קיים b \in B המקיים A \in A זוהי אינה טענה B
                           אקסיומת ההפרדה: תהא P נוסחה אזי לכל קבוצה A מתקיים כי \{a \in A \mid P\left(a\right)\} קבוצה. זוהי אינה טענה
משפט עיקרון האינדוקציה: תהא P נוסחה באשר לכל סודר \alpha מתקיים (\forall eta \in lpha.P\left(eta
ight)) אזי לכל סודר \gamma מתקיים
                                                                             lpha=eta+1 סודר עוקב: סודר eta\inlpha עבורו קיים סודר eta
                                                                              lpha 
eq eta + 1 מתקיים eta \in lpha טודר עבורו לכל סודר מחדר מחדר מחדר מודר מודר מודר
                                                                                         משפט אינדוקציה טרנספיניטית: תהא P נוסחה המקיימת
```

 $.P(\varnothing) \bullet$ 

 $P(\alpha) \Longrightarrow P(\alpha+1)$  מתקיים  $\alpha$  לכל סודר •

```
\omega סימון: הסודר הגבולי הראשון שאינו
                                                                                                                  סימון: \emptyset = 0.
                                                                                                                 \mathbb{N} = \omega :הגדרה
                                       n \in \mathbb{N} לכל n+1=n \cup \{n\} לכל בהתאמה נשתמש בהגדרה מלעיל נשתמש
                                                                   lpha < eta אזי lpha \in eta אזי lpha סודרים באשר מון: יהיו
                                                                                              הגדרה חיבור: יהי lpha סודר אזי
                                                                                                             .\alpha + 0 = \alpha \bullet
                                                                \alpha + (\beta + 1) = (\alpha + \beta) + 1 יהי \beta סודר אזי •
                                                              .\alpha + \beta = \bigcup_{\gamma < \beta} (\alpha + \gamma) יהי \beta סודר גבולי אזי •
                                                                  \omega + 1 > \omega טענה: \omega + \omega = \omega וכן 0 + \omega = \omega
                                                                                                 הגדרה כפל: יהי \alpha סודר אזי
                                                                                                                \cdot \alpha \cdot 0 = 0 \bullet
                                                                   \alpha \cdot (\beta + 1) = (\alpha \cdot \beta) + \alpha יהי \beta סודר אזי •
                                                                 .lpha\cdoteta=igcup_{\gamma<eta}(lpha\cdot\gamma) יהי eta סודר גבולי אזי •
                                              \omega\cdot 2=\omega+\omega וכן 2\cdot\omega=\omega וכן 1\cdot\omega=\omega סענה: 0\cdot\omega=0
                                                                                 \omega+\omega>\omega+n אזי n<\omega
                                                                              טענה: יהי \alpha סודר אזי \alpha+\omega סודר גבולי.
                                                                                               הגדרה חזקה: יהי lpha סודר אזי
                                                                                                                  .\alpha^0=1 •
                                                                                  .lpha^{eta+1}=lpha^eta\cdotlpha יהי eta סודר אזי סודר eta
                                                                      .lpha^eta = igcup_{\gamma < eta} (lpha^\gamma) יהי eta סודר גבולי אזי •
                                        \omega^2>2^\omega וכן \omega^2=\omega\cdot\omega וכן \omega^1=\omega וכן \omega^2=\omega וכן \omega^1=\omega וכן \omega^2=\omega
                                                                 |\beta|<|\alpha| מתקיים \beta<\alpha עבורו לכל \alpha
                                                                                                                 \aleph_0 = \omega :סימון
. הערה: ההגדרה מלעיל מתלכדת עם היות הערה, לשם נוחות שתמש היות עם היות עם היות מתלכדת מתלכדת שה הערה: הערה:
                                  . סענה: יהיו lpha, eta סודרים בני מנייה אזי lpha+eta, lpha\cdoteta, lpha^eta סודרים בני מנייה מנייה
                                                       . טענה: קיים סודר lpha המקיים \omega < lpha באשר lpha אינו בן מנייה טענה:
```

יטענה: תהא S קבוצה באשר S איז  $\delta$  סודר גבולי.  $x \in S$  מתקיים  $x \in S$  ויהי  $\delta$  הסודר הראשון באשר  $\delta \notin S$  איז  $\delta$  סודר גבולי.

 $(\forall \beta \in \alpha.P(\beta)) \Longrightarrow (P(\alpha))$  מתקיים  $\alpha$  מתקיים •

אקסיומת האינסוף: קיימת קבוצה S באשר האינסוף: מתקיים  $x \in S$  מתקיים אקסיומת האינסוף: קיימת קבוצה אינה טענה

 $.P\left(\gamma\right)$  מתקיים אזי לכל סודר

 $\delta < \kappa$  טענה: יהי  $\delta$  סודר אזי קיים מונה

 $\aleph_{lpha} = igcup_{eta < lpha} lpha$ יהי אזי מודר גבולי אזי מודר lphaיהי יהי

 $\kappa=\aleph_{\alpha}$  עבורו מונה אזי קיים סודר lpha מונה אזי קיים סודר

 $\aleph_{\alpha+1} = \aleph_{\alpha}^+$  אזי מודר  $\alpha$  יהי : הגדרה מיהי יהי

טענה: יהי lpha סודר אזי מונה.

 $\omega_{lpha}=lpha$  סימון: יהי lpha סודר אזי lpha=lpha משפט: יהי lpha סודר אזי lpha=lpha משפט: יהי lpha, lpha מונים אינסופיים אזי  $lpha+\lambda=\max\left\{\kappa,\lambda\right\}$  •  $\kappa+\lambda=\max\left\{\kappa,\lambda\right\}$ 

 $lpha < lpha^+$  סודר אזי  $lpha^+$  הינו המונה הראשון עבורו  $lpha^+$  סימון: יהי