```
.prefix (L)=\{y\in \Sigma^*\mid \exists x\in \Sigma^*.yx\in L\} שפת הרישא: תהא L\subseteq \Sigma^* תהא שפת הרישא
                                                         .suffix (L)=\{y\in \Sigma^*\mid \exists x\in \Sigma^*.xy\in L\} שפת הסיפא: תהא L\subseteq \Sigma^* שפת הסיפא:
                                               אלגוריתם מכריע שפה: תהא A:\Sigma^*	o \{	ext{true},	ext{false}\} שפה אזי אלגוריתם L\subset \Sigma^* המקיים
                                                                                                A\left(x\right)= true מקבל: לכל x\in L מתקיים
                                                                                               A\left(x
ight)= false מתקיים x
otin L לכל
                                                                           f:\left\{ 0,1
ight\} ^{n}
ightarrow\left\{ 0,1
ight\} ^{m} אזי n,m\in\mathbb{N} ההיינה בולאנית: תהיינה
                                                          \{f_1\dots f_n\} אזי בסיס פונקציות בוליאניות: תהיינה f_1\dots f_n פונקציות בוליאניות בוליאניות
                                                                                                                  \mathcal{B} = \{\wedge, \vee, \neg\} בסיס דה־מורגן:
                                                                                            הערה: תמיד נוסיף לבסיס את הפונקציות הקבועות.
לכל f_i:\{0,1\}^{k_i}	o\{0,1\} באשר באשר f_1\dots f_n\in\mathcal{B} מעגל בוליאני: יהי f_i:\{0,1\}^{k_i} בסיס פונקציות בוליאניות תהיינה
                        המקיים \{f_1\dots f_n, x_1\dots x_m, y_1\dots y_k\} מעל מכוון אזי גרף אזי גרx_1\dots x_m, y_1\dots y_k\in\{0,1\} ותהיינה ווה
                                                                                                                    .חסר מעגלים מכוונים G
                                                                                                    \deg^-(x_i) = 0 מתקיים i \in [m] לכל
                                                                                                    \deg^-(f_i) = k_i מתקיים i \in [n] לכל
                                                                              \deg^+(y_i)=0 וכן \deg^-(y_i)=1 מתקיים i\in[k] לכל •
                                                                                                            f_1 \dots f_n יהי מעגל בוליאני אזי מעגל
                                                                                                          .E\left( C
ight) יהי מעגל בוליאני אזי מעגל מעגל יהי
                                                                                    \max_{v \in V(C)} \deg^+(v) יהי מעגל בולינארי מעגל :fan-out
                                                                    .\{G \leq C \mid 1 של Gשל fan-out אזי בולינארי מעגל בולינארי יהי מעגל מעגל מעגל מיהי יהי
שערוך מעגל בולינארי על קלט: יהי y_i מעגל בולינאני ויהי v \in \{0,1\}^m אזי שערוך מעגל בולינארי על קלט: יהי מעגל מעגל בולינאני ויהי
                                                                                                 הפונקציות הבוליאניות על הקודקודים הנכנסים.
                                      C\left(v
ight)=\left(y_{1}\ldots y_{k}
ight) הוא C על של אזי השערוך אזי v\in\left\{ 0,1
ight\} ^{m} אזי ויהי מעגל בולינאני ויהי
                                                        C\left(w
ight)=1 עבורו w\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} אזי אזי w\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} עבורו מעגל מקבל מילה: יהי
                                               L\left(C
ight)=\left\{x\in\left\{0,1
ight\}^{n}\mid x שפה של מעגל: יהי C מעגל בעל פלט יחיד אזי C מקבל את מעגל מעגל:
           .C\left(v
ight)=f\left(v
ight) מתקיים v\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} עבורו לכל בולינאני f:\left\{ 0,1
ight\} ^{n}	o\left\{ 0,1
ight\} מתקיים מעגל מחשב פונקציה: תהא
v \in \{0,1\}^m משפט אוניברסליות דה־מורגן: תהא f:\{0,1\}^m 	o \{0,1\}^m 	o \{0,1\}^k משפט אוניברסליות אוניברסליות אויים מעגל פיים מעגל אזי קיים מעגל אוניברסליות אויים עבורו לכל
                                                                      הערה: מכאן והלאה כל המעגלים הם בוליאניים ומעל בסיס דה־מורגן.
                                                                     i משפחה של מעגלים: מעגלים עבורם \{C_n\}_{n\in\mathbb{N}} משפחה של מעגלים: מעגלים
                                     L\left(\mathcal{C}
ight)=\left\{x\in\left\{0,1
ight\}^{*}\mid x\in L\left(\mathcal{C}_{|x|}
ight)
ight\} שפה של משפחת מעגלים: תהא
                                            L\left(\mathcal{C}
ight)=\mathcal{L} משפחה מכריעה שפה: תהא \mathcal{L}\subseteq\left\{ 0,1
ight\} ^{st} עפה אזי משפחה של מעגלים
                                                          . שונה. משפחה של מעגלים \mathcal C עבורה לכל משפחה של משפחה של מעגלים שונה.
```

 $0<|\Sigma|<\aleph_0$ אלפבית: קבוצה Σ המקיימת אלפבית: מילים: יהי Σ אלפבית אזי $\Sigma^*=\bigcup_{n=0}^\infty \Sigma^n$

 $L \subset \Sigma^*$ אלפבית אזי אונ Σ יהי שפה: יהי

|w|=n מילה אזי $w\in \Sigma^n$ אלפבית ותהא אלפבית יהי יהי מילה אזי

 $\langle w_1 \dots w_n
angle^R = \langle w_n \dots w_1
angle$ אזי $\langle w_1 \dots w_n
angle \in \Sigma^*$ תהא מילה: תהא

 $\langle w_1\dots w_n
angle$ $\langle \omega_1\dots \omega_m
angle=\langle w_1\dots w_n,\omega_1\dots\omega_m
angle$ אזי $\langle w_1\dots w_n
angle$, $\langle \omega_1\dots\omega_m
angle\in\Sigma^*$ שרשור מילים: תהיינה

 $(w_1\dots w_n)^m=\prod_{i=1}^m \langle w_1\dots w_n
angle$ אזי איזי $(w_1\dots w_n)\in \Sigma^*$ אזי מילה: תהא

 $.\#_{\sigma}\left(w
ight)=|\{i\in[n]\mid w_{i}=\sigma\}|$ אות אזי $\sigma\in\Sigma$ ותהא של המופעים של אות במילה: תהא מספר המופעים של אות מספר המילה: אות הא

 $L_1\parallel L_2=L_1L_2=\{w\omega\mid (w\in L_1)\wedge (\omega\in L_2)\}$ שרשור שפות: תהיינה $L_1,L_2\subseteq \Sigma^*$ שפות אזי שרשור שפות:

 $L^m=\left\{\prod_{i=1}^k w_i \mid orall i\in [k]\,.w_i\in L
ight\}$ אזי $m\in\mathbb{N}$ שפה ויהי $L\subseteq\Sigma^*$ תהא

 $.|\varepsilon|=0$ עבורה $\varepsilon\in\Sigma^*$ אזי אלפבית יהי יהי יהי הריקה:

 $L^R=\{w^R\mid w\in L\}$ שפה אזי $L\subseteq \Sigma^*$ היפוך שפה: תהא

 $L^* = igcup_{k=0}^\infty L^k$ שפה אזי $L \subseteq \Sigma^*$ תהא שפה: תהא

```
(Q, \Sigma, \delta, q, F)
                                                                           Q, \Sigma, \delta, q, F אס"ד אזי אס"ד אזי אס"ד אזי אס"ד אזי אזי אזי אזי
                                                                           \Sigma אס"ד אזי (Q,\Sigma,\delta,q,F) אס"ד אזי דטרמיניסטי: יהי
                                                               .\delta אזי אזי (Q,\Sigma,\delta,q,F) אס"ד אזי דטרמיניסטי: אס"ד אזי אס"ד אזי
                                                                     Q, \Sigma, \delta, q, F אס"ד אזי אס ופי דטרמיניסטי: יהי עQ, \Sigma, \delta, q, F אס"ד אזי אזי אזי
                                                                 .F אזי אזי (Q,\Sigma,\delta,q,F) אס"ד אזי אוי דטרמיניסטי: יהי
וכן לכל \hat{\delta}\left(q,arepsilon
ight)=q מתקיים q\in Q מתקיים המורחבת: יהי (Q,\Sigma,\delta,q_0,F) אס"ד אזי \hat{\delta}:Q	imes\Sigma^*	o Q עבורה לכל
                                                                                         .\hat{\delta}\left(q,x
ight)=\delta\left(\hat{\delta}\left(q,x_{1}\ldots x_{n-1}
ight),x_{n}
ight) מתקיים x\in\Sigma^{n}
                                  \hat{\mathcal{S}}\left(q_0,x
ight)\in F אס"ד אזי x\in\Sigma^* אס"ד אזי אזי אוטומט סופי מקבל מילה: יהי מילה: יהי ערמיניסטי מקבל מילה: יהי
(q_n \in F \ )וכן i \in [n] לכל (q_{i-1}, x_i) = q_i עבורם q_1 \dots q_n \in Q וכן אמקבל את i \in [n] וכן לכל לכל את אס"ד ויהי x \in \Sigma^n טענה: יהי
                                                L\left(A
ight)=\{x\in\Sigma^{st}\mid x אס"ד אזי A\} מקבל את אס"ד אזי יהי A אס"ד איזי אס"ד אוטומט סופי דטרמיניסטי: יהי
                                                L\left(A
ight)=\mathcal{L} המקיים A המקיים אס"ד \mathcal{L}\subseteq\Sigma^* עבורה אזי שפה אלפבית אזי שפה הגולרית: יהי
                                                                                                                                        טענה: Ø רגולרית.
                                                                                                                                      .טענה: \{\varepsilon\} רגולרית
                                                                                                         . רגולרית \{x \mid \#_1(x) = 1 \mod 2\} רגולרית
                                                                                            . רגולרית \{y \ 1 \ 0^{2k} \mid (y \in \{0,1\}^*) \land (k \in \mathbb{N})\} רגולרית.
                                                                             L_1\left(L_2L_3
ight) = \left(L_1L_2
ight)L_3 שפות אזי L_1,L_2,L_3\subseteq \Sigma^* טענה: יהיו
                                                                     . טענה: תהא L^* אזי אזי L \neq \{ \varepsilon \} וכן L \neq \varnothing שפה באשר באשר L \subseteq \Sigma^* אינסופית.
                                                                                                      משפט: תהיינה L, \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* שפות רגולריות אזי
                                                                                                                                    . רגולרית L \cup \mathcal{L}
                                                                                                                                    . רגולרית L \cap \mathcal{L}
                                                                                                                                         . רגולרית \overline{L}
                                                                                                                                     . רגולרית L \parallel \mathcal{L} \bullet
                                                                                                           . רגולרית מתקיים כי n\in\mathbb{N} רגולרית •
                                                                                                                                        . רגולרית L^*
                                                                                                       מסקנה: \{x \mid \#_1(x) = 0 \mod 2\} רגולרית.
אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מינוס (אסלד"ם): תהא Q 
eq \varnothing קבוצה סופית יהי \delta: Q 	imes \Sigma 	o \mathcal{P}(Q) ותהיינה
                                                                                                                         (Q, \Sigma, \delta, S, F) אזי S, F \subseteq Q
                                                            Q אסלד"ם אזי (Q, \Sigma, \delta, S, F) יהי מינוס: יהי לא־דטרמיניסטי סופי לא־דטרמיניסטי מינוס:
                                                          \Sigma אסלד"ם אזי (Q, \Sigma, \delta, S, F) אסלד"ם מינוס: יהי
                                               .\delta אטלד"ם איזי (Q,\Sigma,\delta,S,F) איזי מעברים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מינוס: יהי
                                              F אסלד"ם אזי אסלד"ם מקבלים באוטומט אסופי לא־דטרמיניסטי מינוס: יהי (Q, \Sigma, \delta, S, F) אסלד"ם אזי
\hat{\delta}\left(T,arepsilon
ight)=T מתקיים מתקיים לכל \hat{\delta}:\mathcal{P}\left(Q
ight)	imes\Sigma^*	o\mathcal{P}\left(Q
ight) אסלד"ם אזי מתקיים איז \hat{\delta}:\mathcal{P}\left(Q
ight)	imes\Sigma^*	o\mathcal{P}\left(Q
ight) אסלד"ם אזי
                                                                               \hat{\delta}\left(q,x
ight)=igcup_{q\in\hat{\delta}\left(T,x_{1}...x_{n-1}
ight)}\delta\left(q,x_{n}
ight) מתקיים x\in\Sigma^{n} וכן לכל
```

. מודל יוניפורמי: משפחה של מעגלים $\mathcal C$ עבורה לכל $n\in\mathbb N$ יש אלגוריתם זהה מודל

 $\mathcal{O}\left(n\cdot 2^n
ight)$ ענה: תהא $f:\{0,1\}^n o\{0,1\}$ אזי קיים מעגל $f:\{0,1\}^n o\{0,1\}$ וכן $|C|=\mathcal{O}\left(n\cdot 2^n
ight)$ אזי קיים מעגל C עבורו $|C|=\mathcal{O}\left(n\cdot 2^n
ight)$ וכן $|C|=\mathcal{O}\left(2^n
ight)$ אזי קיים מעגל $|C|=\mathcal{O}\left(2^n
ight)$ שמחשב את $|C|=\mathcal{O}\left(2^n
ight)$ אזי קיים מעגל $|C|=\mathcal{O}\left(2^n
ight)$ וכן $|C|=\mathcal{O}\left(2^n
ight)$ אזי קיים מעגל $|C|=\mathcal{O}\left(2^n
ight)$ וכן $|C|=\mathcal{O}\left(2^n
ight)$

 $\mathcal{O}\left(rac{2^n}{n}
ight)$ אזי שמחשב את f שמחשב או $f:\left\{0,1
ight\}^n o \left\{0,1
ight\}$ משפט לופיאנוב: תהא

 $rac{2^n}{10n}$ טענה שאנון: קיים C בגודל מעגל $f:\{0,1\}^n o\{0,1\}$ שאינה ניתנת לחישוב בעזרת מעגל $n\in\mathbb{N}$

אזי $F\subseteq Q$ אוו $q\in Q$ יהי $\delta:Q imes \Sigma o Q$ אלפבית תהא אוטומט סופי זטרמיניסטי (אס"ד): תהא אוטומט סופי דטרמיניסטי (אס"ד): אוטומט סופי דטרמיניסטי אויי ליהי

 $|\mathcal{C}_n| \leq S\left(n
ight)$ אבורה $S: \mathbb{N} o \mathbb{N}$ אזי משפחה של מעגלים: תהא משבחה מעגלים: תהא

C-גודל מעגל: יהי מעגל בוליאני C אזי וודל מעגל: יהי מעגל בוליאני

 $\hat{\delta}\left(S,x
ight)\cap F
eq \varnothing$ אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מינוס מקבל מילה: יהי (Q,Σ,δ,S,F) אסלד"ם אזי $x\in\Sigma^n$ המקיים פוכן $q_0\in S$ וכן $q_0\in S$ אזי $q_i\in\delta\left(q_{i-1},x_i\right)$ אזי ($q_i\in\delta\left(q_{i-1},x_i\right)$

 $L\left(M
ight)=\{x\in\Sigma^*\mid x$ שפה של אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מינוס: יהי M אסלד"ם אזי M מקבל את ארשר באר אוטומט סופי דטרמיניסטי מינוס החזקה: יהי $M=(Q,\Sigma,\delta,S,F)$ אטומט סופי דטרמיניסטי מינוס החזקה: יהי

- $Q' = \mathcal{P}(Q) \bullet$
- $.\delta'\left(T,x\right) = \bigcup_{q\in T} \delta\left(q,x\right) \bullet$
 - $.q_0 = S \bullet$
- $.F' = \{ T \subseteq Q \mid T \cap F \neq \emptyset \} \bullet$

 $\hat{\delta_A}(T,x)=\hat{\delta_M}(T,x)$ אזי $x\in \Sigma^*$ ויהי ויהי $T\subseteq Q_N$ תהא של אס"ד החזקה של אס"ד אס"ד החזקה של מה: יהי א

 $L\left(M
ight)=L\left(A
ight)$ עבורו אס"ד איז קיים אזי קיים אס אזי אסלד"ם אזי אסלד"ם אזי איז אסלד

 $\Sigma_{arepsilon}=\Sigma\cup\{arepsilon\}$ סימון: יהי אלפבית אזי אלפבית

 $S,F\subseteq Q$ ותהיינה $\delta:Q imes \Sigma_{arepsilon} o \mathcal{P}\left(Q
ight)$ אלפבית תהא אלפבית הא פופית אסל"ד): תהא אזי $\delta:Q imes \Sigma_{arepsilon} o \mathcal{P}\left(Q
ight)$ אזי $\delta:Q,\Sigma,\delta,S,F$.

Q אסל"ד אזי (Q, Σ, δ, S, F) אסל"ד אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי

 Σ אסל"ד אזי (Q,Σ,δ,S,F) אסל"ד אזי אזי אלפבית באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי:

 $.\delta$ אזי אזי (Q,Σ,δ,S,F) אסל"ד אזי אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי אזי אזי אזי

 (Q,Σ,δ,S,F) אסל"ד אאי אוי אסל"ד איזי אסל"ד אאי אסל"ד איזי אוי מצבים התחלתיים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי:

F אסל"ד אזי (Q, Σ, δ, S, F) אסל"ד אזי איזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי

 $.E\left(q
ight) = \left\{q' \in Q \mid \exists a \in Q^{k+1}. \left(a_0 = q
ight) \wedge \left(orall i \in [k]. a_i \in \delta\left(a_{i-1}, arepsilon
ight)
ight) \wedge \left(a_k = q'
ight)
ight\}$ אזי $q \in Q$ אזי $q \in Q$

פונקציית המעברים המורחבת: יהי (Q,Σ,δ,S,F) אסל"ד אזי $\hat{\delta}:\mathcal{P}\left(Q\right) imes\Sigma^* o\mathcal{P}\left(Q\right)$ אסל"ד אזי (Q,Σ,δ,S,F) עבורה לכל $\hat{\delta}:\mathcal{P}\left(Q\right) imes\Sigma^* o\mathcal{P}\left(Q\right)$ מתקיים $\hat{\delta}\left(q,x\right)=E\left(\bigcup_{q\in\hat{\delta}\left(T,x_1...x_{n-1}\right)}\delta\left(q,x_n\right)\right)$ מתקיים $\hat{\delta}\left(T,\varepsilon\right)=E\left(T\right)$

 $\hat{\mathcal{S}}(S,x)\cap F
eq arnothing$ המקיים $x\in\Sigma^*$ אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מקבל מילה: יהי (Q,Σ,δ,S,F) אסל"ד אזי

 $x^{\!\!\!/}=\sigma_1\dots\sigma_n$ איי $x=arepsilon^{k_0}\sigma_0arepsilon^{k_1}\sigma_1arepsilon^{k_2}\dots\sigma_narepsilon^{k_n}$ עבורם $x\in\Sigma^k$ יהי $x\in\Sigma^*$ יהי $x\in\Sigma^k$ יהי $x\in\Sigma^k$ יהי $x\in\Sigma^k$ איי $x\in\Sigma^k$ איי $x\in\Sigma^k$ איי $x\in\Sigma^k$ עבורם $x\in\Sigma^k$ עבורם $x\in\Sigma^k$ וכן $x\in\Sigma^k$ איי $x\in\Sigma^k$ איי $x\in\Sigma^k$ איי $x\in\Sigma^k$ איי $x\in\Sigma^k$ וכן $x\in\Sigma^k$ וכן $x\in\Sigma^k$ וכן $x\in\Sigma^k$ וכן $x\in\Sigma^k$ וכן $x\in\Sigma^k$

 $L\left(A
ight)=\{x\in\Sigma^{st}\mid x$ אסל"ד אזי $A\}$ מקבל את A אסל"ד אזי לא־דטרמיניסטי: יהי

 $L\left(N
ight)=L\left(M
ight)$ עבורו M עבורו אזי קיים אסלד אזי איז קיים אסלד אזי יהי אסל"ד אזי אסל

 $L\left(A
ight)=L\left(M
ight)$ עבורו A אסל"ד אזי קיים אס"ד אסל"ד אזי קיים אס אסקנה: יהי N

 $(L(N)=\mathcal{L})$ שפה אזי \mathcal{L} שפה אזי בולרית) אסל"ד N אלפבית ותהא בית שפה אזי \mathcal{L} שפה אזי \mathcal{L}

ביטוי רגולרי (ב"ר): יהי Σ אלפבית אזי

- Ø •
- .a יהי $a\in\Sigma_{arepsilon}$ יהי •
- $R_1 \cup R_2$ יהיו אזי ביטויים R_1, R_2 יהיו
 - R_1R_2 יהיו רגולרים אזי R_1,R_2 יהיו
 - R^* יהי R ביטוי רגולרי אזי •

שפה נוצרת מביטוי רגולרי: יהי Σ אלפבית אזי

- $L(\varnothing) = \varnothing \bullet$
- $L\left(a
 ight)=\left\{ a
 ight\}$ אזי $a\in\Sigma_{arepsilon}$ יהי יהי
- $L\left(R_{1}\cup R_{2}
 ight)=L\left(R_{1}
 ight)\cup L\left(R_{2}
 ight)$ אזי רגולרים אזי רגולרים אזי רגולרים R_{1},R_{2}
 - $L(R_1R_2) = L(R_1)L(R_2)$ יהיו R_1, R_2 ביטויים רגולרים אזי
 - $L(R^*) = L(R)^*$ יהי R ביטוי רגולרי אזי יהי R

 $R\left(\Sigma
ight)=\{r\in\Sigma^*\mid$ יהי Σ אלפבית אזי $r\}$ ביטוי רגולרי אלפבית היי Σ

הערה: קיים סדר פעולות לביטויים רגולריים

```
    סגור קליני.
    שרשור.
    איחוד.
    יהי ∑ אלפ
    ז ניתנת לניפוח:
    ש וכן לכל
    למת הניפוח:
    ע הניפוח:
    תהא
```

 $(L(r)=\mathcal{L})$ שפה אזי (\mathcal{L} רגולרית) \Longleftrightarrow (קיים $r\in R$ עבורו $\mathcal{L}\subseteq \Sigma^*$ שפה עבורו $\mathcal{L}\subseteq \mathcal{L}$ שפה ניתנת לניפוח: שפה \mathcal{L} וקבוע $0>\ell>0$ עבורם לכל $w\in \mathcal{L}$ באשר $w\in \mathcal{L}$ קיימים $x,y,z\in \Sigma^*$

וכן $|xy|\leq \ell$ וכן |y|>0 באשר $x,y,z\in \Sigma^*$ קיימים $\ell\leq |w|$ באשר לכל לכל עבורם לכל עבורם לכל $w\in \mathcal{L}$ באשר לכל א באשר $x,y,z\in \Sigma^*$ באשר $x,y,z\in \mathcal{L}$ מתקיים $x,y,z\in \mathcal{L}$ מתקיים $x,y,z\in \mathcal{L}$ מתקיים א באשר וכן לכל ל

 ℓ ניתנת לניפוח עבורו $\ell>0$ עבורו שפה רגולרית שפה עפה תהא למת הניפוח. עבורו שפה למת הניפוח

 $\min\left\{\ell\in\mathbb{N}_{+}\mid\ell$ ניתנת לניפוח: שפה רגולרית שפה רגולרית שפה בוע הניפוח: תהא

טענה: $\left\{ x \in \left\{ 0,1 \right\}^* \mid \#_0 \left(x \right) = \#_1 \left(x \right) \right\}$ אינה רגולרית.

. טענה: $\{0^i 1^j \mid i>j\}$ אינה רגולרית

. טענה: $\{a^p \mid a \in \Sigma,$ ראשוני $p\}$ אינה רגולרית.

. טענה: השפה $\{a^ib^nc^n\mid n\in\mathbb{N}, i\in\mathbb{N}_+\}\cup\{b^nc^m\mid n,m\in\mathbb{N}\}$ ניתנת לניפוח 1 וכן אינה רגולרית.

 $.\sim_L=\left\{(x,y)\in (\Sigma^*)^2\;\middle|\; \forall z\in \Sigma^*.\, (yz\in L)\Longleftrightarrow (xz\in L)
ight\}$ שפה אזי $L\subseteq \Sigma^*$ שפה אזי \sim_L שפה אזי \sim_L שפה אזי \sim_L שפה אזי \sim_L

 $.\sim_A=\left\{(x,y)\in (\Sigma^*)^2\;\Big|\; \hat{\delta}\left(q_0,x
ight)=\hat{\delta}\left(q_0,y
ight)
ight\}$ הגדרה: יהי A אס"ד ויהיו $x\sim_{L(A)}y$ עבורם $x\sim_A y$ עבורם $x,y\in \Sigma^*$ אויי א אס"ד ויהיו

 $x\sim_A y$ טענה: יהי A אס"ר ויהיו $x,y\in \Sigma^*$ אא $x\sim_A y$ מסקנה: יהי A אס"ד אזי $|Q|>|\Sigma^*/\sim_A|>|\Sigma^*/\sim_{L(A)}|$ מסקנה: יהי A אס"ד אזי

 $\Sigma^*/_{\sim_L}$ שפה רגולרית אזי ב $\Sigma^*/_{\sim_L}$ סופית.

.(סופית) שפה בייהיל־נרוד: תהא בה ב $L\subseteq \Sigma^*$ שפה אזי תהא בייהיל־נרוד: תהא

 $y\sim_L x_i$ אזי $y\in \Sigma^*$ ויהי $\Sigma^*/_{\sim_L}$ שפה באשר $y\in \Sigma^*$ סופית תהא קבוצת נציגים של ב $\Sigma^*/_{\sim_L}$ ויהי $y\sim_L x_i$ טופית תהא (Class y=i

אזי אס"ד $\{x_1\dots x_n\}$ אווומט סופי דטרמיניסטי המחלקות: תהא $L\subseteq \Sigma^*$ אווומט סופי דטרמיניסטי המחלקות: תהא עפה באשר באשר באשר ערכה על ערכה על באשר (Q,Σ,δ,q_0,F)

- $.Q = [|\Sigma^*/\sim_L|] \bullet$
- $.\delta\left(i,\sigma
 ight)=\mathrm{Class}\left(x_{i}\sigma
 ight)$
 - $.q_0 = ext{Class}\left(arepsilon
 ight) \,\,ullet$
- $.F = \{i \in Q \mid x_i \in L\} \bullet$

 $L\left(N
ight)=\left\{x\in\left[n
ight]^{*}\mid\exists\sigma\in\Sigma.\#_{\sigma}\left(x
ight)=0
ight\}$ עבורו $\left|Q\right|=n$ אזי קיים אסל"ד א מעל תוב אסל"ד ועבורו אזי קיים אסל"ד איי מעל וואסל"ד איי מעל וואסל וואסל"ד איי מעל וואסל"ד איי מעל וואסל וואס

 $|Q|\geq 2^n$ אזי A אזי A אזי A אזי הי A אווי A אזי הי A איזי מענה: יהי A איזי מעל A איזי A איזי

 $q_0,q_a,q_r\in Q$ יהיו יהי $\Sigma\subseteq \Gamma$ וכן אלפבית עבורו $\Sigma\subseteq \Gamma$ יהיו אלפבית יהי אלפבית סופית יהי Ω אלפבית סופית יהי Ω אלפבית יהי Ω אלפבית יהי Ω אלפבית יהי Ω אוי Ω יהיו Ω יחים Ω יהיו Ω יהיו Ω יהיו Ω יהיו Ω יהיו Ω יהיו Ω יחים Ω יהיו Ω יחים Ω יחי

.Qאזי מ"ט ($Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r$) מייט מיורינג: תהא

 $\Delta \Sigma$ אזי ט אזי $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r)$ אלפבית במכונת טיורינג: תהא

 Γ מ"ט אזי $(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r)$ אלפבית סרט במכונת טיורינג: תהא

 $.\delta$ אזי מעברים מעברים מיט מיורינג: תהא $(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r)$ מ"ט מייט מייט מייט מייט מונקציית

 q_0 מ"ט אזי $(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r)$ מ"ט אזי מצב התחלתי במכונת טיורינג: תהא

 q_a מ"ט אזי ($Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r$) מיט אזי מקבל במכונת טיורינג: תהא

 q_r אזי מ"ט ($Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r$) מהא טיורינג: תהא מצב דוחה במכונת טיורינג:

 $c \in \Gamma^*Q\Gamma^*$ מ"ט אזי M מהא M

 $c=q_0v$ המקיימת $v\in\Sigma^*$ עבורה קיים עבורה אזי קונפיגורציה אזי קונפיגורציה אזי קונפיגורציה אזי קונפיגורציה מקבלת: תהא $u,v\in\Sigma^*$ מ"ט אזי קונפיגורציה $c=uq_av$ עבורה קיימים עבורה קיימים $u,v\in\Sigma^*$ המקיימים עבורה קיימים עבורה קיימים $u,v\in\Sigma^*$ המקיימים עבורה קיימים עבורה קיימים עבורה מ"ט אזי קונפיגורציה דוחה: תהא $u,v\in\Sigma^*$ מ"ט אזי קונפיגורציה עבורה קיימים אזי קונפיגורציה דוחה: תהא עבורה קיימים עבורה קיימים עבורה קיימים עבורה קיימים עבורה קיימים עבורה קיימים עבורה עבו

cעם עם אוי נזהה את מ"ט ותהא קונפיגורציה אזי מ"ט ותהא M

הבאים המקיימת אחד הבאים e' מ"ט תהא a' קונפיגורציה אזי קונפיגורציה מ"ט תהא a' מ"ט תהא b' מ"ט תהא מ"ט מה המקיימת אחד הבאים

- c'=uq'ab'v וכן $\delta\left(q,b
 ight)=\left(q',b',L
 ight)$ וכן c=uaqbv עבורם $q,q'\in Q$ וכן $u,v\in\Gamma^*$ וכן $a,b,b'\in\Gamma$
 - c'=q'b'v וכן $\delta\left(q,b
 ight)=\left(q',b',L
 ight)$ וכן c=qbv עבורם $q,q'\in Q$ וקיימים $u,v\in\Gamma^*$ וכן $b,b'\in\Gamma$
 - c'=ub'q'v וכן $\delta\left(q,b\right)=\left(q',b',R\right)$ וכן c=uqbv וכן $q,q'\in Q$ וכן $u,v\in \Gamma^*$ וכן $u,v\in \Gamma^*$ v

 c_i עוברת ל־ c_{i-1} עוברת מילה: תהא m מ"ט אזי a_{i-1} עבורו קיימות באשר a_{i-1} קונפיגורציות באשר a_{i-1} עוברת ל־ a_{i-1} קונפיגורציה מקבלת.

 $L\left(M
ight)=\left\{x\in\Sigma^{*}\mid x$ שפה של מכונת טיוריגנ: תהא M מ"ט אזי M מקבל את שפה של מכונת טיוריגנ

x את אדוחה אל לא מקבלת אורינג א עוצרת על קלט: תהא מ"ט אזי אזי $x\in \Sigma^*$ עבורו M אזי אוצרת על קלט: תהא

מתקיים M' מסוג M וכן לכל M מסוג M מחקיים מודלים שקולים: מודלים שקולים: מודלים שקולים

- $L\left(A
 ight)=L\left(A'
 ight)$ המקיימת M' מסוג A' קיימת \bullet
- $L\left(B
 ight) =L\left(B^{\prime}
 ight)$ המקיימת M מסוג B^{\prime}

מסקנה: אס"ד, אסל"ד ואסלד"ם הינם מודלים שקולים.

הערה: את כל הפעולות ממכונת טיורינג נכליל בצורה הטבעית עבור מכונת טיורינג נחה.

מסקנה: מכונת טיורינג ומכונת טיורינג נחה הינן מודלים שקולים.

יהיו $\Sigma\subseteq \Gamma$ וכן $\Sigma\subseteq \Gamma$ וכן אלפבית יהי Σ אלפבית יהי Σ אלפבית וכן היה $\Sigma\subseteq \Gamma$ אתהא $\Sigma\subseteq \Gamma$ ההא $\Sigma\subseteq \Gamma$ קבוצה סופית יהי Σ אלפבית יהי $\Sigma\subseteq \Gamma$ ההא $\Sigma\subseteq \Gamma$ ההא Σ היי Σ אוי Σ היי Σ אוי Σ היי ותהא Σ וכן Σ היי ותהא Σ היי ותהא Σ אוי Σ היי וער איי Σ היי וער הא Σ וכן Σ היי וכן

הערה: את כל הפעולות ממכונת טיורינג נכליל בצורה הטבעית עבור מכונת טיורינג רב־סרטית.

 $c_1\$c_2\$\dots\$c_k$ אזי אזי $c_1\dots c_k\in \Gamma^*Q\Gamma^*$ אזי חב־סרטית: תהא מ"ט רב־סרטית: תהא מ"ט רב־סרטית: תהא

המקיימת $v\in \Sigma^*$ המקיימת אזי קונפיגורציה אזי קונפיגורציה עבורה קיים אורינג רב־סרטית: תהא א מ"ט רב־סרטית אזי קונפיגורציה אורינג רב־סרטית: $c=q_0v$

. מסקנה: יהי אזי מכונת טיורינג ומכונת טיורינג מכונת אזי מכונת אזי מכונת אזי מכונת אזי מכונת מסקנה: יהי אוי מכונת מיורינג ומכונת אזי מכונת מסקנה: יהי אזי מכונת מיורינג ומכונת מיורינג ומכונת מסקנה:

 $(k,(\pi_1\dots\pi))$ אזי $\pi_1\dots\pi_p$ ותהיינה $k\in\mathbb{N}$ יהי

k אזי RAM מספר הרגיסטרים במודל RAM: יהי (k,Π) מודל

 Π אזי RAM יהי (k,Π) מודל ויהי RAM מודל

 $T:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ וכן $R_0 \dots R_k \in \mathbb{N}$ וכן PC $\in \mathbb{N}$ אזי מודל RAM מודל מודל אורציה במודל RAM: יהי ורציה מודל

.PC אוי קונפיגורציה: (T,R,PC) ותהא ($T,R,\operatorname{PC})$ מודל מודל ($T,R,\operatorname{PC})$ קונפיגורציה: יהי

RAM מודל אזי (T,R, PC) מודל מודל מודל (RAM) מודל יהי יהי קונפיגורציה: יהי

T אזי אונפיגורציה (T,R,PC) ותהא ותהא מודל (RAM) אור אזי אינרון בקונפיגורציה: יהי

.MIPS זהה לריצת מעבד RAM הערה: ריצת מודל

טענה: מכונת טיורינג ומודל RAM הם מודלים שקולים.

 $\square\in\Gamma\backslash\Sigma$ מכונת טיוריגנ לא־דטרמיניסטית (מטל"ד): תהא Q
eq Q קבוצה סופית יהי Ω אלפבית יהי Γ אלפבית עבורו Γ וכן Γ וכן Γ וכן Γ וכן Γ אזי Γ אזי Γ אזי Γ אזי Γ ותהא Γ וכן Γ וכן Γ וכן Γ וכן Γ וכן Γ וכן Γ אזי עץ קונפיגורציות מתקיים (Γ עם שורש Γ עם שורש Γ אזי עץ קונפיגורציות מתקיים (Γ באצא עורבת ליי אורבת ליי אורב

 $x \in \Sigma^*$ עבורו קיים עלה מקבל ב־ $x \in \Sigma^*$ אזי אזי אזי מטל"ד מילה: תהא מקבל מילה: תהא

x אינו מתקבל על ידי אינו סוופי וכן $x\in \Sigma^*$ עבורו מטל"ד אזי מטל"ד מטל"ד מידה מילה: תהא מילה: תהא אינו מתקבל על ידי

 $L\left(N
ight)=\{x\in\Sigma^{st}\mid x$ שפה של מכונת טיוריגג לא־דטרמיניסטית: תהא N מטל"ד אזיN מקבל את א

x את את אוורינג לא־דטרמיניסטית א קלט: תהא אוי מטל"ד אזי איזי איזי אוורינג א עוצרת אוצרת על קלט: תהא אווי אוורינג אר־דטרמיניסטית א עוצרת על איזי אווירינג אר־דטרמיניסטית אוואר אווירינג אר־דטרמיניסטית אווירינג אווירינג אר־דטרמיניסטית אווירינג אווירינג אווירינג אר־דטרמיניסטית אר־דטרמיניסטית אווירינג אר־דטרמיניסטית אר־דטרמיטטית אר־דטרמיניסטית אר־דטרמיניסטים אר־דטרמיניסטית אר־דטרמיטטית אר־דטרמיניסטית אר־דטרמיטטיים אר־דטרמיניסטימטימטים אר־דטרמיט

טענה: מכונת טיורינג ומכונת טיורינג לא־דטרמיניסטית הינן מודלים שקולים.

```
xעוצרת על M עוצרת שפה: תהא x\in \Sigma^* מתקיים כי \mathcal{L}=L\left(M
ight) עבורה מכונת טיורינג מכריע שפה: תהא שפה אזי מ"ט M
                               \mathcal{R}=\{\mathcal{L}\subseteq\Sigma^*\mid\mathcal{L} אמכריעה מ"ט M המכריעה איז \Sigma אלפבית איז \Sigma אלפבית איז היי \Sigma
                                                                                                                                   \mathcal{R} \subseteq \mathcal{RE} :מסקנה
                                                            עבורו \Sigma \cup \{\$\} מעל האלפבית שפה אזי מ"ט שפה אזי מונה עבור שפה: תהא ב\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*
                                                                                \delta(q,\sigma)=(q',\sigma',R) מתקיים \sigma\in\Gamma ולכל g\in Q לכל
                                                                                                      מקיימת \varepsilon מקיימת על הרצת E הרצת •
                                                           . לכל x \in L מתקיים כיx \in \mathbb{R} על הסרט לאחר מספר סופי של צעדים x \in L
                                                                                 לא על הסרט לעולם. x$ מתקיים כי x$ לא על הסרט לעולם.
                                                                              . טענה: תהא \mathcal{L}\subseteq \Sigma^* שפה אזי (\mathcal{L}\in\mathcal{RE}) שפה ל־\mathcal{L}\subseteq \Sigma^* מונה).
.$y$ לפני
                                                                  . טענה: תהא \mathcal{L}\subseteq \Sigma^* מונה לקסיקוגרפי). שפה אזי שפה אזי ענה: תהא \mathcal{L}\subseteq \Sigma^*
                                                                             \operatorname{co}\mathcal{RE}=\{\mathcal{L}\subseteq\Sigma^*\mid\overline{\mathcal{L}}\in\mathcal{RE}\} יהי \Sigma אלפבית אזי יהי \Sigma אלפבית אזי
                                                                                                                          \mathcal{R} = \mathcal{RE} \cap \mathrm{co}\mathcal{RE} :טענה
                                     . חח"ע עד כדי שינוי שמות. f:\{M\mid מ"ט M\} 	o \{0,1\}^* חח"ע עד כדי שינוי שמות.
                                                                                   M מ"ט אזי \langle M \rangle הינו הקידוד הבינארי של M מ"ט אזי מיט אזי
                                                                       הערה: נשתמש בסימון \langle \cdot \rangle על מנת לקודד כל אובייקט לקידוד בינארי.
                                                              \mathcal R הערה: נניח כי קידוד ופענוח הן פעולות פשוטות ובדיקת נכונות קידוד היא
                                            x מאותחל עם M מאותחל עם אינו הקידוד הבינארי של מילה מילה x מילה מילה מילה M מאותחל עם
                                                                          משפט מכונת טיורינג אוניברסלית: קיימת מ"ט U מעל \{0,1\} עבורה
                                       Mנכל מ"ט Mולכל קלט M של M מתקיים (M מקבלת את א ולכל קלט M ולכל קלט M
                                            M את את M ולכל קלט M של M מתקיים (M דוחה את M) ולכל מ"ט M
                             עבור M לא עוצרת עבור M מתקיים (M של M מתקיים (M לא עוצרת עבור M לכל מ"ט M ולכל קלט M של M
                                                                       x \notin \operatorname{Im}(f) באשר x \notin \operatorname{Im}(f) מתקיים כי x \in \{0,1\}^* לכל
                                                                                    L \notin \mathcal{RE} \cup \mathrm{co}\mathcal{RE} טענה: קיימת L \subseteq \{0,1\}^* שפה עבורה
                                                                   ACC = \{ \langle M, x \rangle \mid (מ"ט M) \wedge (מ מילה) \wedge (x את מקבלת את מקבלת מילה:
                                                                                                                                   \mathsf{ACC} \in \mathcal{RE} :טענה
                                                            L\left(M
ight)=\left\{ \left\langle N
ight
angle \mid\left\langle N
ight
angle \notin L\left(N
ight)
ight\} עבורה \left\{ 0,1
ight\} עבורה א קיימת מ"ט M מעל
                                        \{\langle N \rangle \mid \langle N \rangle \notin L(N)\} אזי המכריעה את ACC אזי קיימת מ"ט א מ"ט המכריעה את מ"ט המכריעה את
                                                                                                                                     .ACC \notin \mathcal{R} טענה:
                                                                    .HALT = \{\langle M, x \rangle \mid (\alpha"ט) \land (x) \land (x) \land (x) \} הגדרה:
                                                                                                                             .HALT \in \mathcal{RE} \backslash \mathcal{R} :טענה
                                                                                       .EMPTY = \{\langle M \rangle \mid \alpha"0 \mid M \land (L(M) = \varnothing)\} הגדרה:
                                                                                                                                  .EMPTY \notin \mathcal{R} :
```

עוצרת M מתקיים כי M עוצרת מכונת טיורינג מחשבת פונקציה: תהא

חשיבה עבורה $f:\Sigma^* o\Delta^*$ שפה איי איז $B\subset\Delta^*$ שפה ותהא $\Sigma\subset\Delta$ תהא באשר באשר באשר Σ . אלפבייתים באשר

סימון: יהיו $f:\Sigma^* o\Delta^*$ אלפבייתים באשר $E\subseteq\Delta^*$ שפה תהא שפה תהא $E\subseteq\Delta^*$ שפה באשר באשר באשר באשר סימון: יהיו

M המחשבת איM בורה קיימת מ"ט M המחשבת איM בורה קיימת M המחשבת איM המחשבת אי

שפות כריעות למחצה/שפות ניתנות למניה רקורסיבית/שפות ניתנות למבלה: יהי Σ אלפבית אזי

 $\mathcal{RE} = \{ \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* \mid \mathcal{L} = L(M) \text{ עבורה } M \text{ עבורה} \}$

.EMPTY \in co \mathcal{RE} טענה: $A \in \mathcal{R}$ אזי $A \leq_m B$ וכן $B \in \mathcal{R}$ שפות באשר A, B איזי $A \in \mathcal{R}$

f(x)יים אינו בסוף הסרט בסוף x וכן הסרט בסוף אינו

 $A \leq_m B$

 $(x \in A) \Longleftrightarrow (f(x) \in B)$ מתקיים $x \in \Sigma^*$ לכל

```
הערה: יש דבר כזה רדוקציה כללית שמכלילה את רדוקציית המיפוי, לא עברנו על זה פורמלית, מסומן >.
                                                                                                                       \{\langle M \rangle \mid \langle M \rangle \notin L(M)\} \leq ACC מסקנה:
                                                                                                                                              ACC \leq_m HALT מסקנה:
                                                                                                                                               ACC \leq EMPTY מסקנה:
                                                                                                                      .REG = \{\langle M \rangle \mid L(M)\} - הגדרה:
                                                                                                                                                        .REG 
otin \mathcal{R} :טענה
                                                                                                           EQ = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid L(M_1) = L(M_2) \} :הגדרה
                                                                                                                                                         .EQ \notin \mathcal{R} :טענה
                                                                                                                     .\mathsf{HALT}_{arepsilon} = \{\langle M \rangle \mid arepsilon עוצר על M \} :
                                                                                                                                             .HALT \leq_m HALT_{\varepsilon} :
                                                                                      A \leq_m B אזי B \in \mathcal{P}\left(\Sigma^*\right) \setminus \{\Sigma^*,\varnothing\} ותהא A \in \mathcal{R} אזי
                                                .\overline{B}ל למה: תהיינה A,B שפות ותהא f רדוקציית מיפוי מ־A ל־B לימה: תהיינה שפות ותהא לדוקציית מיפוי מ
                                                                                                               טענה: תהיינה A \leq_m B שפות באשר A,B אזי
                                                                                                                                 A \in \mathcal{RE} אזי B \in \mathcal{RE} אם
                                                                                                                           A\in \mathrm{co}\mathcal{RE} אזי B\in \mathrm{co}\mathcal{RE} אם •
                                                                                                                             \overline{ACC} \leq_m EQ וכן ACC \leq_m EQ טענה:
                                                                                                                                         .EQ \notin \mathcal{RE} \cup co\mathcal{RE} :מסקנה
                                                                                                             \mathcal{C}\subseteq\mathcal{P}\left(\Sigma^{*}
ight) אלפבית אזי יהי \Sigma אלפבית אזי
                                                                                         L_{\mathcal{C}} = \{\langle M \rangle \mid L\left(M\right) \in \mathcal{C}\} הגדרה: תהא \mathcal{C} תכונה סמנטית אזי
                                                                             L_{\mathcal{C}} 
otin \mathcal{R} משפט רייס: תהא \mathcal{C} \in \mathcal{P}\left(\mathcal{RE}\right) \setminus \{\mathcal{RE},\varnothing\} משפט רייס: תהא
                                                                                                                        L_{\mathcal{C}} \in \mathcal{R} אזי \mathcal{C} \in \{\mathcal{RE}, \varnothing\} טענה: תהא
                                                                                                                                 .PRIME = \{(p)_2 \mid p \in \mathbb{P}\} :הגדרה:
                                                                                                                   .2 הערה: קידוד מספרים תמיד יעשה בבסיס
                                                                                                              .EQPRIME = \{\langle M \rangle \mid L(M) = PRIME\} הגדרה:
                                                                                                                                                 .EQPRIME \notin \mathcal{R} :
                                                             L_{\mathcal{C}}\notin\operatorname{co}\mathcal{RE} אזי \mathcal{C}\in\mathcal{P}\left(\mathcal{RE}\setminus\{\varnothing\}
ight)\setminus\{\varnothing\} אוי תהא הרחבה ראשונה: תהא
                                                     L_{\mathcal{C}}
otin\mathcal{E} אזי arnothing\in\mathcal{C} באשר \mathcal{C}\in\mathcal{P}\left(\mathcal{RE}
ight)\setminus\{\mathcal{RE}\} עענה משפט רייס הרחבה שנייה: תהא
                                                                                                                                                   .REG \notin \mathcal{RE} מסקנה:
                                                                                                                          ALL = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \Sigma^* \} הגדרה:
                                                                                                                                                  \overline{\text{HALT}} \leq_m \text{ALL} למה:
                                                                                                                                          .ALL \notin \mathcal{RE} \cup \text{co}\mathcal{RE} טענה:
על הקלט M מתקיים כי x\in \Sigma^n ולכל לימן ריצה של מכונת טיורינג: תהא מ"ט אזי T:\mathbb{N} \to \mathbb{N} עבורה לכל מתקיים כי
                                                                                                                               צעדים. T\left(n\right) צעדים x
                                                  .DTime (T\left(n\right))=\{L\left(M\right)\mid\mathcal{O}\left(T\left(n\right)\right) בימן שרצה בימן M\} אזי T:\mathbb{N}\to\mathbb{N} הגדרה: תהא
                                                                                                                          \left\{0^k1^k\mid k\geq 0
ight\}\in \mathrm{DTime}\left(n^2
ight) טענה:
                                                                                                               \left\{ 0^{k}1^{k}\mid k\geq0
ight\} \in DTime \left(n\log\left(n
ight)
ight) מסקנה:
                                                                        (T(n))_2 את מחשבת את על הקלט M כי M כי n\in\mathbb{N} כי M עבורה קיימת מ"ט M עבורה קיימת מ"ט M המקיימת לכל
                                                                                                                                                        בזמן \mathcal{O}\left(T\left(n\right)\right) בזמן
```

M באשר x ולכל קלט M ולכל מ"ט עבורם לכל מ"ם $C\in\mathbb{R}$ באשר שוניברסלית עם טיימר: קיימת מ"ט אוניברסלית עו וקיים

 $A,B
otin \mathcal{R}$ אזי $A \leq_m B$ וכן $A
otin \mathcal{R}$ אזי A,B מסקנה: תהיינה

 $T\left(n
ight)=\Omega\left(n
ight)$ עענה: תהא $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$ חשיבה בזמן שאינה קבועה אזי

עוצרת על הקלט X לאחר t צעדים מתקיים כי U עוצרת על הקלט x לאחר t צעדים מתקיים כי

משפט: קיימת מ"ט אוניברסלית U וקיים ווכל $C\in\mathbb{R}$ עבורם לכל מ"ט מ"ט אוניברסלית עוכל מ"ט $C\in\mathbb{R}$

```
\mathcal{P} = igcup_{c \in \mathbb{N}} DTime (n^c): \mathcal{P} שפה
                                                                                             .PATH = \{\langle G, s, t \rangle \mid tל מ־ל מסלול עם מכוון עם מכוון עם מסלול G\}
                                                                                                                                                           .PATH \in \mathcal{P} :טענה
                                                                                                                                                         .PRIME \in \mathcal{P} משפט:
                                                                                                                               \mathcal{NP} = igcup_{c \in \mathbb{N}} \operatorname{NTime}\left(n^c
ight) : \mathcal{NP} שפה
                                                                                                                                                          \mathcal{P} \subseteq \mathcal{NP} :מסקנה
                                                                        .HAMPATH \in \mathcal{NP} :טענה
                                                                                                                           השערה פתוחה .HAMPATH 
otin \mathcal{P} : השערה
                                                                                                                        \mathcal{EXP} = igcup_{k \in \mathbb{N}} DTime \left(2^{n^k}
ight) :\mathcal{EXP} שפה
                                                                                                                 \mathcal{NEXP} = igcup_{k \in \mathbb{N}} NTime \left(2^{n^k}\right): \mathcal{NEXP} שפה
                                                                                                                                                 \mathcal{E} \mathcal{X} \mathcal{P} \subseteq \mathcal{N} \mathcal{E} \mathcal{X} \mathcal{P} טענה:
                                                                                                                            \mathcal{P} \subseteq \mathcal{NP} \subseteq \mathcal{EXP} \subseteq \mathcal{NEXP} מסקנה:
                                                                                                                                                          \mathcal{P} \subsetneq \mathcal{EXP} :טענה
                                                                                                                                                    \mathcal{NP} \subsetneq \mathcal{NEXP} טענה:
                                                                                                                      (\mathcal{P} = \mathcal{NP}) \Longrightarrow (\mathcal{EXP} = \mathcal{NEXP}) טענה:
                                                                                         x על M על הינו ריצת M מ"ט ויהי x \in \Sigma^* אזי ויהי M מ"ט ויהי
                                                                      מוודא לשפה: תהא \Sigma \cup \{","\} שפה אזי מ"ט V מעל אלפבית \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* המקיים
                                                                                     . מקבלת V\left(x,w\right) עבורו w\in\Sigma^{*} אזי קיים x\in\mathcal{L} מקבלת.
                                                                                 . דוחה V\left(x,w\right) מתקיים כיw\in\Sigma^{*} אזי לכל x
otin\mathcal{L} אזי יהי
                                                                                           \mathcal{L}\subseteq \Sigma^* טענה: תהא \mathcal{L}\subseteq \Sigma^* שפה אזי שפה אזי ל־\mathcal{L}\subseteq \Sigma^*
V\left(x,w
ight) מדווא פולינומי לשפה: תהא x,w\in\Sigma^* שפה אזי מוודא V ל־\mathcal{L} עבורו קיים p\in\mathbb{N}\left[x
ight] המקיים כי לכל
                                                                                                                               עוצרת לכל היותר אחרי p\left(|x|\right) צעדים.
                                                                                      .CLIQUE = \{\langle G, k \rangle \mid k גרף גרף בעל מכוון בעל קליקה מגודל G\}
                                                                                                                                טענה: קיים מוודא פולינומי ל־CLIQUE.
                                           (u,v) \notin E מתקיים בלתי תלויה (ב"ת): יהי G גרף אזי I \subseteq V עבורה לכל u,v \in I מתקיים מתקיים לבוצת צמתים בלתי תלויה (ב"ת):
                                                                                       .IS = \{\langle G, k \rangle \mid k גרף גרף בעל קבוצה ב"ת מגודל א מכוון בעל מכוון גרף גרף לא
                                                                                                                                       טענה: קיים מוודא פולינומי ל־IS.
                                                                                                                .FACTOR = \{\langle N, k \rangle \mid \exists d \in [k] . (d|N)\} :הגדרה:
                                                                                                                               .FACTOR טענה: קיים מוודא פולינומי
                                                                                 .SUBSETSUM = \{\langle S,t \rangle \mid (S \subseteq \mathbb{N}) \land (\exists T \subseteq S. \sum_{i \in T} i = t)\} הגדרה:
```

. $\langle M,x,t \rangle$ אם U מקבלת אזי איז לאחר לכל היותר לכל לאחר א עוצרת על הקלט א פאר א לאחר לכל היותר או לא עוצרת לאחר א צעדים אזי U דוחה את א או לא עוצרת לאחר U צעדים אזי עוצרת או לא עוצרת לאחר לאחר א צעדים אזי שוחה את א או לא עוצרת לאחר א צעדים איזי שוחה את א או לא עוצרת לאחר א צעדים איזי שוחה את א או לא עוצרת לאחר א צעדים איזי שוחה את א או לא עוצרת לאחר א צעדים איזי שוחה את א או לא עוצרת לאחר א צעדים איזי שוחה את א או לא עוצרת לאחר א צעדים איזי שוחה את א או לא עוצרת לאחר א עוצרת לאחר א עוצרת לאחר איזי שוחה את או לא עוצרת לאחר א עוצרת לאחר א עוצרת לאחר א עוצרת לאחר א עוצרת לאחר איזי שוחה את א או לא עוצרת לאחר א עוצרת א

.NTime $(T(n))=\{L(N)\mid \mathcal{O}(T(n))$ מטל"ד שרצה בזמן $N\}$ אזי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ הגדרה: תהא

.DTime $(t\left(n
ight))\subsetneq$ DTime $(T\left(n
ight))$ אזי $t\left(n
ight)=o\left(rac{T(n)}{\log(T(n))}
ight)$ חשיבה בזמן ותהא $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$ אזי $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$

 $\mathcal{O}\left(T^{2}\left(n
ight)
ight)$ שרצה בזמן M' שרצה בזמן $T\left(n
ight)>n$ באשר דותהא $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$ שרצה מ"ט רב־סרטית שרצה בזמן דותהא

 $\mathcal{O}\left(T^{3}\left(n
ight)
ight)$ שרצה בזמן M' שרצה מ"ט $T\left(n
ight)$ אזי קיימת מ"ט $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$ שרצה בזמן תהא $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$

 $x\in \Sigma^n$ אחרינג לא־דטרמיניסטית: תהא א מטל"ד אזי $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$ עבורה לכל ולכל $x\in \Sigma^n$ מתקיים תליון לזמן ריצה של מכונת טיורינג לא־דטרמיניסטית: תהא

עבורה M שרצה בזמן M שרצה בזמן M אזי קיימת מ"ט M שרצה בזמן N ותהא N מטל"ד שרצה N שרצה בזמן N שרצה בזמן N

צעדים. $C \cdot t \log{(t)}$ צעדים $U \bullet$

 $L\left(M
ight)=L\left(M'
ight)$ עבורה

 $L\left(M\right)=L\left(M'\right)$ עבורה

L(N) = L(M)

 $.T\left(n
ight)$ בעומק לכל היותר בעומק כי

.DTime $(n^c) \subsetneq$ DTime (n^d) אזי $1 \le c < d$ מסקנה: יהיו

```
A \in \mathcal{P} אזי A \leq_p B וכן B \in \mathcal{P} שפות באשר A, B אזי מענה: תהיינה
                                                                                            \mathcal{NPH} = \{\mathcal{L} \mid \forall L \in \mathcal{NP} (L \leq_p \mathcal{L})\} שפה \mathcal{NP}יקשה:
                                                                                                                   \mathcal{NPC} = \mathcal{NP} \cap \mathcal{NPH} שפה \mathcal{NP}שלמה:
                                                                                            (\mathcal{P} = \mathcal{NP}) \Longleftrightarrow (\mathcal{L} \in \mathcal{P}) אזי \mathcal{L} \in \mathcal{NPC} טענה: תהא
                             ACC_{\mathcal{NP}} = \{\langle M, x, 1^t \rangle \mid פקבלת לכל היותר אחרי t צעדים M(x, w) מקבלת M(x, w) מקבלת לכל היותר
                                                                                                                                                ACC_{\mathcal{NP}} \in \mathcal{NPC} :טענה
                                                A\in\mathcal{NPC} אזי A\leq_p B וכן A\in\mathcal{NPC} שפות באשר A,B\in\mathcal{NP} אזי אזי
                                                                            C\left(x
ight)=1 המקיים x\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} מעגל ספיק: מעגל מעגל עבורו קיים
 המקיימת A\in M_{m	imes k} אזי פסוק המק\emptyset עבורו קיים m\in\mathbb{N} וקיימת \varphi\in\mathsf{CNF} אזי פסוק המקיימת k\in\mathbb{N}_+ יהי אזי פסוק:
                                                                                                                                               \varphi = \bigwedge_{i=1}^{m} \bigvee_{j=1}^{k} (A)_{i,k}
                                                                      .kSAT =\{\langle arphi
angle \mid (arphi\in kCNF)\wedge (ספיקה)\} אזי k\in\mathbb{N}_{+} יהי הגדרה: יהי
                                                                                                                           .kSAT \in \mathcal{NP} אזי k \in \mathbb{N}_+ טענה: יהי
                                                                                                                                                           .2SAT \in \mathcal{P} :טענה
                                                                                                                                    .3SAT \in \mathcal{NPC} :משפט קוק־לוין
                                                                                            .kSAT \leq_p \ellSAT אזי איזי k \leq \ell באשר k, \ell \in \mathbb{N}_+ טענה: יהיו
                                                                                                       .kSAT \in \mathcal{NPC} אזי k \in \mathbb{N} \setminus \{0,1,2\} מסקנה: יהי
                                                                                                                                              .3SAT \leq_p CLIQUE משפט:
                                                                                                                                        .CLIQUE, IS \in \mathcal{NPC} :מסקנה
                     מספר הפסוקיות המסופקות: יהיו v השמה אוווא A\in M_{m	imes k}\left(\{p_i\}\cup\{\neg p_i\}
ight) תהא k,m\in\mathbb{N}_+ ותהא ווהא v
                                                                 .Cl \left(\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k},v\right)=\left|\left\{i\in[m]\mid\overline{v}\left(\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k}\right)=\mathrm{True}\right\}\right|
.C-\mathrm{CNF}=\left\{\left\langle \varphi,k\right\rangle\mid\left(\varphi\in\mathrm{CNF}\right)\wedge\left(\exists v\left(\mathrm{Cl}\left(\varphi,v\right)=k\right)\right)\right\} הגדרה:
                                                                                                                                             .C - \mathsf{CNF} \in \mathcal{NPC} :טענה
                                                                                               .DNFSAT = \{\langle \varphi \rangle \mid (\varphi \in DNF) \land (\varphi \circ \varphi)\} הגדרה:
                                                                                                                                                      .DNFSAT \in \mathcal{P} :טענה
                                                                         .C-{
m DNF}=\left\{ \left\langle arphi,k
ight
angle \mid \left(arphi\in{
m DNF}
ight)\wedge\left(\exists v\left({
m Cl}\left(arphi,v
ight)=k
ight)
ight)
ight\} הגדרה:
                                                                                                                                     .C - CNF <_n C - DNF :
                                                                                                                                          .C - 	exttt{DNF} \in \mathcal{NPC} מסקנה:
                               .PARTITION = \left\{S\subseteq\mathbb{N}\mid (מולטי קבוצה S)\wedge\left(\exists T\subseteq S\left(\sum_{i\in T}i=\sum_{i\in S\setminus T}i\right)\right)
ight\} .
              (u \in C) \lor (v \in C) מתקיים \{u,v\} \in E עבורה לכל עבורה לכל איז מרטיים ארף לא מכוון אזי מכיי קודקודים: יהי
                                                                 .VC = \{\langle G,k\rangle\mid k גרף גרף א מכוון בעל כיסוי קודקודים מגודל G\} גרף גרף א
                                                                                                                                                        .VC \in \mathcal{NPC} :טענה
                                                                                      \mathcal{B}\subseteq igcup_{n=1}^\infty \left(\Sigma^n	o\Sigma
ight) בסיס פונקציות: יהי אלפבית אזי אלפבית בסיס
```

 $p\in\mathbb{N}[x]$ פונקציה חשיבה פולינומית: תהא $D\subseteq\Sigma$ אזי $f:D o (\Gamma\backslash\{\sqcup\})^*$ אזי $D\subseteq\Sigma$ אזי חשיבה פולינומית: תהא

.SUBSETSUM: טענה: קיים מוודא פולינומי

השערה: $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ השערה פתוחה

מ־A ל־B חשיבה פולינומית.

 $A \leq_p B$ אזי

.CLIQUE \leq_p IS :טענה

.CLIQUE, IS, FACTOR, SUBSETSUM $\in \mathcal{NP}$:מסקנה

 (\mathcal{L}^-) שפה אזי פולינומי מוודא פולינומי ל $(\mathcal{L}\in\mathcal{NP})$ שפה אזי שפט: תהא שפט: תהא

. אעדים $p\left(|x|\right)$ אחרי אחרי לכל עוצרת עוצרת אחרי מתקיים כי מתקיים כי מתקיים כי $M\left(x\right)$ אתקיים כי לכל

לכל $f_i:\Sigma^{k_i}\to \Sigma$ באשר $f_1\dots f_n\in \mathcal{B}$ תהיינה $k_1\dots k_n\in \mathbb{N}_+$ מעגל: יהי בסיס פונקציות מעל בסיס פונקציות מעל Σ תהיינה בסיס $\{f_1\dots f_n,x_1\dots x_m,y_1\dots y_k\}$ מעל מכוון $i\in [n]$

- חסר מעגלים מכוונים. G
- $\deg^-(x_i)=0$ מתקיים $i\in[m]$ לכל •
- $\deg^-\left(f_i
 ight)=k_i$ מתקיים $i\in[n]$ לכל
- $\deg^+(y_i)=0$ וכן $\deg^-(y_i)=1$ מתקיים $i\in[k]$ לכל •

הערה: נשמור על הטרמינולוגיה ממעגל בוליאני כהכללה טבעית.

 $.\delta\left(q_r,\sigma
ight)=\left(q_r,\sigma,R
ight)$ וכן וכן $\delta\left(q_a,\sigma
ight)=\left(q_a,\sigma,R
ight)$ כי נניח כי הקונפיגורציות נניח כי

.CIRSAT $=\left\{ \left\langle C,x\right\rangle \mid ($ מעגל בוליאני $) \wedge \left(\exists w\in\left\{ 0,1\right\} ^{st}\left(C\left(x,w\right)=1\right)\right)
ight\}$ הגדרה:

כך באשר $T:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ נגדיר מעגלים מעל T(n) מ"ט רצה ממט רצה ותהא ותהא ת באשר באמן באשר מעגלים מעל הגדרה: תהא

- $.C_{\mathrm{inp}}\left(z
 ight)=R_{0}\left(au_{M,z}
 ight)$ אזי $z\in\Sigma\uplus\Gamma$ יהי •
- $.C_{\mathrm{next}}\left(R_{i}\left(au_{M,z}
 ight)
 ight)=R_{i+1}\left(au_{M,z}
 ight)$ אזי $i\in\left\{0,\ldots,T\left(n
 ight)-1
 ight\}$ ויהי $z\in\Sigma\uplus\Gamma$ יהי
 - $.C_{\mathrm{out}}\left(R_{T(n)}\left(au_{M,z}
 ight)
 ight)=M\left(z
 ight)$ אזי $z\in\Sigma\uplus\Gamma$ יהי \bullet
 - $.C_{M,n}^{\Sigma \uplus \Gamma}\left(z
 ight) = \left(C_{ ext{out}} \circ C_{ ext{next}} \circ \ldots \circ C_{ ext{next}} \circ C_{ ext{inp}}
 ight)\left(z
 ight)$ איהי $z \in \Sigma \uplus \Gamma$ יהי

טענה: תהא T(n) אזי אינ $C_{M,n}^{\Sigma \uplus \Gamma} = \mathcal{O}\left(T^2(n)\right)$ אזי אזי רצה בזמן מ"ט רצה באמן באשר $T:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ אזי $n \leq T(n)$ וכן קיימת פונקציה f חשיבה באמן f עבורה f עבורה f

 $C_{M,n}^{\Sigma \oplus \Gamma}(z)=M\left(z
ight)$ אזי $z\in \Sigma \oplus \Gamma$ ויהי $T\left(n
ight)$ ויהי $T\left(n
ight)$ אאי חשיבה בזמן באשר $T:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ איזי $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(n
ight)$ אלפבית אזי קיימת פונקציה חשיבה פולינומית $T\left(n
ight)$ עבורה לכל מעגל בוליאני $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני מעל בוליאני מעל $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני מעל בוליאני $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני מעל בוליאני מעל בוליאני $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני מעל בוליגני מעל בוליאני מעל בוליגני מעל

למה: תהא T (n) אזי קיימת פונקציה חשיבה t בזמן למה: תהא t (t) אזי קיימת פונקציה חשיבה t בזמן למה: t (t) חשיבה בזמן באשר באמר t (t) מעגל עבורו t) וכן לכל t (t) וכן לכל t (t) באשר באשר t (t) באשר t (t) באשר באמר t) מעגל עבורו t (t) t (t) באשר בזמן t) מקבלת).

.CIRSAT $\in \mathcal{NPC}$:טענה

.CIRSAT $\leq_p 3$ SAT טענה:

.3SAT \leq_p SUBSETSUM :טענה

.SUBSETSUM $\in \mathcal{NPC}$ מסקנה:

.3SAT \leq_p HAMPATH :טענה

.HAMPATH $\in \mathcal{NPC}$ מסקנה:

 $\mathrm{co}\mathcal{NP}=\left\{L\mid\overline{L}\in\mathcal{NP}
ight\}$:co \mathcal{NP} שפה

השערה פתוחה .co $\mathcal{NP}
eq \mathcal{NP}$: השערה

טענה: תהיינה $A \leq_p B$ שפות באשר $A \leq_p B$ אזי

- $A \in \mathcal{NP}$ אזי $B \in \mathcal{NP}$ אם •
- $A\in \mathrm{co}\mathcal{NP}$ אזי $B\in \mathrm{co}\mathcal{NP}$ אם •

 $(co\mathcal{NP}=\mathcal{NP})\Longleftrightarrow (\mathcal{L}\in co\mathcal{NP})$ אזי $\mathcal{L}\in \mathcal{NPC}$ מסקנה: תהא

 $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{NP} \cap \mathrm{co}\mathcal{NP}$:טענה

 $\mathsf{.FACTOR} \in \mathcal{NP} \cap \mathsf{co}\mathcal{NP}$:

השערה פתוחה $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP} \cap \mathrm{co}\mathcal{NP}$:

.MATMULT = $\{\langle A, B, C \rangle \mid (A, B, C \in M_n(\mathbb{Z})) \land (A \cdot B = C)\}$ הגדרה:

 $\mathbb{P}_{r \leftarrow \{0,1\}^n} \ (D \cdot r = 0) \leq 0.5$ אזי $D \neq 0$ באשר $D \in M_n \left(\mathbb{Z} \right)$ אחי

עבורה $\mathcal{O}\left(n^2\right)$ אשר רצה בזמן M עבורה מסקנה: קיימת מ"ט

דוחה. $M\left(x\right)$ אשר אינו קידוד של שלשת מטריצות $x\in\left\{ 0,1\right\} ^{*}$ לכל

. מקבלת M(x) מקלים $x=\langle A,B,C\rangle$ וכן $A\cdot B=C$ המקיימות $A,B,C\in M_n(\mathbb{Z})$ מתקיים $x\in\{0,1\}^*$ לכל

מתקיים $x=\langle A,B,C\rangle$ וכן $A\cdot B\neq C$ המקיימות $A,B,C\in M_n(\mathbb{Z})$ מתקיים $x\in\{0,1\}^*$. $\mathbb{P}\left(M\left(x\right)\right) < 2^{-100}$ מקבלת)

Cנוסחה ביסיס $\{+, \times\}$ עם הבסיס $\mathbb F$ אזי נוסחה ביה ויהי $\mathbb F$ שדה ויהי שדה ויהי נוסחה אריתמטית:

 $.arphi\equiv 0$ אזי $arphi\left(x_1\dots x_n
ight)=0$ מתקיים $x_1\dots x_n\in\mathbb{F}$ אזי שנוסחה אריתמטית מעל $\mathbb F$ עבורה לכל

. ZE $_{\mathbb F}=\{\langle arphi
angle \mid arphi \equiv 0$ עבורה אריתמטית אריתמטית מעל פוסחה אריתמטית מעל

 $\overline{ZE_{\mathbb{Z}_2}} \in \mathcal{NPC}$:טענה

 2^h טענה: תהא φ נוסחה אריתמטית בעומק של מעל $\mathbb F$ מעל בעומק בעומק נוסחה אריתמטית יוסחה מענה:

 $(arphi\equiv 0)\Longleftrightarrow (f=0)$ אזי $\deg(f)<|\mathbb{F}|$ באשר $f\in\mathbb{F}[x_1,\ldots,x_n]$ המחשבת מעל \mathbb{F} המחשבת φ נוסחה אריתמטית מעל $\mathsf{ZE}_{\mathbb{F}} \in \mathcal{R}$ מסקנה: יהי \mathbb{F} שדה אינסופי אזי

 $\deg\left(\prod_{i=1}^n x_i^{d_i}
ight) = \sum_{i=1}^n d_i$ אזי $d_1\dots d_n \in \mathbb{N}$ זרגה טוטאלית של מונום: יהיו

 $\deg\left(\sum_{i=1}^{k}\prod_{j=1}^{n}x_{j}^{d_{i,j}}
ight)=\max\left\{\deg\left(\prod_{j=1}^{n}x_{j}^{d_{i,j}}
ight)\,\Big|\,i\in[k]
ight\}$ איז $d\in M_{k imes n}\left(\mathbb{N}
ight)$ ההא מוטאלית של פולינום: תהא $\mathbb{P}_{a_1,\ldots,a_n\leftarrow S}\left(f\left(a_1\ldots a_n
ight)=0
ight)\leq rac{\deg(f)}{|S|}$ סופית אזי $S\subseteq\mathbb{F}$ ותהא למה שוורץ־זיפל: יהי f
eq 0 באשר באשר באשר באשר אור דייפל: יהי מסקנה: קיימת מ"ט $x \in \left\{0,1\right\}^*$ לכל לכל מ"ט מ"ט מיים מסקנה: קיימת מ

- . דוחה $M\left(x\right)$ אינו קידוד של נוסחה אריתמטית מעל \mathbb{R} מתקיים של דוחה.
- .poly (|arphi|) מקבלת בזמן $M\left(x
 ight)$ מתקיים $x=\langlearphi
 angle$ וכן arphi=0 מתקיים מעל π מקבלת בזמן ϕ
- .poly (|arphi|) בזמן $\mathbb{P}(1)$ מקבלת $M(x)) \leq 0.01$ מתקיים $x = \langle arphi \rangle$ וכן $\varphi \not\equiv 0$ המקיימת מעל $\mathbb{P}(1)$ המקיימת $\mathbb{P}(1)$ מתקבלת מעל $\mathbb{P}(1)$ באשר x\$r איז התחלתית קונפיגורציה תעלת זמן באלת מ"ט דו־סרטית מכונת איז מ"ט דו־סרטית מכונת חשיבה בזמן איז מ"ט דו־סרטית מכונת מיורינג אקראית: תהא $r \in \{0,1\}^{T(|x|)}$

.T אזי אקראית טיורינג מכונת מכונת חסם עליון לזמן תהא תהא תהא תהא תהא תהא מכונת חסם עליון לזמן ריצה אל מכונת אקראית: תהא $M\left(x;r
ight)=M\left(x\$r
ight)$ אזי $r\in\{0,1\}^{T(|x|)}$ ויהי $x\in\{0,1\}^*$ יהי $T\left(n
ight)$ יהי זמן ריצה M מ"ט אקראית עם זמן ריצה ויהי יהי יהי יהי יהי יהי x אזי $x \in \{0,1\}^{T(|x|)}$ אזי $x \in \{0,1\}^*$ יהי יהי יהי אזר מ"ט אקראית עם אמן ממונת מיורינג אקראית: תהא א מ"ט אקראית עם און ריצה ויהי x אזי $x \in \{0,1\}^{T(|x|)}$ איזי $x \in \{0,1\}^*$ יהי יהי יהי יהי אקראית עם אקראית מ"ט אקראית M מ"ט אקראית אקראית של מכונת טיורינג אקראית: תהא $x \in \left\{0,1
ight\}^{T(|x|)}$ עבור $M\left(x;r
ight)$ משתנה מקרי לקבלת $M\left(x;r
ight)$ עבור $M\left(x;r
ight)$ איזי $M\left(x;r
ight)$ משתנה מקרי לקבלת עם זמן ריצה $M\left(x;r
ight)$ יהי $M\left(x;r
ight)$ משתנה מקרי לקבלת עם זמן ריצה $M\left(x;r
ight)$ אקראית.

תמקום ממקום $\alpha:\mathbb{N} o [0,1]$ ותהא שפה \mathcal{L} עבורה קיימת מ"ט אקראית M עם זמן ריצה פולינומי $\alpha:\mathbb{N} o [0,1]$ המקיימת כי החל מסויים $n \in \mathbb{N}$ מתקיים

- $.\mathbb{P}_{r\leftarrow\{0.1\}^{T(n)}}$ מקבלת) מקבלת $M\left(x;r\right))\geq\alpha\left(n\right)$ מתקיים $x\in\mathcal{L}\cap\Sigma^{n}$ לכל
 - $\mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}}$ (מקבלת מקבלת $M\left(x;r
 ight)=0$ מתקיים $x
 otin \mathcal{L}\cap\Sigma^{n}$

 $\mathcal{L} \in \mathcal{RP}(\alpha)$ אזי

 $\mathcal{RP}(\beta)\subseteq\mathcal{RP}(\alpha)$ אזי מסויים מסויים $\alpha\leq\beta$ באשר $\alpha,\beta:\mathbb{N} o[0,1]$ טענה: תהיינה

 $\mathcal{RP}(1) = \mathcal{P}$:טענה

 $\mathcal{RP}\left(lpha
ight)\subseteq\mathcal{NP}$ אזי ממקום מסויים 0<lpha באשר $lpha:\mathbb{N}
ightarrow \left[0,1
ight]$ עענה: תהא

 $\operatorname{co}\mathcal{RP}\left(lpha
ight)=\left\{\overline{L}\mid L\in\mathcal{RP}\left(lpha
ight)
ight\}$ אזי $lpha:\mathbb{N}
ightarrow\left[0,1
ight]$ הגדרה: תהא

טענה: תהא $\alpha:\mathbb{N} o [0,1]$ אמיי איז $\mathcal{L}\in\mathsf{co}\mathcal{RP}\left(lpha
ight)$ אמיי אקראית שפה \mathcal{L} ותהא שפה \mathcal{L} אזי אזי $\mathcal{L}\in\mathsf{co}\mathcal{RP}\left(lpha
ight)$ אמיי מת כי החל ממקום מסויים $n\in\mathbb{N}$ מתקיים

- $\mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}}$ (מקבלת מקבלת מתקיים $M\left(x;r
 ight) = 1$ מתקיים $x\in\mathcal{L}\cap\Sigma^{n}$
- $\mathbb{P}_{r \leftarrow I0.13^{T(n)}}$ (מקבלת $M\left(x;r\right)$) $\leq 1-\alpha\left(n\right)$ מתקיים $x \notin \mathcal{L} \cap \Sigma^{n}$ לכל •

 $\mathrm{ZE}_{\mathbb{R}}\in\mathrm{co}\mathcal{RP}\left(0.99
ight)$ טענה: $\mathcal{RP}\left(n^{-c}
ight)=\mathcal{RP}\left(1-2^{-n^d}
ight)$ אזי $c,d\in\mathbb{N}$ טענה: יהיו

 $\mathcal{RP} = \mathcal{RP}\left(0.5
ight): \mathcal{RP}$ שפה

 $\cos \mathcal{RP} = \cos \mathcal{RP} (0.5) : \cos \mathcal{RP}$ שפה

המקיימת כי החל T(n) המקיימת מ"ט אקראית M עם זמן ריצה פולינומי עבורה שפה $\alpha,\beta:\mathbb{N} o [0,1]$ המקיימת כי החל ממקום מסויים $n\in\mathbb{N}$ מתקיים

 $\mathbb{P}_{r \leftarrow f_{0,1} \mathbb{T}^{T(n)}}$ (מקבלת מקבלת מתקיים $M\left(x;r
ight) \geq eta\left(n
ight)$ מתקיים $x \in \mathcal{L} \cap \Sigma^{n}$

```
\mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}} (מקבלת מקבלת M\left(x;r
ight)) \leq lpha\left(n
ight) מתקיים x\notin\mathcal{L}\cap\Sigma^{n}
                                                                                                                                           \mathcal{L} \in \mathcal{BPP}(\alpha, \beta) אזי
                                                                                                                         \mathcal{BPP} = \mathcal{BPP}\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) :\mathcal{BPP} שפה
                                                                                              \mathcal{RP}(\alpha) = \mathcal{BPP}(0, \alpha) אזי \alpha : \mathbb{N} \to [0, 1] טענה: תהא
                                                                                     \operatorname{co}\mathcal{RP}(\alpha) = \mathcal{BPP}(1-\alpha,1) אזי \alpha: \mathbb{N} \to [0,1] טענה: תהא
                  \mathcal{BPP}\left(lpha,\delta
ight)\subseteq\mathcal{BPP}\left(eta,\gamma
ight) אזי ממקום מסויים מlpha\leqeta\leq\gamma\leq\delta עבורן lpha,eta,\gamma,\delta:\mathbb{N}	o[0,1]
              \mathbb{P}\left(\left|p-rac{1}{n}\sum_{i=1}^nA_i
ight|\geq\delta
ight)\leq 2^{-\Theta\left(\delta^2n
ight)} אזי A_1,\ldots,A_n\sim \mathrm{Ber}\left(p
ight) ויהיו n\in\mathbb{N} יהי \delta>0 יהי \delta>0
טענה: יהיו n^{-c} \leq lpha\left(n\right) \leq 1-n^{-c} חשיבה בזמן פולינומי מסויים מחוי lpha:\mathbb{N} 	o [0,1] החל ממקום מסויים אזי מענה: יהיו
                                                                                   \mathcal{BPP}\left(\alpha\left(n\right)-n^{-c},\alpha\left(n\right)+n^{-c}\right)\subseteq\mathcal{BPP}\left(2^{-n^{d}},1-2^{-n^{d}}\right)
                                               (c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i=c_i קונפיגורציה אזי ק(c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i=c_1 קונפיגורציה אזי מ"ט (c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i
                                                                    A אזי x \in \Sigma^* הינה המחרוזת אונר אברי x \in \Sigma^* אזי אברי x \in \Sigma^* הינה המחרוזת אברי
c_0=q_0x באשר באר c_0\ldots c_n באלת סיבוכיות בעלת סיבוכיות מקום: תהא או מ"ט תלת־סרטית M עבורה לכל קונפיגורציות מקום: תהא S:\mathbb{N}	o\mathbb{N}
                                                                                                                 וכן c_{i-1} עוברת ל־c_i לכל i \in [n] מתקיים
                                                                                          c_i^1=x\backslash Q מתקיים i\in[n] לכל לקריאה בלבד: לכל •
                                                                               \left.\left|c_{i-1}^{2}\right|\leq S\left(n\right)+1מתקיים i\in\left[n\right]לכל לכל במקום: סרט סרט סרט לכל 
                                          .ig(c_{i-1}^3ackslash Qig)_i=ig(c_i^3ackslash Qig)_i מתקיים מתקיים j\inig[ig|c_{i-1}ig|ig] ולכל ולכתיבה חד־פעמית: לכל
                             הערה: נקרא למכונת טיורינג בעלת סיבוכיות מקום מכונת טיורינג.
                                             .DSpace (S\left(n
ight))=\{L\left(M
ight)\mid\mathcal{O}\left(S\left(n
ight)
ight) במקום שרצה במקום M\} אזי S:\mathbb{N}
ightarrow\mathbb{N} הגדרה: תהא
                                                                                                              .PSPACE =\bigcup_{c\in\mathbb{N}} DSpace (n^c): PSPACE שפה
                                                                                                       .LOGSPACE = DSpace (\log(n)) :LOGSPACE
                                                                                                                           .LOGSPACE = LSPACE = \mathcal{L} :סימון:
                                                                                    .DSpace (1) = DSpace (\log(\log(n))) = \{L \mid L\} טענה: \{L\} רגולרית
                                                                                  DTime (T(n)) \subseteq DSpace (T(n)) אזי חשיבה בזמן אזי T חשיבה מענה:
                                                                                                                                          \mathcal{NP}\subseteq \mathsf{PSPACE}:טענה
                                                             .DSpace (S(n))\subseteq \mathsf{DTime}\left(2^{\mathcal{O}(S(n))}\right) אזי S\geq \log באשר באשר S:\mathbb{N}\to\mathbb{N} טענה: תהא
                                                                                                                                           .LSPACE \subset \mathcal{P} :מסקנה
                                                                                                                                      .PSPACE \subseteq \mathcal{EXP} :מסקנה
(S(n))_2 את מחשבת את M כי M כי n\in\mathbb{N} כי n\in\mathbb{N} את על הקלט S:\mathbb{N}	o\mathbb{N} מחשבת את פונקציה חשיבה במקום:
                                                                                                                                                \mathcal{O}\left(S\left(n\right)\right) במקום
           .DSpace (t\left(n\right))\subsetneq DSpace (T\left(n\right)) איז אי(n)=o\left(S\left(n\right)\right) חשיבה במקום ותהא איי במקום: תהא איי משפט היררכיית המקום: S:\mathbb{N}\to\mathbb{N}
                                                                                                                                    מסקנה: LSPACE ⊊ PSPACE.
                                                                                                                           מסקנה: לפחות אחד מהבאים נכון
                                                                                                                                              .LSPACE \subsetneq \mathcal{P} •
                                                                                                                                             \mathcal{P} \subseteq PSPACE \bullet
                                                                                                                      השערה פתוחה .LSPACE \subsetneq \mathcal{P}
                                                                                                                      השערה פתוחה \mathcal{P} \subsetneq \mathsf{PSPACE} :
המחשבת S\left(n
ight) מקום מ"ט M בעלת היימת מ"ט f:D	o (\Gamma\backslash\{\sqcup\})^* אזי המחשבת ההא במקום S: תהא במקום אזי ועבורה היימת מ"ט S
                                                                                                                                                                .f את
רדוקציית מיפוי B\subseteq \Delta^* שפה ותהא A\subseteq \Sigma^* תהא במשר באשר באשר באור היו \Sigma,\Delta שפה אזי רדוקציית מיפוי \Sigma,\Delta
                                                                                                                       מ־A ל־B חשיבה במקום לוגריתמי.
שפה ותהא A\subseteq \Sigma^* רדוקציית מיפוי במקום במקום A\subseteq \Sigma^* תהא \Sigma\subseteq \Delta שפה ותהא אלפבייתים באשר באשר באשר \Sigma
                                                                                                                                         A \leq_L B לוגריתמי אזי
                                                                                              A \leq_p B אזי A \leq_L B טענה: תהיינה A, B שפות עבורן
                                                                                                        \mathcal{PH} = \{\mathcal{L} \mid orall L \in \mathcal{P} \, (L \leq_L \mathcal{L}) \} :שפה \mathcal{P}־קשה
```

```
שפה \mathcal{PC}=\mathcal{P}\cap\mathcal{PH}ה: \mathcal{PC}=\mathcal{P}\cap\mathcal{PH} שבה \mathcal{PC}=\mathcal{PC} ענה: תהא \mathcal{PC}=\mathcal{PC} חשיבה במקום \mathcal{PC}=\mathcal{PC} תהא \mathcal{PC}=\mathcal{PC} חשיבה במקום \mathcal{PC}=\mathcal{PC} תהא \mathcal{PC}=\mathcal{PC} חשיבה במקום \mathcal{PC}=\mathcal{PC} תהא \mathcal{PC}=\mathcal{PC} ולכל \mathcal{PC}=\mathcal{PC} תהא \mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC} אזי \mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC} אזי \mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC} אזי \mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{PC}=\mathcal{P
```

 $i \in [n]$ מתקיים c_{i-1} נכן c_{i-1} נכן וכן $c_0 = q_0 x$ באשר מר $c_0 \dots c_n$

 $.c_i^1 = x \backslash Q$ מתקיים $i \in [n]$ לכל בלבד: לכר \bullet

 $\left.\left|c_{i-1}^{2}\right|\leq S\left(n\right)+1$ מתקיים $i\in\left[n\right]$ לכל במקום: סרט סרט סרט ילכל

 $.ig(c_{i-1}^3ackslash Qig)_i=ig(c_i^3ackslash Qig)_i$ מתקיים מתקיים $j\inig[ig|c_{i-1}ig]$ ולכל ולכל ולכל הד־פעמית: לכל ה

S אזי א בעלת סיבוכיות מקום M מטל"ד בעלת M מטל"ד בעלת תהא א דטרמיניסטית: תהא א דטרמיניסטית מקום אזי $S:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$

הערה: נקרא למכונת טיורינג לא דטרמיניסטית בעלת סיבוכיות מקום מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית.

. NSpace $(S\left(n\right))=\{L\left(M\right)\mid\mathcal{O}\left(S\left(n\right)\right)$ במקום מטל"ד הרצה במקום $M\}$ אז
א $S:\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N}$ תהא הגדרה: תהא

. NPSPACE = $\bigcup_{c \in \mathbb{N}}$ NSpace (n^c) : NPSPACE שפה

 $\mathcal{NL} = ext{NSpace}\left(\log\left(n
ight)\right) : \mathcal{NL}$ שפה

השערה פתוחה .LSPACE $=\mathcal{NL}$

 $\operatorname{find}_Q\left(xqy
ight)=|x|+1$ אזי $q\in Q$ ויהי $x,y\in\Gamma^*$ מ"ט יהיו M מ"ט יהיו

 c_{i-1} וכן $c_0=q_0x$ באשר במקום לוגריתמי: תהא שפה אזי מ"ט תלת־סרטית V עבורה לכל קונפיגורציות תהא שפה אזי מ"ט תלת־סרטית אזי מ"ט תלת־סרטית $i\in[n]$ מתקיים $i\in[n]$ מתקיים

 $c_i^1=x\backslash Q$ מתקיים $i\in[n]$ לכל לקריאה בלבד: לכל •

 $\operatorname{find}_Q\left(c_{i-1}^2
ight) \leq \operatorname{find}_Q\left(c_i^2
ight)$ מתקיים $i \in [n]$ מרט עד: לכל

 $|c_{i-1}^3| \leq S\left(n
ight) + 1$ מתקיים $i \in [n]$ סרט עבודה: לכל •

. (קיים $V\left(x\$w\right)$ עבורו עבורו $w\in\Sigma^*$ מקבלת) מקבלתו מתקיים מתקיים $x\in\Sigma^*$

 $V\left(x,w
ight)=V\left(x\$ w
ight)$ אזי $x,w\in\Sigma^{st}$ איזי לוגריתמי וודא בזמן לוגריתמי מוודא $A\subseteq\Sigma^{st}$ איזי $A\subseteq\Sigma^{st}$

. טענה: תהא $A\subseteq \Sigma^*$ מוודא לוגריתמי) שפה אזי ($A\in \mathcal{NL}$) שפה אזי לביים ל-

.STCON = $\{\langle G, s, t \rangle \mid ($ גרף מכוון $) \wedge (t^{-1}s^{-1}s^{-1}) \}$ הגדרה:

 $\mathsf{.STCON} \in \mathcal{NL}$:טענה

 $\mathcal{NLH} = \{\mathcal{L} \mid \forall L \in \mathcal{NL} \, (L \leq_L \mathcal{L})\}$:שפה \mathcal{NL} קשה:

 $\mathcal{NLC} = \mathcal{NL} \cap \mathcal{NLH}$ שפה \mathcal{NL} שלמה:

 $\mathsf{STCON} \in \mathcal{NLC}$:טענה

 $\mathcal{NL} \subseteq \mathcal{P}$:מסקנה

אזי $\ell \in \mathbb{N}_+$ אויהי $s,t \in V$ אזי גרף מכוון אזי G ארכ בגרף לאורכו בארף מלוול עם אסם אזי אלגוריתם לקיום מסלול או

```
return False
 STCON \in DSpace \left(\log\left(n\right)^2\right) משפט סאביץ':
                                                                                                                                                                                                                                                                                \mathcal{NL}\subseteq 	exttt{DSpace}\left(\log\left(n
ight)^2
ight) :מסקנה
                                                                                            .NSpace (S(n))\subseteq DSpace (S^2(n)) אזיS>\log באשר מסקנה: S:\mathbb{N}	o\mathbb{N} חשיבה במקום באשר
                                                                                                                                                                                                                                                                                                     מסקנה: PSPACE = NPSPACE.
                                                                                                                                                                                                                                                                                    .co\mathcal{NL} = \{L \mid \overline{L} \in \mathcal{NL}\} הגדרה:
                                                                                                                                                                                                                                                                        \overline{	ext{STCON}} \in \mathcal{NL} משפט אימרמן־סלפצ'ני:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      \mathcal{NL} = \text{co}\mathcal{NL} :מסקנה
                                              המקיימת A\in M_{m	imes k}\left(\{p_i\}\cup\{\lnot p_i\}
ight) וקיימת וקיים m\in\mathbb{N} עבורו קיים arphi\in\mathsf{CNF} אזי פסוק אזי פסוק: ואיי פסוק ימת בורו פיים אזי פסוק
                                                                                                                                                                       .EkSAT \in \mathcal{NPH} אזי k \in \mathbb{N}_+ טענה: יהי
                                                                                                                                          \mathbb{P}_{v:\{p_i\}	o \{	ext{True},	ext{False}\}}\left(\overline{v}\left(arphi
ight)=	ext{True}
ight)=rac{k}{8} אזי arphi\in 	ext{E}kSAT מענה: יהי k\in\mathbb{N}_+ יהי
                                                                                            יחס הפסוקיות המסופקות: יהיו A\in M_{m	imes k}\left(\{p_i\}\cup\{\lnot p_i\}
ight) תהא תהא k,m\in\mathbb{N}_+ ותהא יחס הפסוקיות המסופקות:
                                                                                                                                                                                .\mathrm{RCl}\left(\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k},v\right)=\frac{1}{m}\cdot\mathrm{Cl}\left(\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k},v\right) משפט PCP: קיימת רדוקציה פולינומית f מ־3CNF קיימת רדוקציה פולינומית
                                                                                                                                                                                                                                             . ספיקה f\left(\varphi\right) ספיקה אזי \varphi\in3CNF תהא
                                                                                                                                                          .RCl (f\left(\varphi\right),v)\leq\frac{7.01}{8} אזי השמה v הפיקה תהא \varphi\in3CNF תהא
מסקנה: תהא \varphi\in 3CNF מסקנה: בורה (\varphi\in 3CNF מפיקה לכל בורה שניום במתר מ־מת מ־מתר לבורה שניום לבורה לבורה מסקנה: תהא לבורה מסקנה: מחשבים שניום מסקנה: מסקנה מ־מתר מ־מתר מסקנה: מסקנה מיינו מיינ
```

 $\mathcal{P}=\mathcal{NP}$ אזי $\mathrm{RCl}\left(f\left(\varphi\right),v\right)>rac{7.01}{8}$ וקיימת השמה א עבורן

function Reach (G, s, t, ℓ) :
| if $\ell = 1$ then

for $v \in V$ do

if $(s,t) \in E$ then return True

 $b_1 \leftarrow \text{Reach}(G, s, v, \lceil \frac{\ell}{2} \rceil)$ $b_2 \leftarrow \text{Reach}(G, v, t, \lfloor \frac{\ell}{2} \rfloor)$ if $b_1 \wedge b_2$ then return True