```
a*b=*(a,b) אזי א איז פעולה A שימון: תהא A קבוצה ותהא A פעולה בינארית
                                            עבורו e \in G עבורה איי*: G 	imes G 	o G עבורה קיים *: G 	imes G 	o G
                                          a*(b*c)=(a*b)*c מתקיים a,b,c\in G אסוציאטיביות: לכל
                                                         a*e=e*a=a מתקיים a\in G איבר יחידה: לכל
                                              a*b=e=b*a עבורו b\in G קיים a\in G לכל לכל • איבר הופכי:
                                                   S(X) = \{f: X \to X \mid הפיכה f\} הפינה אזי קבוצה אזי
                                                                    (S(X), \circ) אזי קבוצה אזי תהא X קבורת התמורות:
                                                            טענה: תהא X קבוצה אזי חבורת התמורות הינה חבורה.
                                                                                   S_n = S\left([n]
ight) אזי n \in \mathbb{N} סימון: יהי
                                                                                       |S_n|=n! אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                         (\mathrm{GL}_n\left(\mathbb{F}
ight),\cdot) אזי n\in\mathbb{N} שדה ויהי \mathbb{F} שדה יהי אזי n\in\mathbb{N}
                                                  . מענה: יהי \mathbb{F} שדה ויהי n\in\mathbb{N} אזי חבורת המטריצות הינה חבורה.
                                                             \mathbb{F},+ אזי \mathbb{F}\in\{\mathbb{Z},\mathbb{Q},\mathbb{R},\mathbb{C}\} אזי החבורות החיבוריות: יהי
                                                                        A^*=A^{\times}=A\setminus\{0\} אזי A\subset\mathbb{C} סימון: תהא
                                                                \mathbb{F}(\mathbb{F},\cdot) אזי \mathbb{F}\in\{\mathbb{O}^*,\mathbb{R}^*,\mathbb{C}^*\} אזי יהי
                                                                             .(\{x\}, Id) אזי (גון אוי החבורה הטריוואלית: יהי
                                         (x\sim_n y)\Longleftrightarrow (n|\,(x-y)) המוגדרת \sim_n\subseteq\mathbb{Z}^2 אזי n\in\mathbb{N} הגדרה: יהי
                                                                                        .C_n=\mathbb{Z}_n אזי n\in\mathbb{N} סימון: יהי
                           [x]_{\sim} + [y]_{\sim} = [x+y]_{\sim} הגדרה: יהי n \in \mathbb{N} אזי n \in \mathbb{N} הגדרה: יהי
                                                                     (C_n,+) אזי n\in\mathbb{N} יהי החלוקה: חבורת שאריות
                                                         טענה: יהי n \in \mathbb{N} אזי חבורת שאריות החלוקה הינה חבורה.
                                                                                        |C_n|=n אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
              g*h=h*g מתקיים g,h\in G עבורה לכל חבורה (G,*) חבורה חבורה אבלית/חילופית/קומוטטיבית:
                                                                         . טענה: יהי (S_n,\circ) אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 3} אינה אבלית
                                                                    . אינה אבלית (GL_{n}\left(\mathbb{F}\right),\cdot) אזי n\in\mathbb{N}_{+} יהי יהי
                                                                               . אבלית (C_n,+) אזי n\in\mathbb{N}_+ אבלית טענה: יהי
                                                                         |G| \in \mathbb{N} חבורה עבורה חבורה חבורה חבורה
                                                                    |G| \geq \aleph_0 עבורה אינסופית: חבורה חבורה אינסופית:
                                                     .ord (G)=|G| אזי חבורה סופית הא (G,*) חבורה: תהא
                                                        \operatorname{ord}\left(G
ight)=\infty אינסופית אינ חבורה תהא G חבורה: תהא
                                                                     o\left(G
ight)=\operatorname{ord}\left(G
ight) חבורה אזי (G,st
ight) סימון: תהא
                                           Hעבורה H,st_{H	imes H} אזי H\subseteq G עבורה ותהא חבורה (G,st)
                                                              a*b\in H מתקיים a,b\in H סגירות לכפל: סגירות ש
                                                               a^{-1} \in H מתקיים a \in H סגירות להופכי: לכל
                                                           e\in H אזי איבר היחידה של e אזי יהי •
                         H \leq G עבורה (H,*_{\restriction_{H \times H}}) תת־חבורה ותהא H \subseteq G אזי חבורה ותהא סימון: תהא
.(a*b^{-1}\in H מתקיים a,b\in H מתקיים (לכל H\leq G) אזי H\in \mathcal{P}\left(G\right)\setminus\left\{ \varnothing\right\} מתקיים (G,*) למה: תהא
                    A*B=\{a*b\mid (a\in A)\land (b\in B)\} סימון: תהא A,B\subseteq G חבורה ותהיינה G,*
                                     g*H=\{q\}*H אזי אוני q\in G ויהי ויהי חבורה (G,*) אזי חבורה תהא
                                                                              (n\mathbb{Z},+)<(\mathbb{Z},+) אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                     (\mathrm{SL}_{n}\left(\mathbb{F}
ight),\cdot)\leq\left(\mathrm{GL}_{n}\left(\mathbb{F}
ight),\cdot
ight) שדה אזי n\in\mathbb{N} יהי ויהי n\in\mathbb{N}
                                                                      R_n=\{z\in\mathbb{C}\mid z^n=1\} אזי n\in\mathbb{N} דימון: יהי
```

A imes A o A פעולות בינאריות: תהא A קבוצה אזי

 $(R_n,\cdot) \leq (\mathbb{C}^*,\cdot)$  אזי  $n \in \mathbb{N}$  טענה: יהי  $G \leq G$  טענה: תהא  $G \leq G$ 

```
\{e\} \leq G טענה: תהא (G,*) חבורה אזי
                                                     q^n=e המקיים n\in\mathbb{N}_+ איבר פיתול: תהא q\in G חבורה אזי חבורה (G,*)
                                                                      T\left(G
ight)=\left\{g\in G\mid T\left(G
ight) איבר אזי g\} חבורה אזי ותהא \left(G,st
ight)
                                                                                       T(G) < G טענה: תהא (G, *) חבורה אבלית אזי
                                               הערה: מכאן והלאה כאשר ברור מהי הפעולה של החבורה נסמנה על ידי הקבוצה בלבד.
                                               a*e=e*a=a עבורו a*e=e*a=a עבורו אזי קיים ויחיד אזי קיים ויחיד (G,*) אכל
                                               a*b=e=b*a עבורו b\in G אזי קיים ויחיד a\in G חבורה ויהי חבורה (G,*)
                                                      a^{-1}=b אזי a איבר הופכי ל־b\in G ויהי a\in G חבורה יהי חבורה (G,*) איבר הופכי
                                                                 (a*b)^{-1} = b^{-1}*a^{-1} אזי a,b \in G חבורה ויהיו (G,*) טענה: תהא
                                                                               (a^{-1})^{-1} = a אזי a \in G סענה: תהא (G,*) חבורה ויהי
                                    a*b=a*c אזיי a*b=a*c עבורם a,b,c\in G חבורה ויהי חבורה (G,*) אזיי משמאל:
                                      a,b=c אזי b*a=c*a עבורם a,b,c\in G חבורה ויהי חבורה (G,*) אזי
                                                                                       g^0=e אזי g\in G חבורה ויהי (G,*) אזי
                                                              g^n=g*g^{n-1} אזי g\in G ויהי חבורה יהי חבורה (G,*) אזי הגדרה: תהא
                                                                      g^{-n}=\left(q^{n}\right)^{-1} אזי q\in G ויהי חבורה יהי חבורה G אזי מימון: תהא
                                                                      g^{-n}=\left(q^{-1}\right)^n אזי q\in G ויהי n\in\mathbb{N} יהי חבורה G אחזי מענה: תהא
a,h'\in H אזי ולכל g,g'\in G לכל לכל (g,h)\cdot (g',h')=(g*g',h\otimes h') חבורות נגדיר המכפלה: תהיינה (G,*),(H,\otimes) חבורת המכפלה
                                                                                                                                  (G \times H, \cdot)
                                                                . חבורה הינה חבורת אזי חבורת (G,*),(H,\otimes) טענה: תהיינה
                                              .(חבורת אזי (חבורת אבלית) חבורות אזי חבורות אזי חבורות (G,*),(H,\otimes) טענה: תהיינה
                                                .(HK=KH) (H*K\leq G) אזי איזי אינה תהיינה חבורה ותהיינה חבורה ותהיינה (G,*) איזי
                                         .(H \cap K \in \{H,K\}) שענה: תהא (H \cup K \leq G) אזי H,K \leq G טענה: תהא (G,*) חבורה ותהיינה
                                           .Stab (Y)=\{\pi\in S\left(X\right)\mid \forall y\in Y.\pi\left(y\right)=y\} אזי Y\subseteq X אחר קבוצה ותהא X קבוצה ותהא
                                                                           .Stab (Y) \leq S\left(X\right) אזי Y \subseteq X אחר קבוצה תהא א קבוצה ותהא
                                    \bigcap_{i\in I}H_i\leq G אזי i\in I לכל לכל H_i\leq G באשר באשר \{H_i\}_{I\in I}\subseteq\mathcal{P}\left(G
ight) אזי חבורה תהא
                                                             \mathcal{F}(X) = \{H \leq G \mid X \subseteq H\} אזי X \subseteq G חבורה חבורה G תהא
                                         \langle X 
angle = igcap_{H \in \mathcal{F}(X)} H אזי X \subseteq G חבורה ותהא חבורה תהיקבוצה: תהא תיקבוצה על ידי תתיקבוצה:
                                                                                       \langle X \rangle \leq G אזי אזי X \subseteq G אמר: תהא חבורה חבורה מהא
                      \langle X 
angle \subseteq H אזי איזי איזי עבורה H \leq G ותהא אות חבורה תהא חבורה תהא אזי א אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי
                          \langle X 
angle = \left\{\prod_{i=1}^k x_i^{s_i} \ \middle| \ (k \in \mathbb{N}) \land \left(x \in X^k
ight) \land \left(s \in \{\pm 1\}^k
ight)
ight\} אזי X \subseteq G אזי X \subseteq G אזי
                                                                \langle X 
angle = G עבורה אזי אורה איזי אורה: תהא חבורה תהא אבורה עבורה איזי אבורה עבורה
                                                               חבורה נוצרת סופית (נ"ס): חבורה G עבורה קיימת קבוצת יוצרים סופית.
                                                                         \langle g \rangle = G המקיים g \in G המקיים עבורה עבורה ציקלית: חבורה
                                                                              \langle g \rangle = \{ g^k \mid k \in \mathbb{Z} \} אזי g \in G חבורה ויהי חבורה G אהי
                                                               g^{n+m}=g^n*g^m אזי g\in G ויהי n,m\in\mathbb{Z} חבורה יהיו חבורה יהיו
                                                                  \left(g^{n}
ight)^{m}=g^{n\cdot m} אזי g\in G ויהי היו n,m\in\mathbb{Z} חבורה יהיו
                                                   G=\{g^k\mid k\in\mathbb{Z}\} עבורו g\in G עבורו ציקלית) אזי (G=\{g^k\mid k\in\mathbb{Z}\} עבורו למה: תהא
                                                                                            מסקנה: תהא G חבורה ציקלית אזי G אבלית.
                                                                     \operatorname{ord}\left(g
ight)=\operatorname{ord}\left(\left\langle g
ight
angle אזי g\in G חבורה ויהי חבורה G איבר: תהא
                                                            .ord (g)=\min\left\{n\in\mathbb{N}_+\mid g^n=e\right\} אזי g\in G חבורה ויהי חבורה G
                                                           \operatorname{ord}\left(g
ight)=\infty אזי \operatorname{ord}\left(g
ight) עבורו g\in G חבורה ויהי G חבורה מערה:
                                g \in G טענה: תהא G = e (ord G = e) איי G = G באשר G \in G טענה: תהא G = G טענה: תהא מיי G \in G ויהי
                                                                         . (ירים) ויהי i,n)\Longleftrightarrowו(\langle i 
angle = \mathbb{Z}_n) אזי i \in \mathbb{Z}_n ויהי n \in \mathbb{N}_+ זרים).
                                                                            . אזי H ציקלית H \leq G אזי איקלית חבורה G אזי חבורה עיקלית
```

טענה:  $(\mathbb{Q},+)$  אינה נ"ס.

```
q*H אזי q\in G ויהי ויהי H< G אזי חבורה תהא
                                                                     g ימני אזי קוסט ימני: תהא G חבורה ויהי של קוסט ימני אזי G
                                                                gH אזי אוי ממאלי: תהא G חבורה ויהי gH קוסט שמאלי
                                                         Hg=gH אזי g\in G ויהי ויהי H\leq G אחר חבורה אבלית תהא
                                                         (gH)^{-1}=Hg^{-1} אזי g\in G ויהי H\leq G מסקנה: תהא
                                                     (gH=H) \Longleftrightarrow (g \in H) אזי g \in G ויהי ויהי H \leq G טענה: תהא
                                                     (Hg=H) \Longleftrightarrow (g\in H) אזי g\in G ויהי ויהי H\leq G טענה: תהא
                                                                 G/H = \{gH \mid g \in G\} אזי H \leq G חבורה חבורה G חבורה תהא
                                                                A_H \setminus G = \{Hg \mid g \in G\} אזי H \leq G חבורה חבורה G איזי G
                                                                     G משפט: תהא G חבורה ותהא H \leq G חבורה חבורה משפט:
                                   (g_1H=g_2H)\Longleftrightarrow \left(g_2^{-1}g_1\in H
ight) אזי g_1,g_2\in G ויהיו H\leq G טענה: תהא G חבורה תהא
                                                                       .eH אזי אזי H \leq G הקוסט הטריוואלית: תהא
                                             G:H]=|G/H| אזי H\leq G אינדקס של תת־חבורה בחבורה: תהא
                                                                      G:H]=|_Hackslash_G| אזי H\leq G טענה: תהא G חבורה ותהא
                                                    \operatorname{ord}(G) = \operatorname{ord}(H) \cdot [G:H] אזי H < G סענה: תהא G חבורה סופית ותהא
                                                        .ord (H) \left| \mathrm{ord} \left( G \right) \right. אזי אזי חבורה סופית ותהא H \leq G משפט לגראנז': תהא
                                                                   .ord (g) | \mathrm{ord} \, (G) אזי g \in G מסקנה: תהא G חבורה סופית ויהי
                                           G:K]=[G:H]\cdot [H:K] אזי איזי H\leq G חבורה תהא חבורה G איזי ותהא
                            G=\langle q \rangle מתקיים g\in G\setminus \{e\} אזי לכל ord G=p מתקיים חבורה חבורה G מתקיים מסקנה: יהי
                                                      אזי G אזי G אזי G אזי G אזי G אזי G אזי אזי G אזי מסקנה: יהי
                                 n^{p-1}\equiv 1\mod p אזי \gcd(n,p)=1 באשר n\in\mathbb{N} ויהי p\in\mathbb{P} ויהי מסקנה משפט פרמה הקטן: יהי
                                                  |HK| = rac{|H|\cdot|K|}{|H\cap K|} אזי חבורות חבורה H,K \leq G למה: תהא
\operatorname{ord}(K)=p וכן \operatorname{ord}(H)=p באשר H,K\leq G אזי לכל ותהא G=p חבורה באשר G ותהא חבורה באשר אזי לכל
                                                                                                                  K=H מתקיים
                                                                (S_n/\mathsf{Stab}(1)) \cap (S_\mathsf{Stab}(1) \setminus S_n) = \{\mathsf{Stab}(1)\} אזי n \in \mathbb{N}_{\geq 3} יהי n \in \mathbb{N}_{\geq 3}
                                                            HqK אזי g \in G ויהי H, K < G אזי חבורה תהיינה
                                                   G טענה: תהא G חלוקה של H,K \leq G טענה: תהא חבורה ותהיינה
                                                                    המקיימת \varphi:G 	o H אזי חבורות G,H המקיימת הומומורפיזם:
                                                                                          .arphi\left(e_{G}
ight)=e_{H} :שימור איבר יחידה
                                                                .\varphi\left(a\cdot b\right)=\varphi\left(a\right)\cdot\varphi\left(b\right)מתקיים a,b\in Gלכל לכל • שימור כפל
                                                                     .arphi\left(g^{-1}
ight)=arphi\left(g
ight)^{-1} מתקיים g\in G שימור הופכי: לכל
.(arphi\left(a\cdot b^{-1}
ight)=arphi\left(a
ight)\cdotarphi\left(b
ight)^{-1} מתקיים a,b\in G מתקיים a,b\in G אזי arphi אזי arphi הומומורפיזם) אזי מענה: תהיינה
             \ker(\varphi)=\{g\in G\mid \varphi(g)=e_H\} אזי הומומורפיזם \varphi:G	o H חבורות ויהי חבורות G,H הומומורפיזם: תהיינה
                                                                    למה: תהיינה G,H חבורות ויהי G,H חבורות למה:
                                                                                                                \operatorname{Im}(\varphi) \leq H \bullet
                                                                                                               \ker(\varphi) < G \bullet
                                                                                            (\ker(\varphi) = \{e_G\}) \iff (y \text{"nn } \varphi) \bullet
           \psi\circ \varphi אוווות היינה \psi:H	o K הומומורפיזם הומומורפיזם אזי הומומורפיזם אי\psi:G	o H הומומורפיזם סענה:
```

H\*q אזי  $q\in G$  ויהי H< G אזי חבורה תהא

טענה: תהא G חבורה אזי Id הינו הומומורפיזם.  $g\in G$  לכל g(g)=e המוגדרת  $g\in G$  לכל g(g)=e הינה הומומורפיזם. טענה ההומומורפיזם הטריוואלי: תהא  $g\in G$  חבורה אזי  $g\in G$  אזי  $g\in G$  הינו הומומורפיזם.  $g\in G$  טענה הומומורפיזם ההכלה: תהא  $g\in G$  חבורה ותהא  $g\in G$  אזי  $g\in G$  אזי  $g\in G$  הינו הומומורפיזם.  $g\in G$  טענה: יהי  $g\in G$  שזי מעל  $g\in G$  אזי  $g\in G$  אזי  $g\in G$  המוגדרת  $g\in G$  לכל  $g\in G$  לכל  $g\in G$  אזי  $g\in G$  המוגדרת  $g\in G$  המוגדרת  $g\in G$  לכל  $g\in G$ 

 $\operatorname{ord}(\varphi(q))|\operatorname{ord}(q)$  אזי  $q\in G$  אויי הומומורפיאם ויהי  $g\in G$  אויי היינה G,H טענה: תהיינה

```
.
ho\left(\sigma
ight)\cdot v=\left(egin{array}{c} v_{\sigma(1)}\ dots\ v_{\sigma(n)} \end{array}
ight) אזי v\in\mathbb{R}^n ויהי \sigma\in S_n תהא n\in\mathbb{N} אזי n\in\mathbb{N}

ho:S_n	o \mathsf{GL}_n\left(\mathbb{R}
ight) אזי n\in\mathbb{N} הינה הומומורפיזם. 
ho:S_n	o \mathsf{GL}_n\left(\mathbb{R}
ight)
                                                                                          \det\left(
ho\left(\sigma
ight)
ight)\in\left\{\pm1
ight\} אזי \sigma\in S_n ותהא n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                                  \operatorname{sign} = \det \circ 
ho המוגדרת \operatorname{sign} : S_n 	o \{\pm 1\} אזי n \in \mathbb{N} המוגדרת
                                                                                                          מסקנה: יהי n\in\mathbb{N} אזי sign מסקנה: יהי
                                                     \operatorname{sign}(\sigma)=rac{\prod_{i< j}(\sigma(i)-\sigma(j))}{\prod_{i< j}(i-j)} אזי \sigma\in S_n אווי n\in\mathbb{N} טענה: יהי n\in\mathbb{N} ותהא \sigma\in S_n אווי n\in\mathbb{N} טענה: יהי n\in\mathbb{N} טענה: יהי n\in\mathbb{N} ותהא n\in\mathbb{N} אווי n\in\mathbb{N} אווי n\in\mathbb{N} טענה: יהי n\in\mathbb{N} ותהא
                                                                                          A_n = \ker\left(\operatorname{sign}
ight) אזי n \in \mathbb{N} חבורת התמורות הזוגיות: יהי
                                                                                                                            A_n \leq S_n אזי n \in \mathbb{N} טענה: יהי
                                                                         arphi:G	o H איזומורפיזם הפיך חבורות אזי חבורות היינה תהיינה תהיינה איזומורפיזם: חבורות אזי חבורות איז
                                                                                               G \cong H אזי איזומורפיות איזומר G,H סימון: תהיינה
                                                             . למה: תהיינה G,H חבורות ויהי \varphi:G	o H ויהי חבורות מהיינה למה: תהיינה מיינה למה:
               למה: תהיינה \psi\circ \varphi איזומורפיזם איז \psi:H	o K איזומורפיזם ויהי \phi:G	o H איזומורפיזם איז למה: תהיינה
                                                                                        \mathcal{A} טענה: תהא \mathcal{A} קבוצה של חבורות אזי יחס שקילות על
                                                                                                                           .C_n\cong R_n אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
.arphi=\psi אזי arphi_S=\psi_{
estriction_S} חבורות תהא אזי arphi_S=\psi באשר באשר אזי \langle S
angle=G ויהיו ויהיו \langle S
angle=G באשר באשר באשר באשר אזיי מענה:
                                                                        .arphi:G	o H מונומורפיזם: תהיינה G,H חבורות אזי הומומורפיזם תהיינה
                                                                             arphi:G	o H אפימורפיזם על אזי הומומורפיזם G,H חבורות אפימורפיזם:
                                                                                          arphi:G	o G אוטומורפיזם: תהא חבורה אזי איזומורפיזם: תהא
                                                                          .Aut (G)=\{\varphi:G	o G\mid סימון: תהא G חבורה אזי \{\varphi\} אוטומורפיזם
                                                                                                         חבורה (Aut (G), \circ) חבורה G חבורה G
                                                                                                                                K = C_2 \times C_2 חבורת קליין:
                                                                                                                            טענה: חבורת קלייו הינה אבלית.
                                                                                                                           טענה: חבורת קליין אינה ציקלית.
                                                                                                              .C_4טענה: חבורת קליין אינה איזומורפית ל־
                                c_{q}\left(x
ight)=gxg^{-1} המוגדרת c_{q}:G	o G אזי g\in G לכל לכל תהא חבורה תהא פונקציית הצמדה:
                                                                                               . טענה: תהא G אוטומורפיזם אזי חבורה ויהי G אוטומורפיזם.
                                 \varphi=c_a המקיים פנימי: תהא g\in G עבורו קיים \varphi:G\to G אוטומורפיזם אוטומר תהא חבורה מיים פנימי: תהא
                                                                                                   .\operatorname{Inn}\left(G\right)=\left\{c_g\mid g\in G\right\} סימון: תהא חבורה אזי
                                                .c_{a}\left( H
ight) =H מתקיים g\in G מתקיים אזי חבורה אזי חבורה אזי חבורה מורמלית: תה
                                                                                          H \unlhd G נורמלית אזי H \subseteq G חבורה חבורה G חבורה H \subseteq G
                                                                                                             טענה: תהא G חבורה ותהא H \leq G טענה:
                                                                                                                                                    .H \triangleleft G \bullet
```

 $g^{-1}Hg=H$  מתקיים  $g\in G$  לכל  $gHg^{-1}=H$  מתקיים  $g\in G$  לכל gH=Hg מתקיים  $g\in G$  לכל  $g^{-1}Hg\subseteq H$  מתקיים  $g\in G$  לכל  $g^{-1}Hg\subseteq H$  מתקיים  $g\in G$  לכל  $g\in G$ 

 $\operatorname{Inn}(G) \unlhd \operatorname{Aut}(G)$  טענה: תהא G חבורה אזי

 $H \unlhd G$  אזי G:H]=2 באשר  $H \subseteq G$  אזי חבורה תהא טענה: תהא

 $K \unlhd G$  אופיינית ב־H אויי אויי אויינית  $H \unlhd G$  טענה: תהא

 $K \unlhd G$  אופיינית אזי $K \subseteq G$  מסקנה: תהא חבורה ותהא

 $.arphi\left(K
ight)=K$  מתקיים  $arphi\in\mathrm{Aut}\left(G
ight)$  עבורה לכל עבורה אזי חבורה אוניינית: תהא חבורה אזי אוניינית

 $G/H = H \setminus G \bullet$ 

```
הינה הומומורפיזם. q
                                                                                                                                              \ker(q) = N \bullet
                                                                                                                                                         על. q ●
                         (H=\ker(arphi) עבורו arphi:G	o G עבורו arphi:G	o G אזי (H=\ker(arphi)א אזי איי (H\subseteq G) אזי איי (H=\ker(arphi)
                                                                                                                            \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}\cong\mathbb{Z}_n אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                 G/\ker(arphi)\cong \mathrm{Im}\,(arphi) אזי הומומורפיזם הראשון/אמי נת'ר: תהיינה G,H חבורות ויהי
                                                                                      טענה: תהא חבורה אין בדיוק אזי מתקיים מתקיים מחבאים מחבים G
                                                                                                                                                      .G\cong\mathbb{Z} •
                                                                                                                           G \cong \mathbb{Z}_n עבורו n \in \mathbb{N} פיים •
                                                                                                                   |G/\mathcal{Z}(G)| \notin \mathbb{P} טענה: תהא G חבורה אזי
                                            G \cong H 	imes K אזי אH \cap K = \{e\} וכן וכן HK = G באשר אוי H, K \unlhd G טענה: תהא
                                                                      \mathbb{Z}_{nm}\cong\mathbb{Z}_n	imes\mathbb{Z}_m ארים אזי n,m\in\mathbb{N} יהיו יהיו מסקנה משפט השאריות הסיני:
טענה: יהי p\in \mathbb{P} תהא p\in M אזי H\neq M אזי אזי אווי היהי אוכן מאינדקס M מאינדקס אזי מאינדקס M באשר אווי אזי M
                                                                                                                                                         p^2 | \text{ord} (G)
                                               חבורת המכפלה החצי ישרה: תהיינה H,K חבורות ויהי \varphi:K	o {
m Aut}\,(H)
                                                  (H \times K, \cdot) אאי k, k' \in K ולכל ולכל ולכל ולכל (h, k) \cdot (h', k') = (h \cdot \varphi(k)(h'), k \cdot k')
                                    H \rtimes_{arphi} K חבורות ויהי G : K 	o \operatorname{Aut}(H) אזי חבורת המכפלה החצי ישרה הינה H, K סימון: תהיינה
                                                                . הינה חבורה אזי H \rtimes_{\varphi} K אזי \varphi: K \to \operatorname{Aut}(H) חבורות ויהי חבורה H, K
                         H \rtimes_{\varphi} K \cong H \times K איז א k \in K כל לכל \varphi(k) = \operatorname{Id}_H כך \varphi: K \to \operatorname{Aut}(H) חבורות נגדיר איז איז איז איז פענה: תהיינה
                                          .Aff (\mathbb{F})=\{f:\mathbb{F}	o\mathbb{F}\mid\exists a\in\mathbb{F}^{	imes}\ (\exists b\in\mathbb{F}\ (\forall x\in\mathbb{F}\ (f\ (x)=ax+b)))\} יהי שדה אזי
                                                                                                                 טענה: יהי \mathbb{F} שדה אזי (Aff (\mathbb{F}), \circ) טענה:
                     A\mathrm{ff}(\mathbb{F})\cong\mathbb{F}
times_{arphi}\mathbb{F}^{	imes} אזי b\in\mathbb{F} אזי a\in\mathbb{F}^{	imes} לכל arphi(a) לכל arphi(a) לכל arphi(a) אזי arphi(a) אזי arphi(a)
                                    . Iso (P)=\{arphi:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R}^2\mid (מצולע משוכלל אזי arphi)\wedge(arphi(P)=P)\} איזומטריה מצולע משוכלל משוכלל אזי
                                                        D_n = \mathrm{Iso}\left(P
ight) אזי קודקודים אונלע משוכלל בעל מצולע מצולע יהי יהי יהי אזי ויהי רהבורה מצולע משוכלל אולע מ
                                                                                                                   . חבורה (D_n,\circ) אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} יהי
                           \langle X\mid \varphi_1\dots\varphi_n\rangle=\{x\in\langle X\rangle\mid igwedge_{i=1}^n arphi_i(x)\} אזי איזי (X\mid \varphi_1\dots\varphi_n) פרידיקטים על איזי
                                                                               D_n\cong\left\langle r,s\mid s^2=e,r^n=e,srs=r^{-1}
ight
angle אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} יטענה: יהי
                                                                                                                                        משפט: יהי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} אזי
                               D_n אוי של החבורות הנורמליות אזי \{D_n,\langle sr,r^2\rangle,\langle s,r^2\rangle\}\cup\{H\leq\langle r\rangle\} אזי אזי n\in\mathbb{N}_{\mathrm{even}} אם •
                                                        D_n אויי אורמליות הנורמליות הן כל הוך אויי \{D_n\} \cup \{H \leq \langle r \rangle\} אוי n \in \mathbb{N}_{\mathrm{odd}} אם n \in \mathbb{N}_{\mathrm{odd}}
```

 $\mathcal{Z}\left(G
ight)=\left\{g\in G\mid orall h\in G.gh=hg
ight\}$  מרכז של חבורה: תהא

 $\mathcal{H}\left(\mathbb{F}
ight)=\left\{\left(egin{array}{c}1&a&b\\1&c\\1\end{array}
ight)\ \middle|\ a,b,c\in\mathbb{F}
ight\}$  שדה סופי אזי  $\mathbb{F}$  שדה סופי אזי

 $\ker\left(\varphi\right) extlesigma G$  אזי אוינה G,H חבורות ויהי ויהי G extlesigma G extlesigma G חבורות ויהי

 $q\left(g
ight)=gN$  המוגדרת q:G o G/N אזי איזי N olember G חבורה תהא

 $.(gN)*(hN)=(g*h)\,N$  כך \*:G/N imes G/N o G/N o G/N נגדיר  $N ext{ } extstyle G$  נגדיר (G,\*) חבורה ותהא

 $H \in \{\{e\},G\}$  מתקיים  $H \unlhd G$  עבורה עבורה חבורה משוטה:

(G/N,\*) אזי אזי  $N \lhd G$  חבורה ותהא חבורת (G,\*) אזי . חבורה הינה חבורת חבורת אזי חבורת אזי חבורה G אזי חבורה G

טענה: תהא חבורה תהא  $N \unlhd G$  ותהא חבורה G העתקת המנה אזי

 $\mathcal{Z}\left(G\right) riangleleft G$  טענה: תהא חבורה אזי G

טענה: יהי  $\mathbb{F}$  שדה סופי אזי  $\mathcal{H}\left(\mathbb{F}\right)$  חבורה.

 $A_n \unlhd S_n$  אזי  $n \in \mathbb{N}$  טענה: יהי

מסקנה: יהי  $p\in\mathbb{P}$  אזי מסקנה: טענה: יהי  $n \in \mathbb{N}_{\mathrm{odd}}$  פשוטה.  $n \in \mathbb{N}_{\mathrm{odd}}$ 

 $\mathcal{Z}\left(\mathcal{H}\left(\mathbb{F}
ight)
ight)\cong\left(\mathbb{F},+
ight)$  טענה: יהי $\mathbb{F}$  שדה סופי אזי

```
arphi(k)=c_k סענה: תהא G חבורה יהי G א יהי G באשר G באשר G באשר G באשר G לכל H נגדיר H
                                                                                                     .G\cong H
times_{arphi}K איז k\in K
                            D_n\cong C_n איזי k\in K לכל arphi(k)=c_k כך כך arphi:C_2	o {
m Aut}\,(C_n) ונגדיר וונגדיר n\in \mathbb{N}_{\geq 2} יהי
                                               חבורה G_0 \dots G_n \leq G וקיימות n \in \mathbb{N}_+ עבורה קיים עבורה מעירה: חבורה מעירה
                                                                                                 G_0 = \{e\} וכן G_n = G \bullet
                                                                                                 i \in [n] לכל G_{i-1} \unlhd G_i
                                                                                              .i \in [n] אבלית לכל G_i/G_{i-1}
                                                                                     G פתירה אבלית אזי G פתירה.
                                                         . אינה פתירה G אינה אבלית אזי G אינה פשוטה באשר חבורה G אינה אבלית יענה:
                                                                                              משפט: יהיn\in [4] אזי S_n פתירה.
                                          חבורה G_0 \dots G_n \leq G וקיימות וקיים עבורה עבורה עבורה עבורה G המקיימות חבורה נילפוטנטית:
                                                                                                 G_0 = \{e\} וכן G_n = G \bullet
                                                                                                  i \in [n] לכל G_{i-1} \triangleleft G \bullet
                                                                                      i \in [n] לכל G_i/G_{i-1} < \mathcal{Z}\left(G/G_{i-1}\right)
                                                                                פתירה. G אזי G פתירה. נילפוטנטית אזי
                                H/(H\cap N)\cong (HN)/N אזי M\unlhd G ותהא ותהא M\subseteq G משפט האיזומורפיזם השני: תהא
                                                     N/K \unlhd G/N אזי אזי K \subseteq N באשר N, K \unlhd G טענה: תהא
                       G/N\cong (G/K)/(N/K) אזי K\leq N משפט האיזומורפיזם השלישי: תהא G חבורה ותהיינה או האיזומורפיזם השלישי:
    משפט ההתאמה: תהא \Phi:\{H\leq G\mid N\leq H\}	o \{H\mid H\leq G/N\} משפט ההתאמה: תהא 0 חבורה ותהא 0 אזי קיימת אזי קיימת
                                                                   \Phi\left(K
ight) 	riangleq G/N מתקיים N \leq K המקיימת K 	riangleq G
                                                C/K \cong \Phi(G)/\Phi(K) מתקיים N < K המקיימת א המקיים לכל - פשמרת מנות: לכל K \lhd G
                                             .(פשוטה) מקסימלית) אזי ותהא M \subseteq G אזי ותהא M \subseteq G אזי ותהא חבורה ותהא M \subseteq G
                   המקיימת f:G	imes X	o T המקיימת קבוצה אזי פונקציה G הבורה על קבוצה: תהא המקיימת שמאלית של חבורה על קבוצה:
                                                                                        f(e,x)=x מתקיים x\in X •
                                                        f(g \cdot h, x) = f(g, f(h, x)) מתקיים x \in X ולכל g, h \in G
                                                                   הערה: מכאן והלאה המונח פעולה יתאר פעולה שמאלית בלבד.
                                 f\left(g,x
ight)=g.x אזי אזי G פעולה על f:G	imes X	o X פעולה על קבוצה ותהא G
                                          G \curvearrowright X = \{f: G 	imes X 	o X \mid פעולה f\} פעולה ותהא G חבורה ותהא סימון: תהא
                                                 f אזי f(g,x)=gx כך כך f\in G\curvearrowright G אזי חבורה נגדיר תהא
                                                                       . מענה: תהא G חבורה אזי הפעולה השמאלית הינה פעולה.
                                                 f אזי f(g,x)=xg^{-1} כך f\in G\curvearrowright G אזי חבורה מגדיר תהא
                                                                          . מענה: תהא G חבורה אזי הפעולה הימנית הינה פעולה.
                                                            הפעולה. את g.x ונסמן או פועלת על G את הפעולה מכאן והלאה מכאן הלאה מיט פועלת מיט הערה:
                        \operatorname{corb}_lpha(x)=\{g.x\mid g\in G\} אזי x\in X איזי lpha\in G\curvearrowright X מסלולים: תהא lpha קבוצה תהא
                                          o(x) = \operatorname{orb}(x) אזי x \in X ויהי א ויהי X חבורה חבורה G חבורה תהא
                   .o\left(x
ight)=X המקיים x\in X המקיים f\in G\curvearrowright X עבורה חבורה ותהא G חבורה חבורה קיים אזי
                         \operatorname{Stab}_G(x)=\{g\in G\mid g.x=x\} איי X\in X ויהי ווהי G חבורה הפועלת על מייצב: תהא מייצב
                                           Stab_G\left(x
ight) \leq G אאי x \in X ויהי אויה X \in X איזי חבורה הפועלת על
                 x \in X מתקיים x \in X מתקיים x \in X מנולה חופשית: תהא x \in X מתקיים x \in X מתקיים פעולה
                                        lpha\left(g
ight)\in S\left(X
ight) אזי g\in G ויהי lpha\in G\curvearrowright X אמי קבוצה תהא למה: תהא
             arphi_lpha\left(g
ight)(x)=lpha\left(g,x
ight) חבורה תהא G חבורה ותהא איlpha\in G\curvearrowright X אזי מהא חבורה תהא G חבורה תהא א
                                                 . טענה: תהא G חבורה תהא X קבוצה ותהא \alpha \in G \curvearrowright X אזי \alpha הומומורפיזם
lpha_{arphi}\left(g,x
ight)=arphi\left(g
ight)(x) המוגדרת תהא lpha_{arphi}:G	imes X הומומורפיזם אזי lpha:G	imes X המוגדרת על קבוצה ויהי
```

 $\mathcal{H}\left(\mathbb{F}_{2}\right)\cong D_{4}$  טענה:

```
O(x) = [G: \operatorname{Stab}_G(x)] איז X \in X איז חבורה הפועלת על X ויהי אוא קבוצה תהא
|\{o\left(x
ight)\mid x\in X\}|=rac{1}{|G|}\sum_{g\in G}|\{x\in X\mid g.x=x\}| למה של ברנסייד: תהא G חבורה סופית הפועלת על X אזי
                 lpha\left(g,g'H
ight)=gg'H המוגדרת lpha\in G\curvearrowright G/H אזיlpha\in G המעולה על הקוסטים השמאליים: תהא
                                    . אזי הפעולה טרנזיטיבית אזי הפעולה אזי הפעולה אזי אזי הפעולה אזי חבורה ותהא אזי הפעולה אזי הפעולה אזי הפעולה אזי חבורה ותהא
          עבורן קיימת (\alpha,\beta)\in (G\curvearrowright X)	imes (G\curvearrowright Y) אוות חבורה אזי עבורן תהיינה X,Y עבורן עהיינה פעולות אקווריאנטיות/שקולות: תהיינה
                                                 x\in X ולכל g\in G לכל F\left(lpha\left(g,x
ight)
ight)=eta\left(g,F\left(x
ight)
ight) ולכל המקיימת F:X	o Y
טענה: תהא o\left(x
ight)=X עבורו x\in X טרנזיטיבית תהא lpha\in G\curvearrowright X אזי הפעולה על חבורה תהא איזי הפעולה על מענה:
                                                                                                     \alpha-אקווריאנטית ל-G/_{Stab_G(x)} אקווריאנטית ל-
מסקנה: תהא עבורה הפעולה על הקוסטים השמאליים \alpha \in G \curvearrowright X טרנזיטיבית אי קיימת אינ קבוצה תהא מחבורה ותהא מסקנה: תהא אוותה עבורה ותהא אוותה מסקנה:
                                                                                                                                   lphaאקווריאנטית ל
                                              X טענה: תהא \{o\left(x\right)\mid x\in X\} אזי אוי חבורה חבורה G חלוקה של
                        .o\left(x
ight)=X מתקיים x\in X אוי לכל אזי טרנזיטיבית מסקנה: תהא חבורה חבורה ותהא מסקנה: תהא
                            איי p\in igcup_{i=1}^n arphi_i (P	imes\{0\}) איי ותהא של P\subseteq \mathbb{R}^2 איי אייומטריות משוכלל יהיו מצולע משוכלל יהיו
                                                                                            .Poly (p) = |\{\varphi_i (P \times \{0\}) \mid p \in \varphi_i (P \times \{0\})\}|
עבורן \mathbb{R}^3 עבורה איזומטריות איזומטריות איזומטריות עבורה קיים מצולע משוכלל אוני: קבוצה קמורה לא G \subset \mathbb{R}^3 עבורה קיים מצולע משוכלל
                                                                                         \partial K = \bigcup_{i=1}^n \varphi_i \left( P \times \{0\} \right) פאות איזומטריות: •
                                            .
Poly (v_1)= Poly (v_2) מתקיים v_1,v_2\in K פודקודים לכל קודקודים ההה כמות<br/>ף יהה משותף ההה כמות:
עבורן \mathbb{R}^3 עבורן arphi_1\ldotsarphi_n של arphi_1\ldotsarphi_n של איזומטריות איזומטריות אפלטוני: יהיK\subseteq\mathbb{R}^3 אוף אפלטוני אזיn\in\mathbb{N} מינימלי עבורו קיימות איזומטריות
                                                                                  באשר P\subseteq\mathbb{R}^2 באשר \partial K=\bigcup_{i=1}^n \varphi_i\left(P	imes\{0\}\right)
                                  .
Iso (P)=\left\{arphi:\mathbb{R}^3	o\mathbb{R}^3\;\middle|\; (מיזומטריה) איזומטריה אזי גוף אפלטוני אזי אפלטוני אזי K\subseteq\mathbb{R}^3 יהי היי
        \operatorname{Iso}_{+}\left(P
ight)=\left\{arphi:\mathbb{R}^{3}
ightarrow\mathbb{R}^{3}\mid\left(היינטציה משמרת אוריינטציה אוו איז \left(arphi:K
ight) איזומטריה אוריינטציה אור אוריינטציה אזי K\subseteq\mathbb{R}^{3} גוף אפלטוני אזי K\subseteq\mathbb{R}^{3}
                              \{n,\operatorname{Poly}(k)\} גוף אזי v\in K פאות ויהי v\in K פאות אזי גוף אפלטוני בעל אוף אפלטוני בעל אוף איז אוף אפלטוני בעל אוף איזי אוף אפלטוני בעל
                                                                                                     הערה: סימון שלפלי אינו קבוצה אלא סימון.
                                                                                  \{5,3\} בעל סימון שלפלי בעל K\subseteq\mathbb{R}^3 בעל אפלטוני גוף אפלטוני
                                                                                                  \operatorname{Iso}_+(D) \cong A_5 טענה: יהי D דודקהדרון אזי
                                                                                          .ord (Iso<sub>+</sub> (D)) = 60 מסקנה: יהי דודקהדרון אזי
                                                  G \cong H עבורה H < S\left(X
ight) וקיימת קבוצה אזי קיימת חבורה אזי קיימת חבורה H < S\left(X
ight)
                                                    G\cong H עבורה H\leq S\left(\mathbb{N}
ight) אזי קיימת G אזי איי סrd עבורה באשר G עבורה מסקנה:
                                   \operatorname{ord}(g)=p עבורו g\in G איי קיים איי איי p|\operatorname{ord}(G) עבורו עבורה סופית ויהי p\in \mathbb{P} עבורו
                          .ord (H)=p איי קיימת H\leq G איי קיימת p[\operatorname{ord}(G)] עבורו ויהי p\in\mathbb{P} עבורה סופית ויהי
                                                                        G \cong S_3 או G \cong \mathbb{Z}_6 אזי G \cong G או G \cong G טענה: תהא
                                                           lpha\left(g,h
ight)=c_{g}\left(h
ight) המוגדרת lpha\in G\curvearrowright G חבורה אזי חבורה lpha
                                                                                      h^g=g^{-1}hg אזי אזי h,g\in G סימון: תהא
                                                                                   a.h^{g\cdot k}=\left(h^g
ight)^k אזי g,h,k\in G טענה: תהא G חבורה ויהיו
                                                               A[h] = \left\{ghg^{-1} \mid g \in G
ight\} אזי אזי חבורה חבורה G חבורה מחלקת הצמידות:
                                                          a(h)=o\left(h
ight) אזי אa(h)=o\left(h
ight) אזי אינה: תהא חבורה מצויידת עם פעולת ההצמדה ויהי
                                                                                     G אזי \{[h]\mid h\in G\} חלוקה של חבורה מסקנה: תהא
                                                       .C_G\left(h
ight)=\left\{g\in G\mid gh=hg
ight\} אזי איר חבורה חבורה G חבורה תהא איבר: תהא
                                               C_G(h) = \operatorname{Stab}_G(h) אזי h \in G טענה: תהא מצויידת עם פעולת ההצמדה ויהי
                                                                                         C_G(h) < G אזי h \in G חבורה ויהי חבורה מסקנה: תהא
```

. פעולה  $lpha_{arphi}$  חבורה תהא אזי קבוצה ויהי  $arphi:G o S\left(X
ight)$  פעולה תהא חבורה תהא מענה:

 $\mathcal{Z}\left(G
ight) = igcap_{g \in G} C_G\left(g
ight)$  טענה: תהא G חבורה אזי

 $|G||=|G:C_{G}\left( g
ight)$  אזי  $g\in G$  מסקנה: תהא חבורה חבורה סופית ויהי

טענה: תהא G חבורה אזי  $\mathcal{Z}\left(G\right)$  אופיינית.  $G/\mathcal{Z}(G)\cong\operatorname{Inn}\left(G\right)$  חבורה אזי  $G/\mathcal{Z}(G)\cong\operatorname{Inn}\left(G\right)$ 

```
\mathcal{Z}\left(G
ight)=igcup \{[g]\mid (g\in G)\wedge (|[g]|=1)\} טענה: תהא G חבורה סופית אזי
                              למה: יהי eta=(m_{1,1}\ ...\ m_{1,\ell_1})\circ\ldots\circ(m_{b,1}\ ...\ m_{b,\ell_b}) באשר lpha,eta\in S_n תהיינה n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי
                                                                                                                                .\alpha\beta\alpha^{-1} = (\alpha(m_{1,1}) \dots \alpha(m_{1,\ell_1})) \circ \dots \circ (\alpha(m_{b,1}) \dots \alpha(m_{b,\ell_b}))
                                                                                                                                                                                                                            . פשוטה A_5
                                                           H=A_n אזי \pi\in H אזי המקיים שלוש המקיים H 	riangleq A_n אזי n\in \mathbb{N}_{>5} למה: יהי n\in \mathbb{N}_{>5}
                                                                                                                                                                                                                            . למה: A_6 פשוטה
                                                                                                                                                          משפט: יהי n\in\mathbb{N}_{>5} אזי משפט: יהי n\in\mathbb{N}_{>5}
                                         \mathbb{FP}=(\mathbb{F}^2\setminus\{0\})/R אזי R=\left\{(x,y)\in\mathbb{F}^2\setminus\{0\}\;\middle|\;\exists\lambda\in\mathbb{F}^	imes\;(x=\lambda y)
ight\} אזי R=\left\{(x,y)\in\mathbb{F}^2\setminus\{0\}\;\middle|\;\exists\lambda\in\mathbb{F}^	imes\;(x=\lambda y)
ight\} הישר הפרויקטיבי: יהי
                                                                                                                   \mathcal{Z}\left(\mathrm{GL}_n\left(\mathbb{F}
ight)
ight)=\{\lambda I_n\mid\lambda\in\mathbb{F}^	imes\} אזי n\in\mathbb{N}_{\geq2} שדה ויהי \mathbb{F} שדה ויהי מענה: יהי
                                                                                                                           	ext{.PGL}_n\left(\mathbb{F}
ight)=	ext{GL}_n(\mathbb{F})/\mathcal{Z}_{\left(	ext{GL}_n(\mathbb{F})
ight)} אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} שדה ויהי \mathbb{F} שדה ויהי
                                                                                                             |G|=p^n אזי חבורה n\in\mathbb{N} עבורה קיים n\in\mathbb{N} אזי חבורה אזי חבורה יהי
                                                                                                                                                \mathcal{Z}\left(G
ight)
eq\left\{e
ight\} אזי p\in\mathbb{P} ותהא חבורת G ותהא
                                                                                                                                        . מסקנה: יהי p\in\mathbb{P} ותהא G חבורה מסדר p\in\mathbb{P} אזי אבלית
                                                                                                                                                  . נילפוטנטית G אזי G ותהא חבורת G ותהא ותהא p\in\mathbb{P}
H \leq G אזי אוי|G| = p^k \cdot m חבורה באשר G חבורה באשר אויי אויי אויי m, k \in \mathbb{N} אזי איזי p \in \mathbb{R}
                                                                                                                                                                                                                                         |H| = p^k
p חבורה K \leq G חבורה חובר חבורת H) חבורה חבורה H אאי ווא איי ווא חבורה חבור
                                                                                                                                                                                                                    |K| \leq |H| מתקיים
                                    (p \not\mid [G:H] וכן pר חבורת H) חבורה H אאי ווענה: יהי H \leq G אאי ווער חבורה ותהא ווענה: יהי
                                                              \operatorname{Syl}_n\left(G
ight)=\left\{H\leq G\mid G אילו של p סימון: יהי p\in\mathbb{P} ותהא חבורה סופית אזי חבורה אזי p\in\mathbb{P}
                                                                                                                                   n_p = \left| \mathrm{Syl}_p \left( G 
ight) 
ight| יהי אזי חבורה חבורה G ותהא יהי יהי יהי יהי
                                                                                                             p 
otin \gcd(p,m) = 1 באשר p \in \mathbb{N}_+ ויהיו p \in \mathbb{N}_+ ויהיו איז p \in \mathbb{N}_+ באשר ויהיו
                                      G משפט סילו הראשון: יהי H תת־חבורה סופית אזי קיימת H \leq G ותהא חבורה סופית חבורה סופית אזי קיימת
                                                                                                                                                   n_p \geq 1 יהי חבורה חבורה p \in \mathbb{P} יהי מסקנה: יהי
                                                                       N_G(H)=\left\{g\in G\mid gHg^{-1}=H
ight\} אזי H\leq G חבורה תהא חבורה: תהא G
                                                                                                          H \subseteq N_G(H) וכן N_G(H) \subseteq G אזי H \subseteq G חבורה חבורה G אסענה: תהא
H,K \leq G חבורות־G חבורה באשר חבורה G חבורות באשר חבורות באשר חבורות באשר חבורות באשר חבורות באשר חבורות־G
                                                                                                                                                                                         .H \nsubseteq N_G(K) אזי H \neq K באשר
gHg^{-1}=K עבורו g\in G משפט סילו של G סילו של H,K תת־חבורה סופית ותהיינה g\in \mathbb{P} עבורו אזי קיים
                                             (n_p=1)\Longleftrightarrow (H\unlhd G) מסקנה: יהי p אזי תהא H תת־חבורה סופית ותהא p\in\mathbb{P} מסקנה:
y \in Y ולכל g \in G אזי איזי Y \subseteq X עבורה לכל חבורה קבוצה ותהא G חבורה ותהא קבוצה אינווריאנטית/שמורה לפעולה:
                                                                                                                                                                                                                          g,y \in Y מתקיים
עבורה \mathcal{O}\subseteq X שמורה)\Longleftrightarrow(קיימת Y שמורה) אזי איזי Y\subseteq X אוי ותהא Y\subseteq X חבורה הפועלת על אוי חבורה מענה:
```

 $\sum_{g\in C}rac{1}{|C_G(g)|}=1$  אזי  $\{[h]\mid h\in G\}$  משפט משוואת מחלקות הצמידות: תהא חבורה סופית ותהא  $C\subseteq G$  קבוצת נציגים של

 $|R| \equiv 1 \mod p$ . ותהא  $p \equiv 1 \mod p$  ותהא  $p \equiv 1 \mod p$  ותהא  $p \equiv 1 \mod p$  ותהא אזי והי וההא  $p \in \mathbb{P}$  ותהא

 $\left|C_{G}\left(k
ight)
ight|=\left|C_{G}\left(h
ight)
ight|$  אזי אזי  $k=ghg^{-1}$  באשר באשר g,h,k איזי חבורה G

 $n_p|m$  אזי אזי  $|G|=p^k\cdot m$  חבורה באשר  $m,k\in\mathbb{N}$  ותהא  $m,k\in\mathbb{N}$  מטקנה: יהי יהיו

טענה:  $\alpha$  אזי  $\alpha$  חבורה סופית ונגדיר  $\alpha$  אזי  $\alpha$  כך  $\alpha \in G \curvearrowright \mathrm{Syl}_n(G)$  אזי  $\alpha$  טרנזיטיבית.  $\alpha$  ענה: יהי

למה: R וכן  $H\in R$  וכן  $H\in R$  הינה אזי אויר תהיא  $R\subseteq \operatorname{Syl}_n(G)$  באשר  $H\subseteq G$  הינה  $H\subseteq G$  למה: R וכן R הינה R

 $n_{p}|\mathrm{ord}\left(G
ight)$  אזי חבורה חבורה G ותהא ותהא היי יהי מסקנה: יהי

 $\mathcal{A}Y = \bigcup_{x \in \mathcal{O}} o(x)$ 

מסקנה משפטי סילו: יהי  $p \in \mathbb{P}$  ותהא חבורה סופית אזי

- G באשר H תת־חבורה־G סילו של  $H \leq G$  באשר 1.
- $.gHg^{-1}=K$  עבורו  $g\in G$  עבורו של G אזי סילו של g סילו של H,K תת־חבורות.

```
.n_p \equiv 1 \mod p .3
                                                                                                H=\langle\pi
angle עבורו \pi\in S_p אזי קיים p־מעגל H=p באשר באשר אבורו H\leq S_p ותהא ותהא p\in\mathbb{P}
                                                                                                                                                                            (p-1)! \equiv -1 \mod p אזי p \in \mathbb{P} מסקנה משפט ווילסון: יהי
                                                                                        . אזי pq אזי אזי q 
eq 1 \mod p וכן p < q אזי אזי pq \in \mathbb{P} ותהא יהיו q \neq 1 \mod p וכן אזי p \neq q באשר
                                                                                                                                             G \cong D_p או G \cong C_{2p} אזי אזי p \in \mathbb{P}_{>2} ותהא p \in \mathbb{P}_{>2}
                                                                            N_G\left(N_G\left(P
ight)
ight)=N_G\left(P
ight) אזי איזי איזי אונה: תהא p\in\mathbb{P} ותהא p\in\mathbb{P} ותהא סענה: תהא
                                                          g\in G ולכל m\in\mathbb{Z} לכל לכל g^n=ng וכן x\in G לכל לכל -x=x^{-1} ולכל פולר אזי e_G=0 ולכל g^n=ng
אזי g,h\in\prod_{i\in I}G_i לכל לכל (g\cdot h)_i=g_i\cdot h_i חבורות נגדיר אזי ולכל ותהיינה קבוצה ותהיינה ותהיינה ותהיינה ותהיינה וולכל ולכל ולכל וולכל וו
                                                                                                                                               חבורה. \prod_{i\in I}G_i אזי חבורות \{G_i\mid i\in I\} חבורה חבורה קבוצה תהא I
igcup_{i\in I}G_n=\left\{g\in\prod_{i\in I}G_i\;ig|\;|\{i\in I\;|\;g_i
eq e_{G_i}\}|\in\mathbb{N}
ight\} חבורת אזי ותהיינה \{G_i\;|\;i\in I\} חבורת הסכום הישר: תהא
                                                                                                                               igoplus_{i\in I}G_n \leq \prod_{i\in I}G_i אזי חבורות אזי \{G_i\mid i\in I\} טענה: תהא קבוצה ותהיינה
                                                                                                                                                                                                                           T\left( G
ight) =G אבורת פיתול: חבורה G
                                                                                                                                                                                          T\left(G
ight)=\left\{ e
ight\} אבורה לכל G חבורה חסרת פיתול:
                                                                                                                                                                                              טענה: תהא G חבורה אבלית אזי חבורה G חסרת פיתול.
                                                                                                                                                                                               G/H אזי איי איז G/H טענה: תהא G אחרה נ"ס ותהא
                                                                                                                    (G^*, H, K) \Leftrightarrow G^* אזי G \cong H \times K חבורות באשר היינה G, H, K מסקנה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                         \bigoplus_X \mathbb{Z} אזי קבוצה אזי תהא תופשית: תהא
```

X אזי אזי חבורה אבלית חופשית: תהא X קבוצה ותהא של חבורה אבלית חופשית אזי X

 $x\mapsto e_x$  כך בסיס עם החופשית האבלית בתוך החבורה אני בעורה טבעית את בצורה בצורה בתוך החבורה אזי נשכן בצורה באינ את הערה:

 $arphi:igoplus_X\mathbb{Z} o G$  משפט התכונה האוניברסלית: תהא f:X o G חבורה ותהא חבורה G חבורה תהא קבוצה תהא  $x\in X$  לכל עבורו עבורו

 $\psi:F o B$  משפט תכונת ההרמה: תהא  $\varphi:A o B$  חבורות אבליות ההיינה A,B חבורה אבלית חופשית תהיינה  $\hat{\psi}:F o A$  אפימורפיזם איז קיים הומומורפיזם איז קיים הומומורפיזם  $\hat{\psi}:F o A$  עבורו

 $G \cong H \oplus G/H$  אזי אוי חופשית אבלית באשר G/H באשר אבלית ותהא אזי חבורה אבלית חבורה G

משפט: תהא G אבלית נ"ס וחסרת פיתול אזי G אבלית חופשית עם בסיס סופי.

 $G \cong \mathbb{Z}^k$  עבורו אזי קיים  $k \in \mathbb{N}$  מסקנה: תהא אבלית נ"ס וחסרת פיתול אזי קיים