```
. חבורה אבלית (R,+)
                                                            (a*b)*c=a*(b*c) מתקיים a,b,c\in R לכל לכל . \bullet
                                                    a*(b+c)=(a*b)+(a*c) מתקיים a,b,c\in R סכל לכל - חוג הפילוג משמאל:
                                                      a,b,c\in R מתקיים (b+c) a=(b*a)+(c*a) מתקיים a,b,c\in R מימין: לכל
                                                                     0_R=e אזי אוי (R,+,*) איבר היחידה של (R,+,*) אזי
                                                        a,b \in R לכל a*b=b*a המקיים (R,+,*) חוג אבלי/קומוטטיבי/חילופי:
                                                           m \neq 0_R וכן m וכן איבר יחידה עבעל איבר (R, +, *) עבורו
                                                                   A_R=m אזי (R,*) איבר היחידה של איבר (R,+,*) אזי (R,+,*)
                                                               . אזי בעל חוג אבלי וכן חוג אבלי חוג אבלי אזי \mathbb{Z}_n אזי חוג אבלי יחידה מענה: יהי n\in\mathbb{N}
                                                . סענה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה ויהי n\in\mathbb{N}_+ אזי n\in\mathbb{N}_+ חוג אבלי בעל יחידה R
                                                     ab=0 מתקיים ab=0 מתקיים a,b\in R עבורו לכל עבורו לכל
                                                                 . תחום שלמות R\left[x_1\dots x_n\right] אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי שלמות שלמות היהי אזי יהי
                                                       R^{\times}=\{a\in R\mid \exists h\in R. ah=ha=1\} הגדרה: יהי חוג אבלי בעל יחידה אזי
                                                                                       למה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה אזי (R^{\times},*) חבורה.
                                                                                     (R[x])^{\times}=R^{	imes} טענה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה אזי
                                                                                        \mathbb{F}^	imes = \mathbb{F}ackslash \{0\} המקיים \mathbb{F} העלי בעל אבלי בעל יחידה
                        \sim_{	ext{Frac}} = \left\{ \left( \left( a,b 
ight), \left( c,d 
ight) 
ight) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight)^2 \mid ad = bc 
ight\} אזי איני R 
eq \{ (a,b), (c,d) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight)^2 \mid ad = bc 
ight\} אזי היי R = \{ (a,b), (c,d) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight) 
ight\} אזי היי R = \{ (a,b), (c,d) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight) 
ight\} אזי היי R = \{ (a,b), (c,d) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight) 
ight\}
                                                                       .Frac (R)={}^R\!\!/\!\!\!\sim_{\scriptscriptstyle{	ext{Prac}}} אזי R
eq\{0\} איזי שלמות באשר תחום שלמות באשר
[(a,b)]_{	ext{Frac}}+[(c,d)]_{	ext{Frac}}=[(ad+cb,bd)]_{	ext{Frac}} אזי (a,b)\,,(c,d)\in R	imes (R\setminus\{0\}) ויהיו R
eq\{0\} ויהיו הגדרה: יהי
                                                                                                    [(a,b)]_{\operatorname{Frac}} \cdot [(c,d)]_{\operatorname{Frac}} = [(ac,bd)]_{\operatorname{Frac}} וכן
                                                            שדה. Frac (R) אזי אזי R \neq \{0\} שדה. תחום שלמות באשר יהי
                                                                                                    . עענה: יהי \mathbb{K} שדה אזי \mathbb{K}[x] תחום שלמות
                                                                                  \mathbb{K}\left(x
ight)=\operatorname{Frac}\left(\mathbb{K}\left[x
ight]
ight) שדה אזי שדה איי רציונליות: יהי
                                                                                                           מסקנה: יהי \mathbb{K} שדה אזי (x) שדה.
                                                                         המקיימת 
u:R	o S חוגים אזי R,S המקיימת הומומורפיזם בין חוגים: יהיו
                                                                           .
u\left(ab
ight)=
u\left(a
ight)
u\left(b
ight) מתקיים a,b\in R לכל •
                                                                  .
u\left(a+b
ight)=
u\left(a
ight)+
u\left(b
ight) מתקיים a,b\in R לכל •
                                                          \operatorname{ker}(
u) = 
u^{-1}\left[\{0\}
ight] אזי R,S הומומורפיזם אזי ויהיR,S הוגים ויהי
                                                          למה: יהיו (
u), \operatorname{Im}(
u) אזי (
u) חוגים. 
u:R \to S חוגים ויהי (
u)
                                            (\ker(\nu)=0) חוגים ויהיR,S חוגים ויהי \nu:R\to S הומומורפיזם איז ויהי
                                            למה: יהיו R,S חוגים ויהיR 	o S 	o L הומומורפיזם אזי (ע אפימורפיזם) למה:
                                                                                             R \simeq S חוגים איזומורפיים אזי R,S חוגים איזומורפיים
                    למה: יהיו R,S חוגים ויהי \nu:R \to S הומומורפיזם אזי (ע איזומורפיזם וכן ע אפימורפיזם וכן \nu:R \to S הומומורפיזם).
                                                                  I+I\subseteq I וכן I\cdot R\subseteq I המקיימת וכן I\cdot R\subseteq I וכן אזי אבלי אזי
                                                                           I(I,+)<(R,+) טענה: יהי I\subseteq R חוג אבלי ויהי
                                                                 . אידאל \ker\left(\nu\right) אידאל אזי \nu:R	o S חוגים ויהי חוגים ויהי אידאל.
                                    I\subseteq\{\{0\},R\} משפט: יהי I\subseteq R מתקיים שדה)\Longrightarrow(לכל אידאל I\subseteq R מתקיים I\in\{\{0\},R\}).
                                                   (
u=0)ע מונומורפיזם אזי שדות ויהי \mathbb{F} 	o \mathbb{K} הומומורפיזם אזי 
u:\mathbb{F} 	o \mathbb{K} שדות ויהי
                                                                 R/I = \{a+I \mid a \in R\} אידאל אזי I \subseteq R ווהי חוג אבלי ויהי חוג אבלי ויהי
a(ab)+I=(cd)+I אזי b+I=d+I וכן a+I=c+I אזי a,b,c,d\in R אידאל ויהיו A אידאל ויהיו A איזי A
                                           A(a+I) (b+I)=(ab)+I אזי A,b\in R אידאל ויהיו אבלי יהי I\subseteq R חוג אבלי יהי
                                                                    משפט חוג מנה: יהי R חוג אבלי ויהי I\subseteq R אידאל אזי R חוג אבלי.
  \ker(p)=I טענה: יהי p הינו אפימורפיזם חוגים וכן p:R	o R/I כך אידאל ונגדיר וכן אידאל I\subseteq R הינו אפימורפיזם חוגים וכן
```

חוג: תהא R קבוצה ותהיינה *,+ פעולות בינאריות אזי R המקיים

```
S(S)=\{\sum_{i=1}^n r_i s_i \mid (n\in\mathbb{N}_+) \land (r\in R^n) \land (s\in S^n)\} איז איזאל נוצר: יהי S\subseteq R חוג אבלי בעל יחידה ותהא
                                                                                   . טענה: יהי S\subseteq R אזי ותהא אבלי בעל יחידה חוג אבלי אידאל.
                                                        I=(a) המקיים a\in R עבורו קיים I\subseteq R אידאל אזי אבלי אזי אבלי אזי יהי
               (a\in I)\lor(b\in I) מתקיים ab\in I מתקיימים a,b\in R עבורו לכל I\subseteq R עבורו איז אידאל אזי יהי A חוג אבלי אזי אידאל איז אידאל איז אידאל ועבורו לכל
                                        J\subseteq J אידאל מקסימלי: יהי R חוג אבלי אזי אידאל I\subseteq R עבורו לכל אידאל אוז אבלי ההי חוג אבלי אידאל
                                                                                           אידאל אזי I\subseteq R משפט: יהי אבלי אבלי אבלי חוג אבלי יהי
                                                                                                        .(תחום שלמות) אידאל ראשוני)\Longrightarrow (אידאל ראשוני) •
                                                                                                                שדה). אידאל מקסימלי)\Longrightarrow(ו אידאל I) •
                                                            . ראשי: חוג אבלי בעל יחידה I\subseteq R עבורו לכל אידאל עבור בעל יחידה I\subseteq R מתקיים כי
    a,b\in R^{	imes} עבורו לכל a,b\in R^{	imes} מתקיים a,b\in R מתקיים איז a,b\in R^{	imes} עבורו לכל a,b\in R^{	imes} מתקיים אבלי בעל יחידה אזי
                                                                                                                                         משפט: יהי 🏿 שדה אזי
                                                                                                                                       תחום ראשי. \mathbb{K}[x]
                                                           (\mathbb{K}[x] אי־פריק ב־f) איי (f) איי (f) איי פריק ב־f איי פריק f \in \mathbb{K}[x] איי יהי
                   Aבורש I\subseteq M עבורו אבלי מקסימלי אידאל אזי קיים אידאל ויהי ויהי אבלי בעל יחידה ויהי חוג אבלי אידאל אזי אידאל אזי אידאל אזי דורש
    \gcd(f_1\dots f_n)=d וכן מתוקן אזי d)=(f_1\dots f_n) באשר באשר היהיו שדה ויהיו \mathbb{K} שדה ויהיו שדה f_1\dots f_n, d\in\mathbb{K} וכן מתוקן אזי
משפט חלוקה עם שארית: יהי R חוג אבלי בעל יחידה ויהיו f,g\in R\left[x
ight] באשר המקדם המוביל של p הפיך אזי קיימים ויחידים
                                                                                              f = qg + r וכן \deg(r) < \deg(g) באשר q, r \in R[x]
                                                                           \gcd(f,g)=1 המקיימים f,g\in\mathbb{F}[x] שדה אזי שדה f,g\in\mathbb{F}[x]
                                                          \gcd(a_1\dots a_n)=1 המקיים \sum_{i=0}^n a_i x^i אזי a_0\dots a_n\in\mathbb{Z} היים פרימיטיבי: יהיו
 f=(rg)\,(sh) וכן sh,rg\in\mathbb{Z}\,[x] המקיימים r,s\in\mathbb{Q} אזי קיימים g,h\in\mathbb{Q}\,[x] ויהיו f\in\mathbb{Z}\,[x]\setminus\{0\} המשפט: יהי
                                               d\in\mathbb{Z}\left[x
ight] מסקנה גאוס: יהי d\in\mathbb{Z}\left[x
ight] מתוקן ויהי d\in\mathbb{Q}\left[x
ight] אי־פריק מתוקן באשר f\in\mathbb{Z}\left[x
ight]
                                                     \mathbb{Q}[x] וכן \mathbb{Q}[x] וכן \mathbb{Q}[x] איי פריק: אי־פריק אי־פריק איי פריק: איי פרימיטיבי).
טענה קריטריון אייזנשטיין: יהיו a_0\ldots a_n\in\mathbb{Z} ויהי ויהי p^2\nmid a_0 וכן i< n לכל וכן p\nmid a_n ויהי ויהי ויהי a_0\ldots a_n\in\mathbb{Z} אי־פריק
                                                                                                                                                         \mathbb{Q}[x] מעל
                                                           a\in\mathbb{K} אזי a\in\mathbb{K} המקיים a\in\mathbb{K} אזי a\in\mathbb{K} אזי שדה ויהי a\in\mathbb{K} שדה ויהי
                                                     ((x-lpha)\,|f)אזי (lpha) שורש של f\in\mathbb{K}\,[x] משפט בז'ו: יהי f\in\mathbb{K}\,[x] שדה יהי f\in\mathbb{K}\,[x] ויהי
                                                              |\{lpha\in\mathbb{K}\mid f\left(lpha
ight)=0\}|\leq\deg\left(f
ight) אזי f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\} שדה ויהי
                                         (x-lpha)^2
mid f שורש של lpha וכן f\in\mathbb{K}[x]\setminus\{0\} אוי שורש lpha\in\mathbb{K} שורש של f\in\mathbb{K}[x]\setminus\{0\} שורש של אוי
                                         (x-lpha)^2\,|f| שורש lpha שורש lpha שורש lpha אאי f\in\mathbb{K}\,|x|\setminus\{0\} איזי f\in\mathbb{K}\,|x| שורש של
                                       .(\sum_{i=0}^n a_i x^i)' = \sum_{i=1}^n a_i x^{i-1} אזי a_0 \dots a_n \in \mathbb{K} ויהיו n \in \mathbb{N} יהי שדה יהי של פולינום: יהי
                                      (\gcd(f,f')=1)אזי (כל השורשים של f הם פשוטים) אזי f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\} משפט: יהי \mathbb{K} שדה ויהי
                                                                                                                              \mathbb{F}_p=\mathbb{Z}_p אזי p\in\mathbb{P} סימון: יהי
                                                                                                 \mathbb{L} \subseteq \mathbb{L} שדה אזי שדה \mathbb{L} המקיים \mathbb{K} \subseteq \mathbb{L} שדה אזי שדה הרחבה: יהי
                                                                                             \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי \mathbb{K} אזי \mathbb{K} הרחבה של \mathbb{K},\mathbb{L} יהיו \mathbb{K},\mathbb{L}
                                                                          . כאובייקט \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי נתייחס לביטוי \mathbb{K},\mathbb{L} כאובייקט \mathbb{K},\mathbb{L} הערה: יהיו
   .
u_{\mathbb{F}}=\mathrm{Id}_{\mathbb{F}} המקיים 
u:\mathbb{K}/\mathbb{F}	o\mathbb{L}/\mathbb{F} שדות באשר \mathbb{K}/\mathbb{F} הרחבה וכן הרחבה אזי שיכון \mathbb{K},\mathbb{F},\mathbb{L} המקיים \mathbb{K}
                                                                                          \mathbb{K}\subset\mathbb{F} שדה פשוט: שדה \mathbb{K} עבורו לא קיים שדה עבורו \mathbb{F}
                                                                                              טענה: יהי \mathbb{F} שדה אזי \mathbb{K} שדה אזי \mathbb{K} שדה פשוט.
                                                                                                \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} שדה אזי קיים ויחיד שדה פשוט \mathbb{F} מסקנה: יהי
                                                                                         \mathbb{F} = \mathbb{Q} \cup (\exists p \in \mathbb{P}.\mathbb{F} \simeq \mathbb{F}_p) משפט: יהי \mathbb{F} שדה פשוט אזי
                                                                                                מציין של שדה: יהי \mathbb{F} שדה ויהי \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} שדה פשוט אזי
```

תוג. $R/\ker(
u)$ אזי חוגים אזי u:R o S חוגים ויהי תוגים אזי למה: יהיו

 $R/\ker(
u)\simeq \mathrm{Im}\ (
u)$ איז אוגים חוגים אוי u:R o S חוגים ויהי R,S משפט: יהיו $I\subseteq R$ חוגים ויהי אבלי בעל יחידה אזי אידאל אמיתי: יהי R חוג אבלי בעל יחידה אזי אידאל איז וויהי $I\subseteq R$ חוג אבלי בעל יחידה ויהי $I\subseteq R$ איזי וויהי אוי אוי וויהי $I\subseteq R$

```
\operatorname{char}\left(\mathbb{F}
ight)=0 אז \mathbb{K}\simeq\mathbb{Q} אז המחים. p\in\mathbb{F} אז המחים p\in\mathbb{F} אז p\in\mathbb{F} אז אז p\in\mathbb{F} אם קיים p\in\mathbb{F} אם המחים p\in\mathbb{F} אזי לכל a\in\mathbb{F} מתקיים a\in\mathbb{F} אזי לגדיר \operatorname{char}\left(\mathbb{F}\right)>0 מורפיזם פרובניוס: יהי p\in\mathbb{F} ויהי p\in\mathbb{F} שדה המקיים p\in\mathbb{F} אזי נגדיר \mathbb{K}\to\mathbb{K}
```

 $\operatorname{Fr}_p\left(a
ight)=a^p$ כך $\operatorname{Fr}_p:\mathbb{K} o\mathbb{K}$ מורפיזם פרובניוס: יהי $p\in\mathbb{F}$ ויהי $p\in\mathbb{K}$ שדה המקיים $p\in\mathbb{K}$ אזי היה $p\in\mathbb{K}$ משפט: יהי $p\in\mathbb{K}$ ויהי $p\in\mathbb{K}$ שדה המקיים $p\in\mathbb{K}$ אזי $p\in\mathbb{K}$ מונומורפיזם.

.sols $(ax^2+bx+c)=\left\{rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}
ight\}$ אזי a
eq 0 אאזי $a\neq 0$ ויהיין ויהיי רחבת ויהיים $a,b,c\in\mathbb{F}$ ויהיים רחבת שדות אזי $a\neq 0$ עבורו קיים $a\in\mathbb{K}$ המקיים $a\in\mathbb{K}$ הרחבת שדות אזי $a\in\mathbb{K}$ עבורו קיים $a\in\mathbb{K}$ המקיים $a\in\mathbb{K}$ הרחבת שדות אזי $a\in\mathbb{K}$ עבורו קיים $a\in\mathbb{K}$

 \mathbb{K} אינו אלגברי מעל אינ lpha באשר בר טרנסצנדנטי מעל שדה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבת שדות אייבר טרנסצנדנטי מעל אינו

 $\mathbb M$ אלגברית: הרחבה אלגברית: עבורה לכל עבורה $\alpha\in\mathbb L$ עבורה אלגברית: הרחבה אלגברי

. הרחבה אלגברית \mathbb{C}/\mathbb{R}

בעל דרגה $f\in\mathbb{K}\left[x\right]\setminus\{0\}$ אזי פולינום מינימלי של איבר אלגברי: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה ויהי אלגברי מעל $\alpha\in\mathbb{L}$ אלגברי תהא $\alpha\in\mathbb{L}$ הרחבה ויהי בעל דרגה $\alpha\in\mathbb{L}$ מינימלית המקיים $f\left(\alpha\right)=0$

 $\langle f_lpha
angle=$ משפט: תהא $\mathbb{K}[x]$ אויי פולינום מינימלי $lpha\in\mathbb{K}[x]$ אזי קיים ויחיד משפט: $lpha\in\mathbb{K}[x]$ אלגברי מעל lpha אזי קיים ויחיד פולינום מינימלי $lpha\in\mathbb{K}[x]$ אלגברי מעל $lpha\in\mathbb{K}[x]$ אויי קיים ויחיד פולינום מינימלי $lpha\in\mathbb{K}[x]$

 f_lpha הינו מעל אזי הפולינום המינימלי אלגברי מעל אלגברי מעל מעל הרחבה ויהי הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} ההינו סימון: תהא

. אי־פריק f_{α} אזי מעקנה: תהא אלגברי היי הרחבה הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי מסקנה: תהא

 $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ וכן $\mathbb{K}\subseteq\mathbb{F}$ המקיים $\mathbb{F}\subseteq\mathbb{L}$ הרחבה ויהיו $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{L}$ אזי השדה המינימלי השךה $\mathbb{F}\subseteq\mathbb{L}$ הרחבה ויהיו $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{E}$ אזי $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ וכן $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ אזי $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ אזי $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ אזי $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ הרחבה היהיו $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ ותהא $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ הרחבה הנוצרת על ידי $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ אזי $lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F}$ הרחבה יהיו $lpha_1lpha_1lpha_n\in\mathbb{F}$ הרחבה הנוצרת על ידי $lpha_1lpha_1lpha_1lpha_n\in\mathbb{F}$ הרחבה יהיו $lpha_1lpha_1lpha_n\in\mathbb{F}$ הרחבה הנוצרת על ידי $lpha_1lpha_1lpha_1lpha_1lpha_n\in\mathbb{F}$ אזי $lpha_1l$

 $\mathbb{K}\left(lpha
ight)/\mathbb{K}$ אזי $lpha\in\mathbb{L}$ ויהי \mathbb{L}/\mathbb{K} אהי משוטה: תהא

משפט מבנה של הרחבה פשוטה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרבה ויהי משפט

- $\mathbb{K}\left(lpha
 ight)/\mathbb{K}\simeq\mathbb{K}\left(x
 ight)/\mathbb{K}$ אם lpha טרנסצנדנטי מעל \mathbb{K} אז \bullet
 - $\mathbb{K}\left(lpha
 ight)/\mathbb{K}\simeq\left(\mathbb{K}^{[x]}/\langle f_{lpha}
 ight)/\mathbb{K}$ אז אלגברי מעל lpha אם lpha אם lpha

 $u:\mathbb{K}\left(lpha
ight)/\mathbb{K} o \mathbb{K}\left(eta
ight)/\mathbb{K}$ שדה יהי f שדה יהי $f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\}$ אי־פריק ויהיו $lpha,eta\in\mathbb{K}$ שורשים של lpha אזי קיים איזומורפיזם $f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\}$ אי־פריק ויהיו lpha

 $f(\alpha_1\dots\alpha_n)=\beta$ המקיים $f\in\mathbb{K}\left[x_1\dots x_n
ight]$ אזי קיים $\beta\in\mathbb{K}\left(lpha_1\dotslpha_n
ight)$ ויהי $lpha_1\dotslpha_n\in\mathbb{L}$ הרחבה הייו $lpha_1\dotslpha_n\in\mathbb{L}$ ויהי מרחב וקטורי מעל \mathbb{K} .

 $\mathbb{L}[\mathbb{L}:\mathbb{K}]=\dim_{\mathbb{K}}\left(\mathbb{L}
ight)$ אזי הרחבה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה:

 $\mathbb{L} : \mathbb{K} = -\infty$ המקיימת \mathbb{L} / \mathbb{K} הרחבה סופית: הרחבה

 $\mathbb{L}[\mathbb{K}\left(lpha
ight):\mathbb{K}]=\deg\left(f_{lpha}
ight)$ אזי מענה: תהא אלגברי ויהי $lpha\in\mathbb{L}$ הרחבה ויהי מענה: תהא

 $\mathbb{F}_p\subseteq\mathbb{K}$ עבורו $p\in\mathbb{P}$ טענה: יהי אזי סופי אזי סופי אזי יהי

 $.|\mathbb{K}|=p^n$ עבורם $n\in\mathbb{N}$ וקיים וקיים אזי קיים אזי שדה סופי אזי מסקנה: יהי

 $[\mathbb{F}:\mathbb{K}]=[\mathbb{F}:\mathbb{L}]\cdot[\mathbb{L}:\mathbb{K}]$ משפט מולטיפליקטיביות של דרגה: תהיינה $\mathbb{F}/\mathbb{L},\mathbb{L}/\mathbb{K}$ הרחבות אזי

משפט: תהא \mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבה ויהי \mathbb{F} אזי ($\alpha \in \mathbb{F}$ אזי מעל $\mathbb{F} \subseteq \mathbb{L}$ המקיים שדה $\mathbb{F} \subseteq \mathbb{L}$ הרחבה סופית). אזי $\alpha \in \mathbb{F}$ אזי $\alpha \in \mathbb{F}$ הרחבה ויהיו $\alpha_n \in \mathbb{F}$ אזי קיים שדה $\mathbb{F} \subseteq \mathbb{L}$ המקיים $\alpha_n \in \mathbb{F}$ וכן $\alpha_1 \dots \alpha_n \in \mathbb{F}$ הרחבה \mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבה ויהיו $\alpha_n \in \mathbb{F}$ אלגבריים מעל $\alpha_n \in \mathbb{F}$ אזי קיים שדה $\alpha_n \in \mathbb{F}$ המקיים $\alpha_n \in \mathbb{F}$ וכן $\alpha_n \in \mathbb{F}$ הרחבה טופית.

. הרחבה אלגברית אזי $\mathbb{F}/\mathbb{L}, \mathbb{L}/\mathbb{K}$ הרחבה אלגברית. מסקנה: תהיינה

 $\overline{\mathbb{K}_{\mathbb{L}}}=\{\alpha\in\mathbb{L}\mid\mathbb{K}$ מעל מעל אזי הרחבה החבה \mathbb{L}/\mathbb{K} תהא סגור אלגברי: תהא

מסקנה: תהא $\mathbb{K}_{\mathbb{L}}$ הרחבה אזי \mathbb{K} שדה.