```
X, \emptyset \in \mathcal{T} \bullet
                                                                                                                                                  .
| אזי \mathcal{U} \in \mathcal{T} אזי \mathcal{U} \subseteq \mathcal{T} תהיינה
                                                                                                                                igcap_{i=1}^n U_i \in \mathcal{T} אזי \{U_i\}_{i=1}^n \subseteq \mathcal{T} תהיינה ullet
                                                                   (X,\mathcal{T}) אזי (מ"ט): תהא X אזי (חבועה ותהא \mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight) מרחב טופולוגיה על
                                                                                        U \in \mathcal{T} המקיימת U \subseteq X מרחב טופולוגי אזי מרחה: יהי (X,\mathcal{T}) מרחב
                                                                                    X \setminus E \in \mathcal{T} המקיימת E \subseteq X מרחב טופולוגי אזי מרחב המקיימת מורה: יהי
U\cap V\in\mathcal{T} מתקיים U,V\in\mathcal{T} מתקיים U,V\in\mathcal{T} מתקיים אזי U,V\in\mathcal{T} מתקיים U,V\in\mathcal{T} מתקיים אזי U,V\in\mathcal{T}ו.
                                                                                                                        \{X,\varnothing\} הטופולוגיה הטריוואלית: תהא X קבוצה אזי
                                                                                                            \mathcal{P}\left(X
ight) אזי קבוצה X קבוצה אזי הדיסקרטית: תהא
                \mathcal{T}(X,
ho)=\{U\subseteq X\mid orall x\in U. \exists r>0. B_r(x)\subseteq U\} הטופולוגיה המושרית ממרחב מטרי: יהי (X,
ho) מרחב מטרי אזי
                                      \mathcal{T}(X, \rho) = \mathcal{T}_X מרחב מטרי מטרי מטרי מרחב טופולוגי (X, \rho) עבורו קיים (X, \rho) מרחב מטרי המקיים
                                                                                 \{A\subseteq X\mid |X\backslash A|<leph_0\}\cup\{\varnothing\} הטופולוגיה הקו־סופית: תהא אזי
                                                                                                           אזי \mathcal{C}=\{E\subseteq X\mid Xackslash E\in\mathcal{T}\} משפט: יהי (X,\mathcal{T}) משפט: יהי
                                                                                                                                                                                 X, \emptyset \in \mathcal{C} \bullet
                                                                                                                               igcap_{lpha\in\Lambda}E_lpha\in\mathcal{C} אזי \{E\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{C} תהיינה
                                                                                                                                  \bigcup_{i=1}^n E_i \in \mathcal{C} אזי \{E_i\}_{i=1}^n \subseteq \mathcal{C} תהיינה •
                                                                                                             בסיס לטופולוגיה: תהא X קבוצה אזי לטופולוגיה: תהא
     B_3\subseteq B_1\cap B_2 או וכן x\in B_3 עבורה B_3\in \mathcal{B} תהיינה x\in B_1\cap B_2 ותהא ותהא B_1\cap B_2\neq \varnothing וכן עבורך B_1,B_2\in \mathcal{B}
                                                                                             הטופולוגיה הנוצרת מבסיס: תהא קבוצה ויהי \mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight) בסיס אזי
                                                                                                          \mathcal{T}(\mathcal{B}) = \{ U \subseteq X \mid \forall x \in U \exists B \in \mathcal{B}. (x \in B) \land (B \subseteq U) \}
                                                                                        X טופולוגיה על \mathcal{T}\left(\mathcal{B}\right) בסיס אזי שופולוגיה על אוניה על \mathcal{T}\left(\mathcal{B}\right) טופולוגיה על
                          \mathcal{B}_K = \mathcal{B}_E \cup \left\{ (a,b) \setminus \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}_+ \right\} \mid a < b 
ight\} וכך \mathcal{B}_{Sorg} = \left\{ [a,b) \mid a < b \right\} וכך \mathcal{B}_E = \left\{ (a,b) \mid a < b \right\} סימון:
                                                                                                                                                  \mathbb{R} טענה: \mathcal{B}_E, \mathcal{B}_{\mathsf{Sorg}}, \mathcal{B}_K בסיסים של
                                                                                                                    \mathbb{R}=(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{E}
ight)) :הטופולוגיה האוקלידית/הסטנדרטית
                                                                                                                                        \mathbb{R}_{\mathsf{Sorg}} = (\mathbb{R}, \mathcal{T}(\mathcal{B}_{\mathsf{Sorg}})) :הישר של זורגנפריי:
                                                                                                                                                  \mathbb{R}_K = (\mathbb{R}, \mathcal{T}(\mathcal{B}_K)): Kטופולוגיית
                                    \mathcal{T}(\mathcal{B})=\{U\subseteq X\mid \exists A\subseteq \mathcal{B}.U=\bigcup A\} בסיס אזי \mathcal{B}\subseteq \mathcal{P}(X) יהי יהי נוצרת: יהי
                                          \mathcal{T}(\mathcal{B}_1)=\mathcal{T}(\mathcal{B}_2) אזי \mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{T}(\mathcal{B}_1) וכן \mathcal{B}_1\subseteq\mathcal{T}(\mathcal{B}_2) בסיסים עבורם בסיסים עבורם \mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{P}(X) מסקנה: יהיו
                                            \mathcal{T}_2 אזי \mathcal{T}_1\subseteq\mathcal{T}_2 אוי על X עבורן אזי \mathcal{T}_1,\mathcal{T}_2 אוי תהיינה תהא קבוצה תהא קבוצה עדינה לטופולוגיה.
                                               \mathcal{T}_1 אזי \mathcal{T}_1\subseteq\mathcal{T}_2 איזי X עבורן על X עבורן אווי ותהיינה \mathcal{T}_1,\mathcal{T}_2 אוי ותהיינה \mathcal{T}_1 אזי איז וווי תיהא
                           \mathcal{T} טענה: יהי \forall U \in \mathcal{T}. \forall x \in U. \exists A \in \mathcal{A}. \ (x \in A) \land (A \subseteq U) אזי \mathcal{A} \subseteq \mathcal{T} אזי מ"ט ויהי (X,\mathcal{T}) מענה: יהי
   סטענה: תהא X קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי \{(a,b) \mid a < b\} \cup \{[a,b) \mid \forall x \in X.a \leq x\} \cup \{(a,b] \mid \forall x \in X.x \leq b\} בסיס.
                                                                                                               טופולוגיית הסדר: תהא X קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי
                                                                                 \mathcal{T}(\{(a,b) \mid a < b\} \cup \{[a,b) \mid \forall x \in X.a \le x\} \cup \{(a,b] \mid \forall x \in X.x \le b\})
                                                                             . מצוייד בטופולוגיית הסדר זהה ל-\mathbb R מצוייד עם הטופולוגיית הסדר הסטנדרטית.
                                                                                                           .
 ל\mathcal{S}=X עבורה \mathcal{S}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight) עבורה אזי תת בסיס: תהא א
                                                                               הטופולוגיה הנוצרת מתת־בסיס: תהא X קבוצה ויהי \mathcal{S}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight) הטופולוגיה הנוצרת מתת־בסיס:
                                                                                 \mathcal{T}(\mathcal{S}) = \left\{U \subseteq X \mid \exists A_1 \dots A_k \subseteq \mathcal{S}.U = \bigcup \left(\bigcap_{i=1}^k A\right)\right\}למה: תהא X קבוצה ויהי \mathcal{T}(\mathcal{S}) תת־בסיס אזי \mathcal{T}(\mathcal{S}) טופולוגיה על \mathcal{T}(\mathcal{S})
                                              \mathcal{T}\left(\{\{a\in\mathbb{F}^n\mid f\left(a
ight)
eq0\}\mid f\in\mathbb{F}\left[x_1,\ldots,x_n
ight]\}
ight) אזי n\in\mathbb{N}_+ אזי שדה ויהי \mathbb{F} שדה ויהי
                                                                                                       x\in U עבורה U\in\mathcal{T} אזי אזי x\in X מ"ט ויהי מ"ט מיט (X,\mathcal{T})
                                                                                .int (A)=\mathring{A}=igcup_{U\subseteq A}U אזי אזי A\subseteq X מ"ט ותהא מ"ט (X,\mathcal{T}) פנים של קבוצה: יהי
                                                                               \mathrm{cl}\,(A)=\overline{A}=\bigcap_{\substack{A\subseteq E\\E^{\mathcal{C}}\in\mathcal{T}}}E אזי A\subseteq X מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא מגור של קבוצה: יהי
```

 $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}\left(X
ight)$  אזי קבוצה אזי תהא X המקיימת

```
טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא X\subseteq X אזי
                                                                                                             .int(A) = \max_{\subset} \{ \mathcal{U} \in \mathcal{T} \mid \mathcal{U} \subseteq A \} \bullet
                                                                                                     \overline{A} = \min_{\subset} \{ E \mid (A \subseteq E) \land (E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{T}) \} \bullet
                                                                                            x \in X ויהי ויהי X \subseteq X התב"ש מ"ט תהא מ"ט מענה: יהי
                                                                                                                                                    x \in \overline{A} \bullet
                                                                                            U\cap A
eq \emptyset מתקיים x\in U המקיים U\in \mathcal{T} לכל
                                                               B\cap A 
eq \emptyset מתקיים x\in B המקיים B\in \mathcal{B} אזי לכל \mathcal{T} אזי יהי \mathcal{B}
                                                                                   \partial A=\overline{A}\cap\left(\overline{Xackslash A}
ight) אזי A\subseteq X משנה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא
וכן U\cap A
eq \varnothing מתקיים x\in U המקיימת U\in \mathcal{T} אזי (x\in\partial A) אזי (x\in A אזי (x\in X ויהי' X\in X מתקיים X\in X
                                                                                                                                                  U \cap A^{\mathcal{C}} \neq \emptyset
                                                                                     X=\overline{A} המקיימת A\subseteq X מ"ט אזי מ"ט המקיימת (X,\mathcal{T}) המקיימת
                                         \mathcal{T}_p = \{\mathcal{U} \subseteq X \mid p \in \mathcal{U}\} \cup \{\varnothing\} אזי p \in X אוי קבוצה תהא X קבוצה תהא איי הנקודה הייחודית: תהא
                 U\cap A\setminus\{x\}
eq \varnothing מתקיים X של X מתקיים X של אזי אזי X\in X אזי אוי מ"ט ותהא משל מתקיים עבורו לכל סביבה עבורו לכל מיט ותהא
          x_n \in U מייט מסוים מסוים של y \in X עבורו לכל סביבה y \in X אזי איט ותהא מסוים מסוים מחלים על מתכנסת/גבול: יהי
                                        A\subseteq \{x\in X\mid x מייט ותהא a\in A^\mathbb{N} אזי קיימת אזי אזי A\subseteq X מייט ותהא מ"ט ותהא מ"ט ותהא אזי אזי a\in A^\mathbb{N}
                                                                        A \cup \{x \in X \mid A  טענה: תהא A \subseteq X אזי x \in A נקודת הצטברות של
                                                       \{x \in X \mid A \ מסקנה: תהא A \subseteq X אזי (A = A \ סגורה) מסקנה: תהא A \subseteq X אזי (A = A \ 
פונקציה רציפה בנקודה: יהיו (X,\mathcal{T}), (Y,\mathcal{S}) מ"טים ותהא X \in X אזי f: X 	o Y עבורה לכל Y \subseteq Y סביבה של פונקציה רציפה בנקודה:
                                                                                                                 f(\mathcal{U}) \subseteq \mathcal{V} של x של \mathcal{U} \subseteq X סביבה
                                               . orall U \in \mathcal{S}.f^{-1}\left(U
ight) \in \mathcal{T} עבורה f: X 	o Y מ"טים אזי \left(X, \mathcal{T}
ight), \left(Y, \mathcal{S}
ight) היי
                                                                                      משפט: יהיו f:X	o Y מ"טים ותהא מ"טים (X,\mathcal{T}),(Y,\mathcal{S}) התב"ש
                                                                                                                                                 .רציפה f \bullet
                                                                                              . פתוחה f^{-1}\left(U\right) פתוחה מתקיים כי U\subset Y פתוחה U
                                                                                                . סגורה מתקיים כי f^{-1}\left(E\right) סגורה סגורה מתקיים כי
                                                                                                            f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)} מתקיים A \subset X • לכל
                                                                                                              x \in X בכל בימה x \in X לכל •
                                        . רציפה f^{-1} רציפה חח"ע ועל עבורה f:X 	o Y מ"טים אזי איטים מ"טים ועל עבורה רציפה רציפה והומיאומורפיזם: יהיו
                                                                          טענה: יהיו f:X	o Y מ"טים ותהא מ"טים ועל התב"ש ועל התב"ש
                                                                                                                                      . הומיאומורפיזם f \bullet
                                                                                          .(מתוחה) f^{-1}(U) פתוחה) אזי U\subseteq Y מתוחה) •
                                                                                           .(סגורה) אזי f^{-1}(E) סגורה) אזי E \subseteq Y אזי E \subseteq Y
                                                                                                            f(\overline{A}) = \overline{f(A)} מתקיים A \subseteq X לכל
    \mathcal{T}_f = \left\{f^{-1}\left(U
ight) \mid U \in \mathcal{S}
ight\} אזי f: X 	o Y אזי f: X 	o Y מ"ט ותהא מפונקציה: תהא X קבוצה יהי מפונקציה: תהא אזי לקבוצה מפונקציה: תהא אזי לקבוצה יהי
                                                                    .טענה: תהא f:X	o Y מ"ט ותהא f:X	o Y מ"ט מינה: ענה יהי
                                             (X,\mathcal{T}_f),(Y,\mathcal{S}) אזי f רציפה על f:X	o Y מ"ט ותהא f:X	o Y מ"ט ותהא מסקנה: תהא
                             \mathcal{T}_A=\{U\subseteq A\mid \exists V\in\mathcal{T}.U=\mathrm{Id}^{-1}\left(V
ight)\} אזי A\subseteq X אזי (X,\mathcal{T}) יהי (X,\mathcal{T}) יהי יהי
```

 $\partial A=\overline{A}ackslash \mathrm{int}\,(A)$  אזי איי ותהא  $A\subseteq X$  מ"ט ותהא  $(X,\mathcal{T})$  שפה של קבוצה: יהי

 $\operatorname{Aint}(A) \subseteq A \subseteq \overline{A}$  אזי  $A \subseteq X$  מיט ותהא ( $X, \mathcal{T}$ ) טענה: יהי

- .( $V\cap A=U$  אזי עבורה ל־ $\mathcal{T}$ עבורה עפתוחה ביחס ל־ל $(\mathcal{T}_A)$ כקיימת ל־ל- $(\mathcal{T}_A)$ ל פתוחה ביחס ל־ל- $(\mathcal{T}_A)$ ליימת שליי
- .( $F\cap A=E$  אזי ל־T עבורה ביחס לF סגורה ביחס ל- $(\mathcal{T}_A$ ) שאזי ( $E\subseteq A$  עבורה ביחס ל- $(\mathcal{T}_A$ ).
  - $\mathrm{cl}_{X}\left(D
    ight)\cap A=\mathrm{cl}_{A}\left(D
    ight)$  אזי  $D\subseteq A$  תהא

טענה: יהי $A \subseteq X$  אזי

טענה: יהי  $(A,\mathcal{T}_A)$  מ"ט ותהא  $A\subseteq X$  מ"ט מענה: יהי

 $\mathcal{T}_A = \{A \cap U \mid U \in \mathcal{T}\}$  אזי  $A \subseteq X$  מ"ט ותהא מ"ט מענה: יהי יהי

 $\mathcal{T}_A$  טענה: יהי  $\mathcal{B}_A=\{A\cap B\mid B\in\mathcal{B}\}$  אזי של בסיס של בסיס של מ"ט ויהי מ"ט ויהי מ"ט ויהי מ"ט ויהי מ"ט ויהי מ"ט ויהי מ"טענה:

```
Xבית סגורה ב־X סגורה ב־X סגורה ב־X סגורה ב־X סגורה ב־X
                                        . רציפה f:X \to Z מ"ט יהי Y \subseteq X ת"מ ותהא Y \subseteq X מ"ט יהי אזי X,Z רציפה אזי Y \subseteq X
                                      . רציפה f_{\upharpoonright_A}:A	o Y מ"ט יהי A\subseteq X מ"ט יהי A\subseteq X מ"ט יהי A\subseteq X מ"ט יהי יהיו
                    רציפה. f:X	o Z אזי f:X	o Z ה"מ ותהא f:X	o Y הציפה עבורה Z\subseteq Y אזי f:X	o Z רציפה.
f_{\restriction_{U_{lpha}}} וכן \bigcup_{lpha\in\Lambda}U_{lpha}=X פתוחות עבורן \{U_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight) אזי f:X	o Y אזי וכן היימות X,Z מ"ט ותהא
                                                                                                               \alpha \in \Lambda רציפה לכל
                              טענה: היין g\circ f:X	o Z מ"ט תהא f:X	o Y רציפה f:X	o Y מ"ט תהא f:X	o Y מענה: יהיו
g:B	o Y משפט למת ההדבקה: יהיו X,Y מ"ט תהיינה A,B\subseteq X סגורות עבורן למת ההדבקה: יהיו איט תהיינה X,Y מ"ט תהיינה איט תהיינה איט חבורן משפט למת ההדבקה:
                                                                      רציפה. f \cup g: X 	o Y אזי A \cap B על f = g רציפה
                                        \hat{f}=f כך \hat{f}:X	o f\left(X
ight) יהיו X,Y מ"ט ותהא f:X	o Y חח"ע ורציפה נגדיר אייו יהיו
                                                    שיכון: יהיו \hat{f} הומיאומורפיזם. f:X	o Y מ"ט אזי X,Y הומיאומורפיזם.
                                                     f\left(X
ight) בתור את את איי נזהה או שיכון f:X	o Y מ"ט ויהי את גערה: יהיו
(X,\mathcal{T}), מ"טים מתקיים f:X	o Y הומיאומורפיזם מתקיים (X,\mathcal{T}), מ"טים עבורם קיים אומיאומורפיזם מתקיים מתקיים
                                                                                                 (P מקיים (Y, S)) \Longleftrightarrow (P) מקיים
t\in [f\left(a
ight),f\left(b
ight)] מרחב טופולוגי בעל תכונת ערך הביניים: מרחב טופולוגי (X,\mathcal{T}) עבורו לכל f:X	o\mathbb{R} עבורו לכל
                                                                                                     f(c) = t עבורו c \in X
                                                                                 טענה: תכונת ערך הביניים הינה תכונה טופולוגית.
                \forall \mathcal{U} \subseteq X.\, (\mathcal{U} \in \mathcal{T}_X) \Longleftrightarrow \left(f^{-1}\left(\mathcal{U}\right) \in \mathcal{T}_Y\right) העתקת מנה: יהיו X,Y מ"ט אזי f:Y 	o X פונקציה על המקיימת
                                                             רציפה. f:Y 	o X מ"ט ותהא f:Y 	o X מ"ט ותהא הערה: יהיו
       סענה: איזי g\circ f:X	o Z העתקת מנה g:Y	o Z העתקת מנה ותהא העתקת מנה אזי g:Y	o Z העתקת מנה.
           . משפט: יהי A על A עבורה f העתקת מנה. f:X \to A אזי קיימת ויחידה טופולוגיה מיט תהא
     טופולוגיית המנה המושרית: יהי X מ"ט תהא A קבוצה ותהא f:X	o A על אזי טופולוגיית מנה. T_A עבורה T
מרחב המנה: יהי X מ"ט יהי \sim יחס שקילות מעל X ונגדיר X/\sim f:X 	o f:X 	o X כך X/\sim f:X 	o X מצויידת עם טופולוגיית המנה.
 אזי קיימת y\in Y אזי לכל קבועה אוניברסילית: עבורה g_{\restriction_{f^{-1}(\{y\})}} קבורה מנה ותהא אוניברסילית: תהא קf:X	o Y אזי קיימת
                                                                                                                עבורה h:Y	o Z
                                                                                                                 .q = h \circ f \bullet
                                                                                                   .(רציפה) רציפה) (a רציפה) •
                                                                                      .(העתקת מנה) \Rightarrow (העתקת מנה) •
```

 $f^{-1}\left(\{y\}\right)\subseteq A$  אז  $A\cap f^{-1}\left(\{y\}\right)
eq \varnothing$  אם  $y\in Y$  אם אבורה לכל  $A\subseteq X$  אזי f:X o Y אזי לבוצה רוויה: תהא

g(ביזם)  $g\circ f^{-1}$  הומיאומורפיזם) העתקת מנה אזי  $f:X o \left\{g^{-1}\left(\{z\}
ight)\mid z\in Z
ight\}$  הומיאומורפיזם g:X o Z החמיאומורפיזם

אזי  $y\in Y$  אזי לכל קבועה קבורה  $g_{\restriction_{f^{-1}(\{u\})}}$  עבורה ערהא אזי העתקת מנה ותהא העתקת מנה ותהא

. פתוחה).  $f\left(\mathcal{U}\right)$  רוויה מתקיים כי  $f\left(\mathcal{U}\right)$  פתוחה). רוויה מנה $f\left(\mathcal{U}\right)$  רוויה מתקיים כי  $f\left(\mathcal{U}\right)$  פתוחה).

. פתוחה  $f\left(\mathcal{U}\right)$  מתקיים כי עבורה לכל עבורה לכל f:X o Y מתקיים כי העתקה מתוחה:

העתקה סגורה מתקיים כי f:X o Y סגורה מתקיים כי f:X o Y סגורה

טענה: תהא f:X o Y חח"ע ועל התב"ש

 $g \circ f^{-1}$ רציפה) רציפה) רציפה).

.(בעתקת מנה) העתקת מנה)  $g \circ f^{-1}$ 

 $\operatorname{int}_X(D) \cap A \subseteq \operatorname{int}_A(D)$  אזי  $D \subseteq A$  תהא

Xפתוחה ב־X פתוחה ב־X פתוחה ב־X פתוחה ב־X פתוחה ב־X

טענה: יהי  $(Y,\mathcal{T}_Y)$  מ"ט ויהי  $(X,\mathcal{T}_X)$  ת"מ אזי

- . פתוחה f ullet
- .סגורה f
- . רציפה  $f^{-1}$

טענה: תהא f:X o Y חח"ע ועל התב"ש

```
(\alpha נכל האיי (\pi_{lpha}\circ f) אזי (\pi_{lpha}\circ f)
                                                                                                             . אינה מטריזבילית אזי (\mathbb{R}^\Lambda,\mathcal{T}_{	ext{box}}) אזי|\Lambda|\geq leph_0 אינה מטריזבילית.
                                                                                                            . אינה מטריזבילית (\mathbb{R}^\Lambda,\mathcal{T}_{	ext{prod}}) אזי |\Lambda|\geq leph_0 אינה מטריזבילית |\Lambda|\geq lpha_0
                                                                                                                                 טענה: מטריזביליות הינה תכונה טופולוגית.
טענה: יהיו A_{lpha}=\overline{\prod_{lpha\in\Lambda}A_{lpha}}=\overline{\prod_{lpha\in\Lambda}A_{lpha}} אזי lpha\in\Lambda אזי A_{lpha}=A_{lpha}=A_{lpha} בטופולוגיית \{(X_{lpha},\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda} מ"טים ותהיינה \{(X_{lpha},\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda}
                                                                                                                                                                                   המכפלה.
טענה: יהיו \overline{A_lpha}=\overline{\prod_{lpha\in\Lambda}A_lpha} אזי \alpha\in\Lambda אזי איזי A_lpha\subseteq X_lpha בטופולוגיית \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda} מ"טים ותהיינה \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda} לכל
                                                                                                                                                                                      התיבה.
           \mathcal{U},\mathcal{V}
eq\varnothing וכן \mathcal{U}\cup\mathcal{V}=X וכן \mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\varnothing וכן \mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T} באשר מרחב טופולוגי: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי ו(X,\mathcal{T}) באשר מרחב טופולוגי:
                                                                                         מרחב טופולוגי קשיר: מרחב טופולוגי (X,\mathcal{T}) עבורו לא קיימת הפרדה.
                                                                                         מרחב טופולוגי אי־קשיר: מרחב טופולוגי (X,\mathcal{T}) עבורו קיימת הפרדה.
                                                                                          (X \rightarrow Y) \Longleftrightarrow (X \rightarrow X) משפט: יהי (X \rightarrow Y) \leftrightarrow (Y \rightarrow Y) הומיאומורפיזם אזי
                                                                                                                                      מסקנה: קשירות הינה תכונה טופולוגית.
                                                                                                                                          טענה: יהי X מרחב טופולוגי התב"ש
                                                                                                                                                                    .אי־קשיר X \bullet
                                                                                         X=E\cup F סגורות ארות לא ריקות עבורן סגורות E,F\subseteq X
                                                                                                                    . פתוחה ופתוחה D \in \mathcal{P}(X) \setminus \{X, \emptyset\} סגורה ופתוחה
                                                                                         סענה: יהי X מ"ט קשיר ותהא f:X	o Y רציפה אזי f:X	o Y קשירה.
וכן Y=H\cup K עבורן H,K\in\mathcal{P}\left(X\right)\backslash\left\{ X,\varnothing\right\} (קיימות (Y) אי־קשיר) עבורן אזי Y\subseteq X יהי עבורן איי מייט ויהי Y
                                                                                                                                                          .(\overline{H} \cap K = H \cap \overline{K} = \emptyset)
                                                        (Y\subseteq U)\oplus (Y\subseteq \mathcal{V}) אזי קשיר אזי Y\subseteq X וויהי וויהי אויהי ((\mathcal{U},\mathcal{V}) הפרדה של (\mathcal{U},\mathcal{V})
                                                                                טענה: תהיינה B\subseteq A אזי A\subseteq B\subseteq \overline{A} סענה: תהיינה A,B\subseteq X אזי
                                                                                                                              מסקנה: תהא A\subseteq X קשירה אזי \overline{A} קשירה.
                             . טענה: תהא \mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}(X) עבורה לכל \mathcal{A}=A מתקיים כי \mathcal{A} קשירה וכן \mathcal{A}\neq\mathcal{D} וכן \mathcal{A}=\mathcal{P}(X) אאי
                              . אזי X קשיר אזי X_n\cap X_{n+1}
eq \varnothing לכל אזי X_n\cap X_{n+1} באשר לשיר באשר אזי באשר לכל \{X_n\}_{n=0}^\infty\subseteq \mathcal{P}\left(X\right)\setminus\{\varnothing\} מסקנה: תהיינה
                                                                                                                             מסקנה: \mathbb{R} עם הטופולוגיה הסטנדרטית קשיר.
                                                                                           . מסקנה: (-1,1) עם הטופולוגיה המושרית מ־\mathbb{R} סטנדרטי הינו קשיר
                     \mathbb{R}סטנדרטי. האווa < b \in \mathbb{R} באשר a < b \in \mathbb{R} אזי a < b \in \mathbb{R} האירים עם הטופולוגיה המושרית מ\mathbb{R} סטנדרטי.
            מסקנה: יהי a\in\mathbb{R} אזי (-\infty,a) , (-\infty,a) , (-\infty,a) , (-\infty,\infty) , (a,\infty) אזי a\in\mathbb{R} סטנדרטי.
```

 $\mathbb{RP}^n = (\mathbb{R}^{n+1}\setminus\{0\})/\sim$  אזי  $\sim = \left\{(x,y)\in \left(\mathbb{R}^{n+1}\setminus\{0\}\right)^2\;\middle|\;\exists\lambda\in\mathbb{R}\left(x=\lambda y
ight)
ight\}$  המרחב הפרויקטיבי הממשי: נגדיר

 $\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\subseteq\mathcal{T}$  אאי  $lpha\in\Lambda$  רציפה לכל  $\pi_{lpha}$  רציפה איז  $\pi_{lpha}$  ראיים ותהא  $\left(\prod_{lpha\in\Lambda}X_{lpha},\mathcal{T}
ight)$  טופולוגיה עבורה  $\pi_{lpha}$  ראיים  $\pi_{lpha}$  איז  $\pi_{lpha}$  ראיים  $\pi_{lpha}$  ר

 $.\prod_{lpha\in\Lambda}X_lpha=\left\{f:\Lambda oigcup_{lpha\in\Lambda}X_lpha\mid f\left(lpha
ight)\in X_lpha
ight\}$  קבוצות אזי  $\left\{X_lpha
ight\}_{lpha\in\Lambda}$  קבוצות אזי קבוצות. תהיינה

 $.\prod_{lpha\in\Lambda}X_lpha$  טענה: יהיו  $\mathcal{S}_{ ext{prod}}=igcup_{lpha\in\Lambda}\left\{\pi_lpha^{-1}\left(\mathcal{U}_lpha
ight)\mid\mathcal{U}_lpha\in\mathcal{T}_lpha
ight\}$ מיטים אזי  $\left\{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)
ight\}_{lpha\in\Lambda}$  יהיו

 $.\prod_{lpha\in\Lambda}X_lpha$  בסיס של  $\mathcal{B}_{ ext{box}}=\left\{\prod_{lpha\in\Lambda}\mathcal{U}_lpha\mid\mathcal{U}_lpha\in\mathcal{T}_lpha
ight\}$  מ"טים אזי  $\left\{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)
ight\}_{lpha\in\Lambda}$  בסיס של

 $.\pi_{eta}\left(f
ight)=f\left(eta
ight)$  המוגדרת  $\pi_{eta}:\prod_{lpha\in\Lambda}X_{lpha} o X_{eta}$  קבוצות אזי  $\{X_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}$  המינה ההיינה

הומיאומורפיזם. f • רציפה ופתוחה. f • רציפה חסגורה. f •

טענה: תהא  $f:X \to Y$  העתקת מנה.  $f:X \to Y$  טענה: תהא  $f:X \to Y$  העתקת מנה. טענה: תהא  $f:X \to Y$  העתקת מנה.

 $\mathcal{T}_{ ext{box}}=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{ ext{box}}
ight)$  אזי טופולוגיית התיבה: יהיו יהיו $\{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$  יהיו

 $\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}=\mathcal{T}\left(\mathcal{S}_{\mathrm{prod}}
ight)$  מ"טים אזי  $\{(X_{lpha},\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda}$  יהיו המכפלה: יהיו  $\Lambda|<\aleph_0$  מ"טים באשר מ"טים באשר  $\{(X_{lpha},\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda}$  אזי היו  $\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\subseteq\mathcal{T}_{\mathrm{box}}$  מ"טים באשר  $\|\Lambda|<\aleph_0$  מ"טים באשר  $\{(X_{lpha},\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda}$  אזי מסקנה: יהיו  $\{(X_{lpha},\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda}$  מ"טים באשר מ"סקנה: יהיו אוי אוי אוי מ"טים באשר מ"טים באשר מ"סף אוי אוי מ"סף או

```
. תר־מרחב קשיר מסילתית GL_n(\mathbb{C}) אזי של הטופולוגיה הטופולוגיה הסטנדרטית על M_{n 	imes n}(\mathbb{C}) אזי יהי
                                   (x,y\in D קשירה עבורה D\subseteq X קשיר(x\sim_{	ext{guy}}y) אזי אזי (x,y\in X קשירה עבורה אזי יהי (x,y\in X)
                                                                                      X טענה: יהי X מ"ט אזי \simיחס שקילות מעל
                                                                                                   (y^-) אזי (x\sim_{\mathsf{purp}} x מ"ט ויהיו איי ויהיו אזי (x,y\in X אזי אזי אזי מילה מסילה מיע מילה מיע מילה מיע סילה מיע
                                                                               X טענה: יהי א מ"ט אזי \gamma מיט אזי יחס שקילות מעל טענה: יהי א מ"ט אזי יהי טענה
                                                                                   X/_{\sim_{\mathsf{quir}}}יהי אזי מ"ט אזי מסילתית: יהי אסילתית מסילתית מסילתית
                                                                                      משפט: יהיו \{D_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda} רכיבי הקשירות של
                                                                                               . מתקיים כי מתקיים \alpha \in \Lambda לכל •
                                                                                D_{\alpha}\cap D_{\beta}=\emptyset אזי lpha
eq eta באשר lpha,eta\in\Lambda יהיו
                                                                                                          X = \bigcup_{\alpha \in \Lambda} D_{\alpha} מתקיים •
                                                               Y\subseteq D_{\alpha}עבורו איים ויחיד קשיר קשיר תת־מרחב לכל •
                                                                          משפט: יהיו \{D_lpha\}_{lpha\in\Lambda} רכיבי הקשירות המסילתית של
                                                                                               . מתקיים כי \alpha \in \Lambda קשירה \alpha \in \Lambda
                                                                                D_{\alpha} \cap D_{\beta} = \emptyset יהיו \alpha \neq \beta באשר \alpha, \beta \in \Lambda יהיו •
                                                                                                          X = \bigcup_{\alpha \in \Lambda} D_{\alpha} מתקיים •
                                                               Y\subseteq D_{lpha} עבורו אבורו קיים פשיר קיים תת־מרחב לכל Y\subseteq X
                                                                                        מסקנה: יהי D רכיב קשירות של X אזי D סגור.
מרחב טופולוגי קשיר מקומית נקודתית: יהי X מ"ט אזי x\in X המקיים לכל סביבה U\subseteq X של X קיימת סביבה X קשירה
                                                                                                                             x \in \mathcal{V} עבורה
                               x מתקיים כי X קשיר מקומית: מרחב טופולוגי X עבורו לכל x \in X מתקיים כי X קשיר מקומית ב־
                                                                                           טענה: קשירות מקומית הינה תכונה טופולוגית.
\mathcal{V}\subseteq\mathcal{U} מרחב טופולוגי קשיר מסילתית מקומית נקודתית: יהי X מ"ט אזי x\in\mathcal{X} המקיים לכל סביבה של של ע
                                                                                                           x \in \mathcal{V} קשירה מסילתית עבורה
          x מתקיים כי X קשיר מסילתית מקומית: מרחב טופולוגי X עבורו לכל x \in X מתקיים כי
                                                                                טענה: קשירות מקומית מסילתית הינה תכונה טופולוגית.
                                                                                                         . איננו קשיר מקומית איננו \mathbb{R}_{\mathsf{Sorg}}
                          U\in\mathcal{T} טענה: יהי X מ"ט אזי U מתקיים U\in\mathcal{T} ולכל איזי (D\in\mathcal{T} מתקיים U\in\mathcal{T} מתקיים ויהי U מתקיים ויהי
     \mathcal{U} מסילתית של \mathcal{U} משירות מסילתית מקומית) נכל \mathcal{U}\in\mathcal{T} ולכל וכל מיט אזי אז משיר מסילתית מקומית) של טענה: יהי
                                                              טענה: יהי X מ"ט קשיר וקשיר מסילתית מקומית אזי X קשיר מסילתית.
בסיס ביבות של x עבורן לכל סביבה \mathcal{V} עבורן של x עבורן סביבות איי עבורן קיימות איי עבורן x \in \mathcal{X} של איי איי איי מיים מנייה בנקודה: יהי
                                                                                                                    \mathcal{U}_n\subseteq\mathcal{V} עבורו n\in\mathbb{N}
    x\in X מרחב טופולוגי המקיים את אקסיומת המניה הראשונה: מרחב טופולוגי X עבורו לכל
```

. טענה:  $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$  איננה קשירה

. איננה קשירה  $(\prod_{i=1}^{\infty}\mathbb{R},\mathcal{T}_{ ext{box}})$  טענה:

טענה: יהי X מ"ט קשיר מסילתית אזי X קשיר. מסקנה: יהי 1>1 אזי  $\mathbb{R}^n$  איננו הומיאומורפי ל- $\mathbb{R}$ .

מסקנה: קשירות מסילתית הינה תכונה טופולוגית.

. (קשיר) אייטים אזי ( $\prod X_{lpha}, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}}$ ) אייטים אזי (כל  $X_{lpha}$  קשיר) מייטים אזי ( $X_{lpha}$  קשיר).

למה: יהי X מ"ט קשיר מסילתית ותהא f:X o Y רציפה אזי קשיר מסילתית מסילתית.

טענה: יהיו X,Y מ"ט קשיר.  $A\subset X$  ותהא  $A\subset X$  אזי קשיר. מי"ט קשיר. f(1)=y וכן f(0)=x רציפה עבורה  $\gamma:[0,1]\to X$  אזי  $x,y\in X$  וכן f(0)=x מסילה: יהי f(1)=y וכן f(0)=x אזי f(0)=x עבורו לכל f(0)=x קיימת מסילה מ"כ ל"ע. מרחב טופולוגי קשיר מסילתית: מרחב טופולוגי קשיר מרחב טופולוגי קשיר מרחב טופולוגי קשיר מרחב טופולוגי קשיר מרחב טופולוגי עדיר מרחב עדיר מר

. סענה: יהי  $\mathbb{C}^n\setminus\{x\in\mathbb{C}^n\mid p\left(x
ight)=0\}$  אזי  $p:\mathbb{C}^n o\mathbb{C}$  ויהי ויהי  $\mathbb{R}^{2n}$  קשירה מסילתית.

מסקנה: יהי  $\mathbb{R}^n$  אזי  $n\in\mathbb{N}_+$  קשיר עם הטופולוגיה הסטנדרטית.

```
(\aleph_0 > |X|) \Longleftrightarrow (II) מניה אזי (X מניה אטופולוגיה הטופולוגיה אטופולוגיה מצוייד עם מטופולוגיה מצוייד עם מטופולוגיה מצוייד עם מטופולוגיה איזי (א
                                                                                             X מניה מניה מניה הטריוואלית מניה עם המצוייד עם הטופולוגיה
                     . מטריקה d_u אזי d_u ((a_k)_{k=1}^\infty, (b_k)_{k=1}^\infty) = \min\left\{\sup_{k\in\mathbb{N}}\left|a_k-b_k\right|, 1\right\} כך d_u:\mathbb{R}^{\aleph_0}\times\mathbb{R}^{\aleph_0}\to\mathbb{R} אזי מטריקה.
                                                                               .II הינו מניה וכן אינו מניה (\mathbb{R}^{\aleph_0}, \mathcal{T}(d_u)) הינו מניה וכן אינו מניה
                                                                                 .I מניה A מניה וויהי A\subseteq X חת־מרחב אזי A מניה עענה: יהי
                                                                                .II טענה: יהי X מ"ט מניה וו ויהי A\subseteq X ויהי מניה מניה X יהי
                                                               .
I מניה f\left(X\right) מניה ופתוחה אזי f:X	o Y מניה ותהא מיט מניה X מניה יהי
                                                                                                                 מסקנה: מניה I הינה תכונה טופולוגית.
                                                             .II מניה f\left(X
ight) מניה ופתוחה אזי f:X	o Y מניה וו ותהא מיט מניה וו מענה:
                                                                                                                מסקנה: מניה II הינה תכונה טופולוגית.
                                                           מרחב טופולוגי ספרבילי: מרחב טופולוגי X עבורו קיימת A\subseteq X צפופה בת מנייה.
עבורה f:\mathbb{N}	o\Lambda קיימת \mathcal{U}_lpha=X אבורה אמקיימים \{\mathcal{U}_lpha\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{T} עבורו לכל אבורה עבורו לינדלוף: מרחב טופולוגי לינדלוף:
                                                                                                                                          .\bigcup_{i=0}^{\infty} \mathcal{U}_{f(i)} = X
                                                                                                                                     .טענה: \mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}} ספרבילי
                                                            (\aleph_0 > |X|) \Longleftrightarrow (טענה: יהי X המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי איי ספרבילי
                                                                              טענה: יהי X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית אזי X ספרבילי.
                                                                                       . טענה: \mathbb R המצוייד בטופולוגיה הקו־בת־מנייה אינו ספרבילי
                                                                                                טענה: יהי X מ"ט מניה X אזי אזי X לינדלוף וספרבילי.
                                                                                              .I טענה: \mathbb R המצוייד בטופולוגיה הקו־סופית אינו מניה
עבורה f:\mathbb{N}	o\Lambda אזי של \mathcal{B}_lpha=X המקיימים \{\mathcal{B}_lpha\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{B} עבורה אזי למה: יהי \{\mathcal{B}_lpha\}_lpha=X אזי אזי \{X,\mathcal{T}\} אזי למה:
                                                                                                                                         .(\bigcup_{i=0}^{\infty}\mathcal{B}_{f(i)}=X
                                                                                                                                      .טענה: \mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}} לינדולף
                                                                    טענה: יהי X מ"ט ספרבילי ותהא f:X 	o Y רציפה אזי f:X 	o Y ספרבילי.
                                                                                                            מסקנה: ספרביליות הינה תכונה טופולוגית.
                                                                      . טענה: יהי X מ"ט לינדלוף ותהא f:X	o Y רציפה אזי f(X) לינדלוף.
                                                                                                                מסקנה: לינדלוף הינה תכונה טופולוגית.
                                                                              . טענה: יהי X מ"ט ספרבילי ותהא A \subseteq X פתוחה אזי A ספרבילי יהי X
                                                                                 .I מניה (\prod X_lpha,\mathcal{T}_{
m prod}) אזי |\Lambda|\leq lpha_0 מניה מסקנה: יהיו \{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda} מיטים מניה ו
                                                         .II מטקנה: יהיו (\prod X_lpha,\mathcal{T}_{
m prod}) אזי |\Lambda|\leq lpha_0 באשר וו מיטים מניה \{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda} איזי
                                                    . ספרבילים (\prod X_lpha, \mathcal{T}_{
m prod}) אזי איזי איזי ספרבילים מסקנה: יהיו מסקנה: יהיו איטים מפרבילים באשר מפרבילים איזי
```

X מניה מסקנה: יהי X מ"ט מושרה ממרחב מטרי אזי מיט מושרה מסקנה:

 $\mathbb{R}$  טענה:  $\mathbb{R}$  המצוייד עם הטופולוגיה הקו־בת־מניה אינו מניה

 $\overline{A}=\{x\in X\mid x$  המתכנסת אל  $a\in A^{\mathbb{N}}$  האזי  $\{$ קיימת  $A\subseteq X$  תת־קבוצה אל משפט: יהי  $A\subseteq X$  משפט: יהי

 $a\in X$  עבור a אוי (לכל  $\{x_n\}\subseteq X$  משפט: יהיו אוי (לכל  $\{x_n\}\subseteq X$  מניה וותהא אוי וותהא  $f:X\to Y$  אוי וותהא אוי וותהא משפט: יהיו

 $\mathcal T$  מרחב טופולוגי המקיים את אקסיומת המניה השנייה: מרחב טופולוגי X עבורו קיים בסיס לכל היותר בן מנייה היוצר את

.I טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה מניה

מתקיים כי  $\{f(x_n)\}$  מתכנסת ל־ $\{f(x_n)\}$ .

X מניה וו אזי מסקנה: יהי מסקנה: יהי מסקנה

 $\mathbb{R}_{\mathsf{Sorg}}$  מניה  $\mathbb{R}_{\mathsf{Sorg}}$ 

 $\mathbb{R}^n$  טענה:  $\mathbb{R}^n$  מניה II.  $\mathbf{P}^n$  מימון:  $\mathbf{P}^n$   $\mathbf{P}^n$   $\mathbf{P}^n$   $\mathbf{P}^n$  טענה:  $(\mathbb{R}^{N_0},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$  מניה II.  $(\mathbb{R}^{N_0},\mathcal{T}_{\mathrm{box}})$  אינו מניה I.

.II טענה:  $\mathbb{R}_{\mathsf{Sorg}}$  אינו מניה

```
טענה: יהי X מרחב מטרי התב"ש
                                                                                                                                                                                                               .II מניה X •
                                                                                                                                                                                                             . ספרביליX
                                                                                                                                                                                                              .לינדלוף X \bullet
y של \mathcal V או קיימת סביבה y \notin \mathcal U או עבורו עבורו לכל x,y \in X שונים קיימת סביבה \mathcal V של או קיימת סביבה \mathcal V או קיימת סביבה \mathcal V
                                                                                                                                                                                                                     x \notin \mathcal{V} עבורה
y של \mathcal V וגם קיימת סביבה y 
otin \mathcal U ואם עבורה y 
otin \mathcal U של עבורה א של געבורה לכל x,y \in \mathcal X עבורו לכל
                                                                                                                                                                                                                     x \notin \mathcal{V} עבורה
עבורן \mathcal V של אוכן בכיבה \mathcal U של של \mathcal U שונים קיימת סביבה \mathcal U של עבורו\mathcal X עבורו לכל עבורו לכל אונים קיימת סביבה \mathcal U של אוכן מרחב טופולוגי
                                                                                                                                                                                                                       \mathcal{U} \cap \mathcal{V} = \emptyset
                                                                                                                                                               מסקנה: T_0, T_1, T_2 הינן תכונות טופולוגיות.
                                                                                                                               T_0 מסקנה: יהי X מרחב טופולוגי T_1 אזי X מרחב טופולוגי
                                                                                                                               T_1 אזי א מרחב טופולוגי T_2 אזי א מרחב מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי
                                                                                                                                    T_2 מרחב מטרי אזי X מרחב מטרה מושרה מיט מושרה מיט מושרה אזי מיט מושרה
                                                X_i מרחב X אוזי X מרחב X טופולוגיות על X באשר X עדינה מ־X וכן תהיינה X טופולוגיות על X באשר אוזי X
                                                                                                                                                                                                מסקנה: \mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}} האוסדורף.
                                                                                                                             T_2 וכן אינו T_1 וכן אינו הקו־סופית בטופולוגיה בטופולוגיה \mathbb{Q}
                                                                                                                        T_2 וכן אינו וכן הינו הינו הינו המצוייד בטופולוגיה הקו־בת־מניה הינו תמצוייד בטופולוגיה הקו
                                                                                                                                         X. הינו (X,\mathcal{T}(d)) אזי מרחב מטרי אזי (X,d) הינו
                                                                                      (Y,S) אזי (Y,S) אזי אזי (Y,S) מ"ט באשר אזי (Y,S) מייט מענה: תהא (X,\mathcal{T}) אזי מייט באשר
                                                                                                                           T_i מרחב אזי A\subseteq X מרחב ויהי T_i מרחב מיט יהי יהי
                                                                     (T_i מרחב (\prod X_lpha, \mathcal{T}_{\mathsf{prod}}))\Longleftrightarrow(lpha \in \Lambda לכל לכל מרחב אזי (X_lpha) מ"טענה: יהיו
יחס \sim=\mathrm{Id}\cup\{(\left(\begin{smallmatrix}a\\0\end{smallmatrix}),\left(\begin{smallmatrix}a\\1\end{smallmatrix})\mid a\neq 0\} הסטנדרטית ויהי \mathbb{R}^2 הסטנדרטית עם הראשית הכפולה: תהא \mathbb{R}\times\{0,1\} עם הטופולוגיה המושרית מ
                                                                                                                                . שקילות על \mathbb{R} 	imes \{0,1\}/\sim אזי \mathbb{R} 	imes \{0,1\} עם טופולוגיית המנה
                                                                             .(\overline{\{a\}} 
eq \overline{\{b\}}) טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (T הוא T)\iff(לכל a,b\in X) טענה: יהי
                                                                                                (x \in X)טענה: יהי (X, \mathcal{T}) מ"ט אזי (X הוא (X, \mathcal{T}) קבוצה סגורה לכל
                                                                                     .(A=igcap_{A\subseteq\mathcal{U}}\mathcal{U} מתקיים A\subseteq X לככל (לכל הוא \mathcal{T}) מיט אזי (X,\mathcal{T}) טענה: יהי
                              \{x_n\} מתכנסת אזי קיים ויחיד y\in X מתכנסת ל־עבורו סענה: יהי עבורו \{x_n\}\subseteq X מתכנסת ותהא
                                                              T_i הינה \mathcal U עבורה \mathcal U של x עבורה סביבה \mathcal U אינה x \in X עבורה לכל עבורה \mathcal U הינה מ"ט מרחב טופולוגי
                                                                                                                                                         T_0 טענה: יהי X מ"ט מקומית אזי X הינו
                                                                                                                                                         T_1 טענה: יהי X מ"ט מקומית אזי T_1 מקומית אזי
                                                                                                                           T_2 טענה: הישר עם הראשית הכפולה הינו T_2 מקומית וכן אינו
                                                          A=igcap_{n=1}^\infty \mathcal{U}_n המקיימת \{\mathcal{U}_n\}_{n=1}^\infty\subseteq\mathcal{T} עבורה קיימת עבורה מסוג A\subseteq X יהי X יהי יהי X מ"ט אזי
                                                                                                                                 .G_{\delta} טענה: יהי X מ"ט T_1 מניה וויהי X \in X אזי T_1 סענה: יהי אינו
                                                                   a\in A אאיr\left(a
ight)=a רציפה עבורה r:X	o A אאיA\subseteq X לכל מ"ט ותהא X מ"ט ותהא
                                                                                                                  נסג. r:X 	o A עבורה קיימת A \subseteq X מ"ט אזי אזי A \subseteq X נסג.
                                                                                                                                     סענה: יהי A האוסדורף ותהא A\subseteq X נסג אזי A סגורה.
(|A\cap\mathcal{U}|\geq \aleph_0 ויהי A\subseteq X מתקיים x מתקיים x\in X טענה: יהי X מ"ט ויהי X\in X ויהי x\in X אזי x\in X אזי x\in X ויהי
                                                                                      . סענה: יהי X מ"ט אזי (X מרחב האוסדורף) קבוצה סגורה) קבוצה סגורה מ"ט אזי (X מרחב האוסדורף)
x\in\mathcal{U} עבורן עבורן עבורן א קיימות x
otin E סגורה באשר א קיימות עבורן לכל עבורן עבורן לכל א קיימות א קיימות עבורן א עבורן לכל א עבורן לכל א סגורה באשר א סגורה באשר א קיימות א עבורן עבורן עבורן עבורן א עבורן עבורן א עב
                                                                                                                                                                                          \mathcal{U} \cap \mathcal{V} = \emptyset וכן E \subseteq \mathcal{V} וכן
וכן E\subseteq\mathcal{U} עבורן עבורן עבורן \mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T} קיימות באשר E\cap F=\varnothing סגורות באשר סגורות עבורן עבורן עבורן עבורן אינורמלי:
                                                                                                                                                                                                  \mathcal{U} \cap \mathcal{V} = \emptyset וכן F \subseteq \mathcal{V}
                                                                                                                                              T_1 וכן רגולרי וכן X מרחב טופולוגי מרחב T_3 מרחב טופולוגי
```

 $T_1$  מרחב טופולוגי X נורמלי וכן: מרחב מרחב מרחב טופולוגי

```
T_3 אזי א מרחב טופולוגי T_4 אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי
                                                                                                                          .טענה: \mathbb{R}_K הינו T_2 וכן אינו רגולרי
                                                 (\mathbb{R},\mathcal{T}) אזי \mathcal{T}=\{(a,\infty)\mid a\in\mathbb{R}\}\cup\{\varnothing,\mathbb{R}\} אזי בורר אינסוף: נגדיר
                       .טענה: \mathbb R המצוייד עם טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף הינו T_0 וכן אינו T_1 וכן אינו רגולרי וכן הינו נורמלי.
                                                                                                                                             .T_4 טענה: \mathbb{R}_{\mathsf{Sorg}} הינו
                                                                                    \mathcal{V} \Subset \mathcal{U} אזי אזי \overline{\mathcal{V}} \subseteq \mathcal{U} וכן \mathcal{V} \subseteq \mathcal{U} עבורן עבורן עבורן עבורן אזי עהיינה
               \mathcal{U} \subseteq \mathcal{U} של X עבורה X של X קיימת סביבה ע של X עבורה של X עבורה X עבורה איי מ"ט אזי (X בורה) איי ווכל
טענה: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי)\Longrightarrow (לכל E\subseteq X סגורה ולכל מייט אזי (E\subseteq X סגורה ולכל מייט אזי (X נורמלי)
                                                                                                                                                     \mathcal{L}E \subseteq \mathcal{V} \subseteq \mathcal{U}
f:X	o [a,b] קיימת קיימת וארות ולכל A,B\subseteq X סגורות איי מ"ט אזי (X משפט הלמה של אוריסון: יהי A מ"ט אזי (X נורמלי)
                                                                                                                        .(f_{\upharpoonright_B} = b וכן f_{\upharpoonright_A} = a רציפה עבורה
                                                                                                   . רגולרי אזי A \subset X אזי א רגולרי מיט רגולרי יהי אזי מיט רגולרי מיט רגולרי מיט רגולרי מיט אזי אזי א
                                                                                            . טענה: יהי X מ"ט נורמלי ויהי E \subseteq X סגור אזי E נורמלי
                                                       . ( רגולרי) איי ((\prod X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})) איי (כל (\alpha\in\Lambda) רגולרי (רגולרי מ"טענה: יהיו איי ((X_{lpha}) מ"טים איי (מ
                                                  .(T_3 הינו אזי (\prod X_lpha,\mathcal{T}_{\mathsf{prod}}))\Longleftrightarrow(lpha\in\Lambda לכל לכל T_3 הינו אזי (X_lpha) מסקנה: יהיו
                                                                                                                 . מסקנה: \mathbb{R}^2_{	ext{Sorg}} הינו רגולרי וכן אינו נורמלי
                                                                                                               טענה: יהי X מ"ט מטריזבילי אזי מ"ט מטריזבילי יהי
                                                                   . טענה: יהי (X,\prec) יחס סדר טוב אזי X המצוייד עם טופולוגיית הסדר נורמלי יהי
                                                                . מרחב טופולוגי נורמלי לחלוטין: מ"ט X עבורו לכל מתקיים כי A\subseteq X מתקיים כי A נורמלי.
                                                             A\cap B=\emptyset וכן A\cap \overline{B}=\emptyset עבורן A\cap B=\emptyset וכן A מ"ט אזי A מ"ט אזי אזי A
     (B\subseteq\mathcal{V} וכן A\subseteq\mathcal{U} זרות עבורן \mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T} מופרדות קיימות A,B\subseteq\mathcal{X} וכן ורמלי לחלוטין) אור מ"ט אזי וורמלי
                                                                                     \mathcal{B}_{\text{moore},1} = \{B_r(p) \mid (p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}) \land (p_2 > r > 0)\} דימון:
                                                                                          \mathcal{B}_{\text{moore},2} = \{B_{p_2}\left(p\right) \cup \{(p_1,0)\} \mid (p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0})\} סימון:
                                                                        \mathcal{T}(\mathcal{B}_{\mathtt{moore},1} \cup \mathcal{B}_{\mathtt{moore},2}) המישור של מור: \mathbb{R} 	imes \mathbb{R}_{\geq 0} מצוייד עם הטופולוגיה
                                                                                טענה: המישור של מור הינו קשיר האוסדורף רגולרי וכן אינו נורמלי.
                                                                                                         . טענה: יהי X מ"ט רגולרי ומניה אזי X נורמלי.
                                                                                                       מסקנה: יהי X מ"ט רגולרי לינדלוף אזי X נורמלי.
               \mathcal{T}_X משרה את d' מושרית מהמטריקה d אזי קיימת מטריקה d' של X עבורה T_X מושרית מהמטריקה את \mathcal{T}_X מושרית מהמטריקה אזי קיימת מטריקה \mathcal{T}_X
                                                (וו(X_n,\mathcal{T}_{prod})) מטריזבילי) מטריזבילי לכל מיטים אזי מיטים אזי מטריזבילי מטריזבילי אזי אזי \{X_n\}_{n=0}^\infty
                                                                                                                              (\mathbb{R}^{leph_0},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}) מסקנה: מסקנה:
                                                                משפט המטריזציה של אוריסון: יהי X מ"ט T_0 רגולרי ומניה X מטריזבילי.
                      מרחב טופולוגי מטריזבילי מקומית: מ"ט X עבורו לכל x\in X קיימת סביבה \mathcal U של x עבורה \mathcal U הינה מטריזבילית.
                                                                      . מטריזבילי מקומית אזי אזי לינדלוף ומטריזבילי מישט אזי מ"ט מ"ט מיט מיט רגולרי לינדלוף מטריזבילי מקומית מ"ט מיט אזי ל
f:[n]	o\Lambda וקיימת n\in\mathbb{N} פיים \bigcup\mathcal{U}_lpha=X המקיימים המקיימים לכל עבורו לכל \mathcal{U}_lpha\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{T} או וקיימת עבורו
                                                                                                                                       \bigcup_{i=0}^n \mathcal{U}_{f(i)} = X עבורה
f:[n]	o\Lambda וקיימת n\in\mathbb{N} קיים של \mathcal{B}_lpha=X אזי (X קומפקטי) (לכל לכל לכל לכל לכל לכל לכל אזי ווקיימת אזי (X קומפקטי) אזי אזי (X קומפקטי)
                                                                                                                                      \bigcup_{i=0}^n \mathcal{B}_{f(i)} = X עבורה
                                                                                                 . טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית קופקטי
                                                                 (X)סענה: יהי (X) המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי ((X) קומפקטי)
                                                                   טענה: תהא X אזי (X,\mathcal{T}) אופולוגיה על א טופולוגיה סופית ותהא סופית ותהא א קבוצה סופית ותהא
                                                                                                 . טענה: \mathbb R המצוייד עם הטופולוגיה הקו־סופית קומפקטי
                                                                                         . טענה: \mathbb R המצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית אינו קומפקטי
```

. מסקנה: יהיו  $a,b\in\mathbb{R}$  אזי אינו קומפקטי המצוייד עם הטופולוגיה אינו אינו קומפקטי

מסקנה:  $T_3, T_4$  הינן תכונות טופולוגיות.

 $T_2$  אזי א מרחב טופולוגי  $T_3$  אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי

. טענה: יהיו  $a,b\in\mathbb{R}$  אזי [a,b] המצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי

 $f:[n] o\Lambda$  וקיימת  $N\in\mathbb{N}$  קיים איט ויהי  $Y\subseteq\bigcup\mathcal{U}_lpha$  המקיימים  $\{\mathcal{U}_lpha\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{T}_X$  אזי (Y קומפקטי) אזי (Y קומפקטי) אזי ( $Y\subseteq\bigcup_{i=0}^n\mathcal{U}_{f(i)}$  המקיימים אזי ( $Y\subseteq\bigcup_{i=0}^n\mathcal{U}_{f(i)}$ 

טענה: יהי X מ"ט קומפקטי ותהא  $Y\subseteq X$  סגורה אזי איז קומפקטי.

 $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=arnothing$  וכן  $Y\subseteq\mathcal{V}$  וכן  $x\in\mathcal{U}$  עבורן עבורן  $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}_X$  אזי קיימות אזי קיימות אזי קומפקטי ויהי אוסדורף עבורן אזי קומפקטי ויהי

סגורה. אזי Y האוסדורף ותהא  $Y\subseteq X$  האוסדורף ותהא אזי יהי

טענה: יהי X האוסדורף קומפקטי אזי X רגולרי.

טענה: יהי X האוסדורף קומפקטי אזי X נורמלי.

טענה: יהי X קומפקטי ותהא f:X o Y רציפה אזי f:X o Y קומפקטי.

מסקנה: קומפקטיות הינה תכונה טופולוגית.

. טענה: יהי f קומפקטי יהי f:X o Y ותהא ותהא f:X o Y האוסדורף ותהא סענה: יהי X קומפקטי יהי

. אזי א שיכון החח"ע אזי  $f:X\to Y$ ותהא ותח<br/>א האוסדורף אזי קומפקטי יהי אזי קומפקטי יהי אזי האוסדורף ותהא

 $\bigcap_{i=1}^n A_{f(i)} 
eq \varnothing$  מתקיים  $f:[n] o \Lambda$  ולכל  $n \in \mathbb{N}$  המקיימת אזי  $\{A_{lpha}\}_{lpha \in \Lambda} \subseteq \mathcal{P}(X)$  המקיים אזי  $f:[n] o \Lambda$  משפחה של קבוצות סגורות המקיימת את תכונת החיתוך הסופי מתקיים  $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(X)$  (לכל  $\mathcal{P}(X) \hookrightarrow \mathcal{P}(X)$ ).

. טענה: יהי X האוסדורף קומקפטי מטריזבילי מקומית אזי א מטריזבילי

טענה: יהי א קומפקטי מטריזבילי אזי א ספרבילי. טענה

.(II מניה X) האוסדורף קומפקטי אזי (X מטריזבילי) מניה אווווענה: יהי

טענה: יהי Y קומפקטי מטריזבילי יהי Y האוסדורף ותהא f:X o Y רביפה ועל אזי Y מטריזבילי.

 $(X \times Y^T$ טענה:  $(Y \cap \Gamma_f)$  סגורה ב $(X \times Y \cap \Gamma_f)$  סגורה בי $(Y \cap \Gamma_f)$  סענה: יהי איי מ"ט יהי א מ"ט יהי איי קומפקטי ותהא

למה: יהי X קומפקטי יהי X מ"ט ויהי  $X \in \mathcal{Y}$  כיסוי פתוח של  $X \times Y$  ללא תת־כיסוי סופי אזי קיימת  $X \in \mathcal{X}$  עבורה לכל מתקיים כי  $X \times Y$  אינה ניתנת לכיסוי סופי על ידי אברי  $\mathcal{X}$ .

 $x\in X$  משטים יהי Y קומפקטי יהי ההי  $A\subseteq \mathcal{P}\left(X\times Y\times Z
ight)$  כיסוי פתוח של  $X\times Y\times Z$  ללא תת־כיסוי סופי ותהא למה: יהיו X,Z משברה לכל  $y\in Y$  מתקיים כי  $y\in Y$  אינה ניתנת לכיסוי סופי על ידי אברי  $y\in Y$  אזי קיימת  $y\in Y$  אונה ניתנת לכיסוי סופי. של  $y\in Y$  מתקיים כי  $y\in Y$  אינה ניתנת לכיסוי סופי.

.) קומפקטיי ( $\prod_{i=1}^n X_i, \mathcal{T}_{ ext{prod}}$ )) איי ( $i \in [n]$  סענה: יהיו אזי ( $X_i$ ) מ"טים אזי אזי ( $X_i$ ) קומפקטיי ( $X_i$ ) איים אזי ( $X_i$ ) קומפקטיי

. (קומפקטי) איי ( $\prod_{i=1}^\infty X_i, \mathcal{T}_{ ext{prod}}$ )) איי (גכל איי הייו $X_i$ ) קומפקטי) קומפקטי) מענה: יהיו איי איי איי ווא קומפקטי

 $(\prod X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}))$  ( $lpha\in\Lambda$  לכל  $(A\in\Lambda)$  ה"טים מתקיים ( $(X_{lpha})$  מ"טים מתקיים ( $(X_{lpha})$  קומפקטי לכל (לכל (A) אולכל (A) אולכל (A) הומפקטי)).

. (קומפקטי) ( $(\prod X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ) (כל לכל המשפט טיכונוב: יהיו איי משקנה משפט איי מחקנה משפט טיכונוב: יהיו איי איי איי איי איי קומפקטי)

. אינו קומפקטי ( $\prod_{n=1}^\infty\left\{0,1\right\},\mathcal{T}_{ ext{box}}$ ) אינו קומפקטי וכן ( $\left\{0,1\right\}$  המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה איז

 $a,b\in X$  עבורם f:X o Y אותהא אוי הסדר עם טופולוגיית מצוייד עם טופולוגיית מצוייד עם טופולוגיית הסדר אוי  $a,b\in X$  איי קיימים אוי קיימים  $x\in X$  לכל לכל  $f(a)\leq f(x)\leq f(b)$ 

אז  $\delta>0$  אם  $A\subseteq X$  אם לבג: יהי אז מספר לבג: יהי א מספר ויהי אויהי  $A\subseteq \mathcal{P}(X)$  מספר לבג: יהי א מרחב מטרי קומפקטי ויהי  $A\subseteq \mathcal{P}(X)$  כיסוי פתוח של  $A\subseteq X$  עבורה  $A\subseteq \mathcal{U}$  עבורה  $\mathcal{U}\in \mathcal{A}$ 

טענה: יהי X מרחב מטרי קומפקטי ויהי  $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$  ייהי מספר מטרי מרחב מטרי יהי מספר לבג.

"פסקנה: יהי f:X o Y מרחב מטרי קומפקטי הי f:X o Y מרחב מטרי מסקנה: יהי מסקנה: יהי מידי מוערי קומפקטי יהי אוי א

מרחב טופולוגיה קומפקטית וכן קיימת  $D\subseteq X$  קיימת עבורו לכל X עבורו מרחב טופולוגי מקומית: מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי א עבורו לכל  $x\in X$  המקיימת  $x\in \mathcal{U}$ 

טענה: יהי X מ"ט קומפקטי אזי X מ"ט קומפקטי מקומית.

טענה: יהי X האוסדורף התב"ש

- . קומפקטי מקומית X
- . קומפקטית קיימת  $\overline{\mathcal{U}}$  סביבה של x באשר קיימת  $x\in X$  לכל
- $\mathcal{V} \in \mathcal{U}$  ולכל  $\overline{\mathcal{V}}$  חביבה של x קיימת  $\mathcal{V}$  סביבה של x עבורה  $\overline{\mathcal{V}}$  קומפקטית וכן  $x \in X$

```
\overline{f\left(X
ight)}=Y המקיים f:X	o Y המקיים f:X	o Y עבורו קיים שיכון f:X	o Y המקיים
                                                                             הערה: קומפקטיפיקציה היא לעיתים מ"ט ולעיתים השיכון.
                                                                     X בפוף ב־X מסקנה: יהי X מ"ט ותהא Y קומפקטיפיקציה אזי
                                  |Y \backslash X| = 1 קומפקטיפיקציה אדינקודתית/אלכסנדרוב: יהי X מ"ט אזי קומפקטיפיקציה Y עבורה Y \backslash X
                          X סטענה: יהי האוסדורף קומפקטי מקומית שאינו קומפקטי אזי קיימת ל־X קומפקטיפיקציה חד־נקודתית.
הערה: הי X האוסדורף קומפקטי מקומית שאינו קומפקטי ותהיינה Y,Z קומפקטיפיקציות חד־נקודתיות אזי Z,Y הומיאומורפיים.
רציפה Z ולכל מ"ט האוסדורף איז קומפקטיפיקציה i:X	o Y רציפה אזי קומפקטיפיקציה מ"ט אזי קומפקטיפיקציה אזי קומפקטיפיקציה און איז קומפקטיפיקציית רציק
                                                                                            g\circ i=f רציפה עבורה g:Y	o Z קיימת
                                               . סענה: יהי X מ"ט ותהיינה Y,Z קומפקטיפיקציות סטון־צ'ך אזי מ"ט ותהיינה X
                          מתכנסת. מרחב מופולוגי a_n מתכנסת. עבורו לכל סדרה מרחב טופולוגי מרחב מרחב מרחב מרחב מופולוגי קומפקטי סדרתית:
(\pi_{lpha}\left(a_{n}
ight))_{n=0}^{\infty}למה: יהיו b\in\prod_{lpha\in\Lambda}X_{lpha} אזי והי a:\mathbb{N}\to\prod_{lpha\in\Lambda}X_{lpha} מ"טים תהא \{X_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda} סדרה ויהי
                                                                                                        \alpha \in \Lambda לכל \pi_{\alpha}(a)מתכנסת ל
                                        . סענה: \{x \in [0,1] \to \{0,1\} \mid |\{x_{\alpha}=1\}| \leq \aleph_0\} קומפקטית סדרתית וכן אינה קומפקטית.
                                                                       . טענה: [0,1] 	o [0,1] קומפקטית וכן אינה קומפקטית סדרתית
                                             . טענה: \left[0,1\right]^2 מצוייד עם טופולוגיית הסדר המילוני הינו קומפקטי וכן קומפקטי סדרתית.
                                                                              . טענה: יהי X קומפקטי מניה I אזי א קומפקטי סדרתית יהי
                                                                             טענה: יהי X לינדלוף קומפקטי סדרתית אזי X קומפקטי.
                         טופולוגיית הישר הארוך: יהי \omega_1 הסודר המינימלי שאינו בן־מניה אזי \omega_1 \times [0,1) מצוייד עם הסדר המילוני.
                                                    טענה: הישר הארוך הינו קומפקטי סדרתית וכן אינו קומקפטי וכן אינו מטריזבילי.
טענה: יהיו \Delta\subseteq\Lambda סופית עבורה לכל מקומפקטי מקומית לכל אזי קומפקטי מיטים אזי אזי אזי \{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda} סופית עבורה אזי לכל מענה: יהיו
                                                                                . קומפקטי מקומית) קומפקטי (\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}) (\beta\in\Lambda\setminus\Delta
                                   (A,d) מרחב מטרי שלם ותהא A\subseteq X אזי שלם ותהא מטרי שלם מרחב מטרי שלם ((A,d)) מרחב מטרי שלם
                                                          . מרחב מטרי שלם (X, \min\{d,1\}) מרחב מטרי שלם מטרי אזי (X, \min\{d,1\}) מרחב מטרי שלם.
                                 המטריקה האחידה: יהי 
ho\left(d
ight):X^{\Lambda}	imes X^{\Lambda}	o\mathbb{R} קבוצה אזי מטרי ותהא מטרי מטרי מטרי מירי המטריקה האחידה: יהי
                                                                                       .\rho\left(d\right)\left(x,y\right)=\sup_{\alpha\in\Lambda}\left\{\min\left\{d\left(x_{\alpha},y_{\alpha}\right),1\right\}\right\}

ho(d) < 1 וכן X^\Lambda מטריקה מעל X^\Lambda וכן 
ho(d) אזיי 
ho(d) מטריקה מעל אוכן מרחב מטרי ותהא
                                             . מרחב מטרי שלם ותהא (X^\Lambda, \rho(d)) אזי (X,d) מרחב מטרי שלם מטרי שלם יהי
  f אזי f אזי f רציפות עבורן f רציפות f אזי f רציפה. f אזי f רציפה איז איז f:X	o Y מרחב מטרי תהא
                                       C(X,Y) מרחב מטרי אזי C(X,Y) סגורה במרחב המטרי (Y,d) מרחב מטרי יהי X מ"ט ויהי
                                                   מסקנה: יהי X מ"ט ויהי (Y,d) מרחב מטרי שלם אזי C(X,Y) מרחב מטרי שלם.
F\left(x,0
ight)=f\left(x
ight) העתקות הומוטופיות: יהיו X,Y מ"ט אזי f,g:X	o Y רציפות עבורן קיימת F:X	imes[0,1]	o Y רציפות אזי לאזי
                                                                                                      x \in X לכל F(x,1) = g(x) וכן
                                                            f \sim_{\mathsf{homotopv}} g הומוטופיות אזי f,g:X 	o Y מ"ט ויהיו איזי מיט ויהיו
                                                                                      . טענה: יחס שקילות מ"ט אזי \sim_{\mathsf{homotopy}} יחס שקילות X,Y
```

מסקנה: יהי X האוסדורף קומפקטי מקומית אזי X רגולרי. מסקנה:  $\mathbb{R}^n$  מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי מקומית.

מסקנה: קומפקטיות מקומית הינה תכונה טופולוגית.

סענה:  $\mathbb Q$  מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית אינו קומפקטי מקומית.

. סענה: יהי X קומפקטי מקומית ותהא  $Y\subseteq X$  סגורה אזי קומפקטית מקומית יהי

. סענה: יהי Y האוסדורף קומפקטי מקומית ותהא  $Y\subseteq X$  פתוחה אזי קומפקטית מקומית.

. סענה: יהי X קומפקטי מקומית יהי Y מ"ט ותהא f:X o Y רציפה ופתוחה אזי קומפקטי מקומית יהי X

טענה: יהיו  $\{X_i\}_{i=1}^n$  מ"טים אזי  $(X_i)$  קומפקטי מקומית לכל  $(i\in[n])$ אישיה (היו  $\{X_i\}_{i=1}^n$  קומפקטי מקומית). העתקה נאותה: יהיו X,Y מ"טים אזי  $f:X\to Y$  עבורה לכל  $f:X\to Y$  קומפקטית מתקיים כי  $f^{-1}(C)$  קומפקטית מקומית ותהא  $f:X\to Y$  חח"ע על רציפה ונאותה אזי f הומיאומורפיזם. סענה: יהי X מ"ט יהי X האוסדורף קומפקטי מקומית ותהא  $f:X\to Y$  חח"ע על רציפה ונאותה אזי f הומיאומורפיזם.

. סענה:  $(\mathbb{R}^{leph_0}, \mathcal{T}_{ ext{prod}})$  קומפקטי מקומית

 $\pi_1\left(X,a
ight)=\{f\in C([0,1],X)|f(0)=f(1)=a\}/\sim_{ ext{homotopy}}$  אזי  $a\in X$  מ"ט ותהא  $A\in X$  מ"ט ותהא  $a\in X$  אזי  $a\in X$  אזי  $a\in X$  אזי  $a\in X$  מענה: יהי  $a\in X$  מ"ט ותהא  $a\in X$  אזי  $a\in X$  מיט ותהא

.2 מסקנה משפט העקומה של ז'ורדן: תהא  $\gamma$  מסילה סגורה פשוטה מעל  $\mathbb{S}^2$  אזי מספר רכיבי הקשירות של ז'ורדן: תהא  $\gamma$ 

מסקנה:  $K_{3,3}$  איננו מישורי.

G משפט קורטובסקי: יהי G גרף אזי (G איננו מישורי) $\iff$  תת גרף של G או  $K_5$  תת גרף של G). משפט קורטובסקי: יהי G גרף אזי (G) איננו מישורי) G תת גרף של G0. G1. G3. G3. G4. G5. G5. G6. G6. G7. G8. G8. G9. G

 $G\left(\Sigma
ight)\cong\pi_{1}\left(T,a
ight)$  אזי החתך אזי מישור בצד ותהא ותהא על ידי מישור אזי אורים החתוך אזי מישור בעל  $a\in T$ 

 $G(\Sigma)\cong\pi_1\left(X,a
ight)$  אלפבית יהי  $\Sigma$  אלפבית יהי חורים בעל  $\Sigma$  חורים החתוך בצורה מסוימת ויהי  $a\in T$  על חתך מסוים אזי חורים בעל  $\Sigma$  חורים החתוך בצורה מסוימת ויהי  $\pi_n\left(X
ight)=\{f\in C(\mathbb{S}^n,X)\}/_{\sim_{\mathrm{homotopy}}}$  אזי  $n\in\mathbb{N}$  אזי מ"ט ויהי X מ"ט ויהי X מ"ט ויהי ויהי מ"ט ויהי מ"ט