כדור פתוח: יהי $a \in \mathbb{R}^n$ ויהי $r \in \mathbb{R}$ אזי $B_r(a) = \{x \in \mathbb{R} \mid \|x-a\| < r\}$.

כדור סגור: יהי $a \in \mathbb{R}^n$ ויהי $r \in \mathbb{R}$ אזי $\overline{B}_r(a) = \{x \in \mathbb{R} \mid \|x-a\| \le r\}$.

ספירה: יהי $a \in \mathbb{R}^n$ ויהי $r \in \mathbb{R}$ אזי $S_r(a) = \{x \in \mathbb{R} \mid \|x-a\| = r\}$.

תיבה פתוחה: יהיו $a, b \in \mathbb{R}^n$ אזי $\Pi_{a,b} = \left\{x \in \mathbb{R}^n \mid \forall j \in [n] . a_j < x_j < b_j\right\}$.

תיבה סגורה: יהיו $a, b \in \mathbb{R}^n$ אזי $\overline{\Pi}_{a,b} = \left\{x \in \mathbb{R}^n \mid \forall j \in [n] . a_j \le x_j \le b_j\right\}$.

נקודה פנימית: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ותהא $x \in M$ המקיימת $\exists r > 0 . B_r(x) \subseteq M$ אזי x נקודה פנימית.

פנים של קבוצה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי $\mathring{M} = \{x \in M \mid M$ נקודה פנימית של $x\}$.

קבוצה פתוחה: קבוצה $M \subseteq \mathbb{R}^n$ עבורה $M = \mathring{M}$.

נקודה חיצונית: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ותהא $x \in \mathbb{R}^n$ המקיימת $\exists r > 0 . B_r(x) \subseteq \mathbb{R}^n \backslash M$ אזי x נקודה חיצונית.

נקודה מבודדת: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ותהא $x \in M$ המקיימת $\exists r > 0 . B_r(x) \cap M = \{x\}$ אזי x נקודה מבודדת.

נקודת שפה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ותהא $x \in \mathbb{R}^n$ לא נקודה פנימית ולא נקודה חיצונית אזי x נקודת שפה.

שפה של קבוצה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי $\partial M = \{x \in M \mid M$ נקודת שפה של $x\}$.

קבוצה סגורה: קבוצה $M \subseteq \mathbb{R}^n$ עבורה $\partial M \subseteq M$.

סגור של קבוצה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי $\overline{M} = \mathring{M} \cup \partial M$.

טענה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי (x נקודה חיצונית של M)$\iff$(x נקודה פנימית של $\mathbb{R}^n \backslash M$).

מסקנה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי (M פתוחה)$\iff$($M^{\mathcal{C}}$ סגורה).

קבוצה חסומה: קבוצה $M \subseteq \mathbb{R}^n$ המקיימת $\exists r > 0 . M \subseteq B_r(0)$.

קבוצה קומפקטית: קבוצה $K \subseteq \mathbb{R}^n$ סגורה וחסומה.

טענה היינה בורל: תהא $K \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי (K קומפקטית)$\iff$(לכל $\{I_n\}_{n \in \Lambda}$ קבוצות פתוחות עבורן $A \subseteq \bigcup_{n \in \Lambda} I_n$ מתקיים $\exists \mathcal{B} \in \mathcal{P}_{<\aleph_0}(\Lambda) . A \subseteq \bigcup_{n \in \mathcal{B}} I_n$).

סימון: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי $a^{(k)} = a(k)$.

גבול: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ ותהא $L \in \mathbb{R}^n$ עבורן $\lim_{k \to \infty} \left\|a^{(k)} - L\right\| = 0$ אזי $\lim_{k \to \infty} a^{(k)} = L$.

הערה: נשתמש באותם סימני גבול כמו במשתנה יחיד, כלומר $\lim_{x \to a}$ וכן $\xrightarrow[x \to a]{}$.

משפט: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ ויהי $b \in \mathbb{R}^n$ אזי $\left(a^{(k)} \xrightarrow[k \to \infty]{} b\right) \iff \left(\forall j \in [n] . a_j^{(k)} \xrightarrow[k \to \infty]{} b_j\right)$.

מסקנה: כל מניפולציות הגבול של סדרה מחדו"א 1 מתקיימות.

משפט קושי: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי (a מתכנסת)$\iff\left(\forall \varepsilon > 0 . \exists k \in \mathbb{N} . \forall m, p > k . \left\|a^{(m)} - a^{(p)}\right\| < \varepsilon\right)$.

מסקנה: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי (a מתכנסת)$\iff\left(\forall j \in [n] . \forall \varepsilon > 0 . \exists k \in \mathbb{N} . \forall m, p > k . \left\|a_j^{(m)} - a_j^{(p)}\right\| < \varepsilon\right)$.

משפט בולצאנו ווירשטראס: לכל סדרה חסומה קיימת תת־סדרה מתכנסת.

משפט: תהא $K \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי (K קומפקטית)$\iff$(לכל $a \in K^{\mathbb{N}}$ קיימת תת־סדרה $a^{(k_i)}$ המקיימת $\lim_{k \to \infty} a^{(k_i)} \in K$).

הערה: תהא $A \subseteq \mathbb{R}^n$ תהא $f : A \to \mathbb{R}^m$ נחשוב על f כוקטור של פונקציות $f = \langle f_1, \ldots, f_m \rangle$ כאשר $f_i : A \to \mathbb{R}$.

גבול: תהא $A \subseteq \mathbb{R}^n$ תהא $f : A \to \mathbb{R}^m$ תהא $a \in \mathbb{R}^n$ ותהא $L \in \mathbb{R}^m$ אזי

- היינה: אם $\forall x \in A^{\mathbb{N}} . \left(x^{(k)} \to a\right) \Longrightarrow \left(f\left(x^{(k)}\right) \to L\right)$ אזי $\lim_{x \to a} f(x) = L$.
- קושי: אם $\forall \varepsilon > 0 . \exists \delta > 0 . \forall x \in A \backslash \{a\} . \|x - a\| < \delta \Longrightarrow \|f(x) - L\| < \varepsilon$ אזי $\lim_{x \to a} f(x) = L$.

מסקנה: כל מניפולציות הגבול של פונקציה מחדו"א 1 מתקיימות.

רציפות בנקודה: תהא $A \subseteq \mathbb{R}^n$ תהא $f : A \to \mathbb{R}^m$ אזי $a \in A$ עבורה $f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$.

סימון: תהא $A \subseteq \mathbb{R}^n$ תהא $f : A \to \mathbb{R}^m$ ותהא $B \subseteq A$ אזי (f רציפה נקודתית עבור כל $b \in B$)$\iff(f \in C(B))$.

משפט: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^{n}$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^{m}$ ותהא $B\subseteq A$ אזי $(f\in C(b))\iff(f_{1},\ldots,f_{m}\in C(b))$.

מסקנה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.

עקומה פרמטרית: יהי $I\subseteq\mathbb{R}$ קטע אזי $\gamma:I\to\mathbb{R}^{m}$.

מסילה: עקומה פרמטרית רציפה.

מסילה של קו ישר: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^{m}$ נגדיר $\gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^{m}$ כך $\gamma(t)=(1-t)a+tb$.

טענה: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^{m}$ ותהא $\gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^{m}$ מסילה של קו ישר בין a ל־b אזי γ מסילה.

סימון: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^{m}$ ותהא $\gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^{m}$ מסילה של קו ישר בין a ל־b אזי $[a,b]=\mathrm{Im}(\gamma)$.

קבוצה קמורה: קבוצה $M\subseteq\mathbb{R}^{n}$ המקיימת $\forall a,b\in M.[a,b]\subseteq M$.

טענה: יהי $a\in\mathbb{R}^{n}$ ויהי $r\in\mathbb{R}$ אזי $B_{r}(a),\overline{B}_{r}(a)$ קבוצות קמורות.

קבוצה קשירה: $M\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורה לכל $x,y\in M$ קיימת מסילה $\gamma:[0,1]\to M$ המקיימת $\gamma(0)=x$ וכן $\gamma(1)=y$.

תחום: קבוצה פתוחה וקשירה מסילתית.

טענה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^{n}$ פתוחה אזי קיימת $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}_{\leq\aleph_{0}}(\mathbb{R}^{n})$ קבוצה של תחומים זרים עבורה $\biguplus\mathcal{A}=M$.

תכונת דרבו: $f:A\to\mathbb{R}$ המקיימת לכל $a,b\in A$ עבורן $f(a)<f(b)$ מתקיים $[f(a),f(b)]\subseteq f([a,b])$.

טענה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ קשירה ותהא $f\in C(\mathcal{U},\mathbb{R})$ אזי f מקיימת את תכונת דרבו.

משפט ווירשטראס: תהא $\mathcal{K}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ קומפקטית ותהא $f\in C(\mathcal{K},\mathbb{R})$ אזי קיימים $x,y\in\mathcal{K}$ עבורם $f(\mathcal{K})=[f(x),f(y)]$.

רציפה במידה שווה (במ"ש): תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ אזי $f:\mathcal{M}\to\mathbb{R}^{n}$ המקיימת $\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall x,y\in\mathcal{M}.\|x-y\|<\delta\Longrightarrow\|f(x)-f(y)\|<\varepsilon$.

טענה: תהא $\mathcal{K}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ קומפקטית ותהא $f\in C(\mathcal{K},\mathbb{R}^{m})$ אזי f רציפה במ"ש.

נורמה: יהי L מרחב אוקלידי נוצר סופית אזי $\upsilon:L\to\mathbb{R}$ עבורה לכל $a\in L$ ולכל $\lambda\in\mathbb{R}$ מתקיים

- $(\upsilon(a)\geq0)\wedge((\upsilon(a)=0)\iff(a=0))$.
- הומוגניות: $\upsilon(\lambda a)=|\lambda|\cdot\upsilon(a)$.
- אי שיוויון המשולש (אש"מ): $\upsilon(a+b)\leq\upsilon(a)+\upsilon(b)$.

טענה: תהא $\upsilon:\mathbb{R}^{n}\to\mathbb{R}$ נורמה אזי קיים $c>0$ עבורו $\forall x\in\mathbb{R}^{n}.\upsilon(x)\leq c\|x\|$.

טענה: תהא $\upsilon:\mathbb{R}^{n}\to\mathbb{R}$ נורמה אזי $\upsilon\in C(\mathbb{R}^{n})$.

טענה: תהא $\upsilon:\mathbb{R}^{n}\to\mathbb{R}$ נורמה אזי קיים $c>0$ עבורו $\forall x\in\mathbb{R}^{n}.c\|x\|\leq\upsilon(x)$.

נורמות שקולות: $\upsilon,\eta:\mathbb{R}^{n}\to\mathbb{R}$ נורמות עבורן קיימים $a,b>0$ המקיימים $a\cdot\eta\leq\upsilon\leq b\cdot\eta$.

טענה: שקילות נורמות הינו יחס שקילות.

מסקנה: תהא $\upsilon:\mathbb{R}^{n}\to\mathbb{R}$ נורמה אזי $\upsilon,\|\cdot\|$ שקולות.

נורמת ℓ_{p}: עבור $p\in\mathbb{N}_{+}$ נגדיר נורמה $\|\cdot\|_{p}:\mathbb{R}^{n}\to\mathbb{R}$ כך $\|v\|_{p}=\left(\sum_{i=1}^{n}|v_{i}|^{p}\right)^{\frac{1}{p}}$.

נורמת ℓ_{∞}: נגדיר נורמה $\|\cdot\|_{\infty}:\mathbb{R}^{n}\to\mathbb{R}$ כך $\|v\|_{\infty}=\max_{1\leq i\leq n}|v_{i}|$.

ציור של מעגלי היחידה בנורמות ℓ_{p} ...