```
|a+ib|=\sqrt{a^2+b^2} אזי a,b\in\mathbb{R} הערך המוחלט: יהיו
                                                                                                               \operatorname{Re}\left(z
ight)=0 עבורו z\in\mathbb{C} מספר מדומה טהור:
                                                                                                                 \operatorname{Im}\left(z
ight)=0 עבורו z\in\mathbb{C}:מספר ממשי טהור:
                                                                                                                                                           למה: יהיz\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                                                   .\overline{(\overline{z})} = z \bullet
                                                                                                                                                                 |\overline{z}| = |z| \bullet
                                                                                                                                                                .z\overline{z} = |z|^2 \bullet
                                                                                                                      .z^{-1}=rac{\overline{z}}{|z|^2} אזי z\in\mathbb{C}ackslash\{0\} מסקנה: יהי
                                                                                                        מסקנה: \mathbb C עם הפעולות שהוגדרו מלעיל הינו שדה.
                                                                                                                                                   טענה: יהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                                         .Re (z) = \frac{z+\overline{z}}{2} •
                                                                                                                                                        \operatorname{Im}(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i} \bullet
                                                                                                                                                     \overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w} \bullet
                                                                                                                                                          .\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w} \bullet
                                                                                                                              \overline{\left(rac{z}{w}
ight)}=rac{\overline{z}}{\overline{w}} אזי w
eq 0 נניח כי
                                                                                                                             |z\cdot w|=|z|\cdot |w|י גיוח כי |z| = w אזי איז |z| = w.
                                                                                                                                             |z| \le \operatorname{Re}(z) \le |z| \bullet
                                                                                                                                             |z| \le \operatorname{Im}(z) \le |z| \bullet
.|z+w|\leq |z|+|w| איז z,w\in\mathbb{C} טענה אי שיוויון המשולש: יהיו z,w\in\mathbb{C} איז איז z,w\in\mathbb{C} טענה אי שיוויון קושי שוורץ: יהיו z,w\in\mathbb{C} איז z_1\ldots z_n,w_1\ldots w_n\in\mathbb{C} טענה אי שיוויון קושי שוורץ: יהיו
                                                                                                                       מסקנה: יהיו a,b\in\mathbb{R} ויהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                              |z| - |w| \le |z - w| •
                                                                                                                                               |a+ib| \le |a|+|b|
                                                                      e^{i	heta}=\cos{(	heta)}+i\sin{(	heta)} אזי 	heta\in\mathbb{R} הצגה פולרית/הצגה קוטבית: יהי
                                                                                      \mathrm{arg}\left(z
ight)=\left\{	heta\in\mathbb{R}\mid z=|z|\,e^{i	heta}
ight\} אזי z\in\mathbb{C} הארגומנט: יהי
                                                                z=|z|\cdot e^{i	heta} עבורו 	heta\in(-\pi,\pi] אזי קיים ויחיד z\in\mathbb{C}ackslash\{0\} אזי יהי
                                                   \operatorname{Arg}(z)=	heta אזי 	heta\in \operatorname{arg}(z)\cap (-\pi,\pi] ויהי z\in \mathbb{C}\setminus\{0\} אזי z\in \mathbb{C}\setminus\{0\}
                                                                                           . ויחיד קיים ויחיד אוי הארגומנט העיקרי אזי אזי z\in\mathbb{C}\backslash\left\{ 0
ight\} הערה: יהי
```

A=B+C אוי קיימות איי אוי פיימות 0 עבורן B באשר באר באשר באשר אנטי־קונפורמית או  $A\in M_2\left(\mathbb{R}\right)$  אוי קיימות איי קיימות ויחידות באשר באשר אווי באשר באשר באשר באשר אנטי־קונפורמית או

. מעל  $\mathbb{R}^2$  עם הפעולות הסטנדרטיות מרוכבים: מרחב וקטורי

.i=(0,1) הגדרה וכן וכן  $1\mapsto (1,0)$  בהתאמה ב־D הערה: נשתמש ב־משקנה: אזי קיימים ויחידים  $a,b\in\mathbb{R}$  עבורם  $z\in\mathbb{C}$  אזי אזי קיימים ויחידים  $a,b\in\mathbb{R}$  עבורם מסקנה:  $\exists a,b\in\mathbb{R}.A=\left(egin{array}{c} a-b\\ b&a \end{array}\right)$  המקיימת  $0
eq A\in M_2\left(\mathbb{R}
ight)$ 

. היא איזומורפיזם  $T\left(a+ib\right)=\left(egin{array}{c} a-b \\ b \end{array}\right)$  המוגדרת  $T\in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{C},O\left(2\right)\right)$  היא איזומורפיזם

(a+ib) (c+id)=(ac-bd)+i (ad+bc) אזי  $(a,b,c,d\in\mathbb{R}$  מרפלת מרוכבים: יהיו

טענה: תהא  $A\in M_2$  ( $\mathbb R$ ) אזי (A קונפורמית) אזי ( $A\in M_2$  ( $\mathbb R$ ) טענה: תהא ( $A\in M_2$  ( $\mathbb R$ ) אזי ( $A\in M_2$  ( $\mathbb R$ ) המקיימת (A אנטי־קונפורמית: A אזי (A אנטי־קונפורמית) אזוית).  $A\in M_2$  (A אזי (A אנטי־קונפורמית) אזוית).

 $\mathbb C$  סימון: נסמן את המרוכבים בעזרת

 $.i^2 = -1$  :טענה

 $O\left(n
ight)=\left\{ A\in M_{2}\left(\mathbb{R}
ight)\mid$  קונפורמית  $A\}$ 

 $\operatorname{Re}\left(a+ib
ight)=a$  אזי $a,b\in\mathbb{R}$  החלק הממשי: יהיו והיו  $a,b\in\mathbb{R}$  אזי $a,b\in\mathbb{R}$  החלק המדומה: יהיו

 $\overline{.a+ib}=a-ib$  אזי  $a,b\in\mathbb{R}$  הצמוד: יהיו

```
(r \cdot e^{i\theta}) \cdot (s \cdot e^{i\phi}) = rs \cdot e^{i(\theta + \phi)} \bullet
                                                                                                    \operatorname{arg}\left(zw
ight)=\operatorname{arg}\left(z
ight)+\operatorname{arg}\left(w
ight) אזי w,z\in\mathbb{C} מסקנה: יהיו
                                                                                                        (r \cdot e^{i\theta})^{-1} = \frac{1}{r} \cdot e^{-i\theta} אזי r > 0 ויהי \theta \in \mathbb{R} טענה: יהי
                                                                                         (r\cdot e^{i	heta})^n=r^n\cdot e^{in	heta} אזי n\in\mathbb{Z} ויהי r\geq 0 יהי 	heta\in\mathbb{R} יהי
                                        \left(\cos\left(	heta
ight)+i\sin\left(n	heta
ight)
ight)^{n}=\cos\left(n	heta
ight)+i\sin\left(n	heta
ight) אזי n\in\mathbb{Z} ויהי 	heta\in\mathbb{Z} ויהי 	heta\in\mathbb{Z}
                                              0.\sqrt[n]{re^{i	heta}}=\left\{\sqrt[n]{r}e^{i\left(rac{	heta+2\pi k}{n}
ight)}\mid k\in\{0,\dots,n-1\}
ight\} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי 0י יהי \theta\in\mathbb{R} יהי טענה: יהי
                                                                        0.\sqrt[n]{1}=\left\{e^{rac{2i\pi k}{n}}\mid k\in\{0,\ldots,n-1\}
ight\} מסקנה שורשי יחידה: יהי n\in\mathbb{N}_+ אזי
                                                                      x\in\mathbb{C} אזי קיים x\in\mathbb{C} עבורוx\in\mathbb{C} המשפט היסודי של האלגברה: יהיx\in\mathbb{C} אזי קיים
                                                            a_0 = a_0 \prod_{i=1}^n (x-a_i) עבורם a_0 \ldots a_n \in \mathbb{C} אזי קיימים p \in \mathbb{C}_{\geq 1}[x] יהי
                                                                                                                       N=(0,0,1) את \mathbb{R}^3הקוטב הצפוני: נסמן ב
                                                                                                         \mathbb{S}^n=\{x\in\mathbb{R}^{n+1}\mid \|x\|=1\} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי יהי
                                                                                           z>0 המקיימות (x,y,z)\in\mathbb{S}^2 הנקודות כל העליונה: כל
                                                                                         z<0 המקיימות (x,y,z)\in\mathbb{S}^2 הנקודות כל הנקודות ההמיספרה התחתונה:
                                      f\left(x+iy
ight)=\left(rac{2x}{x^2+y^2+1},rac{2y}{x^2+y^2+1},1-rac{2}{x^2+y^2+1}
ight) כאלה סטריאוגרפית: נגדיר וגדיר f:\mathbb{C}	o\mathbb{S}^2\setminus\{N\} הטלה סטריאוגרפית:
f(p) = \mathrm{line}_{p,N} \cap \mathbb{S}^1 נגדיר את \mathbb{C} להיות שני הצירים הראשונים, אז ההטלה הסטריאוגרפית היא מבחינה מעשית \mathbb{C}
                                                                                                                                                                   .טענה: f רציפה
                                                                                                                                                            טענה: יהיz\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                        (z \in \mathbb{S}^1) \iff (f(z) = z) \bullet
                                                                                                             (\mathbb{S}^1בהמיספרה העליונה) בהמיספרה f(z) •
                                                                                                              .(\mathbb{S}^1 בתוך בתוך בתוך התחתונה) בהמיספרה f(z)
                                                                    .f^{-1}\left(x,y,z
ight)=rac{x}{1-z}+irac{y}{1-z} כך כך f^{-1}:\mathbb{S}^2ackslash\left\{N
ight\}	o\mathbb{C} טענה: f הפיכה ומתקיים
                                                                                                                                                         \widehat{\mathbb{C}}=\mathbb{C}\cup\{\infty\}\cup\widehat{\mathbb{C}}
                                                                                 f\left(\infty
ight)=N וכן f:\widehat{\mathbb{C}}	o\mathbb{S}^2 הספירה של רימן: f ניתנת להרחבה רציפה
                                                                                     טענה: תהא f^{-1}[A] מעגל A\subseteq \mathbb{S}^2\setminus\{N\} מעגל או ישר).
                                        (N\in P) ישר) ישר f^{-1}[C] אזי וויהי C=P\cap\mathbb{S}^2 מטקנה: יהי מישור עבורו C\subseteq\mathbb{S}^2\setminus\{N\} מטקנה: יהי
                                       \lim_{n	o\infty}a_n=z אזי orallarepsilon\in\mathbb{N}. orall n\geq N. |a_n-z|<arepsilon עבורם z\in\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}
                                                                                     (a_n 	o z) \Longleftrightarrow (|a_n - z| 	o 0) אזי z \in \mathbb{C} ויהי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} אחי
                                            \lim_{n	o\infty}a_n=\infty אזי אM\in\mathbb{R}.\exists N\in\mathbb{N}. orall n\geq N. M<|a_n| עבורה a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי אזי
                                                                                                         (a_n 	o \infty) \Longleftrightarrow (|a_n| 	o \infty) אזי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי טענה: תהא
                                                                                טענה: תהיינה a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} ויהיו a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי מענה: תהיינה
                                                                                                                                                     .a_n + b_n \rightarrow z + w \bullet
```

 $.\overline{a_n} \to \overline{z} \bullet$ 

 $|a_n| \to |z| \bullet$ 

 $\operatorname{Re}\left(a_{n}\right) 
ightarrow \operatorname{Re}\left(z\right) \ ullet$ 

 $.a_n \cdot b_n \to z \cdot w \bullet$ 

 $\operatorname{Im}\left(a_{n}\right) \to \operatorname{Im}\left(z\right) \bullet$ 

.(מתכנסות) Re (a) , Im (a)) אזי  $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$  אזי מתכנסות מענה: תהא  $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ 

 $(orall arepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}. orall n, m\geq N. \ |a_n-a_m|<arepsilon)\Longleftrightarrow$ אזי (מסקנה: תהא  $a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$  אזי (מסקנה: תהא

 $a_n o 0$  אזי  $|a_n| o 0$  אזי  $a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$  אזי מענה: תהא

 $.rac{a_n}{b_n} orac{z}{w}$  אאי w
eq 0 נניח כי ullet פענה:  $a_n o z$  ויהי  $z\in\widehat{\mathbb C}$  אאי  $a_n o z$  אויהי

 $\mathrm{arg}\,(z)=\{\mathrm{Arg}\,(z)+2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$  הערה: אזי  $heta,\phi\in\mathbb{R}$  אזי אונה: יהיו

 $\overline{r \cdot e^{i\theta}} = r \cdot e^{-i\theta} \bullet$ 

 $a_nb_n o 0$  אזי אזי  $b_n o 0$  באשר  $a,b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$  מסקנה: תהיינה

```
אזי a\in\mathbb{C} ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C}
        \lim_{z \to a} f(z) = \infty אזי \forall M > 0. \exists \delta > 0. \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{a\} . |z-a| < \delta \Longrightarrow M < |f(z)| אזי אזי
                        \lim_{z\to\infty}f\left(z
ight)=a איז \forall arepsilon>0. \forall z\in\mathbb{C}. R<|z|\Longrightarrow |f\left(z
ight)-a|<arepsilon איז • שאיפה לנקודה באינטוף: אם
                       \lim_{z \to \infty} f\left(z
ight) = \infty אזי \forall M > 0. \exists R > 0. \forall z \in \mathbb{C}. R < |z| \Longrightarrow M < |f\left(z
ight)| שאיפה לאינסוף באינסוף: אם
                                                      \lim_{z	o a}f\left(z
ight)=f\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_2 פונקציה רציפה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1 פתוחה יהיa\in\mathcal{U} פונקציה רציפה:
                                                                                                                    מסקנה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א 1 מתקיימות.
                                                                   .f'\left(a
ight)=\lim_{z	o a}rac{f(z)-f(a)}{z-a} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_2 ותהא a\in\mathcal{U} פתוחה יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1 אזי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{F}_1
                                                                                                   \mathcal U כל כל גזירה הולומורפית: תהא \mathcal U\subseteq\mathbb C פתוחה אזי בונקציה הולומורפית: תהא
                                                                                                                       מסקנה: כל מניפולציות הנגזרת של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.
                                                                                                                     v,u:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} עבור u+iv=f נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} הערה: תהא
                                                                                                                                     .(גזירות) אזי (f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}) אזי אזי (f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}) טענה: תהא
                                                                                \mathcal{L}(\exists c\in\mathbb{C}.f=c)\Longleftrightarrow(f'=0) אזי גזירה f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי למה: יהי
                           .f'\left(a
ight)=rac{\partial u}{\partial x}\left(a
ight)+irac{\partial v}{\partial x}\left(a
ight)=rac{\partial v}{\partial y}\left(a
ight)-irac{\partial u}{\partial y}\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                          \left(rac{\partial u}{\partial x}=rac{\partial v}{\partial y}
ight)\wedge\left(rac{\partial v}{\partial x}=-rac{\partial u}{\partial y}
ight) גזירה אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מסקנה משוואות קושי־רימן: יהי
                                                                                                                   הגדרה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 דיפרנציאבילית אזי
                                                                                                                                                                                     .\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                                                                                                                                     \frac{\partial f}{\partial \overline{z}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                           (rac{\partial f}{\partial \overline{z}}=0)\Longleftrightarrowתחום הולומורפית) אזי (f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                            .(\exists c \in \mathbb{R}. f = c) \Longleftrightarrowטענה: תהא f: \mathbb{C} \to \mathbb{R} אזי ענה: תהא
.\left(\left(u,v\in C^{1}\left(\mathcal{U}
ight)
ight)\wedge\left(\left(rac{\partial u}{\partial x}=rac{\partial v}{\partial y}
ight)\wedge\left(rac{\partial v}{\partial x}=-rac{\partial u}{\partial y}
ight)
ight)
ight) \iff משפט: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה ותהא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אזי
                                                                                                                    \Delta g=rac{\partial^2 g}{\partial x^2}+rac{\partial^2 g}{\partial y^2} אזי פעמיים g:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} לפלסיאן: תהא
                                                                                                                     \Delta q=0 בונקציה הרמונית: q:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} גזירה פעמיים המקיימת
                                                                                                                                                      . אזי u,v אזי f\in C^2\left(\mathbb{C},\mathbb{C}\right) הרמוניות טענה: תהא
                                                                          . הולומורפית: u+iv בורה v:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} אזי u:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} הולומורפית: תהא
                                                          u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} אזי א צמודה הרמונית ליu:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} ותהא u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} ותהא
                                                                                                               .(\sum_{i=0}^n a_i z^i)' = \sum_{i=1}^n a_i i z^{i-1} אזי \sum_{i=0}^n a_i z^i \in \mathbb{C}[z] טענה: יהי
                                                                                                                                                  \forall z \in \mathbb{C}. f\left(\overline{z}
ight) = \overline{f\left(z
ight)} אזי f \in \mathbb{R}\left[z
ight] טענה: יהי
                                                                 . מתכנסות \sum_{i=0}^n a_n אזי a_n = \sum_{i=0}^\infty a_n עבורה \sum_{i=0}^\infty a_n מתכנסת. f_n(a) אוי f \in \left(\mathbb{C}^\mathcal{U}\right)^\mathbb{N} אזי a \in \mathbb{C} אוי a \in \mathbb{C} מתכנסת. מתכנסות נקודתית: תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} פתוחה ויהי
                                                                עבורה g:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי f\in (\mathbb{C}^\mathcal{U})^\mathbb{N} אמי פתוחה תהא \mathcal{U}\subseteq \mathbb{C} עבורה עבורה במידה שווה (במ"ש): תהא
                                                                                                                                  \forall \varepsilon > 0. \exists N \in \mathbb{N}. \forall x \in \mathcal{U}. \forall n > N. |f_n(x) - g(x)| < \varepsilon
```

היא ביחס לשדה.  $\mathcal U$  פתוחה הכוונה היא ביחס לשדה.  $\mathbb R,\mathbb C$  וכאשר נאמר כי  $\mathbb F$  פתוחה הסימון  $\mathbb F$ 

 $(\lim_{z\to a}f\left(z
ight)=A)\Longleftrightarrow\left(orall b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}.\left(b_n o a
ight)\Longrightarrow\left(f\left(b_n
ight) o A
ight)
ight)$  פתוחה אזי  $\lim_{z o a}g\left(z
ight)=B$  פתוחה ותהיינה  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  באשר  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  פתוחה ותהיינה מטענה: תהא

עבורה  $f:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  ותהא  $A\in\mathbb{F}_2$  תהא  $a\in\mathbb{F}_1$  עבורה פתוחה תהא  $\mathcal{U}\subset\mathbb{F}_1$  עבורה

 $\lim_{z o a}f\left(z
ight)=A$  באשר  $f:\mathcal{U} o\widetilde{\mathbb{C}}$  פתוחה ותהא  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}$  באשר  $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{F}$ 

 $\lim_{z \to a} (f+g)(z) = A + B \bullet$  $\lim_{z \to a} (fg)(z) = AB \bullet$ 

 $\lim_{z \to a} \overline{f\left(z\right)} = \overline{A} \bullet$   $\lim_{z \to a} |f\left(z\right)| = |A| \bullet$   $\lim_{z \to a} \operatorname{Re}\left(f\left(z\right)\right) = \operatorname{Re}\left(A\right) \bullet$   $\lim_{z \to a} \operatorname{Im}\left(f\left(z\right)\right) = \operatorname{Im}\left(A\right) \bullet$ 

 $\lim_{z o a}\left(rac{f}{g}
ight)(z)=rac{A}{B}$  אזי B
eq 0 נניח B

 $\lim_{z\to a}f\left(z\right)=A$  אזי  $\forall arepsilon>0.\exists \delta>0. \forall z\in \mathcal{U}\setminus \left\{a\right\}. \left|z-a\right|<\delta\Longrightarrow \left|f\left(z\right)-A\right|<arepsilon$ 

```
(\forall arepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}. \forall n,m\geq N. \forall z\in\mathcal{U}\,|f_n\left(z
ight)-f_m\left(z
ight)|<arepsilon )אזי אזי f\in\left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}
ight)^\mathbb{N} אזי אזי פתוחה ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה ותהא
                                              טענה מבחן M\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}} עבורה M_n<\infty עבורה M\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}} ותהא M\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}} וכן התכנסות: תהא
                                                                                                                  . אזי ובמ"ש. בהחלט בהחלט אזי \forall x \in \mathbb{R}. \forall n \in \mathbb{N}. |u_n\left(x\right)| \leq M_n
                                                      g\in C\left(\mathcal{U}
ight) אזי f_{n}\stackrel{u}{
ightarrow}g וכן \forall n\in\mathbb{N}.f_{n}\in C\left(\mathcal{U}
ight) עבורה f\in\left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}
ight)^{\mathbb{N}} אזי g:\mathbb{C}
ightarrow\mathbb{C}
                                                                                                                            \sum_{i=0}^{\infty}a_{i}\left(z-b
ight)^{i} אזי b\in\mathbb{C} סדרה ויהי a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי מור חזקות: תהא
                                                                                                                        משפט אבל: יהי R\in [0,\infty] טור חזקות אזי קיים \sum_{i=0}^\infty a_i z^i משפט אבל: יהי
                                                                                                                                                                                     |z| < R הטור מתכנס בהחלט על
                                                                                                                                               |z| < 
ho אזי אוי מתכנס במ"ש על 0 \leq 
ho < R יהי
                                                                                                                                                                             . לא מתכנס אזי \sum a_n z^n אזי |z|>R יהי
         -\left(\sum_{i=1}^\infty a_i z^i
ight)' = \sum_{i=1}^\infty i a_i z^{i-1} טענה: יהי \sum_{i=0}^\infty a_i z^i טור חזקות אזי הפונקציה הולומורפית על
                                                      R=rac{1}{\limsup_{n	o\infty} \frac{1}{\sqrt{|a_n|}}} אזי ההתכנסות אזי ויהי \sum_{i=0}^\infty a_i z^i טור חזקות ויהי משפט קושי־הדמר: יהי
                                                                              g=h אאי (f'(z)=f(z))\wedge (f(0)=1) איי של המד"ר מענה: יהיו g,h:\mathbb{C}	o\mathbb{C} איי
                                                                (f'(z)=f(z))\wedge (f(0)=1) בונקציה מעריכית: נגדיר \exp:\mathbb{C}	o\mathbb{C} להיות פתרון של המד"ר
                                                                                                                                                                                                              \exp(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{z^i}{i!} טענה:
                                                                                                                                                                                                             \mathbb{C} מסקנה: exp מתכנסת על
                                                                                                                                                                                            \mathbb{C} טענה: (e^z)'=e^z ,e^0=1 טענה:
                                                                                                                                                                                                                         \exp(z) = e^z :מסקנה
                                                                                                                                                                                .e^{a+b}=e^a\cdot e^b אזי a,b\in\mathbb{C} מסקנה: יהיו
                                                                                                                                                                                                       .e^z 
eq 0 אזי z \in \mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                     .e^{\overline{z}}=\overline{e^z} אזי z\in\mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                          \cos(z)=rac{e^{iz}+e^{-iz}}{2} אזי z\in\mathbb{C} ההי היי \sin(z)=rac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i} אזי אזי z\in\mathbb{C} סינוס: יהי
                                                                                e^z מסקנה: e^z הינה e^z-מחזורית, e^z-מחזורית, e^z-מחזורית, e^z-מחזורית, e^z-מחזורית, e^z-מטענה: על כל e^z-מתקיים e^z-מחזורית, e^z-מח
                                                                                                                                                            \log(w) = \operatorname{sols}(e^z = w) אזי w \in \mathbb{C} \setminus \{0\} יהי: \log(w) = \sup_{z \in \mathbb{C}} \{0\}
                                                                                                                       \log(w) = \{\log|w| + i\theta \mid \theta \in \arg(w)\} אזי w \in \mathbb{C} \setminus \{0\} טענה: יהי
                                                                                                                                                            a^b = e^{b \log a} אזי b \in \mathbb{C} ויהי a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} חזקה: יהי
                                                          . \forall z \in \mathcal{U}. \alpha\left(z\right) \in \arg\left(z\right) המקיימת \alpha \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}\right) אזי \emptyset \notin \mathcal{U} תחום עבורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי :arg של :arg
                                                              \forall z \in \mathcal{U}.\ell(z) \in \log(z) המקיימת \ell \in C(\mathcal{U},\mathbb{C}) אזי 0 \notin \mathcal{U} תחום עבורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי והי
                                                                                                 \exists z \in \mathcal{U}. 
ho(z) \in \sqrt[p]{z} המקיימת 
ho \in C(\mathcal{U},\mathbb{C}) תחום אזי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי
                                                              \mathcal{U} על \log על ענף ענף של מדן על אזי (קיים ענף של 0 \notin \mathcal{U} על ער וווע עבורו יהי\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} על אזי (קיים ענף של
                                                                                                                                                                             .\log טענה: בתחום \mathbb{C}\setminus\{0\} לא קיים ענף של
                                                                                                                           \ell'(z)=rac{1}{z} טענה: יהי\ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ענף של \log אזי \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C}
                                                                                                            \ell'(z)=rac{1}{n\ell(z)^{n-1}} ענף של \ell' אזי \ell אוי אוי וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} יהי יהי
                                                                                              \mathcal{U} על \mathcal{U} על של (קיים ענף של \mathcal{U} על איי (קיים ענף של (קיים ענף של \mathcal{U} על איי יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} על איי
                                                                  \mathcal U על \log ענף של (קיים ענף של איי איי וקיים ענף של \mathcal U אזי וקיים ענף של ענף ענף של ענף ענף של ענף של ענף של ענף של ואיי
                                                                                                                                   .|z|<1 בתחום \log{(1+z)} ענף של \sum_{n=1}^{\infty}{\left(-1
ight)^{n-1}rac{z^n}{n}} :
                                                                            \int_{I}f\left(t
ight)\mathrm{d}t=\int_{I}u\left(t
ight)\mathrm{d}t+i\int_{I}v\left(t
ight)\mathrm{d}t אזי f\in C\left(I,\mathbb{C}
ight) קטע ותהא ותהא I\subseteq\mathbb{R}
                                                                                                          |\int_I f(t)\,\mathrm{d}t| \leq \int_I |f(t)|\,\mathrm{d}t אזי f\in C(I,\mathbb{C}) קטע ותהא I\subseteq\mathbb{R} טענה: יהי
                                                                                                                                                                               \gamma \in C\left(I,\mathbb{C}
ight) קטע אזי והיI\subseteq\mathbb{R} מסילה: יהי
                 מסילה מקוטעין: מסילה אשר חלקה עד כדי מספר סופי של נקודות ובהן קיימות נגזרות חד־צדדיות מכל סדר. מסילה מסילה למקוטעין: מסילה \gamma
\int_{\mathbb{R}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)\gamma'\left(t
ight)\mathrm{d}t אינטגרל מסילתי: יהי I\subseteq\mathbb{R} קטע תהא \gamma\in C^{1}\left(I,\mathbb{C}
ight) מסילה ותהא
     \gamma\circ \varphi אזי \varphi\left(d
ight)=b וכן \varphi\left(c
ight)=a ועולה עבורה \varphi:[c,d]	o [a,b] אזי מסילה ותהא \gamma:[a,b]	o \mathbb{C} אזי מסילה ועולה עבורה
                                 \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{\gamma\circarphi}f\left(z
ight)\mathrm{d}z אזי אזירה ברציפות איי \gamma:\left(a,b
ight)	o\mathbb{C} מסילה ותהא \gamma:\left(a,b
ight)	o\mathbb{C}
```

```
 J_{-\gamma}\,f(z)\,\mathrm{d}z = -\int_{\gamma}f(z)\,\mathrm{d}z \, dz \, dz \, \gamma \, dz \, \gamma \, \gamma \, dz  ענה: תהא \gamma מסילה אזי \gamma מסילות: תהיינה \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} מסילות אזי \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} מסילה: תהיינה \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} מסילה \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} טענה: תהיינה \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} מסילה
                                                                           \int_{\sum\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\sum\int_{\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z מסקנה: תהיינה \gamma_{i}:\left[a_{i},a_{i+1}
ight]	o\mathbb{C} מסקנה:
                                                                                                              \gamma\left(a\right)=\gamma\left(b\right) המקיימת \gamma:\left[a,b\right]\rightarrow\mathbb{C} מסילה סגורה: מסילה מסילה אורה:
                                                                                            .\phi_{\gamma}\,f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z אזי סגורה סגורה \gamma:\left[a,b
ight]	o\mathbb{C} תהא
                                                                            \int_{\gamma}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z|=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)|\gamma'\left(t
ight)|\,\mathrm{d}t אינטגרל לפי אורך קשת: תהא אינסגרל מסילה אזי
                                                                                                                 \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}s=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight| הערה: מקובל מאוד גם הסימון
                                                                                                                                                \int_{\gamma} |\mathrm{d}z| אורך מסילה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                    \int_{\gamma}\left(f+g
ight)\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight|=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight|+\int_{\gamma}g\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight| אטענה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                        \int_{\gamma}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z|=\int_{\gamma\circarphi}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z| אזי רפרמטריזציה אזי \gamma\circarphi מסילה ותהא \gamma
                                                                                                                    \left|\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z
ight|\leq\int_{\gamma}\left|f\left(z
ight)
ight|\left|\mathrm{d}z
ight| אינה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                \left|\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z
ight|\leq\left(\int_{\gamma}\left|\mathrm{d}z
ight|
ight)\max_{z\in\gamma([a,b])}\left|f\left(z
ight)
ight| מסקנה: תהא \gamma:[a,b]	o\mathbb{C} מסילה אזי
                                                                                      \int_{-\infty}^{\infty}f\left(z
ight)\overline{\mathrm{d}z}=\overline{\int_{I}\overline{f}\left(\gamma\left(t
ight)
ight)\gamma^{\prime}\left(t
ight)\mathrm{d}t} אינטגרל על פי צמוד: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                                                                       הגדרה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                            \int_{\gamma} f(z) dx = \frac{1}{2} \left( \int_{\gamma} f(z) dz + \int_{\gamma} f(z) \overline{dz} \right) \bullet
                                                                                                                           \int_{\gamma} f(z) dy = \frac{1}{2i} \left( \int_{\gamma} f(z) dz - \int_{\gamma} f(z) \overline{dz} \right) \bullet
                        \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}x-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}y
ight)+i\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}y-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}x
ight)טענה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                \mathrm{d}z = \mathrm{d}x + i\mathrm{d}y הערה: מהמשוואה מלעיל ניתן לחשוב על כך שמתקיים
סענה: יהי g'=f אזי לכל מסילה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} מתקיים הולומורפית עבורה g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} מתקיים
                                                                                                                                                       \int_{\gamma} f(z) dz = g(\gamma(b)) - g(\gamma(a))
\int_{\partial R}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 אזי אוי הולומורפית אזי R\subseteq\mathcal{U} ותהא שפט קושי למלבן: יהי משפט מלבן סגור תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה עבורה עבורה משפט איי
ותהא \{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}\subseteq Rackslash\partial R יהיו יהי ווהא משפט קושי למלבן משופר: יהי מלבן סגור תהא משפט א פתוחה עבורה עבורה ווהא משפט אירי יהי ווהא
                  \int_{\partial B}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 אזי \lim_{z	o\zeta_{i}}\left(z-\zeta_{i}
ight)f\left(z
ight)=0 מתקיים i\in\left[k
ight] אזי לכל f:\mathcal{U}ackslash\left\{\zeta_{1},\ldots,\zeta_{k}
ight\}	o\mathbb{C}
            \int_{\gamma} rac{\mathrm{d}z}{z-a} = 2\pi i k עבורו איי קיים k\in\mathbb{Z} איי קיים מסילה חלקה למקוטעין ותהא מסילה \gamma:[lpha,eta]	o\mathbb{C} סגורה חלקה למקוטעין ותהא
a סביב \gamma סביב של \gamma:[lpha,eta]	o \mathbb{C} אזי מספר הליפופים של סביב \gamma:[lpha,eta]	o \mathbb{C} אזי מספר הליפופים של
                                                                                                                                                                    .n\left(\gamma,a\right)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{\mathrm{d}z}{z-a} הינו
           . orall z \in \mathcal{U}. \ell\left(z
ight) \in \log\left(f\left(z
ight)
ight) המקיימת ותהא \ell \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) הולומורפית אזי ותהא \ell \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) הולומורפית אזי היי
                    . orall z \in \mathcal{U}. 
ho(z) \in \sqrt[n]{f(z)} המקיימת 
ho \in C(\mathcal{U},\mathbb{C}) הולומורפית אזי f: \mathcal{U} 	o \mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} הולומורפית אזי
\ell'(z)=rac{f'(z)}{f(z)} אזי \ell הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אנף של \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית וכן f:\mathcal{U}	o\mathbb{C}\setminus\{0\} אחום תהא
       \ell'(z)=rac{f'(z)}{n\ell(z)^{n-1}} אזי \ell הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית וכן הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C}
                                                                                                                       טענה: יהי \mathcal{U} \subset \mathbb{C} תחום ותהא f \in C^1(\mathcal{U}, \mathbb{C} \setminus \{0\}) אזי
                          (n(f\circ\gamma,0)=0 על של \log(f) מסילה סגורה גזירה ברציפות למקוטעין מתקיים (לכל \gamma
                            (n\ (f\circ\gamma,0)\in n\mathbb{Z} על אירה תקיים ענף של מסילה מסילה מסילה על מסילה על על אירה ענף של לככל \gamma
                                      rac{dF}{dt}=f אזי F אזי F אזי F אזי F (t) בך f כך כך f כך f בדיר f נגדיר וכן f\in C\left(\left[lpha,eta
ight],\mathbb{C}
ight) אזי f\in C\left(\left[lpha,eta
ight],\mathbb{C}
ight)
                           . בעלת קדומה f\in C עבורה אזי יהי
                                 F'=f הולומורפית המקיימת הייסק הולומורפית אזי קיימת הייסק הולומורפית המקיימת הולומורפית הייסק הולומורפית המקיימת למה: יהי
\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 מסילה סגורה אזי \gamma:[a,b]	o D הולומורפית הולומרפית תהא הולח דיסק פתוח תהא דיסק משפט קושי לדיסק: יהי
משפט קושי לדיסק משופר: יהי f:D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}	o \mathbb{C} תהא תהא לדיסק משופר: יהי דיסק פתוח יהיו הייו
            \int_{\mathbb{R}} f(z)\,\mathrm{d}z=0 מסילה סגורה אזי \gamma:[lpha,eta]	o D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\} ותהא \lim_{z	o\zeta_i}(z-\zeta_i)\,f(z)=0 מסילה i\in[k]
                                               n\left(\gamma,a
ight)=0 אזי a\in\mathbb{C}\backslash D אזי סענה: יהי מסילה מורה תהא \gamma:[lpha,eta]	o D אהי דיסק פתוח דיסק מסילה אזי
                      a,b \in \mathbb{C}ענה: תהא \gamma:[lpha,eta] אזי \gamma:[lpha,eta] או נחתכת עם \alpha:[lpha,eta] אינהיו \alpha:[lpha,eta] או מסילה ויהיו
```

 $-\gamma\left(t
ight)=\gamma\left(-t
ight)$  המטילה ההפוכה: תהא  $\gamma:[a,b] o\mathbb{C}$  מסילה אזי  $\gamma:[a,b] o\mathbb{C}$  המטילה ההפוכה: תהא

```
משפט נוסחת האינטגרל של קושי: יהי f:D	o\mathbb{C} דיסק פתוח תהא \gamma:[lpha,eta]	o D מסילה סגורה תהא דיסק D\subseteq\mathbb{C} הולומורפית ויהי
                                                                                                      n\left(\gamma,a\right)\cdot f\left(a\right)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{f(z)}{z-a}\mathrm{d}z אזי a\in D\backslash\gamma\left(\left[\alpha,\beta
ight]
ight)
      a(a)=rac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f\left(a+re^{it}
ight)\mathrm{d}t אזי אוי הולומורפית הממוצע: יהי a\in\mathbb{C} יהי a\in\mathbb{C} יהי יהי ותהא a\in\mathbb{C}
                     נגדיר n\in\mathbb{N} ויהי arphi\in C\left(\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight),\mathbb{C}
ight) מסילה סגורה תהא \gamma:\left[lpha,eta
ight]	o D ויהי ויהי D\subseteq\mathbb{C} יהי
                                                                                                               .F_{n}\left(z
ight)=\int_{\gamma}rac{arphi(\zeta)}{(\zeta-z)^{n}}\mathrm{d}\zeta כך F_{n}:D
ightarrow\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight)
                        טענה: יהי \varphi\in C\left(\gamma\left([lpha,eta]
ight),\mathbb{C}
ight) מסילה סגורה תהא מסילה פתוח תהא \gamma:[lpha,eta]	o D ויהי ויהי D\subseteq\mathbb{C} יהי
                                                                                                                                                            .רציפה F_n ullet
                                                                                                                                                             .גזירה F_n ullet
                                                                                                                                                    .F'_n = n \cdot F_{n+1} \bullet
                                                                 f \in C^{\infty}\left(D
ight) אזי הולומורפית הוח ותהא דיסק פתוח ותהא ביסק הולומורפית היי ותהא ביסק מסקנה: יהי
  f^{(n)}\left(z
ight)=rac{n!}{2\pi i}\int_{C_{n}}rac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta אאי מסקנה: יהי D\subseteq\mathbb{C} אאי הולומורפית ויהי f:D	o\mathbb{C} הולומורפית ויהי
                                                               מסקנה: יהי D\subseteq \mathbb{C} דיסק פתוח ותהא f:D\to \mathbb{C} בעלת קדומה אזי D\subseteq \mathbb{C} מסקנה:
מסקנה משפט מוררה: יהי\mathcal{L}\subseteq\mathbb{C} תחום ותהא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} עבורה לכל \gamma:[lpha,eta]\to\mathcal{U} מחקנים מוררה: יהי
                                                                                                                         \mathbb{C} פונקציה שלמה: פונקציה הולומורפית על
                                                                                         משפט ליוביל: תהא f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} הלומורפית וחסומה אזי f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C}
                         טענה חסם קושי לנגזרת: יהי D\subseteq\mathbb{C} דיסק פתוח תהא הולומורפית ויהי f:D	o\mathbb{C} מעגל סביב אזי מענה חסם אזיי
                                                                                                                                                |f^{(n)}(z)| \leq \frac{n! \max_{C_r} |f|}{r^n}
                                                \exists lpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight) = 0 אזי \deg\left(p
ight) \geq 1 עבורו p \in \mathbb{C}\left[x
ight] יהי האלגברה: יהי
                                   . נקודה יחודית/יחודיות/סינגולריות: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה אזי a\in\mathcal{U} עבורה הולומורפית. תהא
g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} נקודת יחודיות סליקה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה אזי של יחודיות של יחודיות של f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C} עבורה קיימת הרחבה הולומורפית
                                                                                                                              \forall z \in \mathcal{U} \setminus \{a\} . g(z) = f(z) המקיימת
                           . הרחבה אזי קיימת אזי קיימת הרחבה f:\mathcal{U}\backslash\left\{a\right\}	o\mathbb{C} סליקה עבור סליקה פתוחה ותהא שנות פתוחה מערה: תהא
     (\lim_{z \to a} (z-a) \, f(z) = 0) פתוחה תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} ותהא f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C} ותהא ותהא a \in \mathcal{U} פתוחה תהא שפט:
משפט טיילור: תהא \mathcal{U} = \mathbb{C} פתוחה תהא \mathcal{U} = \mathbb{C} משפט טיילור: תהא n \in \mathbb{N} אזי הולומורפית הא משפט טיילור: תהא משפט טיילור: תהא
                                                                                                 f(z) = \sum_{k=0}^{n-1} rac{f^{(k)}(a)}{k!} (z-a)^k + f_n(z) (z-a)^n עבורה
מתקיים z\in C אזי לכל סביב a מעגל סביב c ויהי n\in\mathbb{N} יהי הולומורפית החל a\in\mathcal{U} מתהא מעגל סביב מתקיים מענה:
                                                                                                                                      .f_n(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\zeta)}{(\zeta - a)^n (\zeta - z)} d\zeta
                                                               f(a)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אזי אזי a\in\mathcal{U} הולומורפית הותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא
n=\min\left\{j\in\mathbb{N}\mid f^{(j)}\left(a
ight)
eq0
ight\} עבורה a\in\mathcal{U} עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי
\overline{B_{r}\left(a
ight)}\subseteq\mathcal{U} אבורו \forall n\in\mathbb{N}.f^{(n)}\left(a
ight)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אבורו הולומורפית תהא \mathcal{U}\to\mathbb{C} אתחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
                                                                                                                                                             .f_{\upharpoonright_{B_n(a)}}=0 אזי
                            a\in\mathcal{U} אזי \forall n\in\mathbb{N}.f^{(n)} (a)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אזי הולומורפית הולומורפית תהא \mathcal{U}=\mathbb{C} אזי אזי
                           מסקנה: יהי \mathcal{U} \subset \mathbb{C} אפס אזי הסדר של f \neq 0 הולומורפית עבורה f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} אפס אזי הסדר של \mathcal{U} \subset \mathbb{C}
        \exists r>0. \forall z\in B_r\left(a
ight)\setminus\left\{a\right\}. f\left(z
ight)
eq 0 עבורו איי אפס a\in\mathcal{U} הולומורפית הא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                  . אפס אזי a אפס אזי a\in\mathcal{U} יהי והי עבורה f\neq 0 הולומורפית הוא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אפס אזי אפס מבודד.
על E על g על ביח נניח כי \mathcal{U}=g על נניח כי בעלת נקודת הצטברות האינה f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום תהיינה יהי
                    \mathcal U טענה: יהי \mathcal U = 0 על \mathcal U = 0 אזי f = 0 אזי ענה: יהי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי f = 0 אזי אזי f = 0 אזי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי
                              \mathcal U על f=0 על \gamma על עבורה f=0 מסילה עבורה f:\mathcal U	o\mathbb C אזי f=0 על אזי יהי
נקודת קוטב: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום אזי a\in \mathcal{U} יחודית של f:\mathcal{U}\setminus \{a\}	o \mathcal{C} עבורה f:\mathcal{U}\setminus \{a\} טביבה של a\in \mathcal{U} עבורה \mathcal{U}\subseteq \mathcal{C} יהי
                                                                                                                  a-\frac{1}{f}\left(a
ight)=0 וכן aריטב בעלת יחודיות סליקה בי
```

הערה: יהי  $u \subseteq \mathcal{U}$  עבורה  $u \in \mathcal{U}$  מוגדרת היטב בעלת אוגדרת  $u \in \mathcal{U}$  עבורה  $u \in \mathcal{U}$  מוגדרת היטב בעלת יהי יהי  $u \in \mathcal{U}$  עבורה  $u \in \mathcal{U}$  מוגדרת היטב בעלת

 $(\lim_{z \to a} f(z) = \infty)$ אוי ( $f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C}$  אוי יחודית של  $a \in \mathcal{U}$  תחום תהא  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$  אוי יחודית של  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי  $f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C}$  אשר אפס מסדר  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$  יהי  $a \in \mathbb{N}_+$  אשר אפס מסדר  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי יהי  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי יהי  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי יהי יהי  $a \in \mathcal{U}$ 

aיחודיות סליקה ב־aוכן aוכן aול אזי aיחודית סליקה של יחודיות סליקה של

```
z \in \mathcal{U} \setminus \{a\} על f(z) = f_n(z)(z-a)^{-n}
                f:\mathcal{U}ackslash E 	o a הינה פוטב של a\in E הינה מרומורפית עבורה הולומורפית אזי בולה אזי E\subseteq\mathcal{U} הינה פונקציה מרומורפית. הינה פונקציה מרומורפית הינה פונקציה מרומורפית הינה פונקציה מרומורפית הינה פוטב של
                                                             . טענה: יהי\mathcal{U}\subseteq \mathbb{C} תחום ותהיינה f,g:\mathcal{U}	o \mathbb{C} הולומורפיות באשר g
eq 0 אזי מרומורפית.
                                                                                   מסקנה: יהי g \neq 0 תחום ותהיינה f,g: \mathcal{U} \to \mathbb{C} מסקנה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} אזי
                                                                                                                                        \#\{f\} אפסים של \#\{f\} אפסים של אפסים של \#\{f\}
                                                                                                                                     \#\left\{g \text{ אפסים של}
ight\} \geq \#\left\{rac{f}{g} 	ext{ של}
ight\} •
                                                                   טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום ותהיינה f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C} מרומורפיות אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מרומורפיות.
                            f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} יחודיות של מינה סליקה ואינה קוטב של \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} אשר אינה סליקה ואינה קוטב של \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U}
משפט ויירשטראס: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום ותהא a\in \mathcal{U} מחדיות עיקרית של f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} אזי לכל u סביבה של u\in\mathcal{U} משפט ויירשטראס: יהי
                                                                                                                                                                              \mathbb{C}צפופה ב־f\left(\mathcal{O}\setminus\{a\}\right)
                                 טענה: יהי אחד מהבאים מתקיים מבודדת של f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} אזי מבודדת מבודדת מתקיים מתקיים ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יחודיות מבודדת
                                                                                                                                                                                                 .f = 0 \bullet
\lim_{z \to a} |z-a|^h |f(z)| = \infty מתקיים h < k מתקיים ווכן לכל וו\lim_{z \to a} |z-a|^h |f(z)| = 0 מתקיים k < h מתקיים k \in \mathbb{Z}
                                                                                                               \lim_{z\to a}\left|z-a\right|^{h}\left|f\left(z\right)\right|
otin\{0,\infty\} מתקיים h\in\mathbb{R} לכל
סענה: יהי f_n \stackrel{p.w.}{\longrightarrow} f וכן לכל f_n \stackrel{p.w.}{\longrightarrow} f עבורה f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} הולומורפיות ותהא הולומורפיות ענה: יהי
                                                                                                                               f_n' \xrightarrow{p.w.} f' וכן הולומורפית אזי f_n \xrightarrow{u} f מתקיים מתקיים
  \sum_{n=0}^\infty f_n'=f' במ"ש אזי במ"ש ב\sum_{n=0}^\infty f_n=f עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} במ"ש אזי הולומורפיות ותהא עבורה ליהי יהי
    B_{\sup\{r|B_r(a)\subseteq\mathcal{U}\}}(a) על f(z)=\sum_{n=0}^\inftyrac{f^{(n)}(a)}{n!}\left(z-a
ight)^n איזי a\in\mathcal{U} אותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} משפט טיילור: יהי
עבורה לכל a\in\mathcal{U} פונקציה אנליטית: יהי a\in\mathcal{U} של אזי f\in C^\infty(\mathcal{U},\mathbb{F}) עחום אזי תחום אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F} של היימת סביבה שדה ויהי
                                                                                                                                                               f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (z-a)^n
                                                                              .(אנליטית) אוי f (אוליטית) אוי f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי יהי יהי
                                                                                                              \sum_{n=-\infty}^\infty a_n \, (z-c)^n אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} ותהא c\in\mathbb{C} יהי
טענה: יהי c\in\mathbb{C} ותהא a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי קיימים a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} עבורם \sum_{n=-\infty}^\infty a_n\left(z-c\right)^n מתכנס בטבעת a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי קיימים a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} עבורם \sum_{n=-\infty}^\infty a_n\left(z-c\right)^n אזי קיימים \mathcal{K}\subseteq\{R_1<|z-c|< R_2\} מתכנס במ"ש ובהחלט.
f(z)=\sum_{n=-\infty}^\infty a_n\,(z-c)^n עבורה a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי קיימת אזי קיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} טבעת תהא טבעת תהא
                                                                                                                                                                                                             \mathcal{U} על
a_n=rac{1}{2\pi i}\int_{|\zeta-c|=r}rac{f(\zeta)}{(\zeta-c)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta הם f אוי מקדמי טור לורן של f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אותהא c\in\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית ויהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אפס מסדר f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} טבעת תהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} טבעת תהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית ויהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אפס מסדר f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} טבעת תהא
f(z)=\sum_{n=-m}^\infty a_{n+m}\left(z-c
ight)^n אזי m\in\mathbb{N} קוטב מסדר c\in\mathcal{U} הולומורפית ויהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} טבעת תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} טבעת ויהי
                                                                        \forall a \in \mathbb{C} \setminus \mathcal{U}. n\left(\gamma,a\right) = 0 מסילה בוויצה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} תחום אזי \gamma מסילה סגורה עבורה
                                                                                                 . עבורו סינה סגורה הינה עבורו כל מסילה \gamma סגורה הינה כוויצה \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} תחום פשוט קשר:
                                                                                                              \hat{\mathbb{C}}\setminus\mathcal{U}טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום אזי (\mathcal{U} פשוט קשר) מענה: יהי
```

טענה: יהי  $f_n:\mathcal{U} o\mathbb{C}$  אזי קיימת  $f:\mathcal{U}\setminus\{a\} o\mathbb{C}$  של מסדר n של מסדר  $n\in\mathbb{N}$  וויהי  $n\in\mathbb{N}$  הולומורפית עבורה  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ 

 $f:\mathcal{U}ackslash\{a\} o\mathbb{C}$  של מסדר 1 של מסדר  $a\in\mathcal{U}$  תחום אזי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  קוטב פשוט: יהי

 $(\eta\left(t,1
ight)=\gamma_{1}\left(t
ight))\wedge(\eta\left(t,0
ight)=\gamma_{0}\left(t
ight))\wedge(\eta\left(b,s
ight)=\gamma_{0}\left(b
ight))\wedge(\eta\left(a,s
ight)=\gamma_{0}\left(a
ight))$  עבורה  $\eta\in C\left([a,b] imes[0,1],\mathcal{U}
ight)$  טענה: יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  תחום ותהא  $\gamma$  מסילה סגורה אזי  $\gamma$  הולומורפית ותהא  $\gamma$  מסילה כוויצה אזי  $z\in\mathbb{C}$  תחום תהא  $z\in\mathbb{C}$  תחום תהא  $z\in\mathbb{C}$  הולומורפית ותהא  $z\in\mathbb{C}$  משפט קושי: יהי  $z\in\mathbb{C}$ 

מסקנה נוסחת האינטגרל של קושי: יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  מחום תהא מסקנה נוסחת האינטגרל של קושי: יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  תחום תהא  $\gamma:[\alpha,\beta]\to D$  תחום תהא n  $(\gamma,a)\cdot f$   $(a)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}\frac{f(z)}{z-a}\mathrm{d}z$  אז  $a\in\mathcal{U}\setminus\gamma\left([\alpha,\beta]\right)$ 

מסקנה נוסחת הנגזרת של קושי: יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  תחום תהא  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  הולומורפית ויהי מעגל כוויץ סביב  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  מעגל כוויץ סביב  $f^{(n)}(z)=rac{n!}{2\pi i}\int_{C_r}rac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta$ 

וכן קיימת  $(\gamma_0\left(a\right)=\gamma_1\left(a\right))\wedge(\gamma_0\left(b\right)=\gamma_1\left(b\right))$  עבורן  $\gamma_0,\gamma_1:\left[a,b\right] o\mathcal{U}$  חחום אזי מסילות  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  יהי יהי

טענה: a סטנה ב־ $\mathcal{U}$  טבעת סביב a טבעת חביב a טבעת חביב a טבעת חביב a טבעת חביב a טבער טענה: a טענה אזי  $a\in\mathbb{C}$  טבעת חביב a טבעת חביב a טבער סביב a טבעת חביב a טבער סביב a

```
C טטענה: יהי n (\gamma,a)=1 טבעת סביב n תהא \gamma מסילה חולומורפית תהא n (\gamma,a)=1 טענה: יהי u טענה: יהי u טענה: יהי u טענה טבעת סביב u טענה: יהי u טענה: י
                                                                                                                                                                                                                                                                                                    \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{C}f\left(z
ight)\mathrm{d}z מעגל ב־\mathcal{U} סביב מעגל מעגל
מסקנה: יהי a מעגל ב־\mathcal U טבעת סביב a מסילה סגורה f:\mathcal U	o\mathbb C מסילה סביב \mathcal U טבעת סביב \mathcal U\subseteq\mathbb C מסילה יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    \int_{\gamma} f(z) dz = n(\gamma, a) \cdot \int_{C} f(z) dz
שארית: יהי u\in \mathcal{U} סביב u סביב u סביב u מעגל ב־u ויהי u\in \mathcal{U} מעגל ב־u יחודיות מבודדת של u\in \mathcal{U} ויהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 . Res_a(f) = \frac{1}{2\pi i} \int_C f(z) dz נוספות בתוכו אזי
f(z)-rac{	ext{Res}_a(f)}{z-a} אזי a\in\mathbb{C} טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} טבעת סביב אזי a\in\mathbb{C} יחודיות מבודדת של a\in\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C} טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       \mathcal{V}בעלת קדומה ב-
```

 $\operatorname{Res}_a(f)=0$  אזי  $f:\mathcal{U}ackslash\{a\} o\mathbb{C}$  טענה: יהי  $a\in\mathbb{C}$  אזי  $a\in\mathbb{C}$  אזי מענה: יהי  $\sum_{n=-\infty}^\infty a_n \left(z-c
ight)^n$  טענה: יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{U}$  טבעת סביב של יחודיות מבודדת של  $c\in\mathbb{C}$  יחודיות מבודדת של מענה: יהי  $\operatorname{Res}_a\left(f\right)=a_{-1}$  אזי  $\mathcal{V}$ ב־לורן של

 $\operatorname{Res}_a(f) = \lim_{z \to a} (z-a) \, f(z)$  אזי  $f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C}$  סענה: יהי  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$  תחום יהי  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$  קוטב פשוט מבודד של  $\gamma:[c,d] o \mathcal{U}ackslash E$  משפט השאריות: יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  תחום תהא בת מנייה לכל היותר תהא בת מנייה לכל תחום תהא בת מנייה לכל היותר תהא  $-\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\sum_{a\in E}n\left(\gamma,a
ight)\cdot\mathrm{Res}_{a}\left(f
ight)$  אזי  $\mathcal{U}$ כיווצה ב־

 $\mathrm{ord}_f(a)$  סימון: יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  תחום תהא  $\mathcal{U}=\mathcal{U}$  הולומורפית ויהי  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  תחום תהא

 $\mathrm{ord}_f\left(a
ight)$  הינו  $a\in\mathcal{U}$  אזי סדר  $a\in\mathcal{U}$  אוי סדר  $a\in\mathcal{U}$  הינו יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  יהי

משפט  $\gamma:[c,d] o \mathcal{U}\setminus\{f$  מסילה אפסים וקטבים א $f:\mathcal{U} o \mathbb{C}$  מחום תהא תחום תהא  $\mathcal{U}\subseteq \mathbb{C}$  מיהי משפט עקרון הארגומנט: יהי  $.\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{f'(z)}{f(z)}\mathrm{d}z=\sum_{a\in\{f\$ אזי  $\mathcal{U}$  אזי  $\mathcal{U}$ 

 $\exists z \in \mathbb{C}. \ (n(\gamma,z)=1) \Longleftrightarrow (z \in \Omega)$  עבורה אזי  $\Omega \subseteq \mathcal{U}$  עבורה מסילה עחום ותהא עוב תחום ותהא עבורה עבוצה: יהי משפט רושה: יהי  $\mathcal{U}\subseteq \mathcal{U}$  תחום תהא  $\gamma$  כוויצה עבורה  $\gamma$  ותהיינה עבורה עבורה  $\gamma$  ותהיינה תהא על בו $\gamma$  ותחימת על ידי ותהיינה משפט רושה: יהי  $\#\{\Omega$ ב של g אפסים של g  $\#\{\Omega$ ב ב־g אזי  $\forall z\in \gamma\left([a,b]\right)$  .  $\|f\left(z\right)-g\left(z\right)\|<\|f\left(z\right)\|$  אפסים של  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{C}$ תחום סוב: קבוצה מקוטעין המקוטעין המקיימות ארות מסילות ארות מסילות קיימות עבורה קיימות עבורה קיימות מסילות ארות מסילות ארות מסילות מקוימות מסילות מס  $\forall j \in [n] \ \forall t \in \text{Dom}(\gamma_j) \ \exists \varepsilon > 0 \ \gamma_j(t) \cdot i \cdot \varepsilon \in G$ 

 $\int_{\partial G} f(z)\,\mathrm{d}z=0$  אזי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  הולומורפית אזי  $G\subseteq\mathcal{U}$  תחום יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  יהי משפט עקרון המקסימום: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{U}$  תחום תהא  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  הולומורפית תהא  $a\in\mathcal{U}$  ויהי  $a\in\mathcal{U}$  עבורם  $B_r(a)\subseteq\mathcal{U}$  וכן אזי f קבועה.  $|f(a)| = \max_{z \in \overline{B}_r(a)} |f(z)|$ 

 $f:\mathcal{U} o\mathbb{C}$  תחום ותהא  $\mathcal{U}\subset\mathbb{C}$  הולומורפית התב"ש

- . חסרת מקסימום מקומי |f|
- $(\mathcal{U}$ ר מקסימום ב־|f| חסרת חסרת (f
- $\partial\overline{\mathcal{U}}$ מתקבל ב־ $\max_{z\in\overline{\mathcal{U}}}|f\left(z
  ight)|$  רציפה אזי  $f:\overline{\mathcal{U}} o\mathbb{C}$  מתקבל ב-

מסקנה עקרון המינימום: יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{U}$  תחום תהא  $f:\mathcal{U} o\mathbb{C}$  הולומורפית תהא ויהי  $f:\mathcal{U} o\mathbb{C}$  עבורם  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  וכך . אזי f קבועה  $0 < |f(a)| = \min_{z \in \overline{B}_n(a)} |f(z)|$ 

מסקנה הלמה של שוורץ: תהא  $f\left(0
ight)=0$  חולומורפית עבורה  $f\left(0
ight)=0$  מסקנה הלמה של שוורץ: תהא

- $\forall z \in B_1(0) . |f(z)| \leq |z| \bullet$ 
  - $|f'(0)| \le 1 \bullet$
- $.f\left(z\right)=e^{i\alpha}z$  עבורו איי קיים איי איי איי עבורה  $a\in B_{1}\left(0\right)\setminus\left\{ 0\right\}$  עבורו נניח כי קיימת •

משפט ההעתקה הפתוחה: תהא  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$  פתוחה ותהא הולומורפית לא קבועה אזי  $f:\mathcal{U} \to \mathbb{C}$  פתוחה.

.(ad-bc=0) $\Longleftrightarrow$ (סענה: יהיו  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  אזי  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$ 

 $f(z) = \frac{az+b}{cz+d} ~$ המוגדרת  $f:\mathbb{C}\setminus\left\{-\frac{d}{c}\right\} \to \mathbb{C}$  אזי  $ad-bc\neq 0$  אזי  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  המוגדרת  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  העתקת מוביוס: יהיו  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  עבורן  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  אזי  $ad-bc\neq 0$  אזי  $ad-bc\neq 0$  אזי  $ad-bc\neq 0$  המקיימת  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  הרחבת העתקת מוביוס: יהיו  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  עבורן  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  אזי  $ad-bc\neq 0$  אזי  $ad-bc\neq 0$ 

. טענה: תהא  $\hat{\mathbb{C}} \to \hat{\mathbb{C}}$  העתקת מוביוס אזי  $f:\hat{\mathbb{C}} \to \hat{\mathbb{C}}$  עועל.

עבורה  $f:\mathbb{C} \to \mathbb{C}$  עבורה אלמנטרית:

- $\exists \lambda \in \mathbb{R}_{>0}. f(z) = \lambda z$  :מתיחה
- $\exists \theta \in (-\pi, \pi] . f(z) = e^{i\theta}z$  סיבוב:

- $\exists a \in \mathbb{C}. f\left(z\right) = z + a$  :הוזה
  - $.f\left( z
    ight) =rac{1}{z}$  :היפוך

 $f=g_1\circ\ldots\circ g_n$  אלמנטריות עבורן  $g_1,\ldots,g_n:\mathbb{C} o\mathbb{C}$  העתקת מוביוס אזי קיימות  $f:\mathbb{C} o\mathbb{C}$  העתקת מוביוס אלמנטריות עבורן מעגל הישר.

טענה: תהא  $f\left(A
ight)$  אזי אויהי ויהי ויהי העתקת מוביוס העתקת  $f:\mathbb{C} 
ightarrow \mathbb{C}$  מעגל מוכלל.

 $f\left(\infty
ight)=c$  וכן  $f\left(1
ight)=b$  וכן  $f\left(0
ight)=a$  אונות אזי קיימת ויחידה  $f:\hat{\mathbb{C}}\to\hat{\mathbb{C}}$  העתקת מוביוס עבורה  $a,b,c\in\hat{\mathbb{C}}$  וכן  $a,b,c\in\hat{\mathbb{C}}$  מסקנה: יהיו  $A,B\subseteq\mathbb{C}$  מסקנה: יהיו  $A,B\subseteq\mathbb{C}$  מעגלים מוכללים אזי קיימת  $f:\hat{\mathbb{C}}\to\hat{\mathbb{C}}$  העתקת מוביוס עבורה

## בונוסים

 $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$  איז  $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$  מטריצת השכנויות: יהי G גרף על G קודקודים אזי  $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$  איז מטריצת השכנויות: יהי

 $\operatorname{spec}\left(A\right)\subseteq\mathbb{R}$  טענה: יהי G גרף A־רגולרי אזי A לכסינה וכן G טענה: יהי A גרף A-רגולרי ויהי A גרף A-רגולרי ויהי A

 $k \in \operatorname{spec}(A)$  טענה: יהי G גרף גרף א־רגולרי

 $f = (g+c) + \sum_{k=1}^n g_{\alpha_k}$  עבורו  $c \in \mathbb{C}$ 

S = (0,0,-1) את  $\mathbb{R}^3$ הקוטב הדרומי: נסמן ב

```
.(r_{a}\left(k
ight)=1)\Longleftrightarrowמשפט: יהי G גרף גרף אזי (משפט: יהי G גרף אזי (משפט: יהי
                                                                        \mathbb{C}ב ב־ה אינה f אינה \forall z\in\mathbb{C}.f\left(z
ight)^{2}=z המקיימת המא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי
                                                    \exists lpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight) = 0 אזי \deg\left(p
ight) \geq 1 עבורו p \in \mathbb{C}\left[x
ight] יהי האלגברה: יהי
                                                           \{a_i\} אזי p\left(z
ight)=a\prod (z-a_i)^{\ell_i} וכן \deg\left(p
ight)=k אזי איזי p\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי אוי
                                \ell_i יהי p(z)=a\prod (z-a_i)^{\ell_i} וכן וכן \deg(p)=k עבורו אפס אזי יהי והי פולינום: יהי
                                                                                                                               \frac{p}{q} אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי אונקציה רציונלית: יהיו
                                                                .ord \left(rac{p}{q}
ight)=\max\left\{\deg\left(p
ight),\deg\left(q
ight)
ight\} אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] יהיו רציונלית: יהיו
                                                                                                                          אזי a\in\mathbb{C} זרים ויהי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי
                                                                                                                    m מסדר q אפס של של של m מסדר •
                                                                                                                    m מסדר p אפס של של p אפס מסדר m אפס מסדר p
                                                                                                                                           הגדרה: יהיו p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] זרים אזי
                                                                               \deg\left(p
ight)-\deg\left(q
ight) מסדר של rac{p}{q} מסדר \deg\left(p
ight)>\deg\left(q
ight)
                                                                                \deg\left(q
ight)-\deg\left(p
ight) מסדר של rac{p}{a} מסדר איז \deg\left(p
ight)<\deg\left(q
ight)
                                                                                    קב f:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} הגדרה: תהא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית אזי נרחיבה לפונקציה רציונקית f:\mathbb{C}	o\mathbb{C}
                                                                                                                           f(z)=\infty יהי z\in\widehat{\mathbb{C}} קוטב של z
                                                                                                                           f\left(\infty
ight)=0 נניח כי \infty אפס של f אזי \bullet
                        . המקדמים אינו אפס איf\left(\infty\right)=rac{a_{n}}{b_{n}} באשר המקדמים המובילים של הפולינומים בהתאמה. \infty אינו קוטב ואינו אפס איז f\left(\infty\right)=\frac{a_{n}}{b_{n}}
                                                            \operatorname{ord}(f)=\#\{f סענה: תהא f:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} רציונלית אזיf:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} סענה: תהא
                                                                                                                      טענה: תהא a\in \hat{\mathbb{C}} רציונלית ויהי f:\widehat{\mathbb{C}}	o \widehat{\mathbb{C}} אזי
                                                                                                                          (\lim_{z\to a} f(z) = 0) \iff (f אפס של a) \bullet
                                                                                                                       .(\lim_{z\to a} f(z) = \infty) (f קוטב של a) •
                                                                                                                    אזי a\in \hat{\mathbb{C}} אזי f:\widehat{\mathbb{C}}	o \widehat{\mathbb{C}} אזי מסקנה: תהא
                                                                                                      (k \ a) מסדר אפס של \frac{1}{f} אפס של אפס של \frac{1}{a} מסדר (k \ a)
                                                                                                     (k) מסדר מסדר \frac{1}{t} קוטב של \frac{1}{a} מסדר (k) מסדר (k)
משפט פירוק וכן h:\mathbb{C} \to \mathbb{C} וכן אזי מקדם ויחיד ויחיד אזי קיים ויחיד הציונלית אזי רציונלית האא משפט f:\mathbb{C} \to \mathbb{C} רציונלית ללא מקדם משפט מירוק אזי קיים ויחיד
                                                                                                                                                           f = g + h ב־\infty עבורן
g_\infty=g פירוק סינגולרי אזי f=g+h בירוק רציונלית ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} החלק הסינגולרי ב־\infty: תהא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} ויהי \tilde{f}=\tilde{g}+\tilde{h} ויהי \tilde{f}(z)=f\left(lpha+rac{1}{z}
ight) רציונלית נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית נסמן רציונלית נסמן בירוק סינגולרי ביf:\mathbb{C}	o\mathbb{C} החלק הסינגולרי בי
                                   g_lpha\left(lpha
ight)=\infty טענ\hat{\mathbb{C}}\setminus\{lpha\} טענg_lpha בעלת ערך סופי על g_lpha\in\hat{\mathbb{C}} וכן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} טענf:\alpha
                                                                   lphaמסקנה: תהא f-g_lpha חסרת ויהי lpha\in\mathbb{C} היהי רציונלית ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C}
משפט פירוק לשבריים חלקיים: תהא a_1\dots a_n\in\mathbb{C} ויהיו ויהיו פירוק פירוק רציונלית עם פירוק רציונלית ויהיו הא פירוק לשבריים הא
```

 $T\left(x+iy
ight)=\left(rac{2x}{x^2+y^2+1},rac{2y}{x^2+y^2+1},rac{1-x^2-y^2}{x^2+y^2+1}
ight)$  כך כך  $T:\mathbb{C} o\mathbb{S}^2\backslash\left\{S
ight\}$  הטלה סטריאוגרפית מהדרום: נגדיר הערה: במרחב  $\mathbb{R}^3$  נגדיר את  $\mathbb{C}$  להיות שני הצירים הראשונים, אז ההטלה הסטריאוגרפית מהדרום היא מבחינה מעשית  $T(p) = \operatorname{line}_{p,S} \cap \mathbb{S}^1$ 

> $p\left(x+iy
> ight)=e^{i(x+iy)}$  בציפה כך  $p:\left[-rac{W}{2},rac{W}{2}
> ight] imes\left[-\infty,\infty
> ight] o\mathbb{S}^2ackslash\left\{N,S
> ight\}$  היטל מרקטור: נגדיר .טענה:  $p_{\lceil\left(-\frac{W}{2},\frac{W}{2}
> ceil^{ imes(-\infty,\infty)}
> ight]}$  ישענה:

. פונקציה קונפורמית:  $f:\mathbb{R}^2 o \mathcal{D}_f$  דיפרנציאבילית עבורה לכל  $a\in\mathbb{R}^2$  מתקיים כי  $f:\mathbb{R}^2 o \mathbb{R}^2$  קונפורמית.

פונקציה קונפורמית:  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  דיפרנציאבילית עבורה לכל  $u\in\mathbb{R}^2$  קיימת  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  עבורה  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  דיפרנציאבילית עבורה לכל  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  קיימת  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  עבורה  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}^3$   $u\in\mathbb{R}^3$ 

 $f(p) imes egin{pmatrix} a \ b \ c \end{pmatrix} = egin{pmatrix} f_2(p)c-f_3(p)b \ f_3(p)a-f_1(p)c \ f_1(p)b-f_2(p)a \end{pmatrix}$  הערה: תהא  $f:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$  קונפורמית ותהא  $g\circ f$  קונפורמית אזי  $g:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$  קונפורמית ותהא  $g:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$  קונפורמית אזי  $g:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$ 

. קונפורמית, T קונפורמית p קונפורמית.

מסקנה:  $T \circ p$  קונפורמית.

 $.lpha_T\left(p
ight)=\left\|rac{\partial T}{\partial x}\left(p
ight)
ight\|\left\|rac{\partial T}{\partial y}\left(p
ight)
ight\|$  אזי  $p\in\mathbb{R}^2$  איז  $a_T\left(x,y
ight)=rac{4}{(1+x^2+y^2)^2}$  איז  $a_T\left(x,y
ight)\in\mathbb{R}^2$  טענה: תהא

. עה"עה  $\gamma_{\restriction(a,b]},\gamma_{\restriction[a,b)}$  עבורה עבורה מסילה מס

משפט ז'ורדן: תהא  $\Omega_1,\Omega_2\subseteq\mathbb{C}ackslash\gamma([a,b])$  מסילתית עבורם מסילתית מסילה מסילתית מסילתית אזי קיימים  $\gamma:[a,b] o\mathbb{C}$ . וכן  $\Omega_2$  אינו חסום  $\Omega_1$  וכן  $\Omega_1 \uplus \Omega_2 = \mathbb{C} \backslash \gamma ([a,b])$ 

. $\mathrm{Vol}\left(\Omega
ight)=rac{1}{2}\int_{\gamma}x\mathrm{d}y-rac{1}{2}\int_{\gamma}y\mathrm{d}x$  מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי  $\Omega$  התחום הכלוא על ידי  $\gamma$  אזי מתקיים מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי . $\mathrm{Vol}\left(\Omega
ight)=-rac{i}{2}\int_{\gamma}\overline{z}\mathrm{d}z$  אזי אזי איזי איזי איזי משפט: תהא  $\gamma$  משפט: תהא  $\gamma$  מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי

 $\int_0^{2\pi} (\cos(t))^{2n} \, \mathrm{d}t = rac{2\pi}{4^n} \cdot inom{2n}{n}$  טענה: יהי  $n \in \mathbb{N}$  אזי מתקיים

 $a+d\mathbb{Z}$  אזי  $d\in\mathbb{N}_+$  ויהי ויהי  $a\in\mathbb{Z}$  יהי

 $\mathbb{Z}=\biguplus_{k=1}^n (a_k+d_k\mathbb{Z})$  שונים עבורם  $d_1\dots d_n\in\mathbb{N}_+$  ולא קיימים  $a_1\dots a_n\in\mathbb{Z}$  שונים עבורם  $n\in\mathbb{N}$ טענה: יהי<יחס סדר מלא על  $\mathbb{C}$  אזי אזי  $(\mathbb{C},<)$  אינו שדה סדור.