פעולות בינאריות: תהא A קבוצה אזי $A \times A \to A$.

סימון: תהא A קבוצה ותהא $*$ פעולה בינארית על A אזי $a * b = *(a, b)$.

חבורה: תהא G קבוצה אזי $* : G \times G \to G$ עבורה קיים $e \in G$ עבורו

- אסוציאטיביות: לכל $a, b, c \in G$ מתקיים $a * (b * c) = (a * b) * c$.
- איבר יחידה: לכל $a \in G$ מתקיים $a * e = e * a = a$.
- איבר הופכי: לכל $a \in G$ קיים $b \in G$ עבורו $a * b = e = b * a$.

הגדרה: תהא X קבוצה אזי $S(X) = \{f : X \to X \mid \text{הפיכה } f\}$.

חבורת התמורות: תהא X קבוצה אזי $(S(X), \circ)$.

טענה: תהא X קבוצה אזי חבורת התמורות הינה חבורה.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $S_n = S([n])$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $|S_n| = n!$.

חבורת המטריצות: יהי $\mathbb{F}$ שדה ויהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}), \cdot)$.

טענה: יהי $\mathbb{F}$ שדה ויהי $n \in \mathbb{N}$ אזי חבורת המטריצות הינה חבורה.

החבורות החיבוריות: יהי $\mathbb{F} \in \{\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}\}$ אזי $(\mathbb{F}, +)$.

סימון: תהא $A \subseteq \mathbb{C}$ אזי $A^* = A \backslash \{0\}$.

החבורות הכפליות: יהי $\mathbb{F} \in \{\mathbb{Q}^*, \mathbb{R}^*, \mathbb{C}^*\}$ אזי $(\mathbb{F}, \cdot)$.

החבורה הטריוואלית: יהי x אזי $(\{x\}, \mathrm{Id})$.

הגדרה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $\sim_n \subseteq \mathbb{Z}^2$ המוגדרת $(x \sim_n y) \iff (n | (x - y))$.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $C_n = \mathbb{Z}/\sim_n$.

הגדרה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $+ : C_n \times C_n \to C_n$ המוגדרת $[x]_{\sim_n} + [y]_{\sim_n} = [x + y]_{\sim_n}$.

חבורת שאריות החלוקה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(C_n, +)$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי חבורת שאריות החלוקה הינה חבורה.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $|C_n| = n$.

חבורה אבלית/חילופית/קומוטטיבית: חבורה $(G, *)$ עבורה לכל $g, h \in G$ מתקיים $g * h = h * g$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_{\geq 3}$ אזי $(S_n, \circ)$ אינה אבלית.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}), \cdot)$ אינה אבלית.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $(C_n, +)$ אבלית.

חבורה סופית: חבורה $(G, *)$ עבורה $|G| \in \mathbb{N}$.

חבורה אינסופית: חבורה $(G, *)$ עבורה $|G| \geq \aleph_0$.

סדר של חבורה: תהא $(G, *)$ חבורה סופית אזי $\mathrm{ord}(G) = |G|$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה סופית אזי $o(G) = \mathrm{ord}(G)$.

תת־חבורה: תהא $(G, *)$ חבורה ותהא $H \subseteq G$ אזי $\left(H, *\restriction_{H \times H}\right)$ עבורה

- סגירות לכפל: לכל $a, b \in H$ מתקיים $a * b \in H$.
- סגירות להופכי: לכל $a \in H$ מתקיים $a^{-1} \in H$.
- איבר יחידה: יהי e איבר היחידה של G אזי $e \in H$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה ותהא $H \subseteq G$ עבורה $\left(H, *\restriction_{H \times H}\right)$ תת־חבורה אזי $H \leq G$.

למה: תהא $(G, *)$ חבורה ותהא $H \in \mathcal{P}(G) \setminus \{\varnothing\}$ אזי $(H \leq G) \iff$(לכל $a, b \in H$ מתקיים $a * b^{-1} \in H$).

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה ותהיינה $A, B \subseteq G$ אזי $A * B = \{a * b \mid (a \in A) \wedge (b \in B)\}$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה תהא $H \subseteq G$ ויהי $g \in G$ אזי $g * H = \{g\} * H$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(n\mathbb{Z}, +) \leq (\mathbb{Z}, +)$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ ויהי $\mathbb{F}$ שדה אזי $(\mathrm{SL}_n(\mathbb{F}), \cdot) \leq (\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}), \cdot)$.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $R_n = \{z \in \mathbb{C} \mid z^n = 1\}$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(R_n, \cdot) \leq (\mathbb{C}^*, \cdot)$.

טענה: תהא $(G, *)$ חבורה אזי $G \leq G$.

טענה: תהא $(G, *)$ חבורה אזי $\{e\} \leq G$.

הערה: מכאן והלאה כאשר ברור מהי הפעולה של החבורה נסמנה על ידי הקבוצה בלבד.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה אזי קיים ויחיד $e\in G$ עבורו $a*e=e*a=a$ לכל $a\in G$.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a\in G$ אזי קיים ויחיד $b\in G$ עבורו $a*b=e=b*a$.

סימון: תהא $(G,*)$ חבורה יהי $a\in G$ ויהי $b\in G$ איבר הופכי ל־a אזי $a^{-1}=b$.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ויהיו $a,b\in G$ אזי $(a*b)^{-1}=b^{-1}*a^{-1}$.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a\in G$ אזי $\left(a^{-1}\right)^{-1}=a$.

מסקנה כלל צמצום משמאל: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a,b,c\in G$ עבורם $a*b=a*c$ אזי $b=c$.

מסקנה כלל צמצום מימין: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a,b,c\in G$ עבורם $b*a=c*a$ אזי $b=c$.

סימון: תהא G חבורה יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי $g\in G$ אזי $g^{-n}=(g^n)^{-1}$.

טענה: תהא G חבורה יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי $g\in G$ אזי $g^{-n}=\left(g^{-1}\right)^n$.

חבורת המכפלה: תהיינה $(G,*),(H,\otimes)$ חבורות נגדיר $(g,h)\cdot(g',h')=(g*g',h\otimes h')$ לכל $g,g'\in G$ ולכל $h,h'\in H$ אזי $(G\times H,\cdot)$.

טענה: תהיינה $(G,*),(H,\otimes)$ חבורות אזי חבורת המכפלה הינה חבורה.

טענה: תהיינה $(G,*),(H,\otimes)$ חבורות אזי (חבורת המכפלה אבלית)$\Longleftrightarrow$(H,G אבליות).

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ותהיינה $H,K\le G$ אזי ($H*K\le G$)$\Longleftrightarrow$($HK=KH$).

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ותהיינה $H,K\le G$ אזי ($H\cup K\le G$)$\Longleftrightarrow$($H\cap K\in\{H,K\}$).

הגדרה: תהא X קבוצה ותהא $Y\subseteq X$ אזי $\text{Stab}\left(Y\right)=\left\{\pi\in S\left(X\right)\mid\forall y\in Y.\pi\left(y\right)=y\right\}$.

טענה: תהא X קבוצה ותהא $Y\subseteq X$ אזי $\text{Stab}\left(Y\right)\le S\left(X\right)$.

מסקנה: תהא G חבורה ותהא $\{H_i\}_{I\in I}\subseteq\mathcal{P}\left(G\right)$ באשר $H_i\le G$ לכל $i\in I$ אזי $\bigcap_{i\in I}H_i\le G$.

הגדרה: תהא G חבורה ותהא $X\subseteq G$ אזי $\mathcal{F}\left(X\right)=\left\{H\le G\mid X\subseteq H\right\}$.

החבורה שנוצרת על ידי תת־קבוצה: תהא G חבורה ותהא $X\subseteq G$ אזי $\langle X\rangle=\bigcap_{H\in\mathcal{F}(X)}H$.

למה: תהא G חבורה ותהא $X\subseteq G$ אזי $\langle X\rangle\le G$.

טענה מינימליות החבורה הנוצרת: תהא G חבורה תהא $X\subseteq G$ ותהא $H\le G$ עבורה $X\subseteq H$ אזי $\langle X\rangle\subseteq H$.

קבוצת יוצרים של חבורה: תהא G חבורה אזי $X\subseteq G$ עבורה $\langle X\rangle=G$.

חבורה נוצרת סופית (נ"ס): חבורה G עבורה קיימת קבוצת יוצרים סופית.

חבורה ציקלית: חבורה G עבורה קיים $g\in G$ המקיים $\langle g\rangle=G$.

למה: תהא G חבורה אזי (G ציקלית)$\Longleftrightarrow$($G=\left\{g^k\mid k\in\mathbb{Z}\right\}$).