```
. טענה: תהיינה A,B בת מנייה אזיA\cup B בת מנייה מנייה
                                                                      . טענה: תהיינה A_1 \ldots A_n קבוצות בנות מנייה אזי\bigcup_{i=1}^n A_i בת מנייה
טענה: תהא \langle f_n \mid n \in \mathbb{N} 
angle חדרת פונקציות באשר או בת מנייה לכל A_i סדרת פונקציות באשר או סענה:
                                                                            על לכל n\in\mathbb{N} אזי סופית או בת מנייה. f_n:\mathbb{N}	o A_n
                                                    A 	imes B = \{\langle a,b \rangle \mid (a \in A) \wedge (b \in B)\} מכפלה קרטזית: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                                                       טענה: תהיינה A,B בת מנייה אזי A \times B טענה:
                                                                       . בת מנייה A_1 \times \ldots \times A_n בנות מנייה אזיA_1 \ldots A_n בת מנייה
                                                                                                           A^1=A הגדרה: תהא A קבוצה אזי
                                                                                A^n=A	imes A^{n-1} אזי n\in\mathbb{N}_+ ויהי קבוצה A הגדרה: תהא
                                                                                                                      .טענה: \bigcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{N}^n בת מנייה
                                                                                                          |\{A \subseteq \mathbb{N} \mid A\}| = \aleph_0 מסקנה: |\{A \subseteq \mathbb{N} \mid A\}|
                                                                                                                                  |\mathbb{Z}|=leph_0 :טענה
                                                                                                                                  |\mathbb{Q}|=\aleph_0 :טענה
                                                                     p\left(a
ight)=0 מספר אלגברי: מספר a\in\mathbb{C} עבורו קיים a\in\mathbb{C} מספר
                                                                p\left(a
ight)
eq0 מתקיים p\in\mathbb{Z}\left[x
ight] עבורו לכל a\in\mathbb{C} מספר מספר מספר
                                                                                                    |\{a\in\mathbb{C}\mid A אלגברי a\}|=leph_0 משפט קנטור:
                                                                       יחס סדר חלקי/חלש: תהא A קבוצה ויהי A אזי A באשר יחס סדר חלקי/חלש:
                                                                                                    x \preccurlyeq x אזי x \in A יהי •
                                                                 x \preccurlyeq z אזי y \preccurlyeq z וכן x \preccurlyeq y עבורם x,y,z \in A אזי יהיו x \preccurlyeq y
                                                        x=y אזי y \preccurlyeq x וכן x \preccurlyeq y עבורם x,y \in A אזי יהיו חלשה: x = y אנטי סימטריות חלשה:
                                                                              יחס סדר חזק: תהא A קבוצה ויהי A^2 אזי A באשר יחס סדר חזק: תהא
                                                                                         \neg \left( x \prec x \right) אזי אזי יהי יהי פלקסיביות: •
                                                                 x\prec z אזי y\prec z וכן x\prec y עבורם x,y,z\in A אזי יהיו
                                                                 \neg (y \prec x) אזי x \prec y עבורם x,y \in A יהיו חזקה: \bullet
                                   (x\preccurlyeq y)\lor(y\preccurlyeq x) מתקיים x,y\in A אבורו לכל (A,\preccurlyeq) עבורו יחס סדר אלקי
                               (x \prec y) \lor (y \prec x) \lor (x = y) מתקיים x, y \in A עבורו לכל (x, x) עבור חזק יחס סדר חזק יחס עבורו לכל
                                                                                                            טענה: \langle \mathbb{N}, <_{\mathbb{N}} \rangle יחס סדר קווי חלקי.
                                                                                      . יחס סדר חלקי \langle \mathcal{P}\left(A\right),\subseteq \rangle יחס סדר חלקי ענה: תהא
(aRb) \Longleftrightarrow (f(a)Sf(b)) מתקיים a,b \in A מתקיים (A,R), \langle B,S \rangle מדרים אזי (A,R), \langle B,S \rangle מתקיים
                                   . סדרים הפיכה \pi:A	o B הפימת \langle A,R \rangle, עבורם סדרים הפיכה שומרת הפיכה \pi:A	o B
                                                                    \langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle איזומורפיים איזו סדרים \langle A,R \rangle , \langle B,S \rangle סדרים איזומורפיים
```

 $|X| \leq |Y|$  חח"ע אזי f: X o Y הגדרה: תהיינה X, Y קבוצות ותהא  $Y \mapsto f: X \to Y$  חח"ע ועל אזי |X| = |Y| הגדרה: תהיינה  $X, Y \mapsto X$ 

|X|<|Y| אזי אזי  $|X|\neq |Y|$  וכן  $|X|\leq |Y|$  אזי קבוצות עבורן אזי |X|<|Y|

 $|A|=|\{0,\ldots,n-1\}|$  המקיים  $n\in\mathbb{N}$  עבורה עבורה עבורה חופית:

 $.|A| = |\{0,\dots,n-1\}|$  המקיים  $n \in \mathbb{N}$  קיים לא עבורה עבוצה קבוצה אינסופית:

טענה: תהא B סופית או בת מנייה תהא f:A o B ותהא קבוצה ותהא מנייה מנייה מנייה מנייה

|X|=|Y| אאי  $|Y|\leq |X|$  וכן  $|X|\leq |Y|$  אאי און |X|=|Y| איי ואין און איי וואר אוווי אווי און אווי וואר אי וואר אווי וואר ו

 $|X| \neq |Y|$  אזי  $\neg (|X| = |Y|)$  איזי קבוצות עבורן תהיינה X,Y איזי

טענה: תהא B בת מנייה ותהא  $B\subseteq A$  אינסופית אזי B בת מנייה. מסקנה: תהא A בת מנייה ותהא  $B\subseteq A$  אזי B סופית או בת מנייה.

X העוצמה של |X| העוצמה של

 $|X|=leph_0$  קבוצה X עבורה מנייה: קבוצה בת מנייה

 $|\{0,\ldots,n-1\}|=n$  אזי  $n\in\mathbb{N}$  סימון: יהי

סימון:  $|\mathbb{N}|=0$ %.

```
(aRb) \lor (a=b) מתקיים b \in A מתקיים a \in A עבורו קיים a \in A עבורו קיים a \in A מתקיים סדר קווי
                                                                      \min(A) = a אזי a \in A איבר ראשון בעל איבר קווי בעל אדר קווי אזי \langle A, R \rangle יהי
        . טענה: יהי \langle B,S \rangle אזי \langle B,S \rangle אזי איבר ראשון ויהי \langle B,S \rangle סדר קווי באשר סענה: יהי \langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle סדר איבר ראשון ויהי
       (aRb) \lor (a=b) מתקיים a \in A מתקיים b \in A מתקיים סדר קווי \langle A,R \rangle עבורו קיים a \in A באשר לכל
                                                                     \max(A) = a אזי a \in A אזיבר אחרון בעל איבר סדר קווי בעל איבר אחרון יהי
        . טענה: אזי \langle B,S \rangle אזי אזי איבר אחרון ויהי יבעל איבר אחרון איבר אחרון ויהי יהי אוי סענה: יהי יהי אוי בעל איבר אחרון ויהי
                         zRy וכן xRz עבורו z\in A קיים xRy המקיימים xRy המקיימים עבורו z\in A עבורו וכן אינור z\in A
                                     טענה: יהי \langle A,R
angle\simeq \langle B,S
angle סדר קווי באשר \langle B,S
angle אזי \langle B,S
angle צפוף.
                                                                    טענה: \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון.
                                                                                                                        \mathbb{N}, \leq_{\mathbb{N}} \not\simeq \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle מסקנה:
      \langle A, \preccurlyeq 
angle \simeq \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} 
angle אזי |A| = leph_0 משפט קנטור: יהי \langle A, \preccurlyeq 
angle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר
       \langle A, \prec 
angle \simeq \langle \mathbb{Q}, <_{\mathbb{Q}} 
angle אזי משפט קנטור: יהי \langle A, \prec 
angle סדר קווי חזק צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר משפט קנטור: משפט קנטור:
                            (xRa) \lor (x=a) מתקיים x \in X מתקיים X \subseteq A אזי X \subseteq A מדר קווי ותהא A \subseteq A
                                                  \overline{B}_X = \{a \in A \mid X סדר קווי ותהא X \subseteq A אזי X \subseteq A סדר קווי ותהא סימון: יהי
                                                                   \overline{B}_X 
eq \emptyset עבורה X \subseteq A אזי אזי X \subseteq A סדר קווי אזי יהי
                            (xRa) \lor (x=a) מתקיים x \in X מתקיים מלרע: יהי אזי X \subseteq A אזי אזי תהא X \subseteq A מחסם מלרע: יהי
                                                   \underline{B}_X = \{a \in A \mid X סדר קווי ותהא X \subseteq A אזי ותהא סדר קווי יהי לא סדר קווי ותהא סדר אזי אזי לימון: יהי
                                                                    \underline{B}_X 
eq \emptyset עבורה X \subseteq A אזי אזי X \subseteq A סדר קווי אזי יהי יהי מלרע: יהי
                                                           . סדר חסם מלרע חסם מלרע חסם מלרע אזי איזי X\subseteq A סדר קווי אזי \langle A,R \rangle יהי
                                                                      \operatorname{sup}(X) = \min\left(\overline{B}_X\right) אזי X \subseteq A אדר קווי ותהא A, R סדר קווי ותהא
                                                                       \inf\left(X
ight)=\max\left(\underline{B}_X
ight) אזי אזי X\subseteq A סדר קווי ותהא אוי לאזי יהי
                                                    \operatorname{sup}\left(X
ight) אינים סדר קווי אלם: סדר קווי \left\langle A,R
ight
angle עבורו לכל
                             (\sup(X),\inf(X),\inf(X)) סדר קווי אזי איי שלם)(A,R) סדר שלם) סטענה: יהי
            המקיים \langle L,\sqsubseteq \rangle סדר הוון אזי סדר ללא איבר האשון וללא איבר איבר חלקי: יהי הי\langle P,\preccurlyeq \rangle סדר הווי חלקי ללא איבר השוו וללא איבר איבר חלקי: יהי
                                                                                                                                           .P \subseteq L \bullet
                                                                                            (x \preccurlyeq y) \Longleftrightarrow (x \sqsubseteq y) מתקיים x, y \in P לכל
                                                                              . סדר קווי שלם ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון. \langle L, \Box \rangle
                                                                                                                         \langle L, \sqsubseteq \rangle צפוף ב־ \langle P, \preccurlyeq \rangle \bullet
משפט יחידות השלמה: יהי \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון ותהיינה \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר סדר קווי חלקי צפוף איבר ראשון ולא איבר אחרון ותהיינה משפט יחידות השלמה:
                                                                                    p \in P לכל \pi\left(p\right) = p עבורו \pi:L 	o L^* לכל
                      משפט קיום השלמה: יהי \langle P, \preccurlyeq 
angle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון אזי קיימת לו השלמה.
                                                    באשר \langle A,B \rangle אזי אזי A,B \subseteq P ויהיו חלקי ויהיו סדר קווי אזי אזי \langle P,\preccurlyeq \rangle באשר מתך דדקינד: יהי
                                                                                                                                     A \cap B = \emptyset •
                                                                                                                                     A \cup B = P \bullet
                                                                                                     a \preccurlyeq b מתקיים b \in B ולכל •
                                                                                                                      ללא איבר אחרון. \langle A, \preccurlyeq \rangle
```

 $[p] = \langle (-\infty,p)\,,[p,\infty)
angle$  אזי  $p\in P$  ויהי חלקי חלקי סדר קווי חלקי אזי  $\langle P,\preccurlyeq \rangle$  יהי

.Ded  $(P)=\{\langle A,B\rangle \mid$  חתך דדקינד  $\langle A,B\rangle \}$  סדר קווי חלקי אזי מימון: יהי  $\langle P,\preccurlyeq \rangle$ 

 $\langle A,B
angle \preccurlyeq \langle C,D
angle$  אזי  $A\subseteq C$  חתכי דדקינג באשר  $\langle A,B
angle ,\langle C,D
angle$  וויהיו חלקי ויהיו איזי  $\langle A,B
angle ,\langle C,D
angle$  חתכי מהגדרה: יהי

טענה: יהי  $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי ויהי  $p \in P$  אזי  $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  חתך דדקינד.

 $.\langle\{[p]\mid p\in P\}\,,\preccurlyeq\rangle\simeq\langle P,\preccurlyeq\rangle$  טענה: יהי יהי יהי סדר קווי חלקי אזי יהי ענה: יהי יהי ערה פחתכי בהתאמה מעל בתור שיכון של  $P,\preccurlyeq\rangle$  בחתכי הדדקינד שלה.

טענה: יהי  $\langle \mathrm{Ded}\,(P)\,,\preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי סענה: יהי  $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי סענה: יהי  $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי  $\langle \mathrm{Ded}\,(P)\,, \preccurlyeq \rangle$ 

```
\mathcal{C}=igcap_{i=0}^\infty C_i אזי n\in\mathbb{N} לכל C_{n+1}=\left(rac{1}{3}C_n
ight)\cup\left(rac{2}{3}+rac{1}{3}C_n
ight) ונגדיר ונגדיר C_0=[0,1] לכל
                                                                                                                           .(\mathcal{C},<_{\mathbb{R}})\simeq\left(^{\mathbb{N}}\left\{ 0,1
ight\} ,<_{\mathsf{lex}}
ight) טענה:
|A\cup B|=|C\cup D| אזי און |B|=|D| וכן |A|=|C| סענה: תהיינה |A\cup B|=|C\cup D| אזי אזי ותהיינה לבוצות ארות ותהיינה
                                                                                    |A|+|B|=|A\cup B| הגדרה: תהיינה A,B קבוצות זרות אזי
                                                                                                              |A \times \{0\}| = |A| טענה: תהא A קבוצה אזי
                                                            |A| + |B| = |A \times \{0\}| + |B \times \{1\}| הגדרה חיבור: תהיינה A, B קבוצות אזי
                                      |A \times B| = |C \times D| אזי |B| = |D| וכן |A| = |C| אזי |A, B, C, D| טענה: תהיינה
                                                                                       |A|\cdot |B| = |A	imes B| הגדרה כפל: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                                            |A|=\kappa עבורה עבורה קבוצה אם קיימת עוצמה א היא עוצמה הערה: נאמר כי היא אוצמה אם היא
                                                                                                                   \kappa + \kappa = 2 \cdot \kappa טענה: תהא א עוצמה אזי \kappa
                                                                                   \kappa \cdot (\lambda + \mu) = \kappa \cdot \lambda + \kappa \cdot \mu טענה: תהיינה \kappa, \lambda, \mu עוצמות אזי
                                                                                       A = \{f \mid f: B \to A\} הגדרה: תהיינה A, B קבוצות אזי
                                               |BA|=|DC| אזי אזי |B|=|D| וכן |A|=|C| אזי אזי |A,B,C,D| טענה: תהיינה
                                                                                                      |A|^{|B|}=|^BA| הגדרה: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                                                                                                                 |\mathbb{R}|=2^{\aleph_0} מסקנה:
                                                                                                                        \kappa \cdot \kappa = \kappa^2 טענה: תהא א עוצמה אזי
                          (\kappa \cdot \lambda)^{\mu} = (\kappa^{\mu}) \cdot (\lambda^{\mu}) וכן (\kappa^{\lambda})^{\mu} = \kappa^{(\lambda \cdot \mu)} וכן \kappa^{(\lambda + \mu)} = \kappa^{\lambda} \cdot \kappa^{\mu} עוצמות אזי \kappa, \lambda, \mu וכן \kappa, \lambda, \mu
                                                                                             .\aleph_0+\aleph_0=\aleph_0 וכן אזי n\in\mathbb{N} וכן n\in\mathbb{N} יהי אזי יהי
                                                                                              \aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0 טענה: יהי n\in\mathbb{N}_+ אזי n\in\mathbb{N}_+ וכן וכן n\in\mathbb{N}_+
                                                                                                                             \aleph_0^n=leph_0 אזי n\in\mathbb{N}_+ טענה: יהי
                                                       2^{\aleph_0}+2^{\aleph_0}=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}+\aleph_0=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}+n=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                          2^{\aleph_0}\cdot 2^{\aleph_0}=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}\cdot \aleph_0=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}\cdot n=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי יהי
                                                                                        (2^{\aleph_0})^{\aleph_0}=2^{\aleph_0} וכן (2^{\aleph_0})^n=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי יהי
                                                                                                  \mathfrak{K}_0^{leph_0}=2^{leph_0} וכן n^{leph_0}=2^{leph_0} אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} יהי יהי
                                                                                                                                        (2^{\aleph_0})^{\left(2^{\aleph_0}\right)} > 2^{\aleph_0} :טענה
                                          |\mathbb{N}\mathbb{N}|=2^{\aleph_0} וכן |\mathbb{N}	o\mathbb{R}|=2^{\aleph_0} וכן וכן |\mathbb{C}|=2^{\aleph_0} וכן |\mathbb{R}^n|=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי וכן
                                          |B \backslash A| = 2^{\aleph_0} אזי |A| \leq \aleph_0 באשר A \subseteq B ותהא ותהא |B| = 2^{\aleph_0} אזי באשר B
                                                                                                      |\{a\in\mathbb{C}\mid מסקנה: a\}|=2^{leph_0} מספר טרנסצנדנטי
                                                                                                                  |\{a\in\mathbb{R}\midמסקנה: |\{a\in\mathbb{R}\mid aאי־רציונלי |a|=2^{leph_0}
                                                                                                    |\{f\mid (f:\mathbb{R}	o\mathbb{R})\wedge (f)\}|=2^{\aleph_0} מסקנה:
                                                                                                |\{f\mid (f:\mathbb{R}	o\mathbb{R})\wedge (f)\}|=2^{leph_0} מסקנה: |\{f\mid (f:\mathbb{R}	o\mathbb{R}) + (f)\}|=2^{leph_0}
                                                                                                           |\{A\mid (A\subseteq\mathbb{R})\land (פתוחה|A|\}|=2^{leph_0} טענה:
                                           יחס סדר טוב: סדר קווי \langle W, \prec 
angle עבורו לכל A 
eq \varnothing באשר איבר קטן ביותר. עבורו לכל
```

f:A o B עבורו קיימת  $\langle B,\sqsubset
angle$  עבור איבר אחרון וללא איבר קווי חזק אזי קיים סדר קווי חזק צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון

 $\langle P, \preccurlyeq 
angle \simeq \langle \mathbb{R}, \leq_{\mathbb{R}} 
angle$  משפט: יהי  $\langle P, \preccurlyeq 
angle$  סדר קווי חלקי ללא איבר ראשון ואחרון בעל קבוצה בת־מנייה צפופה בו אזי

 $\langle {
m Ded}\,(P)\,,\preccurlyeq \rangle$  טענה: יהי  $\langle P,\preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי פופה אזי  $\langle P,\preccurlyeq \rangle$  טענה: יהי  $\langle P, \preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי  $\langle {
m Ded}\,(P)\,, \preccurlyeq \rangle$  סדר קווי חלקי אזי

 $(\mathbb{Q},\leq_{\mathbb{Q}})$  מספרים ממשיים:  $(\mathbb{R},\leq_{\mathbb{R}})$  הינה ההשלמה של

 $|\mathcal{P}\left(X
ight)|=\left|^X2
ight|$  אזי קבוצה א קבוצה איזי אינה: תהא  $|X|<|\mathcal{P}\left(X
ight)|$  משפט קנטור: תהא  $|X|<|\mathcal{P}\left(X
ight)|$ 

 $\mathcal{P}\left(X\right)=\left\{Y\mid Y\subseteq X\right\}$  אזי קבוצה החזקה: תהא קבוצה אזי תהא Xקבוצה החזקה: סימון: תהא אזי Xקבוצה אזי X

שומרת סדר.

 $|\mathbb{R}| 
eq \aleph_0$  טענה:

 $|\mathbb{R}|=|\mathbb{N}2|$  :טענה

```
W[a] = \{b \in W \mid b \prec a\} אזי a \in W יחס סדר טוב ויהי \langle W, \prec \rangle יחי יחס סדר טוב ויהי
                                                                        Wבישה ב־W רישה ב־W יחס סדר טוב ויהי ויהי A \in W יחס סדר טוב ויהי
                                               S=W\left[x
ight] אזי קיים x\in W טענה: יהי X\in W יחס סדר טוב ותהא ותהא S רישה ב־
                     (x \prec f(x)) \lor (x \prec f(x)) \lor (x \prec f(x)) אומרת סדר אזי (x \prec f(x)) \lor (x \prec f(x)) \lor (x \prec f(x)) לכל
                                                                               W \not\simeq W \left[ a 
ight] אזי a \in W יחס סדר טוב ויהי \langle W, \prec 
angle אזי מסקנה: יהי
                                                               f=\mathrm{Id} איזומורפיזם אזי f:W	o W יחס סדר טוב ויהי יהי איזימורפיזם אזי
                                           f=g איזומורפיזמים אזי f,g:W	o A ויהיו סדר טובים אזי \langle W, \prec 
angle, \langle A, 
angle איזומורפיזמים אזי
                                                 משפט ההשוואה: יהיו מהבאים מתקיים סדר טובים אזי משפט ההשוואה: יהיו \langle W, \prec 
angle \, , \langle A, \sqsubset 
angle יחסי סדר טובים אזי
                                                                                                                                .\langle W, \prec \rangle \simeq \langle A, \Box \rangle \bullet
                                                                                                 \langle W[w], \prec \rangle \simeq \langle A, \Box \rangle עבורו w \in W •
                                                                                                    \langle W, \prec \rangle \simeq \langle A[a], \sqsubseteq \rangle עבורו a \in A סיים •
                                                              y \in X מתקיים y \in A ולכל A \in X עבורה עבורה לכל קבוצה ארנזיטיבית:
                                                                                       סדר טוב. \langle X, \in 
angle יחס סדר טוב. \langle X, \in 
angle
                                                                                                                טענה: יהי \alpha \cup \{\alpha\} סודר אזי \alpha \cup \{\alpha\}
                                                                                                                          \alpha \notin \alpha טענה: יהי \alpha סודר אזי טענה:
                                                                                                          . סודר x אזי אזי x \in \alpha סודר ויהי \alpha סודר מענה: יהי
                                                                                                 \alpha \notin \beta אזי \beta \in \alpha טענה: יהיו \alpha, \beta סודרים באשר
                                                                                                 \alpha \in \beta אזי \alpha \subseteq \beta טענה: יהיו \alpha, \beta סודרים באשר
                                                                    טענה משפט ההשוואה: יהיו lpha,eta סודרים אזי בדיוק אחד מהבאים מתקיים
                                                                                                                                              \alpha = \beta \bullet
                                                                                                                                              \alpha \in \beta \bullet
                                                                                                                                               .\beta \in \alpha \bullet
                                                                                   . סענה: \min{(S)} אזי סודרים אל ריקה לא ריקה לא קבוצה S קבוצה לא יים.
                                                                                                                          \mathcal{O}_n = \{ \alpha \mid סודר \alpha \} הגדרה:
                                                                                                                                         \mathcal{O}_n = \mathrm{Ord} : סימון
                                                                                                       טענה פרדוקס גוראלי־פורטי: מינה קבוצה. טענה
                                                               (\alpha \cup \{\alpha\} \in \beta) \lor (\alpha \cup \{\alpha\} = \beta) אזי \alpha \in \beta סודרים באשר \alpha, \beta אזי יהיו
                                                                                                           \alpha + 1 = \alpha \cup \{\alpha\} סודר אזי \alpha סודר מימון: יהי
                                                          eta \in \alpha טענה: תהא eta \in S מתקיים אזי קיים סודר אזי קיים מודרים אזי קבוצת סודרים אזי קיים סודר
                                            \langle lpha, \in 
angle \simeq \langle W, \prec 
angle עבורו מיפוס סדר טוב יהי יהי יהי יהי טיפוס סדר טוב: יהי יהי יהי יהי טיפוס סדר של יהי יהי יהי יהי יהי
                                                                      \langle W, \prec 
angleיחס משפט: יהי \langle W, \prec 
angleיחס סדר טוב אזי קיים ויחיד סודר טיפוס ל־
                                                  \operatorname{cotp}\left(\langle W, \prec 
angle
ight) = lpha אזי אזי אזי סודר טיפוס מודר טיפוס מדר טוב ויהי \langle W, \prec 
angle איזי
אזי לכל קבוצה P אזי לכל קבוצה Y אזי לכל קבוצה X קיימת קבוצה לכל קבוצה אקסיומת ההחלפה: תהא P אזי לכל קבוצה אקסיומת החלפה:
                                                                            באשר לכל P\left(a,b
ight) קיים b\in B קיים a\in A זוהי אינה טענה B
                            אקסיומת ההפרדה: תהא P נוסחה אזי לכל קבוצה A מתקיים כי \{a \in A \mid P\left(a\right)\} קבוצה. אוהי אינה טענה
משפט עיקרון האינדוקציה: תהא P נוסחה באשר לכל סודר \alpha מתקיים משפט עיקרון האינדוקציה: תהא P מוסחה באשר לכל סודר מתקיים
                                                                                                                                                       .P(\gamma)
                                                                              lpha=eta+1 סודר עוקב: סודר eta עבורו קיים סודר עוקב סודר lpha
                                                                               משפט אינדוקציה טרנספיניטית: תהא P נוסחה המקיימת
```

.טענה:  $\langle \mathbb{N}, <_{\mathbb{N}} \rangle$  סדר טוב

 $.S \neq W \bullet$ 

טענה: יהי  $\langle \mathbb{N}_{\leq n}, <_{\mathbb{N}_{\leq n}} 
angle$  אזי  $n \in \mathbb{N}$  סדר טוב.

 $b \in S$  אזי  $b \prec a$  אם  $b \in W$  ולכל  $a \in S$ 

רישה של יחס סדר טוב: יהי  $\langle W, \prec 
angle$  יחס סדר טוב אזי  $S \subseteq W$  רישה של יחס סדר טוב:

```
.P(\varnothing) \bullet
P(\alpha) \Longrightarrow P(\alpha+1) מתקיים \alpha סודר •
```

 $(\forall \beta \in \alpha.P(\beta)) \Longrightarrow (P(\alpha))$  מתקיים  $\alpha$  מתקיים •

 $.P\left(\gamma\right)$  מתקיים אזי לכל סודר

טענה אינה אינה  $x+1 \in S$  מתקיים  $x \in S$  וכן לכל  $\emptyset \in S$  אקסיומת האינסוף: קיימת קבוצה באשר

טענה: תהא S קבוצה באשר  $\delta \notin S$  וכן לכל  $x \in S$  מתקיים מתקיים  $x \in S$  ויהי  $\delta$  הסודר הראשון באשר  $\delta \notin S$  אזי  $\delta$  סודר גבולי.

 $\omega$  סימון: הסודר הגבולי הראשון שאינו

סימון:  $\emptyset = 0$ .

 $\mathbb{N} = \omega$  :הגדרה

 $n \in \mathbb{N}$  לכל  $n+1=n \cup \{n\}$  הערה: בהגדרה מלעיל נשתמש בהתאמה

 $\alpha < \beta$  אזי  $\alpha \in \beta$  סודרים באשר  $\alpha, \beta$  אזי מימון: יהיו

הגדרה חיבור: יהי lpha סודר אזי

 $\alpha + 0 = \alpha \bullet$ 

 $\alpha + (\beta + 1) = (\alpha + \beta) + 1$  יהי  $\beta$  סודר אזי •

 $\alpha + \beta = \bigcup_{\gamma < \beta} (\alpha + \gamma)$  יהי  $\beta$  סודר גבולי אזי •

 $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$  אזי ( $\alpha, \beta, \gamma$  יהיו יהיו מענה: יהיו

 $.\gamma + \alpha < \gamma + \beta$  אזי  $\alpha < \beta$  סודרים באשר  $\alpha, \beta, \gamma$  יהיו יהיו

 $\alpha+\gamma\leq \beta+\gamma$  אזי  $\alpha<\beta$  סודרים באשר  $\alpha,\beta,\gamma$  אזי יהיו

 $lpha+\gamma=eta$  טענה: יהיו lpha, סודרים באשר lpha<eta אזי קיים ויחיד סודר lpha, סודרים באשר

 $\omega + 1 > \omega$  וכן  $1 + \omega = \omega$  וכן  $0 + \omega = \omega$ 

הגדרה כפל: יהי  $\alpha$  סודר אזי

 $\alpha \cdot 0 = 0$ 

 $\alpha \cdot (\beta + 1) = (\alpha \cdot \beta) + \alpha$  יהי  $\beta$  סודר אזי •

 $.\alpha \cdot \beta = \bigcup_{\gamma < \beta} (\alpha \cdot \gamma)$  יהי  $\beta$  סודר גבולי אזי •

 $.\gamma \cdot \alpha < \gamma \cdot \beta$  אזי  $\gamma \neq 0$  וכן  $\alpha < \beta$  סודרים באשר  $\alpha, \beta, \gamma$  יהיו

 $lpha\cdot\gamma<eta\cdot\gamma$  אזי lpha<eta טענה: יהיו  $lpha,eta,\gamma$  סודרים באשר

 $lpha\left(b+\gamma
ight)=lpha\cdoteta+lpha\cdot\gamma$  סענה: יהיו  $lpha,eta,\gamma$  סודרים אזי

 $\omega\cdot 2=\omega+\omega$  וכן  $\omega=\omega$  וכן  $1\cdot\omega=\omega$  וכן  $0\cdot\omega=0$ 

 $\omega + \omega > \omega + n$  אזי  $n < \omega$ 

טענה: יהי  $\alpha$  סודר אזי  $\alpha+\omega$  סודר גבולי.

הגדרה חזקה: יהי lpha סודר אזי

 $\alpha^0 = 1 \bullet$ 

 $.lpha^{eta+1}=lpha^eta\cdotlpha$  יהי eta סודר אזי יהי  $\bullet$ 

 $\alpha^{\beta} = \bigcup_{\gamma < \beta} (\alpha^{\gamma})$  יהי  $\beta$  סודר גבולי אזי •

 $lpha < \gamma^{lpha} < \gamma^{eta}$  אזי  $1 < \gamma$  וכן lpha < eta סענה: יהיו  $lpha, eta, \gamma$  סודרים באשר

 $lpha^{\gamma} \leq eta^{\gamma}$  אזי lpha < eta אזי  $lpha, eta, \gamma$  סענה: יהיו

 $lpha^{eta}\cdotlpha^{\gamma}=lpha^{eta+\gamma}$  טענה: יהיו  $lpha,eta,\gamma$  סודרים אזי

 $(lpha^eta)^\gamma=lpha^{eta\cdot\gamma}$  טענה: יהיו  $lpha,eta,\gamma$  סודרים אזי

 $\omega^2>2^\omega$  וכן  $\omega^2=\omega\cdot\omega$  וכן  $\omega^1=\omega$  וכן  $\omega^2=\omega$  וכן  $\omega^1=\omega$  וכן  $\omega^2=\omega$ 

 $\omega^{\alpha} > \alpha$  טענה: יהי  $\alpha$  סודר אזי

טענה צורת קנטור נורמלית: יהי lpha סודר אזי קיים ויחיד  $k<\omega$  קיימים ויחיד סודר אזי קיים היהי סודר אזי קיים ויחיד א קיימים ויחידים אויחידים אויחידים מענה צורת פוטור נורמלית: יהי  $lpha = \sum_{i=1}^k \omega^{eta_i} \cdot n_i$  עבורם  $n_1 \dots n_k \in \mathbb{N}_+$  ויחידים

 $\xi < lpha$  וכן  $eta = lpha \cdot \delta + \xi$  עבורם  $\xi, \delta$  עבורם ויחידים ויחידים אזי קיימים וכן lpha < eta וכן lpha < eta

|eta|<|lpha| מתקיים eta<lpha עבורו לכל lpha

 $\aleph_0 = \omega$  :סימון

```
טענה: יהיו \alpha, \beta סודרים בני מנייה אזי \alpha + \beta, \alpha \cdot \beta, \alpha^{\beta} סודרים בני מנייה.
                                                                                        . טענה: קיים סודר \alpha המקיים \omega < \alpha המקיים \alpha אינו בן מנייה
                                                                                                     .\delta < \kappa טענה: יהי \delta סודר אזי קיים מונה א באשר
                                                                                   lpha < lpha^+ סודר אזי lpha^+ הינו המונה הראשון עבורו lpha^+ סימון: יהי
                                                                                                                \aleph_{\alpha+1} = \aleph_{\alpha}^+ אזי \alpha סודר אזי מודר \alpha: יהי מודר הגדרה
                                                                                                    \aleph_{\alpha} = \bigcup_{\beta < \alpha} \aleph_{\beta} אזי גבולי סודר מודר \alpha יהי : איז הגדרה
                                                                                                                          טענה: יהי \alpha סודר אזי \alpha מונה.
                                                                                          \kappa=\aleph_{lpha} עבורו סיענה: יהי מונה אזי קיים ויחיד סודר מונה א
                                                                                                                         \omega_{\alpha}=\aleph_{\alpha} סודר אזי סודר מימון: יהי סימון:
                                                                              |\delta|=leph_lpha אזי אוי|\delta|=|lpha_lpha| אזי אינסופיים באשר אינסופיים סימון: יהיו
הערה: כאשר מבצעים פעולות בין מונים הכוונה היא לפי ההגדרה של עוצמות, כאשר מבצעים פעולות בין סודרים הכוונה היא לפי
                                                                                                                                         ההגדרה של סודרים.
הגדרה: יהי \alpha סודר אזי יחס סדר \langle \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \rangle באשר לכל \langle \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \rangle באשר לכל הגדרה: יהי \alpha סודר אזי יחס סדר אי
                                                                                                                                                         מתקיים
                                                                                                                         \max(\beta, \gamma) < \max(\delta, \kappa) \bullet
                                                                                                            .\beta < \delta וכן \max(\beta, \gamma) = \max(\delta, \kappa) •
                                                                                             .\gamma < \kappa וכן \beta = \delta וכן \max(\beta, \gamma) = \max(\delta, \kappa)
                                                                                                טענה: יהי \alpha סודר אזי \langle \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha}, \lhd \rangle יחס סדר טוב.
                                                                                                   .otp (\langle \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha}, \lhd \rangle) = \aleph_{\alpha} משפט: יהי \alpha סודר אזי משפט:
                                                                                                                \aleph_{\alpha}\cdot\aleph_{\alpha}=\aleph_{\alpha} מסקנה: יהי \alpha סודר אזי מסקנה:
                                                                                                                    משפט: יהיו \kappa,\lambda מונים אינסופיים אזי
                                                                                                                               .\kappa + \lambda = \max\{\kappa, \lambda\} \bullet
                                                                                                                                .\kappa \cdot \lambda = \max\{\kappa, \lambda\} \bullet
                                                                                                                             מסקנה: יהיו lpha,eta סודרים אזי
                                                                                                                            \aleph_{\alpha} + \aleph_{\beta} = \aleph_{\max\{\alpha,\beta\}} \bullet
                                                                                                                              \aleph_{\alpha} \cdot \aleph_{\beta} = \aleph_{\max\{\alpha,\beta\}} \bullet
                                f\left(X
ight)\in X מתקיים X\in S מתקיים f:S	o A מוק באשר S פונקציית בחירה: תהא
                             אקסיומת הבחירה (AC): תהא S קבוצה באשר קבוצה באיר אינה טענה S אווי אינה אינה טענה אקסיומת הבחירה (AC).
                                                               g:\mathbb{N}	o A אזי (קיימת f:A	o\mathbb{N} חח"ע) אזי (קיימת f:A	o\mathbb{N} אזי (קיימת מענה: תהא
         A משפט הסדר הטוב/משפט צרמלו: תהא A קבוצה עבורה קיימת פונקציית בחירה על
                                                         הגדרה משפט הסדר הטוב: תהא A קבוצה אזי קיים סדר טוב על A. זוהי אינה טענה
                                                                                                                    משפט: (AC)\Longleftrightarrow(AC)
                                                          AC טענה: תהא A קבוצה אינסופית אזי קיים ויחיד סודר lpha עבורו A קבוצה אינסופית אזי קיים ויחיד
                                                                               אינה טענה ,AC דורש .2^{\aleph_0}=leph_1:(CH) השערת הרצף הפרטית
                                                     אינה טענה ,AC אורי אינה אינה אינה מודר אזי (GCH): יהי lpha סודר איזי יהי אינה אינה מערת הרצף הכללית
                                                                                                                             .ZFC בלתי תלויה ב־CH
                                                                                                                           .ZFC בלתי תלויה ב־GCH
                                                                                                                               הערה: AC בלתי תלויה ב־ZF.
                                                                        AC טענה: תהא B\subseteq A בת מנייה. דורש אזי קיימת אורט קבוצה אינסופית אזי קיימת
  AC טענה: תהא (A_n\mid n\in\mathbb{N}) סופית או בת מנייה. דורש או בת מנייה לכל A_i סופית או בת מנייה. דורש
          (b \leq a) \Longrightarrow (b=a) מתקיים b \in A באשר לכל a \in A עבורו קיים a \in A עבורו קיים עבור מינימלי: סדר חלקי סדר חלקי עבורו קיים
           a\in A מתקיים (b\leq a) א מתקיים a\in A מאר לכל b\in A באשר לכל a\in A מתקיים סדר קווי בעל איבר מקסימלי: סדר קווי
הגדרה הלמה של צורן: יהי \langle P, \leq 
angle יחס סדר טוב עבורו לכל שרשרת A \subseteq P קיים חסם מלעיל אזי קיים ב־P יחס סדר טוב עבורו
                                                                                                                         (AC) \Longleftrightarrow (AC)משפט:
```

```
אסיומת הבחירה הבת־מנייה ((AC_\omega): תהא S קבוצה בת־מנייה באשר g אזי קיימת פונקציה בחירה עבור S. אוהי אינה טענה
n<\omega לכל x_n\in X באשר x_n\mid m<\omega באשר אזי קיימת מעל אין לכל x_n\in X באשר אקסיומת הבחירה התלויה
                                                                                                     עבורה n<\omega לכל לכל x_nRx_{n+1} אינה טענה
                                                                              (DC) \Longrightarrow (AC_{\omega}) וכן (AC) \Longrightarrow (AC_{\omega}) \Longrightarrow (AC_{\omega})
                                                                                                    המקיימת F\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)אזי קבוצה X המקיימת
                                                                                                                              X \in F וכן \varnothing \notin F •
                                                                                                           A \cap B \in F אזי A, B \in F תהיינה
                                                                                  B\in F אזי A\subseteq B באשר B\subseteq X ותהא A\in F תהא
                                    X\backslash Y\in F אזי מסנן Y\in F מתקיים Y\subseteq X עבורו לכל אזי מסנן F\subseteq \mathcal{P}\left(X
ight) אזי מסנן על־מסנן: תהא
                                AC טענה: תהא X קבוצה ויהי F\subseteq G מסנן אזי קיים על־מסנן אזי קיים באשר F\subseteq \mathcal{P}\left(X
ight) דורש
      F=\{Y\subseteq X\mid A\subseteq Y\} המקיימת A
eq\varnothing באשר A
eq\emptyset באשר A
eq\emptyset עבורו קיימת אזי מסנן וויימת F\subseteq\mathcal{P}(X) עבורו קיימת
                                  F=\{Y\subseteq X\mid a\in Y\} עבורו a\in X סטענה: תהא אזי קיים F\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight) טיענה: תהא א
                                          AC טענה: תהא X קבוצה אינסופית אזי קיימת F \subset \mathcal{P}\left(X
ight) באשר F על־מסנן לא ראשי. דורש
         \prod_{i\in I}X_i=\left\{f\mid \left(f:I	o igcup_{i\in I}X_i
ight)\wedge (orall i\in I(f(i)\in X))
ight\} קבוצות אזי \left(X_i\mid i\in I
ight) קבוצה ותהיינה קבוצה אזי
                        AC טענה: תהא I קבוצה ותהיינה X_i \neq \emptyset קבוצות באשר X_{lpha} \neq \emptyset אזי קבוצה ותהיינה לX_i \mid i \in I
                                 .(AC) \longleftarrow (\prod_{i\in I}X_i
eq \emptyset איז \alpha\in I איז X_{lpha}
eq \emptyset סענה: (לכל קבוצה I ולכל (X_i\mid i\in I) איז X_{lpha}
                                                                         .(AC) \leftarrow(|A| \geq |B| או |A| \leq |B| מתקיים A,B מענה: (לכל קבוצות
                                                                   AC טענה: יהי \mathbb F שדה ויהי \langle V,+,\cdot 
angle מ"ו מעל \mathbb F אזי קיים בסיס ל
|A_i|=|B_i| סטענה: תהא |A_i|=|B_i| קבוצה תהיינה אזיי אוות זרות ותהיינה ותהיינה אזיי לכל ווא קבוצה תהיינה אזיי
                                                                                                                    AC דורש .\left|\bigcup_{i\in I}A_i\right|=\left|\bigcup_{i\in I}B_i\right|
לכל |A_i|=\kappa_i אזי ארות באשר |A_i|=\kappa_i מונים ותהיינה אזי מונים ותהיינה אזי אונים ותהיינה אזי אונים ותהיינה אזי אזיי מונים והא
                                                                                                                     AC דורש .\sum_{i \in I} \kappa_i = \left| \bigcup_{i \in I} A_i \right|
                  |A_i|=|B_i| לכל האינה אזיי אזיי ותהיינה ל|A_i|=|B_i| לכל קבוצות ההיינה ל|A_i|=|B_i| לכל לכל אזיי
                                                                                                                   AC דורש .\left|\prod_{i\in I}A_i\right|=\left|\prod_{i\in I}B_i\right|
             הגדרה בפל מונים: תהא |A_i|=\kappa_i לכל |A_i|=\kappa_i מונים ותהיינה אזיי מונים ותהיינה אזיי לכל וווות באשר ווווות לכל לכל וווים אזיי
                                                                                                                     AC דורש .\prod_{i \in I} \kappa_i = \left| \prod_{i \in I} A_i \right|
                                                                                   AC הערה: מכאן והלאה לא ייסומן כאשר הטענות יסתמכו על
                                                                    \sum_{i<\lambda}\kappa=\kappa\cdot\lambda אזי \kappa\geq 1 מונה אינסופי ויהי מונה מונה באשר למה: יהי \lambda
                \sum_{i<\lambda}\kappa_i=\sup\left\{\kappa_i\mid i<\lambda
ight\}\cdot\lambda אזי i<\lambda לכל האינסופי ויהיו \left\{\kappa_i\mid i<\lambda
ight\} מונים באשר מונה \lambda מונים אינסופי ויהיו
                                                                                                                             \sum_{1 \le n < \aleph_0} n = \aleph_0 טענה:
                                                                                                                             .\prod_{1\leq n<\aleph_0}n=2^{\aleph_0} טענה:
  \sum_{i\in I} \kappa_i < \prod_{i\in I} \lambda_i אזי i\in I לכל האר \kappa_i < \lambda_i מונים ויהיו \lambda_i \mid i\in I משפט קניג: תהא
לכל a>lpha_i סודר גבולי אזי הסודר המינימלי \delta עבורו קיימת סדרה עולה \langle lpha_i \mid i<\delta \rangle המקיימת lpha לכל a>lpha_i
                                                                                                                                             \alpha = \bigcup_{i < \delta} \alpha_i
                                                                                        \operatorname{cof}(\alpha) סודר גבולי אזי הסופיות של \alpha הינה סודר גבולי
                                                                                     \operatorname{cof}(\aleph_\omega)=\omega וכך \operatorname{cof}(\omega+\omega)=\omega וכך \operatorname{cof}(\omega)=\omega
                                                                                                    \alpha = \cos(\alpha) סודר סדיר: סודר גבולי \alpha המקיים
                                                                                                     \alpha \neq \operatorname{cof}(\alpha) סודר חריג: סודר גבולי \alpha המקיים
```

 $(\kappa=\sum_{i<\lambda}\kappa_i$  עבורם  $i<\lambda$  לכל  $\kappa_i<\kappa$  טענה: יהי  $\kappa$  מונה אזי ( $\kappa$  חריג) $(\kappa=1)$  וקיימים  $\kappa=1$  וקיימים אונה  $\kappa=1$ 

טענה: יהי  $\alpha$  סודר גבולי אזי  $\cot(\alpha)$  מונה. טענה: יהי  $\alpha$  מונה אזי  $\alpha$  סודר גבולי.

AC טענה: יהי  $\alpha$  סודר אזי lpha סדיר. דורש lpha יהי lpha סודר גבולי אזי lpha סטענה: יהי lpha סודר גבולי אזי lpha

 $\cos(\cos(\alpha)) = \cos(\alpha)$  טענה: יהי  $\alpha$  סודר גבולי אזי  $\cos(\alpha)$  מונה סדיר. יהי  $\alpha$  סודר גבולי אזי  $\cos(\alpha)$ 

```
\operatorname{cof}\left(2^{\aleph_0}\right) > \aleph_0 :טענה
                                                                               .2^{<\kappa}=\sup\left\{2^{\lambda}\mid (מונה \lambda)\wedge(\lambda<\kappa)
ight\} מונה אזי מונה \kappa יהי סימון: יהי
                                                                                                              \mathbb{J}(\kappa) = \kappa^{\mathrm{cof}(\kappa)} סימון: יהי \kappa מונה אזי
                                                                                                            .2^{\kappa}= \mathbb{J}(\kappa) טענה: יהי \kappa מונה עוקב אזי
2^{\aleph_lpha}=\gamma<lpha אזי איזי איזי איזי איזי אונה גבולי וכן קיים eta<lpha וקיים מונה \lambda<\kappa עבורם lpha לכל מונה גבולי וכן קיים
                                                                                                                                           .2^{<\aleph_{\alpha}}\cdot \gimel(\aleph_{\alpha})
.2^{leph_lpha}= בורו lpha^{leph_lpha} אזי lpha^{lpha} אזי eta^{lpha}=\lambda עבורו eta^{lpha}=\lambda אזי eta^{lpha}=\lambda ולכל מונה lpha<\kappa ולכל מונה איי lpha=\lambda
                                                                                                               \aleph_{\alpha} יהי גבולי: יהי \alpha סודר גבולי אזי
                                                                                                               \mathbb{N}_{\alpha} יהי עוקב: יהי \alpha סודר עוקב אזי
                                                                                                    מסקנה: יהי \aleph_{\alpha} מונה עוקב אזי מונה סדיר. מסקנה
                                                                                      \aleph_{\alpha}=\alpha טענה: יהי 	au סודר אזי קיים סודר lpha
                                                                   . מונה אי נשיג חלש: יהי lpha סודר אזי מונה אי באשר מונה גבולי וסדיר מונה אי נשיג חלש: יהי
                          .((GCH) מתקיים (\aleph_{\alpha}) אי נשיג חלש) מתקיים (\alpha אי נשיג חזק) (אי נשיג חזק)).
                                                                       V_{\omega}=igcup_{n\in\mathbb{N}}V_n וכן n\in\mathbb{N} לכל ליכל V_{n+1}=\mathcal{P}\left(V_n
ight) וכן V_0=\varnothing :הגדרה
                                                                                          A \in V_\omega באשר A באשר קבוצה קבוצה מופית באופן תורשתי:
                                                      . טענה: תהא V_{\omega} קבוצה טרנזיטיבית הסופיות האופן עורשתי אזי עולה: תהא קבוצה סרנזיטיבית.
                                             x\in V_\omega טענה: תהא x\subseteq V_\omega סופית אזי באופן תורשתי ותהא x\subseteq V_\omega סופית אזי
                                                                                   טענה: תהא קבוצת הקבוצות הסופיות באופן עורשתי אזי V_{\omega} טענה:
                                                                      "אקסיומת האינסוף. לא מקיימת את אזי x\in V_\omega אזי אזי x\in V_\omega תהא
                                                                   "אקסיומת הזיווג את אקסיומת הזיווג \{x,y\}\in V_\omega אזיx,y\in V_\omega מקיימת \bullet
                                                               "מקיימת את אקסיומת קבוצת החזקה. \mathcal{P}\left(x
ight)\in V_{\omega} אזי x\in V_{\omega} תהא x\in V_{\omega}
                                              "מקיימת את אקסיומת ההחלפה. Im (f) \in V_\omega אזי f: x 	o V_\omega ותהא x \in V_\omega תהא x \in V_\omega
                            V=igcup_{lpha\in\mathcal{O}_{-}}V_{lpha} וכן V_{eta}=igcup_{\gamma<eta}V_{\gamma} אזי אזי \gamma סודר אזי וכן יהי וכן יהי וכן יהי א סודר אזי V_{lpha+1}=\mathcal{P}\left(V_{lpha}
ight) וכן יהי מ
                                                                                                                 מסקנה: V מודל של תורת הקבוצות.
                                                                                                            \operatorname{cof}(2^{\aleph_{\alpha}}) > \aleph_{\alpha} טענה: יהי \alpha סודר אזי
                                                                                             \operatorname{cof}(2^{\kappa}) > \aleph_{\alpha} יהי אונה ויהי \alpha סודר אזי הי מסקנה: יהי
                                                                                         \mathfrak{K}_{\alpha}^{\aleph_{\beta}}=2^{\aleph_{\beta}} אזי lpha\leq eta סענה: יהיו lpha,eta סודרים באשר
                                                               |\{X\subseteq\aleph_lpha\mid |X|=\aleph_eta\}|=\aleph_lpha^{lpha_eta} אזי eta\leqlpha סענה: יהיו lpha,eta סודרים באשר
                                               (\aleph_{lpha}^{\aleph_{eta}}=\aleph_{lpha} סייים מתקיים אונה אין וכן eta<lpha סודרים באשר סודרים (GCH) טענה:
                                             (\mathrm{GCH}) מסקנה: א\beta < \mathrm{cof}(\aleph_{lpha}) מסקנה: איים באשר מחדרים באשר מחדרים מסקנה: אוכן (של מתקיים מסקנה:
                                \bigcup_{i < \tau} \alpha_i \in C מתקיים i < j
        . הסומה סגורה וכן סגורה וכן C באשר כבוצה אזי קבוצה אזי קבוצה אזי אינה חסומה (סל"ח): יהי \kappa מונה סדיר באשר אזי קבוצה סגורה ולא חסומה (סל"ח): יהי א
                                                   . סל"ח. סל"ח אזי סענה: יהי C_0 \cap C_1 מונה סדיר באשר אותהיינה אותהיינה ותהיינה אות מונה סדיר באשר א\kappa
       . סל"ח. C_i \subseteq \kappa סל"ח לכל C_i \subseteq \kappa סל"ח לכל \lambda < \kappa ותהא ותהא \lambda < \kappa יהי א0 < \kappa יהי מונה סדיר באשר יהי מונה \lambda < \kappa יהי
                     S\cap C
eq \emptyset מתקיים מונה סדיר באשר א מונה סדיר באשר איז קבוצה א מונה כל סל"ח מתקיים א מתקיים מונה סדיר באשר א קבוצה א מונה סדיר באשר
                                                             טענה: יהי Y מונה סדיר באשר א0<\kappa ותהא ותהא אינה שבת. אינה שבת טענה: יהי מונה אינה אינה אינה אינה שבת
```

. אזי  $X\subseteq X$  אזי אוי  $C\subseteq X$  המקיים אוים  $C\subseteq \kappa$  עבורה איים אוי אוי אוי אוי  $X\subseteq \kappa$  אזי אוי אוי אוי איי מונה סדיר באשר

. שבת  $X \cap C$  סל"ח אזי  $C \subseteq \kappa$  שבת ויהי שבת  $X \subseteq \kappa$  תהא א $0 < \kappa$  שבת באשר סדיר מונה סדיר באשר