```
.Im (a+ib)=b אזי a,b\in\mathbb{R} החלק המדומה: יהיו
                                                                                                                   \overline{a+ib}=a-ib אזי a,b\in\mathbb{R} הצמוד: יהיו
                                                                                             |a+ib|=\sqrt{a^2+b^2} אזי a,b\in\mathbb{R} הערך המוחלט: יהיו
                                                                                                               \operatorname{Re}\left(z
ight)=0 עבורו z\in\mathbb{C} מספר מדומה טהור:
                                                                                                                 \operatorname{Im}\left(z
ight)=0 עבורו z\in\mathbb{C}:מספר ממשי טהור:
                                                                                                                                                           למה: יהיz\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                                                  .\overline{(\overline{z})} = z \bullet
                                                                                                                                                                 |\overline{z}| = |z| \bullet
                                                                                                                                                               .z\overline{z} = |z|^2 \bullet
                                                                                                                      .z^{-1}=rac{\overline{z}}{|z|^2} אזי z\in\mathbb{C}ackslash\{0\} מסקנה: יהי
                                                                                                        מסקנה: \mathbb C עם הפעולות שהוגדרו מלעיל הינו שדה.
                                                                                                                                                  טענה: יהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                                         .Re (z) = \frac{z+\overline{z}}{2} •
                                                                                                                                                        \operatorname{Im}(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i} \bullet
                                                                                                                                                     \overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w} \bullet
                                                                                                                                                         .\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w} \bullet
                                                                                                                              \overline{\left(rac{z}{w}
ight)}=rac{\overline{z}}{\overline{w}} אזי w
eq 0 נניח כי
                                                                                                                             |z\cdot w|=|z|\cdot |w|י גיוח כי |z| = w אזי איז |z| = w.
                                                                                                                                            |z| \le \operatorname{Re}(z) \le |z| \bullet
                                                                                                                                             |z| \le \operatorname{Im}(z) \le |z| \bullet
.|z+w|\leq |z|+|w| איז z,w\in\mathbb{C} טענה אי שיוויון המשולש: יהיו z,w\in\mathbb{C} איז איז z,w\in\mathbb{C} טענה אי שיוויון קושי שוורץ: יהיו z_i=z_iw_i=\left(\sum_{i=1}^n|z_i|^2\right)\left(\sum_{i=1}^n|w_i|^2\right) איז z_1\ldots z_n,w_1\ldots w_n\in\mathbb{C} טענה אי שיוויון קושי שוורץ: יהיו
                                                                                                                      מסקנה: יהיו a,b\in\mathbb{R} ויהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                              |z| - |w| \le |z - w| •
                                                                                                                                              |a+ib| \le |a|+|b|
                                                                      e^{i	heta}=\cos{(	heta)}+i\sin{(	heta)} אזי 	heta\in\mathbb{R} הצגה פולרית/הצגה קוטבית: יהי
                                                                                     \mathrm{arg}\left(z
ight)=\left\{	heta\in\mathbb{R}\mid z=|z|\,e^{i	heta}
ight\} אזי z\in\mathbb{C} הארגומנט: יהי
                                                                z=|z|\cdot e^{i	heta} עבורו 	heta\in(-\pi,\pi] אזי קיים ויחיד z\in\mathbb{C}ackslash\{0\} יהי
                                                   \operatorname{Arg}(z)=	heta אזי 	heta\in \operatorname{arg}(z)\cap (-\pi,\pi] ויהי z\in \mathbb{C}\setminus\{0\} אזי z\in \mathbb{C}\setminus\{0\}
                                                                                          . ויחיד קיים איי הארגומנט העיקרי קיים ויחיד z\in\mathbb{C}\backslash\left\{ 0
ight\} הערה: יהי
```

A=B+C אוי קיימות איי אוי פיימות 0 עבורן B באשר באר באשר באשר אנטי־קונפורמית או  $A\in M_2\left(\mathbb{R}\right)$  אוי קיימות איי קיימות ויחידות באשר באשר אווי באשר באשר באשר אנטי־קונפורמית או

. מעל  $\mathbb{R}^2$  עם הפעולות הסטנדרטיות מרוכבים: מרחב וקטורי

.i=(0,1) הגדרה וכן וכן  $1\mapsto (1,0)$  בהתאמה ב־D הערה: נשתמש ב־משקנה: אזי קיימים ויחידים  $a,b\in\mathbb{R}$  עבורם  $z\in\mathbb{C}$  אזי אזי קיימים ויחידים  $a,b\in\mathbb{R}$  עבורם מסקנה:  $\exists a,b\in\mathbb{R}.A=\left(egin{array}{c} a-b\\ b&a \end{array}\right)$  המקיימת  $0
eq A\in M_2\left(\mathbb{R}
ight)$ 

. היא איזומורפיזם  $T\left(a+ib\right)=\left(egin{array}{c} a-b \\ b \end{array}\right)$  המוגדרת  $T\in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{C},O\left(2\right)\right)$  היא איזומורפיזם

(a+ib) (c+id)=(ac-bd)+i (ad+bc) אזי  $(a,b,c,d\in\mathbb{R}$  מרפלת מרוכבים: יהיו

טענה: תהא  $A \in M_2(\mathbb{R})$  אזי (A קונפורמית) אזי  $A \in M_2(\mathbb{R})$  הפיכה ושומרת אווית).  $\exists a,b \in \mathbb{R}. A = \left( \begin{smallmatrix} a & b \\ b & -a \end{smallmatrix} \right)$  המקיימת  $A \in M_2(\mathbb{R})$  אזי (A אנטי־קונפורמית) אווית).  $A \in M_2(\mathbb{R})$  הפיכה והופכת אווית). טענה: תהא  $A \in M_2(\mathbb{R})$ 

 $\mathbb C$  סימון: נסמן את המרוכבים בעזרת

 $.i^2 = -1$  :טענה

 $O\left(n
ight)=\left\{ A\in M_{2}\left(\mathbb{R}
ight)\mid$  קונפורמית  $A\}$ 

 $\operatorname{Re}\left(a+ib
ight)=a$  אזי  $a,b\in\mathbb{R}$  החלק הממשי: יהיו

```
\operatorname{arg}\left(zw
ight)=\operatorname{arg}\left(z
ight)+\operatorname{arg}\left(w
ight) אזי w,z\in\mathbb{C} מסקנה: יהיו
                                                                                                       (r \cdot e^{i\theta})^{-1} = \frac{1}{\pi} \cdot e^{-i\theta} אזי r > 0 ויהי \theta \in \mathbb{R} טענה: יהי
                                                                                        (r\cdot e^{i	heta})^n=r^n\cdot e^{in	heta} אזי n\in\mathbb{Z} ויהי r\geq 0 יהי 	heta\in\mathbb{R} יהי
                                        \left(\cos\left(	heta
ight)+i\sin\left(n	heta
ight)
ight)^{n}=\cos\left(n	heta
ight)+i\sin\left(n	heta
ight) אזי n\in\mathbb{Z} ויהי 	heta\in\mathbb{Z} ויהי 	heta\in\mathbb{Z}
                                             0.\sqrt[n]{re^{i	heta}}=\left\{\sqrt[n]{r}e^{i\left(rac{	heta+2\pi k}{n}
ight)}\mid k\in\{0,\dots,n-1\}
ight\} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי 0י יהי \theta\in\mathbb{R} יהי טענה: יהי
                                                                        0.\sqrt[n]{1}=\left\{e^{rac{2i\pi k}{n}}\mid k\in\{0,\ldots,n-1\}
ight\} מסקנה שורשי יחידה: יהי n\in\mathbb{N}_+ אזי
                                                                     x\in\mathbb{C} אזי קיים x\in\mathbb{C} עבורוx\in\mathbb{C} המשפט היסודי של האלגברה: יהיx\in\mathbb{C} אזי קיים
                                                            a_0 = a_0 \prod_{i=1}^n (x-a_i) עבורם a_0 \ldots a_n \in \mathbb{C} אזי קיימים אזי קיימים יהי יהי p \in \mathbb{C}_{\geq 1}[x]
                                                                                                                      N=(0,0,1) את \mathbb{R}^3הקוטב הצפוני: נסמן ב
                                                                                                        \mathbb{S}^n=\{x\in\mathbb{R}^{n+1}\mid \|x\|=1\} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי יהי
                                                                                          z>0 המקיימות (x,y,z)\in\mathbb{S}^2 הנקודות כל העליונה: כל
                                                                                        z<0 המקיימות (x,y,z) המקיימות כל הנקודות כל הנקודות ההמיספרה התחתונה:
                                      f\left(x+iy
ight)=\left(rac{2x}{x^2+y^2+1},rac{2y}{x^2+y^2+1},1-rac{2}{x^2+y^2+1}
ight) כאלה סטריאוגרפית: נגדיר וגדיר f:\mathbb{C}	o\mathbb{S}^2\setminus\{N\} הטלה סטריאוגרפית:
f(p) = \mathrm{line}_{p,N} \cap \mathbb{S}^1 נגדיר את \mathbb{C} להיות שני הצירים הראשונים, אז ההטלה הסטריאוגרפית היא מבחינה מעשית \mathbb{C}
                                                                                                                                                                 .טענה: f רציפה
                                                                                                                                                          טענה: יהיz\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                       (z \in \mathbb{S}^1) \iff (f(z) = z) \bullet
                                                                                                            (\mathbb{S}^1בהמיספרה העליונה) בהמיספרה f(z) •
                                                                                                             .(\mathbb{S}^1 בתוך בתוך בתוך התחתונה) בהמיספרה f(z)
                                                                   .f^{-1}\left(x,y,z
ight)=rac{x}{1-z}+irac{y}{1-z} כך כך f^{-1}:\mathbb{S}^2ackslash\{N\}	o\mathbb{C} טענה: f הפיכה ומתקיים
                                                                                                                                                        \widehat{\mathbb{C}}=\mathbb{C}\cup\{\infty\}\cup\widehat{\mathbb{C}}
                                                                                f\left(\infty
ight)=N וכן f:\widehat{\mathbb{C}}	o\mathbb{S}^2 הספירה של רימן: f ניתנת להרחבה רציפה
                                                                                    טענה: תהא f^{-1}[A] מעגל A\subseteq \mathbb{S}^2\setminus\{N\} מעגל או ישר).
                                        (N\in P) ישר) ישר f^{-1}[C] אזי וויהי C=P\cap\mathbb{S}^2 מישור עבורו C\subseteq\mathbb{S}^2\setminus\{N\} ישר מסקנה: יהי
                                      \lim_{n	o\infty}a_n=z אזי orallarepsilon\in\mathbb{C} אזי arthetaarepsilon>0. אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}
                                                                                    (a_n 	o z) \Longleftrightarrow (|a_n - z| 	o 0) אזי z \in \mathbb{C} ויהי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} אחי
                                           \lim_{n	o\infty}a_n=\infty אזי אM\in\mathbb{R}.\exists N\in\mathbb{N}. orall n\geq N. M<|a_n| עבורה a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי אזי
                                                                                                        (a_n 	o \infty) \Longleftrightarrow (|a_n| 	o \infty) אזי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} איזי מענה: תהא
                                                                               טענה: תהיינה a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} ויהייa,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי מענה: תהיינה
                                                                                                                                                   .a_n + b_n \rightarrow z + w \bullet
                                                                                                                                                       .a_n \cdot b_n \to z \cdot w \bullet
```

 $.\overline{a_n} o \overline{z} ullet$ 

 $|a_n| \to |z| \bullet$ 

 $\operatorname{Re}\left(a_{n}\right) 
ightarrow \operatorname{Re}\left(z\right) \ ullet$ 

 $\mathrm{Arg}\,(z)=\{\mathrm{Arg}\,(z)+2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$  הערה: אזי  $heta, \phi\in\mathbb{R}$  אזי טענה: יהיו

 $(r \cdot e^{i\theta}) \cdot (s \cdot e^{i\phi}) = rs \cdot e^{i(\theta + \phi)} \bullet$ 

 $\overline{r \cdot e^{i\theta}} = r \cdot e^{-i\theta} \bullet$ 

 $\operatorname{Im}(a_n) \to \operatorname{Im}(z) \bullet$ 

.(מתכנסות) Re (a) , Im (a)) אזי  $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$  אזי מתכנסות מענה: תהא  $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ 

 $.(orall arepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}. orall n, m\geq N. \ |a_n-a_m|<arepsilon) \Longleftrightarrow מסקנה: תהא <math>a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$  אזי ( $a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$ 

 $a_n o 0$  אזי ו $|a_n| o 0$  אמקיימת  $a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$  אזי

 $.rac{a_n}{b_n} orac{z}{w}$  אאי w
eq 0 נניח כי ullet פענה:  $a_n o z$  ויהי  $z\in\widehat{\mathbb C}$  אאי  $a_n o z$  אויהי

 $a_nb_n o 0$  אזי אזי  $a,b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$  מסקנה: תהיינה מסקנה באשר מחסומה  $a,b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$ 

```
אזי a\in\mathbb{C} ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C}
        \lim_{z \to a} f(z) = \infty אזי \forall M > 0. \exists \delta > 0. \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{a\} . |z-a| < \delta \Longrightarrow M < |f(z)| אזי אזי
                        \lim_{z\to\infty}f\left(z
ight)=a איז \forall arepsilon>0. \forall z\in\mathbb{C}. R<|z|\Longrightarrow |f\left(z
ight)-a|<arepsilon איז • שאיפה לנקודה באינטוף: אם
                       \lim_{z \to \infty} f\left(z
ight) = \infty אזי \forall M > 0. \exists R > 0. \forall z \in \mathbb{C}. R < |z| \Longrightarrow M < |f\left(z
ight)| שאיפה לאינסוף באינסוף: אם
                                                      \lim_{z	o a}f\left(z
ight)=f\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_2 פונקציה רציפה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1 פתוחה יהיa\in\mathcal{U} פונקציה רציפה:
                                                                                                                     מסקנה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א 1 מתקיימות.
                                                                   .f'\left(a
ight)=\lim_{z	o a}rac{f(z)-f(a)}{z-a} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_2 ותהא a\in\mathcal{U} פתוחה יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1 אזי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{F}_1
                                                                                                    \mathcal U כל כל גזירה הולומורפית: תהא \mathcal U\subseteq\mathbb C פתוחה אזי f:\mathcal U\to\mathbb C גזירה על כל
                                                                                                                       מסקנה: כל מניפולציות הנגזרת של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.
                                                                                                                     v,u:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} עבור u+iv=f נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} הערה: תהא
                                                                                                                                     .(גזירות) אזי (f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}) אזי אזי (f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}) טענה: תהא
                                                                                \mathcal{L}(\exists c\in\mathbb{C}.f=c)\Longleftrightarrow(f'=0) אזי גזירה f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי למה: יהי
                           .f'\left(a
ight)=rac{\partial u}{\partial x}\left(a
ight)+irac{\partial v}{\partial x}\left(a
ight)=rac{\partial v}{\partial y}\left(a
ight)-irac{\partial u}{\partial y}\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                          \left(rac{\partial u}{\partial x}=rac{\partial v}{\partial y}
ight)\wedge\left(rac{\partial v}{\partial x}=-rac{\partial u}{\partial y}
ight) גזירה אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מסקנה משוואות קושי־רימן: יהי
                                                                                                                   הגדרה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 דיפרנציאבילית אזי
                                                                                                                                                                                      .\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                                                                                                                                      \frac{\partial f}{\partial \overline{z}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                           (rac{\partial f}{\partial \overline{z}}=0)\Longleftrightarrowתחום הולומורפית) אזי (f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                             .(\exists c \in \mathbb{R}. f = c) \Longleftrightarrowטענה: תהא f: \mathbb{C} \to \mathbb{R} אזי ענה: תהא
.\left(\left(u,v\in C^{1}\left(\mathcal{U}
ight)
ight)\wedge\left(\left(rac{\partial u}{\partial x}=rac{\partial v}{\partial y}
ight)\wedge\left(rac{\partial v}{\partial x}=-rac{\partial u}{\partial y}
ight)
ight)
ight) \iff משפט: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה ותהא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אזי
                                                                                                                    \Delta g=rac{\partial^2 g}{\partial x^2}+rac{\partial^2 g}{\partial y^2} אזי פעמיים g:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} לפלסיאן: תהא
                                                                                                                     \Delta q=0 בונקציה הרמונית: q:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} גזירה פעמיים המקיימת
                                                                                                                                                      . אזי u,v אזי f\in C^2\left(\mathbb{C},\mathbb{C}\right) הרמוניות טענה: תהא
                                                                          . הולומורפית: u+iv בורה v:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} אזי u:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} הולומורפית: תהא
                                                          u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} אזי א צמודה הרמונית ליu:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} ותהא u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} ותהא
                                                                                                               .(\sum_{i=0}^n a_i z^i)' = \sum_{i=1}^n a_i i z^{i-1} אזי \sum_{i=0}^n a_i z^i \in \mathbb{C}[z] טענה: יהי
                                                                                                                                                  \forall z \in \mathbb{C}. f\left(\overline{z}
ight) = \overline{f\left(z
ight)} אזי f \in \mathbb{R}\left[z
ight] טענה: יהי
                                                                 . מתכנסות \sum_{i=0}^n a_n אזי a_n = \sum_{i=0}^\infty a_n עבורה \sum_{i=0}^\infty a_n מתכנסת. f_n(a) אוי f \in \left(\mathbb{C}^\mathcal{U}\right)^\mathbb{N} אזי a \in \mathbb{C} אוי a \in \mathbb{C} מתכנסת. מתכנסות נקודתית: תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} פתוחה ויהי
                                                                עבורה g:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי f\in (\mathbb{C}^\mathcal{U})^\mathbb{N} אמי פתוחה תהא \mathcal{U}\subseteq \mathbb{C} עבורה עבורה במידה שווה (במ"ש): תהא
                                                                                                                                  \forall \varepsilon > 0. \exists N \in \mathbb{N}. \forall x \in \mathcal{U}. \forall n > N. |f_n(x) - g(x)| < \varepsilon
```

היא ביחס לשדה.  $\mathcal U$  פתוחה הכוונה היא ביחס לשדה.  $\mathbb R,\mathbb C$  וכאשר נאמר כי  $\mathbb F$  פתוחה הסימון  $\mathbb F$  יתאר שדה מבין

 $(\lim_{z\to a}f\left(z
ight)=A)\Longleftrightarrow\left(orall b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}.\left(b_n o a
ight)\Longrightarrow\left(f\left(b_n
ight) o A
ight)
ight)$  פתוחה אזי  $\lim_{z o a}g\left(z
ight)=B$  פתוחה ותהיינה  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  באשר  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  פתוחה ותהיינה מטענה: תהא

עבורה  $f:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  ותהא  $A\in\mathbb{F}_2$  תהא תהא  $a\in\mathbb{F}_1$  עבורה עבול: תהא  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1$ 

 $\lim_{z o a}f\left(z
ight)=A$  באשר  $f:\mathcal{U} o\widetilde{\mathbb{C}}$  פתוחה ותהא  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}$  באשר  $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{F}$ 

 $\lim_{z \to a} (f+g)(z) = A + B \bullet$  $\lim_{z \to a} (fg)(z) = AB \bullet$ 

 $\lim_{z \to a} \overline{f\left(z\right)} = \overline{A} \bullet$   $\lim_{z \to a} |f\left(z\right)| = |A| \bullet$   $\lim_{z \to a} \operatorname{Re}\left(f\left(z\right)\right) = \operatorname{Re}\left(A\right) \bullet$   $\lim_{z \to a} \operatorname{Im}\left(f\left(z\right)\right) = \operatorname{Im}\left(A\right) \bullet$ 

 $\lim_{z o a}\left(rac{f}{g}
ight)(z)=rac{A}{B}$  אזי B
eq 0 נניח B

 $\lim_{z\to a}f\left(z\right)=A$  אזי  $\forall arepsilon>0.\exists \delta>0. \forall z\in \mathcal{U}\setminus \{a\}. \ |z-a|<\delta\Longrightarrow |f\left(z\right)-A|<arepsilon$ 

```
g\in C\left(\mathcal{U}
ight) אזי f_{n}\overset{u}{
ightarrow}g וכן \forall n\in\mathbb{N}.f_{n}\in C\left(\mathcal{U}
ight) עבורה עבורה g:\mathbb{C}
ightarrow\mathbb{C} אזי g:\mathbb{C}
ightarrow\mathbb{C}
                                                                                      \sum_{i=0}^{\infty}a_{i}\left(z-b
ight)^{i} אזי b\in\mathbb{C} סדרה ויהי a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אוי תהא
                                                                                   משפט אבל: יהי R\in [0,\infty] טור חזקות אזי קיים \sum_{i=0}^\infty a_i z^i משפט אבל: יהי
                                                                                                                                |z| < R הטור מתכנס בהחלט על
                                                                                                    |z| < 
ho אזי אוי מתכנס במ"ש על 0 \leq 
ho < R יהי
                                                                                                                          . לא מתכנס אזי \sum a_n z^n אזי |z|>R יהי
.ig(\sum_{i=1}^\infty a_i z^iig)' = \sum_{i=1}^\infty i a_i z^{i-1} טענה: יהי יהי \sum_{i=0}^\infty a_i z^i טור חזקות אזי הפונקציה הולומורפית על
                                 R=rac{1}{\limsup_{n	o\infty} \sqrt[n]{|a_n|}} אזי אוי ההתכנסות היהי טור חזקות ויהי ויהי ויהי התכנסות \sum_{i=0}^\infty a_i z^i משפט קושי־הדמר: יהי
                                                   g=h אאי (f'(z)=f(z))\wedge (f(0)=1) איי של המד"ר איי פתרונות של המד"ר איי g,h:\mathbb{C}	o\mathbb{C}
                                         (f'(z)=f(z))\wedge (f(0)=1) בונקציה מעריכית: נגדיר \exp:\mathbb{C}	o\mathbb{C} להיות פתרון של המד"ר
                                                                                                                                                  \exp(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{z^i}{i!} :טענה
                                                                                                                                                  \mathbb{C} מסקנה: exp מתכנסת על
                                                                                                                                     .\mathbb{C} טענה: e^z' = e^z , e^0 = 1 טענה:
                                                                                                                                                          \exp(z) = e^z מסקנה:
                                                                                                                            .e^{a+b}=e^a\cdot e^b אזי a,b\in\mathbb{C} מסקנה: יהיו
                                                                                                                                             .e^z 
eq 0 אזי z \in \mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                                           .e^{\overline{z}}=\overline{e^z} אזי z\in\mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                     \cos(z)=rac{e^{iz}+e^{-iz}}{2} אזי z\in\mathbb{C} אזי קוסינוס: יהי z\in\mathbb{C} אזי z\in\mathbb{C} סינוס: יהי z\in\mathbb{C} אזי z\in\mathbb{C} אזי z\in\mathbb{C} סינוס: יהי z\in\mathbb{C} אזי z\in\mathbb{C} סינוס: יהי z\in\mathbb{C} אזי z\in\mathbb{C} מתקיים z\in\mathbb{C} מתקיים z=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{z^{2n}}{(2n)!} ,sin z=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{z^{2n+1}}{(2n)!}
                                                                                     \cos\left(z
ight)'=-\sin\left(z
ight) , \sin\left(z
ight)'=\cos\left(z
ight) מסקנה: על כל \mathbb{C} מתקיים
                                                                                                              \log(w) = \operatorname{sols}(e^z = w) אזי w \in \mathbb{C} \setminus \{0\} יהי: log
                                                                                  \log\left(w
ight)=\left\{\log\left|w\right|+i\theta\mid\theta\in\arg\left(w
ight)
ight\} אזי w\in\mathbb{C}\backslash\left\{0
ight\} טענה: יהי
                                                                                                             a^b = e^{b \log a} אזי b \in \mathbb{C} ויהי a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} חזקה: יהי
                                    \forall z \in \mathcal{U}. \alpha\left(z\right) \in \arg\left(z\right) המקיימת \alpha \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}\right) אזי 0 \notin \mathcal{U} תחום עבורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי \alpha \in \mathcal{U}.
                                       \forall z \in \mathcal{U}.\ell\left(z\right) \in \log\left(z\right) המקיימת \ell \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}\right) אזי 0 \notin \mathcal{U} תחום עבורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי והי
                                        \mathcal{U} על \log על ענף של פיים ענף של \Longleftrightarrow על על אזי (קיים ענף של 0 \notin \mathcal{U} תחום עבורו עבורו יהי
                                                                                                                          \log טענה: בתחום \mathbb{C}\setminus\{0\} לא קיים ענף של
                                                                                    \ell'(z)=rac{1}{z} טענה: יהי \ell'(z)=rac{1}{z} ענף של ענף אזי \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} יהי
                                                                                           |z| < 1 טענה: \sum_{n=1}^{\infty} \left(-1
ight)^{n-1} \frac{z^n}{n} ענף של
                                                  \int_{I}f\left(t
ight)\mathrm{d}t=\int_{I}u\left(t
ight)\mathrm{d}t+i\int_{I}v\left(t
ight)\mathrm{d}t אזי f\in C\left(I,\mathbb{C}
ight) קטע ותהא I\subseteq\mathbb{R} אינטגרל: יהי
                                                                        |\int_I f(t) \, \mathrm{d}t| \leq \int_I |f(t)| \, \mathrm{d}t אזי f \in C(I,\mathbb{C}) קטע ותהא
                                                                                                                            \gamma \in C\left(I,\mathbb{C}
ight) קטע אזי והי I \subseteq \mathbb{R} מסילה: יהי
      מסילה מכל מחלקה למקוטעין: מסילה \gamma אשר חלקה עד כדי מספר סופי של נקודות ובהן קיימות נגזרות חד־צדדיות מכל סדר.
\int_{\mathbb{R}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)\gamma'\left(t
ight)\mathrm{d}t אזי f\in C\left(\gamma\left[I
ight],\mathbb{C}
ight) מסילה ותהא \gamma:I	o\mathbb{C} אינטגרל מסילתי: יהי
      \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{\gamma\circ\omega}f\left(z
ight)\mathrm{d}z אזי אזי עולה וחלקה למקוטעין arphi:\left(lpha,eta
ight)	o\left(a,b
ight)	o\left(a,b
ight) מסילה תהא \gamma:\left(a,b
ight)	o\mathbb{C}
                                                -\gamma מסילה ההפוכה: תהא מסילה אזי י
                                                             \int_{\sum\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\sum\int_{\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z מסקנה: תהיינה \gamma_{i}:\left[a_{i},a_{i+1}
ight]	o\mathbb{C} מסקנה:
```

 $(\forall arepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}. \forall n,m\geq N. \forall z\in\mathcal{U}\, |f_n\left(z
ight)-f_m\left(z
ight)|<arepsilon )$ אזי איז  $f\in\left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}
ight)^\mathbb{N}$  איזי איזי מתכנסת במ"ש) פענה: תהא  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  פתוחה ותהא

טענה מבחן  $M\in\mathbb{R}^\mathbb{N}$  של ווירשטראס להתכנסות: תהא  $f\in\left(\mathbb{C}^\mathcal{U}
ight)^\mathbb{N}$  וכן התאטנה מבחן של ווירשטראס להתכנסות: תהא

. מתכנסת בהחלט ובמ"ש.  $\sum_{i=0}^n u_i$  אזי  $\forall x \in \mathbb{R}. \forall n \in \mathbb{N}. |u_n\left(x\right)| \leq M_n$ 

```
\gamma\left(a
ight)=\gamma\left(b
ight) המקיימת \gamma:\left[a,b
ight]
ightarrow\mathbb{C} מסילה סגורה: מסילה
                                                                            \int_{\gamma}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z|=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)|\gamma'\left(t
ight)|\,\mathrm{d}t אינטגרל לפי אורך קשת: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                  \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}s=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight| הערה: מקובל מאוד גם הסימון
                                                                                                                                                 \int_{\infty} |\mathrm{d}z| אורך מסילה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                      \int_{\gamma}\left(f+g
ight)|\mathrm{d}z|=\int_{\gamma}f\left|\mathrm{d}z
ight|+\int_{\gamma}g\left|\mathrm{d}z
ight| אזי מסילה מסילה מסילה מסילה אזי
                                                                                      \frac{\left|\int_{\gamma}f\left(z\right)\mathrm{d}z\right|\leq\int_{\gamma}\left|f\left(z\right)\right|\left|\mathrm{d}z\right|}{\int_{I}\overline{f}\left(\gamma\left(t\right)\right)\gamma'\left(t\right)\mathrm{d}t} אינטגרל על פי צמוד: תהא \gamma מסילה אזי מסילה אזי
                                                                                                                                                                        הגדרה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                            \int_{\gamma} f(z) dx = \frac{1}{2} \left( \int_{\gamma} f(z) dz + \int_{\gamma} f(z) \overline{dz} \right) \bullet
                                                                                                                           \int_{\gamma} f(z) dy = \frac{1}{2i} \left( \int_{\gamma} f(z) dz - \int_{\gamma} f(z) \overline{dz} \right) \bullet
                        \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}x-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}y
ight)+i\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}y-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}x
ight) טענה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                \mathrm{d}z=\mathrm{d}x+i\mathrm{d}y הערה: מהמשוואה מלעיל ניתן לחשוב על כך שמתקיים
סענה: יהי g'=f אזי לכל מסילה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} מתקיים הולומורפית עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} מתקיים מחום תהא
                                                                                                                                                        \int_{\gamma} f(z) dz = g(\gamma(b)) - g(\gamma(a))
\int_{\partial B}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 משפט קושי למלבן: יהי R\subseteq\mathcal{U} מלבן סגור תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה עבורה עבורה \mathcal{U}=\mathcal{U} ותהא
משפט קושי למלבן משופר: יהי R\subseteq \mathcal{U} מלבן פתוחה עבורה \mathcal{U}\subseteq \mathbb{C} מלבן סגור תהא משפט קושי למלבן משופר: יהי
                  \int_{\partial R}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 אזי \lim_{z	o\zeta_{i}}\left(z-\zeta_{i}
ight)f\left(z
ight)=0 מתקיים i\in\left[k
ight] אזי לכל f:\mathcal{U}\setminus\left\{ \zeta_{1},\ldots,\zeta_{k}
ight\} 	o\mathbb{C}
            \int_{\gamma} rac{\mathrm{d}z}{z-a} = 2\pi i k עבורו איי קיים איי איי a\in\mathbb{C}\backslash\gamma\left([a,b]
ight) ותהא למקוטעין ותהא מסילה \gamma:[lpha,eta]	o\mathbb{C} סגורה חלקה למקוטעין ותהא
a סביב \gamma סביב של \gamma:[lpha,eta]	o \mathbb{C} אזי מספר הליפופים של סביב \gamma:[lpha,eta]	o \mathbb{C} אזי מספר הליפופים של
                                                                                                                                                                     n\left(\gamma,a
ight)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{\mathrm{d}z}{z-a} הינו
                                       rac{dF}{dt}=f טענה: F\left(t
ight)=\int_{lpha}^{t}f\left(	au
ight)\,\mathrm{d}	au כך F:\left[lpha,eta
ight]
ightarrow\mathbb{C} אזי f\in C\left(\left[lpha,eta
ight],\mathbb{C}
ight) איז איז f\in C\left(\left[lpha,eta
ight]
                                 .F'=f המקיימת המקיימת הולומורפית אזי קיימת אזי קיימת הולומורפית המקיימת דיסק תהא למה: f:D\to\mathbb{C} הולומורפית יהי
\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 מסילה סגורה אזי \gamma:[a,b]	o D הולומורפית הולומרפית תהא הולס פתוח תהא דיסק משפט קושי לדיסק: יהי
```

 $\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0$  משפט קושי לדיסק:  $\gamma:[a,b] o D$  מסילה סגורה אזי  $f:D o\mathbb{C}$  דיסק פתוח תהא  $f:D o\mathbb{C}$  הולומורפית ותהא  $\gamma:[a,b] o D$  משפט קושי לדיסק משופר: יהי  $D\subseteq\mathbb{C}$  דיסק פתוח יהיו  $f:D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\} o\mathbb{C}$  תהא  $f:D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\} o\mathbb{C}$  הולומורפית עבורה  $f:D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\} o D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}$  ותהא  $f:D\setminus\{z\} o D\setminus\{z\}$  מסילה סגורה אזי  $f:D:D\setminus\{z\} o D\setminus\{z\}$  מסילה סגורה ויהי f:D:D אזי f:D:D דיסק פתוח תהא f:D:D מסילה סגורה ויהי f:D:D אזי f:D:D דיסק פתוח תהא f:D:D מסילה סגורה ויהי f:D:D

 $n\left(\gamma,a
ight)=0$  אא  $a\in\mathbb{C}\setminus D$  איטק פונור זמוא  $\gamma:[lpha,eta] o C$  מטילה טגורה זיהי  $a,b\in\mathbb{C}\setminus\gamma\left([lpha,eta]
ight)$  מסילה ויהיו  $\gamma:[lpha,eta]$  לא נחתכת עם  $\gamma:[lpha,eta] o C$  טענה: תהא  $\gamma:[lpha,eta] o C$  איזי

משפט נוסחת האינטגרל של קושי: יהי  $D\subseteq\mathbb{C}$  דיסק פתוח תהא  $\gamma:[lpha,eta] o D$  מסילה סגורה תהא האינטגרל של קושי: יהי  $D\subseteq\mathbb{C}$  דיסק פתוח תהא  $n\ (\gamma,a)\cdot f\ (a)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{f(z)}{z-a}\mathrm{d}z$  אזי  $a\in D\backslash\gamma\left([lpha,eta]
ight)$ 

 $f(a)=rac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f\left(a+re^{it}
ight)$  dt אזי הולומורפית אזי  $f:B_a\left(r
ight) o\mathbb{C}$  ותהא  $a\in\mathbb{C}$  יהי r>0 יהי יהי r>0 ויהי איזי r>0 ויהי ויהי חבר הממוצע: יהי יהי יחסים פתוח תהא  $g\in\mathbb{C}$  יהי יהי יחסים פתוח תהא יחסים אורה תהא יהי יחסים פתוח מסים אורה וויהי יחסים פתוח וויחסים פתוח וויהי יחסים פתוח וויחסים פתוחסים פתוח וויחסים פתוחסים

טענה: יהי  $arphi\in C\left(\gamma\left([lpha,eta]
ight),\mathbb{C}
ight)$  אזי מסילה סגורה תהא  $\gamma:[lpha,eta] o D$  ויהי חתהא חורי דיסק פתוח תהא מסילה סגורה מסילה סגורה מסילה שלי

- . רציפה  $F_n$
- .גזירה  $F_n$
- $.F'_n = n \cdot F_{n+1} \bullet$

 $f\in C^{\infty}\left(D
ight)$  אזי היי  $D\subseteq\mathbb{C}$  הולומורפית הייסק פתוח ותהא חובה דיסק פתוח ותהא מסקנה: יהי

 $f^{(n)}\left(z
ight)=n$  אזי  $n\left(C_r,z
ight)=1$  דיסק פתוח תהא  $C_r$  אויהי הולומורפית ויהי  $f:D o\mathbb{C}$  אזי פתוח תהא  $D\subseteq\mathbb{C}$  דיסק פתוח תהא  $\frac{n!}{2\pi i}\int_{C_r} \frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta$ 

מסקנה: יהי  $D\subseteq \mathbb{C}$  דיסק פתוח ותהא  $f:D\to \mathbb{C}$  בעלת קדומה אזי חולומורפית.

מסקנה משפט מוררה: יהי  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  תחום ותהא  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  אזי  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  מסקנה משפט מוררה: יהי  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  תחום ותהא  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  אזי  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  משפט ליוביל: תהא  $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$  הלומורפית וחסומה אזי  $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ 

טענה חסם קושי לנגזרת: יהי  $D\subseteq\mathbb{C}$  דיסק פתוח תהא  $f:D\to\mathbb{C}$  הולומורפית ויהי מעגל סביב z עבורו  $D\subseteq\mathbb{C}$  אזי n ביסק קושי לנגזרת: יהי  $D\subseteq\mathbb{C}$  דיסק פתוח תהא  $C_r$ 

```
\exists lpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight) = 0 אזי \deg\left(p
ight) \geq 1 עבורו p \in \mathbb{C}\left[x
ight] אזי יהי
                                   נקודה יחודית/יחודיות/סינגולריות: תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} פתוחה אזי a \in \mathcal{U} עבורה הולומורפית.
g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} פתוחה אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה אזי של f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} יחודיות של מחודיות סליקה: תהא של פתוחה אזי מחודיות של בתוחה אזי מחודיות של מחודיות סליקה: תהא
                                                                                                                            \forall z \in \mathcal{U} \setminus \{a\} \ . g(z) = f(z) המקיימת
                          . הרחבה אזי קיימת אזי קיימת הרחבה חידה. f:\mathcal{U}\backslash \{a\} 	o \mathbb{C} סליקה עבור מכוחה ותהא של פתוחה ותהא מערה: תהא
     (\lim_{z \to a} (z-a) \, f(z) = 0) פתוחה תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} ותהא f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C} ותהא ותהא a \in \mathcal{U} פתוחה תהא שפט:
 הולומורפית f_n:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי קיימת n\in\mathbb{N} אזי הולומורפית ההא הולומורפית תהא משפט a\in\mathcal{U} משפט טיילור: תהא שנוחה תהא משפט מיילור: תהא
                                                                                                          f(z) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{f^{(i)}(a)}{i!} (z-a)^i + f_n(z) (z-a)^n
מתקיים z\in C אזי לכל סביב מעגל אויהי n\in\mathbb{N} יהי הולומורפית תהא a\in\mathcal{U} מתהא מתהא מתהא פתוחה תהא מענה:
                                                                                                                                   f_n(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\zeta)}{(\zeta - a)^n (\zeta - z)} d\zeta
                                                                f(a)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אזי אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא עבי:יהי
n=\min\left\{j\in\mathbb{N}\mid f^{(j)}\left(a
ight)
eq0
ight\} עבורה a\in\mathcal{U} עבור הולומורפית ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} עבורה n\in\mathbb{N}_+ יהי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי
\overline{B_r(a)}\subseteq\mathcal{U} עבורו \forall n\in\mathbb{N}.f^{(n)}\left(a
ight)=0 עבורה a\in\mathcal{U} עבורו הולומורפית תהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} עבורו יהי
                                                                                                                                                           .f_{\upharpoonright_{B_r(a)}}=0 אזי
                           f=0 אזי \mathcal{H}\in\mathbb{N}. תחום תהא \mathcal{H}\in\mathbb{N}. הולומורפית ותהא a\in\mathcal{U} עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא
                           . סופי. של אזי הסדר של אפס אזי ויהי u \in \mathcal{U} ויהי ויהי הסדר של הולומורפית הולומורפית הולומורפית מסקנה: יהי u \in \mathcal{U} החום תהא
        \exists r>0. \forall z\in B_r\left(a
ight)\setminus \{a\} . f\left(z
ight)
eq 0 עבורו a\in\mathcal{U} עבירו הולומורפית אזי אפס \mathcal{U}=\mathcal{U} תחום תהא \mathcal{U}=\mathcal{U}
                                 . אפס אזי a אפס אזי a\in\mathcal{U} יהי ויהי f
eq 0 הולומורפית לוורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אפס אזי אפס מבודד.
מסקנה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} תחום תהיינה f,g:\mathcal{U}\to\mathcal{C} הולומורפית ותהא בעלת נקודת הצטברות ב־\mathcal{U} נניח כי f על
                                                                                                                                                                \mathcal{U} על f=g
                    \mathcal U טענה: יהי \mathcal U = 0 על \mathcal U = 0 אזי f = 0 אזי ענה: יהי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי f = 0 אזי אזי f = 0 אזי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי
                             \mathcal U טענה: יהי \mathcal U\subset \mathbb C תחום תהא \mathcal U\subset \mathcal U אזי f=0 הולומורפית ותהא \gamma מסילה עבורה f:\mathcal U\to \mathbb C על אזי
נקודת קוטב: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום אזי a\in \mathcal{U} יחודית של f:\mathcal{U}\setminus \{a\} 	o \mathcal{C} עבורה a\in \mathcal{U} עבורה אזי a\in \mathcal{U} עבורה מוגדרת עבורה קיימת מוגדרת אזי של a\in \mathcal{U}
                                                                                                                \frac{1}{f}\left(a
ight)=0 וכן aרטב בעלת יחודיות סליקה ב־
הערה: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום תהא a\in\mathcal{U} יחודית של a\in\mathcal{U} ותהא ותהא a\in\mathcal{U} סביבה של a\in\mathcal{U} מוגדרת היטב בעלת הערה: יהי
                                                                                            aיחודיות סליקה ב־aוכן aוכן aול אזי aיחודית סליקה של יחודיות מליקה של יחודיות
                               (\lim_{z \to a} f(z) = \infty)איי (a \in \mathcal{U} אוי איי a \in \mathcal{U} תחום תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יחודית של a \in \mathcal{U} אוי (a \in \mathcal{U} אוי היי
                        rac{1}{4} אשר אפס מסדר f:\mathcal{U}ackslash\{a\}	o\mathbb{C} קוטב של אזי u\in\mathbb{C} יהי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי n\in\mathbb{N}_+ אשר אפס מסדר מסדר אוטב מסדר מסדר אפר
                                                                      f:\mathcal{U}ackslash\{a\}	o\mathbb{C} של 1 קוטב מסדר a\in\mathcal{U} תחום אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} קוטב פשוט: יהי
טענה: יהי f_n:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי קיימת f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} איזי קוטב מסדר n\in\mathbb{N} הולומורפית עבורה \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                                                                                                      z \in \mathcal{U} \setminus \{a\} על f(z) = f_n(z)(z-a)^{-n}
            f:\mathcal{U}\setminus E	o\mathbb{C} אזי a\in E הינה כל עבורה כל הולומורפית אזי f:\mathcal{U}\setminus E	o\mathbb{C} אזי של הינה מרומורפית. יהי
                                                  . טענה: יהי\mathcal{U}\subseteq \mathbb{C} תחום ותהיינה \mathcal{U}\to \mathbb{C} הולומורפיות באשר g
eq 0 אזיg מרומורפית.
                                                                    מסקנה: יהי \mathcal{G} \neq 0 תחום ותהיינה f,g:\mathcal{U} \to \mathbb{C} מסקנה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} אזי
                                                                                                       .(f מספר האפסים של (\frac{f}{g})\geq(מספר האפסים של (מספר הקטבים של \frac{f}{g}).(מספר האפסים של \frac{f}{g})
```

. מרומורפיות  $f+g,f\cdot g$  אזי מרומורפיות  $f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  מרומורפיות ענה: יהי יהי

 $f:\mathcal{U}\setminus\{a\} o\mathbb{C}$  יחודיות של  $u\in\mathcal{U}$  אשר אינה סליקה ואינה קוטב של  $u\in\mathcal{U}$  יחודיות עיקרית: יהי משפט ויירשטראס: יהי  $\mathcal{D}\subseteq\mathcal{U}$  תחום ותהא  $a\in\mathcal{U}$  יחודיות עיקרית של האי ל $a\in\mathcal{U}$  אזי לכל של מתקיים כי  $a\in\mathcal{U}$  מחום ותהא  $\mathbb{C}$ צפופה ב־ $f(\mathcal{O}\setminus\{a\})$ 

טענה: יהי אחד מהבאים מתקיים מבודדת של  $f:\mathcal{U}\setminus\{a\} o\mathbb{C}$  אזי יחודיות מבודדת מהבאים מתקיים מתקיים יהי

- $\lim_{z \to a} |z-a|^h |f(z)| = \infty$  מתקיים h < k מתקיים ווכן לכל וו $\lim_{z \to a} |z-a|^h |f(z)| = 0$  מתקיים k < h מתקיים k < t
  - $\lim_{z\to a}|z-a|^h|f(z)|\notin\{0,\infty\}$  מתקיים  $h\in\mathbb{R}$  לכל

```
.\Big((A)_{i,j}=1\Big)\Longleftrightarrow(\{i,j\}\in E\left(G
ight)) המקיים A\in M_{n}\left(\mathbb{Z}_{2}
ight) אזי קודקודים אזי השכנויות: יהי G גרף על הקודקודים אזי
                                                                        .spec (A)\subseteq\mathbb{R} טענה: יהי G גרף אזי A לכסינה וכן G
                                                                           |\lambda| < k אזי א \lambda \in \operatorname{spec}(A) טענה: יהי G גרף גרף א־רגולרי ויהי
                                                                                             .k \in \operatorname{spec}\left(A\right) טענה: יהי G גרף גרף אזי איר
                                                                       .(r_q\left(k
ight)=1)\Longleftrightarrowמשפט: יהי G גרף אזי (גרף אזי גרף אזי G יהי
                                             \mathbb{C}ב ב- אזי f אינה אינה \forall z\in\mathbb{C}.f\left(z\right)^{2}=z המקיימת המשפט: תהא
                         \exists \alpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight) = 0 אזי \deg\left(p
ight) \geq 1 עבורו p \in \mathbb{C}\left[x
ight] אזי של האלגברה: יהי
                                .\{a_i\} אזי א p\left(z\right)=a\prod\left(z-a_i\right)^{\ell_i}וכן וכן \deg\left(p\right)=k עבורו עבורו יהי יהי פולינום: יהי יהי עבורו אפס א
      \ell_i יהי p(z)=a\prod (z-a_i)^{\ell_i} וכן \deg(p)=k עבורו על אפס אזי יהי יהי פולינום: יהי יהי עבורו אפס אזי יהי
                                                                                                \frac{p}{a}אזי אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x\right]יהיו יהיו רציונלית:
                                   \deg\left(rac{p}{q}
ight)=\max\left\{\deg\left(p
ight),\deg\left(q
ight)
ight\} אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי רשל פונקציה רציונלית: יהיו
```

אזי  $a\in\mathbb{C}$  זרים ויהי  $p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight]$  אזי

- m מסדר q אפס של m מסדר  $\bullet$
- m מסדר m: אפס של מסדר m

אזי  $p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight]$  זרים אזי

- $\deg(p)-\deg(q)$  אזי  $\infty$  קוטב של  $rac{p}{q}$  מסדר  $\deg(q)>\deg(q)$  אזי  $\deg(q)-\deg(p)$  מסדר  $\gcd(q)-\deg(q)$  אזי  $\gcd(q)-\deg(q)$  אם  $\gcd(q)$  אפט של  $\gcd(q)$  אפט של  $\gcd(q)$  אם  $\gcd(q)$  אם הגדרה: תהא  $\gcd(q)$

- $f\left(z
  ight)=\infty$  יהי  $z\in\widehat{\mathbb{C}}$  יהי •
- $f\left(\infty
  ight)=0$  נניח כי  $\infty$  אפס של f אזי  $\bullet$
- . בהתאמה המובילים של המובילים המקדמים באשר  $a_n,b_n$  באשר באשר אפס אזי אפס אינו קוטב אינו קוטב אינו אפס אזי החובילים ל $f\left(\infty\right)=\frac{a_n}{b_n}$