

מערכת מעברים מסומנת (LTS): יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה אזי $\Delta \subseteq Q \times \Sigma \times V$.

גרפים מסומנים: יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה אזי $\text{LabelledGraph}(V) = \{(G, f) \mid (G \in \text{Graph}(V)) \wedge (f : E(G) \rightarrow \Sigma)\}$.

טענה: יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה ונגדיר $\Psi : \text{LabelledGraph}(V) \rightarrow \text{LTS}$ כך $\Psi(G, f) = \{(v, f(v, u), u) \mid (v, u) \in E(G)\}$ אזי Ψ הפיכה.

סימון: יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה ותהא Δ מערכת מעברים מסומנת ויהי $(v, \sigma, u) \in \Delta$ אזי $v \xrightarrow{\sigma} u$.

מצבים של מערכת מעברים מסומנת: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת אזי $Q_\Delta = \{u \in V \mid \exists \delta \in \Delta. (\delta_1 = u) \vee (\delta_3 = u)\}$.

הערה: מכאן והלאה נניח כי הקבוצה עליה מערכת מעברים מסומנת מוגדרת היא קבוצת המצבים שלה.

מערכת מעברים מסומנת דטרמיניסטית: מערכת מעברים מסומנת Δ המקיימת $\left| \left\{ u \in Q \mid v \xrightarrow{\sigma} u \right\} \right| \leq 1$ לכל $v \in Q$ ולכל $\sigma \in \Sigma$.

מערכת מעברים מסומנת שלמה: מערכת מעברים מסומנת Δ המקיימת $\left| \left\{ u \in Q \mid v \xrightarrow{\sigma} u \right\} \right| \geq 1$ לכל $v \in Q$ ולכל $\sigma \in \Sigma$.

ריצה/מסלול: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת אזי $\rho \in Q \times (\Sigma \times Q)^n$ המקיימת $(\rho_i, \rho_{i+1}, \rho_{i+2}) \in \Delta$ לכל $i \in [2n-1]$.

הטלה של ריצה על קבוצת המצבים: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $\rho \in Q \times (\Sigma \times Q)^n$ ריצה אזי $p \in Q^{n+1}$ המקיימת

$$p_i = \rho_{2i-1} \text{ לכל } i \in [n+1].$$

הטלה של ריצה על האלפבית: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $\rho \in Q \times (\Sigma \times Q)^n$ ריצה אזי $p \in \Sigma^n$ המקיימת $p_i = \rho_{2i}$

$$\text{לכל } i \in [n].$$

ריצה על מחרוזת: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $w \in \Sigma^*$ אזי ריצה ρ עבורה ההטלה של ρ על Σ הינה w .

אוטומט סופי: יהי Σ אלפבית ותהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהינה $S, F \subseteq Q$ אזי $(Q, \Sigma, \Delta, S, F)$.

ריצה מתקבלת על ידי אוטומט סופי: יהי \mathcal{A} אוטומט סופי אזי ריצה ρ של $\Delta_{\mathcal{A}}$ המקיימת $\rho_1 \in S_{\mathcal{A}}$ וכן $\rho_{\text{len}(\rho)} \in F_{\mathcal{A}}$.

מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט סופי: יהי \mathcal{A} אוטומט סופי אזי $w \in \Sigma_{\mathcal{A}}$ עבורו קיימת ריצה ρ על w באשר ρ מתקבלת.

שפה של אוטומט סופי: יהי \mathcal{A} אוטומט סופי אזי $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma_{\mathcal{A}} \mid \mathcal{A} \text{ מתקבלת על ידי } w\}$.

אוטומטים סופיים שקולים: אוטומטיים סופיים \mathcal{A}, \mathcal{B} המקיימים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{Lan}(\mathcal{B})$.

אוטומט סופי דטרמיניסטי (אס"ד): אוטומט סופי \mathcal{A} המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטי.

אוטומט סופי לא-דטרמיניסטי (אסל"ד): אוטומט סופי \mathcal{A} באשר \mathcal{A} אינו דטרמיניסטי.

מודלים שקולים: מודליי חישוב M, N עבורם לכל שפה L מתקיים (קיים \mathcal{M} מסוג M עבורו $\text{Lan}(\mathcal{M}) = L$) \iff (קיים \mathcal{N} מסוג N עבורו $\text{Lan}(\mathcal{N}) = L$).

$$\text{עבור } \mathcal{N} \text{ } \text{Lan}(\mathcal{N}) = L.$$

טענה: אסל"ד ואס"ד הינם מודלים שקולים.

משפט: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי קיימת שפה L המקיימת

$$\bullet \text{ קיים אסל"ד } \mathcal{N} \text{ בעל } \mathcal{O}(n) \text{ מצבים עבורו } \text{Lan}(\mathcal{N}) = L.$$

$$\bullet \text{ לכל אס"ד } \mathcal{D} \text{ המקיים } \text{Lan}(\mathcal{D}) = L \text{ מתקיים כי } \mathcal{D} \text{ בעל } \Omega(2^n) \text{ מצבים.}$$

שפה רגולרית: שפה L עבורה קיים אוטומט סופי \mathcal{A} המקיים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = L$.

משפט: תהינה L_1, L_2 שפות רגולריות אזי $L_1 \cup L_2$ רגולרית.

משפט: קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומטים סופיים \mathcal{A}, \mathcal{B} מתקיים כי $A(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ אוטומט סופי וכן

$$\text{Lan}(A(\mathcal{A}, \mathcal{B})) = \text{Lan}(\mathcal{A}) \cup \text{Lan}(\mathcal{B}) \text{ וכן } A(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \text{ בעלת } |Q_{\mathcal{A}}| + |Q_{\mathcal{B}}| \text{ מצבים.}$$

משפט: תהינה L_1, L_2 שפות רגולריות אזי $L_1 \cap L_2$ רגולרית.

משפט: קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומטים סופיים \mathcal{A}, \mathcal{B} מתקיים כי $A(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ אוטומט סופי וכן

$$\text{Lan}(A(\mathcal{A}, \mathcal{B})) = \text{Lan}(\mathcal{A}) \cap \text{Lan}(\mathcal{B}) \text{ וכן } A(\mathcal{A}, \mathcal{B}) \text{ בעלת } |Q_{\mathcal{A}}| \cdot |Q_{\mathcal{B}}| \text{ מצבים.}$$

משפט: יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים תהא $f : \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2$ ותהא L שפה רגולרית מעל Σ_1 אזי $f(L)$ רגולרית.

משפט: יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים תהא $f : \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2$ אזי קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומט סופי \mathcal{A} מעל Σ_1 מתקיים כי $A(\mathcal{A})$

$$\text{אוטומט סופי מעל } \Sigma_2 \text{ וכן } \text{Lan}(A(\mathcal{A})) = \text{Lan}(f(\mathcal{A})).$$

משפט: יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים ותהא L שפה רגולרית מעל $\Sigma_1 \times \Sigma_2$ אזי $\pi_1(L), \pi_2(L)$ רגולריות.

משפט: תהא L שפה רגולרית אזי $\text{co}L$ רגולרית.

משפט: קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומט סופי \mathcal{A} מתקיים כי $A(\mathcal{A})$ אוטומט סופי וכן $\text{Lan}(A(\mathcal{A})) = \text{Lan}(\text{co}\mathcal{A})$.

טענה: קיימת שפה L עבורה לכל אוטומט סופי \mathcal{A} באשר $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{co}L$ מתקיים כי \mathcal{A} בעלת $2^{\min\{|Q_{\mathcal{B}}| \mid \text{Lan}(\mathcal{B})=L\}}$ מצבים.

ω-ריצה: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת אזי $\rho \in Q \times (\Sigma \times Q)^\omega$ המקיימת $(\rho_i, \rho_{i+1}, \rho_{i+2}) \in \Delta$ לכל $i < \omega$.

הטלה של ω-ריצה על קבוצת המצבים: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא ρ ω-ריצה אזי $p \in Q^\omega$ המקיימת $p_i = \rho_{2i-1}$ לכל

$$i < \omega.$$

הטלה של ω -רִיצָה על האלפבית: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא ρ ω -רִיצָה אזי $p \in \Sigma^\omega$ המקיימת $p_i = \rho_{2i}$ לכל $i < \omega$.
 ω -רִיצָה על מחרוזת: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $w \in \Sigma^*$ אזי ω -רִיצָה ρ עברה ההטלה של ρ על Σ הינה w .
אוטומט Büchi: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהינה $S, F \subseteq Q$ אזי $(Q, \Sigma, \Delta, S, F)$ ω -רִיצָה מתקבלת על ידי אוטומט Büchi: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi אזי ω -רִיצָה ρ של $\Delta_{\mathcal{A}}$ המקיימת $\rho_1 \in S_{\mathcal{A}}$ וכן $|\{i < \omega \mid \rho_i \in F_{\mathcal{A}}\}| = \aleph_0$.

מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט Büchi: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi אזי $w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ עבורו קיימת ω -רִיצָה ρ על w באשר ρ מתקבלת.
שפה של אוטומט Büchi: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi אזי $w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ מתקבלת על ידי \mathcal{A} $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega \mid w \text{ מתקבלת על ידי } \mathcal{A}\}$.
אוטומטי Büchi שקולים: אוטומטי Büchi \mathcal{A}, \mathcal{B} המקיימים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{Lan}(\mathcal{B})$.
אוטומט Büchi דטרמיניסטי (אב"ד): אוטומט Büchi \mathcal{A} המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטי.
אוטומט Büchi לא-דטרמיניסטי (אבל"ד): אוטומט Büchi \mathcal{A} באשר \mathcal{A} אינו דטרמיניסטי.

הגדרה: $L_{\text{fin},a} = \{w \in \{a,b\}^\omega \mid |w^{-1}[\{a\}]| < \omega\}$

טענה: קיים אבל"ד \mathcal{N} המקיים $\text{Lan}(\mathcal{N}) = L_{\text{fin},a}$.

טענה: לא קיים אבל"ד \mathcal{D} המקיים $\text{Lan}(\mathcal{D}) = L_{\text{fin},a}$.

אוטומט Muller: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהינה $S, F \subseteq Q$ ותהא $\mathfrak{J} \subseteq 2^{Q_{\mathcal{A}}}$ אזי $(Q, \Sigma, \Delta, S, F, \mathfrak{J})$

הגדרה: יהי \mathcal{A} אוטומט Muller ותהא ρ ω -רִיצָה אזי $\text{Inf}(\rho) = \{q \in Q_{\mathcal{A}} \mid |\rho^{-1}[\{q\}]| = \omega\}$

ω -רִיצָה מתקבלת על ידי אוטומט Muller: יהי \mathcal{A} אוטומט Muller אזי ω -רִיצָה ρ של $\Delta_{\mathcal{A}}$ המקיימת $\rho_1 \in S_{\mathcal{A}}$ וכן $\text{Inf}(\rho) \in \mathfrak{J}_{\mathcal{A}}$.

מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט Muller: יהי \mathcal{A} אוטומט Muller אזי $w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ עבורו קיימת ω -רִיצָה ρ על w באשר ρ מתקבלת.

שפה של אוטומט Muller: יהי \mathcal{A} אוטומט Muller אזי $w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ מתקבלת על ידי \mathcal{A} $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega \mid w \text{ מתקבלת על ידי } \mathcal{A}\}$.

אוטומטי Muller שקולים: אוטומטי Muller \mathcal{A}, \mathcal{B} המקיימים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{Lan}(\mathcal{B})$.

אוטומט Muller דטרמיניסטי (אמ"ד): אוטומט Muller \mathcal{A} המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטי.

אוטומט Muller לא-דטרמיניסטי (אמל"ד): אוטומט Muller \mathcal{A} באשר \mathcal{A} אינו דטרמיניסטי.

טענה: אמל"ד ואמ"ד הינם מודלים שקולים.

טענה: אמל"ד ואבל"ד הינם מודלים שקולים.