**אלגברה:** תהא $\Omega$ קבוצה אזי $\mathcal{F}\subseteq 2^{\Omega}$ המקיימת

- $\Omega\in\mathcal{F}$.
- $\forall E\in\mathcal{F}.E^{\mathcal{C}}\in\mathcal{F}$.
- לכל $E\subseteq\mathcal{F}$ סופית מתקיים $\bigcup E\in\mathcal{F}$.

**למה:** תהא $\mathcal{F}$ אלגברה אזי $\varnothing\in\mathcal{F}$.

**למה:** תהא $\mathcal{F}$ אלגברה ותהא $E\subseteq\mathcal{F}$ סופית אזי $\bigcap E\in\mathcal{F}$.

**$\sigma$־אלגברה:** תהא $\Omega$ קבוצה אזי $\mathcal{F}\subseteq 2^{\Omega}$ המקיימת

- $\Omega\in\mathcal{F}$.
- $\forall E\in\mathcal{F}.E^{\mathcal{C}}\in\mathcal{F}$.
- לכל $E\subseteq\mathcal{F}$ בת מנייה מתקיים $\bigcup E\in\mathcal{F}$.

**למה:** תהא $\mathcal{F}$ $\sigma$־אלגברה אזי $\varnothing\in\mathcal{F}$.

**למה:** תהא $\mathcal{F}$ $\sigma$־אלגברה ותהא $E\subseteq\mathcal{F}$ בת מנייה אזי $\bigcap E\in\mathcal{F}$.

**משפט:** תהא $\mathcal{F}$ $\sigma$־אלגברה מעל $\Omega$ אזי $\mathcal{F}$ הינה אלגברה מעל $\Omega$.

**פונקציה אדטיבית:** פונקציה $\mu:\mathcal{A}\to\mathbb{R}$ המקיימת לכל $B_1\ldots B_n\in\mathcal{A}$ זרות בזוגות מתקיים $\mu\left(\biguplus_{i=1}^{n}B_i\right)=\sum_{i=1}^{n}\mu\left(B_i\right)$.

**מידה על אלגברה:** תהא $\mathcal{F}$ אלגברה אזי $\mu:\mathcal{F}\to[0,\infty]$ אדטיבית.

**פונקציה $\sigma$־אדטיבית:** פונקציה $\mu:\mathcal{A}\to\mathbb{R}$ המקיימת לכל $\{B_i\}_{i=1}^{\infty}\subseteq\mathcal{A}$ זרות בזוגות מתקיים $\mu\left(\biguplus_{i=1}^{\infty}B_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty}\mu\left(B_i\right)$.

**מידה על $\sigma$־אלגברה:** תהא $\mathcal{F}$ $\sigma$־אלגברה אזי $\mu:\mathcal{F}\to[0,\infty]$ $\sigma$־אדטיבית.

**מרחב מדיד:** תהא $\mathcal{F}$ $\sigma$־אלגברה מעל $\Omega$ אזי $(\Omega,\mathcal{F})$.

**קבוצה מדידה:** תהא $\mathcal{F}$ $\sigma$־אלגברה מעל $\Omega$ אזי $E\in\mathcal{F}$.

**למה:** תהא $\mu$ מידה על $\mathcal{F}$ המקיימת $\exists E\in\mathcal{F}.\mu(E)<0$ אזי $\mu(\varnothing)=0$.

**למה:** תהא $\mu$ מידה מעל $\sigma$־אלגברה $\mathcal{F}$ אזי $\mu$ אדטיבית.

**למה:** תהא $\mu$ מידה ותהיינה $A,B\in\mathcal{F}$ עבורן $A\subseteq B$ אזי $\mu(A)\le\mu(B)$.

**סדרת קבוצות מונוטונית:** תהא $\mathcal{A}$ קבוצה ותהא $A:\mathbb{N}\to\mathcal{A}$ אזי

- מונוטונית עולה חלש: $\forall n\in\mathbb{N}.A_n\subseteq A_{n+1}$.
- מונוטונית יורדת חלש: $\forall n\in\mathbb{N}.A_{n+1}\subseteq A_n$.

**סופרמום:** תהא $\mathcal{A}$ קבוצה ותהא $A:\mathbb{N}\to\mathcal{A}$ אזי $\sup(A)=\bigcup_{i=0}^{\infty}A_i$.

**אינפימום:** תהא $\mathcal{A}$ קבוצה ותהא $A:\mathbb{N}\to\mathcal{A}$ אזי $\inf(A)=\bigcap_{i=0}^{\infty}A_i$.

**גבול עליון:** תהא $\mathcal{A}$ קבוצה ותהא $A:\mathbb{N}\to\mathcal{A}$ אזי $\limsup_{n\to\infty}A_n=\bigcap_{n=0}^{\infty}\bigcup_{i=n}^{\infty}A_i$.

**גבול תחתון:** תהא $\mathcal{A}$ קבוצה ותהא $A:\mathbb{N}\to\mathcal{A}$ אזי $\liminf_{n\to\infty}A_n=\bigcup_{n=0}^{\infty}\bigcap_{i=n}^{\infty}A_i$.

**גבול:** תהא $\mathcal{A}$ קבוצה ותהא $A:\mathbb{N}\to\mathcal{A}$ עבורה $\liminf_{n\to\infty}A_n=\limsup_{n\to\infty}A_n$ אזי $\lim_{n\to\infty}A_n=\liminf_{n\to\infty}A_n$.

**טענה:** תהא $\mu$ מידה מעל $\sigma$־אלגברה $\mathcal{F}$ ותהא $A:\mathbb{N}\to\mathcal{F}$ עבורה $\lim_{n\to\infty}A_n=B$ אזי $\lim_{n\to\infty}\mu(A_n)=\mu(B)$.

**מרחב מידה:** תהא $\mathcal{F}$ אלגברה/$\sigma$־אלגברה מעל $\Omega$ ותהא $\mu$ מידה על $\mathcal{F}$ אזי $(\Omega,\mathcal{F},\mu)$.

**מידת הסתברות:** תהא $\mathcal{F}$ $\sigma$־אלגברה מעל $\Omega$ אזי מידה $\mathbb{P}:\mathcal{F}\to[0,\infty]$ המקיימת $\mathbb{P}(\Omega)=1$.

**מרחב הסתברות:** מרחב מידה $(\Omega,\mathcal{F},\mu)$ עבורו $\mu$ מידת הסתברות.

**מרחב התוצאות:** יהי $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ מרחב הסתברות אזי $\Omega$.

**מאורע:** יהי $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ מרחב הסתברות אזי $E\in\mathcal{F}$.

**מרחב המאורעות:** יהי $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ מרחב הסתברות אזי $\mathcal{F}$.

**אינווריאנטיות להזזות:** מרחב הסתברות $((0,1],\mathcal{F},\mathbb{P})$ עבורו לכל $A\subseteq(0,1]$ ולכל $b\in(0,1]$ באשר $A+b\subseteq(0,1]$ מתקיים $\mathbb{P}(A)=\mathbb{P}(A+b)$.

**טענה:** לכל מרחב הסתברות $\left((0,1],2^{(0,1]},\mathbb{P}\right)$ לא מתקיימת אינווריאנטיות להזזות.

**קבוצה פתוחה:** $A\subseteq\mathbb{R}$ עבורה $\forall x\in A.\exists\varepsilon>0.(x-\varepsilon,x+\varepsilon)\subseteq A$.

**קבוצה סגורה:** $A\subseteq\mathbb{R}$ עבורה $A^{\mathcal{C}}$ פתוחה.

**טענה:** תהיינה $\{\mathcal{F}_i\}_{i\in I}$ $\sigma$־אלגבראות מעל $\Omega$ אזי $\bigcap_{i\in I}\mathcal{F}_i$ הינה $\sigma$־אלגברה מעל $\Omega$.

**$\sigma$־אלגברה בורלית מעל $\mathbb{R}$:** תהיינה $\{\mathcal{F}_i\}_{i\in I}$ כל ה־$\sigma$־אלגבראות מעל $\mathbb{R}$ המכילות את כל הקבוצות הפתוחות אזי $\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}=\bigcap_{i\in I}\mathcal{F}_i$.

**קבוצה בורלית:** $B\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}$.

**טענה:** $\sigma$־אלגברה בורלית הינה $\sigma$־אלגברה מעל $\mathbb{R}$.

**טענה:** תהא $\mathcal{F}$ $\sigma$־אלגברה מעל $\mathbb{R}$ המכילה את כל הקבוצות הפתוחות אזי $\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}\subseteq\mathcal{F}$.

**טענה:** תהא $\Omega$ קבוצה תהא $\mathcal{F}$ $\sigma$־אלגברה מעל $\Omega$ ותהא $A\subseteq\Omega$ אזי $\{E\cap A\mid E\in\mathcal{F}\}$ הינה $\sigma$־אלגברה מעל $A$.

**$\sigma$־אלגברה בורלית מעל $(0,1]$:** $\mathfrak{B}_{(0,1]}=\{B\cap(0,1]\mid B\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}\}$.

**מידת לבג:** תהא $B\in\mathfrak{B}$ אזי $\lambda\left(B\right)=\inf\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\left(b_i-a_i\right)\mid B\subseteq\bigcup_{i=1}^{\infty}\left(a_i,b_i\right)\right\}$.

**טענה:** $\left(\left(0,1\right],\mathfrak{B}_{(0,1]},\lambda\right)$ מרחב הסתברות אינווריאנטי להזזות.

**מרחב אחיד על $A$:** עבור $A\subseteq\mathbb{R}$ אזי $(A,\mathfrak{B}_A,\lambda)$.

**$\sigma$־אלגברה נוצרת:** תהא $\Omega$ קבוצה תהא $\mathcal{T}\subseteq2^{\Omega}$ ותהיינה $\{\mathcal{F}_i\}_{i\in I}$ כל ה־$\sigma$־אלגבראות מעל $\Omega$ המכילות את $\mathcal{T}$ אזי $\sigma\left(\mathcal{T}\right)=\bigcap_{i\in I}\mathcal{F}_i$.

**הצילינדר של ה־$\sigma$־אלגברה הנוצרת:** תהא $\mathcal{T}\subseteq2^{\Omega}$ ו־$\sigma$־אלגברה $\sigma\left(\mathcal{T}\right)$ אזי $\mathcal{T}$.

**טענה:** תהא $\Omega$ קבוצה ותהא $\mathcal{T}\subseteq2^{\Omega}$ נסמן $\mathcal{F}_0=\mathcal{T}\cup\{\varnothing,\Omega\}$, לכל סודר עוקב $\alpha+1$ נסמן $\mathcal{F}_{\alpha+1}=\mathcal{F}_{\alpha}\cup\left\{A^{\mathcal{C}}\mid A\in\mathcal{F}_{\alpha}\right\}\cup\left\{\bigcap_{n=1}^{\infty}A_n\mid A_n\in\mathcal{F}_{\alpha}\right\}$ ולכל סודר גבול $\lambda$ נסמן $\mathcal{F}_{\lambda}=\bigcup_{\alpha<\lambda}\mathcal{F}_{\alpha}$ אזי $\sigma\left(\mathcal{T}\right)=\mathcal{F}_{\omega_1}$ באשר $\omega_1$ הסודר הגבולי הקטן ביותר שאינו בן מניה.

**טענה:** תהא $\Omega$ קבוצה תהא $\mathcal{T}\subseteq2^{\Omega}$ ויהיו $\omega,\kappa\in\Omega$ עבורן $\forall A\in\mathcal{T}.\omega\in A\Longleftrightarrow\kappa\in A$ אזי $\forall A\in\sigma\left(\mathcal{T}\right).\omega\in A\Longleftrightarrow\kappa\in A$.

**משתנה מקרי/פונקציה מדידה:** יהי $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ מרחב הסתברות אזי $X:\Omega\to\mathbb{R}$ עבורה $\forall B\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}.X^{-1}\left[B\right]\in\mathcal{F}$.

**פונקציה מדידה בורל:** $\varphi:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המקיימת $\forall B\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}.\varphi^{-1}\left[B\right]\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}$.

**סימון:** יהי $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ מרחב הסתברות ויהי $X:\Omega\to\mathbb{R}$ מ"מ נגדיר $\mathbb{P}_X:\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}\to\mathbb{R}$ כך $\mathbb{P}_X\left(B\right)=\mathbb{P}\left(X^{-1}\left[B\right]\right)$.

**טענה:** תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ותהיינה $A,B\subseteq\mathbb{R}$ אזי

- $f^{-1}\left[A\cup B\right]=f^{-1}\left[A\right]\cup f^{-1}\left[B\right]$.
- $f^{-1}\left[A\cap B\right]=f^{-1}\left[A\right]\cap f^{-1}\left[B\right]$.
- $f^{-1}\left[A^{\mathcal{C}}\right]=f^{-1}\left[A\right]^{\mathcal{C}}$.

**טענה:** יהי $(\Omega,\mathcal{F})$ מרחב מדיד ותהא $X:\Omega\to\mathbb{R}$ אזי $\left\{E\subseteq\mathbb{R}\mid X^{-1}\left[E\right]\in\mathcal{F}\right\}$ הינה $\sigma$־אלגברה מעל $\mathbb{R}$.

**משפט:** יהי $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ מרחב הסתברות ותהא $X:\Omega\to\mathbb{R}$ אזי ($X$ מ"מ)$\Longleftrightarrow\left(\forall t\in\mathbb{R}.X^{-1}\left[(-\infty,t)\right]\in\mathcal{F}\right)$.

**$\sigma$־אלגברה נוצרת על ידי משתנה מקרי:** יהי $X$ מ"מ על מרחב הסתברות $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ אזי $\sigma\left(X\right)=\sigma\left(\left\{X^{-1}\left[B\right]\mid B\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}\right\}\right)$.

**טענה:** יהיו $X,Y$ מ"מ על מרחב הסתברות $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ אזי

- יהי $c\in\mathbb{R}$ אזי $cX$ מ"מ.
- $X+Y$ מ"מ.
- $XY$ מ"מ.
- יהי $Z$ מ"מ על $(\mathbb{R},\mathfrak{B}_{\mathbb{R}},\mu)$ אזי $f\circ X$ מ"מ.

**טענה:** תהא $f\in C\left(\mathbb{R}\right)$ ותהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}$ פתוחה אזי $f^{-1}\left[\mathcal{U}\right]$ פתוחה.

**מסקנה:** תהא $f\in C\left(\mathbb{R}\right)$ אזי $f$ מ"מ על $(\mathbb{R},\mathfrak{B}_{\mathbb{R}},\mu)$.

**פונקציית התפלגות מצטברת (פה"מ):** יהי $X$ מ"מ על מרחב הסתברות $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ אזי $F:\mathbb{R}\to[0,1]$ המקיימת $F_X\left(t\right)=\mathbb{P}\left(X\le t\right)$.

**טענה:** יהי $X$ מ"מ על מרחב הסתברות $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ אזי

- $\lim_{t\to\infty}F_X\left(t\right)=1$.
- $\lim_{t\to-\infty}F_X\left(t\right)=0$.
- $F_X$ מונוטונית עולה.
- $\lim_{t\to a^+}F_X\left(t\right)=F_X\left(a\right)$.

**משתנים מקריים שווי התפלגות:** $X,Y$ מ"מ עבורם $\mathbb{P}_X=\mathbb{P}_Y$.

**למה:** תהא $\Omega$ קבוצה תהא $\mathcal{F}_0\subseteq2^{\Omega}$ סגורה לחיתוכים סופיים עבורה $\Omega\in\mathcal{F}_0$ ותהא $\mathcal{F}\subseteq2^{\Omega}$ סגורה להפרשים וסגורה לגבולות אינסופיים עבורה $\mathcal{F}_0\subseteq\mathcal{F}$ אזי $\sigma\left(\mathcal{F}_0\right)\subseteq\mathcal{F}$.

**טענה:** יהיו $X,Y$ מ"מ אזי $\left(F_X=F_Y\right)\Longleftrightarrow\left(\mathbb{P}_X=\mathbb{P}_Y\right)$.

**תומך של משתנה מקרי:** יהי $X$ מ"מ אזי $\text{supp}\left(X\right)=\left\{t\in\mathbb{R}\mid\forall\varepsilon>0.\mathbb{P}\left(t-\varepsilon<X<t+\varepsilon\right)>0\right\}$.

**טענה:** יהי $X$ מ"מ אזי $\text{supp}\left(X\right)$ הקבוצה הסגורה המינימלית ב־$\mathbb{R}$ עבורה $\mathbb{P}\left(X\in\text{supp}\left(X\right)\right)=1$.

**אטום של משתנה מקרי:** יהי $X$ מ"מ אזי $t\in\mathbb{R}$ המקיים $\mathbb{P}\left(X=t\right)>0$.

**קבוצת האטומים:** יהי $X$ מ"מ אזי $A_X=\{t\in\mathbb{R}\mid$ אטום של $X$ $t\}$.

**טענה:** יהי $X$ מ"מ אזי $|A_X|\le\aleph_0$.

**משתנה מקרי בדיד**: משתנה מקרי $X$ המקיים $\mathbb{P}\left(X\in A_X\right)=1$.

**פונקציית צפיפות**: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ רציפה למקוטעין המקיימת $f\geq 0$ וכן $\int_{-\infty}^{\infty}f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$.

**משתנה מקרי רציף**: משתנה מקרי $X$ עבורו קיימת $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ פונקציית צפיפות עבורה לכל $a<b$ מתקיים $\mathbb{P}\left(a<X<b\right)=\int_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

**סימון**: יהי $X$ מ"מ רציף אזי $f_X$ פונקציית הצפיפות של $X$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ אזי ($X$ רציף)$\Longleftrightarrow$($\mathbb{P}\left(X\in A_X\right)=0$).

**הערה**: לא כל משתנה מקרה הוא בדיד או רציף, ובמקרה זה $0<\mathbb{P}\left(X\in A_X\right)<1$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ רציף אזי

- יהי $t\in\mathbb{R}$ אזי $\mathbb{P}\left(X=t\right)=0$.
- $F_X\left(t\right)=\int_{-\infty}^{t}f_X\left(x\right)\mathrm{d}x$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ רציף ותהא $a\in\mathbb{R}$ עבורה $f_X\in C\left(a\right)$ אזי $F_X'\left(a\right)=f_X\left(a\right)$.

**האחוזון ה־$p$**: יהי $X$ מ"מ עבורו $F_X$ עולה ממש עד אשר $F_X=1$ ויהי $p\in\left(0,1\right)$ אזי $x_p\in\mathbb{R}$ המקיים $F_X\left(x_p\right)=p$.

**האחוזון ה־$p$**: יהי $X$ מ"מ עבורו $F_X$ עולה ויהי $p\in\left(0,1\right)$ אזי $x_p=\sup\left\{t\mid F_X\left(t\right)\leq p\right\}$.

**טענה**: תהא $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ מונוטונית עולה רציפה מימין עבורה $\lim_{x\to-\infty}F\left(x\right)=0$ וכן $\lim_{x\to\infty}F\left(x\right)=1$ אזי קיים מ"מ $X$ על מרחב הסתברות $\left(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P}\right)$ עבורו $F_X=F$.

**סימון**: תהא $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ מונוטונית עולה רציפה מימין עבורה $\lim_{x\to-\infty}F\left(x\right)=0$ וכן $\lim_{x\to\infty}F\left(x\right)=1$ אזי $X^{\star}\left(s\right)=\sup\left\{t\mid F\left(t\right)\leq s\right\}$.

**טענה**: תהא $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ מונוטונית עולה רציפה מימין עבורה $\lim\limits_{x\to-\infty}F\left(x\right)=0$ וכן $\lim\limits_{x\to\infty}F\left(x\right)=1$ אזי $X^{\star}$ מ"מ על $\left(\left(0,1\right),\mathfrak{B}_{\left(0,1\right)},\lambda\right)$.

**משפט**: תהא $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ מונוטונית עולה רציפה מימין עבורה $\lim_{x\to-\infty}F\left(x\right)=0$ וכן $\lim_{x\to\infty}F\left(x\right)=1$ אזי $F_{X^{\star}}=F$.

**התפלגות ברנולי**: יהי $p\in\left[0,1\right]$ אזי

- המשתנה המקרי: $X$ אינדיקטור להצלחה בניסוי בעל סיכוי הצלחה $p$ וסיכוי כישלון $1-p$.
- פונקציית הסתברות: $\mathbb{P}\left(X=1\right)=p$, $\mathbb{P}\left(X=0\right)=1-p$.
- סימון: $X\sim\text{Ber}\left(p\right)$.

**התפלגות בינומית**: יהי $p\in\left[0,1\right]$ ויהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי

- המשתנה המקרי: $X$ מספר הניסויים שצלחו בביצוע $n$ ניסויי ברנולי בלתי תלויים בסיכוי הצלחה $p$ לניסוי.
- פונקציית הסתברות: יהי $k\in\left\{0,\ldots,n\right\}$ אזי $\mathbb{P}\left(X=k\right)=\binom{n}{k}p^k\left(1-p\right)^{n-k}$.
- סימון: $X\sim\text{Bin}\left(n,p\right)$.

**התפלגות גאומטרית**: יהי $p\in\left[0,1\right]$ אזי

- המשתנה המקרי: $X$ מספר ניסויי ברנולי בלתי תלויים בסיכוי הצלחה $p$ שנדרשו עד הצלחה הראשונה כולל.
- פונקציית הסתברות: יהי $k\in\mathbb{N}_+$ אזי $\mathbb{P}\left(X=k\right)=\left(1-p\right)^{k-1}p$.
- סימון: $X\sim\text{Geo}\left(p\right)$.

**התפלגות פואסונית**: יהי $\lambda>0$ אזי

- המשתנה המקרי: $X$ מספר האירועים שקרו בפרק זמן נתון בעל קצב אירועים בפרק זמן זה $\lambda$.
- פונקציית הסתברות: יהי $k\in\mathbb{N}$ אזי $\mathbb{P}\left(X=k\right)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$.
- סימון: $X\sim\text{Poi}\left(\lambda\right)$.

**טענה**: יהי $\lambda>0$ ויהי $X_n\sim\text{Bin}\left(n,\frac{\lambda}{n}\right)$ מ"מ יהי $X\sim\text{Poi}\left(\lambda\right)$ מ"מ ויהי $k\in\mathbb{N}$ אזי $\mathbb{P}\left(X_n=k\right)\xrightarrow[n\to\infty]{}\mathbb{P}\left(X=k\right)$.

**תהליך פואסון**: משתנים מקריים $\left\{N_t\right\}_{t\in\mathbb{R}_+}$ כך שלכל $t\in\mathbb{R}_+$ המ"מ $N_t$ סופר את מספר האירועים בלתי תלויים שקרו עד זמן $t$, בפרט $N_0=0$ וכן $N_{t+s}-N_s\sim\text{Poi}\left(\lambda t\right)$ באשר $\lambda$ ממוצע האירועים ליחידת זמן.

**התפלגות אחידה**: יהיו $a<b$ אזי

- המשתנה המקרי: $X$ בחירה אקראית של נקודה בקטע $\left(a,b\right)$.
- פונקציית התפלגות מצטברת: $F_X\left(t\right)=\begin{cases}0 & t\leq a\\ \frac{t-a}{b-a} & t\in\left(a,b\right)\\ 1 & t\geq b\end{cases}$.
- פונקציית צפיפות: $f_X\left(t\right)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & t\in\left(a,b\right)\\ 0 & \text{else}\end{cases}$.
- סימון: $X\sim\text{Uni}\left(a,b\right)$.

**התפלגות מעריכית**: יהי $\lambda>0$ אזי

- המשתנה המקרי: $X$ משך חיים של תהליך הנמשך $\lambda$ יחידות זמן בממוצע.
- פונקציית התפלגות מצטברת: $F_X(t)=\begin{cases}1-e^{-\lambda t} & t\geq0\\ 0 & t<0\end{cases}$.
- פונקציית צפיפות: $f_X(t)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda t} & t\geq0\\ 0 & t<0\end{cases}$.
- סימון: $X\sim\text{Exp}(\lambda)$.

**טענה**: יהי $\lambda>0$ ויהיו $X\sim\text{Exp}(\lambda)$ ויהיו $a,b>0$ אזי $\mathbb{P}(X>a+b\mid X>a)=\mathbb{P}(X>b)$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ המקיים $\forall a,b>0.\mathbb{P}(X>a+b\mid X>a)=\mathbb{P}(X>b)$ אזי קיים $\lambda>0$ עבורו $X\sim\text{Exp}(\lambda)$.

**טענה**: הזמן הבינמופעי של תהליך פואסון עם קצב $\lambda$ מופעים ליחידת זמן מתפלג $\text{Exp}(\lambda)$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ רציף ותהא $\varphi:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ על, עולה ממש וגזירה אזי $f_{\varphi\circ X}(t)=\frac{f_X\left(\varphi^{-1}(t)\right)}{\varphi'\left(\varphi^{-1}(t)\right)}$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ רציף ותהא $\varphi:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ על, יורדת ממש וגזירה אזי $f_{\varphi\circ X}(t)=-\frac{f_X\left(\varphi^{-1}(t)\right)}{\varphi'\left(\varphi^{-1}(t)\right)}$.

**הגדרה**: יהי $X$ מ"מ אזי $X^+=\max\{X,0\}$, $X^-=\min\{X,0\}$.

**תוחלת**: יהי $X$ מ"מ בדיד אזי $\mathbb{E}[X]=\sum_{c\in A_X}c\cdot\mathbb{P}(X=c)$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ בדיד אזי $\mathbb{E}[X]=\mathbb{E}[X^+]+\mathbb{E}[X^-]$.

**משתנה מקרי אינטגרבילי**: מ"מ בדיד $X$ עבורו $\mathbb{E}[X]$ סופי.

**משתנה מקרי סימטרי**: יהי $a\in\mathbb{R}$ אזי מ"מ $X$ עבורו $\forall b\in\mathbb{R}.\mathbb{P}(X\geq a+k)=\mathbb{P}(X\leq a-k)$.

**טענה**: יהי $a\in\mathbb{R}$ ויהי $X$ מ"מ בדיד אינטגרבילי סימטרי סביב $a$ אזי $\mathbb{E}[X]=a$.

**טענה לינאריות התוחלת**: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ ויהי $X$ מ"מ בדיד אינטגרבילי אזי $\mathbb{E}[aX+b]=a\mathbb{E}[X]+b$.

**משתנה מקרי שולט**: יהיו $X,Y$ מ"מ אזי $X$ שולט על $Y$ אם $Y\leq X$.

**טענה מונוטוניות התוחלת**: יהיו $X\geq Y$ מ"מ בדידים אזי $\mathbb{E}[X]\geq\mathbb{E}[Y]$.

**תוחלת**: יהי $X$ מ"מ אזי

- $\mathbb{E}[X^+]=\sup\{\mathbb{E}[Y]\mid(0\leq Y\leq X^+)\wedge(Y\text{ מ"מ בדיד})\}$.
- $\mathbb{E}[X^-]=-\sup\{\mathbb{E}[Y]\mid(0\leq Y\leq -X^-)\wedge(Y\text{ מ"מ בדיד})\}$.
- $\mathbb{E}[X]=\mathbb{E}[X^+]+\mathbb{E}[X^-]$.

**משתנה מקרי אינטגרבילי**: מ"מ $X$ עבורו $\mathbb{E}[X]$ סופי.

**טענה לינאריות התוחלת**: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ ויהי $X$ מ"מ אינטגרבילי אזי $\mathbb{E}[aX+b]=a\mathbb{E}[X]+b$.

**טענה מונוטוניות התוחלת**: יהיו $X\geq Y$ מ"מ אזי $\mathbb{E}[X]\geq\mathbb{E}[Y]$.

**טענה נוסחת הזנב**: יהי $X$ מ"מ אזי $\mathbb{E}[X]=\int_0^\infty(1-F_X(t))\,\mathrm{d}t+\int_{-\infty}^0(0-F_X(t))\,\mathrm{d}t$.

**מסקנה**: יהי $X$ מ"מ רציף אזי $\mathbb{E}[X]=\int_{-\infty}^\infty tf_X(t)\,\mathrm{d}t$.

**משתנה מקרי שולט סטוכסטית**: יהיו $X,Y$ מ"מ אזי $X$ שולט סטוכסטית על $Y$ אם $F_Y\geq F_X$.

**טענה**: יהיו $X,Y$ מ"מ עבורם $\mathbb{P}(Y\leq X)=1$ אזי $X$ שולט סטוכסטית על $Y$.

**טענה**: יהיו $X,Y$ מ"מ

- אם $X$ שולט סטוכסטית על $Y$ אזי $\mathbb{E}[Y]\leq\mathbb{E}[X]$.
- אם $\mathbb{P}(Y\leq X)=1$ אזי $\mathbb{E}[Y]\leq\mathbb{E}[X]$.
- חיבוריות: $\mathbb{E}[X+Y]=\mathbb{E}[X]+\mathbb{E}[Y]$.

**טענה אי־שיוויון מרקוב**: יהי $X\geq0$ מ"מ אינטגרבילי ויהי $b>0$ אזי $\mathbb{P}(X\geq b)\leq\frac{\mathbb{E}[X]}{b}$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ אינטגרבילי בדיד ותהא $\varphi$ מדידה בורל אזי $\mathbb{E}[\varphi\circ X]=\sum_{c\in A_X}\varphi(c)\cdot\mathbb{P}(X=c)$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ רציף ותהא $\varphi$ רציפה למקוטעין אזי $\mathbb{E}[\varphi\circ X]=\int_{-\infty}^\infty\varphi(t)f_X(t)\,\mathrm{d}t$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ חסום אזי $\mathbb{E}[X]=\int_0^1X^\star(t)\,\mathrm{d}t$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ חסום מלרע אזי $\mathbb{E}[X]=\lim_{\varepsilon\to0}\int_0^{1-\varepsilon}X^\star(t)\,\mathrm{d}t$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ חסום מלעיל אזי $\mathbb{E}[X]=\lim_{\varepsilon\to0}\int_{0+\varepsilon}^1X^\star(t)\,\mathrm{d}t$.

**שונות**: יהי $X$ מ"מ אינטגרבילי אזי $\text{Var}(X)=\mathbb{E}\left[(X-\mathbb{E}[X])^2\right]$.

**סטיית תקן**: יהי $X$ מ"מ אינטגרבילי אזי $\sigma(X)=\sqrt{\text{Var}(X)}$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ אינטגרבילי אזי $\text{Var}(X)=\mathbb{E}\left[X^2\right]-\mathbb{E}^2[X]$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ אינטגרבילי ויהיו $a,b\in\mathbb{R}$ אזי $\text{Var}(aX+b)=a^2\text{Var}(X)$.

**טענה אי־שיוויון צ'בישב**: יהי $X$ מ"מ אינטגרבילי ובעל שונות ויהי $a>0$ אזי $\mathbb{P}(|X-\mathbb{E}[X]|\geq a)\leq\frac{\text{Var}(X)}{a^2}$.

**פונקציה יוצרת מומנטים**: יהי $X$ מ"מ אזי $M_X:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המוגדרת $M_X\left(t\right)=\mathbb{E}\left[e^{tX}\right]$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ ויהי $I$ קטע עבורו $0\in I$ וכן $M_X\in C^n\left(I\right)$ אזי $M_X^{(n)}\left(0\right)=\mathbb{E}\left[X^n\right]$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ ויהי $I$ קטע עבורו $0\in I$ וכן $M_X\left(t\right)$ קיים וסופי על $I$ אזי $\mathbb{E}\left[\left|X\right|^n\right]$ מתכנס לכל $n\in\mathbb{N}$.

**טענה**: יהי $X$ מ"מ ויהי $\varepsilon>0$ עבורו $M_X\left(t\right)$ קיים וסופי על $\left(-\varepsilon,\varepsilon\right)$ אזי $M_X\left(t\right)=\sum_{n=0}^{n}\frac{t^n\mathbb{E}\left[X^n\right]}{n!}$.