```
\overline{a+ib}=a-ib אזי a,b\in\mathbb{R} הצמוד: יהיו
                                                                                       |a+ib|=\sqrt{a^2+b^2} אזי a,b\in\mathbb{R} הערך המוחלט: יהיו
                                                                                                       \operatorname{Re}\left(z
ight)=0 עבורו z\in\mathbb{C} מספר מדומה טהור:
                                                                                                         \operatorname{Im}\left(z
ight)=0 מספר ממשי טהור: z\in\mathbb{C}
                                                                                                                                                למה: יהיz\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                                       \overline{(\overline{z})} = z \bullet
                                                                                                                                                      |\overline{z}| = |z| \bullet
                                                                                                                                                     .z\overline{z} = |z|^2 \bullet
                                                                                                              z^{-1}=rac{\overline{z}}{|z|^2} אזי z\in\mathbb{C}ackslash\{0\} מסקנה: יהי
                                                                                                 \mathbb{C} מסקנה: \mathbb{C} עם הפעולות שהוגדרו מלעיל הינו שדה.
                                                                                                                                        טענה: יהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                             .Re (z) = \frac{z+\overline{z}}{2} • .Im (z) = \frac{z-\overline{z}}{2i} •
                                                                                                                                           \overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w} \bullet
                                                                                                                                               .\overline{z\cdot w} = \overline{z}\cdot \overline{w} \bullet
                                                                                                                     \overline{\left(\frac{z}{w}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{w}} אזי w \neq 0 נניח כי
                                                                                                                    |z\cdot w|=|z|\cdot |w| • נניח כי |z| = w אזי |z| = w
                                                                                                                                   |z| \le \operatorname{Re}(z) \le |z| \bullet
                                                                                                                                   |z| \le \operatorname{Im}(z) \le |z| \bullet
                                                                      |z+w| \leq |z| + |w| אזי z,w \in \mathbb{C} טענה אי שיוויון המשולש: יהיו
|\sum_{i=1}^n z_i w_i| \leq \left(\sum_{i=1}^n |z_i|^2\right) \left(\sum_{i=1}^n |w_i|^2\right) אזי |z_1 \dots z_n, w_1 \dots w_n \in \mathbb{C} טענה אי שיוויון קושי שוורץ: יהיו
                                                                                                              מסקנה: יהיו a,b\in\mathbb{R} ויהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                    |z| - |w| < |z - w| \bullet
                                                                                                                                     |a + ib| < |a| + |b|
                                                                 e^{i	heta}=\cos{(	heta)}+i\sin{(	heta)} אזי 	heta\in\mathbb{R} הצגה פולרית/הצגה קוטבית: יהי
                                                                                \mathrm{arg}\,(z)=\left\{	heta\in\mathbb{R}\mid z=|z|\,e^{i	heta}
ight\} אזי z\in\mathbb{C} הארגומנט: יהי
                                                           z=|z|\cdot e^{i	heta} עבורו 	heta\in(-\pi,\pi] אזי קיים ויחיד z\in\mathbb{C}\setminus\{0\} מסקנה: יהי
                                                .{
m Arg}\,(z)=	heta אזי 	heta\in{
m arg}\,(z)\cap(-\pi,\pi] ויהי z\in\mathbb{C}ackslash\,\{0\} אזי הארגומנט העיקרי: יהי
```

. מעל  $\mathbb{R}^2$  עם הפעולות הסטנדרטיות מרוכבים: מרחב וקטורי

.i=(0,1) הגדרה וכן וכן  $1\mapsto (1,0)$  בהתאמה ב־D הערה: נשתמש ב־משקנה: אזי קיימים ויחידים  $a,b\in\mathbb{R}$  עבורם  $z\in\mathbb{C}$  אזי אזי קיימים ויחידים  $a,b\in\mathbb{R}$  עבורם מסקנה:  $\exists a,b\in\mathbb{R}.A=\left(egin{array}{c} a-b\\ b&a \end{array}\right)$  המקיימת  $0
eq A\in M_2\left(\mathbb{R}
ight)$ 

. היא איזומורפיזם  $T\left(a+ib\right)=\left(egin{array}{c} a-b \\ b \end{array}\right)$  המוגדרת  $T\in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{C},O\left(2\right)\right)$  היא איזומורפיזם

A=B+C אזי קיימות ויחידות  $B\in O\left(2
ight)\cup\{0\}$  וכן  $B\in O\left(2
ight)\cup\{0\}$  אזי קיימות ויחידות  $A\in M_2\left(\mathbb{R}
ight)$ 

טענה: תהא (A) אזי (A קונפורמית) אזי (A אזי ( $A \in M_2$  ( $\mathbb R$ ) טענה: תהא  $A \in M_2$  ( $\mathbb R$ ) אזי  $A \in \mathbb R$ .  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$  המקיימת  $A \in \mathbb R$  המידונפורמית: ( $A \in \mathbb R$  אזי ( $A \in \mathbb R$  המקיימת)

.(אווית). אוית) אזי ( $A \in M_2(\mathbb{R})$  הפיכה והופכת אווית). ענה: תהא  $A \in M_2(\mathbb{R})$ 

a,(a+ib) (c+id)=(ac-bd)+i (ad+bc) אזי  $a,b,c,d\in\mathbb{R}$  יהיו

 $\mathbb C$  סימון: נסמן את המרוכבים בעזרת

 $.i^2 = -1$  :טענה

 $O\left(n
ight)=\left\{ A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)\mid$  קונפורמית A
brace

 $\overline{O(n)} = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid D$ אנטי־קונפורמית אנטי־קונפורמית אנטי

 $\operatorname{Re}\left(a+ib
ight)=a$  אזי $a,b\in\mathbb{R}$  החלק הממשי: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$  אזי $a,b\in\mathbb{R}$  החלק המדומה: יהיו

```
(r\cdot e^{i	heta})^n=r^n\cdot e^{in	heta} אזי n\in\mathbb{Z} ויהי r\geq 0 יהי 	heta\in\mathbb{R} יהי
                                        \left(\cos\left(	heta
ight)+i\sin\left(n	heta
ight)
ight)^{n}=\cos\left(n	heta
ight)+i\sin\left(n	heta
ight) אזי n\in\mathbb{Z} ויהי 	heta\in\mathbb{Z} ויהי 	heta\in\mathbb{Z}
                                             0.\sqrt[n]{re^{i	heta}}=\left\{\sqrt[n]{r}e^{i\left(rac{	heta+2\pi k}{n}
ight)}
ight|k\in\{0,\dots,n-1\}
ight\} אוי n\in\mathbb{N}_+ יהי \theta\in\mathbb{R} יהי \theta\in\mathbb{R} יהי
                                                                        0.\sqrt[n]{1}=\left\{e^{rac{2i\pi k}{n}}\mid k\in\{0,\ldots,n-1\}
ight\} מסקנה שורשי יחידה: יהיn\in\mathbb{N}_+ אזי
                                                                     .p\left(x
ight)=0 אזי קיים x\in\mathbb{C} אזי קיים אוגברה: יהי האלגברה: אוגברה אזי קיים אואי קיים
                                                            a_0(x)=a_0\prod_{i=1}^n(x-a_i) עבורם a_0\ldots a_n\in\mathbb{C} אזי קיימים p\in\mathbb{C}_{\geq 1}[x] איזי קיימים
                                                                                                                      N=(0,0,1) את \mathbb{R}^3הקוטב הצפוני: נסמן ב
                                                                                                       \mathbb{S}^n=\left\{x\in\mathbb{R}^{n+1}\mid \|x\|=1
ight\} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי מפירה: יהי
                                                                                          z>0 המקיימות (x,y,z) המקיימות כל הנקודות כל המיספרה העליונה:
                                                                                        z<0 המקיימות (x,y,z) המקיימות כל הנקודות כל התחתונה: כל הנקודות
                                     f\left(x+iy
ight)=\left(rac{2x}{x^2+y^2+1},rac{2y}{x^2+y^2+1},1-rac{2}{x^2+y^2+1}
ight) כך f:\mathbb{C}	o\mathbb{S}^2ackslash\{N\} הטלה סטריאוגרפית: נגדיר
f(p) = \mathrm{line}_{p,N} \cap \mathbb{S}^1 נגדיר את \mathbb{C} להיות שני הצירים הראשונים, אז ההטלה הסטריאוגרפית היא מבחינה מעשית \mathbb{C}
                                                                                                                                                                 .טענה: f רציפה
                                                                                                                                                          טענה: יהיz\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                      (z \in \mathbb{S}^1) \iff (f(z) = z) \bullet
                                                                                                            (\mathbb{S}^1בהמיספרה העליונה) בהמיספרה (z) בהמיספרה ב
                                                                                                             .(\mathbb{S}^1 בהמיספרה התחתונה) בהמיספרה f(z)
                                                                   f^{-1}\left(x,y,z
ight)=rac{x}{1-z}+irac{y}{1-z} כך f^{-1}:\mathbb{S}^2ackslash\{N\}	o\mathbb{C} טענה: f הפיכה ומתקיים
                                                                                                                                                       \widehat{\mathbb{C}} = \mathbb{C} \cup \{\infty\} סימון:
                                                                                f\left(\infty\right)=N וכן f:\widehat{\mathbb{C}}	o\mathbb{S}^2 הספירה של רימן: f ניתנת להרחבה רציפה
                                                                                     . (טענה: תהא f^{-1}[A] מעגל A) אזי אזי A\subseteq \mathbb{S}^2\setminus\{N\} מעגל או ישר).
                                        (N \in P) \iff ישר) ישר f^{-1}[C] אזי C = P \cap \mathbb{S}^2 מישור עבורו P מעגל ויהי מישור עבורו יהי
                                      \lim_{n	o\infty}a_n=z אזי orallarepsilon\in\mathbb{N}. orall n\geq N. |a_n-z|<arepsilon עבורם z\in\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}
                                                                                    (a_n 	o z) \Longleftrightarrow (|a_n - z| 	o 0) אזי z \in \mathbb{C} ויהי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} טענה: תהא
                                           \lim_{n \to \infty} a_n = \infty אזי אM \in \mathbb{R}. \exists N \in \mathbb{N}. \forall n > N. M < |a_n| עבורה a \in \mathbb{C}^\mathbb{N} אזי אינטופי: תהא
                                                                                                       (a_n 	o \infty) \Longleftrightarrow (|a_n| 	o \infty) אזי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} מענה: תהא
                                                                               טענה: תהיינה a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} ויהיו a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי מענה: תהיינה
                                                                                                                                                   .a_n + b_n \rightarrow z + w \bullet
                                                                                                                                                      .a_n \cdot b_n \to z \cdot w \bullet
                                                                                                             .rac{a_n}{b_n}	orac{z}{w} אאי w
eq 0 נניח כי ullet פענה: a_n	o z ויהי z\in\widehat{\mathbb C} אאי a_n	o z אויהי
                                                                                                                                                                  .\overline{a_n} \to \overline{z} \bullet
                                                                                                                                                              |a_n| \to |z| \bullet
                                                                                                                                                    \operatorname{Re}(a_n) \to \operatorname{Re}(z) •
```

. אזי הארגומנט העיקרי קיים ויחיד $z\in\mathbb{C}\setminus\{0\}$  יהי

.  $\arg{(zw)}=\arg{(z)}+\arg{(w)}$  אזי  $w,z\in\mathbb{C}$  מסקנה: יהיו  $w,z\in\mathbb{C}$  אזי  $w,z\in\mathbb{C}$  טענה: יהי  $\theta\in\mathbb{R}$  ויהי  $\theta\in\mathbb{R}$  אזי יהי

.  ${
m arg}\,(z)=\{{
m Arg}\,(z)+2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$  הערה: טענה: יהיו  $\theta,\phi\in\mathbb{R}$  אזי טענה: יהיו

 $(r \cdot e^{i\theta}) \cdot (s \cdot e^{i\phi}) = rs \cdot e^{i(\theta + \phi)} \bullet$ 

 $\overline{r \cdot e^{i\theta}} = r \cdot e^{-i\theta} \bullet$ 

 $\operatorname{Im}(a_n) \to \operatorname{Im}(z) \bullet$ 

.(מתכנסות) Re (a), Im (a)) $\Longrightarrow$  מתכנסות a) אזי  $a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$  מתכנסות).

 $a_n o 0$  אזי  $|a_n| o 0$  אזי  $a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$  אזי מענה: תהא

 $(\forall \varepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}. \forall n,m\geq N. \, |a_n-a_m|<arepsilon)\Longleftrightarrow$ מסקנה: תהא  $a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$  אזי ( $a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$ 

```
\lim_{z\to a} \operatorname{Re}(f(z)) = \operatorname{Re}(A) \bullet
                                                                                                                                                            \lim_{z\to a} \operatorname{Im}(f(z)) = \operatorname{Im}(A) \bullet
                                                                                                                                          אזי a\in\mathbb{C} ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C}
        \lim_{z \to a} f\left(z
ight) = \infty אזי אזי אוניסוף בנקודה: אם \forall M > 0. \exists \delta > 0. \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{a\} . |z - a| < \delta \Longrightarrow M < |f\left(z
ight)| אזי •
                      \lim_{z \to \infty} f\left(z
ight) = a אזי \forall arepsilon > 0. \exists R > 0. \forall z \in \mathbb{C}. R < |z| \Longrightarrow |f\left(z
ight) - a| < arepsilon אזי egin{array}{c} \bullet
                     \lim_{z \to \infty} f\left(z
ight) = \infty אזי \forall M > 0. \exists R > 0. \forall z \in \mathbb{C}. R < |z| \Longrightarrow M < |f\left(z
ight)| שאיפה לאינסוף באינסוף: אם •
                                                  \lim_{z	o a}f\left(z
ight)=f\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_2 אזי a\in\mathcal{U} פתוחה יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1 המקיימת \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1
                                                                                                           מסקנה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.
                                                             f'\left(a
ight)=\lim_{z	o a}rac{f\left(z
ight)-f\left(a
ight)}{z-a} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_{2} ותהא a\in\mathcal{U} פתוחה יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_{1} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_{2}
                                                                                            \mathcal{U} כל גזירה איז f:\mathcal{U} 	o \mathbb{C} פתוחה איז פונקציה הולומורפית: תהא
                                                                                                             מסקנה: כל מניפולציות הנגזרת של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.
                                                                                                           v,u:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} עבור u+iv=f נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} הערה: תהא
                                                                                                                           .(גזירות) אזי (t,u) אזי אזי (t,u) אזי אזי (t,u) אזי אזי אזירות).
                                                                          \mathcal{L}(\exists c\in\mathbb{C}.f=c)\Longleftrightarrow(f'=0) אזי גזירה f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי למה: יהי
                         .f'\left(a
ight)=rac{\partial u}{\partial x}\left(a
ight)+irac{\partial v}{\partial x}\left(a
ight)=rac{\partial v}{\partial y}\left(a
ight)-irac{\partial u}{\partial y}\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} אזירה ויהי
                                      du=rac{\partial u}{\partial x}=rac{\partial v}{\partial u} איירה אזי du=(du)=(du) תחום ותהא du=(du)=(du) מסקנה משוואות קושי־רימן: יהיdu=(du)=(du)
                                                                                                          הגדרה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 דיפרנציאבילית אזי
                                                                                                                                                                       .\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                                                                                                                       .\frac{\partial f}{\partial \overline{z}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                     \left(rac{\partial f}{\partial \overline{z}}=0
ight) \Longleftrightarrowתחום (הא אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                   \exists c \in \mathbb{R}. f = c) \Longleftrightarrowטענה: תהא f: \mathbb{C} 	o \mathbb{R} אזי (f: \mathbb{C} \to \mathbb{R} טענה: תהא
\Delta g=rac{\partial^2 g}{\partial x^2}+rac{\partial^2 g}{\partial u^2} אזי פעמיים אזי g:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} לפלסיאן: תהא
                                                                                                            \Delta a=0 בונקציה הרמונית: g:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} גזירה פעמיים המקיימת
                                                                                                                                          . אזי u,v אזי f\in C^2\left(\mathbb{C},\mathbb{C}\right) הרמוניות ענה: תהא
                                                                    . הולומורפית: u+iv בורה v:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} אזי u:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} הולומורפית: תהא
                                                     u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} אזי צמודה הרמונית ליu:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} ותהא u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} ותהא
                                                                                                      .ig(\sum_{i=0}^n a_i z^iig)' = \sum_{i=1}^n a_i i z^{i-1} אזי איזי \sum_{i=0}^n a_i z^i \in \mathbb{C}[z] טענה: יהי
                                                                                                                                     orall z\in\mathbb{C}.f\left(\overline{z}
ight)=\overline{f\left(z
ight)} איזי f\in\mathbb{R}\left[z
ight] טענה: יהי
                                                            . מתכנסות טור: תהא a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} עבורה \sum_{i=0}^n a_n מתכנסת. f_n(a) אזי f\in\left(\mathbb{C}^\mathcal{U}\right)^\mathbb{N} אזי a\in\mathbb{C} אווי שבורה a\in\mathbb{C} מתכנסת. מתכנסות נקודתית: תהא a\in\mathbb{C} פתוחה ויהי
```

 $a_nb_n o 0$  אזי אזי  $b_n o 0$  מסקנה: תהיינה  $a,b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$  אזי

 $\lim_{z\to a} (f+g)(z) = A+B \bullet$ 

 $\lim_{z \to a} \overline{f(z)} = \overline{A} \bullet$   $\lim_{z \to a} |f(z)| = |A| \bullet$ 

עבורה  $f:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  ותהא  $A\in\mathbb{F}_2$  תהא תהא  $a\in\mathbb{F}_1$  עבורה עבול: עבורה פתוחה עבול

 $\lim_{z o a}\left(fg
ight)(z)=AB$  •  $\lim_{z o a}\left(rac{f}{g}
ight)(z)=rac{A}{B}$  אזי B
eq 0 פניח  $\lim_{z o a}f\left(z
ight)=A$  באשר  $\lim_{z o a}f\left(z
ight)=B$  אזי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}$  באשר  $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{F}$  באשר

 $\lim_{z\to a} f(z) = A$  אזי  $\forall \varepsilon > 0. \exists \delta > 0. \forall z \in \mathcal{U} \setminus \{a\}. |z-a| < \delta \Longrightarrow |f(z)-A| < \varepsilon$ 

. פתוחה הכיוונה היא ביחס שדה מבין  $\mathbb{F}$  וכאשר נאמר כי  $\mathcal{U}$  פתוחה הכימון  $\mathbb{F}$  יתאר שדה מבין  $\mathbb{F}$  וכאשר נאמר כי

 $(\lim_{z\to a}f\left(z
ight)=A)\Longleftrightarrow\left(orall b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}.\left(b_n o a
ight)\Longrightarrow\left(f\left(b_n
ight) o A
ight)
ight)$  פתוחה אזי  $\lim_{z o a}g\left(z
ight)=B$  פתוחה ותהיינה  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  באשר  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  פתוחה ותהיינה מטענה:

```
עבורה g:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי f\in \left(\mathbb{C}^\mathcal{U}
ight)^\mathbb{N} עבורה עהא מתכנסות במידה שווה (במ"ש): תהא
                                                                                                             \forall \varepsilon > 0. \exists N \in \mathbb{N}. \forall x \in \mathcal{U}. \forall n > N. |f_n(x) - q(x)| < \varepsilon
 (orall arepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}. orall n, m\geq N. orall z\in\mathcal{U} \left|f_n\left(z
ight)-f_m\left(z
ight)
ight|<arepsilon )אזי איזי f\in\left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}
ight)^\mathbb{N} איזי איזי מתכנסת במ"ש) פתוחה ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה ותהא
                                   טענה מבחן M\in\mathbb{R}^\mathbb{N} עבורה M\in\mathbb{R}^\mathbb{N} וכן ההא טענה מבחן M\in\mathbb{R}^\mathbb{N} של ווירשטראס להתכנסות: תהא
                                                                                      . אזי ובמ"ש. בהחלט בהחלט אזי א\forall x \in \mathbb{R}. \forall n \in \mathbb{N}. \left|u_n\left(x\right)\right| \leq M_n
                                        g\in C\left(\mathcal{U}
ight) אזי f_n\stackrel{u}{	o}g וכן orall n\in\mathbb{N}.f_n\in C\left(\mathcal{U}
ight) עבורה f\in\left(\mathbb{C}^\mathcal{U}
ight)^\mathbb{N} אזי g:\mathbb{C}	o\mathbb{C} טענה: תהא
                                                                                              \sum_{i=0}^{\infty}a_{i}\left(z-b
ight)^{i} אזי b\in\mathbb{C} סדרה ויהי a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אחלי תהא
                                                                                           R\in [0,\infty] טור חזקות אזי קיים \sum_{i=0}^\infty a_i z^i טור חזקות אבל: יהי
                                                                                                                                         |z| < R הטור מתכנס בהחלט על •
                                                                                                            |z| < 
ho אזי אוי מתכנס במ"ש על 0 \leq 
ho < R יהי
                                                                                                                                   . לא מתכנס אזי \sum a_n z^n אזי |z|>R יהי
       .ig(\sum_{i=1}^\infty a_i z^iig)' = \sum_{i=1}^\infty i a_i z^{i-1} טענה: יהי יהי \sum_{i=0}^\infty a_i z^i טור חזקות אזי הפונקציה הולומורפית על אובריט ובפרט \sum_{i=0}^\infty a_i z^i
                                         R=rac{1}{\limsup_{n	o\infty} \sqrt[n]{|a_n|}} משפט קושי־הדמר: יהי \sum_{i=0}^\infty a_i z^i טור חזקות ויהי R רדיוס ההתכנסות אזי משפט \sum_{i=0}^\infty a_i z^i אזי g,h:\mathbb{C}	o\mathbb{C} טענה: יהיו g,h:\mathbb{C}	o\mathbb{C} פתרונות של המד"ר
                                                 (f'(z)=f(z))\wedge (f(0)=1) בונקציה מעריכית: נגדיר \exp:\mathbb{C}	o\mathbb{C} להיות פתרון של המד"ר
                                                                                                                                                            \exp(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{z^i}{i!} :טענה
                                                                                                                                                           \mathbb{C} מסקנה: exp מסקנה:
                                                                                                                                              \cdot.\mathbb{C} טענה: e^{z}' =e^{z} ,e^{0}=1 על כל
                                                                                                                                                                    \exp(z) = e^z מסקנה:
                                                                                                                                     .e^{a+b}=e^a\cdot e^b אזי a,b\in\mathbb{C} מסקנה: יהיו
                                                                                                                                                       .e^z 
eq 0 אזי z \in \mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                     e^{\overline{z}}=\overline{e^z} אזי z\in\mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                                 \cos(z)=rac{e^{iz}+e^{-iz}}{2} אזי z\in\mathbb{C} ההי \sin(z)=rac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i} אזי איזי z\in\mathbb{C} סינוס: יהי
                                                             . מסקנה: z^2 הינה 2\pi i המחזורית, z^2 הון הכס, z^2 הון הינה בינה הינה e^z הינה מסקנה: z^2 הינה מחזורית, z^2 הינה בינה הינה בינה מחזורית, z^2 הוו הינה בינה בינה בינה בינה הינה בינה מחזורית, z^2 החזוריות.
                                                                                             \cos(z)' = -\sin(z) , \sin(z)' = \cos(z) מסקנה: על כל
                                                                                                                      \log(w) = \operatorname{sols}(e^z = w) אזי w \in \mathbb{C} \setminus \{0\} יהי:
                                                                                          \log(w) = \{\log|w| + i\theta \mid \theta \in \arg(w)\} אזי w \in \mathbb{C} \setminus \{0\} טענה: יהי
                                                                                                                      a^b=e^{b\log a} אזי b\in\mathbb{C} ויהי a\in\mathbb{R}\setminus\{0\} אזי היי
                                           \forall z \in \mathcal{U}. \alpha(z) \in \arg(z) המקיימת \alpha \in C(\mathcal{U},\mathbb{C}) אזי ענף של בורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי :arg ענף של
                                               . orall z \in \mathcal{U}.\ell\left(z
ight) \in \log\left(z
ight) המקיימת \ell \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) אזי 0 
otin \mathcal{U} תחום עבורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי והי
                                                                         \forall z\in\mathcal{U}.
ho\left(z
ight)\in\sqrt[n]{z} המקיימת 
ho\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) תחום אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי יהי : יהי
                                               \mathcal{U} על \log על ענה: יהי\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} על אזי (קיים ענף של אזי אזי (קיים ענף של פורו עבורו \mathcal{U} \notin \mathcal{U} על אזי מענה: יהי
                                                                                                                                   \log טענה: בתחום \mathbb{C}\setminus\{0\} לא קיים ענף של
                                                                                            \ell'(z)=rac{1}{z} טענה: יהי \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ענף של \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} טענה: יהי
                                                                                  \ell'(z)=rac{1}{n\ell(z)^{n-1}} וכן הולומורפית ענף של \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ענף של \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} יהי
                                                                       \mathcal{U} על \mathcal{U} על של \mathcal{U}(קיים ענף של אזי (קיים ענף של אזי (קיים ענף של \mathcal{U} על \mathcal{U}
                                                  (\mathcal{U} על \log ענף של (קיים ענף של אזי פיים ענף של 0 \notin \mathcal{U} עבורו עבורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} על יהי יהי
                                                                                                   . |z| < 1 בתחום \log{(1+z)} ענף של \sum_{n=1}^{\infty}{(-1)^{n-1} \frac{z^n}{n}} טענה:
                                                          \int_{I}f\left(t
ight)\mathrm{d}t=\int_{I}u\left(t
ight)\mathrm{d}t+i\int_{I}v\left(t
ight)\mathrm{d}t איי אינטגרל: יהי I\subseteq\mathbb{R} קטע ותהא
                                                                                |\int_I f(t)\,\mathrm{d}t| \leq \int_I |f(t)|\,\mathrm{d}t אזי f\in C(I,\mathbb{C}) קטע ותהא ותהא
                                                                                                                                     .\gamma\in C\left(I,\mathbb{C}
ight) קטע אזי והי והי I\subseteq\mathbb{R}
             מסילה מלקה למקוטעין: מסילה \gamma אשר חלקה עד כדי מספר סופי של נקודות ובהן קיימות נגזרות חד־צדדיות מכל סדר.
\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)\gamma'\left(t
ight)\mathrm{d}t אזי אינטגרל מסילתי: יהי I\subseteq\mathbb{R} קטע תהא \gamma\in C^{1}\left(I,\mathbb{C}
ight) מסילה ותהא אינטגרל מסילתי: יהי
```

```
\gamma\circ \varphi איי א\varphi(d)=b וכן \varphi(c)=a וכן הפרמטריזציה: תהא \gamma:[a,b]	o \mathbb{C} איי איי \gamma:[a,b]	o \mathbb{C} איי איי
                               \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{\gamma\circarphi}f\left(z
ight)\mathrm{d}z אזי אזירה ברציפות איי \gamma:\left(a,b
ight)	o\mathbb{C} מסילה ותהא \gamma:\left(a,b
ight)	o\mathbb{C}
                                                   -\gamma\left(t
ight)=\gamma\left(-t
ight) המוגדרת -\gamma:[-b,-a]	o\mathbb{C} מסילה אזי \gamma:[a,b]	o\mathbb{C} המוגדרת ההפוכה: תהא
                                                                  \text{Outer: } \alpha_i = \frac{\int_{-\gamma} f(z) \, \mathrm{d}z}{\int_{-\gamma} f(z) \, \mathrm{d}z} = -\int_{\gamma} f(z) \, \mathrm{d}z  אזי מסילה \gamma מסילה: \gamma_i : [a_i, a_{i+1}] \to \mathbb{C} מסילה: תהיינה \gamma_i : [a_i, a_{i+1}] \to \mathbb{C} מסילה \gamma_i : [a_i, a_{i+1}] \to \mathbb{C} מסילה: תהיינה \gamma_i : [a_i, a_{i+1}] \to \mathbb{C} מסילה \gamma_i : [a_i, a_{i+1}] \to \mathbb{C}
                                                                               \int_{\sum\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\sum\int_{\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z מסקנה: תהיינה \gamma_{i}:\left[a_{i},a_{i+1}
ight]	o\mathbb{C} מסקנה:
                                                                                                                   .\gamma\left(a
ight)=\gamma\left(b
ight) המקיימת \gamma:\left[a,b
ight]
ightarrow\mathbb{C} מסילה סגורה: מסילה
                                                                                                 \oint_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z אזי סימון: מסילה \gamma:\left[a,b
ight]	o\mathbb{C} מסילה סגורה אזי
                                                                                \int_{\gamma}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z|=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)|\gamma'\left(t
ight)|\,\mathrm{d}t אינטגרל לפי אורך קשת: תהא אינסגרל מסילה אזי
                                                                                                                        \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}s=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight| הערה: מקובל מאוד גם הסימון
                                                                                                                                                        \int_{\gamma} |\mathrm{d}z| אורך מסילה: תהא \gamma מסילה
                                                                                        \int_{\gamma}\left(f+g
ight)\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight|=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight|+\int_{\gamma}g\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight| אסענה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                            \int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight|=\int_{\gamma\circarphi}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight| אזי תהא \gamma\circarphi מסילה ותהא \gamma\circarphi רפרמטריזציה אזי
                                                                                                                           \left|\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z
ight|\leq\int_{\gamma}\left|f\left(z
ight)
ight|\left|\mathrm{d}z
ight| אזי מסילה מסילה מסילה אזי
                                                                    \left|\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z\right|\leq\left(\int_{\gamma}\left|\mathrm{d}z
ight|
ight)\max_{z\in\gamma\left(\left[a,b
ight]
ight)}\left|f\left(z
ight)
ight| מסקנה: תהא \gamma:\left[a,b
ight]
ightarrow\mathbb{C} מסילה אזי
                                                                                           \int_{\gamma}f\left(z
ight)\overline{\mathrm{d}z}=\overline{\int_{I}\overline{f}\left(\gamma\left(t
ight)
ight)\gamma^{\prime}\left(t
ight)\mathrm{d}t} אינטגרל על פי צמוד: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                                                                                 הגדרה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                                   \int_{\gamma} f(z) dx = \frac{1}{2} \left( \int_{\gamma} f(z) dz + \int_{\gamma} f(z) \overline{dz} \right) \bullet
                                                                                                                                 \int_{\gamma} f(z) \, \mathrm{d}y = \frac{1}{2i} \left( \int_{\gamma} f(z) \, \mathrm{d}z - \int_{\gamma} f(z) \, \overline{\mathrm{d}z} \right) \bullet
                          \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}x-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}y
ight)+i\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}y-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}x
ight) טענה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                     \mathrm{d}z=\mathrm{d}x+i\mathrm{d}y הערה: מהמשוואה מלעיל ניתן לחשוב על כך שמתקיים:
\gamma:[a,b]	o\mathcal{U} אזי לכל מסילה g'=f הולומורפית עבורה g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} מתקיים \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
                                                                                                                                                               \int_{\gamma} f(z) dz = g(\gamma(b)) - g(\gamma(a))
\int_{\partial R}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 משפט קושי למלבן: יהי R\subseteq\mathcal{U} מלבן סגור תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה עבורה עבורה \mathcal{U}=\mathcal{U} ותהא
ותהא \{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}\subseteq Rackslash\partial R יהיו יהי ווהא משפט קושי למלבן משופר: יהי מלבן סגור תהא משפט א פתוחה עבורה עבורה ווהא משפט אירי יהי ווהא
                   \int_{\partial R}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 אזי \lim_{z	o\zeta_{i}}\left(z-\zeta_{i}
ight)f\left(z
ight)=0 מתקיים i\in\left[k
ight] אזי f:\mathcal{U}\setminus\left\{ \zeta_{1},\ldots,\zeta_{k}
ight\} 	o\mathbb{C}
             \int_{\gamma} rac{\mathrm{d}z}{z-a} = 2\pi i k עבורו איים איי קיים k\in\mathbb{Z} איי קיים איי חלקה למקוטעין ותהא למה: תהא מסילה \gamma:[lpha,eta]	o\mathbb{C}
a סביב \gamma סביב של אזי מספר הליפופים אזי מספר הליפופים של \gamma:[lpha,eta]	o\mathbb{C} אזי מספר הליפופים של סביב
                                                                                                                                                                             n\left(\gamma,a
ight)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{\mathrm{d}z}{z-a} הינו
            \forall z \in \mathcal{U}.\ell\left(z
ight) \in \log\left(f\left(z
ight)
ight) המקיימת \ell \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) הולומורפית אזי היי ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} הולומורפית אזי היי ותהא ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}
                     \exists z \in \mathcal{U}. 
ho\left(z
ight) \in \sqrt[n]{f\left(z
ight)} המקיימת 
ho \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) הולומורפית אזי f:\mathcal{U} 	o \mathbb{C} החום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} היי היי
\ell'(z)=rac{f'(z)}{f(z)} אזי \ell הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ענף של \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית ויהי
       \ell'(z)=rac{f'(z)}{n\ell(z)^{n-1}} אזי \ell אזי א הולומורפית ויהי \ell:\mathcal{U}\to\mathbb{C} הולומורפית וכן הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אזי \ell:\mathcal{U}\to\mathbb{C} הולומורפית וכן
                                                                                                                              אזי f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{C}ackslash\{0\}
ight) אזי תחום תחום \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                           (n(f\circ\gamma,0)=0) על על אל מסילה סגורה גזירה ברציפות למקוטעין מתקיים (לכל \gamma מסילה לכל \psi
                              (n \ (f \circ \gamma, 0) \in n\mathbb{Z} על על אל מסילה סגורה גזירה ברציפות למקוטעין מתקיים (לככל \gamma, 0) \in \mathfrak{M}על של \sqrt[n]{f}
                                         rac{dF}{dt}=f אזי F אזי אF\left(t
ight)=\int_{lpha}^{t}f\left(	au
ight)\mathrm{d}	au כך דF:\left[lpha,eta
ight]
ightarrow\mathbb{C} אזי א גזירה וכן f\in C\left(\left[lpha,eta
ight],\mathbb{C}
ight) איזי
                             . בעלת קדומה \int_{\gamma}f\left(z\right)\mathrm{d}z=0 סענה: יהי עבורה לכל f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) אזי אזי בעלת קדומה \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                   F'=f המקיימת המקיימת הולומורפית אזי קיימת הולומורפית המקיימת המקיימת למה: היf:D \to \mathbb{C} הולומורפית יהי
\int_{\mathbb{R}} f(z)\,\mathrm{d}z=0 מסילה סגורה אזי \gamma:[a,b]	o D הולומורפית ותהא הולומרפית פתוח תהא דיסק פתוח תהא f:D	o\mathbb{C} אזי D\subseteq\mathbb{C} משפט קושי לדיסק: יהי
משפט קושי לדיסק משופר: יהי f:D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}	o\mathbb{C} תהא תהא הייו עבורה דיסק פתוח הייו דיסק פתוח הייו חוצי דיסק משופר: יהי
            \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 מסילה סגורה אזי \gamma:\left[lpha,eta
ight]	o Dackslash\left\{\zeta_{1},\ldots,\zeta_{k}
ight\} ותהא \lim_{z	o\zeta_{i}}\left(z-\zeta_{i}
ight)f\left(z
ight)=0 מתקיים i\in\left[k
ight]
```

```
משפט נוסחת האינטגרל של קושי: יהי D\subseteq\mathbb{C} דיסק פתוח תהא \gamma:[lpha,eta]	o D מסילה סגורה תהא דיסק פתוח דיסק פתוח משפט נוסחת האינטגרל האינטגרל של דיסק פתוח האינטגרל של דיסק פתוח מסילה מסילה סגורה האינטגרל של הולומורפית ויהי
                                                                                                                 n\left(\gamma,a
ight)\cdot f\left(a
ight)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{f(z)}{z-a}\mathrm{d}z איי a\in D\backslash\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight)
       a=rac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f\left(a+re^{it}
ight)\mathrm{d}t אזי אוי הולומורפית f:B_a\left(r
ight)	o\mathbb{C} ותהא ותהא a\in\mathbb{C} יהי r>0 יהי
                        נגדיר n\in\mathbb{N} ויהי arphi\in C\left(\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight),\mathbb{C}
ight) מסילה סגורה תהא מסילה \gamma:\left[lpha,eta
ight]	o D ויהי ויהי חביסק פתוח תהא מסילה סגורה תהא
                                                                                                                      .F_{n}\left(z
ight)=\int_{\gamma}rac{arphi\left(\zeta
ight)}{\left(\zeta-z
ight)^{n}}\mathrm{d}\zeta כך F_{n}:Dackslash\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight)
ightarrow\mathbb{C}
                           טענה: יהי \varphi\in C\left(\gamma\left([lpha,eta]
ight),\mathbb{C}
ight) מסילה סגורה תהא מסילה פתוח תהא \gamma:[lpha,eta]	o D ויהי ויהי D\subseteq\mathbb{C} יהי
                                                                                                                                                                            .רציפה F_n
                                                                                                                                                                             .גזירה F_n
                                                                                                                                                                    .F'_n = n \cdot F_{n+1} \bullet
                                                                        f\in C^{\infty}\left(D
ight) אזי הולומורפית היי היי חולומורפית פתוח ותהא חולומורפית היי היי חולומורפית פתוח ותהא
  f^{(n)}\left(z
ight)=rac{n!}{2\pi i}\int_{C_r}rac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta איי איי z מטקנה: יהי C_r\subseteq D הולומורפית ויהי f:D	o\mathbb{C} הולומורפית ויהי
                                                                      מסקנה: יהי D\subseteq \mathbb{C} דיסק פתוח ותהא f:D\to \mathbb{C} בעלת קדומה אזי חולומורפית.
. מסקנה שפט מוררה: יהי f:\mathcal{U} \to \mathbb{C} תחום ותהא f:\mathcal{U} \to \mathbb{C} אזי f:\mathcal{U} \to \mathbb{C} מתקיים מוררה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} אזי f:\mathcal{U} \to \mathbb{C}
                                                                                                                                     \mathbb{C} פונקציה שלמה: פונקציה הולומורפית על
                                                                                                  משפט ליוביל: תהא f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} הלומורפית וחסומה אזי f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C}
                             טענה חסם קושי לנגזרת: יהי D\subseteq\mathbb{C} דיסק פתוח תהא דיסק פתוח ההא f:D	o\mathbb{C} מעגל סביב T מעגל סביב אזי
                                                                                                                                                               |f^{(n)}(z)| \le \frac{n! \max_{C_r} |f|}{r^n}
                                                     \exists lpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight) = 0 אזי \deg\left(p
ight) \geq 1 עבורו p \in \mathbb{C}\left[x
ight] יהי האלגברה: יהי
                                       נקודה יחודית/יחודיות/סינגולריות: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה אזי a\in\mathcal{U} עבורה f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} הולומורפית.
g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} נקודת יחודיות סליקה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה אזי של יחודיות של f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} עבורה קיימת הרחבה הולומורפית
                                                                                                                                           \forall z \in \mathcal{U} \setminus \{a\} \ . g(z) = f(z) המקיימת
                              הירה. איז קיימת הרחבה יחידה. f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C} סליקה עבור של סליקה איז קיימת הרחבה יחידה. \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
     (\lim_{z	o a}(z-a)\,f(z)=0) פתוחה תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} ותהא f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C} ותהא ותהא a\in\mathcal{U} פתוחה תהא שפט:
משפט טיילור: תהא \mathcal{U} = \mathbb{C} אזי קיימת f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} הולומורפית ההא f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} תהא תהא f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} אזי קיימת f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} הולומורפית עבורה f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} בורה f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} אזי קיימת f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} הולומורפית עבורה עבורה f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} בורה f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} הולומורפית הא
טענה: תהא a\in C אזי לכל סביב א ויהי n\in\mathbb{N} יהי הולומורפית ההא a\in\mathcal{U} מתקיים תהא שלי פתוחה תהא מענה: תהא שלי פתוחה תהא מענה
                                                                     .f_n\left(z
ight)=rac{1}{2\pi i}\int_Crac{f(\zeta)}{(\zeta-a)^n(\zeta-z)}\mathrm{d}\zeta . f\left(a
ight)=0 תחום ותהא a\in\mathcal{U} הולומורפית אזי u\in\mathbb{C} עבורה \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
a\in\mathcal{U} אפס מסדר n\in\mathbb{N} יהיn\in\mathbb{N} יהי n\in\mathbb{N} תחום ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} אפס מסדר n\in\mathbb{N}_+ יהי
\overline{B_{r}\left(a
ight)}\subseteq\mathcal{U} עבורו r>0 ויהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} ויהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} עבורה f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} ויהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U}
                                                                                                                                                                             .f_{\upharpoonright_{B_r(a)}}=0 אזי
                               f=0 אזי \forall n\in\mathbb{N}.f^{(n)}\left(a
ight)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אזי הולומורפית הולומורפית תהא \mathcal{U}=\mathbb{C} אזי אזי \mathcal{U}=\mathbb{C}
                               מסקנה: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} אפס אזי הסדר של f 
eq 0 הולומורפית עבורה f:\mathcal{U} 	o \mathcal{C} אפס אזי הסדר של \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U}
          \exists r>0. \forall z\in B_r\left(a
ight)\setminus\{a\} . f\left(z
ight)
eq0 עבורוa\in\mathcal{U} עבירוa\in\mathcal{U} הולומורפית אזי אפס מבודד: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום תהא
                                      . אפס אזי a אפס אזי a\in\mathcal{U} יהי ויהי f
eq 0 הולומורפית עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אפס אזי אפס מבודד.
מסקנה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} תחום תהיינה f,g:\mathcal{U}\to\mathcal{C} הולומורפית ותהא של בעלת נקודת הצטברות ב־\mathcal{U} נניח כי f
                                                                                                                                                                                   \mathcal{U} על f=g
                       \mathcal U טענה: יהי \mathcal U = 0 על \mathcal U = 0 אזי f = 0 אזי ענה: יהי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי f = 0 אזי אזי f = 0 אזי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי
                                 \mathcal U טענה: יהי \mathcal U \subset \mathcal U על \gamma אזי f=0 הולומורפית ותהא \gamma מסילה עבורה f:\mathcal U \to \mathbb C על אזי \mathcal U \subset \mathcal U
נקודת קוטב: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום אזי a\in \mathcal{U} יחודית של a\in \mathcal{U} עבורה קיימת a\in \mathcal{U}\setminus \{a\} סביבה של a\in \mathcal{U} עבורה קיימת עבורה קיימת מוגדרת
                                                                                                                              aהיטב בעלת יחודיות סליקה ב־aוכן סליקה היטב בעלת יחודיות
```

הערה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  תחום תהא  $a\in\mathcal{U}$  יחודית של  $a\in\mathcal{U}\setminus\{a\}$  ותהא  $f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C}$  סביבה של  $a\in\mathcal{U}$  מוגדרת היטב בעלת הערה:

aיחודיות סליקה ב־aוכן a 
eq 0 
eq 1 אזי aיחודית סליקה של

 $n(\gamma,a)=0$  אאי  $a\in\mathbb{C}\setminus D$  טענה: יהי מסילה סגורה ויהי מחתהא  $D\subseteq\mathbb{C}$  אאי מסילה סגורה ויהי

 $a,b \in \mathbb{C} \setminus \gamma([lpha,eta])$  איז  $\gamma:[lpha,eta] \to \mathbb{C}$  אטנה: תהא  $\gamma:[lpha,eta] \to \mathbb{C}$  איז מסילה ויהיו

```
rac{1}{f} אשר אפס מסדר f:\mathcal{U}ackslash\{a\}	o\mathbb{C} קוטב של a\in\mathcal{U} תחום אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי n\in\mathbb{N}_+
                                                                                      f:\mathcal{U}ackslash\{a\}	o\mathbb{C} של 1 קוטב מסדר a\in\mathcal{U} תחום אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} קוטב פשוט: יהי
טענה: יהי f_n:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי קיימת f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} אויהי a\in\mathcal{U} וויהי a\in\mathcal{U} וויהי a\in\mathcal{U} קוטב מסדר a\in\mathcal{U} אויהי קיימת a\in\mathcal{U} הולומורפית עבורה
                                                                                                                                                z \in \mathcal{U} \setminus \{a\} על f(z) = f_n(z)(z-a)^{-n}
               f:\mathcal{U}\setminus E	o\mathbb{C} הינה קוטב של a\in E הולומורפית עבורה f:\mathcal{U}\setminus E	o\mathbb{C} אזי בותהא E\subseteq\mathcal{U} הינה קוטב של
                                                             טענה: יהי g 
eq 0 אזי f,g:\mathcal{U} 	o \mathbb{C} מרומורפית מענה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} אזי מרומורפית
                                                                                    אזי g \neq 0 אזי באשר f,g:\mathcal{U} 	o \mathbb{C} מסקנה: יהי\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} תחום ותהיינה
                                                                                                                                         \#\left\{f
ight.אפסים של \left\{rac{f}{g}
ight.אפסים של \left\{rac{f}{g}
ight.
                                                                   \#\{g\} אפסים של g\}\geq\#\left\{rac{f}{g}\} הקטבים של f+g,f\cdot g מרומורפיות אזי f+g,f\cdot g מרומורפיות. \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
                            f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C} יחודיות עיקרית: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום אזי a\in\mathcal{U} יחודיות של f:\mathcal{U}\setminus\{a\} אשר אינה סליקה ואינה קוטב של
משפט ויירשטראס: יהי \mathcal{O}\subseteq\mathcal{U} חחום ותהא f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} אזי לכל מתקיים כי משפט ווירשטראס: יהי משפט ווירשטראס: יהי
                                                                                                                                                                                \mathbb{C}צפופה ב־f(\mathcal{O}\setminus\{a\})
                                 טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} אזי בדיוק אחד מהבאים מתקיים מתקיים מהבאים ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יחודיות מבודדת של
\lim_{z \to a} |z-a|^h |f(z)| = \infty מתקיים h < k מתקיים ווכן לכל וו\lim_{z \to a} |z-a|^h |f(z)| = 0 מתקיים k < h מתקיים k \in \mathbb{Z}
                                                                                                                \lim_{z\to a}|z-a|^h|f(z)|\notin\{0,\infty\} מתקיים h\in\mathbb{R} לכל
טענה: יהי \mathcal{K}\subseteq\mathcal{U} לכל לכל f_n \stackrel{p.w.}{\longrightarrow} f עבורה f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} עבורה f_n:\mathcal{U}\to\mathbb{C} חוכן לכל לכל טענה: יהי
                                                                                                                                f_n \xrightarrow{p.w.} f' מתקיים f אזי אזי f_n \xrightarrow{p.w.} f מתקיים
\sum_{n=0}^\infty f_n'=f' במ"ש אזי במיקנה: יהי \mathcal{L}\subseteq\mathbb{C} בת"ש אזי f_n:\mathcal{U}\to\mathbb{C} הולומורפיות ותהא f_n:\mathcal{U}\to\mathbb{C} במ"ש אזי f_n:\mathcal{U}\to\mathbb{C} משפט טיילור: יהי f_n:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום תהא f_n:\mathcal{U}\to\mathbb{C} הולומורפית ותהא f_n:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אזי יהי f_n:\mathcal{U}\to\mathbb{C}
                                                                                                                                                                                    B_{\sup\{r|B_r(a)\subseteq\mathcal{U}\}}(a)
a של \mathcal{O}\subseteq\mathcal{U} של סביבה לכל לכל לכל עבורה לכל f\in C^\infty(\mathcal{U},\mathbb{F}) של אוי תחום אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F} של שדה ויהי
                                                                                                                                                                .f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (z-a)^n
                                                                               .(אנליטית) אוי f (אוליטית) אוי f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} אוי יהי f אוי f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אוי ותהא
                                                                                                                \sum_{n=-\infty}^{\infty}a_{n}\left(z-c
ight)^{n} אזי a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} ותהא ותהא c\in\mathbb{C} יהי
טענה: יהי c\in\mathbb{C} ותהא a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי קיימים R_1<|z-c|< R_2 אזי קיימים מתכנס R_1,R_2\in\mathbb{R} עבורם R_1,R_2\in\mathbb{R} מתכנס בטבעת a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}
                                                                  . מתכנס במ"ש ובהחלט מתכנס \sum_{n=-\infty}^{\infty}a_{n}\left(z-c\right)^{n} קומפקטית \mathcal{K}\subseteq\left\{ R_{1}<\left|z-c\right|< R_{2}
ight\} לכל
f(z)=\sum_{n=-\infty}^\infty a_n(z-c)^n עבורה a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי קיימת אזי קיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} טבעת תהא טבעת תהא
                                                                                                                                                                                                               \mathcal{U} על
a_n=rac{1}{2\pi i}\int_{|\zeta-c|=r}rac{f(\zeta)}{(\zeta-c)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta סענה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} הולומורפית ויהי c\in\mathbb{C} אפס מסדר c\in\mathbb{C} אזי c\in\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathbb{C} הולומורפית ויהי c\in\mathbb{C} אפס מסדר c\in\mathbb{C} אזי c\in\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathbb{C} הולומורפית ויהי
f(z)=\sum_{n=-m}^\infty a_{n+m}\left(z-c
ight)^n אזי m\in\mathbb{N} קוטב מסדר c\in\mathcal{U} הולומורפית ויהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} טבעת תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} טבעת תהא
                                                                         . orall a \in \mathbb{C} ackslash \mathcal{U}. n\left(\gamma,a
ight) = 0 מסילה כוויצה: יהי\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} תחום אזי \gamma מסילה סגורה עבורה
                                                                                                  . עבורו כל מסילה \gamma סגורה הינה כוויצה \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום פשוט קשר: תחום \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
                                                                                                               \hat{\mathbb{C}}\setminus\mathcal{U}טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום אזי (\mathcal{U} פשוט קשר) מענה: יהי
מסילות הומוטופיות: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום אזי מסילות \mathcal{U}=(\gamma_0\left(a\right)=\gamma_1\left(b\right)) עבורן \gamma_0,\gamma_1:[a,b]\to\mathcal{U} וכן קיימת \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
                   (\eta(t,1)=\gamma_1(t))\wedge(\eta(t,0)=\gamma_0(t))\wedge(\eta(b,s)=\gamma_0(b))\wedge(\eta(a,s)=\gamma_0(a)) עבורה \eta(t,1)=\gamma_1(t)\wedge(\eta(t,0)=\gamma_0(t))\wedge(\eta(b,s)=\gamma_0(b))\wedge(\eta(a,s)=\gamma_0(a))
                                                      .(סענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום ותהא \gamma מסילה סגורה אזי (\gamma כוויצה) מסילה למסילה קבועה).
                                         \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 משפט קושי: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום תהא הולומורפית הולומורפית הולומורפית תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
מסקנה נוסחת האינטגרל של קושי: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום תהא \gamma:[lpha,eta]	o D מסילה כוויצה תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} הולומורפית ויהי
                                                                                                                           .n\left(\gamma,a
ight)\cdot f\left(a
ight)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{f(z)}{z-a}\mathrm{d}z איז a\in\mathcal{U}\backslash\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight)
מסקנה נוסחת הנגזרת של קושי: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום תהא הולומורפית ויהי מסקנה נוסחת הנגזרת של קושי: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום תהא
                                                                                                                                                                  .f^{(n)}(z) = \frac{n!}{2\pi i} \int_{C_r} \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z)^{n+1}} d\zeta
```

 $(\lim_{z \to a} f(z) = \infty)$ אזי  $(a \neq 0)$  אזי  $(a \neq 0)$  אחובית של  $(a \neq 0)$  אחובית של  $(a \neq 0)$  אחובית של  $(a \neq 0)$ 

```
\int_{C_1} f(z) dz = \int_{C_2} f(z) dz
C יויהי n (\gamma,a)=1 טענה: יהי \gamma מסילה סגורה \gamma מסילה הולומורפית תהא a\in\mathbb{C} טענה: יהי a\in\mathbb{C} טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                                     \int_{\gamma} f\left(z
ight) \mathrm{d}z = \int_{C} f\left(z
ight) \mathrm{d}z מעגל ב־\mathcal{U} סביב a אזי
 מסקנה: יהי a בעת סביב C טבעת סביב a מהא a\in\mathbb{C} הולומורפית תהא \gamma מסילה סגורה ויהי a טבעת סביב a סביב a
                                                                                                                                                                                                                                                         \int_{\gamma} f(z) dz = n(\gamma, a) \cdot \int_{C} f(z) dz
שארית: יחודיות מביב a\in\mathbb{C} מעגל ב־\mathcal{U} מעגל ב־\mathcal{U} מעגל ב־\mathcal{U} מעגל מפודדת של a\in\mathbb{C} מחום תהא משארית: יהי
                                                                                                                                                                                                                              \operatorname{Res}_{a}\left(f\right)=rac{1}{2\pi i}\int_{C}f\left(z
ight)\mathrm{d}z נוספות בתוכו אזי
f(z)-rac{	ext{Res}_a(f)}{z-a} אזי a טבעת סביב \mathcal{V}\subseteq\mathcal{U} ותהא f:\mathcal{U}ackslash\{a\}	o\mathbb{C} טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} אחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} אחוריות מבודדת של
                                                                                                                                                                                                                                                                                                         \mathcal{V}בעלת קדומה ב-\mathcal{V}
                                                                          \operatorname{Res}_a(f)=0 אזי f:\mathcal{U}ackslash\{a\}	o\mathbb{C} איזי סליקה מבודדת של a\in\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C} איזי
\sum_{n=-\infty}^\infty a_n \, (z-c)^n טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} טבעת סביב \mathcal{V}\subseteq\mathcal{U} ערה של של של יחודיות מבודדת מבודת מבודת מבודדת מבו
                                                                                                                                                                                                                                            .\operatorname{Res}_a\left(f\right)=a_{-1} אזי \mathcal{V}ב־לורן של f
                                     \operatorname{Res}_a(f) = \lim_{z \to a} (z-a) \, f(z) אזי f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C} סענה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} תחום יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} קוטב פשוט מבודד של
\gamma:[c,d]	o\mathcal{U}ackslash E משפט השאריות: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום תהא בת מנייה לכל היותר תהא בת מנייה לכל היותר תהא בת מנייה לכל היותר משפט השאריות: יהי
                                                                                                                                                                                      rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\sum_{a\in E}n\left(\gamma,a
ight)\cdot\mathrm{Res}_{a}\left(f
ight) כיווצה ב־\mathcal{U} אזי
                                                                                      \mathrm{ord}_f\left(a
ight) סימון: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} אפס אזי סדר f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הינו f:\mathcal{U}	o\mathbb{C}
                                                                                                           \mathrm{ord}_f\left(a
ight) אזי סדר a הינו f:\mathcal{U}ackslash\left\{a
ight\}	o\mathbb{C} אזי סדר a\in\mathcal{U} תחום ויהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
משפט \gamma:[c,d]	o \mathcal{U}\setminus\{f מסילה אפסים וקטבים אf:\mathcal{U}	o \mathbb{C} מחום תהא תחום תהא \mathcal{U}\subseteq \mathbb{C} מיהי משפט עקרון הארגומנט: יהי
                                                         \exists z \in \mathbb{C}. \ (n(\gamma,z)=1) \Longleftrightarrow (z \in \Omega) עבורה איי עבורה מסילה מסילה תחום ותהא ע\subseteq \mathbb{C} עבורה איי שבוצה: יהי
משפט רושה: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{C} תחום תהא \gamma כוויצה עבורה \gamma ותהיינה עבורה \gamma ותהיינה עבורה \gamma ותחיע תהא על ידי ותהיינה משפט רושה: יהי
\#\{\Omegaאפטים של z\in \gamma אוי \forall z\in \gamma ([a,b]) . \|f(z)-g(z)\|<\|f(z)\| אפטים של z\in \gamma הולומורפיות עבורן.
 תחום סוב: קבוצה מקוטעין למקוטעין מסימות ארות מסילות ארות מסילות עבורה קיימות עבורה קיימות מסימות מסילות ארות מסילות מסילות מסילות מקוימות מסימות מס
                                                                                                                                                                                                                 \forall j \in [n] \ \forall t \in \text{Dom}(\gamma_i) \ \exists \varepsilon > 0 \ \gamma_i(t) \cdot i \cdot \varepsilon \in G
                                                                            \int_{\partial G}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 אזי הולומורפית אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום טוב ותהא מיהי G\subseteq\mathcal{U} תחום יהי שענה: יהי
משפט עקרון המקסימום: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} תחום תהא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} הולומורפית תהא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} עבורם \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} וכך
                                                                                                                                                                                                                                    . קבועה fאזי \left| f\left( a\right) \right| =\max _{z\in \overline{B}_{r}\left( a\right) }\left| f\left( z\right) \right|
                                                                                                                                                                                   oldsymbol{u}טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} הולומורפית התב"ש
                                                                                                                                                                                                                                                                 .ים מקום מקומי ו|f|
                                                                                                                                                                                                                 (\mathcal{U}ב מקסימום חסרת |f|) (לא קבועה) •
                                                                                                                            \partial\overline{\mathcal{U}}מתקבל ב־\max_{z\in\overline{\mathcal{U}}}|f\left(z
ight)| רציפה אזי f:\overline{\mathcal{U}}	o\mathbb{C} מתקבל ב-
מסקנה עקרון המינימום: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} תחום תהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית תהא a\in\mathcal{U} ויהי a\in\mathcal{U} עבורם \overline{B}_r(a)
                                                                                                                                                                                                                         . אזי f קבועה 0<\left| f\left( a\right) \right| =\min_{z\in\overline{B}_{r}\left( a\right) }\left| f\left( z\right) \right|
```

 $C_1,C_2$  טענה: יהי U טבעת סביב u טבעת סביב מהא מענה: היu טבעת סביב u טבעת סביב u טענה: יהי מעגלים ב־u

מסקנה הלמה של שוורץ: תהא  $f:B_1\left(0
ight) o\mathbb{C}$  מסקנה הלמה של שוורץ: תהא

- $\forall z \in B_1(0) . |f(z)| \le |z| \bullet$ 
  - $|f'(0)| < 1 \bullet$
- $a\in B_1$ עבורו  $a\in \mathbb{R}$  עבורה  $a\in \mathbb{R}$  עבורה אזי קיים  $a\in B_1$ עבורה  $a\in B_1$

משפט ההעתקה הפתוחה: תהא  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  פתוחה ותהא הולומורפית לא קבועה אזי  $f:\mathcal{U} o\mathbb{C}$  פתוחה.

.(ad-bc=0) איזי ( $\frac{az+b}{cz+d}$ ) איזי ( $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  סענה: יהיו

 $f(z)=rac{az+b}{cz+d}$  אוי  $ad-bc\neq 0$  אוי  $ad-bc\neq 0$  אוי  $ad-bc\neq 0$  המוגדרת  $a,b,c,a\in\mathbb{C}$  המוגדרת  $a,b,c,a\in\mathbb{C}$  העתקת מוביוס: יהיו  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  עבורן  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  אוי  $ad-bc\neq 0$  אוי  $ad-bc\neq 0$  אוי  $ad-bc\neq 0$  המוגדרת  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  המוגדרת  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  המוגדרת  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  המוגדרת מוביוס: יהיו  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  עבורן  $a,b,c,d\in\mathbb{C}$  אוי  $ad-bc\neq 0$  אוי  $ad-bc\neq 0$  הרחבת העתקת מוביוס: יהיו

טענה: תהא  $\hat{C} o \hat{\mathbb{C}}$  העתקת מוביוס אזי  $f:\hat{\mathbb{C}} o \hat{\mathbb{C}}$  טענה:

עבורה  $f:\mathbb{C} o \mathbb{C}$  עבורה אלמנטרית:

```
\exists \lambda \in \mathbb{R}_{>0}. f\left(z
ight) = \lambda z :מתיחה
```

$$\exists \theta \in (-\pi,\pi] \, . f\left(z\right) = e^{i \theta} z$$
 :סיבוב

$$\exists a \in \mathbb{C}. f\left(z\right) = z + a$$
 הזזה: •

$$.f\left( z
ight) =rac{1}{z}$$
 :היפוך

 $f=g_1\circ\ldots\circ g_n$  העתקת מוביוס אלמנטריות  $g_1,\ldots,g_n:\mathbb{C} o\mathbb{C}$  העתקת מוביוס אזי קיימות  $f:\mathbb{C} o\mathbb{C}$  העתקת מוביוס אלמנטריות עבורן מעגל או ישר.

. טענה: תהא  $f\left(A\right)$  אזי מוכלל ויהי ויהי ויהי העתקת העתקת היה  $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$  אזי מעגל מוכלל.

 $f\left(\infty
ight)=c$  טענה: תהיינה  $f\left(0
ight)=b$  וכן  $f\left(0
ight)=c$  העתקת מוביוס עבורה  $f\left(0
ight)=c$  וכן פונה ויחידה  $f:\hat{\mathbb{C}}\to\hat{\mathbb{C}}$  העתקת מוביוס עבורה f(A)=B מסקנה: יהיו f(A)=B מסקנה: יהיו

## בונוסים

 $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$  איז  $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$  מטריצת השכנויות: יהי G גרף על G קודקודים אזי  $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$  איז מטריצת השכנויות: יהי

 $\operatorname{spec}\left(A\right)\subseteq\mathbb{R}$  טענה: יהי G גרף A־רגולרי אזי A לכסינה וכן G טענה: יהי A גרף A-רגולרי ויהי A גרף A-רגולרי ויהי A

 $.(r_{a}\left(k
ight)=1)\Longleftrightarrow$ משפט: יהי G גרף גרף אזי (משפט: יהי G גרף אזי (משפט: יהי

 $k \in \operatorname{spec}(A)$  טענה: יהי G גרף גרף א־רגולרי

S = (0,0,-1) את  $\mathbb{R}^3$ הקוטב הדרומי: נסמן ב

```
\mathbb{C}ב ב־ה אינה f אינה \forall z\in\mathbb{C}.f\left(z
ight)^{2}=z המקיימת המא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי
                                                                                    \exists lpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight) = 0 אזי \deg\left(p
ight) \geq 1 עבורו p \in \mathbb{C}\left[x
ight] יהי האלגברה: יהי
                                                                                               \{a_i\} אזי p\left(z
ight)=a\prod (z-a_i)^{\ell_i} וכן \deg\left(p
ight)=k אזי איזי p\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי אוי
                                                    \ell_i יהי p(z)=a\prod (z-a_i)^{\ell_i} וכן וכן \deg(p)=k עבורו אפס אזי יהי והי פולינום: יהי
                                                                                                                                                                                                            \frac{p}{q} אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי אונקציה רציונלית: יהיו
                                                                                                      \operatorname{ord}\left(rac{p}{q}
ight)=\max\left\{\deg\left(p
ight),\deg\left(q
ight)
ight\} אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] יהיו
                                                                                                                                                                                                     אזי a\in\mathbb{C} זרים ויהי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי
                                                                                                                                                                                          m מסדר q אפס של של של m מסדר •
                                                                                                                                                                                           m מסדר p אפס של של p אפס מסדר m אפס מסדר p
                                                                                                                                                                                                                               הגדרה: יהיו p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] זרים אזי
                                                                                                                              \deg\left(p
ight)-\deg\left(q
ight) מסדר של rac{p}{q} מסדר \deg\left(p
ight)>\deg\left(q
ight) אזי 
                                                                                                                                \deg\left(q
ight)-\deg\left(p
ight) מסדר של rac{p}{a} מסדר איז \deg\left(p
ight)<\deg\left(q
ight)
                                                                                                                                      קב f:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} הגדרה: תהא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית אזי נרחיבה לפונקציה רציונקית f:\mathbb{C}	o\mathbb{C}
                                                                                                                                                                                                     f(z)=\infty יהי z\in\widehat{\mathbb{C}} קוטב של z
                                                                                                                                                                                                      f\left(\infty\right)=0 נניח כי \infty אפס של f אזי \bullet
                                        . המקדמים אינו אפס איf\left(\infty\right)=rac{a_{n}}{b_{n}} באשר המקדמים המובילים של הפולינומים בהתאמה. \infty אינו קוטב ואינו אפס איז f\left(\infty\right)=\frac{a_{n}}{b_{n}}
                                                                                                \operatorname{ord}(f)=\#\{f סענה: תהא f:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} רציונלית אזיf:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} סענה: תהא
                                                                                                                                                                                             טענה: תהא a\in \hat{\mathbb{C}} רציונלית ויהי f:\widehat{\mathbb{C}}	o \widehat{\mathbb{C}} אזי
                                                                                                                                                                                                    (\lim_{z\to a} f(z) = 0) \iff (f אפס של a) •
                                                                                                                                                                                               .(\lim_{z\to a} f(z) = \infty) (f קוטב של f).
                                                                                                                                                                                          אזי a\in \hat{\mathbb{C}} אזי f:\widehat{\mathbb{C}}	o \widehat{\mathbb{C}} אזי מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                    (k \ a) מסדר אפס של \frac{1}{f} אפס של אפס של \frac{1}{a} מסדר (k \ a)
                                                                                                                                                                 (k) מסדר מסדר \frac{1}{t} קוטב של \frac{1}{a} מסדר (k) מסדר (k)
 משפט פירוק וכן h:\mathbb{C} \to \mathbb{C} וכן אזי מקדם ויחיד ויחיד אזי קיים ויחיד הציונלית אזי האזי f:\mathbb{C} \to \mathbb{C} רציונלית האט פירוק אזי קיים ויחיד ויחיד ויחיד האזי קיים ויחיד וכן אזי קיים ויחיד ויחיד ויחיד האזי קיים ויחיד 
                                                                                                                                                                                                                                                        f = g + h ב־\infty עבורן
g_\infty=g פירוק סינגולרי אזי f=g+h בירוק רציונלית ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} החלק הסינגולרי ב־\infty: תהא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} ויהי \tilde{f}=\tilde{g}+\tilde{h} ויהי \tilde{f}(z)=f\left(lpha+rac{1}{z}
ight) רציונלית נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית נסמן רציונלית נסמן בירוק סינגולרי ביf:\mathbb{C}	o\mathbb{C} החלק הסינגולרי בי
                                                         g_lpha\left(lpha
ight)=\infty טענ\hat{\mathbb{C}}\setminus\{lpha\} טענg_lpha בעלת ערך סופי על g_lpha\in\hat{\mathbb{C}} וכן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} טענf:\alpha
                                                                                                            lphaמסקנה: תהא f-g_lpha חסרת ויהי lpha\in\mathbb{C} היהי רציונלית ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C}
 משפט פירוק לשבריים חלקיים: תהא a_1\dots a_n\in\mathbb{C} ויהיו ויהיו פירוק פירוק רציונלית עם פירוק רציונלית ויהיו הא פירוק לשבריים הא
                                                                                                                                                                                                                 f = (g+c) + \sum_{k=1}^n g_{\alpha_k} עבורו c \in \mathbb{C}
```

 $T\left(x+iy
ight)=\left(rac{2x}{x^2+y^2+1},rac{2y}{x^2+y^2+1},rac{1-x^2-y^2}{x^2+y^2+1}
ight)$  כך כך  $T:\mathbb{C} o\mathbb{S}^2\backslash\left\{S
ight\}$  הטלה סטריאוגרפית מהדרום: נגדיר הערה: במרחב  $\mathbb{R}^3$  נגדיר את  $\mathbb{C}$  להיות שני הצירים הראשונים, אז ההטלה הסטריאוגרפית מהדרום היא מבחינה מעשית  $T(p) = \operatorname{line}_{p,S} \cap \mathbb{S}^1$ 

> $p\left(x+iy
> ight)=e^{i(x+iy)}$  בציפה כך  $p:\left[-rac{W}{2},rac{W}{2}
> ight] imes\left[-\infty,\infty
> ight] o\mathbb{S}^2ackslash\left\{N,S
> ight\}$  היטל מרקטור: נגדיר .טענה:  $p_{\lceil\left(-\frac{W}{2},\frac{W}{2}
> ceil^{ imes(-\infty,\infty)}
> ight]}$  ישענה:

. פונקציה קונפורמית:  $f:\mathbb{R}^2 o \mathcal{D}_f(a)$  דיפרנציאבילית עבורה לכל  $a\in\mathbb{R}^2$  מתקיים כי  $f:\mathbb{R}^2 o \mathbb{R}^2$  קונפורמית.

פונקציה קונפורמית:  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  דיפרנציאבילית עבורה לכל  $u\in\mathbb{R}^2$  קיימת  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  עבורה  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  דיפרנציאבילית עבורה לכל  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  קיימת  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  עבורה  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}^3$   $u\in\mathbb{R}^3$ 

 $f(p) imes egin{pmatrix} a \ b \ c \end{pmatrix} = egin{pmatrix} f_2(p)c-f_3(p)b \ f_3(p)a-f_1(p)c \ f_1(p)b-f_2(p)a \end{pmatrix}$  הערה: תהא  $f:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$  קונפורמית ותהא  $g\circ f$  קונפורמית אזי  $g:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$  קונפורמית ותהא  $g:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$  קונפורמית אזי  $g:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$ 

. קונפורמית, T קונפורמית p קונפורמית.

מסקנה:  $T \circ p$  קונפורמית.

 $.lpha_T\left(p
ight)=\left\|rac{\partial T}{\partial x}\left(p
ight)
ight\|\left\|rac{\partial T}{\partial y}\left(p
ight)
ight\|$  אזי  $p\in\mathbb{R}^2$  איז  $a_T\left(x,y
ight)=rac{4}{(1+x^2+y^2)^2}$  איז  $a_T\left(x,y
ight)\in\mathbb{R}^2$  טענה: תהא

. עה"עה  $\gamma_{\restriction(a,b]},\gamma_{\restriction[a,b)}$  עבורה עבורה מסילה מס

משפט ז'ורדן: תהא  $\Omega_1,\Omega_2\subseteq\mathbb{C}ackslash\gamma([a,b])$  מסילתית עבורם מסילתית מסילה מסילתית מסילתית אזי קיימים  $\gamma:[a,b] o\mathbb{C}$ . וכן  $\Omega_2$  אינו חסום  $\Omega_1$  וכן  $\Omega_1 \uplus \Omega_2 = \mathbb{C} \backslash \gamma ([a,b])$ 

. $\mathrm{Vol}\left(\Omega
ight)=rac{1}{2}\int_{\gamma}x\mathrm{d}y-rac{1}{2}\int_{\gamma}y\mathrm{d}x$  מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי  $\Omega$  התחום הכלוא על ידי  $\gamma$  אזי מתקיים מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי . $\mathrm{Vol}\left(\Omega
ight)=-rac{i}{2}\int_{\gamma}\overline{z}\mathrm{d}z$  אזי אזי איזי איזי איזי משפט: תהא  $\gamma$  משפט: תהא  $\gamma$  מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי

 $\int_0^{2\pi} (\cos(t))^{2n} \, \mathrm{d}t = rac{2\pi}{4^n} \cdot inom{2n}{n}$  טענה: יהי  $n \in \mathbb{N}$  אזי מתקיים

 $a+d\mathbb{Z}$  אזי  $d\in\mathbb{N}_+$  ויהי ויהי  $a\in\mathbb{Z}$  יהי

 $\mathbb{Z}=\biguplus_{k=1}^n (a_k+d_k\mathbb{Z})$  שונים עבורם  $d_1\dots d_n\in\mathbb{N}_+$  ולא קיימים  $a_1\dots a_n\in\mathbb{Z}$  שונים עבורם  $n\in\mathbb{N}$ טענה: יהי<יחס סדר מלא על  $\mathbb{C}$  אזי אזי  $(\mathbb{C},<)$  אינו שדה סדור.