הגדרה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה אזי $\text{Hol}\left(G\right)=\left\{ f:G\to\mathbb{C}\mid f\text{ הולומורפית}\right\}$.

סימון: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה אזי $A\left(G\right)=H\left(G\right)=\text{Hol}\left(G\right)$.

הגדרה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה תהא $f:G\to\mathbb{C}$ מרומורפית ותהא $K\subseteq G$ קומפקטית אזי $\left\Vert f\right\Vert _{C\left(K\right)}=\max\left|f\left(K\right)\right|$.

טור פונקציות מתכנס נורמלית: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\left\langle f_{n}\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ אזי $\sum_{n=0}^{\infty}f_{n}$ עבורה לכל $K\subseteq G$ קומקפטית קיים $m\in\mathbb{N}$ עבורו $\sum_{m\le n}\left\Vert f_{n}\right\Vert _{C\left(K\right)}$ מתכנס.

טענה אויילר: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\left(\frac{\pi}{\sin\left(\pi z\right)}\right)^{2}=\sum_{n\in\mathbb{Z}}\frac{1}{\left(z-n\right)^{2}}$.

מסקנה אויילר: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\pi\cdot\cot\left(\pi z\right)=\frac{1}{z}+\sum_{n\in\mathbb{Z}\backslash\left\{ 0\right\} }\left(\frac{1}{z-n}+\frac{1}{n}\right)$.

מסקנה אויילר: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\frac{\pi}{\sin\left(\pi z\right)}=\lim_{m\to\infty}\sum_{\left|n\right|\le m}\frac{\left(-1\right)^{n}}{z-n}$.

מכפלה מתכנסת: יהיו $\left\langle p_{n}\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ ויהי $P\in\mathbb{C}\backslash\left\{ 0\right\}$ באשר $P=\lim_{n\to\infty}\prod_{i=0}^{n}p_{i}$ אזי $P=\prod_{i=0}^{\infty}p_{i}$.

טענה: יהיו $\left\langle p_{n}\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ עבורם $\prod_{i=0}^{\infty}p_{i}$ מתכנס אזי $p_{n}\xrightarrow[n\to\infty]{}1$.

הענף הראשי של $\log$: יהי $r\in\mathbb{R}_{+}$ ויהי $\theta\in\mathbb{R}$ אזי $\text{Log}\left(re^{i\theta}\right)=\log\left(r\right)+\text{Arg}\left(e^{i\theta}\right)$.

טענה: Log ענף של $\log$ על $\mathbb{C}\backslash\left\{ 0\right\}$.

טענה: יהיו $\left\langle p_{n}\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ ויהי $P\in\mathbb{C}\backslash\left\{ 0\right\}$ התב"ש

- $\prod_{i=0}^{\infty}p_{i}=P$.
- $\sum_{i=0}^{\infty}\text{Log}\left(p_{i}\right)$ מתכנס וכן $P=\exp\left(\sum_{i=0}^{\infty}\text{Log}\left(p_{i}\right)\right)$.

טענה: יהיו $\left\langle a_{n}\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ באשר $\sum_{i=0}^{\infty}\left|a_{i}\right|^{2}$ מתכנס אזי ($\prod_{i=0}^{\infty}\left(1+a_{i}\right)$ מתכנסת)$\Longleftrightarrow$($\sum_{i=0}^{\infty}a_{i}$ מתכנס).

טענה: קיימים $\left\langle a_{n}\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ עבורם $\sum_{i=0}^{\infty}a_{i}$ מתכנס אך $\prod_{i=0}^{\infty}\left(1+a_{i}\right)$ אינה מתכנסת.

טענה: קיימים $\left\langle a_{n}\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ עבורם $\prod_{i=0}^{\infty}\left(1+a_{i}\right)$ מתכנסת אך $\sum_{i=0}^{\infty}a_{i}$ אינה מתכנס.

טענה: יהיו $\left\langle a_{n}\in\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ באשר $\sum_{i=0}^{\infty}\left|a_{i}\right|$ מתכנס אזי $\prod_{i=0}^{\infty}\left(1+a_{i}\right)$ מתכנסת.

מכפלת פונקציות מתכנסת באופן נורמלי: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\left\langle a_{n}\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ אזי $\prod_{n=0}^{\infty}\left(1+a_{n}\right)$ עבורה $\sum_{n=0}^{\infty}a_{n}$ מתכנס באופן נורמלי.

טענה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\left\langle p_{n}\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ באשר $\prod_{i=0}^{\infty}p_{i}$ מתכנסת באופן נורמלי אזי לכל $\sigma\in S_{\mathbb{N}}$ מתקיים $\prod_{i=0}^{\infty}p_{i}=\prod_{i=0}^{\infty}p_{\sigma\left(i\right)}$.

טענה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\left\langle p_{n}\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ באשר $\prod_{i=0}^{\infty}p_{i}$ מתכנסת באופן נורמלי אזי $\prod_{i=0}^{\infty}p_{i}\in\text{Hol}\left(G\right)$.

טענה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהיינה $\left\langle p_{n}\in\text{Hol}\left(G\right)\mid n\in\mathbb{N}\right\rangle$ באשר $\prod_{i=0}^{\infty}p_{i}$ מתכנסת באופן נורמלי אזי $\sum_{i=0}^{\infty}\frac{p_{i}'}{p_{i}}$ מתכנס באופן נורמלי.

למה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\prod_{n\in\mathbb{Z}\backslash\left\{ 0\right\} }\left(\left(1-\frac{z}{n}\right)\cdot e^{\frac{z}{n}}\right)$ מתכנסת באופן נורמלי.

למה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\sin\left(\pi z\right)=\pi z\cdot\prod_{n\in\mathbb{Z}\backslash\left\{ 0\right\} }\left(\left(1-\frac{z}{n}\right)\cdot e^{\frac{z}{n}}\right)$.

טענה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\sin\left(\pi z\right)=\pi z\cdot\prod_{i=1}^{\infty}\left(1-\frac{z^{2}}{n^{2}}\right)$.

מסקנה ואליס: $\frac{\pi}{2}\prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{1}{4n^{2}}\right)=1$ וכן $\frac{\pi}{2}=\prod_{n=1}^{\infty}\frac{\left(2n\right)^{2}}{\left(2n-1\right)\left(2n+1\right)}$.

פונקציית Γ: יהי $s\in\mathbb{C}$ אזי $\Gamma\left(s\right)=\int_{0}^{\infty}t^{s-1}e^{-t}\text{d}t$.

טענה: תהא $G\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהא $F:G\times\left[0,1\right]\to\mathbb{C}$ רציפה עבורה לכל $s\in\left[0,1\right]$ מתקיים כי $F\left(z,s\right)\in\text{Hol}\left(G\right)$ אזי $\int_{0}^{1}F\left(z,s\right)\text{d}s\in\text{Hol}\left(G\right)$.

טענה: יהי $s\in\mathbb{C}$ באשר $\text{Re}\left(s\right)>0$ אזי $\Gamma\left(s\right)$ מתכנס.

טענה: יהי $s\in\mathbb{C}$ באשר $\text{Re}\left(s\right)>0$ אזי $\Gamma\left(s+1\right)=s\Gamma\left(s\right)$.

מסקנה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\Gamma\left(n+1\right)=n!$.

טענה: יהי $s\in\mathbb{C}$ אזי $\int_{0}^{1}t^{s-1}e^{-t}\text{d}t=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{\left(-1\right)^{j}}{j!}\cdot\frac{1}{s+j}$.

טענה: קיימת $f:\mathbb{C}\backslash\left(-\mathbb{N}\right)\to\mathbb{C}$ מרומורפית המקיימת

- יהי $s\in\mathbb{C}$ באשר $\text{Re}\left(s\right)>0$ אזי $f\left(s\right)=\Gamma\left(s\right)$.
- יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי f בעל קוטב פשוט ב־$\left(-n\right)$.
- יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\text{Res}_{-n}\left(f\right)=\frac{\left(-1\right)^{n}}{n!}$.

הערה: נסמן את ההמשכה של Γ ל־$\mathbb{C}\backslash\left(-\mathbb{N}\right)$ גם כ־Γ.

קבוע אויילר־מסקרוני: $\gamma=\lim_{n\to\infty}\left(-\log\left(n\right)+\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{j}\right)$.

טענה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\frac{1}{\Gamma\left(z\right)}=ze^{\gamma z}\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{z}{n}\right)e^{-\frac{z}{n}}$.

מסקנה: $\frac{1}{\Gamma}\in\mathrm{Hol}\left(\mathbb{C}\right)$.

טענה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\Gamma\left(z\right)\Gamma\left(1-z\right)=\frac{\pi}{\sin(\pi z)}$.

מסקנה: $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\pi}$.

מסקנה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\left(\frac{\Gamma'}{\Gamma}\right)\left(z\right)=-\gamma-\frac{1}{z}-\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{z+n}-\frac{1}{z}\right)$.

מסקנה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\left(\frac{\Gamma'}{\Gamma}\right)'\left(z\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(z+n)^{2}}$.

טענה נוסחת גאוס: יהי $z\in\mathbb{C}$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $(2\pi)^{\frac{n-1}{2}}\Gamma\left(z\right)=n^{z-\frac{1}{2}}\prod_{i=0}^{n-1}\Gamma\left(\frac{z+i}{n}\right)$.

מסקנה נוסחת לג'נדר: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\sqrt{\pi}\cdot\Gamma\left(2z\right)=2^{2z-1}\Gamma\left(z\right)\Gamma\left(z+\frac{1}{2}\right)$.

מסקנה נוסחת אויילר: יהי $z\in\mathbb{C}$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $(2\pi)^{\frac{n-1}{2}}=\sqrt{n}\cdot\prod_{i=1}^{n-1}\Gamma\left(\frac{i}{n}\right)$.