מרוכבים: מרחב וקטורי $\mathbb{R}^2$ מעל $\mathbb{R}$ עם הפעולות הסטנדרטיות.

סימון: נסמן את המרוכבים בעזרת $\mathbb{C}$.

הערה: נשתמש ב־$\mathbb{C}$ בהתאמה $(1,0)\mapsto 1$ וכן ההגדרה $i=(0,1)$.

מסקנה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי קיימים ויחידים $a,b\in\mathbb{R}$ עבורם $z=a+ib$.

מטריצה קונפורמית: $0\neq A\in M_2(\mathbb{R})$ המקיימת $\exists a,b\in\mathbb{R}.A=\left(\begin{smallmatrix}a&-b\\b&a\end{smallmatrix}\right)$.

סימון: $O(n)=\{A\in M_2(\mathbb{R})\mid$ קונפורמית $A\}$.

טענה: ההעתקה $T\in\mathrm{Hom}(\mathbb{C},O(2))$ המוגדרת $T(a+ib)=\left(\begin{smallmatrix}a&-b\\b&a\end{smallmatrix}\right)$ היא איזומורפיזם.

טענה: תהא $A\in M_2(\mathbb{R})$ אזי (A קונפורמית)$\Longleftrightarrow$(A הפיכה ושומרת זווית).

מטריצה אנטי־קונפורמית: $0\neq A\in M_2(\mathbb{R})$ המקיימת $\exists a,b\in\mathbb{R}.A=\left(\begin{smallmatrix}a&b\\b&-a\end{smallmatrix}\right)$.

טענה: תהא $A\in M_2(\mathbb{R})$ אזי (A אנטי־קונפורמית)$\Longleftrightarrow$(A הפיכה והופכת זווית).

משפט: תהא $A\in M_2(\mathbb{R})$ אזי קיימות ויחידות $B,C\in M_2(\mathbb{R})$ באשר B קונפורמית או 0 וכן C אנטי־קונפורמית או 0 עבורן $A=B+C$.

מכפלת מרוכבים: יהיו $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ אזי $(a+ib)(c+id)=(ac-bd)+i(ad+bc)$.

טענה: $i^2=-1$.

החלק הממשי: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ אזי $\mathrm{Re}(a+ib)=a$.

החלק המדומה: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ אזי $\mathrm{Im}(a+ib)=b$.

הצמוד: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ אזי $\overline{a+ib}=a-ib$.

הערך המוחלט: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ אזי $|a+ib|=\sqrt{a^2+b^2}$.

מספר מדומה טהור: $z\in\mathbb{C}$ עבורו $\mathrm{Re}(z)=0$.

מספר ממשי טהור: $z\in\mathbb{C}$ עבורו $\mathrm{Im}(z)=0$.

למה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי

- $\overline{(\overline{z})}=z$.
- $|\overline{z}|=|z|$.
- $z\overline{z}=|z|^2$.

מסקנה: יהי $z\in\mathbb{C}\backslash\{0\}$ אזי $z^{-1}=\frac{\overline{z}}{|z|^2}$.

מסקנה: $\mathbb{C}$ עם הפעולות שהוגדרו מלעיל הינו שדה.

טענה: יהיו $z,w\in\mathbb{C}$ אזי

- $\mathrm{Re}(z)=\frac{z+\overline{z}}{2}$.
- $\mathrm{Im}(z)=\frac{z-\overline{z}}{2i}$.
- $\overline{z+w}=\overline{z}+\overline{w}$.
- $\overline{z\cdot w}=\overline{z}\cdot\overline{w}$.
- נניח כי $w\neq 0$ אזי $\overline{\left(\frac{z}{w}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{w}}$.
- $|z\cdot w|=|z|\cdot|w|$.
- נניח כי $w\neq 0$ אזי $\left|\frac{z}{w}\right|=\frac{|z|}{|w|}$.
- $-|z|\leq\mathrm{Re}(z)\leq|z|$.
- $-|z|\leq\mathrm{Im}(z)\leq|z|$.

טענה אי שיוויון המשולש: יהיו $z,w\in\mathbb{C}$ אזי $|z+w|\leq|z|+|w|$.

טענה אי שיוויון קושי שוורץ: יהיו $z_1\ldots z_n,w_1\ldots w_n\in\mathbb{C}$ אזי $\left|\sum_{i=1}^n z_iw_i\right|=\left(\sum_{i=1}^n|z_i|^2\right)\left(\sum_{i=1}^n|w_i|^2\right)$.

מסקנה: יהיו $z,w\in\mathbb{C}$ ויהיו $a,b\in\mathbb{R}$ אזי

- $|z|-|w|\leq|z-w|$.
- $|a+ib|\leq|a|+|b|$.

הצגה פולרית/הצגה קוטבית: יהי $\theta\in\mathbb{R}$ אזי $e^{i\theta}=\cos(\theta)+i\sin(\theta)$.

הארגומנט: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\arg(z)=\left\{\theta\in\mathbb{R}\mid z=|z|e^{i\theta}\right\}$.

מסקנה: יהי $z\in\mathbb{C}\backslash\{0\}$ אזי קיים ויחיד $\theta\in(-\pi,\pi]$ עבורו $z=|z|\cdot e^{i\theta}$.

הארגומנט העיקרי: יהי $z\in\mathbb{C}\backslash\{0\}$ ויהי $\theta\in\arg(z)\cap(-\pi,\pi]$ אזי $\mathrm{Arg}(z)=\theta$.

הערה: יהי $z\in\mathbb{C}\backslash\{0\}$ אזי הארגומנט העיקרי קיים ויחיד.

הערה: $\arg\left(z\right)=\left\{ \text{Arg}\left(z\right)+2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.

טענה: יהיו $\theta,\phi\in\mathbb{R}$ ויהיו $r,s\geq0$ אזי

- $\overline{r\cdot e^{i\theta}}=r\cdot e^{-i\theta}$.
- $\left(r\cdot e^{i\theta}\right)\cdot\left(s\cdot e^{i\phi}\right)=rs\cdot e^{i\left(\theta+\phi\right)}$.

מסקנה: יהיו $w,z\in\mathbb{C}$ אזי $\arg\left(zw\right)=\arg\left(z\right)+\arg\left(w\right)$.

טענה: יהי $\theta\in\mathbb{R}$ ויהי $r>0$ אזי $\left(r\cdot e^{i\theta}\right)^{-1}=\frac{1}{r}\cdot e^{-i\theta}$.

טענה: יהי $\theta\in\mathbb{R}$ יהי $r\geq0$ ויהי $n\in\mathbb{Z}$ אזי $\left(r\cdot e^{i\theta}\right)^{n}=r^{n}\cdot e^{in\theta}$.

מסקנה נוסחאת דה מואבר: יהי $\theta\in\mathbb{R}$ ויהי $n\in\mathbb{Z}$ אזי $\left(\cos\left(\theta\right)+i\sin\left(\theta\right)\right)^{n}=\cos\left(n\theta\right)+i\sin\left(n\theta\right)$.

טענה: יהי $\theta\in\mathbb{R}$ יהי $r\geq0$ ויהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי $\sqrt[n]{re^{i\theta}}=\left\{ \sqrt[n]{r}e^{i\left(\frac{\theta+2\pi k}{n}\right)}\mid k\in\left\{ 0,\ldots,n-1\right\} \right\}$.

מסקנה שורשי יחידה: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי $\sqrt[n]{1}=\left\{ e^{\frac{2i\pi k}{n}}\mid k\in\left\{ 0,\ldots,n-1\right\} \right\}$.

המשפט היסודי של האלגברה: יהי $p\in\mathbb{C}_{\geq1}\left[x\right]$ אזי קיים $x\in\mathbb{C}$ עבורו $p\left(x\right)=0$.

מסקנה: יהי $p\in\mathbb{C}_{\geq1}\left[x\right]$ אזי קיימים $a_{0}\ldots a_{n}\in\mathbb{C}$ עבורם $p\left(x\right)=a_{0}\prod_{i=1}^{n}\left(x-a_{i}\right)$.

הקוטב הצפוני: נסמן ב-$\mathbb{R}^{3}$ את $N=\left(0,0,1\right)$.

ספירה: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי $\mathbb{S}^{n}=\left\{ x\in\mathbb{R}^{n+1}\mid\left\Vert x\right\Vert =1\right\}$.

ההמיספרה העליונה: כל הנקודות $\left(x,y,z\right)\in\mathbb{S}^{2}$ המקיימות $z>0$.

ההמיספרה התחתונה: כל הנקודות $\left(x,y,z\right)\in\mathbb{S}^{2}$ המקיימות $z<0$.

הטלה סטריאוגרפית: נגדיר $f:\mathbb{C}\to\mathbb{S}^{2}\backslash\left\{ N\right\}$ כך $f\left(x+iy\right)=\left(\frac{2x}{x^{2}+y^{2}+1},\frac{2y}{x^{2}+y^{2}+1},1-\frac{2}{x^{2}+y^{2}+1}\right)$.

הערה: במרחב $\mathbb{R}^{3}$ נגדיר את $\mathbb{C}$ להיות שני הצירים הראשונים, אז ההטלה הסטריאוגרפית היא מבחינה מעשית $f\left(p\right)=\text{line}_{p,N}\cap\mathbb{S}^{1}$.

טענה: f רציפה.

טענה: יהי $z\in\mathbb{C}$ אזי

- $\left(z\in\mathbb{S}^{1}\right)\iff\left(f\left(z\right)=z\right)$.
- ($f\left(z\right)$ בהמיספרה העליונה)$\iff$(z מחוץ ל-$\mathbb{S}^{1}$).
- ($f\left(z\right)$ בהמיספרה התחתונה)$\iff$(z בתוך $\mathbb{S}^{1}$).

טענה: f הפיכה ומתקיים $f^{-1}:\mathbb{S}^{2}\backslash\left\{ N\right\} \to\mathbb{C}$ כך $f^{-1}\left(x,y,z\right)=\frac{x}{1-z}+i\frac{y}{1-z}$.

סימון: $\widehat{\mathbb{C}}=\mathbb{C}\cup\left\{ \infty\right\}$.

הספירה של רימן: f ניתנת להרחבה רציפה $f:\widehat{\mathbb{C}}\to\mathbb{S}^{2}$ וכן $f\left(\infty\right)=N$.

טענה: תהא $A\subseteq\mathbb{S}^{2}\backslash\left\{ N\right\}$ אזי (A מעגל)$\iff$($f^{-1}\left[A\right]$ מעגל או ישר).

מסקנה: יהי $C\subseteq\mathbb{S}^{2}\backslash\left\{ N\right\}$ מעגל ויהי P מישור עבורו $C=P\cap\mathbb{S}^{2}$ אזי ($f^{-1}\left[C\right]$ ישר)$\iff$($N\in P$).

גבול: תהא $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ ויהי $z\in\mathbb{C}$ עבורם $\forall\varepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\geq N.\left|a_{n}-a\right|<\varepsilon$ אזי $\lim_{n\to\infty}a_{n}=z$.

טענה: תהא $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ ויהי $z\in\mathbb{C}$ אזי $\left(\left|a_{n}-z\right|\to0\right)\iff\left(a_{n}\to z\right)$.

גבול אינסופי: תהא $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ עבורה $\forall M\in\mathbb{R}.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\geq N.M<\left|a_{n}\right|$ אזי $\lim_{n\to\infty}a_{n}=\infty$.

טענה: תהא $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ אזי $\left(\left|a_{n}\right|\to\infty\right)\iff\left(a_{n}\to\infty\right)$.

טענה: תהיינה $a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ ויהיו $z,w\in\widehat{\mathbb{C}}$ עבורם $a_{n}\to z$ וכן $b_{n}\to w$ אזי

- $a_{n}+b_{n}\to z+w$.
- $a_{n}\cdot b_{n}\to z\cdot w$.
- נניח כי $w\neq0$ אזי $\frac{a_{n}}{b_{n}}\to\frac{z}{w}$.

טענה: תהא $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ ויהי $z\in\widehat{\mathbb{C}}$ עבורם $a_{n}\to z$ אזי

- $\overline{a_{n}}\to\overline{z}$.
- $\left|a_{n}\right|\to\left|z\right|$.
- $\text{Re}\left(a_{n}\right)\to\text{Re}\left(z\right)$.
- $\text{Im}\left(a_{n}\right)\to\text{Im}\left(z\right)$.

טענה: תהא $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ אזי (a מתכנסת)$\iff$($\text{Re}\left(a\right),\text{Im}\left(a\right)$ מתכנסות).

מסקנה: תהא $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ אזי (a מתכנסת)$\iff\left(\forall\varepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n,m\geq N.\left|a_{n}-a_{m}\right|<\varepsilon\right)$.

טענה: תהא $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ המקיימת $\left|a_{n}\right|\to0$ אזי $a_{n}\to0$.

מסקנה: תהיינה $a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ באשר a חסומה וכן $b_{n}\to0$ אזי $a_{n}b_{n}\to0$.

הערה: מכאן והלאה הסימון $\mathbb{F}$ יתאר שדה מבין $\mathbb{R},\mathbb{C}$ וכאשר נאמר כי $\mathcal{U}$ פתוחה הכוונה היא ביחס לשדה.

גבול: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1$ פתוחה תהא $a\in\mathbb{F}_1$ תהא $A\in\mathbb{F}_2$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{F}_2$ עבורה $\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall z\in\mathcal{U}\backslash\{a\}.|z-a|<\delta\Longrightarrow|f(z)-A|<\varepsilon$ אזי $\lim_{z\to a}f(z)=A$.

משפט היינה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1$ פתוחה אזי $\left(\forall b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}.(b_n\to a)\Longrightarrow(f(b_n)\to A)\right)\Longleftrightarrow(\lim_{z\to a}f(z)=A)$.

טענה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1$ פתוחה ותהיינה $f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{F}_2$ באשר $\lim_{z\to a}f(z)=A$ וכן $\lim_{z\to a}g(z)=B$ אזי

- $\lim_{z\to a}(f+g)(z)=A+B$.
- $\lim_{z\to a}(fg)(z)=AB$.
- נניח $B\neq0$ אזי $\lim_{z\to a}\left(\frac{f}{g}\right)(z)=\frac{A}{B}$.

טענה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}$ פתוחה ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ באשר $\lim_{z\to a}f(z)=A$ אזי

- $\lim_{z\to a}\overline{f(z)}=\overline{A}$.
- $\lim_{z\to a}|f(z)|=|A|$.
- $\lim_{z\to a}\mathrm{Re}(f(z))=\mathrm{Re}(A)$.
- $\lim_{z\to a}\mathrm{Im}(f(z))=\mathrm{Im}(A)$.

גבול אינסופי: תהא $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ ויהי $a\in\mathbb{C}$ אזי

- שאיפה לאינסוף בנקודה: אם $\forall M>0.\exists\delta>0.\forall z\in\mathbb{C}\backslash\{a\}.|z-a|<\delta\Longrightarrow M<|f(z)|$ אזי $\lim_{z\to a}f(z)=\infty$.
- שאיפה לנקודה באינסוף: אם $\forall\varepsilon>0.\exists R>0.\forall z\in\mathbb{C}.R<|z|\Longrightarrow|f(z)-a|<\varepsilon$ אזי $\lim_{z\to\infty}f(z)=a$.
- שאיפה לאינסוף באינסוף: אם $\forall M>0.\exists R>0.\forall z\in\mathbb{C}.R<|z|\Longrightarrow M<|f(z)|$ אזי $\lim_{z\to\infty}f(z)=\infty$.

פונקציה רציפה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1$ פתוחה יהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $f:\mathcal{U}\to\mathbb{F}_2$ המקיימת $\lim_{z\to a}f(z)=f(a)$.

מסקנה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.

נגזרת: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1$ פתוחה יהי $a\in\mathcal{U}$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{F}_2$ אזי $f'(a)=\lim_{z\to a}\frac{f(z)-f(a)}{z-a}$.

פונקציה הולומורפית: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה אזי $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ גזירה על כל $\mathcal{U}$.

מסקנה: כל מניפולציות הנגזרת של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.

הערה: תהא $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ נסמן $f=u+iv$ עבור $v,u:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$.

טענה: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}$ אזי (f גזירה)$\Longleftrightarrow$(v,u גזירות).

למה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ גזירה אזי $(f'=0)\Longleftrightarrow(\exists c\in\mathbb{C}.f=c)$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ גזירה ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $f'(a)=\frac{\partial u}{\partial x}(a)+i\frac{\partial v}{\partial x}(a)=\frac{\partial v}{\partial y}(a)-i\frac{\partial u}{\partial y}(a)$.

מסקנה משוואות קושי־רימן: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ גזירה אזי $\left(\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}\right)\wedge\left(\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial y}\right)$.

הגדרה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^2$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^2$ דיפרנציאבילית אזי

- $\frac{\partial f}{\partial z}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial x}-i\frac{\partial f}{\partial y}\right)$.
- $\frac{\partial f}{\partial\overline{z}}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial x}+i\frac{\partial f}{\partial y}\right)$.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ גזירה אזי (f הולומורפית)$\Longleftrightarrow\left(\frac{\partial f}{\partial\overline{z}}=0\right)$.

טענה: תהא $f:\mathbb{C}\to\mathbb{R}$ אזי (f גזירה)$\Longleftrightarrow(\exists c\in\mathbb{R}.f=c)$.

משפט: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ אזי (f גזירה ברציפות)$\Longleftrightarrow\left((u,v\in C^1(\mathcal{U}))\wedge\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}\right)\wedge\left(\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right)\right)$.

לפלסיאן: תהא $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ גזירה פעמיים אזי $\Delta g=\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$.

פונקציה הרמונית: $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ גזירה פעמיים המקיימת $\Delta g=0$.

טענה: תהא $f\in C^2(\mathbb{C},\mathbb{C})$ אזי u,v הרמוניות.

פונקציה צמודה הרמונית: תהא $u:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ אזי $v:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ עבורה $u+iv$ הולומורפית.

טענה: תהא $u:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ ותהא $v:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ צמודה הרמונית ל־u אזי u צמודה הרמונית ל־$(-v)$.

טענה: יהי $\sum_{i=0}^{n}a_iz^i\in\mathbb{C}[z]$ אזי $\left(\sum_{i=0}^{n}a_iz^i\right)'=\sum_{i=1}^{n}a_iiz^{i-1}$.

טענה: יהי $f\in\mathbb{R}[z]$ אזי $\forall z\in\mathbb{C}.f(\overline{z})=\overline{f(z)}$.

התכנסות טור: תהא $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ אזי $\sum_{i=0}^{\infty}a_n$ עבורה $\sum_{i=0}^{n}a_n$ מתכנסת.

התכנסות נקודתית: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ויהי $a\in\mathbb{C}$ אזי $f\in\left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}\right)^{\mathbb{N}}$ עבורה $f_n(a)$ מתכנסת.

התכנסות במידה שווה (במ"ש): תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהא $f\in\left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}\right)^{\mathbb{N}}$ אזי $g:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ עבורה $\forall\varepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}.\forall x\in\mathcal{U}.\forall n>N.|f_n(x)-g(x)|<\varepsilon$.

טענה: תהא $\mathbb{C} \supseteq \mathcal{U}$ פתוחה ותהא $f \in \left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}\right)^{\mathbb{N}}$ אזי (f מתכנסת במ"ש)$\Longleftrightarrow$($\forall\varepsilon > 0.\exists N \in \mathbb{N}.\forall n, m \geq N.\forall z \in \mathcal{U}\left|f_n(z) - f_m(z)\right| < \varepsilon$).

טענה מבחן M של ויירשטראס להתכנסות: תהא $f \in \left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}\right)^{\mathbb{N}}$ ותהא $M \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ עבורה $\sum_{n=1}^{\infty} M_n < \infty$ וכן $\forall x \in \mathbb{R}.\forall n \in \mathbb{N}.\left|u_n(x)\right| \leq M_n$ אזי $\sum_{i=0}^{n} u_i$ מתכנסת בהחלט ובמ"ש.

טענה: תהא $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ ותהא $f \in \left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}\right)^{\mathbb{N}}$ עבורה $\forall n \in \mathbb{N}.f_n \in C(\mathcal{U})$ וכן $f_n \xrightarrow{u} g$ אזי $g \in C(\mathcal{U})$.

טור חזקות: תהא $a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ סדרה ויהי $b \in \mathbb{C}$ אזי $\sum_{i=0}^{\infty} a_i (z - b)^i$.

משפט אבל: יהי $\sum_{i=0}^{\infty} a_i z^i$ טור חזקות אזי קיים $R \in [0, \infty]$ המקיים

- הטור מתכנס בהחלט על $|z| < R$.
- יהי $0 \leq \rho < R$ אזי הטור מתכנס במ"ש על $|z| < \rho$.
- יהי $|z| > R$ אזי $\sum a_n z^n$ לא מתכנס.

טענה: יהי $\sum_{i=0}^{\infty} a_i z^i$ טור חזקות אזי הפונקציה $\sum a_n z^n$ הולומורפית על $|z| < R$ ובפרט $\left(\sum_{i=1}^{\infty} a_i z^i\right)' = \sum_{i=1}^{\infty} i a_i z^{i-1}$.

משפט קושי־הדמר: יהי $\sum_{i=0}^{\infty} a_i z^i$ טור חזקות ויהי R רדיוס ההתכנסות אזי $R = \frac{1}{\limsup_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$.

טענה: יהיו $g, h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ פתרונות של המד"ר $(f'(z) = f(z)) \wedge (f(0) = 1)$ אזי $g = h$.

פונקציה מעריכית: נגדיר $\exp : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ להיות פתרון של המד"ר $(f'(z) = f(z)) \wedge (f(0) = 1)$.

טענה: $\exp(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{z^i}{i!}$.

מסקנה: $\exp$ מתכנסת על $\mathbb{C}$.

טענה: $e^0 = 1$, $(e^z)' = e^z$ על כל $\mathbb{C}$.

מסקנה: $\exp(z) = e^z$.

מסקנה: יהיו $a, b \in \mathbb{C}$ אזי $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$.

מסקנה: יהי $z \in \mathbb{C}$ אזי $e^z \neq 0$.

מסקנה: יהי $z \in \mathbb{C}$ אזי $e^{\overline{z}} = \overline{e^z}$.

קוסינוס: יהי $z \in \mathbb{C}$ אזי $\cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$.

סינוס: יהי $z \in \mathbb{C}$ אזי $\sin(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$.

טענה: על כל $\mathbb{C}$ מתקיים $\sin(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{(2n)!}$, $\cos(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n}}{(2n)!}$.

מסקנה: על כל $\mathbb{C}$ מתקיים $\sin(z)' = \cos(z)$, $\cos(z)' = -\sin(z)$.

log: יהי $w \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$ אזי $\log(w) = \mathsf{sols}(e^z = w)$.

טענה: יהי $w \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$ אזי $\log(w) = \{\log|w| + i\theta \mid \theta \in \arg(w)\}$.

חזקה: יהי $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ ויהי $b \in \mathbb{C}$ אזי $a^b = e^{b \log a}$.

ענף של arg: יהי $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$ תחום עבורו $0 \notin \mathcal{U}$ אזי $\alpha \in C(\mathcal{U}, \mathbb{C})$ המקיימת $\forall z \in \mathcal{U}.\alpha(z) \in \arg(z)$.

ענף של log: יהי $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$ תחום עבורו $0 \notin \mathcal{U}$ אזי $\ell \in C(\mathcal{U}, \mathbb{C})$ המקיימת $\forall z \in \mathcal{U}.\ell(z) \in \log(z)$.

טענה: יהי $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$ תחום עבורו $0 \notin \mathcal{U}$ אזי (קיים ענף של $\arg$ על $\mathcal{U}$)$\Longleftrightarrow$(קיים ענף של $\log$ על $\mathcal{U}$).

טענה: בתחום $\mathbb{C}\backslash\{0\}$ לא קיים ענף של $\log$.

טענה: יהי $\ell : \mathcal{U} \to \mathbb{C}$ ענף של $\log$ אזי ℓ הולומורפית וכן $\ell'(z) = \frac{1}{z}$.

טענה: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{z^n}{n}$ ענף של $\log(1+z)$ בתחום $|z| < 1$.

אינטגרל: יהי $I \subseteq \mathbb{R}$ קטע ותהא $f \in C(I, \mathbb{C})$ אזי $\int_I f(t)\,\mathrm{d}t = \int_I u(t)\,\mathrm{d}t + i\int_I v(t)\,\mathrm{d}t$.

טענה: יהי $I \subseteq \mathbb{R}$ קטע ותהא $f \in C(I, \mathbb{C})$ אזי $\left|\int_I f(t)\,\mathrm{d}t\right| \leq \int_I |f(t)|\,\mathrm{d}t$.

מסילה: יהי $I \subseteq \mathbb{R}$ קטע אזי $\gamma \in C(I, \mathbb{C})$.

מסילה חלקה למקוטעין: מסילה γ אשר חלקה עד כדי מספר סופי של נקודות ובהן קיימות נגזרות חד־צדדיות מכל סדר.

אינטגרל מסילתי: יהי $I \subseteq \mathbb{R}$ קטע תהא $\gamma : I \to \mathbb{C}$ מסילה ותהא $f \in C(\gamma[I], \mathbb{C})$ אזי $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z = \int_I f(\gamma(t))\gamma'(t)\,\mathrm{d}t$.

טענה: תהא $\gamma : (a, b) \to \mathbb{C}$ מסילה תהא $\varphi : (\alpha, \beta) \to (a, b)$ עולה וחלקה למקוטעין אזי $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z = \int_{\gamma\circ\varphi} f(z)\,\mathrm{d}z$.

המסילה ההפוכה: תהא γ מסילה אזי $-\gamma$.

טענה: תהא γ מסילה אזי $\int_{-\gamma} f(z)\,\mathrm{d}z = -\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z$.

סכום מסילות: תהיינה $\gamma_i : [a_i, a_{i+1}] \to \mathbb{C}$ מסילות אזי $\left(\sum \gamma_i\right)(t) = \begin{cases} \gamma_0(t) & t\in[a_0,a_1] \\ \vdots & \\ \gamma_n(t) & t\in[a_n,a_{n+1}] \end{cases}$.

טענה: תהיינה $\gamma_i : [a_i, a_{i+1}] \to \mathbb{C}$ מסילות אזי $\sum \gamma_i$ מסילה.

מסקנה: תהיינה $\gamma_i : [a_i, a_{i+1}] \to \mathbb{C}$ מסילות אזי $\int_{\sum \gamma_i} f(z)\,\mathrm{d}z = \sum \int_{\gamma_i} f(z)\,\mathrm{d}z$.

מסילה סגורה: מסילה $\gamma:[a,b]\to\mathbb{C}$ המקיימת $\gamma(a)=\gamma(b)$.

אינטגרל לפי אורך קשת: תהא γ מסילה אזי $\int_\gamma f(z)\,|\mathrm{d}z|=\int_I f(\gamma(t))\,|\gamma'(t)|\,\mathrm{d}t$.

הערה: מקובל מאוד גם הסימון $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}s=\int_\gamma f(z)\,|\mathrm{d}z|$.

אורך מסילה: תהא γ מסילה אזי $\int_\gamma |\mathrm{d}z|$.

טענה: תהא γ מסילה אזי $\int_\gamma (f+g)\,|\mathrm{d}z|=\int_\gamma f\,|\mathrm{d}z|+\int_\gamma g\,|\mathrm{d}z|$.

טענה: תהא γ מסילה אזי $\left|\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z\right|\le\int_\gamma |f(z)|\,|\mathrm{d}z|$.

אינטגרל על פי צמוד: תהא γ מסילה אזי $\int_\gamma f(z)\,\overline{\mathrm{d}z}=\overline{\int_I \overline{f}(\gamma(t))\,\gamma'(t)\,\mathrm{d}t}$.

הגדרה: תהא γ מסילה אזי

- $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z+\int_\gamma f(z)\,\overline{\mathrm{d}z}\right)$.
- $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}y=\frac{1}{2i}\left(\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z-\int_\gamma f(z)\,\overline{\mathrm{d}z}\right)$.

טענה: תהא γ מסילה אזי $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z=\left(\int_\gamma u(x,y)\,\mathrm{d}x-\int_\gamma v(x,y)\,\mathrm{d}y\right)+i\left(\int_\gamma u(x,y)\,\mathrm{d}y-\int_\gamma v(x,y)\,\mathrm{d}x\right)$.

הערה: מהמשוואה מלעיל ניתן לחשוב על כך שמתקיים $\mathrm{d}z=\mathrm{d}x+i\mathrm{d}y$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ ותהא $g:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית עבורה $g'=f$ אזי לכל מסילה $\gamma:[a,b]\to\mathcal{U}$ מתקיים $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z=g(\gamma(b))-g(\gamma(a))$.

משפט קושי למלבן: יהי $R\subseteq\mathbb{C}$ מלבן סגור תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה עבורה $R\subseteq\mathcal{U}$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית אזי $\int_{\partial R} f(z)\,\mathrm{d}z=0$.

משפט קושי למלבן משופר: יהי $R\subseteq\mathbb{C}$ מלבן סגור תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה עבורה $R\subseteq\mathcal{U}$ יהיו $\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}\subseteq R\backslash\partial R$ ותהא $f:\mathcal{U}\backslash\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}\to\mathbb{C}$ הולומורפית עבורה לכל $i\in[k]$ מתקיים $\lim_{z\to\zeta_i}(z-\zeta_i)f(z)=0$ אזי $\int_{\partial R} f(z)\,\mathrm{d}z=0$.

למה: תהא מסילה $\gamma:[\alpha,\beta]\to\mathbb{C}$ סגורה חלקה למקוטעין ותהא $a\in\mathbb{C}\backslash\gamma([a,b])$ אזי קיים $k\in\mathbb{Z}$ עבורו $\int_\gamma\frac{\mathrm{d}z}{z-a}=2\pi ik$.

מספר הליפופים: תהא מסילה $\gamma:[\alpha,\beta]\to\mathbb{C}$ סגורה חלקה למקוטעין ותהא $a\in\mathbb{C}\backslash\gamma([a,b])$ אזי מספר הליפופים של γ סביב a הינו $n(\gamma,a)=\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\frac{\mathrm{d}z}{z-a}$.

טענה: תהא $f\in C([\alpha,\beta],\mathbb{C})$ נגדיר $F:[\alpha,\beta]\to\mathbb{C}$ כך $F(t)=\int_\alpha^t f(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ אזי F גזירה וכן $\frac{dF}{dt}=f$.

למה: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק תהא $f:D\to\mathbb{C}$ הולומורפית אזי קיימת $F:D\to\mathbb{C}$ הולומורפית המקיימת $F'=f$.

משפט קושי לדיסק: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח תהא $f:D\to\mathbb{C}$ הולומורפית ותהא $\gamma:[a,b]\to D$ מסילה סגורה אזי $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z=0$.

משפט קושי לדיסק משופר: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח יהיו $\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}\subseteq D$ תהא $f:D\backslash\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}\to\mathbb{C}$ הולומורפית עבורה לכל $i\in[k]$ מתקיים $\lim_{z\to\zeta_i}(z-\zeta_i)f(z)=0$ ותהא $\gamma:[\alpha,\beta]\to D\backslash\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}$ מסילה סגורה אזי $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z=0$.

טענה: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח תהא $\gamma:[\alpha,\beta]\to D$ מסילה סגורה ויהי $a\in\mathbb{C}\backslash D$ אזי $n(\gamma,a)=0$.

טענה: תהא $\gamma:[\alpha,\beta]\to\mathbb{C}$ מסילה ויהיו $a,b\in\mathbb{C}\backslash\gamma([\alpha,\beta])$ עבורן $[a,b]$ לא נחתכת עם γ אזי $n(\gamma,a)=n(\gamma,b)$.

משפט נוסחת האינטגרל של קושי: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח תהא $\gamma:[\alpha,\beta]\to D$ מסילה סגורה תהא $f:D\to\mathbb{C}$ הולומורפית ויהי $a\in D\backslash\gamma([\alpha,\beta])$ אזי $\frac{1}{2\pi i}\int_\gamma\frac{f(z)}{z-a}\mathrm{d}z=n(\gamma,a)\cdot f(a)$.

מסקנה משפט הערך הממוצע: יהי $r>0$ יהי $a\in\mathbb{C}$ ותהא $f:B_a(r)\to\mathbb{C}$ הולומורפית אזי $f(a)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f\left(a+re^{it}\right)\mathrm{d}t$.

סימון: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח תהא $\gamma:[\alpha,\beta]\to D$ מסילה סגורה תהא $\varphi\in C(\gamma([\alpha,\beta]),\mathbb{C})$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ נגדיר $F_n:D\to\gamma([\alpha,\beta])$ כך $F_n(z)=\int_\gamma\frac{\varphi(\zeta)}{(\zeta-z)^n}\mathrm{d}\zeta$.

טענה: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח תהא $\gamma:[\alpha,\beta]\to D$ מסילה סגורה תהא $\varphi\in C(\gamma([\alpha,\beta]),\mathbb{C})$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי

- F_n רציפה.
- F_n גזירה.
- $F_n'=n\cdot F_{n+1}$.

מסקנה: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח ותהא $f:D\to\mathbb{C}$ הולומורפית אזי $f\in C^\infty(D)$.

מסקנה: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח תהא $f:D\to\mathbb{C}$ הולומורפית ויהי C_r מעגל סביב z עבורו $n(C_r,z)=1$ אזי $f^{(n)}(z)=\frac{n!}{2\pi i}\int_{C_r}\frac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta$.

מסקנה: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח ותהא $f:D\to\mathbb{C}$ בעלת קדומה אזי f הולומורפית.

מסקנה משפט מוררה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ עבורה לכל $\gamma:[\alpha,\beta]\to\mathcal{U}$ מתקיים $\int_\gamma f(z)\,\mathrm{d}z=0$ אזי f הלומורפית.

משפט ליוביל: תהא $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ הלומורפית וחסומה אזי f קבועה.

טענה חסם קושי לנגזרת: יהי $D\subseteq\mathbb{C}$ דיסק פתוח תהא $f:D\to\mathbb{C}$ הולומורפית ויהי C_r מעגל סביב z עבורו $n(C_r,z)=1$ אזי $\left|f^{(n)}\right|\le\frac{n!\max_{C_r}|f|}{r^n}$.

מסקנה המשפט היסודי של האלגברה: יהי $p\in\mathbb{C}\left[x\right]$ עבורו $\deg\left(p\right)\geq1$ אזי $\exists\alpha\in\mathbb{C}.p\left(\alpha\right)=0$.

נקודה יחודית/יחודיות/סינגולריות: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה אזי $a\in\mathcal{U}$ עבורה $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ הולומורפית.

נקודת יחודיות סליקה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה אזי $a\in\mathcal{U}$ יחודיות של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ עבורה קיימת הרחבה הולומורפית $g:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ המקיימת $\forall z\in\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} .g\left(z\right)=f\left(z\right)$.

הערה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה ותהא $a\in\mathcal{U}$ סליקה עבור $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ הולומורפית אזי קיימת הרחבה יחידה.

משפט: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה תהא $a\in\mathcal{U}$ ותהא $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ הולומורפית אזי (a סליקה)$\Longleftrightarrow$($\lim_{z\to a}\left(z-a\right)f\left(z\right)=0$).

משפט טיילור: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה תהא $a\in\mathcal{U}$ תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי קיימת $f_{n}:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית עבורה $f\left(z\right)=\sum_{i=0}^{n-1}\frac{f^{\left(i\right)}\left(a\right)}{i!}\left(z-a\right)^{i}+f_{n}\left(z\right)\left(z-a\right)^{n}$.

טענה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ פתוחה תהא $a\in\mathcal{U}$ תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי C מעגל סביב a אזי לכל $z\in C$ מתקיים $f_{n}\left(z\right)=\frac{1}{2\pi i}\int_{C}\frac{f\left(\zeta\right)}{\left(\zeta-a\right)^{n}\left(\zeta-z\right)}\mathrm{d}\zeta$.

אפס:יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית אזי $a\in\mathcal{U}$ עבורה $f\left(a\right)=0$.

אפס מסדר n: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית אזי $a\in\mathcal{U}$ עבורה $n=\min\left\{ j\in\mathbb{N}\mid f^{\left(j\right)}\left(a\right)\neq0\right\}$.

למה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית תהא $a\in\mathcal{U}$ עבורה $\forall n\in\mathbb{N}.f^{\left(n\right)}\left(a\right)=0$ ויהי $r>0$ עבורו $\overline{B_{r}\left(a\right)}\subseteq\mathcal{U}$ אזי $f_{\upharpoonright_{B_{r}\left(a\right)}}=0$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית ותהא $a\in\mathcal{U}$ עבורה $\forall n\in\mathbb{N}.f^{\left(n\right)}\left(a\right)=0$ אזי $f=0$.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית עבורה $f\neq0$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ אפס אזי הסדר של a סופי.

אפס מבודד: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית אזי אפס $a\in\mathcal{U}$ עבורו $\exists r>0.\forall z\in B_{r}\left(a\right)\backslash\left\{ a\right\} .f\left(z\right)\neq0$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית עבורה $f\neq0$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ אפס אזי a אפס מבודד.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהיינה $f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית ותהא $E\subseteq\mathcal{U}$ בעלת נקודת הצטברות ב־$\mathcal{U}$ נניח כי $f=g$ על E אזי $f=g$ על $\mathcal{U}$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית ותהא $\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U}$ פתוחה עבורה $f=0$ על $\mathcal{O}$ אזי $f=0$ על $\mathcal{U}$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית ותהא γ מסילה עבורה $f=0$ על γ אזי $f=0$ על $\mathcal{U}$.

נקודת קוטב: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום אזי $a\in\mathcal{U}$ יחודית של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ עבורה קיימת $\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\}$ סביבה של a עבורה $\frac{1}{f}$ מוגדרת היטב בעלת יחודיות סליקה ב־a וכן $\frac{1}{f}\left(a\right)=0$.

הערה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $a\in\mathcal{U}$ יחודית של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ ותהא $\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\}$ סביבה של a עבורה $\frac{1}{f}$ מוגדרת היטב בעלת יחודיות סליקה ב־a וכן $\frac{1}{f}\left(a\right)\neq0$ אזי a יחודית סליקה של f.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $a\in\mathcal{U}$ יחודית של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ אזי (a קוטב)$\Longleftrightarrow$($\lim_{z\to a}f\left(z\right)=\infty$).

קוטב מסדר n: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום אזי $a\in\mathcal{U}$ קוטב של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ אשר אפס מסדר n של $\frac{1}{f}$.

קוטב פשוט: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום אזי $a\in\mathcal{U}$ קוטב מסדר 1 של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ קוטב מסדר n של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ אזי קיימת $f_{n}:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית עבורה $f\left(z\right)=f_{n}\left(z\right)\left(z-a\right)^{-n}$ על $z\in\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\}$.

פונקציה מרומורפית: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהא $E\subseteq\mathcal{U}$ אזי $f:\mathcal{U}\backslash E\to\mathbb{C}$ הולומורפית עבורה כל $a\in E$ הינה קוטב של f.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהיינה $f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפיות באשר $g\neq0$ אזי $\frac{f}{g}$ מרומורפית.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהיינה $f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפיות באשר $g\neq0$ אזי

- (מספר האפסים של $\frac{f}{g}$)$\leq$(מספר האפסים של f).
- (מספר הקטבים של $\frac{f}{g}$)$\leq$(מספר האפסים של g).

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהיינה $f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ מרומורפיות אזי $f+g,f\cdot g$ מרומורפיות.

יחודיות עיקרית: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום אזי $a\in\mathcal{U}$ יחודיות של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ אשר אינה סליקה ואינה קוטב של f.

משפט ויירשטראס: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהא $a\in\mathcal{U}$ יחודיות עיקרית של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ אזי לכל $\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U}$ סביבה של a מתקיים כי $f\left(\mathcal{O}\backslash\left\{ a\right\} \right)$ צפופה ב־$\mathbb{C}$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום ותהא $a\in\mathcal{U}$ יחודיות מבודדת של $f:\mathcal{U}\backslash\left\{ a\right\} \to\mathbb{C}$ אזי בדיוק אחד מהבאים מתקיים

- $f=0$.
- קיים $k\in\mathbb{Z}$ עבורו לכל $h>k$ מתקיים $\lim_{z\to a}\left|z-a\right|^{h}\left|f\left(z\right)\right|=0$ וכן לכל $h<k$ מתקיים $\lim_{z\to a}\left|z-a\right|^{h}\left|f\left(z\right)\right|=\infty$.
- לכל $h\in\mathbb{R}$ מתקיים $\lim_{z\to a}\left|z-a\right|^{h}\left|f\left(z\right)\right|\notin\left\{ 0,\infty\right\}$.

מטריצת השכנויות: יהי G גרף על n קודקודים אזי $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2\right)$ המקיים $\left(\left\{ i,j\right\} \in E\left(G\right)\right)\iff\left(\left(A\right)_{i,j}=1\right)$.

טענה: יהי G גרף k־רגולרי אזי A לכסינה וכן $\mathrm{spec}\left(A\right)\subseteq\mathbb{R}$.

טענה: יהי G גרף k־רגולרי ויהי $\lambda\in\mathrm{spec}\left(A\right)$ אזי $\left|\lambda\right|\le k$.

טענה: יהי G גרף k־רגולרי אזי $k\in\mathrm{spec}\left(A\right)$.

משפט: יהי G גרף k־רגולרי אזי (G קשיר)$\iff$$\left(r_g\left(k\right)=1\right)$.

משפט: תהא $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ המקיימת $\forall z\in\mathbb{C}.f\left(z\right)^2=z$ אזי f אינה רציפה ב־$\mathbb{C}$.

משפט המשפט היסודי של האלגברה: יהי $p\in\mathbb{C}\left[x\right]$ עבורו $\deg\left(p\right)\ge1$ אזי $\exists\alpha\in\mathbb{C}.p\left(\alpha\right)=0$.

אפס של פולינום: יהי $p\in\mathbb{C}\left[x\right]$ עבורו $\deg\left(p\right)=k$ וכן $p\left(z\right)=a\prod\left(z-a_i\right)^{\ell_i}$ אזי $\left\{ a_i\right\}$.

סדר של אפס של פולינום: יהי $p\in\mathbb{C}\left[x\right]$ עבורו $\deg\left(p\right)=k$ וכן $p\left(z\right)=a\prod\left(z-a_i\right)^{\ell_i}$ יהי a_i אפס אזי ℓ_i.

פונקציה רציונלית: יהיו $p,q\in\mathbb{C}\left[x\right]$ אזי $\frac{p}{q}$.

סדר של פונקציה רציונלית: יהיו $p,q\in\mathbb{C}\left[x\right]$ אזי $\deg\left(\frac{p}{q}\right)=\max\left\{ \deg\left(p\right),\deg\left(q\right)\right\}$.

הגדרה: יהיו $p,q\in\mathbb{C}\left[x\right]$ זרים ויהי $a\in\mathbb{C}$ אזי

- קוטב מסדר m: אפס של q מסדר m.
- אפס מסדר m: אפס של p מסדר m.

הגדרה: יהיו $p,q\in\mathbb{C}\left[x\right]$ זרים אזי

- אם $\deg\left(p\right)>\deg\left(q\right)$ אזי ∞ קוטב של $\frac{p}{q}$ מסדר $\deg\left(p\right)-\deg\left(q\right)$.
- אם $\deg\left(p\right)<\deg\left(q\right)$ אזי ∞ אפס של $\frac{p}{q}$ מסדר $\deg\left(q\right)-\deg\left(p\right)$.

הגדרה: תהא $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ רציונלית אזי נרחיבה לפונקציה $f:\widehat{\mathbb{C}}\to\widehat{\mathbb{C}}$ כך

- יהי $z\in\widehat{\mathbb{C}}$ קוטב של f אזי $f\left(z\right)=\infty$.
- נניח כי ∞ אפס של f אזי $f\left(\infty\right)=0$.
- אם ∞ אינו קוטב ואינו אפס אזי $f\left(\infty\right)=\frac{a_n}{b_n}$ באשר a_n,b_n המקדמים המובילים של הפולינומים בהתאמה.