קבוצה פתוחה יחסית: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^{d}$ אזי $\mathcal{U}\subseteq A$ עבורה קיימת $W\subseteq\mathbb{R}^{d}$ פתוחה עבורה $\mathcal{U}=W\cap A$.

קבוצה סגורה יחסית: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^{d}$ אזי $\mathcal{U}\subseteq A$ עבורה קיימת $W\subseteq\mathbb{R}^{d}$ סגורה עבורה $\mathcal{U}=W\cap A$.

משפט: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^{d}$ ותהא $\mathcal{U}\subseteq A$ אזי ($\mathcal{U}$ פתוחה ביחס ל־A)$\iff$($\forall x\in\mathcal{U}.\exists r>0.B_{r}\left(x\right)\cap A\subseteq\mathcal{U}$).

קבוצה קשירה: קבוצה $A\subseteq\mathbb{R}^{d}$ עבורה לכל $\mathcal{U}\subseteq A$ פתוחה וסגורה יחסית ל־A מתקיים $\mathcal{U}\in\{A,\varnothing\}$.

טענה: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^{d}$ אזי (A קשירה)$\iff$(לא קיימות $\mathcal{U},\mathcal{V}\subset A$ פתוחות יחסית ל־A עבורן $A\in\{\mathcal{U}\cap\mathcal{V},\mathcal{U}\cup\mathcal{V}\}$).

טענה: תהיינה $A,B\subseteq\mathbb{R}^{d}$ ותהא $f:A\to B$ אזי (f רציפה)$\iff$(לכל $\mathcal{U}\subseteq B$ פתוחה יחסית ל־B מתקיים כי $f^{-1}\left(\mathcal{U}\right)$ פתוחה יחסית ל־A).

C^{m}־יריעה k־מימדית: קבוצה $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורה לכל $x\in\mathcal{M}$ קיימת $G\subseteq\mathbb{R}^{k}$ פתוחה וכן קיימת סביבה $\mathcal{O}$ של x וכן קיימת $f\in C^{m}\left(G,\mathbb{R}^{n-k}\right)$ עבורה $\Gamma_{f}=\mathcal{M}\cap\mathcal{O}$ עד כדי פרמוטציה של קואורדינטות הגרף.

יריעה חלקה k־מימדית: קבוצה $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורה לכל $x\in\mathcal{M}$ קיימת $G\subseteq\mathbb{R}^{k}$ פתוחה וכן קיימת סביבה $\mathcal{O}$ של x וכן קיימת $f\in C^{\infty}\left(G,\mathbb{R}^{n-k}\right)$ עבורה $\Gamma_{f}=\mathcal{M}\cap\mathcal{O}$ עד כדי פרמוטציה של קואורדינטות הגרף.

סימון: תהיינה A,B קבוצות אזי $C^{\omega}\left(A,B\right)=\{f:A\to B\mid$ אנליטית מקומית $f\}$.

יריעה אנליטית k־מימדית: קבוצה $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורה לכל $x\in\mathcal{M}$ קיימת $G\subseteq\mathbb{R}^{k}$ פתוחה וכן קיימת סביבה $\mathcal{O}$ של x וכן קיימת $f:G\to\mathbb{R}^{n-k}$ אנליטית מקומית עבורה $\Gamma_{f}=\mathcal{M}\cap\mathcal{O}$ עד כדי פרמוטציה של קואורדינטות הגרף.

הערה: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ יריעה 1־מימדית אזי $\mathcal{M}$ תיקרא עקומה.

הערה: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ יריעה 2־מימדית אזי $\mathcal{M}$ תיקרא משטח.

הערה: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ יריעה $\left(n-1\right)$־מימדית אזי $\mathcal{M}$ תיקרא היפר־משטח.

טענה: $\mathbb{S}^{n-1}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ הינה יריעה חלקה $n-1$ מימדית.

הערה: בקורס זה המונח יריעה אומר יריעה חלקה.

טענה: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ אזי ($\mathcal{M}$ יריעה)$\iff$(קיימות $\{\mathcal{U}_{\alpha}\}_{\alpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{P}\left(\mathbb{R}^{n}\right)$ פתוחות עבורן $\mathcal{M}\subseteq\bigcup_{\alpha\in\Lambda}\mathcal{U}_{\alpha}$ וכן $\mathcal{M}\cap\mathcal{U}_{\alpha}$ יריעה לכל $\alpha\in\Lambda$).

טענה: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ אזי ($\mathcal{M}$ יריעה)$\iff$(לכל $x\in\mathcal{M}$ קיימת סביבה $\mathcal{U}$ עבורה $\mathcal{M}\cap\mathcal{U}$ יריעה).

הצגה פרמטרית/פרמטריזציה: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ C^{m}־יריעה k־מימדית ותהא $G\subseteq\mathbb{R}^{k}$ פתוחה אזי $r\in C^{m}\left(G,\mathbb{R}^{n}\right)$ עבורה $r\left(G\right)=\mathcal{M}$.

פרמטריזציה רגולרית: תהא $G\subseteq\mathbb{R}^{k}$ פתוחה אזי פרמטריזציה $r\in C^{1}\left(G,\mathbb{R}^{n}\right)$ עבורה לכל $x\in G$ מתקיים $\text{rank}\left(\mathcal{D}_{r}\left(x\right)\right)=k$.

הומאומורפיזם: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^{n}$ ותהא $B\subseteq\mathbb{R}^{m}$ אזי $f\in C\left(A,B\right)$ הפיכה עבורה $f^{-1}\in C\left(B,A\right)$.

פרמטריזציה טובה: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^{n}$ ותהא $G\subseteq\mathbb{R}^{k}$ פתוחה אזי פרמטריזציה רגולרית $r:G\to A$ שהינה הומאומורפיזם.

משפט: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ אזי ($\mathcal{M}$ יריעה)$\iff$(קיימות $\{\mathcal{U}_{\alpha}\}\subseteq\mathcal{P}\left(\mathbb{R}^{n}\right)$ פתוחות ביחס ל־$\mathcal{M}$ עבורן $\mathcal{M}=\bigcup_{\alpha\in\Lambda}\mathcal{U}_{\alpha}$ וכן קיימות $\{G_{\alpha}\}\subseteq\mathcal{P}\left(\mathbb{R}^{k}\right)$ פתוחות עבורן קיימות פרמטריזציות טובות $r_{\alpha}\subseteq C^{m}\left(G_{\alpha},\mathbb{R}^{n}\right)$ עבורן $r_{\alpha}\left(G_{\alpha}\right)=\mathcal{U}_{\alpha}$).

טענה: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ אזי ($\mathcal{M}$ יריעה)$\iff$(לכל $x\in\mathcal{M}$ קיימת סביבה $\mathcal{U}$ עבורה $\mathcal{M}\cap\mathcal{U}$ בעלת פרמטריזציה טובה).

מערכת משוואות רגולרית: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ פתוחה אזי $\{f_{i}\}_{i=1}^{n-k}\subseteq\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ עבורה לכל $x\in\mathcal{U}$ המקיימת $\left(f_{1}\ldots f_{n-k}\right)\left(x\right)=0$ מתקיים כי $\{\nabla f_{i}\left(x\right)\}$ בת"ל.

טענה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ פתוחה ותהא $f_{1}\ldots f_{n-k}\subseteq\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ אזי ($\{f_{1}\ldots f_{n-k}\}$ מערכת משוואות רגולרית)$\iff$(לכל $x\in\mathcal{U}$ עבורו $\left(f_{1}\ldots f_{n-k}\right)\left(x\right)=0$ מתקיים $\text{rank}\left(\mathcal{D}_{\left(f_{1}\ldots f_{n-k}\right)}\left(x\right)\right)=n-k$).

הצגה סתומה רגולרית: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ C^{m}־יריעה k־מימדית ותהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{k}$ פתוחה אזי מערכת משוואות רגולרית $\{f_{i}\}_{i=1}^{n-k}\subseteq\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ עבורה $\mathcal{M}=\{\left(f_{1}\ldots f_{n-k}\right)=0\}$.

משפט: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ אזי ($\mathcal{M}$ יריעה)$\iff$(לכל $x\in\mathcal{M}$ קיימת סביבה $\mathcal{U}$ עבורה $\mathcal{M}\cap\mathcal{U}$ בעלת הצגה סתומה רגולרית).

אליפסואיד: יהיו $a,b,c\in\mathbb{R}$ אזי $\left\{\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^{3}\mid\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}+\frac{z^{2}}{c^{2}}=1\right\}$.

טענה: אליפסואיד הינו יריעה דו־מימדית בעלת הצגה סתומה רגולרית.

היפרבולואיד חד־יריעתי: יהיו $a,b,c\in\mathbb{R}$ אזי $\left\{\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^{3}\mid\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}-\frac{z^{2}}{c^{2}}=1\right\}$.

טענה: היפרבולואיד חד־יריעתי הינו יריעה דו־מימדית בעלת הצגה סתומה רגולרית.

היפרבולואיד דו־יריעתי: יהיו $a,b,c\in\mathbb{R}$ אזי $\left\{\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^{3}\mid\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}-\frac{z^{2}}{c^{2}}=-1\right\}$.

טענה: היפרבולואיד דו־יריעתי הינו יריעה דו־מימדית בעלת הצגה סתומה רגולרית.

קונוס: יהיו $a,b,c\in\mathbb{R}$ אזי $\left\{\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^{3}\mid\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=\frac{z^{2}}{c^{2}}\right\}$.

טענה: קונוס הינו יריעה דו־מימדית בעלת הצגה סתומה רגולרית ללא הנקודה $\left(0,0,0\right)$.

גליל/צילינדר: יהיו $a,b,c\in\mathbb{R}$ אזי $\left\{ (x,y,z)\in\mathbb{R}^{3}\mid\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\right\}$.

טענה: גליל הינו יריעה דו־מימדית בעלת הצגה סתומה רגולרית.

משטח סיבוב: תהא $\gamma:I\to(0,\infty)\times\mathbb{R}$ עקומה אזי $f:I\times(0,2\pi)\to\mathbb{R}^{3}$ המוגדרת $f\left(t,\rho\right)=\left(\gamma_{1}\left(t\right)\cos\left(\rho\right),\gamma_{1}\left(t\right)\sin\left(\rho\right),\gamma_{2}\left(t\right)\right)$.

טענה משטחי סיבוב: תהא $\gamma:I\to(0,\infty)\times\mathbb{R}$ עקומה עבורה γ פרמטריזציה טובה של $\mathrm{Im}\left(\gamma\right)$ אזי משפט הסיבוב f של γ הינו פרמטריזציה טובה של $\mathrm{Im}\left(f\right)$.

טורוס: משטח הסיבוב של $\mathbb{S}^{1}$.

סימון: נסמן טורוס בעזרת $\mathbb{T}^{2}$.

משטח אוריינטבילי: משטח $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורו קיימת $N\in C\left(\mathbb{R}^{n},\mathbb{R}^{n}\right)$ המקיימת $\forall x\in\mathcal{M}.\left(\left|N\left(x\right)\right|=1\right)\wedge\left(N\left(x\right)\perp x\right)$.

למה: טבעת מוביוס אינו משטח אוריינטבילי.

טענה: תהא $\mathcal{M}$ טבעת מוביוס אזי $\mathcal{M}\backslash\partial\mathcal{M}$ יריעה דו־מימדית.

טענה: תהא $\mathcal{M}$ טבעת מוביוס אזי $\mathcal{M}\backslash\partial\mathcal{M}$ אינה ניתנת להצגה על ידי פרמטריזצית טובה.

טענה: תהא $\mathcal{M}$ טבעת מוביוס אזי $\mathcal{M}\backslash\partial\mathcal{M}$ אינה ניתנת להצגה סתומה רגולרית.

מכפלה וקטורית: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^{3}$ אזי $a\times b=\left(\begin{smallmatrix}a_{2}b_{3}-a_{3}b_{2}\\ a_{3}b_{1}-a_{1}b_{3}\\ a_{1}b_{2}-a_{1}b_{1}\end{smallmatrix}\right)$.

טענה: יהיו $u,v\in\mathbb{R}^{3}$ אזי $\left(u\times v\right)\perp v$ וכן $\left(u\times v\right)\perp u$.

טענה: יהיו $u,v\in\mathbb{R}^{3}$ אזי $\left(u\in\mathrm{span}\left(v\right)\right)\iff\left(u\times v=0\right)$.

טענה: יהיו $u,v\in\mathbb{R}^{3}$ אזי $\det\left(u,v,u\times v\right)=\left\langle u,v\right\rangle ^{2}\geq0$.

טענה: יהיו $u,v\in\mathbb{R}^{3}$ אזי $\left|v\times u\right|=\left\Vert v\right\Vert \left\Vert u\right\Vert \sin\left(\angle\left(v,u\right)\right)$.

קבוצה ניתנת ליישור על ידי דיפאומורפיזם ממימד k: קבוצה $A\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורה קיימת $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ סביבה המקיימת $A\subseteq\mathcal{U}$ וכן קיים $f:\mathcal{U}\to\mathcal{V}$ דיפאומורפיזם עבורו $f\left(A\right)=f\left(\mathcal{U}\right)\cap\left(\mathbb{R}^{k}\times\left\{ 0_{n-k}\right\} \right)$.

תכונה מתקיימת מקומית: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^{n}$ קבוצה אזי פרידיקט P עבורו לכל $a\in A$ קיימת סביבה $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורה P מתקיימת על $A\cap\mathcal{U}$.

משפט: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ ויהי $k\in\mathbb{N}_{+}$ התב"ש

- $\mathcal{M}$ יריעה k־מימדית.
- $\mathcal{M}$ מקומית גרף של פונקציה $f\in C^{\infty}\left(\mathbb{R}^{n},\mathbb{R}^{n-k}\right)$ עד כדי פרמוטציה של קואורדינטות הגרף.
- $\mathcal{M}$ מקומית בעלת פרמטריזציה טובה $r:\mathbb{R}^{k}\to\mathbb{R}^{n}$.
- $\mathcal{M}$ מקומית בעלת הצגה סתומה רגולרית $\left\{ f_{i}\right\} _{i=1}^{n-k}\subseteq\mathbb{R}^{k}\to\mathbb{R}$.
- $\mathcal{M}$ מקומית ניתנת ליישור על ידי דיפאומורפיזם ל־$\mathbb{R}^{k}$.

מפה: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ יריעה k־מימדית תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{M}$ פתוחה יחסית ותהא $\varphi:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^{k}$ הפיכה עבורה $\varphi\left(\mathcal{U}\right)$ פתוחה וכן φ^{-1} פרמטרזיציה טובה אזי $\left(\mathcal{U},\varphi\right)$.

אטלס: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ יריעה k־מימדית אזי קבוצה של מפות $\mathcal{A}$ עבורה $\bigcup\left\{ \mathcal{C}_{1}\mid\mathcal{C}\in\mathcal{A}\right\} =\mathcal{M}$.

טענה: תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ יריעה k־מימדית ותהא $r:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^{n}$ חח"ע פרמטריזציה רגולרית של $r\left(\mathcal{U}\right)$ אזי $\left(r\left(\mathcal{U}\right),r^{-1}\right)$ מפה.