```
d_2\left(x,y
ight)=\sqrt{\sum_{i=1}^n\left(x_i-y_i
ight)^2} אזי x,y\in\mathbb{R}^n מטריקה אוקלידית: תהיינה d_2\left(X,Y
ight)=\inf_{x\in X}d_2\left(x,y
ight) אזי X,Y\subseteq\mathbb{R}^n הגדרה: תהיינה
         d_2\left(x,a
ight) \leq d_2\left(y,a
ight) מתקיים y \in X מתקיים x \in X אזי אויי a \in \mathbb{R}^n \backslash X ויהי X \subseteq \mathbb{R}^n מתקיים עבורו לנקודה ביותר לנקודה: תהא
          (d_2\left(a,x
ight)=d_2\left(a,X
ight)יסענה: תהא X\subseteq\mathbb{R}^n יהי X\subseteq\mathbb{R}^n ותהא x\in X אזי x\in X אזי x\in X ותהא א
                                 A ב־עותר ל־a\in\mathbb{R}^n ויהי אזי קיימת נקודה הקרובה ביותר: תהא X\subset\mathbb{R}^n ויהי וויהי אזי קיימת נקודה הקרובה ביותר
                                             Xטענה: תהא קרובה ביותר ל־X\subseteq\mathbb{R}^n אזי קיימת ויחידה נקודה קרובה ביותר ל־X\subseteq\mathbb{R}^n טענה:
                                                    H(\alpha,\beta)=\{x\in\mathbb{R}^n\mid \langle \alpha,x\rangle=\beta\} אזי \beta\in\mathbb{R} ויהי \alpha\in\mathbb{R}^n ויהי היפר־משטח/על־מישור: יהי
                                                                                       אזי eta\in\mathbb{R} ויהי lpha\in\mathbb{R}^n אזי היפר־משטח: אזי על אידי מרחב נוצר א
                                                                                                       H^+(\alpha,\beta) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle \alpha,x \rangle > \beta\} עליון:
                                                                                                     H^-(\alpha,\beta) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle \alpha, x \rangle \leq \beta\} :תחתון
                                                                                     H^+\left(lpha,eta
ight)=H^-\left(-lpha,-eta
ight) אזי eta\in\mathbb{R}^n ויהי lpha\in\mathbb{R}^n אזי מענה: יהי
                                                                          H^+(\alpha,\beta)\cap H^-(\alpha,\beta)=H(\alpha,\beta) אזי \beta\in\mathbb{R} ויהי \alpha\in\mathbb{R}^n טענה: יהי יהי
                                           היפר־משטח מפריד: תהא S\subseteq\mathbb{R}^n ויהי ויהי אזי היפר־משטח מפריד: תהא S\subseteq\mathbb{R}^n המקיים אחד מהבאים
                                                                                                                  S \subseteq H^-(\alpha,\beta) וכן x \in H^+(\alpha,\beta)
                                                                                                                  S \subseteq H^+(\alpha,\beta) וכן x \in H^-(\alpha,\beta)
                          היפרים אחד ממש: תהא H\left(lpha,eta
ight) אזי היפר־משטח מפריד ממש: תהא אויה S\subseteq\mathbb{R}^n איזי היפר־משטח מפריד ממש: תהא
                                                                                     S \subseteq H^{-}(\alpha,\beta) \setminus H(\alpha,\beta) וכן x \in H^{+}(\alpha,\beta) \setminus H(\alpha,\beta)
                                                                                     S \subseteq H^+(\alpha,\beta) \setminus H(\alpha,\beta) וכן x \in H^-(\alpha,\beta) \setminus H(\alpha,\beta)
Sב ביותר ל-aב ביותר ל-aב ביותר ל-aב ביותר לידה היפר־משטח: תהא היפר־משטח: תהא a\in\mathbb{R}^n\setminus S סגורה וקמורה יהי
                                                                                               aאזי S היפר־משטח מפריד בין H (a-x,\langle a-x,x\rangle) אזי
טענה: תהא B\subseteq \mathbb{R}^n סגורה ויהי A\in \mathbb{R}^n אזי קיים a\in \mathbb{R}^n וקיים B\subseteq \mathbb{R}^n עבורם אזי היפר־משטח מפריד ממש A\in \mathbb{R}^n
                                                                                                                                                              aביז S ביז
eta\in\mathbb{R} וקיים lpha\in\mathbb{R}^n וקיים lpha\in\mathbb{R}^n איז קיים lpha\in\mathbb{R}^n וקיים משפט: תהא S\subseteq\mathbb{R}^n אמי קיים lpha\in\mathbb{R}^n וקיים
                                                                                                     Tל לS עבורם מפריד ממש בין H\left( lpha,eta
ight) היפר־משטח היפריד א
                        \sup_{x\in X}\inf_{y\in Y}f\left(x,y
ight)\leq\inf_{y\in Y}\sup_{x\in X}f\left(x,y
ight) אזי f:X	imes Y	o \mathbb{R} משפט: תהיינה X,Y קבוצות ותהא
                                                                          המקיימת f:X	imes Y	o \mathbb{R} אזי \mathbb{R} אזי X,Y המקיימת פונקציה בילינארית: יהיו
                                        f(x, \lambda y + \mu z) = \lambda f(x, y) + \mu f(x, z) מתקיים y, z \in Y ולכל x \in X לכל \mu, \lambda \in \mathbb{R}
                                      f\left(\lambda x+\mu w,y
ight)=\lambda f\left(x,y
ight)+\mu f\left(w,y
ight) מתקיים y\in Y ולכל x,w\in X לכל לכל \mu,\lambda\in\mathbb{R}
                                                                                      \triangle_n=\left\{x\in\mathbb{R}^{n+1}_+\mid \sum_{i=1}^{n+1}x_i=1
ight\} אזי n\in\mathbb{N} יהי יהי n\in\mathbb{N} מימפלקס: יהי \{e_1,\ldots,e_{n+1}\} אזי n\in\mathbb{N} יהי יהי
([f])_{i,j}=f\left(e_i,e_j
ight) המוגדרת [f]\in M_{(n+1)	imes(m+1)}\left(\mathbb{R}
ight) בילינארית אזי f:\triangle_n	imes\triangle_m	o\mathbb{R} ותהא n,m\in\mathbb{N} ותהא
                   f(x,y)=x^T\cdot [f]\cdot y אזי y\in \triangle_m ויהי x\in \triangle_n בילינארית יהי f:\triangle_n	imes \triangle_m	o \mathbb{R} אזי n,m\in \mathbb{N} טענה: יהיו
                                                                         משפט המינמקס: יהיו n,m\in\mathbb{N} ותהא המינמקס: יהיו יהיו המינמקס: יהיו ותהא
                                                                                       \max_{x \in \Delta_n} \min_{y \in \Delta_m} f(x, y) = \min_{y \in \Delta_m} \max_{x \in \Delta_n} f(x, y)
          \max_{x\in\triangle_n}\min_{y\in\triangle_m}x^YAy=\min_{y\in\triangle_m}\max_{x\in\triangle_n}x^YAy אזי איזי A\in M_{(n+1)	imes(m+1)}\left(\mathbb{R}
ight) ותהא n,m\in\mathbb{N} מסקנה: יהיו
                                                                                                     \triangle_{\infty} = \left\{ \mu : \mathbb{N} \to [0,1] \mid \sum_{n \in \mathbb{N}} \mu(n) = 1 \right\} סימון:
מטריצה חסומה: יהיו i\in[n] אזי ולכל i\in[n] אזי עבורה קיים M>0 עבורה אזי A\in M_{n	imes m}\left(\mathbb{R}
ight) אזי n,m\in\mathbb{N}_+\cup\{\infty\} ולכל מעריצה חסומה: יהיו
        \sup_{x\in \triangle_\infty}\inf_{y\in \triangle_m}x^YAy=\inf_{y\in \triangle_m}\sup_{x\in \triangle_\infty}x^YAy חסומה אזי A\in M_{\infty	imes(m+1)}\left(\mathbb{R}
ight) ותהא n,m\in \mathbb{N} מסקנה: יהיו
       (A_1,A_2,u) אזי u:A_1	imes A_2	o \mathbb{R} אחי ותהא קבוצות סופיות תהיינה משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס: תהיינה
  A_1 אמירטגיות שני־שחקנים סכום־אפס אזי (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגיות שני־שחקנים סכום־אפס אזי (A_1,A_2,u) פעולות
   A_2 איי טכום־אפס איי סכום־אפס איי שני־שחקנים משחק בצורה אסטרטגיות/אסטרטגיות איי טהורות של אחקן A_1,A_2,uיהי
                                                 .u אזי סכום־אפס אכי־שחקנים שני־שחקנים בצורה משחק בצורה (A_1,A_2,u) יהי יהי
   A_1 משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי התפלגות על (A_1,A_2,u) משחק אסטרטגיה מעורבת של שחקן בי יהי
   A_2 משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי התפלגות על (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי התפלגות על
```

 $. riangle (A) = ig\{ \mu : A o [0,1] \mid \sum_{a \in A} \mu \left(a
ight) = 1 ig\}$ סימון: תהא A קבוצה סופית אזי סימון: יהי $\mu\in \Delta(A)$ משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס תהא (A,B,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים איז $.u(\mu,\lambda) = \sum_{a \in A} \sum_{b \in B} \mu(a) \cdot \lambda(b) \cdot u(a,b)$ ערך המקסמין של משחק: יהי (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי $\underline{v} = \max_{x \in \triangle(A_1)} \min_{y \in \triangle(A_2)} u(x, y)$ ערך המינמקס של משחק: יהי (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי $.\overline{v} = \min_{y \in \triangle(A_2)} \max_{x \in \triangle(A_1)} u(x, y)$ $ar{v}=v$ מסקנה: יהי (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי $v=\overline{v}$ משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי (A_1,A_2,u) משחק מורד של משחק: $x\in riangle (A_1)$ יהי סכום־אפס שני־שחקנים שני־שחקנים איזי (A_1,A_2,u) יהי יהי אופטימלית עבור אופטימלית עבור שחקן באורה אסטרטגיה מעורבת אופטימלית אווי יהי $\min_{y \in \triangle(A_2)} u(x,y) = v$ עבורה $y\in riangle (A_1,A_2,u)$ יהי סכום־אפס שני־שחקנים שני־שחקנים יהי אפט זי יהי יהי אפט זי יהי מעורבת אופטימלית עבור שחקן 2: יהי

 $\min_{x \in \triangle(A_1)} u(x,y) = v$ עבורה

פעולה שולטת חזק על פעולה עבור שחקן 1: יהי (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס ותהא $a\in A_1$ אזי $c \in A_2$ עבורה $u\left(b,c\right) < u\left(a,c\right)$ לכל $b \in A_1$

פעולה שולטת חזק על פעולה עבור שחקן 2: יהי (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס ותהא $a\in A_2$ אזי $c \in A_1$ לכל $u\left(c,a
ight) < u\left(c,b
ight)$ לכל $b \in A_2$

פעולה שולטת חלש על פעולה עבור שחקן 1: יהי (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס ותהא $a\in A_1$ אזי עבורה $b \in A_1$

- $u\left(b,c\right)\leq u\left(a,c\right)$ מתקיים $c\in A_{2}$ •
- $u\left(b,c
 ight) < u\left(a,c
 ight)$ עבורו $c \in A_{2}$ קיים

אזי $a\in A_2$ אזי משחק סכום־אפס שני־שחקנים אזי משחק בצורה אסטרטגית יהי (A_1,A_2,u) אזי יהי פעולה עבור פעולה שולטת אזי משחק יהי עבורה $b \in A_2$

- $u\left(c,a\right)\leq u\left(c,b\right)$ מתקיים $c\in A_{1}$ לכל
- $u\left(c,a\right)\leq u\left(c,b\right)$ עבורו $c\in A_{1}$ קיים

x משפט: יהי (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס תהא $a\in A_1$ משפט בצורה אסטרטגית שני־שחקנים מכום־אפס $x\left(a
ight)=0$ אזט אופטימלית עבור אופטימלית מעורבת אסטרטגיה מעורבת אופטימלית

משפט: יהי משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס ותהא $a\in A_1$ פעולה משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס ותהא $a\in A_1$ $v((A_1, A_2, u)) = v((A_1 \setminus \{a\}, A_2, u))$

 $\omega,\omega'\in\Omega$ לכל $t\left(\omega'\mid\omega
ight)=t\left(\omega
ight)\left(\omega'\mid\omega
ight)$ אזי $t:\Omega o\triangle\left(\Omega
ight)$ לכל לכל לכל $t(\omega'\mid\omega)=t\left(\omega'\mid\omega'
ight)$

מודל של אינפורמציה לא מלאה: תהא I קבוצה סופית תהא $t:I o (\Omega o \triangle(\Omega))$ אולכל מודל של אינפורמציה לא מלאה: תהא די קבוצה סופית מודל של אינפורמציה לא מלאה $t_i(\Omega,t)$ אזי א $t_i(\omega)=t_i(\omega')$ מתקיים $t_i(\omega'|\omega)>0$ אזי $\omega,\omega'\in\Omega$

I מודל של אינפורמציה אי מלאה: יהי (I,Ω,t) מודל של אינפורמציה אינפורמציה איזי I

מצבי עולם במודל של אינפורמציה לא מלאה: יהי (I,Ω,t) מודל של אינפורמציה לא מלאה אזי Ω .

 $\omega\in\Omega$ ויהי $i\in I$ ויהי אמנה של אינפורמציה של מודל על מלאה: יהי הי מלאה: יהי אינפורמציה א מונה של שחקן במצב עולם במודל אינפורמציה א $.t_{i}\left(\omega\right)$ אזי

 (I,Ω,t,ω^*) אזי $\omega^*\in\Omega$ אזי פיטואציה של אינפורמציה אזי $\omega^*\in\Omega$ אזי $\omega^*\in\Omega$ אזי אינפורמציה אוזי של אינפורמציה אזי ω^*

 $F_i(\omega)=\{\omega'\in\Omega\mid t_i(\omega')=t_i(\omega)\}$ איז מודל של אינפורמציה לא מלאה ויהי Ω איז מודל של אינפורמציה לא מלאה ויהי

 $.t_i\left(F_i\left(\omega
ight)\mid\omega
ight)=1$ אזי $u\in\Omega$ ויהי $i\in I$ ויהי לא מלאה אינפורמציה לא אינפורמציה לא מלאה יהי וויהי

מודל שני של אינפורמציה לא מלאה: תהא I קבוצה סופית תהא Ω קבוצה סופית תהא Ω ותהא Ω ותהא Ω חלוקה של Ω (I,Ω,P,G) אא $i\in I$

 $P\left(\cdot\mid F_{i}\left(\omega
ight)
ight)=t_{i}\left(\omega
ight)$ עבורה $P\in\Delta\left(\Omega
ight)$ אזי אפריורית אפשרית: יהי יהי מודל של אינפורמציה לא מלאה ויהי ויהי ויהי וויהי אפשרית: יהי וויהי אינפורמציה אינ

 $\mathcal{P}_i = \left\{\sum_{\omega \in \Omega} lpha_\omega \cdot t_i\left(\omega
ight) \ \middle| \ (orall \omega \in \Omega.lpha_\omega > 0) \land \left(\sum_{\omega \in \Omega} lpha_\omega = 1
ight)
ight\}$ אזי $i \in I$ אזי $i \in I$ אזי מודל של אינפורמציה לא מלאה ויהי (I,Ω,t) מודל של אינפורמציה לא מלאה ויהי

התפלגות אפריורית משותפת: יהי (I,Ω,t) מודל של אינפורמציה לא מלאה אזי אינפורמציה והתפלגות אפריורית משותפת: יהי (I,Ω,t) מודל של אינפורמציה לא מלאה אזי והתפלגות משותפת: יהי (I,Ω,t) מודל של אינפורמציה לא מלאה אזי והתפלגות משותפת: יהי והתפלגות אפריורית אפיים אפריורית אפריורית אפריורית אפריורית אפריורית אפריורית אפריורית אפריורית אפריורית אפיים אפריורית אפריורית אפריורית אפיים אפיים אפריורית אפיים אפריורית אפריורית אפיים אפיים

התוחלת של פונקציה בהינתן האמונה: יהי (I,Ω,t) מודל של אינפורמציה לא מלאה הי $i\in I$ תהא $i\in I$ ויהי (I,Ω,t) מודל של אינפורמציה לא $\mathbb{E}_{t_i}\left[f\right](\omega)=\sum_{\omega'\in\Omega}t_i\left(\omega'\mid\omega\right)\cdot f\left(\omega'\right)$

ספר הולנדי: יהי $f:I o (\Omega o \mathbb{R})$ מודל של אינפורמציה לא מלאה מלאה מינפור מודל מודל מודל ספר הולנדי: יהי

- $\sum_{i\in I}f_{i}\left(\omega
 ight)=0$ מתקיים $\omega\in\Omega$ לכל •
- $\mathbb{E}_{t_{i}}\left[f
 ight]\left(\omega
 ight)>0$ מתקיים $\omega\in\Omega$ ולכל $i\in I$ לכל •

משפט: יהי משותפת אזי לא אינפורמציה לא מלאה ותהא $P\in riangle (\Omega)$ התפלגות אפריורית משותפת אזי לא קיים ספר הולנדי.