סדרה ממשית: $a:\mathbb{N}\to\mathbb{R}$.

סימון: $a_n=a\left(n\right)$, $a=\left(a_n\right)_{n=0}^{\infty}$.

סדרה מונוטונית: תהא a סדרה

- עולה ממש: $\forall n,m\in\mathbb{N}.n<m\implies a_n<a_m$.
- עולה: $\forall n,m\in\mathbb{N}.n<m\implies a_n\le a_m$.
- יורדת ממש: $\forall n,m\in\mathbb{N}.n<m\implies a_n>a_m$.
- יורדת: $\forall n,m\in\mathbb{N}.n<m\implies a_n\ge a_m$.

סדרה חסומה: $\exists M\in\mathbb{R}.\forall n\in\mathbb{N}.\left|a_n\right|<M$.

סדרה חסומה מלמעלה/מלעיל: $\exists M\in\mathbb{R}.\forall n\in\mathbb{N}.a_n<M$.

סדרה חסומה מלמטה/מלרע: $\exists M\in\mathbb{R}.\forall n\in\mathbb{N}.a_n>M$.

גבול: $\left(\forall\varepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\ge N.\left|a_n-L\right|<\varepsilon\right)\equiv\left(\lim\limits_{n\to\infty}a_n=L\right)$.

סימון: $\left(\lim\limits_{n\to\infty}a_n=L\right)\equiv\left(a_n\xrightarrow[n\to\infty]{}L\right)$.

יחידות הגבול: $\left(\lim_{n\to\infty}a_n=L_1\right)\wedge\left(\lim_{n\to\infty}a_n=L_2\right)\implies L_1=L_2$.

טענה: $\lim_{n\to\infty}c=c$.

אריתמטיקה של גבולות: נניח כי $\lim_{n\to\infty}a_n=L_1$, $\lim_{n\to\infty}b_n=L_2$

- $\lim_{n\to\infty}a_n+b_n=L_1+L_2$.
- $\lim_{n\to\infty}a_n\cdot b_n=L_1\cdot L_2$.
- $\lim_{n\to\infty}c\cdot a_n=c\cdot\lim_{n\to\infty}a_n$.

כלל הסנדוויץ': $\left(\forall n\in\mathbb{N}.a_n\le b_n\le c_n\right)\wedge\left(\lim_{n\to\infty}a_n=L=\lim_{n\to\infty}c_n\right)\implies\left(\lim_{n\to\infty}b_n=L\right)$.

גבול במובן הרחב: תהא a סדרה ממשית

- $\left(\forall m\in\mathbb{R}.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\ge N.a_n>m\right)\equiv\left(\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\infty\right)$.
- $\left(\forall m\in\mathbb{R}.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\ge N.a_n<m\right)\equiv\left(\lim\limits_{n\to\infty}a_n=-\infty\right)$.

אריתמטיקה של גבולות במובן הרחב: נניח כי $\lim_{n\to\infty}a_n=L_1$, $\lim_{n\to\infty}b_n=L_2$

- $\left(L_1=\infty\wedge L_2\in\mathbb{R}\right)\implies\left(\lim_{n\to\infty}a_n+b_n=\infty\right)$.
- $\left(L_1=-\infty\wedge L_2\in\mathbb{R}\right)\implies\left(\lim_{n\to\infty}a_n+b_n=-\infty\right)$.
- $\left(L_1=\infty\wedge\left(L_2>0\vee L_2=\infty\right)\right)\implies\left(\lim_{n\to\infty}a_n\cdot b_n=\infty\right)$.
- $\left(L_1=\infty\wedge\left(L_2<0\vee L_2=-\infty\right)\right)\implies\left(\lim_{n\to\infty}a_n\cdot b_n=-\infty\right)$.

כלל הסנדוויץ' במובן הרחב: יהיו a,b סדרות המקיימות $\forall n\in\mathbb{N}.a_n\le b_n$

- $\left(a_n\xrightarrow[n\to\infty]{}\infty\right)\implies\left(b_n\xrightarrow[n\to\infty]{}\infty\right)$.
- $\left(b_n\xrightarrow[n\to\infty]{}-\infty\right)\implies\left(a_n\xrightarrow[n\to\infty]{}-\infty\right)$.

הערה: תהא a סדרה אזי $\begin{cases}\text{מתכנסת } a & \lim_{n\to\infty}a_n\in\mathbb{R}\\ \text{מתבדרת } a & else\end{cases}$.

משפט בולצאנו ויירשטראס: תהא a סדרה מונוטונית וחסומה אזי $\lim_{n\to\infty}a_n=\sup\left\{a_n\mid n\in\mathbb{N}\right\}$.

מסקנה: יהי $q\in\left(0,1\right)$ אזי $\lim_{n\to\infty}q^n=\inf\left\{q^n\mid n\in\mathbb{N}\right\}$.

סדרה גאומטרית: סדרה a המקיימת $\exists q\in\mathbb{R}.\forall n\in\mathbb{N}.\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$.

טענה: תהא a סדרה גאומטרית אזי $a_n=a_0\cdot q$.

אי שיוויון ברנולי: $\forall n\in\mathbb{N}.\forall x\in(-1,\infty).(1+x)^n\geq 1+nx$.

מסקנה: $\lim_{n\to\infty}q^n=\begin{cases}0 & q\in(0,1)\\ \infty & q\in(1,\infty)\end{cases}$.

מבחן המנה: תהא a סדרה המקיימת $\forall n\in\mathbb{N}.a_n>0$ אזי $\lim_{n\to\infty}a_n=\begin{cases}0 & \lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}<1\\ \infty & \lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}>1\end{cases}$.

מבחן השורש: תהא a סדרה אזי $\lim_{n\to\infty}a_n=\begin{cases}0 & \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}<1\\ \infty & \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}>1\end{cases}$.

טענה: יהיו $p,q\in\mathbb{R}[x]$

- $\deg(p)<\deg(q)\implies\lim_{n\to\infty}\frac{p(n)}{q(n)}=0$.
- $\deg(p)=\deg(q)\implies\lim_{n\to\infty}\frac{p(n)}{q(n)}=\frac{\text{המקדם המוביל של } p}{\text{המקדם המוביל של } q}$.

סדרת הסכומים החלקיים: תהא a סדרה אזי $\lambda n\in\mathbb{N}.\sum_{k=0}^{n}a_k$.

סדרת ההפרשים: תהא a סדרה אזי $\lambda n\in\mathbb{N}.\begin{cases}b_0 & n=0\\ b_n-b_{n-1} & else\end{cases}$.

טור: $\sum_{k=0}^{\infty}a_k=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}a_k$.

הערה: תהא a סדרה אזי $\begin{cases}\sum_{k=0}^{\infty}a_k \text{ מתכנס} & \sum_{k=0}^{\infty}a_k\in\mathbb{R}\\ \sum_{k=0}^{\infty}a_k \text{ מתבדר} & else\end{cases}$.

סכום סדרה הנדסית: $\forall q\in\mathbb{R}.\sum_{k=0}^{n}q^k=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

טענה: $\forall q\in(-1,1).\sum_{n=0}^{\infty}q^n=\frac{1}{1-q}$.

משפט: $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ מתכנס $\Longleftarrow \lim_{n\to\infty}a_n=0$.

הטור ההרמוני: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$.

משפט: הטור ההרמוני מתבדר.

טענה: יהיו a,b סדרות המקיימות $(\forall n\in\mathbb{N}.0\leq a_n\leq b_n)\wedge(\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\geq N.a_n\leq b_n)$

- $\left(\sum_{n=0}^{\infty}b_n<\infty\right)\implies\left(\sum_{n=0}^{\infty}a_n<\infty\right)$.
- $\left(\sum_{n=0}^{\infty}a_n=\infty\right)\implies\left(\sum_{n=0}^{\infty}b_n=\infty\right)$.

משפט: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ מתכנס.

אריתמטיקה של טורים: יהיו a,b סדרות

- $\sum_{n=0}^{\infty}a_n+b_n=\sum_{n=0}^{\infty}a_n+\sum_{n=0}^{\infty}b_n$.
- $\sum_{n=0}^{\infty}c\cdot a_n=c\cdot\sum_{n=0}^{\infty}a_n$.

סביבה מנוקבת: יהי $\delta>0$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $I_x=(x-\delta,x+\delta)\setminus\{x\}$.

גבול נקודתי: $\left(\lim_{x\to x_0}f(x)=L\right)\equiv\left(\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall x\in I_{x_0}.|f(x)-L|<\varepsilon\right)$.

גבול חד צדדי שמאלי: $\left(\lim_{x\to x_0^-}f(x)=L\right)\equiv\left(\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall x\in(x_0-\delta,x_0).|f(x)-L|<\varepsilon\right)$.

גבול חד צדדי ימני: $\left(\lim_{x\to x_0^+}f(x)=L\right)\equiv\left(\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall x\in(x_0,x_0+\delta).|f(x)-L|<\varepsilon\right)$.

טענה: $\left(\lim_{x\to x_0^-}f(x)=L=\lim_{x\to x_0^+}f(x)\right)\implies\left(\lim_{x\to x_0}f(x)=L\right)$.

גבול: $\left(\lim_{x\to\infty}f(x)=L\right)\equiv\left(\forall\varepsilon>0.\exists M\in\mathbb{R}.\forall x\geq M.|f(x)-L|<\varepsilon\right)$.

גבול במובן הרחב:

- $\left(\lim_{x\to x_0} f(x)=\infty\right)\equiv\left(\forall m\in\mathbb{R}.\exists\delta>0.\forall x\in I_{x_0}.f(x)>m\right)$.
- $\left(\lim_{n\to\infty} f(x)=-\infty\right)\equiv\left(\forall m\in\mathbb{R}.\exists\delta>0.\forall x\in I_{x_0}.f(x)<m\right)$.

קריטריון היינה: $\left(\lim_{x\to x_0} f(x)=L\right)\iff\left(\forall y\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}}.\left(\lim_{n\to\infty} y_n=x_0\right)\implies\left(\lim_{n\to\infty} f(y_n)=L\right)\right)$.

אריתמטיקה של גבולות: נניח כי $\lim_{x\to x_0} f(x)=L_1$, $\lim_{x\to x_0} g(x)=L_2$
- $\lim_{x\to x_0} f(x)+g(x)=L_1+L_2$.
- $\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)=L_1\cdot L_2$.
- $\left(L_1=\infty\wedge L_2\in(-\infty,\infty)\right)\implies\left(\lim_{x\to x_0} f(x)+g(x)=\infty\right)$.
- $\left(L_1=-\infty\wedge L_2\in(-\infty,\infty)\right)\implies\left(\lim_{x\to x_0} f(x)+g(x)=-\infty\right)$.
- $\left(L_1=\infty\wedge L_2\in(0,\infty)\right)\implies\left(\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)=\infty\right)$.
- $\left(L_1=-\infty\wedge L_2\in(0,\infty)\right)\implies\left(\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)=-\infty\right)$.
- $\left(L_1=\infty\wedge L_2\in(-\infty,0)\right)\implies\left(\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)=-\infty\right)$.
- $\left(L_1=-\infty\wedge L_2\in(-\infty,0)\right)\implies\left(\lim_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x)=\infty\right)$.

כלל הסנדוויץ': $\left(\forall x\in I_{x_0}.h(x)\le f(x)\le g(x)\right)\wedge\left(\lim_{x\to x_0} h(x)=L=\lim_{x\to x_0} g(x)\right)\implies\left(\lim_{n\to\infty} b_n=L\right)$.

משפט: $\forall x\in\mathbb{R}.\left|\sin(x)\right|\le|x|$.

משפט: $\forall x_0\in\mathbb{R}.\left(\lim_{x\to x_0}\sin(x)=\sin(x_0)\right)\wedge\left(\lim_{x\to x_0}\cos(x)=\cos(x_0)\right)$.

פונקציה רציפה נקודתית: פונקציה $f:I\to\mathbb{R}$ המקיימת $\lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.

פונקציה רציפה: פונקציה $f:I\to\mathbb{R}$ המקיימת $\forall x_0\in I.\lim_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$.

משפט: סכום, כפל והרכבה של פונקציות רציפות היא פונקציה רציפה.

מסקנה: לכל $f\in\mathbb{R}[x_1,\ldots,x_n]$ מתקיים כי f רציפה.

משפט: הפונקציות הטריגונומטריות והפונקציה המעריכית הינן רציפות.

אי רציפות: תהא $f:I\to\mathbb{R}$
- אי רציפות סליקה: $\lim_{x\to x_0} f(x)\ne f(x_0)$.
- אי רציפות מסוג שני: $\lim_{x\to x_0^+} f(x)\ne\lim_{x\to x_0^-} f(x)$.
- אי רציפות מסוג שלישי: ($\lim_{x\to x_0^+} f(x)$ לא קיים)$\vee$($\lim_{x\to x_0^-} f(x)$ לא קיים).

משפט: אם f פונקציה מונוטונית אז היא יכולה להיות רק אי רציפה מסוג שני.

משפט ערך הביניים: תהא $I\subseteq\mathbb{R}$ ותהא $f:I\to\mathbb{R}$ רציפה
- ניסוח ראשון: נניח כי $[a,b]\subseteq I$ כך ש־$f(a)<f(b)$ אזי $\forall t\in(f(a),f(b)).\exists c\in(a,b).f(c)=t$.
- ניסוח שני: נניח כי $[a,b]\subseteq I$ אזי $f[(a,b)]$ אינטרוול.

מסקנה: פונקציה רציפה וחח"ע היא מונוטונית עולה/יורדת ממש.

מסקנה: תהא $f:I\to\mathbb{R}$ פונקציה חח"ע ורציפה אז $f^{-1}:\mathrm{Im}(f)\to I$ רציפה.

מסקנה: הפונקציות הטריגונומטריות ההפוכות, הפונקציה המעריכית והפונקציה $x^{\frac{1}{k}}$ הינן רציפות.

פונקציית מיקום: יהי חלקיק אזי $x:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$.

העתק: יהי חלקיק אזי $x(t)$.

משוואת המהירות הבסיסית: זמן $\cdot$ מהירות $=$ דרך.

פונקציה גזירה נקודתית: פונקציה $f:I\to\mathbb{R}$ המקיימת כי $\lim_{h\to0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ קיים.

נגזרת: $f'(x)=\lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

הגדרה: $f^{(0)}=f$, $f^{(1)}=f'$, $f^{(n+1)}=\left(f^{(n)}\right)'$.

סימון הנקודה של ניוטון: $\dot{x} = x'$, $\ddot{x} = x''$.

סימון לייבניץ: $f^{(n)} = \frac{d^n f}{dx^n}$.

נוסחת ניוטון: $(f \cdot g)^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot f^{(k)} \cdot g^{(n-k)}$.

מהירות: $\dot{x} = v$.

סימון: $C^0(I) =$ "פונקציות רציפות ב־I", $C^n(I) =$ "פונקציות גזירות n פעמים ב־I".

טענה: $\forall n \in \mathbb{N}. C^{n+1}(I) \subseteq C^n(I)$.

פונקציית סימן: $\text{sign}(x) = \text{sgn}(x) = \frac{|x|}{x}$.

טענה: $\lim_{x \to 0} \text{sign}(x)$ לא מוגדר.

פונקציית דריכלה: $D(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Q} \\ 1 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$.

טענה: $D(x)$ לא גזירה באף נקודה.

אריתמטיקה של נגזרות: יהיו $f, g \in C^1(I)$

- $(x^c)' = cx^{c-1}$.
- $(c \cdot f)' = c \cdot f'$.
- $(g + f)' = g' + f'$.
- $(g \cdot f)' = g' \cdot f + f' \cdot g$.
- $(g \circ f)' = f' \cdot (g' \circ f)$.
- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$.

טענה: $\sin'(x) = \cos(x)$, $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

טענה: $\cos'(x) = -\sin(x)$, $\arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

טענה: $\tan'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$, $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

משפט: $\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ קיים וסופי.

קבוע אויילר: $e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2.71$.

מסקנה: $\forall x \in \mathbb{R}. \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$.

משפט: $\left(\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty\right) \implies \left(\lim_{x \to x_0} \left(1 + \frac{1}{f(x)}\right)^{f(x)} = e\right)$.

לוגריתם טבעי: $\ln = \log_e$.

טענה: $\log_a(x)' = \frac{1}{x \ln(a)}$.

טענה: $\lim_{y \to 0} \frac{e^y - 1}{y} = 1$.

מסקנה: $(a^x)' = a^x \ln(a)$, $(e^x)' = e^x$.

משפט: תהא $f : I \to \mathbb{R}$ חח"ע וגזירה אזי $f^{-1} : \text{Im}(f) \to I$ גזירה ומקיימת $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$.

טענה: $\forall x \in \mathbb{R}. 1 + x \leq e^x$.

פונקציות היפרבוליות: $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

טענה: $\sinh' = \cosh$, $\cosh' = \sinh$.

טענה: תהא $f : I \to \mathbb{R}$ ותהא $x_0 \in I$ נקודת גזירות ב־f

- $(f'(x_0) > 0) \implies$ (קיימת סביבה של x_0 כך ש־f עולה).
- $(f'(x_0) < 0) \implies$ (קיימת סביבה של x_0 כך ש־f יורדת).

מינימום מקומי/לוקאלי: $x_0 \in \text{Dom}(f)$ שמקיים $\exists \varepsilon > 0. \forall x \in I_{x_0}. f(x_0) \leq f(x)$.

מינימום גלובלי: $x_0 \in \text{Dom}(f)$ שמקיים $\forall x \in \text{Dom}(f) . f(x_0) \le f(x)$.

מקסימום מקומי/לוקאלי: $x_0 \in \text{Dom}(f)$ שמקיים $\exists \varepsilon > 0 . \forall x \in I_{x_0} . f(x) \le f(x_0)$.

מקסימום גלובלי: $x_0 \in \text{Dom}(f)$ שמקיים $\forall x \in \text{Dom}(f) . f(x) \le f(x_0)$.

נקודת קיצון: (מינימום מקומי)$\vee$(מקסימום מקומי).

משפט: אם x נקודת קיצון של f אז $f'(x) = 0$.

משפט רול: תהא f גזירה ב־$[a,b]$ ונניח כי $f(a) = f(b)$ אזי $\exists c \in [a,b] . f'(c) = 0$.

משפט לגראנז': תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ גזירה אזי $\exists c \in (a,b) . f'(c) = \frac{f(a)-f(b)}{a-b}$.

מסקנה: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ גזירה אזי $|f(a) - f(b)| \le |a-b| \cdot \sup(f'(c) \mid c \in (a,b))$.

עקום בזייה: יהיו $P_0, \ldots, P_n \in \mathbb{R}^m$ נקודות אזי $B(t) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i$.

פונקציה קעורה בקטע: $\forall x,y \in I . \forall t \in [0,1] . (1-t) f(x) + t f(y) \le f((1-t)x + ty)$.

פונקציה קמורה בקטע: $\forall x,y \in I . \forall t \in [0,1] . (1-t) f(x) + t f(y) \ge f((1-t)x + ty)$.

טענה: תהא $f : I \to \mathbb{R}$ ותהא $x_0 \in I$ נקודת גזירות ב־f

- ($f''(x_0) > 0$) $\Longleftarrow$ (קיימת סביבה של x_0 כך ש־f קעורה).
- ($f''(x_0) < 0$) $\Longleftarrow$ (קיימת סביבה של x_0 כך ש־f קמורה).

נקודת פיתול: נקודת קיצון של f'.

משפט: אם x נקודת פיתול של f אז $f''(x) = 0$.

תאוצה: $a = \dot{v} = \ddot{x}$.

משוואת ניוטון: $F = ma$.

אסימפטוטה משופעת חיובית: תהא פונקציה f אזי $mx+n$ המקיימת $\lim_{x\to\infty} f(x) - (mx+n) = 0$.

אסימפטוטה משופעת שלילית: תהא פונקציה f אזי $mx+n$ המקיימת $\lim_{x\to-\infty} f(x) - (mx+n) = 0$.

אסימפטוטה אנכית: תהא פונקציה f אזי $x = x_0$ המקיימת ($\lim_{x\to x_0^+} f(x) = \pm\infty$)$\vee$($\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \pm\infty$).

הערה: אם קיימת אסימפטוטה משופעת אזי $m = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$, $n = \lim\limits_{x\to\pm\infty} (f(x) - mx)$.

פונקציה סתומה: תהא $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ תהא $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ ויהי $c \in \mathbb{R}$ אזי $g(x, f(x)) = c$.

גזירה סתומה: $\frac{d}{dx} g(x, f(x)) = 0$.

כלל לופיטל: יהי $x_0 \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ ונניח כי $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) \ni \{0, \pm\infty\} \in \lim\limits_{x\to x_0} g(x)$ אזי $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

הגדרה: יהי $x_0 \in \mathbb{R}$ אזי $o(f) = \left\{ g \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \;\middle|\; \lim_{x\to x_0} \frac{g(x)}{f(x)} = 0 \right\}$.

פונקציית שגיאה: יהיו f, g פונקציות אזי $E = f - g$.

טענה: $\forall f, g \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} . f = g + E$.

קירוב מסדר n: תהא f פונקציה אזי $p \in \mathbb{R}_n[x]$ המקיימת ($E(x_0) = 0$)$\wedge$($E \in o((x-x_0)^n)$).

משפט: (f גזירה n פעמים ב־x_0) $\Longleftrightarrow$ (קיים קירוב מסדר n ל־f ב־x_0).

משיק לגרף: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

משפט: $\forall k \in [n] \cup \{0\} . f^{(k)}(x_0) = g^{(k)}(x_0) \iff f - g \in o((x-x_0)^n)$.

טור טיילור/פולינום מקלורן: $p_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k$.

משפט: p_n הוא הפולינום היחידי בקירוב מסדר n.

הגדרה: $R_n(x) = f(x) - p_n(x)$.

הערכת השגיאה על פי לגראנז': $\exists c \in (\min(x,x_0), \max(x,x_0)) . R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-x_0)^{n+1}$.

מסקנה: $|R_n(x)| \le \max_{c' \in (\min(x,x_0),\max(x,x_0))} \left(\frac{\left|f^{(n+1)}(c')\right|}{(n+1)!} |x-x_0|^{n+1} \right)$.

מסקנה: $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$, $\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$, $\cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$.

שיטת ניוטון רפסון: תהא $a_0 \in \mathbb{R}$ נגדיר $a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$.

טענה: בעבור פונקציה f ותנאי התחלה מספיק קיימת האפשרות שיתקיים $f(\lim_{n\to\infty} a_n) = 0$.

פונקציה קדומה: תהא f פונקציה אזי פונקציה F המקיימת $F' = f$.

טענה: יהיו F_1, F_2 פונקציות קדומות של f אזי $\exists c \in \mathbb{R}. F_1 = F_2 + c$.

איטגרל לא מסוים: תהא f פונקציה אזי קבוצת הפונקציות הקדומות של f.

סימון: האינטגרל הלא מסוים של f הוא $\int f(x)\,dx$.

אריתמטיקה של אינטגרלים: יהיו $f, g \in \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

- $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + c$.
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$.
- $\int c \cdot f(x)\,dx = c \cdot \int f(x)\,dx$.
- $\int (g(x) + f(x))\,dx = \int g(x)\,dx + \int f(x)\,dx$.
- $\int f'(x) \cdot g(x)\,dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x)\,dx + c$.
- $g(f(x)) = \int f'(x) \cdot g'(f(x))\,dx$.

סכום דרבו תחתון: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $D_n^- = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{b-a}{n}\right) \cdot \min\left\{ f(x) \mid x \in \left[\frac{(n-i+1)a+(i-1)b}{n}, \frac{(n-i)a+ib}{n}\right] \right\}$.

סכום דרבו עליון: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $D_n^+ = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{b-a}{n}\right) \cdot \max\left\{ f(x) \mid x \in \left[\frac{(n-i+1)a+(i-1)b}{n}, \frac{(n-i)a+ib}{n}\right] \right\}$.

אינטגרל מסוים: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ ונניח כי $\lim_{n\to\infty} D_n^- = \lim_{n\to\infty} D_n^+$ אזי $\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} D_n^-$.

הערה: אריתמטיקת האינטגרל המסוים זהה לאריתמטיקת האינטגרל הלא מסוים.

טענה: $\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$.

טענה: $(\forall x \in [a,b]. f(x) \le g(x)) \implies \int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b g(x)\,dx$.

פונקציה צוברת שטח: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $F : [a,b] \to \mathbb{R}$ המוגדרת $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$.

המשפט היסודי של החדו"א: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ נניח כי F פונקציה צוברת שטח

- F רציפה.
- (f רציפה ב־x) $\Longleftarrow$ $(F'(x_0) = f(x_0))$.

מסקנה: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ רציפה אזי הפונקציה הצוברת שטח שלה היא פונקציה קדומה ל־f.

הצבה: $f(x)|_a^b = [f(x)]_a^b = f(b) - f(a)$.

משפט ניוטון לייבניץ: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ ופונקציה קדומה F אזי $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

אורך עקומה: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$.

נפח גוף סיבוב סביב ציר x: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $\pi \int_a^b f^2(x)\,dx$.

נפח גוף סיבוב סביב ציר y: תהא $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ אזי $2\pi \int_a^b x \cdot f(x)\,dx$.