

הגדרה: תהיינה X, Y קבוצות ותהא $f : X \rightarrow Y$ חח"ע אזי $|X| \leq |Y|$.

הגדרה: תהיינה X, Y קבוצות ותהא $f : X \rightarrow Y$ חח"ע ועל אזי $|X| = |Y|$.

סימון: תהיינה X, Y קבוצות עבורן $(|X| = |Y|) \neg$ אזי $|X| \neq |Y|$.

הגדרה: תהיינה X, Y קבוצות עבורן $|X| \leq |Y|$ וכן $|X| \neq |Y|$ אזי $|X| < |Y|$.

הערה: נקרא לביטוי $|X|$ העוצמה של X .

משפט קנטור-שרדר-ברנשטיין (קש"ב): תהיינה X, Y קבוצות עבורן $|X| \leq |Y|$ וכן $|Y| \leq |X|$ אזי $|X| = |Y|$.

סימון: $|\mathbb{N}| = \aleph_0$.

קבוצה בת מנייה: קבוצה X עבורה $|X| = \aleph_0$.

קבוצה סופית: קבוצה A עבורה קיים $n \in \mathbb{N}$ המקיים $|A| = |[n]|$.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $[n] = n$.

קבוצה אינסופית: קבוצה A עבורה לא קיים $n \in \mathbb{N}$ המקיים $|A| = |[n]|$.

טענה: תהא A בת מנייה ותהא $B \subseteq A$ אינסופית אזי B בת מנייה.

מסקנה: תהא A בת מנייה ותהא $B \subseteq A$ אזי B סופית או בת מנייה.

טענה: תהא A בת מנייה ותהא B קבוצה ותהא $f : A \rightarrow B$ על אזי B סופית או בת מנייה.

טענה: תהיינה A, B בנות מנייה אזי $A \cup B$ בת מנייה.

טענה: תהיינה $A_1 \dots A_n$ קבוצות בנות מנייה אזי $\bigcup_{i=1}^n A_i$ בת מנייה.

טענה: תהא $\langle A_n \mid n \in \mathbb{N} \rangle$ סדרת קבוצות באשר A_i סופית או בת מנייה לכל $i \in \mathbb{N}$ ותהא $\langle f_n \mid n \in \mathbb{N} \rangle$ סדרת פונקציות באשר

$f_n : \mathbb{N} \rightarrow A_n$ על לכל $n \in \mathbb{N}$ אזי $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i$ סופית או בת מנייה.

מכפלה קרטזית: תהיינה A, B קבוצות אזי $A \times B = \{ \langle a, b \rangle \mid (a \in A) \wedge (b \in B) \}$.

טענה: תהיינה A, B בנות מנייה אזי $A \times B$ בת מנייה.

טענה: תהיינה $A_1 \dots A_n$ בנות מנייה אזי $A_1 \times \dots \times A_n$ בת מנייה.

הגדרה: תהא A קבוצה אזי $A^1 = A$.

הגדרה: תהא A קבוצה ויהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $A^n = A \times A^{n-1}$.

טענה: $\bigcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{N}^n$ בת מנייה.

מסקנה: $|\{A \subseteq \mathbb{N} \mid A \text{ סופית}\}| = \aleph_0$.

טענה: $|\mathbb{Z}| = \aleph_0$.

טענה: $|\mathbb{Q}| = \aleph_0$.

מספר אלגברי: מספר $a \in \mathbb{C}$ עבורו קיים $p \in \mathbb{Z}[x]$ המקיים $p(a) = 0$.

מספר טרנסצנדנטי: מספר $a \in \mathbb{C}$ עבורו לכל $p \in \mathbb{Z}[x]$ מתקיים $p(a) \neq 0$.

משפט קנטור: $|\{a \in \mathbb{C} \mid a \text{ אלגברי}\}| = \aleph_0$.

יחס סדר חלקי/חלש: תהא A קבוצה ויהי A^2 אזי $\preceq \subseteq A^2$ באשר

• רפלקסיביות: יהי $x \in A$ אזי $x \preceq x$.

• טרנזיטיביות: יהיו $x, y, z \in A$ עבורם $x \preceq y$ וכן $y \preceq z$ אזי $x \preceq z$.

• אנטי סימטריות חלשה: יהיו $x, y \in A$ עבורם $x \preceq y$ וכן $y \preceq x$ אזי $x = y$.

יחס סדר חזק: תהא A קבוצה ויהי A^2 אזי $\prec \subseteq A^2$ באשר

• אנטי רפלקסיביות: יהי $x \in A$ אזי $\neg (x \prec x)$.

• טרנזיטיביות: יהיו $x, y, z \in A$ עבורם $x \prec y$ וכן $y \prec z$ אזי $x \prec z$.

• אנטי סימטריות חזקה: יהיו $x, y \in A$ עבורם $x \prec y$ אזי $\neg (y \prec x)$.

יחס סדר קווי חלקי/חלש: יחס סדר חלקי \preceq על A מתקיים $(x \preceq y) \vee (y \preceq x)$ עבורו לכל $x, y \in A$.

יחס סדר קווי חזק: יחס סדר חזק \prec על A מתקיים $(x \prec y) \vee (y \prec x) \vee (x = y)$ עבורו לכל $x, y \in A$.

טענה: $(\mathbb{N}, \leq_{\mathbb{N}})$ יחס סדר קווי חלקי.

טענה: תהא A קבוצה אזי $(\mathcal{P}(A), \subseteq)$ יחס סדר חלקי.

פונקציה שומרת סדר: יהיו $\langle A, R \rangle, \langle B, S \rangle$ סדרים אזי $f : A \rightarrow B$ חח"ע עבורה לכל $a, b \in A$ מתקיים $(a R b) \iff (f(a) S f(b))$.

סדרים חלקיים איזומורפיים: סדרים $\langle A, R \rangle, \langle B, S \rangle$ עבורם קיימת $\pi : A \rightarrow B$ הפיכה שומרת סדר.

סימון: יהיו $\langle A, R \rangle, \langle B, S \rangle$ סדרים איזומורפיים אזי $\langle A, R \rangle \simeq \langle B, S \rangle$.

יחס סדר קווי בעל איבר ראשון/מינימום: סדר קווי $\langle A, R \rangle$ עבורו קיים $a \in A$ באשר לכל $b \in A$ מתקיים $(aRb) \vee (a = b)$.

סימון: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי בעל איבר ראשון $a \in A$ אזי $\min(A) = a$.

טענה: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי בעל איבר ראשון ויהי $\langle B, S \rangle$ סדר קווי באשר $\langle A, R \rangle \simeq \langle B, S \rangle$ אזי $\langle B, S \rangle$ בעל איבר ראשון.

יחס סדר קווי בעל איבר אחרון/מקסימום: סדר קווי $\langle A, R \rangle$ עבורו קיים $b \in A$ באשר לכל $a \in A$ מתקיים $(aRb) \vee (a = b)$.

סימון: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי בעל איבר אחרון $a \in A$ אזי $\max(A) = a$.

טענה: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי בעל איבר אחרון ויהי $\langle B, S \rangle$ סדר קווי באשר $\langle A, R \rangle \simeq \langle B, S \rangle$ אזי $\langle B, S \rangle$ בעל איבר אחרון.

יחס סדר קווי צפוף: סדר קווי $\langle A, R \rangle$ עבורו לכל $x, y \in A$ המקיימים xRy קיים $z \in A$ עבורו xRz וכן zRy .

טענה: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי צפוף ויהי $\langle B, S \rangle$ סדר קווי באשר $\langle A, R \rangle \simeq \langle B, S \rangle$ אזי $\langle B, S \rangle$ צפוף.

טענה: $\langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle$ סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון.

מסקנה: $\langle \mathbb{N}, \leq_{\mathbb{N}} \rangle \not\simeq \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle$.

משפט קנטור: יהי $\langle A, \preceq \rangle$ סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר $|A| = \aleph_0$ אזי $\langle A, \preceq \rangle \simeq \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle$.

משפט קנטור: יהי $\langle A, \prec \rangle$ סדר קווי חזק צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר $|A| = \aleph_0$ אזי $\langle A, \prec \rangle \simeq \langle \mathbb{Q}, <_{\mathbb{Q}} \rangle$.

חסם מלעיל: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי ותהא $X \subseteq A$ אזי $a \in A$ עבורו לכל $x \in X$ מתקיים $(xRa) \vee (x = a)$.

סימון: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי ותהא $X \subseteq A$ אזי $a \in A$ חסם מלעיל של X $\overline{B}_X = \{a \in A \mid X \subseteq a\}$.

קבוצה חסומה מלעיל: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי אזי $X \subseteq A$ עבורה $\overline{B}_X \neq \emptyset$.

חסם מלרע: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי ותהא $X \subseteq A$ אזי $a \in A$ עבורו לכל $x \in X$ מתקיים $(xRa) \vee (x = a)$.

סימון: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי ותהא $X \subseteq A$ אזי $a \in A$ חסם מלרע של X $\underline{B}_X = \{a \in A \mid X \subseteq a\}$.

קבוצה חסומה מלרע: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי אזי $X \subseteq A$ עבורה $\underline{B}_X \neq \emptyset$.

קבוצה חסומה: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי אזי $X \subseteq A$ בעלת חסם מלרע וחסם מלעיל.

סימון: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי ותהא $X \subseteq A$ אזי $\sup(X) = \min(\overline{B}_X)$.

סימון: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי ותהא $X \subseteq A$ אזי $\inf(X) = \max(\underline{B}_X)$.

יחס סדר קווי שלם: סדר קווי $\langle A, R \rangle$ עבורו לכל $X \subseteq A$ חסומה מלעיל קיים $\sup(X)$.

טענה: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי אזי $(\langle A, R \rangle \text{ סדר שלם}) \iff (X \subseteq A \text{ חסומה קיימים } \sup(X), \inf(X))$.

קבוצה צפופה: יהי $\langle A, R \rangle$ סדר קווי אזי $X \subseteq A$ עבורה לכל $x, y \in A$ באשר xRy קיים $z \in X$ המקיים xRz וכן zRy .

השלמה של יחס סדר קווי חלקי: יהי $\langle P, \preceq \rangle$ סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון אזי סדר חלקי $\langle L, \sqsubseteq \rangle$ המקיים

$$P \subseteq L$$

$$(x \preceq y) \iff (x \sqsubseteq y) \text{ לכל } x, y \in P \text{ מתקיים}$$

$$\langle L, \sqsubseteq \rangle \text{ סדר קווי שלם ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון.}$$

$$\langle P, \preceq \rangle \text{ צפוף ב-} \langle L, \sqsubseteq \rangle.$$

משפט יחידות השלמה: יהי $\langle P, \preceq \rangle$ סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון ותהיינה $\langle L^*, \sqsubseteq^* \rangle, \langle L, \sqsubseteq \rangle$ השלמות אזי

$$\text{קיים איזומורפיזם } \pi : L \rightarrow L^* \text{ עבורו } \pi(p) = p \text{ לכל } p \in P.$$

משפט קיום השלמה: יהי $\langle P, \preceq \rangle$ סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון אזי קיימת לו השלמה.

חתך דדקינד: יהי $\langle P, \preceq \rangle$ סדר קווי חלקי ויהיו $A, B \subseteq P$ לא ריקות אזי $\langle A, B \rangle$ באשר

$$A \cap B = \emptyset$$

$$A \cup B = P$$

$$\text{לכל } a \in A \text{ ולכל } b \in B \text{ מתקיים } a \preceq b$$

$$\langle A, \preceq \rangle \text{ ללא איבר אחרון.}$$

$$\text{סימון: יהי } \langle P, \preceq \rangle \text{ סדר קווי חלקי ויהי } p \in P \text{ אזי } [p] = \langle (-\infty, p), [p, \infty) \rangle$$

$$\text{טענה: יהי } \langle P, \preceq \rangle \text{ סדר קווי חלקי ויהי } p \in P \text{ אזי } [p] \text{ חתך דדקינד.}$$

$$\text{הגדרה: יהי } \langle P, \preceq \rangle \text{ סדר קווי חלקי ויהיו } \langle A, B \rangle, \langle C, D \rangle \text{ חתכי דדקינד באשר } A \subseteq C \text{ אזי } \langle A, B \rangle \preceq \langle C, D \rangle.$$

$$\text{טענה: יהי } \langle P, \preceq \rangle \text{ סדר קווי חלקי אזי } \langle \{[p] \mid p \in P\}, \preceq \rangle \simeq \langle P, \preceq \rangle.$$

הערה: נשתמש בהתאמה מעל בתור שיכון של P בחתכי הדדקינד שלה.

$$\text{סימון: יהי } \langle P, \preceq \rangle \text{ סדר קווי חלקי אזי } \text{Ded}(P) = \{ \langle A, B \rangle \mid \text{חתך דדקינד } \langle A, B \rangle \}$$

$$\text{טענה: יהי } \langle P, \preceq \rangle \text{ סדר קווי חלקי אזי } \langle \text{Ded}(P), \preceq \rangle \text{ סדר קווי חלקי.}$$

$$\text{טענה: יהי } \langle P, \preceq \rangle \text{ סדר קווי חלקי אזי } \langle \text{Ded}(P), \preceq \rangle \text{ ללא איבר אחרון}$$

טענה: יהי $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי אזי $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ צפופה ב- $\langle \text{Ded}(P), \preccurlyeq \rangle$.

טענה: יהי $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי אזי $\langle \text{Ded}(P), \preccurlyeq \rangle$ סדר שלם.

טענה: יהי $\langle A, \prec \rangle$ סדר קווי חזק אזי קיים סדר קווי חזק צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון $\langle B, \sqsubset \rangle$ עבורו קיימת $f : A \rightarrow B$ שומרת סדר.

מספרים ממשיים: $\langle \mathbb{R}, \leq_{\mathbb{R}} \rangle$ הינה ההשלמה של $\langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle$.

משפט: יהי $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי ללא איבר ראשון ואחרון בעל קבוצה בת־מנייה צפופה בו אזי $\langle P, \preccurlyeq \rangle \simeq \langle \mathbb{R}, \leq_{\mathbb{R}} \rangle$.

טענה: $|\mathbb{R}| \neq \aleph_0$.

קבוצת החזקה: תהא X קבוצה אזי $\mathcal{P}(X) = \{Y \mid Y \subseteq X\}$.

סימון: תהא X קבוצה אזי ${}^X 2 = \{f \mid f : X \rightarrow \{0, 1\}\}$.

טענה: תהא X קבוצה אזי $|\mathcal{P}(X)| = |{}^X 2|$.

משפט קנטור: תהא X קבוצה אזי $|X| < |\mathcal{P}(X)|$.

טענה: $|\mathbb{R}| = |{}^{\mathbb{N}} 2|$.

טענה: תהיינה A, B קבוצות זרות ותהיינה C, D קבוצות זרות באשר $|A| = |C|$ וכן $|B| = |D|$ אזי $|A \cup B| = |C \cup D|$.

הגדרה: תהיינה A, B קבוצות זרות אזי $|A| + |B| = |A \cup B|$.

טענה: תהא A קבוצה אזי $|A \times \{0\}| = |A|$.

הגדרה חיבור: תהיינה A, B קבוצות אזי $|A| + |B| = |A \times \{0\}| + |B \times \{1\}|$.

טענה: תהיינה A, B, C, D קבוצות באשר $|A| = |C|$ וכן $|B| = |D|$ אזי $|A \times B| = |C \times D|$.

הגדרה כפל: תהיינה A, B קבוצות אזי $|A| \cdot |B| = |A \times B|$.

הערה: נאמר כי κ היא עוצמה אם קיימת קבוצה A עבורה $|A| = \kappa$.

טענה: תהא κ עוצמה אזי $\kappa + \kappa = 2 \cdot \kappa$.

טענה: תהיינה κ, λ, μ עוצמות אזי $\kappa \cdot (\lambda + \mu) = \kappa \cdot \lambda + \kappa \cdot \mu$.

הגדרה: תהיינה A, B קבוצות אזי ${}^B A = \{f \mid f : B \rightarrow A\}$.

טענה: תהיינה A, B, C, D קבוצות באשר $|A| = |C|$ וכן $|B| = |D|$ אזי $|{}^B A| = |{}^D C|$.

הגדרה: תהיינה A, B קבוצות אזי $|A|^{|B|} = |{}^B A|$.

מסקנה: $|\mathbb{R}| = 2^{\aleph_0}$.

טענה: תהא κ עוצמה אזי $\kappa \cdot \kappa = \kappa^2$.

טענה: תהיינה κ, λ, μ עוצמות אזי $\kappa^{(\lambda+\mu)} = \kappa^\lambda \cdot \kappa^\mu$ וכן $(\kappa^\lambda)^\mu = \kappa^{(\lambda \cdot \mu)}$ וכן $(\kappa \cdot \lambda)^\mu = (\kappa^\mu) \cdot (\lambda^\mu)$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $\aleph_0 + n = \aleph_0$ וכן $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $\aleph_0 \cdot n = \aleph_0$ וכן $\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $\aleph_0^n = \aleph_0$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $2^{\aleph_0} + n = 2^{\aleph_0}$ וכן $2^{\aleph_0} + \aleph_0 = 2^{\aleph_0}$ וכן $2^{\aleph_0} + 2^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0}$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $2^{\aleph_0} \cdot n = 2^{\aleph_0}$ וכן $2^{\aleph_0} \cdot \aleph_0 = 2^{\aleph_0}$ וכן $2^{\aleph_0} \cdot 2^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0}$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $(2^{\aleph_0})^n = 2^{\aleph_0}$ וכן $(2^{\aleph_0})^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0}$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ אזי $n^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0}$ וכן $\aleph_0^{\aleph_0} = 2^{\aleph_0}$.

טענה: $(2^{\aleph_0})^{(2^{\aleph_0})} > 2^{\aleph_0}$.

מסקנה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $|\mathbb{R}^n| = 2^{\aleph_0}$ וכן $|\mathbb{C}| = 2^{\aleph_0}$ וכן $|\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}| = 2^{\aleph_0}$ וכן $|\mathbb{N}\mathbb{N}| = 2^{\aleph_0}$.

טענה: תהא B קבוצה באשר $|B| = 2^{\aleph_0}$ ותהא $A \subseteq B$ באשר $|A| \leq \aleph_0$ אזי $|B \setminus A| = 2^{\aleph_0}$.

מסקנה: $|\{a \in \mathbb{C} \mid a \text{ מספר טרנסצנדנטי}\}| = 2^{\aleph_0}$.

מסקנה: $|\{a \in \mathbb{R} \mid a \text{ אי־רציונלי}\}| = 2^{\aleph_0}$.

מסקנה: $|\{f \mid (f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}) \wedge (f \text{ רציפה})\}| = 2^{\aleph_0}$.

מסקנה: $|\{f \mid (f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}) \wedge (f \text{ מונוטונית})\}| = 2^{\aleph_0}$.

טענה: $|\{A \mid (A \subseteq \mathbb{R}) \wedge (A \text{ פתוחה})\}| = 2^{\aleph_0}$.

יחס סדר טוב: סדר קווי $\langle W, \prec \rangle$ עבורו לכל $A \subseteq W$ באשר $A \neq \emptyset$ קיים איבר קטן ביותר.

טענה: $\langle \mathbb{N}, <_{\mathbb{N}} \rangle$ סדר טוב.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $\langle \mathbb{N}_{\leq n}, <_{\mathbb{N}_{\leq n}} \rangle$ סדר טוב.

רישה של יחס סדר טוב: יהי $\langle W, \prec \rangle$ יחס סדר טוב אזי $S \subseteq W$ המקיימת

• $S \neq W$.

• לכל $a \in S$ ולכל $b \in W$ אם $b \prec a$ אזי $b \in S$.

סימון: יהי $\langle W, \prec \rangle$ יחס סדר טוב ויהי $a \in W$ אזי $W[a] = \{b \in W \mid b \prec a\}$.

מסקנה: יהי $\langle W, \prec \rangle$ יחס סדר טוב ויהי $a \in W$ אזי $W[a]$ רישה ב- W .

טענה: יהי $\langle W, \prec \rangle$ יחס סדר טוב ותהא S רישה ב- W אזי קיים $x \in W$ עבורו $S = W[x]$.

טענה: יהי $\langle W, \prec \rangle$ יחס סדר טוב ותהא $f : W \rightarrow W$ שומרת סדר אזי $(x \prec f(x)) \vee (x = f(x))$ לכל $x \in W$.

מסקנה: יהי $\langle W, \prec \rangle$ יחס סדר טוב ויהי $a \in W$ אזי $W \not\subseteq W[a]$.

מסקנה: יהי $\langle W, \prec \rangle$ יחס סדר טוב ויהי $f : W \rightarrow W$ איזומורפיזם אזי $f = \text{Id}$.

מסקנה: יהיו $\langle A, \sqsubset \rangle, \langle W, \prec \rangle$ יחסי סדר טובים ויהיו $f, g : W \rightarrow A$ איזומורפיזמים אזי $f = g$.

משפט ההשוואה: יהיו $\langle A, \sqsubset \rangle, \langle W, \prec \rangle$ יחסי סדר טובים אזי בדיוק אחד מהבאים מתקיים

• $\langle W, \prec \rangle \simeq \langle A, \sqsubset \rangle$.

• קיים $w \in W$ עבורו $\langle W[w], \prec \rangle \simeq \langle A, \sqsubset \rangle$.

• קיים $a \in A$ עבורו $\langle W, \prec \rangle \simeq \langle A[a], \sqsubset \rangle$.

קבוצה טרנזיטיבית: קבוצה X עבודה לכל $A \in X$ ולכל $y \in A$ מתקיים $y \in X$.

סודר: קבוצה טרנזיטיבית X עבודה $\langle X, \in \rangle$ יחס סדר טוב.

טענה: יהי α סודר אזי $\alpha \cup \{\alpha\}$ סודר.

טענה: יהי α סודר אזי $\alpha \notin \alpha$.

טענה: יהי α סודר ויהי $x \in \alpha$ אזי x סודר.

טענה: יהיו α, β סודרים באשר $\beta \in \alpha$ אזי $\alpha \notin \beta$.

טענה: יהיו α, β סודרים באשר $\alpha \subsetneq \beta$ אזי $\alpha \in \beta$.

טענה משפט ההשוואה: יהיו α, β סודרים אזי בדיוק אחד מהבאים מתקיים

• $\alpha = \beta$.

• $\alpha \in \beta$.

• $\beta \in \alpha$.

טענה: תהא S קבוצה לא ריקה של סודרים אזי $\min(S)$ קיים.

הגדרה: $\mathcal{O}_n = \{\alpha \mid \alpha \text{ סודר}\}$.

סימון: $\mathcal{O}_n = \text{Ord}$.

טענה פרדוקס גוראלי-פורטי: \mathcal{O}_n אינה קבוצה.

טענה: יהיו α, β סודרים באשר $\alpha \in \beta$ אזי $(\alpha \cup \{\alpha\} \in \beta) \vee (\alpha \cup \{\alpha\} = \beta)$.

סימון: יהי α סודר אזי $\alpha + 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.

טענה: תהא S קבוצת סודרים אזי קיים סודר α עבורו לכל $\beta \in S$ מתקיים $\beta \in \alpha$.

משפט: יהי $\langle W, \prec \rangle$ יחס סדר טוב אזי קיים ויחיד סודר α עבורו $\langle \alpha, \in \rangle \simeq \langle W, \prec \rangle$.