נקודה צפה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $a_{1}\ldots a_{t}\in\mathbb{Z}$ באשר $a_{1}\neq0$ וכן $p\in\mathbb{Z}$ וכן $\sigma\in\left\{ \pm1\right\}$ עבורם $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_{i}}{\beta^{i}}\right)\cdot\beta^{p}$.

סימון: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ עבורו $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_{i}}{\beta^{i}}\right)\cdot\beta^{p}$ ייצוג בנקודה צפה אזי σ.

מנטיסה/ספרות משמעותיות: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ עבורו $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_{i}}{\beta^{i}}\right)\cdot\beta^{p}$ ייצוג בנקודה צפה אזי $\left(a_{1}\ldots a_{t}\right)$.

הגבלה על החזקה בנקודה צפה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ ויהיו $L,U\in\mathbb{Z}$ עבורן בייצוג נקודה צפה $L<p<U$.

טענה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ יהיו $L,U\in\mathbb{Z}$ הגבלה על החזקה ויהי $x\in\mathbb{R}\backslash\left\{ 0\right\}$ מספר בעל ייצוג נקודה צפה אזי $\beta^{L-1}<\left|x\right|<\beta^{U}$.

גלישה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהיו $L,U\in\mathbb{Z}$ הגבלה על החזקה ויהי $x\in\mathbb{R}$ אזי

- overflow: $\left|x\right|\geq\beta^{U}$.
- underflow: $\left|x\right|\leq\beta^{L-1}$.

קיצוץ נקודה צפה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ בעל הצגה $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{\infty}\frac{a_{i}}{\beta^{i}}\right)\cdot\beta^{p}$ בבסיס β אזי $\text{fl}\left(x\right)=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_{i}}{\beta^{i}}\right)\cdot\beta^{p}$.

עיגול נקודה צפה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ בעל הצגה $x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{\infty}\frac{a_{i}}{\beta^{i}}\right)\cdot\beta^{p}$ בבסיס β אזי $\text{fl}\left(x\right)=\begin{cases} \sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_{i}}{\beta^{i}}\right)\cdot\beta^{p} & 0\leq a_{t+1}<\frac{\beta}{2}\\ \sigma\cdot\left(\left(\sum_{i=1}^{t}\frac{a_{i}}{\beta^{i}}\right)+\frac{1}{\beta^{t}}\right)\cdot\beta^{p} & \frac{\beta}{2}\leq a_{t+1}<\beta \end{cases}$.

סימון: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $\tilde{x}=\text{fl}\left(x\right)$.

שגיאה: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $e\left(x\right)=x-\text{fl}\left(x\right)$.

שגיאה מוחלטת: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $\left|e\left(x\right)\right|$.

שגיאה יחסית: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $\delta\left(x\right)=\frac{e\left(x\right)}{x}$.

מסקנה: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $\text{fl}\left(x\right)=x\left(1-\delta\left(x\right)\right)$.

טענה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ בעל ייצוג בקיצוץ נקודה צפה אזי $\left|\delta\left(x\right)\right|\leq\beta^{-t+1}$.

טענה: יהי $\beta\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1\right\}$ בסיס יהי $t\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $x\in\mathbb{R}$ בעל ייצוג בעיגול נקודה צפה אזי $\left|\delta\left(x\right)\right|\leq\frac{1}{2}\beta^{-t+1}$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $\left|e\left(x+y\right)\right|\leq\left|e\left(x\right)\right|+\left|e\left(y\right)\right|$.

מסקנה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ בעלי סימן זהה אזי $\left|\delta\left(x+y\right)\right|\leq\left|\delta\left(x\right)\right|+\left|\delta\left(y\right)\right|$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ בעלי סימן זהה אזי $\left|\delta\left(x+y\right)\right|\leq\max\left\{ \left|\delta\left(x\right)\right|,\left|\delta\left(y\right)\right|\right\}$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $\left|\delta\left(x-y\right)\right|\leq\left|\frac{e\left(x\right)}{x-y}\right|+\left|\frac{e\left(y\right)}{x-y}\right|$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $\left|\delta\left(xy\right)\right|\leq\left|\delta\left(x\right)\right|+\left|\delta\left(y\right)\right|+\left|\delta\left(x\right)\delta\left(y\right)\right|$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $\left|e\left(\frac{x}{y}\right)\right|\leq\frac{\left|x\right|\left|e\left(y\right)\right|+\left|y\right|\left|e\left(x\right)\right|}{\left|y\cdot\text{fl}\left(y\right)\right|}$.

טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $\left|\delta\left(\frac{x}{y}\right)\right|\leq\left|\frac{y}{\text{fl}\left(y\right)}\right|\left(\left|\delta\left(x\right)\right|+\left|\delta\left(y\right)\right|\right)$.

אלגוריתם שיטת החצייה: יהי ε תהא $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ רציפה ויהיו $a_0<b_0$ עבורם $f(a_0)f(b_0)<0$ אזי

```
function BisectionMethod (a_0, b_0, ε)
    n ← 0
    while ((b_0 − a_0)/2^{n+1} ≥ ε)
    |    m_n ← (a_n + b_n)/2
    |    if (f(m_n) = 0)
    |    |    return m_n
    |    elif (f(a_n) f(m_n) < 0)
    |    |    (a_{n+1}, b_{n+1}) ← (a_n, m_n)
    |    |    n ← n + 1
    |    elif (f(m_n) f(b_n) < 0)
    |    |    (a_{n+1}, b_{n+1}) ← (m_n, b_n)
    |    |    n ← n + 1
    return m_n
```

טענה: יהי ε תהא $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ רציפה ויהיו $a<b$ עבורם $f(a)f(b)<0$ אזי קיים שורש $\alpha\in[a,b]$ של f עבורו $|\text{BisectionMethod}(a,b,\varepsilon)-q|<\varepsilon$.

סימון: תהא $\{x_n\}\subseteq\mathbb{R}$ עבורה $x_n\to\alpha$ אזי $e_n=\alpha-x_n$.

טענה: תהא $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ רציפה בעלת שורש יחיד α אזי באלגוריתם החצייה $m_n\to\alpha$ וכן $|\alpha-m_n|\le\frac{b-a}{2^{n+1}}$.

סדר התכנסות: תהא $\{x_n\}\subseteq\mathbb{R}$ עבורה $x_n\to\alpha$ אזי $p\in\mathbb{R}_+$ עבורו $0<\liminf_{n\to\infty}\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}\le\limsup_{n\to\infty}\frac{|e_{n+1}|}{|e_n|^p}<\infty$.

מסקנה: סדר ההתכנסות של שיטת החצייה היא לינארית.

טענה: תהא f גזירה ברציפות בעלת שורש פשוט α וכן $f(x_n)=f(\alpha)+f'(\zeta_n)e_n$ טור טיילור שלה אזי $e_n=\frac{f(x_n)}{f'(\zeta_n)}$.

מסקנה: יהי ε_M דיוק המכונה ותהא f גזירה ברציפות בעלת שורש פשוט α וכן $f(x_n)=f(\alpha)+f'(\zeta_n)e_n$ טור טיילור שלה וכן $|f(x_n)|\le\varepsilon_M$ אזי $|e_n|\le\left|\frac{2\varepsilon_M}{f'(\zeta_n)}\right|$.

מספר המצב: תהא f גזירה ברציפות בעלת שורש α מסדר שני אזי $\lim_{x\to\alpha}\left|\frac{f(x)}{xf'(x)}\right|$.

אלגוריתם שיטת ניוטון: תהא $f\in C^1([a,b],\mathbb{R}\backslash\{0\})$ ויהי $x_0\in\mathbb{R}$ אזי $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

טענה: תהא $f\in C^1([a,b],\mathbb{R}\backslash\{0\})$ בעלת שורש פשוט יחיד α ויהי $x_0\in\mathbb{R}$ אזי שיטת ניוטון בעלת סדר התכנסות ריבועי.

אלגוריתם שיטת המיתרים: תהא $f\in C([a,b],\mathbb{R}\backslash\{0\})$ ויהיו $x_0,x_1\in\mathbb{R}$ אזי $x_{n+1}=x_n-f(x_n)\cdot\frac{x_n-x_{n-1}}{f(x_n)-f(x_{n-1})}$.

טענה: תהא $f\in C([a,b],\mathbb{R}\backslash\{0\})$ בעלת שורש פשוט יחיד α ויהיו $x_0,x_1\in\mathbb{R}$ אזי שיטת המיתרים בעלת סדר התכנסות $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

שיטת איטרציה: תהא $g:I\to\mathbb{R}$ ויהי $x_0\in\mathbb{R}$ אזי $x_n=g(x_{n-1})$.

איטרציה: תהא $g:I\to\mathbb{R}$ ויהי $x_0\in\mathbb{R}$ אזי x_n.

התכנסות שיטת איטרציה: שיטת איטרציה $g:I\to\mathbb{R}$ עבורה $x_n\to\alpha$.

נקודת שבת: תהא $g:I\to\mathbb{R}$ אזי $a\in\mathbb{R}$ עבורה $g(a)=a$.

טענה: תהא $g\in C(I,\mathbb{R})$ שיטת איטרציה מתכנסת עבורה $x_n\to\alpha$ אזי $g(\alpha)=\alpha$.

קונסיסטנטיות: תהא $f:I\to\mathbb{R}$ ותהא $g\in C(I,\mathbb{R})$ שיטת איטרציה מתכנסת אזי $(g(\alpha)=\alpha)\Longleftarrow(f(\alpha)=0)$.

משפט: תהא $g\in C([a,b],[a,b])$ אזי קיימת $\alpha\in[a,b]$ עבורה $g(\alpha)=\alpha$.

משפט: תהא $g\in C^1([a,b],[a,b])$ ויהי $K<1$ עבורו $|g'|\le K$ אזי קיימת ויחידה $\alpha\in[a,b]$ עבורה $g(\alpha)=\alpha$.

מסקנה: תהא $g\in C^1([a,b],[a,b])$ ויהי $K<1$ עבורו $|g'|\le K$ אזי שיטת האיטרציה g מתכנסת לנקודת השבת.

מסקנה: תהא $g\in C^1([a,b],[a,b])$ ויהי $K<1$ עבורו $|g'|\le K$ אזי $|e_n|\le K|e_{n-1}|$.

תנאי ליפשיץ: פונקציה $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ וכן $K>0$ עבורם $\left|g\left(x\right)-g\left(y\right)\right|\le K\left|x-y\right|$.

תנאי כיווץ: פונקציה $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ וכן $0<K<1$ עבורם g לישפיץ K.

תנאי מתיחה: פונקציה $g\in C^{1}\left(\mathbb{R}\right)$ וכן $1<K\le\left|g'\right|$ עבורם g לישפיץ K.

טענה: יהי X סגור תהא $g\in C\left(X\right)$ ויהי $K<1$ עבורו g ליפשיץ K אזי קיימת ויחידה $\alpha\in\left[a,b\right]$ עבורה $g\left(\alpha\right)=\alpha$.

מסקנה: יהי X סגור תהא $g\in C\left(X\right)$ ויהי $K<1$ עבורו g ליפשיץ K אזי שיטת האיטרציה g מתכנסת לנקודת השבת.

מסקנה: יהי X סגור תהא $g\in C\left(X\right)$ ויהי $K<1$ עבורו g ליפשיץ K אזי $\left|e_{n}\right|\le\frac{K^{n}}{1-K}\left|x_{1}-x_{0}\right|$.

משפט: תהא $g\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}\right)$ ותהא α נקודת שבת עבורה $\left|g'\left(\alpha\right)\right|<1$ אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו לכל $x\in\left(\alpha-\varepsilon,\alpha+\varepsilon\right)$ מתקיים כי g מתכנסת ל־α.

משפט: תהא $g\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}\right)$ ותהא α נקודת שבת עבורה $0<\left|g'\left(\alpha\right)\right|<1$ אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו לכל $x\in\left(\alpha-\varepsilon,\alpha+\varepsilon\right)$ מתקיים כי g מתכנסת ל־α בקצב התכנסות לינארי.

משפט: יהי $p>1$ תהא $g\in C^{p}\left(I,\mathbb{R}\right)$ ותהא α נקודת שבת עבורה $g^{\left(p\right)}\left(\alpha\right)\ne0$ וכן $g^{\left(n\right)}\left(\alpha\right)=0$ לכל $n\in\left[p-1\right]$ אזי קיים $\varepsilon>0$ עבורו לכל $x\in\left(\alpha-\varepsilon,\alpha+\varepsilon\right)$ מתקיים כי g מתכנסת ל־α בקצב התכנסות p.