```
L^* = igcup_{k=0}^\infty L^k שפה אזי L \subseteq \Sigma^* תהא שפה: תהא
                                                       .prefix (L)=\{y\in\Sigma^*\mid\exists x\in\Sigma^*.yx\in L\} שפת הרישא: תהא L\subseteq\Sigma^* תהא שפת הרישא
                                                        \operatorname{suffix}(L) = \{y \in \Sigma^* \mid \exists x \in \Sigma^*. xy \in L\} שפה אזי L \subseteq \Sigma^* תהא שפת הסיפא: תהא
                                            אלגוריתם מכריע שפה: תהא L \subseteq \Sigma^* שפה אזי אלגוריתם L \subseteq \Sigma^* המקיים
                                                                                             A\left(x\right)=\mathrm{True} מקבל: לכל x\in L מתקיים
                                                                                             A\left(x\right)=\mathrm{False} מתקיים x\notin L לכל
                                                                          f:\left\{ 0,1
ight\} ^{n}
ightarrow\left\{ 0,1
ight\} ^{m} אזי n,m\in\mathbb{N} ההיינה בולאנית: תהיינה
                                                         \{f_1\dots f_n\} אזי בסיס פונקציות בוליאניות: תהיינה f_1\dots f_n פונקציות אזי
                                                                                                                 \mathcal{B} = \{\wedge, \vee, \neg\} בסיס דה־מורגן:
                                                                                           הערה: תמיד נוסיף לבסיס את הפונקציות הקבועות.
לכל f_i:\{0,1\}^{k_i}	o\{0,1\} באשר באיני: יהי f_1\dots f_n\in\mathcal{B} בסיס פונקציות תהיינה תהיינה תהיינה בוליאני: יהי ביסיס פונקציות בוליאניות היינה בוליאניות תהיינה מעגל בוליאני:
                        המקיים \{f_1\dots f_n, x_1\dots x_m, y_1\dots y_k\} מעל מכוון אזי גרף אזי גר מכוון x_1\dots x_m, y_1\dots y_k\in\{0,1\} המקיים i i\in[n]
                                                                                                                   . חסר מעגלים מכוונים G
                                                                                                    \deg^-(x_i) = 0 מתקיים i \in [m] לכל
                                                                                                    \deg^-(f_i) = k_i מתקיים i \in [n] לכל
                                                                              \operatorname{deg}^+(y_i) = 0 וכן \operatorname{deg}^-(y_i) = 1 מתקיים i \in [k] •
                                                                                    f_1 \dots f_n אזי מעגל בוליאני יהי 'f_1 \dots f_n מעגל מעגל בוליאני
                                                                                   x_1 \dots x_m אזי מעגל בוליאני: יהי מעגל בוליאני אזי במעגל
                                                                                    y_1 \dots y_k אזי מעגל בוליאני: יהי מעגל בוליאני אזי במעגל בוליאני:
                                                                                        E\left(C
ight) אזי מעגל בוליאני: יהי C מעגל בוליאני
                                                             \max_{v \in V(C)} \deg^+(v) במעגל בוליאני: יהי C מעגל בולינארי אזי fan – out
                                                 \{G \leq C \mid 1 \text{ הוא } G \text{ של fan-out}\} של מעגל בוליאני: יהי C מעגל בוליאני: יהי
שערוך מעגל בולינארי על קלט: יהי y_i מעגל בולינארי על v \in \{0,1\}^m אזי יהי מעגל בולינארי על קלט: יהי מעגל מעגל מעגל אזי יהי
                                                                                                הפונקציות הבוליאניות על הקודקודים הנכנסים.
                                      C\left(v
ight)=\left(y_{1}\ldots y_{k}
ight) הוא C על על אזי השערוך של v\in\left\{ 0,1
ight\} ^{m} אזי ויהי מעגל בולינאני ויהי
                                                       C\left(w
ight)=1 עבורו w\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} אזי יחיד אזי מעגל מקבל מילה: יהי
                                               L\left(C
ight)=\left\{x\in\left\{0,1
ight\}^{n}\mid x שפה של מעגל: יהי C מעגל בעל פלט יחיד אזי C מקבל את מעגל מעגל:
           C\left(v
ight)=f\left(v
ight) מתקיים v\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} עבורו לכל בולינאני f:\left\{ 0,1
ight\} ^{n}	o\left\{ 0,1
ight\} מתקיים מעגל מחשב פונקציה: תהא
v \in \left\{0,1
ight\}^m משפט אוניברסליות דה־מורגן: תהא f:\left\{0,1
ight\}^m 	o \left\{0,1
ight\}^k אזי קיים מעגל בוליאני
                                                                                                                           .C(v) = f(v) מתקיים
                                                                      הערה: מכאן והלאה כל המעגלים הם בוליאניים ומעל בסיס דה־מורגן.
                                                                    .i באורך מקבל מקבלים: מעגלים: מעגלים עבורם \{C_n\}_{n\in\mathbb{N}}
                                    L\left(\mathcal{C}
ight)=\left\{ x\in\left\{ 0,1
ight\} ^{st}\mid x\in L\left(\mathcal{C}_{\left|x
ight|}
ight) 
ight\} שפה של משפחת מעגלים: תהא \mathcal{C} משפחה של מעגלים
```

 $\langle w_1\dots w_n
angle$ $\langle \omega_1\dots \omega_m
angle=\langle w_1\dots w_n,\omega_1\dots\omega_m
angle$ אזי $\langle w_1\dots w_n
angle$, $\langle \omega_1\dots\omega_m
angle\in\Sigma^*$ שרשור מילים: תהיינה

 $(w_1\dots w_n)^m=\prod_{i=1}^m \langle w_1\dots w_n
angle$ אזי איזי $(w_1\dots w_n)\in \Sigma^*$ אזי מילה: תהא

 $.\#_{\sigma}\left(w
ight)=|\{i\in[n]\mid w_{i}=\sigma\}|$ אות אזי $\sigma\in\Sigma$ ותהא של המופעים של אות במילה: תהא מספר המופעים של אות מספר המילה: אות הא

 $L_1\parallel L_2=L_1L_2=\{w\omega\mid (w\in L_1)\wedge (\omega\in L_2)\}$ שרשור שפות: תהיינה $L_1,L_2\subseteq \Sigma^*$ שפות אזי שרשור שפות: תהיינה

 $L^m=\left\{\prod_{i=1}^k w_i \mid orall i\in [k]\,.w_i\in L
ight\}$ אזי $m\in\mathbb{N}$ שפה ויהי $L\subseteq\Sigma^*$ שפה: תהא

 $0<|\Sigma|<\aleph_0$ אלפבית: קבוצה Σ המקיימת אלפבית: מילים: יהי Σ אלפבית אזי $\Sigma^*=\bigcup_{n=0}^\infty \Sigma^n$

 $L \subset \Sigma^*$ אלפבית אזי אונ Σ יהי שפה: יהי

|w|=n מילה אזי $w\in \Sigma^n$ אלפבית ותהא אלפבית יהי יהי מילה אזי

 $\langle w_1\dots w_n
angle^R=\langle w_n\dots w_1
angle$ אזי $\langle w_1\dots w_n
angle\in\Sigma^*$ תהא מילה: תהא

 $.|\varepsilon|=0$ עבורה $\varepsilon\in\Sigma^*$ אזי אלפבית יהי יהי יהי הריקה:

 $L^R=\{w^R\mid w\in L\}$ שפה אזי $L\subseteq \Sigma^*$ היפוך שפה: תהא

```
. הערה מודל לא יוניפורמי: משפחה של מעגלים \mathcal C עבורה לכל משפחה שלגוריתם שונה.
                                                          . הערה מודל יוניפורמי: משפחה של מעגלים \mathcal C עבורה לכל n\in\mathbb N יש אלגוריתם הערה מודל יוניפורמי:
                                                               Cמספר השערים ומספר הקלטים ב־|C| אזי אזי ומספר השערים ומספר הקלטים ב-
                                    |\mathcal{C}_n| \leq S\left(n
ight) אבורה S: \mathbb{N} 	o \mathbb{N} אזי משפחה של מעגלים: תהא משבחה מעגלים: תהא
                                                    \mathcal{O}\left(n\cdot 2^n\right) טענה: תהא f:\{0,1\}^n	o\{0,1\} אזי קיים מעגל f:\{0,1\}^n
                                                    L(C)=\mathcal{O}\left(n\cdot 2^n
ight) וכן L(C)=\mathcal{L} אזי קיים מעגל C אזי קיים מעגל בורו L(C)=\mathcal{L} וכן אזי קיים מעגל
                                                         \mathcal{O}\left(2^{n}\right) אזי קיים מעגל f:\left\{0,1\right\}^{n} 
ightarrow \left\{0,1\right\} שמחשב את f:\left\{0,1\right\}^{n}
                                                        |C|=\mathcal{O}\left(2^{n}
ight) וכן L\left(C
ight)=\mathcal{L} אזי קיים מעגל C אזי קיים מעגל בורו L\left(C
ight)=\mathcal{L} וכן
                                            \mathcal{O}\left(rac{2^n}{n}
ight) אזי שמחשב את f שמחשב את f:\{0,1\}^n	o\{0,1\} משפט לופיאנוב: תהא
        rac{2^n}{10n} טענה שאנון: קיים C בגודל קטן מאשר f:\{0,1\}^n	o\{0,1\} שאינה ניתנת לחישוב בעזרת מעגל
אזי F\subseteq Q אזי \delta:Q	imes \Sigma	o Q יהי הופית יהי לפבית תהא אוטומט סופי זטרמיניסטי (אס"ד): תהא אוטומט סופי דטרמיניסטי (אס"ד): אוטומט סופי דטרמיניסטי (אס"ד): אוטומט סופי דטרמיניסטי (אס"ד)
                                                                                                                                          (Q, \Sigma, \delta, q, F)
                                                                           Q, \Sigma, \delta, q, F אס"ד אזי אס אס"ד אזי אס"ד אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי
                                                                         \Sigma אס"ד אזי (Q,\Sigma,\delta,q,F) אס"ד אזי אוי דטרמיניסטי: יהי
                                                               \delta אזי אזי (Q,\Sigma,\delta,q,F) אזי אזי דטרמיניסטי: יהי אזי פונקציית מעברים באוטומט סופי דטרמיניסטי:
                                                                    Q, \Sigma, \delta, q, F) אס"ד אזי אס"ד אזי אס"ד אזי אס"ד אזי אס"ד אזי אזי
                                                                F אס"ד אזי (Q, \Sigma, \delta, q, F) אס"ד אזי דטרמיניסטי: יהי יהי
וכן לכל \hat{\delta}\left(q,arepsilon
ight)=q מתקיים מתקיים לכל לכל אס"ד אזי \hat{\delta}:Q	imes\Sigma^*	o Q אס"ד אזי אס"ד אזי יהי לכל (Q,\Sigma,\delta,q_0,F) יהי יהי
                                                                                        .\hat{\delta}\left(q,x
ight)=\delta\left(\hat{\delta}\left(q,x_{1}\ldots x_{n-1}
ight),x_{n}
ight) מתקיים x\in\Sigma^{n}
                                  \hat{\mathcal{S}}\left(q_0,x
ight)\in F אס"ד אזי x\in\Sigma^* אס"ד אזי אוטומט סופי דטרמיניסטי מקבל מילה: יהי (Q,\Sigma,\delta,q_0,F) אס
\delta(q_n \in F) וכן \delta(q_{i-1},x_i)=q_i עבורם q_1\ldots q_n \in Q טענה: יהי אס"ד ויהי a \in \Sigma^n אזי אזי (a \in \Sigma^n אזי וכן אזי אס"ד ויהי אס"ד ויהי
                                                L\left(A
ight)=\{x\in\Sigma^{st}\mid x אס"ד אזי איזי A\} מקבל את אס"ד אזיי אס"ב זטרמיניסטי: יהי יהי א
                                                L\left(A
ight)=\mathcal{L} המקיים A דיים אס"ד \mathcal{L}\subset\Sigma^* עבורה אזי שפה \Sigma אלפבית אזי שפה הגולרית: יהי
                                                                                                                                      טענה: Ø רגולרית.
                                                                                                                                    .טענה: \{\varepsilon\} רגולרית
                                                                                                        טענה: \{x \mid \#_1(x) = 1 \mod 2\} רגולרית.
                                                                                           . רגולרית \{y \ 1 \ 0^{2k} \mid (y \in \{0,1\}^*) \land (k \in \mathbb{N})\}
                                                                            L_1\left(L_2L_3
ight) = \left(L_1L_2
ight)L_3 שפות אזי L_1,L_2,L_3\subseteq \Sigma^* טענה: יהיו
                                                                    . טענה: תהא L^* אזי אזי L \neq \{ \varepsilon \} וכן L \neq \varnothing שפה באשר באשר L \subseteq \Sigma^* אינסופית.
                                                                                                     משפט: תהיינה \Sigma^* \subseteq L שפות רגולריות אזי
                                                                                                                                  . רגולרית L \cup \mathcal{L}
                                                                                                                                  . רגולרית L \cap \mathcal{L}
                                                                                                                                       . רגולרית \overline{L}
                                                                                                                                   . רגולרית L \| \mathcal{L} \|
                                                                                                         . רגולרית מתקיים כי n \in \mathbb{N} רגולרית •
                                                                                                                                      . רגולרית L^*
                                                                                                      מסקנה: \{x \mid \#_1(x) = 0 \mod 2\} רגולרית.
אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מינוס (אסלד"ם): תהא Q 
eq \emptyset קבוצה סופית יהי S: Q 	imes \Sigma 	o \mathcal{P}(Q) ותהיינה \delta: Q 	imes \Sigma 	o \mathcal{P}(Q) ותהיינה
                                                                                                                       (Q, \Sigma, \delta, S, F) אזי S, F \subseteq Q
                                                           Q אסלד"ם אזי (Q, \Sigma, \delta, S, F) יהי מעבים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מינוס:
                                                          \Sigma אסלד"ם אזי (Q, \Sigma, \delta, S, F) אסלד"ם מינוס: יהי
                                               .\delta אסלד"ם אזי (Q,\Sigma,\delta,S,F) יהי אסנוס: יהי לא־דטרמיניסטי סופי לא־דטרמיניסטי מינוס:
                                              S אסלד"ם אזי (Q,\Sigma,\delta,S,F) יהי מענים: יהי לא־דטרמיניסטי סופי האידים אזי
                                                F אסלד"ם אזי (Q,\Sigma,\delta,S,F) יהי מענים: ארדטרמיניסטי סופי לא־דטרמיניסטי מינוס:
```

 $L\left(\mathcal{C}
ight)=\mathcal{L}$ משפחה מכריעה שפה: תהא $\mathcal{L}\subset\left\{ 0,1
ight\} ^{st}$ שפה אזי משפחה של מעגלים

 (Q,Σ,δ,S,F) אזי

Qאזי אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי מצבים באוטומט אסל לא־דטרמיניסטי: יהי

 $.\Sigma$ אזי אוי אסל"ד אזי (Q,Σ,δ,S,F) אלפבית באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי

 $.\delta$ אזי אזי (Q,Σ,δ,S,F) פונקציית מעברים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי אסל"ד אזי אזי אזי (Q,Σ,δ,S,F) מצבים התחלתיים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי

 $(Q, \Sigma, \delta, S, F)$ אסל"ד אאי אסל"ד אאי אסל"ד אאי מקבלים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי

 $.E\left(q
ight) = \left\{q' \in Q \mid \exists a \in Q^{k+1}. \left(a_0 = q
ight) \wedge \left(\forall i \in [k]. a_i \in \delta\left(a_{i-1}, arepsilon
ight)
ight) \wedge \left(a_k = q'
ight)
ight\}$ אזי $q \in Q$ אזי $q \in Q$

פונקציית המעברים המורחבת: יהי (Q,Σ,δ,S,F) אסל"ד אזי $\hat{\delta}:\mathcal{P}\left(Q\right) imes\Sigma^* o\mathcal{P}\left(Q\right)$ אסל"ד אזי (Q,Σ,δ,S,F) עבורה לכל $\hat{\delta}:\mathcal{P}\left(Q\right) imes\Sigma^* o\mathcal{P}\left(Q\right)$ מתקיים $\hat{\delta}\left(q,x\right)=E\left(\bigcup_{q\in\hat{\delta}\left(T,x_1...x_{n-1}\right)}\delta\left(q,x_n\right)\right)$ מתקיים $\hat{\delta}\left(T,\varepsilon\right)=E\left(T\right)$

 $.\hat{\delta}\left(S,x
ight)\cap F
eq arnothing$ המקיים $x\in\Sigma^*$ אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מקבל מילה: יהי (Q,Σ,δ,S,F) אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מקבל מילה:

 $x^{\!\!\!/}=\sigma_1\dots\sigma_n$ אזי $x=arepsilon^{k_0}\sigma_0arepsilon^{k_1}\sigma_1arepsilon^{k_2}\dots\sigma_narepsilon^{k_n}$ עבורם $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ עבורם $x\in\Sigma^k$ עבורם $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$

 $L\left(A
ight)=\left\{x\in\Sigma^{st}\mid x$ שפה של אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי A אסל"ד אזי A מקבל את א

 $L\left(N
ight)=L\left(M
ight)$ עבורו M עבורו אזי קיים אסלד אזי קיים אסלד אסל"ד אזי קיים אסלד

 $L\left(A
ight)=L\left(M
ight)$ עבורו אס"ד אזי קיים אס"ד אסל"ד אזי אסל"ד אזי מסקנה: יהי

 $\mathcal{L}(N)=\mathcal{L}$ מסקנה: יהי Σ אלפבית ותהא $\Sigma\subseteq\Sigma^*$ שפה אזי (\mathcal{L} רגולרית) שפה אזי ($\mathcal{L}(N)=\mathcal{L}$ שפה אזי ($\mathcal{L}(N)=\mathcal{L}$

ביטוי רגולרי (ב"ר): יהי Σ אלפבית אזי

- .Ø •
- .a יהי $a\in\Sigma_{arepsilon}$ אזי ullet
- $R_1 \cup R_2$ יהיו אזי ביטויים R_1, R_2 יהיו
 - R_1R_2 יהיו R_1,R_2 ביטויים רגולרים אזי יהיו
 - $.R^*$ יהי R ביטוי רגולרי אזי •

שפה נוצרת מביטוי רגולרי: יהי Σ אלפבית אזי

- $L(\varnothing) = \varnothing \bullet$
- $L\left(a
 ight)=\left\{ a
 ight\}$ אזי $a\in\Sigma_{arepsilon}$ יהי
- $L\left(R_1\cup R_2
 ight)=L\left(R_1
 ight)\cup L\left(R_2
 ight)$ אזי רגולרים אזי רגולרים אזי רגולרים אזי רגולרים אזי רגולרים אזי ר
 - $L\left(R_{1}R_{2}
 ight)=L\left(R_{1}
 ight)L\left(R_{2}
 ight)$ יהיו R_{1},R_{2} ביטויים רגולרים אזי
 - $L\left(R^{*}\right)=L\left(R\right)^{*}$ יהי R ביטוי רגולרי אזי יהי R

```
. טענה: \{a^p \mid a \in \Sigma, ראשוני p\} אינה רגולרית
                                          . טענה: השפה \{a^ib^nc^n\mid n\in\mathbb{N}, i\in\mathbb{N}_+\}\cup\{b^nc^m\mid n,m\in\mathbb{N}\} ניתנת לניפוח 1 וכן אינה רגולרית.
                                             .\sim_L=\left\{(x,y)\in (\Sigma^*)^2\;\middle|\; orall z\in \Sigma^*.\, (yz\in L)\Longleftrightarrow (xz\in L)
ight\} שפה אזי L\subseteq \Sigma^* תהא הגדרה: תהא
                                                                            טענה: תהא \Sigma \subseteq \Sigma^* שפה אזי \sim_L שפה אזי \sim_L שפה ב\Sigma^* שפה אזי \sim_L שפה אזי \Sigma. \sim_A=\left\{(x,y)\in (\Sigma^*)^2\;\middle|\; \hat{\delta}\left(q_0,x\right)=\hat{\delta}\left(q_0,y\right)\right\} אזי אס"ד איזי \Sigma אזי \Sigma עבורם \Sigma אזי אזי \Sigma אזי \Sigma אוי אס"ד ויהיו \Sigma
                                                                                                      |Q| \geq |\Sigma^*/_{\sim_A}| \geq |\Sigma^*/_{\sim_{L(A)}}| מסקנה: יהי A אס"ד אזי
                                                                                                       מסקנה: תהא L \subseteq \Sigma^* סופית.
                                                                         .(סופית) בייריד: תהא בה אזי עם שפה אזי תהא ברוד: תהא בה עם בייריד: תהא ברוד: תהא ברוד: תהא ברוד: תהא
y\sim_L x_i שבורו y\in \Sigma^* ויהי \Sigma^*/_{\sim_L} ויהי שפה באשר y\in \Sigma^* סופית תהא y\sim_L x_i סופית תהא שפה באשר בארייט שפה באשר אזי
אוי אס"ד \Sigma^*/_{\sim_L} אוי אס"ב באר אר \Sigma^*/_{\sim_L} שפה באשר באר אר איי אס"ב קבוצת נציגים של בוצר אוי אס"ד באשר אויומט סופי דטרמיניסטי המחלקות: תהא
                                                                                                                                                   באשר (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)
                                                                                                                                                    Q = [|\Sigma^*/\sim_L|] \bullet
                                                                                                                                         .\delta(i,\sigma) = \text{Class}(x_i\sigma) \bullet
                                                                                                                                                   .q_0 = \mathrm{Class}(\varepsilon) \bullet
                                                                                                                                        F = \{i \in Q \mid x_i \in L\} \bullet
L טענה: תהא L \subseteq \Sigma^*/_{\sim_L} שפה באשר שפה באשר אס"ד סופית תהא \{x_1 \dots x_n\} סופית תהא של המחלקות של ויהי
                                                                                                                                \hat{\mathcal{S}_A}(q_0,y) = \mathrm{Class}(y) אזי y \in \Sigma^*
                 L\left(N
ight) = \left\{x \in \left[n
ight]^* \mid \exists \sigma \in \Sigma.\#_{\sigma}\left(x
ight) = 0
ight\} עבורו |Q| = n מעל מעל מעל מעל אזי קיים אסל"ד N מעל מעל n \in \mathbb{N}_+ איי קיים אסל"ד
                             |Q|\geq 2^n אאי L(A)=ig\{x\in [n]^*\mid \exists\sigma\in\Sigma.\#_\sigma(x)=0ig\} טענה: יהי n\in\mathbb{N}_+ איז מעל n\in\mathbb{N}_+ אאי
q_0,q_n,q_r\in Q יהיו \Sigma\subseteq \Gamma וכן \Sigma\subseteq \Gamma וכן אלפבית יהי אלפבית יהי קבוצה סופית יהי \Omega אלפבית יהי הלפבית עבורו
                                                 (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) אזי \delta:(Q\setminus\{q_a,q_r\})	imes\Gamma	o Q	imes\Gamma	imes\{L,R\} באשר q_a
eq q_r ותהא
                                                                                          Q מ"ט אזי Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r מצבים במכונת טיורינג: תהא
                                                                                        \Sigma אזי מ"ט מ"ט (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r) אלפבית במכונת טיורינג: תהא
                                                                                  .\Gamma אלפבית סרט במכונת טיורינג: תהא (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) מ"ט אזי
                                                                            .\delta אזי מעברים במכונת טיורינג: תהא (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) מ"ט מיט מיט מינקציית מעברים
                                                                                 (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) מ"ט אזי מצב התחלתי במכונת טיורינג: תהא
                                                                                    q_a מ"ט אזי (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) מצב מקבל במכונת טיורינג: תהא
                                                                                    q_r מ"ט אזי (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r) מיט אזי מצב דוחה במכונת טיורינג: תהא
                                                                                                                      .c \in \Gamma^*Q\Gamma^* קונפיגורציה: תהא M מ"ט אזי
                                c=q_0v המקיימת v\in\Sigma^* עבורה קיים c\in\Gamma^*Q\Gamma^* עבורה מ"ט אזי קונפיגורציה M מ"ט אזי קונפיגורציה התחלתית:
                         .c=uq_av המקיימים u,v\in \Sigma^* עבורה קיימים עבורה מונפיגורציה מיט אזי קונפיגורציה מקבלת: תהא u,v\in \Sigma^* המקיימים עבור
```

 $R\left(\Sigma
ight)=\{r\in\Sigma^{st}\mid$ סימון: יהי Σ אלפבית אזיr ביטוי רגולרי

 $L(r)=\mathcal{L}$ עבורו $r\in R(\Sigma)$ עבורו, $r\in R(\Sigma)$ שפה אזי ($L(r)=\mathcal{L}$ עבורו $r\in R(\Sigma)$ עבורו, יהי

 ℓ טענה למת הניפוח: תהא ℓ שפה רגולרית אזי קיים $\ell>0$ עבורו לניפוח שפה לניפוח שפה רגולרית אזי $\ell \in \mathbb{N}_+ \mid \ell$ ניתנת לניפוח: תהא $\ell \in \mathbb{N}_+$ שפה רגולרית אזי ℓ

שפה ניתנת לניפוח: שפה \mathcal{L} וכן |y|>0 עבורם לכל $w\in\mathcal{L}$ באשר $w\in\mathcal{L}$ שבה ניתנת לניפוח: שפה \mathcal{L} וכן וכן

הערה: קיים סדר פעולות לביטויים רגולריים

 $xy^kz\in L$ וכן לכל $k\in\mathbb{N}$ מתקיים w=xyz

טענה: $\{0^i 1^j \mid i>j\}$ אינה רגולרית.

טענה: $\left\{ x\in\left\{ 0,1\right\} ^{st}\mid\#_{0}\left(x
ight) =\#_{1}\left(x
ight)
ight\}$ אינה רגולרית.

סגור קליני.שרשור.איחוד.

```
cעם עם cעם אזי נזהה אזי נזהה dעם מ"ט ותהא d
                              הבאים אחד המקיימת c^\prime המקיימת אזי קונפיגורציה אזי המפ"מת מ"ט ההא מ"ט ההא M מ"ט ההא d^\prime
   c'=uq'ab'v וכן \delta\left(q,b\right)=\left(q',b',L
ight) וכן c=uaqbv פורם און וקיימים u,v\in\Gamma^* וכן ופיימים a,b,b'\in\Gamma
            c'=q'b'v וכן \delta\left(q,b\right)=\left(q',b',L
ight)וכן c=qbv עבורם q,q'\in Q וקיימים u,v\in\Gamma^* וכן וקיימים b,b'\in\Gamma
        c'=ub'q'v וכן \delta\left(q,b\right)=\left(q',b',R\right) וכן c=uqbv וכן q,q'\in Q וכן u,v\in \Gamma^* וכן u,v\in \Gamma^* v
לכל מקבלת. וכן i \in [n] לכל וכן i \in [n]
c_iעוברת ל־c_{i-1} וכן c_0=q_0x וכן באשר c_0=q_0x עוברת ל־c_0=q_0x עוברת מכונת טיוריגנ דוחה מילה: תהא מ"ט אזי
                                                                                              לכל i \in [n] וכן i \in [n] לכל
                                                 L\left(M
ight)=\{x\in\Sigma^{st}\mid x שפה של מכונת טיוריגנ: תהא M מ"ט אזי M מקבל את שפה של מכונת טיוריגנ
                               x אמקבלת ולא דוחה את מכונת טיורינג לא עוצרת על קלט: תהא M מ"ט אזי x\in \Sigma^* עבורו M איט דוחה את את אווחה את
                                             מתקיים M' מסוג M וכן לכל M מסוג M מחלים לכל מחוג M מחלים מודלים שקולים:
                                                                             L\left(A
ight)=L\left(A'
ight) המקיימת M' מסוג A' המקיימת •
                                                                             L(B) = L(B') המקיימת M מסוג B'
                                                                             מסקנה: אס"ד, אסל"ד ואסלד"ם הינם מודלים שקולים.
q_0,q_a,q_r\in Q יהיו oxdot\in\Gamma\setminus\Sigma וכן \Sigma\subseteq\Gamma אלפבית עבורו אלפבית יהי \Sigma אלפבית יהי \Sigma קבוצה סופית יהי אלפבית יהי
                                 (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) איזי \delta:(Q\setminus\{q_a,q_r\})	imes\Gamma	o Q	imes\Gamma	imes\{L,R,S\} ותהא q_a
eq q_r ותהא
                                            הערה: את כל הפעולות ממכונת טיורינג נכליל בצורה הטבעית עבור מכונת טיורינג נחה.
                                                                   מסקנה: מכונת טיורינג ומכונת טיורינג נחה הינן מודלים שקולים.
יהיו \Sigma\subseteq\Gamma וכן \Sigma\subseteq\Gamma אלפבית יהי הי אלפבית יהי \Sigma\subseteq\Gamma מכונת טיורינג רב־סרטית: יהי הא k\in\mathbb{N}_+ מכונת טיורינג רב־סרטית: יהי
              (k,Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) איז \delta:(Q\setminus\{q_a,q_r\})	imes\Gamma^k	o Q	imes\Gamma^k	imes\{L,R\}^k ותהא q_a
eq q_r ותהא q_a
eq q_r באשר q_a
                                     הערה: את כל הפעולות ממכונת טיורינג נכליל בצורה הטבעית עבור מכונת טיורינג רב־סרטית.
i,j\in [k] לכל c_i\cap Q=c_j\cap Q באשר במכונת טיורינג רב־סרטית: תהא M מ"ט k־סרטית ותהיינה במכונת טיורינג רב־סרטית: תהא
                                                                                                                 .c_1\$c_2\$\dots\$c_k אזי
המקיימת v\in \Sigma^* עבורה קיים c עבורה אזי קונפיגורציה מ"ט רב־סרטית. תהא M מ"ט רב־סרטית אזי קונפיגורציה התחלתית במכונת מיורינג רב־סרטית:
                                                                                                       .c = q_0 v \sqcup q_0 \sqcup \ldots q_0 \sqcup
                                           . מסקנה: יהי אזי מכונת טיורינג ומכונת טיורינג מכונת אזי מכונת אזי מכונת אזי מכונת אזי מכונת מסקנה: יהי אזי מכונת טיורינג ומכונת אזי מכונת מסקנה:
                                                         (k,(\pi_1\dots\pi_p)) יהי k\in\mathbb{N} ותהיינה k\in\mathbb{N} ותהיינה k\in\mathbb{N} מודל RAM: יהי
                                                                    .k אזי RAM מספר הרגיסטרים במודל ויהי ו(k,\Pi) יהי
                                                                              \Pi אזי RAM מודל ויהי (k,\Pi) יהי ווא מודל
       (T,\{R_1\dots R_k\},\mathrm{PC}) יהיT:\mathbb{N}	o\mathbb{N} ותהא R_0\dots R_k יהיו R_k יהיו אזי R_k יהיR_k ותהא יהי
                                      .PC מונה התוכנית בקונפיגורציה: יהי (k,\Pi) מודל RAM ותהא (T,R,\mathrm{PC}) קונפיגורציה אזי
                                            R ותהא (T,R,\mathrm{PC}) קונפיגורציה אזי (R מודל (R מודל R מודל יהי קונפיגורציה אזי (R קונפיגורציה אזי
                                                T אזי אונפיגורציה: יהי (RAM) מודל מודל אונפיגורציה ((k,\Pi) קונפיגורציה אזי איכרון בקונפיגורציה:
  באשר (T',R',\mathrm{PC}') מודל RAM קונפיגורציה אזי קונפיגורציה אזי מודל או מודל ((k,\Pi) מודל אורציה (וביגורציה אוי קונפיגורציה אוי פונפיגורציה אוי פונפיגורציה אוי מודל אורציה ((k,\Pi)
                                                                                                             .PC' = PC + 1 \bullet
                    R_i'=\pi\left(R_i
ight) המקיים \pi\in\Pi\cup\{\mathrm{Id}\} וכן קיים וכן מתקיים j\in[k]\setminus\{i\} המקיים וכל i\in[k]
           T'(i)=\pi\left(T\left(i
ight) המקיים \pi\in\Pi\cup\{\mathrm{Id}\} היים T'(j)=T\left(j
ight) מתקיים j\in\mathbb{N}\setminus\{i\} המקיים i\in\mathbb{N}
```

 $Start_x=(T,\{0\}\,,0)$ אזי $T(n)=\{egin{array}{ll} x = 0 \\ 0 & \mathrm{else} \end{array}$ כך $T:\mathbb{N} o \mathbb{N}$ כך $T:\mathbb{N} o \mathbb{N}$ אזי $x \in \mathbb{N}$ אוזי $x \in \mathbb{N}$ מודל RAM יהי $x \in \mathbb{N}$ אזי יהי $x \in \mathbb{N}$ מודל RAM יהי $x \in \mathbb{N}$ אלגוריתם ויהי $x \in \mathbb{N}$ אזי $x \in \mathbb{N}$ מודל $x \in \mathbb{N}$ מ

מתקיים מודל RAM איז פונפיגורציות איז פונפיגורציות איז פונפיגורציה מחודל אלגוריתם מודל איז פונפיגורציה δ מקונפיגורציה מחודל אלגוריתם מודל אלגוריתם מודל איז פונקציה איז פונ

 $(A^{(i)}\left(\mathrm{Start}_{x}
ight))_{i=1}^{A_{\mathrm{stop}}}$ אזי $n\in\mathbb{N}$ איזי $n\in\mathbb{N}$ מודל RAM יהי (k,Π) מודל (k,Π) מודל

 $.\delta\left(C\right)$ עוברת ל־ C

```
(c')של (c') \Leftrightarrow (c')
                            T_{N,x}מכונת טיוריגנ לא־דטרמיניסטית מקבלת מילה: תהא או מטל"ד אזי x\in \Sigma^* עבורו מילה מקבלת מילה: מכונת טיוריגנ מילה
           N ידי אינו מתקבל על אינו סופי וכן T_{N,x} עבורו אינו x\in \Sigma^* עבורו מטל"ד אזי מטל"ד אינו מתקבל על ידי
                                   L\left(N
ight)=\left\{x\in\Sigma^{*}\mid x שפה של מכונת טיוריגג לא־דטרמיניסטית: תהא N מטל"ד אזיN מקבל את א
             x עבורו N אמקבלת ולא דוחה את X\in\Sigma^* עבורו X מטל"ד אזי X\in\Sigma^* עבורו א עוצרת על קלט: תהא
                                                                 טענה: מכונת טיורינג ומכונת טיורינג לא־דטרמיניסטית הינן מודלים שקולים.
                                            שפות היהי למחצה/שפות ניתנות למניה רקורסיבית/שפות ניתנות למחצה/שפות ההי\Sigma אלפבית אזי
                                                                                         \mathcal{RE} = \{ \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* \mid \mathcal{L} = L(M) \text{ עבורה } M \text{ עבורה} \}
     M עוצרת על X\in \Sigma^* וכן לכל \mathcal{L}=L\left(M
ight) שפה אזי מ"ט שפה אזי מ"ט שפה אזי מ"ט שפה מכונת טיורינג מכריע שפה: תהא
                                \mathcal{R}=\{\mathcal{L}\subseteq\Sigma^*\mid\mathcal{L} את המכריעה את קיימת מ"ט M המכריעה אזי \Sigma יהי יהי יהי \Sigma אלפבית אזי \Sigma
                                                                                                                                      \mathcal{R}\subseteq\mathcal{RE} :מסקנה
                                                             עבורו \Sigma \cup \{\$\} מעל האלפבית שפה: תהא שפה אזי מ"ט E שפה אזי מ"ט \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* עבורו
                                                                                  .\delta\left(q,\sigma
ight)=\left(q',\sigma',R
ight) מתקיים \sigma\in\Gamma ולכל ולכל •
                                                                                                         מקיימת \varepsilon מקיימת על הקונפיגורציה E
                                                            . לכל x \in L מתקיים כיx \in \mathbb{R} על הסרט לאחר מספר סופי של צעדים x \in L
                                                                                   . לכל x \notin L לא על הסרט לעולם x \notin L לכל
                                                                                . טענה: תהא \mathcal{L}\subseteq \Sigma^* שפה אזי (\mathcal{L}\in\mathcal{RE}) שפה אזי שפה ל\mathcal{L}\subseteq \Sigma^*
עבורו לכל x רשום על הסרט x\leq 	ext{lex} מתקיים כי x\leq 	ext{lex} רשום על הסרט שפה אזי מונה בקסיקוגרפי: תהא צבור לכל בור לכל בורו לכל בורו לכל בורו לכל בורי שפה אזי מונה ביים שפה אזי מונה ביים על הסרט
                                                                   . טענה: תהא \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* מונה לקסיקוגרפי) שפה אזי \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* מונה לקסיקוגרפי).
                                                                              \mathrm{co}\mathcal{R}\mathcal{E}=\left\{\mathcal{L}\subseteq\Sigma^*\mid\overline{\mathcal{L}}\in\mathcal{R}\mathcal{E}
ight\} יהי אלפבית אזי יהי מאלפבית אזי יהי מאלפבית אזי
                                                                                                                             \mathcal{R} = \mathcal{RE} \cap \mathrm{co}\mathcal{RE} טענה:
                                     . חח"ע עד כדי שינוי שמות. f:\{M\mid \alpha"ט M\}	o \{0,1\}^* פונקציה פונקציה שינוי שמות.
                                                                                     M סימון: תהא M מ"ט אזי M הינו הקידוד הבינארי של
                                                                         הערה: נשתמש בסימון \langle \cdot \rangle על מנת לקודד כל אובייקט לקידוד בינארי.
                                                               \mathcal R הערה: נניח כי קידוד ופענוח הן פעולות פשוטות ובדיקת נכונות קידוד היא
                                             M מאותחל עם M מיט ותהא M מיט ותהא \alpha מילה איז \alpha הינו הקידוד הבינארי של
                                                                           משפט מכונת טיורינג אוניברסלית: קיימת מ"ט U מעל \{0,1\} עבורה
                                        Mולכל משבלת את מתקיים M מקבלת את אונכל קלט M מקבלת את של M מקבלת את M
                                             .(M דוחה את M) של M מתקיים M מתקיים M מתקיים M ולכל קלט M ולכל קלט M
                              עבור M לכל מ"ט M ולכל קלט x של M מתקיים (U לא עוצרת עבור M לכל מ"ט M ולכל קלט M של M
                                                                        x באשר U מתקיים כי x \notin \mathrm{Im}\,(f) באשר x \in \{0,1\}^* מרקיים כי
                                                                                      L \notin \mathcal{RE} \cup \mathrm{co}\mathcal{RE} טענה: קיימת L \subseteq \{0,1\}^* שפה עבורה
                                                                   ACC = \{ \langle M, x \rangle \mid (\alpha"ט) \land (x) \land (x) \land (x) \land (x) \} הגדרה:
                                                                                                                                    ACC \in \mathcal{RE} :טענה
                                                             L\left(M
ight)=\left\{ \left\langle N
ight
angle \mid\left\langle N
ight
angle \notin L\left(N
ight)
ight\} עבורה \left\{ 0,1
ight\} עבורה א קיימת מ"ט M מעל
                                       \{\langle N \rangle \mid \langle N \rangle \notin L\left(N
ight)\} אזי קיימת מ"ט N המכריעה את ACC אזי המכריעה את M מ"ט המכריעה את
                                                                                                                                      ACC \notin \mathcal{R} :טענה
```

 $oxdot \in \Gamma \setminus \Sigma$ וכן $\Sigma \subseteq \Gamma$ אלפבית יהי אלפבית יהי Σ אלפבית ווכן תהא $\Sigma \neq \emptyset$ וכן $\Sigma \subseteq \Gamma$ מכונת טיוריגנ לא־דטרמיניסטית (מטל"ד): תהא

c' קונפיגורציה אזי קונפיגורציה אזי קונפיגורציה או פונפיגורציה אזי קונפיגורציה או פונפיגורציה uqbv באשר או $b\in\Gamma$ ותהא ותהא $q\in Q$ מטל"ד תהא

עץ חישוב: תהא c מטל"ד ויהי $x \in \Sigma^*$ אזי עץ קונפיגורציות עם שורש ערשוב: $T_{N,x}$ עם אזי עץ קונפיגורציות מתקיים עץ מטל"ד ויהי

 $(Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r)$ אזי $\delta:(Q\setminus\{q_a,q_r\}) imes\Gamma o\mathcal{P}$ $(Q imes\Gamma imes\{L,R\})$ ותהא $q_a
eq q_r$ באשר ק

 $(a,b) \in \delta'$ וכן $(a,b) \in \delta'(q,b) \in \delta'(q,b)$ המקיימת $(a,b) \in \delta'(q,b) \in \delta'(q,b)$ הינה $(a,b) \in \delta'(q,b) \in \delta'(q,b)$ המקיימת אונה $(a,b) \in \delta'(q,b) \in \delta'(q,b)$

הערה: ריצת מודל RAM זהה לריצת מעבד MIPS. טענה: מכונת טיורינג ומודל RAM הם מודלים שקולים.

```
\mathrm{HALT} = \{ \langle M, x \rangle \mid (\mathsf{a"o}\ M) \land (\mathsf{a"th}\ x) \land (\mathsf{a}\ \mathsf{v}) \land (\mathsf{a}\ \mathsf{v}) \} הגדרה בעיית העצירה:
                                                                                                                                         \mathrm{HALT} \in \mathcal{RE} \backslash \mathcal{R} טענה טיורינג:
                                                                                                     .EMPTY = \{\langle M \rangle \mid (\alpha" \circ M) \land (L(M) = \varnothing)\} הגדרה:
                                                                                                                                                        . 	ext{EMPTY} \notin \mathcal{R} טענה:
עוצרת M מתקיים כי M עוצרת מכונת טיורינג מחשבת פונקציה: תהא
                                                                                                                         f(x)ינו הסרט בסוף הריצה הינו x וכן הסרט בסוף
                                                f:D	o (\Gammaackslash \{oxdot\})^* אזי D\subseteq \Sigma אזי f:D	o (\Gammaackslash \{oxdot\})^* עבורה קיימת מ"ט
חשיבה עבורה f:\Sigma^*	o\Delta^* שפה אזי איזי B\subseteq\Delta^* שפה ותהא \Sigma\subseteq\Delta^* תהא באשר באשר באשר \Sigma, אלפבייתים באשר
                                                                                                                 (x \in A) \Longleftrightarrow (f(x) \in B) מתקיים x \in \Sigma^* לכל
B\subseteq \Delta^* שפה באשר קיימת רדוקציית מיפוי מ־A\subseteq \Sigma^* שפה תהא B\subseteq \Delta^* שפה באשר היימת באשר באשר באשר באשר באשר אזי\Sigma,\Delta
                                                                                                                                                                         A \leq_m B
                                                                                                                                                  . EMPTY \in co\mathcal{RE} :טענה
                                                                                       A\in\mathcal{R} אזי A\leq_m B וכן B\in\mathcal{R} שפות באשר A,B אזי
                                                                                     A,B 
otin \mathcal{R} אזי A \leq_m B וכן A 
otin \mathcal{R} שפות באשר איינה A,B אזי איי
      A אם ניתן להשתמש בכל מכריע עבור B על מנת להכריע אי נסמן A \leq B אם ניתן להשתמש בל מכריע עבור A
                                                                                                                             \{\langle M \rangle \mid \langle M \rangle \notin L(M)\} \leq ACC :טענה
                                                                                                                                                 ACC \leq_m HALT מסקנה:
                                                                                                                                                  .ACC \le EMPTY :
                                                                                                                          REG = \{\langle M \rangle \mid \text{ רגולרית } L(M) \}
                                                                                                                                                              . \mathrm{REG} \notin \mathcal{R} :טענה
                                                                                                                EQ = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid L(M_1) = L(M_2) \} :הגדרה:
                                                                                                                                                                \mathrm{EQ} \notin \mathcal{R} :טענה
                                                                                                                         \mathrm{HALT}_{\varepsilon} = \{ \langle M \rangle \mid \varepsilon עוצר על M \}
                                                                                                                                               .\mathrm{HALT} \leq_m \mathrm{HALT}_{arepsilon} טענה:
                                                                                           A \leq_m B אזי B \in \mathcal{P}\left(\Sigma^*\right) \setminus \left\{\Sigma^*,\varnothing\right\} ותהא A \in \mathcal{R} אזי אזי
                                                  \overline{B}ל למה: תהיינה A,B שפות ותהא f רדוקציית מיפוי מ־A ל־B ל־למה: תהיינה שפות ותהא לדוקציית מיפוי מ
                                                                                                                     טענה: תהיינה A <_m B שפות באשר A \in A אזי
                                                                                                                                       A \in \mathcal{RE} אזי B \in \mathcal{RE} אם
                                                                                                                                A \in \mathrm{co}\mathcal{RE} אזי B \in \mathrm{co}\mathcal{RE} אם
                                                                                                                            \overline{ACC} \leq_m EQ וכן ACC \leq_m EQ
                                                                                                                                              \mathrm{EQ} \notin \mathcal{RE} \cup \mathrm{co}\mathcal{RE} מסקנה:
                                                                                                                   \mathcal{C}\subseteq\mathcal{P}\left(\Sigma^{*}
ight) אלפבית אזי יהי \Sigma אלפבית אזי
                                                                                              L_{\mathcal{C}} = \{\langle M \rangle \mid L\left(M\right) \in \mathcal{C}\} הגדרה: תהא \mathcal{C} תכונה סמנטית אזי
                                                                                 L_{\mathcal{C}} 
otin \mathcal{R} משפט רייס: תהא \mathcal{C} \in \mathcal{P}\left(\mathcal{RE}
ight) \setminus \{\mathcal{RE},\varnothing\} משפט רייס: תהא
                                                                                                                              L_{\mathcal{C}} \in \mathcal{R} אזי \mathcal{C} \in \{\mathcal{RE}, \varnothing\} טענה: תהא
                                                                                                                                    .PRIME = \{(p)_2 \mid p \in \mathbb{P}\} הגדרה:
                                                                                                                          .2 הערה: קידוד מספרים תמיד יעשה בבסיס
                                                                                                            .EQPRIME = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \text{PRIME}\} :הגדרה:
                                                                                                                                                    . \mathrm{EQPRIME} \notin \mathcal{R} טענה:
                                                                L_{\mathcal{C}}\notin\mathrm{co}\mathcal{RE} אזי \mathcal{C}\in\mathcal{P}\left(\mathcal{RE}ackslash\{\varnothing\}
ight)ackslash\left\{\varnothing\right\} אזי \mathcal{C}\in\mathcal{P}\left(\mathcal{RE}ackslash\left\{\varnothing\right\}
ight)
```

 $L_{\mathcal{C}}
otin\mathcal{E}$ אזי $arnothing\in\mathcal{C}$ באשר באשר $\mathcal{C}\in\mathcal{P}\left(\mathcal{R}\mathcal{E}
ight)\setminus\left\{\mathcal{R}\mathcal{E}\right\}$ אזי מענה משפט רייס הרחבה שנייה: תהא

 $. REG \notin \mathcal{RE}:$ מסקנה

 $\overline{\mathrm{HALT}} \leq_m \mathrm{ALL}$ למה: $\mathrm{ALL} \notin \mathcal{RE} \cup \mathrm{co}\mathcal{RE}$

 $\mathrm{ALL} = \left\{ \left\langle M \right\rangle \mid L\left(M
ight) = \Sigma^*
ight\}$:הגדרה

```
על הקלט M מתקיים כי X\in \Sigma^n ולכל לימן ריצה של מכונת טיורינג: תהא מ"ט אזי T:\mathbb{N} \to \mathbb{N} עבורה לכל מתקיים כי
                                                                                                                                                                                                 . צעדים T\left(n\right) אנדים לכל היותר x
                                                                         .DTime (T(n))=\{L(M)\mid \mathcal{O}\left(T(n)\right) בזמן שרצה בזמן M\} אזי T:\mathbb{N}\to\mathbb{N} הגדרה: תהא T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}
                                                                                                                                                                                      \{0^k 1^k \mid k \ge 0\} \in \mathrm{DTime}\left(n^2\right) טענה:
                                                                                                                                                                      \{0^k1^k\mid k\geq 0\}\in \mathrm{DTime}\left(n\log\left(n
ight)
ight) מסקנה:
                                                                                                          . רגולרית L \in \mathrm{DTime}\,(t\,(n)) ותהא ותהא t\,(n) = o\,(n\log\,(n)) אזי איי רגולרית.
                                                                                                             \{0^k 1^k \mid k \geq 0\} \notin \mathrm{DTime}\,(t\,(n)) אזי t\,(n) = o\,(n\log\,(n)) מסקנה: תהא
(T(n))_2 את מחשבת את על הקלט M כי M כי n\in\mathbb{N} כי M עבורה קיימת מ"ט T:\mathbb{N}	o\mathbb{N} עבורה את פונקציה חשיבה בזמן:
                                                                                                                                                                                                                                        בזמן \mathcal{O}\left(T\left(n\right)\right) בזמן
                                                                                                                     T\left(n
ight)=\Omega\left(n
ight) אינה קבועה אזי אינה T:\mathbb{N}	o\mathbb{N} חשיבה טענה: תהא
M באשר x ולכל קלט M ולכל מ"ט עבורם לכל מ"ט אוניברסלית עם טיימר: קיימת מ"ט אוניברסלית עו וקיים וקיים אוניברסלית עם טיימר: קיימת מ"ט אוניברסלית עו וקיים אווים אוניברסלית עם טיימר: אוניברסלית עם טיימרית עם טיימרים עם טיימרים עם טיימרים עם טיימרים עם טיימרים עם טיימרים עם טיימר
                                                                              עוצרת על הקלט X לאחר t צעדים מתקיים כי U עוצרת על הקלט t לאחר t לאחר עוצרת על הקלט
                                                           משפט: קיימת מ"ט אוניברסלית U וקיים ווכל תבורם לכל מ"ט מ"ט אוניברסלית U וקיים ווכל תבורם לכל מ"ט אוניברסלית C\in\mathbb{R}
                                                                                  \langle M, x, t \rangle אם U מקבלת אוי לאחר לכל היותר לאחר לכל הקלט א הקלט M אם M
                                                                                               \langle M, x, t \rangle אם M דוחה את x או לא עוצרת לאחר t צעדים אזי t דוחה את t
                                                                                                                                                                                  ענדים. C \cdot t \log{(t)} צעדים U ullet
             .DTime (t\left(n
ight))\subsetneq 	ext{DTime}\left(T\left(n
ight)
ight) אזי t\left(n
ight)=o\left(rac{T(n)}{\log(T(n))}
ight) חשיבה בזמן ותהא T:\mathbb{N}	o\mathbb{N} אזי T:\mathbb{N}	o\mathbb{N}
                                                                                                                                                DTime (n^c) \subseteq DTime (n^d) אזי 1 < c < d
\mathcal{O}\left(T^{2}\left(n
ight)
ight) שרצה בזמן M' שרצה בזמן T\left(n
ight) \geq n אזי קיימת מ"ט T:\mathbb{N} 
ightarrow \mathbb{N} שרצה בזמן דותהא T
                                                                                                                                                                                                                    L\left(M\right)=L\left(M'\right) עבורה
\mathcal{O}\left(T^{3}\left(n
ight)
ight) שרצה מ"ט M' אזי קיימת מ"ט T\left(n
ight) שרצה בזמן מודל RAM מודל M שרצה בזמן T\left(n
ight)\geq n באשר באשר T:\mathbb{N}	o\mathbb{N}
                                                                                                                                                                                                                    L\left(M\right)=L\left(M'\right) עבורה
x\in \Sigma^n אחרינג לא־דטרמיניסטית: תהא \mathbb{N} 	o \mathbb{N} ממל"ד אזי T: \mathbb{N} 	o \mathbb{N} עבורה לכל ולכמו לינון לאמן ריצה של מכונת טיורינג לא־דטרמיניסטית: תהא
                                                                                                                                                                                                    T\left( n
ight) בעומק לכל היותר T_{N.x} כי
                                                                     .NTime (T(n))=\{L(N)\mid \mathcal{O}\left(T(n)\right) מטל"ד שרצה בזמן N\} אזי T:\mathbb{N}\to\mathbb{N} הגדרה: תהא
עבורה T(n) \geq n שרצה בזמן M שרצה בזמן M שרצה בזמן מטל"ד שרצה בזמן מטל"ד שרצה מטל"ד באשר אזי קיימת מ"ט T(n) \geq n שרצה בזמן מטל"ד שרצה בזמן מטל"ד שרצה בזמן אזי קיימת מ"ט
                                                                                                                                                                                                                                      L(N) = L(M)
                                                                                                                                                                                                  \mathcal{P} = \bigcup_{c \in \mathbb{N}} \mathrm{DTime}\left(n^c\right) : \mathcal{P} שפה
                                                                                                                                     .PATH = \{\langle G, s, t \rangle \mid tל מ־סלול מסלול מכוון עם מסלול מכוון עם מסלול מ־מ
                                                                                                                                                                                                                                 .\mathrm{PATH} \in \mathcal{P} :
                                                                                                                                                                                                                            .PRIME \in \mathcal{P} משפט:
                                                                                                                                                                                        \mathcal{NP} = igcup_{c \in \mathbb{N}} \operatorname{NTime}\left(n^c
ight) : \mathcal{NP} שפה
                                                                                                                                                                                                                                  \mathcal{P} \subseteq \mathcal{NP} :מסקנה
                                                                                                     .HAMPATH = \{\langle G, s, t \rangle \mid t^{-1} \mid sהגדרה: עם מסלול מסלול מסלול מסלול מסלול מסלול מרא הגדרה:
                                                                                                                                                                                                               .\mathrm{HAMPATH} \in \mathcal{NP} טענה:
                                                                                                                                                                               השערה: HAMPATH ∉ P. השערה
                                                                                                                                                                              \mathcal{EXP} = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \mathrm{DTime}\left(2^{n^k}\right) :\mathcal{EXP} שפה
                                                                                                                                                                   \mathcal{NEXP} = igcup_{k \in \mathbb{N}} \operatorname{NTime}\left(2^{n^k}
ight)ישפה :\mathcal{NEXP}
                                                                                                                                                                                                                      \mathcal{E} \overset{\circ}{\mathcal{X}} \mathcal{P} \overset{\circ}{\subset} \mathcal{N} \mathcal{E} \mathcal{X} \mathcal{P} טענה:
```

x על M על M מ"ט ויהי $x\in \Sigma^*$ אזי אזי M הינו ריצת M על $X\in \Sigma^*$ מוודא לשפה: תהא $\Sigma\cup \{","\}$ שפה אזי מ"ט X מעל אלפבית $\Sigma\cup \{","\}$ המקיים

 $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{NP} \subseteq \mathcal{EXP} \subseteq \mathcal{NEXP}$ מסקנה:

 $(\mathcal{P} = \mathcal{NP}) \Longrightarrow (\mathcal{EXP} = \mathcal{NEXP})$ טענה:

 $\mathcal{P} \subsetneq \mathcal{EXP}$: טענה $\mathcal{NP} \subsetneq \mathcal{NEXP}$

```
השערה: \mathcal{P} \neq \mathcal{NP} השערה פתוחה
p\in\mathbb{N}\left[x
ight] עבורה קיימת מ"ט M המחשבת את f:D	o (\Gamma\backslash\{\sqcup\})^* אזי D\subseteq\Sigma אזי אזי חשיבה פולינומית: תהא
                                                                . אעדים p\left(|x|\right) אחרי אחרי לכל אוצרת עוצרת אוצר מתקיים כי M\left(x\right) מתקיים כי לכל x\in\Sigma^*
שפה אזי B\subseteq \Delta^* שפה ותהא \Delta\subseteq \Sigma^* תהא שפה באשר באפר הייו \Delta אלפבייתים אלפביית שפה אזי אלפביית מיפוי פולינומית/רדוקציית ארפ: יהיו
                                                                                                                . תיפוי f מ־A ל־B מיפוי מיפוי מיפוי מיפוי
A \leq_m^p B ל־B
                                                                                                                                            .CLIQUE \leq_m^p IS טענה:
                                                                                   A\in\mathcal{P} אזי A\leq_m^p B וכן B\in\mathcal{P} שפות באשר A,B אזי סענה: תהיינה
                                                                                                  L \in \mathcal{NP} לכל לכל L \leq_m^p \mathcal{L} עבורה שפה שפה \mathcal{NP}
                                                                                                   שפה \mathcal{NP}שפה: שפה שפה \mathcal{NP} אשר הינה שפה
                                                                                       (\mathcal{P}=\mathcal{NP})\Longleftrightarrow (\mathcal{L}\in\mathcal{P}) שפה אזי שפה \mathcal{NP} שפה שפה תהא
                                             \mathrm{ACC}_{\mathcal{NP}} = \{\langle M, x, 1^t \rangle \mid צעדים t צעדים מקבלת לכל היותר אחרי M(x, w) אמקבלת M(x, w)
                                                                                                                                . טענה: ACC_{\mathcal{NP}} שלמה ACC_{\mathcal{NP}}
                                       . שפות באשר \mathcal{NP} שפות באשר A הינה A \leq_m^p B שלמה וכן A הינה שפות באשר A שפות באשר אזיים אוינה
                                                                                      C\left(x
ight)=1 המקיים x\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} מעגל ספיק: מעגל מעגל אבורו קיים
                   המקיימת A\in M_{m	imes k} (\{p_i\}\cup\{\lnot p_i\}) וקיימת וקיים m\in\mathbb{N} עבורו קיים עבורן אזי פסוק אזי איזי פסוק: k
                                                                                                                                            \varphi = \bigwedge_{i=1}^{m} \bigvee_{j=1}^{k} (A)_{i,k}
                                                                             .k{
m SAT}=\{\langle arphi 
angle \mid (arphi \in k{
m CNF}) \wedge (arphiספיקה אזי אזי k\in \mathbb{N}_+ יהי הגדרה: יהי אזי אזי אזי
                                                                                                                          .k\mathrm{SAT}\in\mathcal{NP} אזי k\in\mathbb{N}_{+} טענה: יהי
                                                                                                                                                     .2\mathrm{SAT} \in \mathcal{P} :טענה
                                                                                                                       משפט קוק־לוין: \mathrm{SAT} הינה \mathcal{NP}
                                                                                               .k\mathrm{SAT} \leq_m^p \ell \mathrm{SAT} אזי איזי k \leq \ell באשר באשר k, \ell \in \mathbb{N}_+ טענה: יהיו
                                                                                               . שלמה \mathcal{NP} הינה k\mathrm{SAT} אזי k\in\mathbb{N}\setminus\{0,1,2\} שלמה.
                                                                                                                                      .3SAT \leq_m^p CLIQUE משפט:
                                                                                                                       תסקנה: CLIQUE, IS הינן \mathcal{NP}שלמות.
                                        מספר הפסוקיות המסופקות: יהיו A\in M_{m	imes k}\left(\{p_i\}\cup\{\lnot p_i\}
ight) תהא תהע היהיו ותהא אזי השמה אזי איני
                                                                          .\mathrm{Cl}\left(\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k},v\right)=\left|\left\{i\in[m]\;\middle|\;\overline{v}\left(\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k}\right)=\mathrm{True}\right\}\right|
.C-\mathrm{CNF}=\left\{\left\langle\varphi,k\right\rangle\mid\left(\varphi\in\mathrm{CNF}\right)\wedge\left(\exists v\left(\mathrm{Cl}\left(\varphi,v\right)=k\right)\right)\right\}
```

 $V\left(x,w
ight)$ מתקיים כי לכל $x,w\in\Sigma^*$ מתקיים כי לכל שפה אזי מוודא V ל־ \mathcal{L} עבורו קיים $p\in\mathbb{N}\left[x
ight]$ המקיים כי לכל

שלמות: יהי \mathcal{L} אזי קיים $w\in\Sigma^*$ עבורו $v\in\mathcal{L}$ מקבלת. • שלמות: יהי $v\in\mathcal{L}$ אזי לכל $v\in\Sigma^*$ מתקיים כי $v\in\mathcal{L}$ דוחה.

.CLIQUE = $\{\langle G,k\rangle\mid k$ גרף גרף לא מכוון בעל קליקה מגודל $G\}$

 $\mathrm{IS} = \{\langle G, k \rangle \mid k$ גרף גרף בעל קבוצה ב"ת מגודל מכוון בעל מכוון גרף גרף לא מכוון בעל הגדרה:

.SUBSETSUM = $\{\langle S, t \rangle \mid (S \subseteq \mathbb{N}) \land (\exists T \subseteq S. \sum_{i \in T} i = t)\}$ הגדרה:

 $(\mathcal{L}\in\mathcal{NP})$ שפה אזי פולינומי משפט: תהא שפה $\mathcal{L}\subseteq\Sigma^*$ שפה אזי משפט

 $(u,v) \notin E$ מתקיים בלתי תלויה (ב"ת): יהי G גרף אזי $I \subseteq V$ עבורה לכל $u,v \in I$ מתקיים מתקיים לבוצת צמתים בלתי תלויה (ב"ת):

 $\mathcal{L}\subseteq \Sigma^*$ טענה: תהא $\mathcal{L}\subseteq \Sigma^*$ שפה אזי שפה אזי טענה:

עוצרת לכל היותר אחרי $p\left(|x|\right)$ צעדים.

טענה: קיים מוודא פולינומי ל־CLIQUE.

.FACTOR: טענה: קיים מוודא פולינומי ל

.SUBSETSUM טענה: קיים מוודא פולינומי ל

.FACTOR = $\{\langle N, k \rangle \mid \exists d \in [k] . (d|N)\}$ הגדרה:

.CLIQUE, IS, FACTOR, SUBSETSUM $\in \mathcal{NP}$:מסקנה

טענה: קיים מוודא פולינומי ל־IS-טענה:

```
טענה: C-{
m CNF} הינה \mathcal{NP} הינה C-{
m CNF}: הגדרה: \{\langle \varphi \rangle \mid (\varphi \in {
m DNF}) \land (\varphi \in \varphi)\}
```

.DNFSAT $\in \mathcal{P}$ טענה:

 $.C-\mathrm{DNF}=\left\{ \left\langle arphi,k
ight
angle \mid\left(arphi\in\mathrm{DNF}
ight)\wedge\left(\exists v\left(\mathrm{Cl}\left(arphi,v
ight)=k
ight)
ight)
ight\}$ הגדרה:

 $C - \mathrm{CNF} \leq_m^p C - \mathrm{DNF}$:

מסקנה: $C-\mathrm{DNF}$ שלמה.

.PARTITION = $\left\{S\subseteq\mathbb{N}\mid \text{(aitor of }S)\wedge\left(\exists T\subseteq S\left(\sum_{i\in T}i=\sum_{i\in S\setminus T}i\right)\right)
ight\}$ הגדרה: PARTITION הינה \mathcal{PP} -שלמה.

 $(u \in C) \lor (v \in C)$ מתקיים $\{u,v\} \in E$ עבורה לכל עבורה אזי $C \subseteq V$ גרף אזי גרף אזי יהי

 $\mathrm{.VC} = \{\langle G, k \rangle \mid k$ גרף גרף א מכוון בעל כיסוי קודקודים מגודל מכוון גרף גרף א גרף א

. שלמה \mathcal{NP} הינה VC

 $\mathcal{B}\subseteq igcup_{n=1}^\infty\left(\Sigma^n o\Sigma
ight)$ בסיס פונקציות: יהי אלפבית אזי

לכל $f_i:\Sigma^{k_i}\to \Sigma$ באשר $f_1\dots f_n\in \mathcal{B}$ תהיינה $k_1\dots k_n\in \mathbb{N}_+$ מעגל: יהי ביסיס פונקציות מעל Σ תהיינה ביסיס אזי גרף מכוון G מעל G מעגל אזי גרף מכוון G מעל G ותהיינה G אזי גרף מכוון G מעל G ותהיינה G ותהיינה G ותהיינה אזי גרף מכוון G מעל G ותהיינה אזי גרף מכוון G מעל G וואזי גרף מכוון G מעל G וואזי גרף מכוון G מעל G וואזי גרף מכוון G וואזי

- .חסר מעגלים מכוונים G
- $\deg^-(x_i) = 0$ מתקיים $i \in [m]$ לכל
- $\deg^-(f_i)=k_i$ מתקיים $i\in[n]$ לכל •
- $\deg^+(y_i)=0$ וכן $\deg^-(y_i)=1$ מתקיים $i\in[k]$ לכל

הערה: נשמור על הטרמינולוגיה ממעגל בוליאני כהכללה טבעית.

 $z\in\{0,1\}^n$ יהי $T\left(n
ight)$ אמ"ט שרצה בזמן מ"ט שרצה חשיבה בזמן איז חשיבה חשיבה חשיבה חשיבה חשיבה מטריצת חקונפיגורציות/טאבלו: תהא חשיבה בזמן חשיבה בזמן חשיבה בזמן $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$ יהי $T\left(n
ight)$ יהי $T\left(n
ight)$ יהי הקנינה הקנימת $T\left(n
ight)$ אוזי $T\left(n
ight)$ האיזי $T\left(n
ight)$ המקיימת הקנימת הריצה של $T\left(n
ight)$ אוזי $T\left(n
ight)$ אוזי $T\left(n
ight)$ המקיימת הקנימת בזמן $T\left(n
ight)$ יהי יחשיבה של $T\left(n
ight)$ החשיבה בזמן משרבה בזמן משרבה בזמן החיבה משרבה בזמן משרבה בזמן החיבה בזמן משרבה בזמן החיבה בזמן החיבה בזמן החשיבה בזמן ה

 $.\delta\left(q_r,\sigma
ight)=\left(q_r,\sigma,R
ight)$ וכן וכן $\delta\left(q_a,\sigma
ight)=\left(q_a,\sigma,R
ight)$ כי נניח נניח הקונפיגורציות במטריצת הקונפיגורציות היא

.CIRSAT = $\{\langle C,x\rangle\mid ($ מעגל בוליאני) $C)\wedge (\exists w\in\{0,1\}^*\,(C\,(x,w)=1))\}$ הגדרה:

כך $\Sigma \uplus \Gamma$ כד מעגלים מעל מ"ט רצה בזמן מ"ט מ"ט רצה בזמן באשר מעגלים מעל $T\left(n
ight)$ נגדיר מעגלים מעל הגדרה: תהא מ"ט רצה בזמן באשר מעגלים מעל מ

- $.C_{\mathrm{inp}}\left(z
 ight) =R_{0}\left(au_{M,z}
 ight)$ אזי $z\in \Sigma \uplus \Gamma$ יהי •
- $.C_{\mathrm{next}}\left(R_{i}\left(au_{M,z}
 ight)
 ight)=R_{i+1}\left(au_{M,z}
 ight)$ אזי $i\in\left\{ 0,\ldots,T\left(n
 ight)-1
 ight\}$ יהי $z\in\Sigma$ ש היי $z\in\Sigma$
 - $.C_{\mathrm{out}}\left(R_{T(n)}\left(au_{M,z}
 ight)
 ight)=M\left(z
 ight)$ אזי $z\in\Sigma\uplus\Gamma$ יהי •
 - $.C_{M,n}^{\Sigma \uplus \Gamma}\left(z
 ight) = \left(C_{ ext{out}} \circ C_{ ext{next}} \circ \ldots \circ C_{ ext{next}} \circ C_{ ext{inp}}
 ight)\left(z
 ight)$ אזי $z \in \Sigma \uplus \Gamma$ יהי

טענה: תהא T(n) אזי אינ $C_{M,n}^{\Sigma \uplus \Gamma} = \mathcal{O}\left(T^2(n)\right)$ אזי אזי רצה בזמן מ"ט רצה $n \le T(n)$ וכן קיימת $n \le T(n)$ חשיבה בזמן אזי $n \le T(n)$ עבורה $n \le T(n)$ אזי וכן קיימת $n \ge T(n)$ אזי וכן קיימת $n \ge T(n)$ וכן קיימת פונקציה $n \ge T(n)$ אזי וכן קיימת $n \ge T(n)$ וכן קיימת פונקציה $n \ge T(n)$ אזי וכן קיימת ענה.

 $C_{M,n}^{\Sigma \uplus \Gamma}(z)=M\left(z
ight)$ אזי $z\in \Sigma \uplus \Gamma$ ויהי $T\left(n
ight)$ ויהי $T\left(n
ight)$ אאי חשיבה בזמן באשר $T:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ויהי ויהי T אלפבית אזי קיימת פונקציה חשיבה פולינומית T עבורה לכל מעגל בוליאני $T\left(r
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(r
ight)$ אלפבית אזי קיימת פונקציה חשיבה פולינומית $T\left(r
ight)$ עבורה לכל $T\left(r
ight)$ מתקיים כי $T\left(r
ight)$ מעגל בוליאני מעל בוליאני בסיס דה־מורגן באשר $T\left(r
ight)$ לכל $T\left(r
ight)$ לכל $T\left(r
ight)$ לכל $T\left(r
ight)$ לכל $T\left(r
ight)$

למה: תהא T(n) אזי קיימת פונקציה חשיבה f בזמן מ"ט רצה בזמן מ"ט רצה בזמן באשר $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי קיימת פונקציה חשיבה M(z) מתקיים וכן לכל $|C_{M,n}|=\mathcal{O}\left(T^2\left(n\right)\right)$ מעגל עבורו באשר $f\left(1^n\right)=\langle C_{M,n}\rangle=1$ וכן לכל $|C_{M,n}(z)=1\rangle$ מתקיים וכ $|C_{M,n}(z)=1\rangle$

. שלמה CIRSAT הינה כענה:

מסקנה: תהא $f:\{0,1\}^* o \{0,1\}^*$ ותהא ותהא $n\leq T(n)$ חשיבה בזמן אזי $f:\{0,1\}^* o \{0,1\}$ לא ניתנת לחישוב על ידי משפחת מעגלים מגודל מגודל $f:\{0,1\}^* o (T(n))$ אזי f לא ניתנת לחישוב על ידי מ"ט בזמן במן תחישוב על ידי מ"ט בזמן במן $f:\{0,1\}^*$

.CIRSAT $\leq_m^p 3$ SAT טענה:

.3SAT \leq_m^p SUBSETSUM :טענה

. הינה SUBSETSUM מסקנה: מסקנה

 $.3SAT \leq_m^p HAMPATH$:טענה

. שלמה. HAMPATH הינה אסקנה:

 $\mathrm{co}\mathcal{NP}=\left\{L\mid\overline{L}\in\mathcal{NP}
ight\}$:co \mathcal{NP} שפה

```
טענה: תהיינה A<_m^pB שפות באשר A,B אזי
                                                                                                                                                                                  A\in\mathcal{NP} אזי B\in\mathcal{NP} אם •
                                                                                                                                                                          A \in co \mathcal{NP} אזי B \in co \mathcal{NP} •
                                                                                                      (\mathrm{co}\mathcal{NP}=\mathcal{NP})\Longleftrightarrow (\mathcal{L}\in\mathrm{co}\mathcal{NP}) שפה "שלמה אזי שפה "שלמה אזי "שלמה אזי "שלמה מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                                                  \mathcal{P}\subseteq\mathcal{NP}\cap\mathrm{co}\mathcal{NP} :טענה
                                                                                                                                                                                  .FACTOR \in \mathcal{NP} \cap co\mathcal{NP} :טענה
                                                                                                                                                                השערה: \mathcal{P} \neq \mathcal{NP} \cap \mathrm{co}\mathcal{NP} השערה
                                                                                                .MATMULT = \{\langle A, B, C \rangle \mid (A, B, C \in M_n(\mathbb{Z})) \land (A \cdot B = C)\} הגדרה:
                                                                                                     \mathbb{P}_{r\leftarrow\{0.1\}^n}\left(D\cdot r=0
ight)\leq 0.5 אזי D
eq 0 באשר באשר D\in M_n\left(\mathbb{Z}
ight) טענה: תהא
                                                                                                                                              מסקנה: קיימת מ"ט M אשר רצה בזמן \mathcal{O}\left(n^2
ight) עבורה
                                                                                                        . דוחה M\left(x\right) אשר אינו קידוד של שלשת מטריצות x\in\left\{ 0,1\right\} ^{*}
        . מקבית M(x) מתקיים x=\langle A,B,C\rangle וכן A\cdot B=C המקיימות A,B,C\in M_n(\mathbb{Z}) מתקיים x\in\{0,1\}^*
                                       מתקיים x=\langle A,B,C\rangle וכן A\cdot B\neq C המקיימות A,B,C\in M_n\left(\mathbb{Z}\right) מתקיים x\in\left\{0,1\right\}^* לכל
                                                                                                                                                                                  \mathbb{P}(x) = M(x) מקבלת M(x)
                                                                                Cנוסחה אריתמטית: יהי \mathbb F אזי נוסחה ביסיס מעגל מעל \mathbb F עם הבסיס ווהי יהי \mathbb F אזי נוסחה ב־
                                            arphi \equiv 0 אזי arphi \left( x_1 \ldots x_n 
ight) = 0 מתקיים x_1 \ldots x_n \in \mathbb{F} אזי arphi עבורה לכל
                                                                                                                      .
ZE_{\mathbb{F}}=\{\langle \varphi \rangle \mid \varphi \equiv 0 עבורה מעל \mathbb{F} עבורה אריתמטית נוסחה אריתמטית מעל
                                                                                                                                                                                            \mathbb{Z} \mathbf{E}_{\mathbb{Z}_2} טענה: \mathbb{Z} \mathbf{E}_{\mathbb{Z}_2} הינה
                                                                2^h טענה: תהא \varphi נוסחה אריתמטית בעומק מעל \mathbb F מעל מעל אזי לכל היותר פולינום מדרגה לכל היותר ישנה:
                 (arphi\equiv 0)\Longleftrightarrow (f=0) אזי \deg(f)<|\mathbb{F}| באשר f\in\mathbb{F}[x_1,\ldots,x_n] המחשבת מעל \mathbb{F} המחשבת ענה: תהא \varphi
                                                                                                                                                                    \mathrm{ZE}_{\mathbb{F}} \in \mathcal{R} מסקנה: יהי \mathbb{F} שדה אינסופי אזי
                \deg\left(\prod_{i=1}^n x_i^{d_i}\right) = \sum_{i=1}^n d_i \text{ איז } d_1 \dots d_n \in \mathbb{N} דרגה טוטאלית של מונום: יהיו וd_1 \dots d_n \in \mathbb{N} איז ווא מונום: יהיו וd_1 \dots d_n \in \mathbb{N} איז ווא מונום: יהיו ווא מונום: יהיו ווא ווא מונום: יהיו ווא מונ
          \mathbb{P}_{a_1,...,a_n\leftarrow S}\left(f\left(a_1\ldots a_n
ight)=0
ight)\leq rac{\deg(f)}{|S|} סופית אזי S\subseteq\mathbb{F} חתהא למה שוורץ־זיפל: יהי f
eq 0 באשר באשר באשר באשר למה שוורץ־זיפל יהי
                                                                                                                                            מסקנה: קיימת מ"ט M עבורה לכל x \in \{0,1\}^* מתקיים
                                                                                                      . דוחה M\left(x\right) מתקיים מעל אינו קידוד של נוסחה אריתמטית מעל x
                       \operatorname{poly}\left(|arphi|
ight) מקבלת בזמן M\left(x
ight) מתקיים x=\langlearphi
angle וכן arphi=0 וכן arphi=0 מקבלת בזמן מעל \mathbb R
\operatorname{poly}\left(|arphi|\right) בזמן M\left(x
ight) \leq 0.01 מתקיים x=\langlearphi
angle וכן arphi 
eq 0 וכן arphi \neq 0 מתקיים מקבלת arphi מקבלת arphi
באשר x\$r איז התחלתית קונפיגורציה תעלת זמן באלת מ"ט דו־סרטית מכונת מ"ט דו־סרטית תונפיגורציה התחלתית מכונת מכונת מכונת אקראית: תהא
                            .T חסם עליון לזמן ריצה של מכונת טיורינג אקראית: תהא תהא חסם עליון לזמן ריצה של מכונת טיורינג אקראית: תהא
                          M\left(x;r
ight)=M\left(x\$r
ight) אזי r\in\left\{ 0,1
ight\} ^{T(|x|)} ויהי x\in\left\{ 0,1
ight\} ^{*} אזי T\left(n
ight) אזי זמן ריצה M מ"ט אקראית עם זמן ריצה T\left(n
ight) יהי
                x אזי x \in \{0,1\}^{T(|x|)} ויהי x \in \{0,1\}^* יהי ויהי x \in \{0,1\}^* אזי אקראית עם אמן ריצה x \in \{0,1\}^* ויהי
       x אזי x \in \{0,1\}^{T(|x|)} אזי x \in \{0,1\}^* יהי T(n) אקראיות עם ממן מ"ט אקראית עם מ"ט אקראיות של מכונת טיורינג אקראית: תהא א
r \in \left\{0,1
ight\}^{T(|x|)} עבור M\left(x;r
ight) משתנה מקרי לקבלת M\left(x;r
ight) יהי M\left(x;r
ight) יהי M\left(x;r
ight) משתנה מקרי לקבלת M\left(x;r
ight) עבור
                                                                                                                                                                                                                                      אקראית.
המקיימת כי החל ממקום T(n) ותהא שפה \mathcal{L} עבורה קיימת מ"ט אקראית M עם זמן ריצה פולינומי lpha:\mathbb{N}	o[0,1] המקיימת כי החל
                                                                                                                                                                                                           מסויים n\in\mathbb{N} מתקיים
                                                                                                     \mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}} (מקבלת מקבלת M\left(x;r
ight)\geqlpha\left(n
ight) מתקיים x\in\mathcal{L}\cap\Sigma^{n} לכל
                                                                                                              \mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}} (מקבלת M\left(x;r
ight)=0 מתקיים x
otin \mathcal{L}\cap\Sigma^{n} לכל
                                                                                                                                                                                                                    \mathcal{L} \in \mathcal{RP}(\alpha) אזי
                                                                      \mathcal{RP}(\beta)\subseteq\mathcal{RP}(\alpha) אזי מסויים מסויים \alpha\leq\beta באשר \alpha,\beta:\mathbb{N}\to[0,1] טענה: תהיינה
```

השערה פתוחה $\mathrm{co}\mathcal{N}\mathcal{P} \neq \mathcal{N}\mathcal{P}$ השערה

 $\mathcal{RP}(1) = \mathcal{P}$ טענה:

 $\mathcal{RP}\left(lpha
ight)\subseteq\mathcal{NP}$ אזי מסויים מסויים 0<lpha באשר $lpha:\mathbb{N}
ightarrow \left[0,1
ight]$ עענה: תהא

```
\mathcal{BPP} = \mathcal{BPP}\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right) : \mathcal{BPP} שפה
                                                                                                \mathcal{RP}(\alpha) = \mathcal{BPP}(0, \alpha) אזי \alpha : \mathbb{N} \to [0, 1] טענה: תהא
                                                                                      \operatorname{co}\mathcal{RP}(\alpha) = \mathcal{BPP}(1-\alpha,1) אזי \alpha: \mathbb{N} \to [0,1] טענה: תהא
                   \mathcal{BPP}\left(lpha,\delta
ight)\subseteq\mathcal{BPP}\left(eta,\gamma
ight) אזי ממקום מסויים אזי lpha\leqeta\leq\gamma\leq\delta עבורן lpha,eta,\gamma,\delta:\mathbb{N}	o[0,1]
             \mathbb{P}\left(\left|p-rac{1}{n}\sum_{i=1}^nA_i
ight|\geq\delta
ight)\leq 2^{-\Theta\left(\delta^2n
ight)} אזי A_1,\ldots,A_n\sim\mathrm{Ber}\left(p
ight) ויהיו n\in\mathbb{N} יהי \delta>0 יהי \delta>0 אזי לכנוף־הופדינג: יהי
סענה: יהיו c,d\in\mathbb{N} ותהא a:\mathbb{N} 	o [0,1] חשיבה בזמן פולינומי באשר a:\mathbb{N} 	o [0,1] החל ממקום מסויים אזי
                                                                                    \mathcal{BPP}\left(\alpha\left(n\right)-n^{-c},\alpha\left(n\right)+n^{-c}\right)\subseteq\mathcal{BPP}\left(2^{-n^{d}},1-2^{-n^{d}}\right)
                                                (c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i=c_i קונפיגורציה אזי ק(c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i=c_1 קונפיגורציה אזי מ"ט (c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i
                                                                     A אוי x ללא אברי x הינה המחרוזת אוי x \subseteq \Sigma^* ותהא x \in \Sigma^* אזי x \subseteq \Sigma^* אוי
c_0=q_0x באשר באר c_0\ldots c_n באלת סיבוכיות מקום: תהא אי מ"ט תלת־סרטית M עבורה לכל קונפיגורציות מקום: תהא S:\mathbb{N}	o\mathbb{N}
                                                                                                                    וכן i \in [n] לכל לc_i מתקיים מתקיים
                                                                                            c_i^1 = x \backslash Q סרט לקריאה בלבד: לכל i \in [n] מתקיים •
                                                                                 \left.\left|c_{i-1}^{2}\right|\leq S\left(n\right)+1 מתקיים i\in\left[n\right]לכל לכל • סרט חסום במקום: לכל •
                                          .ig(c_{i-1}^3ackslash Qig)_i=ig(c_i^3ackslash Qig)_i מתקיים j\inig[ig|c_{i-1}ig|ig] ולכל ולכל i\in[n] אם סרט לכתיבה חד־פעמית:
                              S אזי אינ מקום חים בעלת סיבוכיות מקום S:\mathbb{N} 	o \mathbb{N} אזי ותהא א מ"ט בעלת סיבוכיות מקום אזי אזי ותהא
                                                                                     הערה: נקרא למכונת טיורינג בעלת סיבוכיות מקום מכונת טיורינג.
                                            .\mathrm{DSpace}\left(S\left(n
ight)
ight)=\left\{L\left(M
ight)\mid\mathcal{O}\left(S\left(n
ight)
ight) שרצה במקום M\} אזי S:\mathbb{N}	o\mathbb{N} אזי S:\mathbb{N}	o\mathbb{N}
                                                                                                        .PSPACE = \bigcup_{c \in \mathbb{N}} DSpace(n^c) :PSPACE
                                                                                               .LOGSPACE = DSpace (\log(n)) :LOGSPACE
                                                                                                                     LOGSPACE = LSPACE = \mathcal{L} :סימון:
                                                                                  .DSpace (1) = DSpace (log (log (n))) = {L | סענה: L} רגולרית
                                                                                .DTime (T(n)) \subseteq DSpace (T(n)) אזי חשיבה בזמן חשיבה T תהא
                                                                                                                                         \mathcal{NP} \subseteq \mathrm{PSPACE} טענה:
                                                          \operatorname{DSpace}(S(n)) \subseteq \operatorname{DTime}\left(2^{\mathcal{O}(S(n))}\right) אזי S > \log S באשר באשר S: \mathbb{N} \to \mathbb{N} טענה: תהא
                                                                                                                                           . LSPACE \subseteq \mathcal{P} מסקנה:
                                                                                                                                     .PSPACE \subset \mathcal{EXP} מסקנה:
(S(n))_2 אם מחשבת את M עבורה קיימת מ"ט M המקיימת לכל n\in\mathbb{N} עבורה S:\mathbb{N} \to \mathbb{N} מחשבת את M מחשבת את M
                                                                                                                                                   \mathcal{O}(S(n)) במקום
        \operatorname{DSpace}\left(t\left(n
ight)
ight)\subsetneq\operatorname{DSpace}\left(T\left(n
ight)
ight) אזי איזי אויבה במקום ותהא S:\mathbb{N}	o\mathbb{N} חשיבה משפט היררכיית המקום: תהא
                                                                                                                                .LSPACE \subseteq PSPACE מסקנה:
                                                                                                                              מסקנה: לפחות אחד מהבאים נכון
```

עם זמן ריצה פולינומי T(n) אמיי אפה M עם מ"ט אקראית שפה M אם איזי איזי $\mathcal{L} \in \mathrm{co}\mathcal{RP}\left(lpha
ight)$ אמיי איזי מענה: תהא $lpha:\mathbb{N} o [0,1]$ המקיימת

המקיימת כי החל T(n) המקיימת מ"ט אקראית M עם זמן ריצה פולינומי בה תהא שפה $\alpha,\beta:\mathbb{N} o [0,1]$ המקיימת כי החל

 $\mathrm{co}\mathcal{RP}\left(lpha
ight)=\left\{\overline{L}\mid L\in\mathcal{RP}\left(lpha
ight)
ight\}$ אזי $lpha:\mathbb{N}
ightarrow\left[0,1
ight]$ הגדרה: תהא

 $ZE_{\mathbb{R}}\in \mathrm{co}\mathcal{RP}\left(0.99
ight)$ טענה: $c,d\in\mathbb{N}$ אזי מענה: יהיו $c,d\in\mathbb{N}$ אזי שפה $\mathcal{RP}\left(1-2^{-n^d}
ight)$ אזי איי משנה: יהיו שפה אדר $\mathcal{RP}=\mathcal{RP}\left(0.5
ight)$

 $\mathbb{P}_{r\leftarrow\{0.1\}^{T(n)}}$ (מקבלת מקבלת מתקיים $M\left(x;r
ight)=1$ מתקיים $x\in\mathcal{L}\cap\Sigma^{n}$

 $\mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}}$ (מקבלת $M\left(x;r
ight)$) $\leq 1-lpha\left(n
ight)$ מתקיים $x\notin\mathcal{L}\cap\Sigma^{n}$ לכל •

 $\mathbb{P}_{r \leftarrow \{0,1\}^{T(n)}}$ (מקבלת) מקבלת $M\left(x;r
ight) \geq eta\left(n
ight)$ מתקיים $x \in \mathcal{L} \cap \Sigma^n$ לכל $\mathbb{P}_{r \leftarrow \{0,1\}^{T(n)}}$ מתקיים $M\left(x;r
ight) \leq lpha\left(n
ight)$ מתקיים $x \notin \mathcal{L} \cap \Sigma^n$ לכל •

כי החל ממקום מסויים $n\in\mathbb{N}$ מתקיים

 $\cos \mathcal{RP} = \cos \mathcal{RP} (0.5) : \cos \mathcal{RP}$ שפה

ממקום מסויים $n\in\mathbb{N}$ מתקיים

 $\mathcal{L} \in \mathcal{BPP}(\alpha, \beta)$ אזי

המחשבת $P \subsetneq \Gamma$ SPACE ביימת $P \subsetneq \Gamma$ איי S המחשבת S איי S איי S איי S איי S עבורה קיימת מ"ט S בעלת סיבוכיות מקום S המחשבת S איז S המחשבת S איז איי

תהא $A\subseteq \Sigma^*$ שפה אזי רדוקציית מיפוי באשר $A\subseteq \Sigma^*$ תהא במקום לוגריתמי: יהיו Σ,Δ אלפבייתים באשר $\Sigma\subseteq \Delta$ תהא במקום לוגריתמי. $A\subseteq \Sigma$ אלפבייתים באשר $A\subseteq \Sigma^*$ תהא ל־ $A\subseteq \Sigma$

שפה לוגריתמי מיפוי מיפוי מיפוי במקום אלפבייתים אפה באשר מיפוי שפה ותהא $A\subseteq \Sigma^*$ שפה באשר במקום לוגריתמי מיפוי במקום לוגריתמי מ־ $A\subseteq \Sigma^*$ איז מיפוי במקום לוגריתמי $A\subseteq \Sigma^*$ מ־ $A\subseteq M$

 $A \leq_m^p B$ אזי $A \leq_m^L B$ טענה: תהיינה A, B שפות עבורן

 $L \in \mathcal{P}$ לכל לכל $L \leq_m^L \mathcal{L}$ עבורה עבורה שפה שפה שפה שפה

שפה \mathcal{P} -שלמה: שפה שפה $\mathcal{L} \in \mathcal{P}$ אשר הינה

 $x\in \Sigma^n$ ולכל $n\in \mathbb{N}$ עבורה איז $m:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ותהא ותהא $R:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ותהא g תהא ולכל $n\in \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ולכל $m:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ולכל $m:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ולכל תהא מתקיים $g \circ f$ אזי $g \circ f$ איז איז $g \circ f$ חשיבה במקום ולכל ווער מתקיים ווער איז איז איז ווער מתקיים ווער איז ווער מתקיים ווער מתקיים ווער איז ווער מקום ווער מתקיים ו

 $A \in \mathrm{LSPACE}$ אזי אזי $A \leq_m^L B$ וכן $B \in \mathrm{LSPACE}$ טענה: תהיינה

 $A \leq_m^L C$ אזי אוכן $A \leq_m^L C$ וכן $A \leq_m^L B$ שפות באשר אפות ההיינה A,B,C מסקנה: תהיינה

 $\mathcal{P} = \mathrm{LSPACE}$ טענה: תהא שפה \mathcal{P} שפה $A \in \mathrm{LSPACE}$

.CVAL = $\{\langle C, x \rangle \mid ($ מעגל בוליאני) $C \setminus (C(x) = 1)\}$:הגדרה:

באשר $f\left(1^n\right)=\langle C_{M,n}
angle$ מ"ט רצה בזמן פולינומי אזי קיימת פונקציה חשיבה f במקום לוגריתמי עבורה M מ"ט רצה בזמן פולינומי אזי קיימת $f\left(1^n\right)=f\left(1^n\right)$ מתקלים ($f\left(1^n\right)=f\left(1^n\right)$ מקגל עבורו לכל $f\left(1^n\right)=f\left(1^n\right)$ מתקיים ($f\left(1^n\right)=f\left(1^n\right)$ מקבלת) מעגל עבורו לכל $f\left(1^n\right)=f\left(1^n\right)$ מתקיים ($f\left(1^n\right)=f\left(1^n\right)$ מקבלת) מעגל עבורו לכל $f\left(1^n\right)=f\left(1^n\right)$

. הינה \mathcal{P} שלמה CVAL טענה:

 $(c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i=c_i$ קונפיגורציה אזי קונפיגורציה ותהא היסרטית ותהא מטל"ד $c_1\$c_2\$\dots\$c_k$ קונפיגורציה אזי מטל

מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית בעלת סיבוכיות מקום: תהא או $S:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ אזי מטל"ד תלת־סרטית עבורה לכל קונפיגורציות $i \in [n]$ עבורה לכל c_i עבורה לכל c_{i-1} עוברת ל c_{i-1} עבורה לכל באשר c_{i-1} עבורה לכל מתקיים

- $.c_i^1 = x \backslash Q$ מתקיים $i \in [n]$ לכל בלבד: לכריאה לקריאה סרט ל
- $\left.\left|c_{i-1}^{2}\right|\leq S\left(n\right)+1$ מתקיים $i\in\left[n\right]$ לכל לכל סרט חסום במקום: לכל •
- $.ig(c_{i-1}^3ackslash Qig)_i=ig(c_i^3ackslash Qig)_i$ מתקיים מתקיים ולכל $i\in[n]$ ולכל ולכל סרט לכתיבה חד־פעמית: לכל

.S אזי אינים מכונת סיבוכיות מקום אזי בעלת מטל"ד בעלת מסורינג א אזי מחסם אזי אזי מחסם אזי אזי מכונת מיורינג א דטרמיניסטית בעלת סיבוכיות מקום מכונת טיורינג א דטרמיניסטית בעלת סיבוכיות מקום מכונת טיורינג א דטרמיניסטית.

. NSpace $(S\left(n\right))=\{L\left(M\right)\mid\mathcal{O}\left(S\left(n\right)\right)$ במקום מטל"ד הרצה במקום $M\}$ אז
י $S:\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N}$ הגדרה: תהא מטל" אזי

.NPSPACE = $\bigcup_{c \in \mathbb{N}} \text{NSpace}(n^c)$:NPSPACE

 $\mathcal{NL} = \operatorname{NSpace}\left(\log\left(n\right)\right) : \mathcal{NL}$ שפה

השערה: $LSPACE = \mathcal{NL}$ השערה

 $\operatorname{and}_Q(xqy) = |x| + 1$ אזי $q \in Q$ ויהי $x,y \in \Gamma^*$ הייט יהיו מ"ט מ"ט יהיו מ"ט יהיו

 c_{i-1} וכן $c_0=q_0x$ באשר במקום לוגריתמי: תהא שפה אזי מ"ט תלת־סרטית V עבורה לכל קונפיגורציות תהא $A\subseteq \Sigma^*$ באשר איי מ"ט תלת־סרטית עוברת ל $i\in [n]$ מתקיים

- $.c_i^1=x\backslash Q$ מתקיים $i\in[n]$ לכל לקריאה בלבד: לכל •
- $\operatorname{find}_Q\left(c_{i-1}^2
 ight) \leq \operatorname{find}_Q\left(c_i^2
 ight)$ מתקיים $i \in [n]$ מרט עד: לכל
 - $|c_{i-1}^3| \leq S\left(n
 ight) + 1$ סרט עבודה: לכל $i \in [n]$ מתקיים \bullet

. (קיים $V\left(x\$w\right)$ עבורו עבורו $w\in\Sigma^*$ מקבלת) מקבלתו מתקיים מתקיים $x\in\Sigma^*$

 $V\left(x,w
ight)=V\left(x\$ w
ight)$ אזי $x,w\in\Sigma^{*}$ איזי לוגריתמי ווהא בזמן מוודא בזמן מוודא בזמן מוודא בזמן לוגריתמי

. טענה: תהא $A\subseteq \Sigma^*$ שפה אזי ($A\in \mathcal{NL}$) שפה אזי ($A\subseteq \Sigma^*$ מוודא לוגריתמי).

 $\operatorname{STCON} = \{\langle G, s, t \rangle \mid ($ גרף מכוון) אור מים מסלול מ־s ל־ל מסלול מ־s גרף מכוון) הגדרה:

 $STCON \in \mathcal{NL}$:טענה

```
if \ell = 1 then
           if (s,t) \in E then return True
           return False
     for v \in V do
           b_1 \leftarrow \mathtt{Reach}(G, s, v, \lceil \frac{\ell}{2} \rceil)
           b_2 \leftarrow \mathtt{Reach}(G, v, t, \left\lfloor \frac{\ell}{2} \right\rfloor)
           if b_1 \wedge b_2 then return True
     return False
(t-1)טענה: יהי G גרף מכוון יהיו t\in\mathbb{N}_+ ויהי t\in\mathbb{N}_+ אזי (Reach (G,s,t,\ell)= דיום אזי אזי t\in\mathbb{N}_+ ויהי ויהי
                                                                                                                   \operatorname{STCON} \in \operatorname{DSpace}\left(\log\left(n\right)^{2}\right) משפט סאביץ':
                                                                                                                                   \mathcal{NL}\subseteq \mathrm{DSpace}\left(\log\left(n
ight)^{2}
ight) :מסקנה
                                         \mathrm{NSpace}\left(S\left(n
ight)
ight)\subseteq\mathrm{DSpace}\left(S^{2}\left(n
ight)
ight) אזי אינה: תהא S\geq\log חשיבה במקום באשר מסקנה:
                                                                                                                                       מסקנה: PSPACE = NPSPACE.
                                                                                                                                       .co\mathcal{NL} = \{L \mid \overline{L} \in \mathcal{NL}\} הגדרה:
                                                                                                                              \overline{	ext{STCON}} \in \mathcal{NL} משפט אימרמן־סלפצ'ני:
                                                                                                                                                       \mathcal{NL} = \text{co}\mathcal{NL} :מסקנה
                   המקיימת A\in M_{m	imes k} (\{p_i\}\cup\{\lnot p_i\}) וקיימת m\in\mathbb{N} עבורו קיים עבור אזי פסוק יהי אזי פסוק: k\in\mathbb{N}_+ יהי יבור פסוק:
                                                                             . סענה: יהי \mathcal{NP} הינה k \in \mathbb{N}_+ אזי k \in \mathbb{N}_+
                                                             \mathbb{P}_{v:\{p_i\} 	o \{	ext{True}, 	ext{False}\}}\left(\overline{v}\left(arphi
ight) = 	ext{True}
ight) = rac{k}{8} אזי arphi \in 	ext{E}k	ext{SAT} תהא k \in \mathbb{N}_+ יהי
                                             יחס הפסופקות: יהיו A\in M_{m	imes k}\left(\{p_i\}\cup\{\lnot p_i\}
ight) תהא תהא אוותהא יהיו יחס הפסופקות: יהיו יהיו יהיו
                                                    \mathrm{RCl}\left(\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k},v\right)=\frac{1}{m}\cdot\mathrm{Cl}\left(\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k},v\right)משפט מסקנה של PCP: קיימת רדוקצייית מיפוי פולינומית f מ־3CNF המקיימת
                                                                                                                  . ספיקה f\left(\varphi\right) ספיקה אזי \varphi\in 3\mathrm{CNF} ספיקה
                                                                        .\mathrm{RCl}\left(f\left(\varphi\right),v\right)\leq\frac{7.01}{8} אזי השמה v הפיקה ותהא \varphi\in3\mathrm{CNF} ההא \bullet
לא \varphi\in 3\mathrm{CNF} ספיקה וכן ספיקה לכל ספיקה לכל ספיקה לכל ל־E3CNF ל־3CNF מסקנה: תהא ל רדוקציה פולינומית מ
```

function Reach (G, s, t, ℓ) :

 $L\in\mathcal{NL}$ שפה $L\leq_m^L\mathcal{L}$ לכל עבורה שפה \mathcal{L} שפה שפה אפר הינה עבורה שפה \mathcal{NL} -קשה. שפה \mathcal{NL} -שלמה: שפה שפה אשר הינה

 $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ אזי $\mathrm{RCl}\left(f\left(arphi
ight),v
ight) > rac{7.01}{8}$ ספיקה וקיימת השמה עבורן

אזי $l\in\mathbb{N}_+$ אויהי $t\in V$ אזי אלגוריתם לקיום מסלול עם חסם לאורכו בגרף מכוון: יהי G גרף מכוון יהיו

. שלמה: \mathcal{NL} הינה STCON :טענה

 $\mathcal{NL} \subseteq \mathcal{P}$:מסקנה