```
. עומק מעגל בוליאני: יהי C מעגל בוליאני אזי (C) הינו אורך המסלול המקסימלי מקלט לפלט.
                                                                                                    .ee_n\left(x
ight)=igvee_{i=1}^nx_i המוגדרת המוגדרת אזיי ee_n:\left\{0,1
ight\}^n	o\left\{0,1
ight\} אזיי n\in\mathbb{N}_{\geq 3} המו
                                                                                                   .\wedge_n\left(x
ight)=igwedge_{i=1}^nx_i המוגדרת המוגדרת \wedge_n:\left\{0,1
ight\}^n	o\left\{0,1
ight\} אזי איז n\in\mathbb{N}_{\geq 3} יהי
(\bigcup_{n\in\mathbb{N}}\{\wedge_n\})\cup(\bigcup_{n\in\mathbb{N}}\{\vee_n\})\cup\{\wedge,\vee,\neg\} מעגל בוליאני בעל מוגבל: מעגל בוליאני מעל בסיס הפונקציות הבוליאני בעל fan-in מעגל מעגל בוליאני
                                                                                                                             הערה: אלא אם נאמר אחרת מעגל בוליאני הוא בעל fan-in מוגבל.
        \mathcal{O}\left(n\cdot 2^n
ight) בגודל f בגודל המחשב את fan-in טענה: בעל בוליאני f:\left\{0,1
ight\}^n 	o \left\{0,1\right\} ובעומק f:\left\{0,1\right\}^n
                           n + \log_2{(n)} ובעומק \mathcal{O}\left(n \cdot 2^n\right) ובעומק f אזי קיים מעגל בוליאני f:\left\{0,1\right\}^n 	o \left\{0,1\right\} אחר מענה: תהא
                                             L מסקנה: תהא L שפה אזי קיימת משפחת מעגלים \mathcal C מגודל \mathcal C ומעומק n+\log{(n)} ומעומק
                   .Size (C) \geq rac{2^n}{2n} אזי קיימת n \in \mathbb{N} אזי קיימת f: \{0,1\}^n 	o \{0,1\} עבורה לכל מעגל בוליאני
.Size (f)=\min\left\{ \mathrm{Size}\left(C\right)\mid\left( מעגל) אוי (f) מחשבת את (f) מחשבת וותהא (f) ותהא וותהא (f) ותהא וותהא וותהא וותהא וותהא וותהא וותהא וותהא וותהא וותהא
f באשר f:\{0,1\}^n 	o \{0,1\} קיימת n \leq S < C \cdot rac{2^n}{n} המקיימת S:\mathbb{N} 	o \mathbb{N} ולכל ולכל תוכל לכל C \in \mathbb{R}_+ קיימת
                                                                                          S\left(n
ight) וכן S\left(n
ight)+10 אידי מעגל מגודל חשיבה על וכן אוכן א וכן א וכן א מגודל מגודל מגודל
               .Size (S(n))=\{L\subseteq\{0,1\}^*\mid S(n) הגדרה: תהא א S:\mathbb{N}	o\mathbb{N} אזי איי משפחת על ידי משפחת מעגלים מגודל לכל היותר אזי משפחת בה על ידי משפחת הגדרה: תהא
                                                                                                                                                                                           \operatorname{Size}\left(2^{n}
ight)=\mathcal{P}\left(\left\{ 0,1
ight\} ^{st}
ight) מסקנה:
                                                                           .Size (S\left(n
ight))\subsetneq Size (S\left(n
ight)+10n) אזי n\leq S\left(n
ight)\leq rac{2^{n}}{n} עבורה S:\mathbb{N}	o\mathbb{N} אמסקנה: תהא
                                                                                                                                                                                    .Size (Poly) = \bigcup_{c \in \mathbb{N}} Size (n^c) :הגדרה
                                                                                                                                                \mathbb{E}_{\mathsf{TMR}\;(A,B)}\left[|E\left(A,B
ight)|
ight]=rac{|E\left(G
ight)|}{2}למה: יהי G גרף אזי
                                                                                                                          E\left(A,B
ight)\geq rac{|E(G)|}{2} עבורו עבורן אזי קיים חתך (A,B) טענה: יהי
                                                                        .parity (x)=igoplus_{i-1}^n x_i המוגדרת parity : \{0,1\}^n 	o \{0,1\} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי זוגיות: יהי n\in\mathbb{N}_+
                                                                                                             \mathcal{O}\left(\log\left(n\right)\right)ועומק חעומל מגודל parity_n את המחשב המעגל קיים מעגל אינה: אחשב את המחשב המחשב את
                                                               .Size (C) \geq 2^{\Omega\left(n^{\frac{1}{n \cdot d}}\right)} אזי א מעגל המחשב את fan-in לא בעל בעל parity_n איזי מעגל מעגל מעגל מעגל המחשב את
                                                                                                       .1 בעל דרגה p\in\mathbb{R}\left[x_1\dots x_n
ight] אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי בעל דרגה פולטי-לינארי מולטי-לינארי מ"ל):
   x\in\{0,1\}^n לכל f\left(x
ight)=p\left(x
ight) מ"ל עבורו p\in\mathbb{R}\left[x_1\dots x_n
ight] אוי f:\{0,1\}^n	o\{0,1\} לכל
                                                                                                                           f:\{0,1\}^n \to \{0,1\} אזי קיים פולינום המחשב את f:\{0,1\}^n \to \{0,1\}
                                           \deg\left(f
ight)=\min\left\{\deg\left(p
ight)\mid\left(p\in\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}
ight]
ight)\wedge\left(f
ight. מחשב את \left.f:\left\{0,1
ight\}^{n}
ightarrow\left\{0,1
ight\} מחשב את \left.f:\left\{0,1
ight\}^{n}
ightarrow\left\{0,1
ight\}
                                                                                                                                                                                  \deg\left(ee_n
ight)=n אזי n\in\mathbb{N} מסקנה: יהי
מ"ל עבורו p\in\mathbb{R}\left[x_1\dots x_n
ight] אזי f:\left\{0,1
ight\}^n	o\left\{0,1
ight\} ותהא arepsilon>0 ותהא פולינום מחשב פונקציה בוליאנית בממוצע עם שגיאה arepsilon: יהי
                                                                                                                                                                                    \mathbb{P}_{x \leftarrow \{0,1\}^n} \left( p\left(x\right) = f\left(x\right) \right) \ge 1 - \varepsilon
                                                                                                                                                  rac{1}{3} טענה: הפולינום 1 מחשב את ee n בממוצע עם שגיאה
p\in\mathbb{R}\left[x_1\dots x_n
ight] אזי לכל arepsilon>0 קיים פולינום מ"ל בוליאני מגודל בוליאני מגודל בוליאני מגודל f:\{0,1\}^n	o\{0,1\}
                                                                                                                   s. מדרגה f בממוצע עם שגיאה \mathcal{O}\left(\left(\log\left(n
ight)\cdot\log\left(rac{s}{arepsilon}
ight)
ight)^d
ight) מדרגה
        \deg(p) \geq 2^{\Omega(\delta n)} אזי \mathbb{P}_{x \leftarrow \{0,1\}^n}\left(p\left(x
ight) = \mathsf{parity}\left(x
ight)
ight) \geq rac{1}{2} + \delta עבורו \delta > 0 עבורו \delta > 0 מולטי־לינארי ויהי
התפלגות משפחת פולינומים מחשבת פונקציה בוליאנית בממוצע עם שגיאה arepsilon > 0 ותהא f: \left\{0,1
ight\}^n 	o \left\{0,1
ight\} אזי קבוצת
                                                         \mathbb{P}_{p\leftarrow P}\left(p\left(x
ight)=f\left(x
ight)
ight)\geq1-arepsilon מתקיים מ"ל x\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} עבורה לכל P\subseteq\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}
ight]
טענה: יהי O\left(\log\left(n\right)\cdot\log\left(rac{1}{arepsilon}
ight) מדרגה P\subseteq\mathbb{R}\left[x_1\dots x_n
ight] שמחשבת את פולינומים מ"ל פולינומים פולינומי
                                                                                                                                                                                                                                             arepsilon שגיאה
```

.Size (C)=n+m גודל מעגל בוליאני: יהיו  $n,m\in\mathbb{N}$  ויהי מעגל בוליאני בעל  $n,m\in\mathbb{N}$