

**קבוצה פתוחה יחסית:** תהא  $A \subseteq \mathbb{R}^d$  אזי  $\mathcal{U} \subseteq A$  עבורה קיימת  $W \subseteq \mathbb{R}^d$  פתוחה עבורה  $\mathcal{U} = W \cap A$ .

**קבוצה סגורה יחסית:** תהא  $A \subseteq \mathbb{R}^d$  אזי  $\mathcal{U} \subseteq A$  עבורה קיימת  $W \subseteq \mathbb{R}^d$  סגורה עבורה  $\mathcal{U} = W \cap A$ .

**משפט:** תהא  $A \subseteq \mathbb{R}^d$  ותהא  $\mathcal{U} \subseteq A$  אזי ( $\mathcal{U}$  פתוחה ביחס ל- $A$ )  $\iff (\forall x \in \mathcal{U}. \exists r > 0. B_r(x) \cap A \subseteq \mathcal{U})$ .

**קבוצה קשירה:** קבוצה  $A \subseteq \mathbb{R}^d$  עבורה לכל  $\mathcal{U} \subseteq A$  פתוחה וסגורה יחסית ל- $A$  מתקיים  $\mathcal{U} \in \{A, \emptyset\}$ .

**טענה:** תהא  $A \subseteq \mathbb{R}^d$  אזי ( $A$  קשירה)  $\iff$  (לא קיימות  $\mathcal{U}, \mathcal{V} \subset A$  פתוחות יחסית ל- $A$  עבורן  $\mathcal{U} \cap \mathcal{V}, \mathcal{U} \cup \mathcal{V} \in \{A, \emptyset\}$ ).

**טענה:** תהיינה  $A, B \subseteq \mathbb{R}^d$  ותהא  $f : A \rightarrow B$  אזי ( $f$  רציפה)  $\iff$  (לכל  $\mathcal{U} \subseteq B$  פתוחה יחסית ל- $B$  מתקיים כי  $f^{-1}(\mathcal{U})$  פתוחה יחסית ל- $A$ ).

**$C^m$ -יריעה  $k$ -מימדית:** קבוצה  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  עבורה לכל  $x \in \mathcal{M}$  קיימת  $G \subseteq \mathbb{R}^k$  פתוחה וכן קיימת סביבה  $\mathcal{O}$  של  $x$  וכן קיימת  $\Gamma_f = \mathcal{M} \cap \mathcal{O}$  עבורה  $f \in C^m(G, \mathbb{R}^{n-k})$ .

**יריעה חלקה  $k$ -מימדית:** קבוצה  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  עבורה לכל  $x \in \mathcal{M}$  קיימת  $G \subseteq \mathbb{R}^k$  פתוחה וכן קיימת סביבה  $\mathcal{O}$  של  $x$  וכן קיימת  $\Gamma_f = \mathcal{M} \cap \mathcal{O}$  עבורה  $f \in C^\infty(G, \mathbb{R}^{n-k})$ .

**סימון:** תהיינה  $A, B$  קבוצות אזי  $\{f : A \rightarrow B \mid f \text{ אנליטית מקומית}\} = C^\omega(A, B)$ .

**יריעה אנליטית  $k$ -מימדית:** קבוצה  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  עבורה לכל  $x \in \mathcal{M}$  קיימת  $G \subseteq \mathbb{R}^k$  פתוחה וכן קיימת סביבה  $\mathcal{O}$  של  $x$  וכן קיימת  $f : G \rightarrow \mathbb{R}^{n-k}$  אנליטית מקומית עבורה  $\Gamma_f = \mathcal{M} \cap \mathcal{O}$ .

**הערה:** תהא  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  יריעה  $1$ -מימדית אזי  $\mathcal{M}$  תיקרא עקומה.

**הערה:** תהא  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  יריעה  $2$ -מימדית אזי  $\mathcal{M}$  תיקרא משטח.

**הערה:** תהא  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  יריעה  $(n-1)$ -מימדית אזי  $\mathcal{M}$  תיקרא היפר-משטח.

**טענה:**  $\mathbb{S}^{n-1} \subseteq \mathbb{R}^n$  הינה יריעה חלקה  $n-1$  מימדית.

**הערה:** בקורס זה המונח יריעה אומר יריעה חלקה.

**טענה:** תהא  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  אזי ( $\mathcal{M}$  יריעה)  $\iff$  (קיימות  $\{\mathcal{U}_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda} \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{R}^n)$  פתוחות עבורן  $\mathcal{M} \subseteq \bigcup_{\alpha \in \Lambda} \mathcal{U}_\alpha$  וכן  $\mathcal{M} \cap \mathcal{U}_\alpha$  יריעה לכל  $\alpha \in \Lambda$ ).

**טענה:** תהא  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  אזי ( $\mathcal{M}$  יריעה)  $\iff$  (לכל  $x \in \mathcal{M}$  קיימת סביבה  $\mathcal{U}$  עבורה  $\mathcal{M} \cap \mathcal{U}$  יריעה).

**הצגה פרמטרית/פרמטריזציה:** תהא  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$   $C^m$ -יריעה  $k$ -מימדית ותהא  $G \subseteq \mathbb{R}^k$  פתוחה אזי  $r \in C^m(G, \mathbb{R}^n)$  עבורה  $r(G) = \mathcal{M}$ .

**פרמטריזציה רגולרית:** תהא  $G \subseteq \mathbb{R}^k$  פתוחה אזי פרמטריזציה  $r \in C^1(G, \mathbb{R}^n)$  עבורה לכל  $x \in G$  מתקיים  $\text{rank}(\mathcal{D}_r(x)) = k$ .

**הומאומורפיזם:** תהא  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  ותהא  $B \subseteq \mathbb{R}^m$  אזי  $f \in C(A, B)$  הפיכה עבורה  $f^{-1} \in C(B, A)$ .

**פרמטריזציה טובה:** תהא  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  ותהא  $G \subseteq \mathbb{R}^k$  פתוחה אזי פרמטריזציה רגולרית  $r : G \rightarrow A$  שהינה הומאומורפיזם.

**משפט:** תהא  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  אזי ( $\mathcal{M}$  יריעה)  $\iff$  (קיימות  $\{\mathcal{U}_\alpha\} \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{R}^n)$  פתוחות ביחס ל- $\mathcal{M}$  עבורן  $\mathcal{M} = \bigcup_{\alpha \in \Lambda} \mathcal{U}_\alpha$  וכן קיימות  $\{G_\alpha\} \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{R}^k)$  פתוחות עבורן קיימות פרמטריזציות טובות  $r_\alpha \in C^m(G_\alpha, \mathbb{R}^n)$  עבורן  $r_\alpha(G_\alpha) = \mathcal{U}_\alpha$ ).

**טענה:** תהא  $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{R}^n$  אזי ( $\mathcal{M}$  יריעה)  $\iff$  (לכל  $x \in \mathcal{M}$  קיימת סביבה  $\mathcal{U}$  עבורה  $\mathcal{M} \cap \mathcal{U}$  בעלת פרמטריזציה טובה).

**מערכת משוואות רגולרית:** תהא  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n$  אזי  $\{f_i\}_{i=1}^{n-k} \subseteq \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}$  עבורה לכל  $x \in \mathcal{U}$  המקיימת  $(f_1 \dots f_{n-k})(x) = 0$  מתקיים כי  $\{\nabla f_i(x)\}$  בת"ל.

**טענה:** תהא  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n$  ותהא  $f_1 \dots f_{n-k} \subseteq \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}$  אזי  $\{f_1 \dots f_{n-k}\}$  מערכת משוואות רגולרית)  $\iff$  (לכל  $x \in \mathcal{U}$  עבורו  $(f_1 \dots f_{n-k})(x) = 0$  מתקיים  $\text{rank}(\mathcal{D}_{(f_1 \dots f_{n-k})}(x)) = n - k$ ).