```
i^2 = -1 :טענה
                                                                                                   \operatorname{Re}\left(a+ib
ight)=a אזי a,b\in\mathbb{R} החלק הממשי: יהיו
                                                                                                 .Im (a+ib)=b אזי a,b\in\mathbb{R} יהיו
                                                                                                              .\overline{a+ib}=a-ib אזי אזי a,b\in\mathbb{R} הצמוד: יהיו
                                                                                         |a+ib|=\sqrt{a^2+b^2} אזי a,b\in\mathbb{R} הערך המוחלט: יהיו
                                                                                            .Re (z)=0 מספר z\in\mathbb{C} מספר מדומה טהור: מספר
                                                                                              \operatorname{Im}\left(z
ight)=0 מספר ממשי טהור: מספר מספר מספר מספר
                                                                                      z\overline{z}=\left|z
ight|^{2} וכן \left|\overline{z}
ight|=\left|z
ight| וכן \left(\overline{\overline{z}}
ight)=z אזי z\in\mathbb{C} יהי
                                                                                                                 .z^{-1}=rac{\overline{z}}{|z|^2} אזי z\in\mathbb{C}ackslash\{0\} מסקנה: יהי
                                                                                   \mathbb{R} טענה: \mathbb{C} המצויידת במכפלת מרוכבים הינה אלגברה מעל
                                                                                                                                            טענה: יהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                   .Im (z)=rac{z-\overline{z}}{2i} וכן Re (z)=rac{z+\overline{z}}{2} •
                                                                                                                \overline{z\cdot w}=\overline{z}\cdot\overline{w} וכן \overline{z+w}=\overline{z}+\overline{w} •
                                                                                                                        \overline{\left(\frac{z}{w}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{w}} אזי w \neq 0 נניח כי
                                                                                                                       |z\cdot w|=|z|\cdot |w| פ ננית כי |z|=|z|+|w| אזי |z|=|z|.
                                                                                            |z| \leq \operatorname{Im}(z) \leq |z| וכך |z| \leq \operatorname{Re}(z) \leq |z|
|z+w|\leq |z|+|w| אזי z,w\in\mathbb{C} טענה אי־שיוויון המשולש: יהיו z,w\in\mathbb{C} אזי z,w\in\mathbb{C} טענה אי־שיוויון קושי שוורץ: יהיו z_i=z_i יהיו z_i=z_i אזי z_i=z_i אזי z_i=z_i אורץ: יהיו שוורץ: יהיו z_i=z_i אזי z_i=z_i אזי z_i=z_i
                                                                                                                 מסקנה: יהיו a,b\in\mathbb{R} ויהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                       |z| - |w| \le |z - w| •
                                                                                                                                        |a + ib| \le |a| + |b|
                                                                   e^{i	heta}=\cos{(	heta)}+i\sin{(	heta)} אזי 	heta\in\mathbb{R} הצגה פולרית/הצגה קוטבית: יהי
                                                                                  \mathrm{arg}\left(z
ight)=\left\{ 	heta\in\mathbb{R}\mid z=\left|z\right|e^{i	heta}
ight\} אזי z\in\mathbb{C} הארגומנט: יהי
                                                             z=|z|\cdot e^{i	heta} עבורו 	heta\in(-\pi,\pi] אזי קיים ויחיד z\in\mathbb{C}ackslash\{0\} מסקנה: יהי
                                                 .\operatorname{Arg}(z)=\theta אזי \theta\in \operatorname{arg}(z)\cap (-\pi,\pi] ויהי z\in\mathbb{C}\setminus\{0\} אזי יהי z\in\mathbb{C}\setminus\{0\}
                                                                                                      מסקנה: יהי z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} קיים ויחיד.
                                                                           \operatorname{Arg}(z) = \{\operatorname{Arg}(z) + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} אזי z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} טענה: יהי
                      (r\cdot e^{i	heta})\cdot (s\cdot e^{i\phi})=rs\cdot e^{i(	heta+\phi)} וכך \overline{r\cdot e^{i	heta}}=r\cdot e^{-i	heta} אזי r,s\geq 0 ויהיי \theta,\phi\in\mathbb{R} יהיי
                                                                                    \operatorname{arg}\left(zw
ight)=\operatorname{arg}\left(z
ight)+\operatorname{arg}\left(w
ight) אזי w,z\in\mathbb{C} מסקנה: יהיו
                                                                                       \left(r\cdot e^{i	heta}
ight)^{-1}=rac{1}{r}\cdot e^{-i	heta} אזי r>0 ויהי 	heta\in\mathbb{R} יטענה: יהי
```

 $\mathbb{C}=\mathbb{R}^2$:מרוכבים

 $lpha\mapsto(lpha,0)$ אזי נשכן $lpha\in\mathbb{R}$ הערה: יהי i=(0,1) כך $i\in\mathbb{C}$ הגדרה: נגדיר

z=a+ib עבורם $a,b\in\mathbb{R}$ מסקנה: יהי עבור אזי קיימים ויחידים $z\in\mathbb{C}$

 $O\left(n
ight)=\left\{ A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)\mid$ סימון: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי אזי $n\in\mathbb{N}_{+}$

.(אווית) אזי $A \in M_2(\mathbb{R})$ הפיכה והופכת אווית) טענה: תהא $A \in M_2(\mathbb{R})$ אזי אזי ווית).

a,(a+ib) (c+id)=(ac-bd)+i (ad+bc) אזי $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ יהיו

 $\overline{O\left(n
ight)}=\left\{ A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)\mid$ סימון: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי אזי $n\in\mathbb{N}_{+}$

. מכאן והלאה $\mathbb C$ תמיד מצויידת במכפלת מרוכבים.

 $A=\left(egin{array}{cc} a-b \ b-a\end{array}
ight)$ המקיימים $a,b\in\mathbb{R}$ מטריצה קונפורמית: מטריצה $A\in M_2\left(\mathbb{R}
ight)\setminus\{0\}$

. טענה: $T \in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{C},O\left(2\right)\right)$ אזי $T\left(a+ib\right)=\left(egin{array}{c} a-b \\ b & a \end{array}\right)$ כך $T:\mathbb{C} o O\left(2\right)$ טענה: נגדיר

 $A=\left(egin{array}{cc} a & b \\ b & -a \end{array}
ight)$ המקיימים $a,b\in\mathbb{R}$ עבורה קיימים עבורה מטריצה מטריצה מטריצה מטריצה אנטי־קונפורמית:

A=B+C עבורן $C\in\overline{O\left(2
ight)}\cup\left\{ 0
ight\}$ וכן $B\in O\left(2
ight)\cup\left\{ 0
ight\}$ אזי קיימות ויחידות $A\in M_{2}\left(\mathbb{R}
ight)$

```
(\cos{(\theta)}+i\sin{(\theta)})^n=\cos{(n\theta)}+i\sin{(n\theta)} אזי n\in\mathbb{Z} אויהי \theta\in\mathbb{R} יהי מואבר: יהי מואבר: יהי \theta\in\mathbb{R} ויהי \theta\in\mathbb{R} ויהי \theta\in\mathbb{R} יהי \theta\in\mathbb{R} יהי \theta\in\mathbb{R} יהי \theta\in\mathbb{R} ויהי \theta\in\mathbb{R} אזי \theta\in\mathbb{R} אזי \theta\in\mathbb{R} יהי יהי \theta\in\mathbb{R} יהי
                                          0.\sqrt[n]{1}=\left\{e^{rac{2i\pi k}{n}}\mid k\in\{0,\dots,n-1\}
ight\} אזי n\in\mathbb{N}_+ אזי יהי
                           p\left(x
ight)=0 אזי קיים x\in\mathbb{C} משפט המשפט היסודי של האלגברה: יהי יהי יהי p\in\mathbb{C}_{\geq 1}\left[x
ight] איזי קיים
                           a_0\left(x
ight)=a_0\prod_{i=1}^n\left(x-a_i
ight) עבורם a_0\ldots a_n\in\mathbb{C} אזי קיימים אזי קיימים מסקנה: יהי
                         B^n_r\left(a
ight) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x-a\| < r\} איי a \in \mathbb{R}^n ותהא r \in \mathbb{R}_+ יהי n \in \mathbb{N}_+ יהי n \in \mathbb{N}_+
                                                                                    \mathbb{S}^n=\left\{x\in\mathbb{R}^{n+1}\mid \|x\|=1
ight\} אזי n\in\mathbb{N} ספירה: יהי
                                                                                                            \partial B_1^{n+1}\left(0
ight)=\mathbb{S}^n אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                                                               N=(0,0,1) כך כך N\in\mathbb{S}^2 הקוטב הצפוני: נגדיר
                                                                                    \mathbb{H}^+ = \{(x,y,z) \in \mathbb{S}^2 \mid z > 0\} ההמיספרה העליונה:
                                                                                  \mathbb{H}^- = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{S}^2 \; \middle|\; z < 0 
ight\} ההמיספרה התחתונה:
f\left(x+iy
ight)=\left(rac{2x}{x^2+y^2+1},rac{2y}{x^2+y^2+1},1-rac{2}{x^2+y^2+1}
ight) כך f:\mathbb{C}	o\mathbb{S}^2\backslash\{N\} הטלה סטריאוגרפית: נגדיר f:\mathbb{C}	o\mathbb{S}^2\backslash\{N\} להיות שני הצירים הראשונים אזי \mathbb{C} נגדיר את \mathbb{C} להיות שני הצירים הראשונים אזי \mathbb{C}
                                                                                                                                                       .טענה: f רציפה
                                                                                                                                              טענה: יהיz\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                       (z \in \mathbb{S}^1) \iff (f(z) = z) \bullet
                                                                                                                   (|z| > 1) \iff (f(z) \in \mathbb{H}^+) \bullet
                                                                                                                   .(|z|<1)\Longleftrightarrow (f(z)\in \mathbb{H}^{-}) •
                                            g=f^{-1} אזי g\left(x,y,z
ight)=rac{x}{1-z}+irac{y}{1-z} כך g:\mathbb{S}^2ackslash\left\{N
ight\}
ightarrow\mathbb{C} טענה: נגדיר
                                                                                                                                           \widehat{\mathbb{C}} = \mathbb{C} \cup \{\infty\} \cup \widehat{\mathbb{C}}
                                                              \hat{f}(\infty)=N וכן \hat{f}_{\mathbb{C}}=f כך \hat{f}:\hat{\mathbb{C}}	o\mathbb{S}^2 וכן נגדיר של רימן: נגדיר
                                                                              \hat{f} = \hat{f} נסמן את ההרחבה של f לקוטב הצפוני כך
                                                         . (טענה: תהא f^{-1}[A])\Longleftrightarrowטענה: אזי A\subseteq \mathbb{S}^2\setminus\{N\} מעגל או ישר).
   (N \in P) \iff ישר) אזי f^{-1}[C] אזי C = P \cap \mathbb{S}^2 מעגל ויהי P מעגל ויהי מישור עבורו C \subseteq \mathbb{S}^2 \setminus \{N\} ישר)
 \lim_{n	o\infty}a_n=z איז arphi איז איarphi>0.\exists N\in\mathbb{N}. orall n\geq N. |a_n-z|<arepsilon עבורם z\in\mathbb{C} איז a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}
                                                         (a_n 	o z) \Longleftrightarrow (|a_n - z| 	o 0) אזי z \in \mathbb{C} ויהי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} מענה: תהא
       \lim_{n	o\infty}a_n=\infty אזיM\in\mathbb{R}.\exists N\in\mathbb{N}. \forall n\geq N. M<|a_n| אזיa\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזיa\in\mathbb{C}^\mathbb{N} גבול אינטופי: תהא
                                                                                 (a_n 	o \infty) \Longleftrightarrow (|a_n| 	o \infty) אזי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} מענה: תהא
                                                   טענה: תהיינה a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} ויהיו a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי
                                                                                                                                      .a_n + b_n \rightarrow z + w \bullet
                                                                                                                                          .a_n \cdot b_n \to z \cdot w \bullet
                                                                                       rac{a_n}{b_n}	o rac{z}{w} אאי w
eq 0 נניח כי a_n	o z ויהי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אאי a_n	o z עבורם עבורם
                                                                                                                                                         .\overline{a_n} \to \overline{z} \bullet
                                                                                                                                                    |a_n| \to |z| \bullet
                                                                                                                                       \operatorname{Re}(a_n) \to \operatorname{Re}(z) \bullet
                                                                                                                                       \operatorname{Im}(a_n) \to \operatorname{Im}(z) \bullet
                                                            .(מתכנסות) Re (a) , Im (a)) אזי a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} את מתכנסת a
                (\forall \varepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}. \forall n,m\geq N. \ |a_n-a_m|<arepsilon) אזי (a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי (a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} מסקנה: תהא
```

 $(r\cdot e^{i heta})^n=r^n\cdot e^{in heta}$ אזי $n\in\mathbb{Z}$ ויהי $r\geq 0$ יהי $heta\in\mathbb{R}$ יהי

 $a_n o 0$ אזי $|a_n| o 0$ אזי $a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ אזי טענה: תהא

 $a_nb_n o 0$ אזי אזי $b_n o 0$ מסקנה: תהיינה $a,b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$ אזי

עבורה $f:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$ ותהא $A\in\mathbb{F}_2$ עבורה תהא $a\in\mathbb{F}_1$ עבורה עבול: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1$

 $\lim_{z\to a}f\left(z\right)=A$ אזי $\forall \varepsilon>0.\exists \delta>0. \forall z\in\mathcal{U}\setminus\left\{a\right\}. \left|z-a\right|<\delta\Longrightarrow\left|f\left(z\right)-A\right|<\varepsilon$

. פתוחה הכוונה היא ביחס לשדה. $\mathbb R$ וכאשר נאמר כי $\mathcal R$ פתוחה הכוונה היא ביחס לשדה. $\mathbb F$ יתאר שדה מבין

```
\lim_{z\to a} |f(z)| = |A| \bullet
                                                                                                                                                                                                                                     \lim_{z\to a} \operatorname{Re}\left(f\left(z\right)\right) = \operatorname{Re}\left(A\right) \bullet
                                                                                                                                                                                                                                     \lim_{z\to a} \operatorname{Im}(f(z)) = \operatorname{Im}(A) \bullet
                                                                                                                                                                                                          אזי a\in\mathbb{C} ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C}
            \lim_{z \to a} f(z) = \infty אזי \forall M > 0. \exists \delta > 0. \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{a\} . |z-a| < \delta \Longrightarrow M < |f(z)| איזי • שאיפה לאינסוף בנקודה: אם
                                 \lim_{z \to \infty} f\left(z
ight) = a אזי \forall arepsilon > 0. \exists R > 0. \forall z \in \mathbb{C}. R < |z| \Longrightarrow |f\left(z
ight) - a| < arepsilon אזי egin{array}{c} \bullet
                               \lim_{z \to \infty} f(z) = \infty איז \forall M > 0. \exists R > 0. \forall z \in \mathbb{C}. R < |z| \Longrightarrow M < |f(z)| איז \forall M > 0. \exists R > 0. \forall z \in \mathbb{C}. R < |z|
                                                                         \lim_{z	o a}f\left(z
ight)=f\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_2 פונקציה a\in\mathcal{U} פונקציה מתוחה יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1 המקיימת \mathcal{U}\subseteq\mathcal{F}_1
                                                                                                                                                                . מתקיימות מחדו"א מתקיימות הערה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א מתקיימות
                                                                                          f'(a)=\lim_{z	o a}rac{f(z)-f(a)}{z-a} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_2 ותהא a\in\mathcal{U} פתוחה יהי ש
                                                                                                                                       \mathcal U כל גזירה איר גזירה f:\mathcal U 	o \mathbb C פתוחה איי פתוחה על כל גזירה על כל
                                                                                                                                                                 מסקנה: כל מניפולציות הנגזרת של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.
                                                                                                                                                              v,u:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} עבור u+iv=f נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} הערה: תהא
                                                                                                                                                                                    .(גזירות) אזי (f:\mathbb{R}\to\mathbb{C} גזירות) אזי (f:\mathbb{R}\to\mathbb{C} אזי גזירות).
                                                                                                            \mathcal{L}(\exists c\in\mathbb{C}.f=c)\Longleftrightarrow (f'=0) גזירה אזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                     .f'\left(a
ight)=rac{\partial u}{\partial x}\left(a
ight)+irac{\partial v}{\partial x}\left(a
ight)=rac{\partial v}{\partial y}\left(a
ight)-irac{\partial u}{\partial y}\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} אזירה ויהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                                        -\left(rac{\partial u}{\partial x}=rac{\partial v}{\partial y}
ight)\wedge\left(rac{\partial v}{\partial x}=-rac{\partial u}{\partial y}
ight) גזירה אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מסקנה משוואות קושי־רימן: יהי
                                                                                                                                                            הגדרה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^2 תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^2 דיפרנציאבילית אזי
                                                                                                                                                                                                                                                     .\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                     .\frac{\partial f}{\partial \overline{z}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                                                      u(t)=0 t\in \mathbb{C} מסקנה: יהיu(t)=0 t\in \mathbb{C} מסקנה: יהיu(t)=0 תחום ותהא u(t)=0 מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                        (\exists c \in \mathbb{R}. f = c) \Longleftrightarrowטענה: תהא f: \mathbb{C} 	o \mathbb{R} אזי ל
\left(\left(u,v\in C^{1}\left(\mathcal{U}
ight)
ight)\wedge\left(\left(rac{\partial u}{\partial x}=rac{\partial v}{\partial y}
ight)\wedge\left(rac{\partial v}{\partial x}=-rac{\partial u}{\partial y}
ight)
ight)
ight)\Longleftrightarrowאזירה ברציפות) איז איינער ברציפות) איינער ברציפות ברציפות ברציפות ברציפות איינער ברציפות בר
                                                                                                                                                            \Delta g=rac{\partial^2 g}{\partial x^2}+rac{\partial^2 g}{\partial u^2} אזי פעמיים אזי g:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} לפלסיאן: תהא
                                                                                                                                                              \Delta g=0 גזירה פעמיים המקיימת g:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} בונקציה הרמונית:
                                                                                                                                                                                                          . הרמוניות u,v אזי f\in C^2\left(\mathbb{C},\mathbb{C}\right) הרמוניות
                                                                                                    . הולומורפית. u+iv עבורה v:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} אזי עu:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} הולומורפית. מונקציה צמודה הרמונית: תהא
                                                                              u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} אזי צמודה הרמונית ליu:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} ותהא עונה: u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} אחזי ענה:
                                                                                                                                                       .(\sum_{i=0}^n a_i z^i)' = \sum_{i=1}^n a_i i z^{i-1} אזי \sum_{i=0}^n a_i z^i \in \mathbb{C}[z] טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                     . orall z \in \mathbb{C}. f\left(\overline{z}
ight) = \overline{f\left(z
ight)} אזי f \in \mathbb{R}\left[z
ight] טענה: יהי
                                                                                                                                                 . מתכנסת. \sum_{i=0}^n a_n עבורה \sum_{i=0}^n a_n אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} מתכנסות טור: תהא
                                   . מתכנסת \langle f_n\left(a\right)\mid n\in\mathbb{N}
angle עבורה עבורה \langle f_n\left(a\right)\mid n\in\mathbb{N}
angle מתכנסת נקודתית: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה ויהי
                                                           עבורה g:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי \langle f_n:\mathcal{U}	o\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}
angle פתוחה ותהא שווה (במ"ש): תהא שווה (במ"ש): עבורה מתכנסות במידה שווה (במ"ש)
                                                                                                                                                                               \forall \varepsilon > 0. \exists N \in \mathbb{N}. \forall x \in \mathcal{U}. \forall n > N. |f_n(x) - g(x)| < \varepsilon
                                                                                                           \iffטענה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} אזי \langle f_n:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{C}\mid n\in\mathbb{N}
angle פתוחה ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} אזי \mathcal{U}
                                                                                                                                                                  (\forall \varepsilon > 0. \exists N \in \mathbb{N}. \forall n, m \ge N. \forall z \in \mathcal{U} |f_n(z) - f_m(z)| < \varepsilon)
```

 $(\lim_{z\to a} f(z)=A) \Longleftrightarrow \left(\forall b\in \mathbb{C}^\mathbb{N}. (b_n o a)\Longrightarrow (f(b_n) o A) \right)$ פתוחה אזי פתוחה אזי $\lim_{z\to a} g(z)=B$ פתוחה ותהיינה $f,g:\mathcal{U}\to \mathbb{F}_2$ באשר $f,g:\mathcal{U}\to \mathbb{F}_2$ פתוחה ותהיינה פאנה: תהא

 $\lim_{z \to a} (f+g)(z) = A + B \bullet$ $\lim_{z \to a} (fg)(z) = AB \bullet$

 $\lim_{z\to a} f(z) = \overline{A} \bullet$

 $\lim_{z o a}\left(rac{f}{g}
ight)(z)=rac{A}{B}$ אזי B
eq 0 נניח

 $\lim_{z o a}f\left(z
ight)=A$ באשר $f:\mathcal{U} o\widetilde{\mathbb{C}}$ פתוחה ותהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}$ באשר $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{F}$

```
טענה מבחן M:\mathbb{N}	o\mathbb{C} ותהא להתכנסות: תהא M:\mathbb{N}	o\mathbb{C} ותהא להתכנסות: תהא M:\mathbb{N}	o\mathbb{C} פתוחה תהא של ווירשטראס להתכנסות: תהא
                                                                                            . מתכנסת בהחלט ובמ"ש. איי איז \forall z\in\mathbb{C}. \forall n\in\mathbb{N}. \left|u_{n}\left(z\right)\right|\leq M_{n} וכן וכמ
                                                                                                        g\in C\left(\mathcal{U}
ight) אזי f_{n}\stackrel{u}{	o}g המקיימת g:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי g:\mathbb{C}	o\mathbb{C} טענה: תהא
                                                                                                                                                                     \sum_{i=0}^{\infty}a_{i}\left(z-b
ight)^{i} אזי b\in\mathbb{C} סדרה ויהי a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי מור חזקות: תהא
                                                                                                                                                                משפט אבל: יהי R\in [0,\infty] טור חזקות אזי קיים \sum_{i=0}^\infty a_i z^i משפט אבל: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                |z| < R הטור מתכנס בהחלט על •
                                                                                                                                                                                               |z| < 
ho אזי אוי מתכנס במ"ש על 0 \leq 
ho < R יהי
                                                                                                                                                                                                                                     . יהי|z|>R לא מתכנס יהי |z|>R
                                   \sum_{i=1}^{\infty}a_iz^i אוי של \sum_{i=1}^{\infty}a_iz^i אוי של האכנה: יהי ובו אזי ווכן \sum_{i=1}^{\infty}a_iz^i אור חזקות אזי ווכן \sum_{i=0}^{\infty}a_iz^i ווכן \sum_{i=0}^{\infty}a_iz^i טענה: יהי וויהי \sum_{i=0}^{\infty}a_iz^i טור חזקות ויהי וויהי \sum_{i=0}^{\infty}a_iz^i טור חזקות ויהי וויהי וו
                                                                                                       g=h אזי (f'(z)=f(z))\wedge (f(0)=1) אזי המד"ר של המד"ר g,h:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי יהיו
                                                                                     (f'(z)=f(z))\wedge(f(0)=1) בונקציה מעריכית: נגדיר \exp:\mathbb{C}	o\mathbb{C} להיות פתרון של המד"ר
                                                                                                                                                                                                                                                                                  \exp(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{z^i}{i!} :טענה
                                                                                                                                                                                                                                                                                 \mathbb{C} מסקנה: \exp מתכנסת על
                                                                                                                                                                                                                                                          .\mathbb{C} טענה: (e^z)'=e^z ,e^0=1 טענה:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                \exp(z) = e^z מסקנה:
                                                                                                                                                                                                                                          .e^{a+b}=e^a\cdot e^b אזי a,b\in\mathbb{C} מסקנה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                         .e^z 
eq 0 אזי z \in \mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                     .e^{\overline{z}}=\overline{e^z} אזי z\in\mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                  \cos(z)=rac{e^{iz}+e^{-iz}}{2} אזי z\in\mathbb{C} קוסינוס: יהי\sin(z)=rac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i} אזי z\in\mathbb{C} סינוס: יהי
                                                                                                          2\pi i מסקנה: e^z הינה 2\pi i המחזורית, 2\pi i הסס, 2\pi i הינה הינה 2\pi i הינה בססקנה: 2\pi i הינה מסקנה: על כל 2\pi i מתקיים 2\pi i מתקיים 2\pi i הוא 2\pi i הוא 2\pi i הוא 2\pi i הענה: על כל 2\pi i מתקיים 2\pi i מתקיים 2\pi i הוא 2\pi i הוא 2\pi i הוא 2\pi i הענה: על כל 2\pi i מתקיים 2\pi i הינה 2\pi i הוא 2\pi i הינה 2\pi i הענה: על כל 2\pi i מתקיים 2\pi i הינה 2\pi i
                                                                                                                                                                    \cos\left(z
ight)'=-\sin\left(z
ight) ,\sin\left(z
ight)'=\cos\left(z
ight) מסקנה: על כל \mathbb C מתקיים
                                                                                                                                                                                                                \log(w) = \operatorname{sols}(e^z = w) אזי w \in \mathbb{C} \setminus \{0\} יהי: log
                                                                                                                                                               \log\left(w
ight)=\left\{\log\left|w\right|+i\theta\mid\theta\in\arg\left(w
ight)
ight\} אזי w\in\mathbb{C}\setminus\left\{0\right\} טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                               a^b=e^{b\log a} אזי b\in\mathbb{C} ויהי a\in\mathbb{R}ackslash\{0\} אזי היי
                                                                            \forall z \in \mathcal{U}. \alpha(z) \in \arg(z) המקיימת \alpha \in C(\mathcal{U},\mathbb{C}) אזי 0 \notin \mathcal{U} תחום עבורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי \alpha \in \mathcal{U}.
                                                                                  . orall z \in \mathcal{U}. \ell\left(z
ight) \in \log\left(z
ight) המקיימת \ell \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) אזי 0 
otin \mathcal{U} תחום עבורו וויך של אזי וויף של פורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} היהי
                                                                                                                                 \forall z\in\mathcal{U}.
ho\left(z
ight)\in\sqrt[n]{z} המקיימת 
ho\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) תחום אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי יהי : יהי
                                                                                   \mathcal{U} על \log על ענף של וקיים ענף של \Longleftrightarrowעל על אזי (קיים ענף של 0 \notin \mathcal{U} תחום עבורו ער \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} אזי (קיים ענף של
                                                                                                                                                                                                                                       .\log טענה: בתחום \mathbb{C}\setminus\{0\} לא קיים ענף של
                                                                                                                                                                   \ell'(z)=rac{1}{z} טענה: יהי \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ענף של \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי הולומורפית יהי
                                                                                                                                                .\ell'(z)=rac{1}{n\ell(z)^{n-1}} וכן הולומורפית של \ellיענף של ענף של \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} יהי
                                                                                                                             \mathcal{U} על \mathcal{U} על של \mathcal{U} (קיים ענף של אזי (קיים ענף של אזי (קיים ענף של \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} על \mathcal{U}
                                                                                        \mathcal{U} על \log על ענף של (קיים ענף של אזי אזי (קיים ענף של \mathcal{U} אזי אזי (קיים ענף של \mathcal{U} אזי (קיים ענף של אזי יהי
                                                                                                                                                                              .|z| < 1 בתחום \log \left( 1 + z 
ight) ענף של \sum_{n=1}^{\infty} \left( -1 
ight)^{n-1} rac{z^n}{n} טענה:
                                                                                                      \int_{I}f\left(t
ight)\mathrm{d}t=\int_{I}u\left(t
ight)\mathrm{d}t+i\int_{I}v\left(t
ight)\mathrm{d}t אזי f\in C\left(I,\mathbb{C}
ight) קטע ותהא I\subseteq\mathbb{R} אינטגרל: יהי
                                                                                                                                           \left|\int_{T}f\left(t
ight)\mathrm{d}t
ight|\leq\int_{T}\left|f\left(t
ight)
ight|\mathrm{d}t אזי f\in C\left(I,\mathbb{C}
ight) קטע ותהא ותהא ותהא
                                                                                                                                                                                                                                         .\gamma\in C\left(I,\mathbb{C}
ight) אזי קטע והי I\subseteq\mathbb{R} מסילה: יהי
                      מסילה מכל סדר. מסילה אשר חלקה עד כדי מספר סופי של נקודות ובהן קיימות נגזרות חד־צדדיות מכל סדר. מסילה מסילה למקוטעין:
\int_{\mathbb{R}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)\gamma'\left(t
ight)\mathrm{d}t אינטגרל מסילתי: יהי I\subseteq\mathbb{R} קטע תהא \gamma\in C^{1}\left(I,\mathbb{C}
ight) מסילה ותהא
       .\gamma\circarphi אזי arphi\left(d
ight)=b וכן arphi\left(c
ight)=a ועולה עבורה עבורה arphi:\left[c,d
ight]	o\left[a,b
ight] אזי \gamma:\left[a,b
ight]	o\mathbb{C} אזי רפרמטריזציה: תהא
                                            \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{\gamma\circarphi}f\left(z
ight)\mathrm{d}z אזי אזירה ברציפות אz=\int_{\gamma\circarphi}f\left(z
ight)\mathrm{d}z מסילה ותהא \gamma:(a,b)	o\mathbb{C}
                                                                            -\gamma\left(t
ight)=\gamma\left(-t
ight) המוגדרת -\gamma:[-b,-a]	o\mathbb{C} מסילה אזי \gamma:[a,b]	o\mathbb{C} המוגדרת ההפוכה: תהא
```

```
 J_{-\gamma}\,f\left(z\right)\mathrm{d}z = -\int_{\gamma}f\left(z\right)\mathrm{d}z \text{ arith} \ \gamma \text{ and } \gamma \text{ arith} \ . \\  \left(\sum\gamma_{i}\right)\left(t\right) = \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{0}(t) & t\in\left[a_{0},a_{1}\right]\\ \vdots & \gamma_{n}(t) & t\in\left[a_{n},a_{n+1}\right] \\ \gamma_{n}(t) & t\in\left[a_{n},a_{n+1}\right] \end{array} \right. \text{ advice } \gamma_{i}:\left[a_{i},a_{i+1}\right] \to \mathbb{C} \text{ advice } \gamma \text{ and } \gamma \text{ and } \gamma \text{ arith} \ \gamma \text{ and } \gamma \text{ and } \gamma \text{ arith} \ \gamma \text{ and } \gamma \text{ and } \gamma \text{ arith} \ \gamma \text{ and } \gamma \text{ arith} \ \gamma \text{ and } \gamma \text{ arith} \ \gamma \text{ ar
                                                                                                                   \int_{\sum\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\sum\int_{\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z מסקנה: תהיינה \gamma_{i}:\left[a_{i},a_{i+1}
ight]	o\mathbb{C} מסקנה:
                                                                                                                                                                        .\gamma\left(a
ight)=\gamma\left(b
ight) המקיימת \gamma:\left[a,b
ight]
ightarrow\mathbb{C} מסילה סגורה: מסילה
                                                                                                                                             \oint_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z אזי סגורה מסילה \gamma:\left[a,b
ight]	o\mathbb{C} תהא
                                                                                                                     \int_{\gamma}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z|=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)|\gamma'\left(t
ight)|\,\mathrm{d}t אינטגרל לפי אורך קשת: תהא אינסגרל מסילה אזי
                                                                                                                                                                              \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}s=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight| הערה: מקובל מאוד גם הסימון
                                                                                                                                                                                                                             \int_{\gamma} |\mathrm{d}z| אורך מסילה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                                 \int_{\gamma}\left(f+g
ight)\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z\right|=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z\right|+\int_{\gamma}g\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z\right| אזי מסילה מסילה מסילה מסילה אזי
                                                                                                              \int_{\gamma}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z|=\int_{\gamma\circarphi}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z| ענה: תהא \gamma\circarphi מסילה ותהא אי
                                                                                                                                                                                   \left|\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z\right|\leq\int_{\gamma}\left|f\left(z
ight)
ight|\left|\mathrm{d}z
ight| מסילה אזי מסילה מסילה ענה: תהא
                                                                                                   . \left|\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z\right|\leq\left(\int_{\gamma}\left|\mathrm{d}z\right|
ight)\max_{z\in\gamma([a,b])}\left|f\left(z
ight)
ight| מסילה אזי \gamma:[a,b]	o\mathbb{C} מהא
                                                                                                                                    \int_{\gamma}f\left(z
ight)\overline{\mathrm{d}z}=\overline{\int_{I}\overline{f}\left(\gamma\left(t
ight)
ight)\gamma^{\prime}\left(t
ight)\mathrm{d}t} אינטגרל על פי צמוד: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                הגדרה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                                                                                              \int_{\gamma} f(z) dx = \frac{1}{2} \left( \int_{\gamma} f(z) dz + \int_{\gamma} f(z) \overline{dz} \right) \bullet
                                                                                                                                                                                            \int_{\gamma} f(z) \, \mathrm{d}y = \frac{1}{2i} \left( \int_{\gamma} f(z) \, \mathrm{d}z - \int_{\gamma} f(z) \, \overline{\mathrm{d}z} \right) \bullet
                                     \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}x-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}y
ight)+i\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}y-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}x
ight)טענה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                                                    \mathrm{d}z = \mathrm{d}x + i\mathrm{d}y הערה: מהמשוואה מלעיל ניתן לחשוב על כך שמתקיים
סענה: יהי g'=f אזי לכל מסילה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא הולומורפית עבורה g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי לכל מסילה לכל מסילה יהי
                                                                                                                                                                                                                                        \int_{\gamma} f(z) dz = g(\gamma(b)) - g(\gamma(a))
\int_{\partial B}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 משפט קושי למלבן: יהי R\subseteq\mathcal{U} מלבן סגור תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה עבורה עבורה \mathcal{U}=\mathcal{U} ותהא
ותהא \{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}\subseteq Rackslash\partial R יהיו יהי ווהא משפט קושי למלבן משופר: יהי מלבן סגור תהא משפט א פתוחה עבורה עבורה ווהא משפט אירי יהי ווהא
                            \int_{\partial R}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 אזי \lim_{z	o\zeta_{i}}\left(z-\zeta_{i}
ight)f\left(z
ight)=0 מתקיים i\in\left[k
ight] אזי f:\mathcal{U}\backslash\left\{ \zeta_{1},\ldots,\zeta_{k}
ight\} 	o\mathbb{C}
                  \int_{\gamma} rac{\mathrm{d}z}{z-a} = 2\pi i k עבורו אזי קיים k\in\mathbb{Z} אזי קיים אזי מסילה מקוטעין ותהא מקה למקוטעין ותהא \gamma:[lpha,eta]	o\mathbb{C}
a סביב \gamma סביב של \gamma:[lpha,eta]	o \mathbb{C} אזי מספר הליפופים של סביב \gamma:[lpha,eta]	o \mathbb{C} אזי מספר הליפופים של
                                                                                                                                                                                                                                                            n\left(\gamma,a
ight)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{\mathrm{d}z}{z-a} הינו
                 \forall z \in \mathcal{U}.\ell\left(z
ight) \in \log\left(f\left(z
ight)
ight) המקיימת \ell \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) הולומורפית אזי היי ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} הולומורפית אזי היי ותהא ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathcal{U}
                               \exists z \in \mathcal{U}. 
ho\left(z
ight) \in \sqrt[n]{f\left(z
ight)} המקיימת 
ho \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) הולומורפית אזי f:\mathcal{U} 	o \mathbb{C} החום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} היי היי
\ell'(z)=rac{f'(z)}{f(z)} אזי \ell הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אונף של \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית ויהי
           \ell'(z)=rac{f'(z)}{n\ell(z)^{n-1}} אזי \ell הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית וכן הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית וכן
                                                                                                                                                                                       אזי f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{C}\backslash\left\{0
ight\}
ight) אזי תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                        \ln(f\circ\gamma,0)=0 על של על העקיים (פיים ענף של לכל \gamma מסילה מילה אורה אירה ברציפות למקוטעין מתקיים (\log(f) של לכל לכל אורה אורה אירה ברציפות למקוטעין מתקיים (פיים ענף של אור).
                                            (n \ (f \circ \gamma, 0) \in n\mathbb{Z} על על אל מסילה סגורה גזירה ברציפות למקוטעין מתקיים (לככל \gamma, 0) \in \mathfrak{M}על של \sqrt[n]{f}
                                                            rac{dF}{dt}=f אזי F אזי אF\left(t
ight)=\int_{lpha}^{t}f\left(	au
ight)\mathrm{d}	au כך F:\left[lpha,eta
ight]
ightarrow\mathbb{C} אזי א גזירה וכן f\in C\left(\left[lpha,eta
ight],\mathbb{C}
ight) איזי א
                                          . בעלת קדומה \int_{\mathbb{R}} f\left(z\right)\mathrm{d}z=0 סענה: יהי עבורה לכל f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}\right) אזי אזי בעלת קדומה. יהי
                                                   F'=f הולומורפית המקיימת F:D	o\mathbb{C} הולומורפית אזי קיימת המקיימת המקיימת המקיימת ביסק תהא
\int_{\mathbb{R}} f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 אזי סגורה אזי \gamma:[a,b]	o D משפט קושי לדיסק: יהי חנהא דיסק פתוח תהא הולומורפית ותהא הולומורפית ותהא
משפט קושי לדיסק משופר: יהי f:D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}	o\mathbb{C} תהא להיסק תהיו הייו דיסק פתוח הייו חושי דיסק משופר: יהי ביסק משופר הייו חושי הייו
                  \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 מסילה סגורה אזי \gamma:\left[lpha,eta
ight]	o Dackslash\left\{\zeta_{1},\ldots,\zeta_{k}
ight\} ותהא \lim_{z	o\zeta_{i}}\left(z-\zeta_{i}
ight)f\left(z
ight)=0 מתקיים i\in\left[k
ight]
                                                                         n\left(\gamma,a
ight)=n\left(\gamma,b
ight) אזי \gamma עבורן לא נחתכת עם a,b\in\mathbb{C}\backslash\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight) מסילה ויהיו \gamma:\left[lpha,eta
ight]	o\mathbb{C} אבורן
```

```
משפט נוסחת האינטגרל של קושי: יהי f:D	o\mathbb{C} דיסק פתוח תהא \gamma:[lpha,eta]	o D מסילה סגורה תהא דיסק D\subseteq\mathbb{C} הולומורפית ויהי
                                                                                                       n\left(\gamma,a\right)\cdot f\left(a\right)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{f(z)}{z-a}\mathrm{d}z אזי a\in D\backslash\gamma\left(\left[\alpha,\beta
ight]
ight)
      a(a)=rac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f\left(a+re^{it}
ight)\mathrm{d}t אזי אוי הולומורפית הממוצע: יהי a\in\mathbb{C} יהי a\in\mathbb{C} יהי יהי ותהא a\in\mathbb{C}
                      נגדיר n\in\mathbb{N} ויהי arphi\in C\left(\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight),\mathbb{C}
ight) מסילה סגורה תהא \gamma:\left[lpha,eta
ight]	o D ויהי ויהי D\subseteq\mathbb{C} יהי
                                                                                                            .F_{n}\left(z
ight)=\int_{\gamma}rac{arphi\left(\zeta
ight)}{\left(\zeta-z
ight)^{n}}\mathrm{d}\zeta כך F_{n}:Dackslash\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight)
ightarrow\mathbb{C}
                         טענה: יהי arphi\in C\left(\gamma\left([lpha,eta]
ight),\mathbb{C}
ight) מסילה סגורה תהא \gamma:[lpha,eta]	o D ויהי חתהא דיסק פתוח תהא מסילה סגורה מסילה סגורה מסילה מסילה מסילה פתוח תהא
                                                                                                                                                              .רציפה F_n ullet
                                                                                                                                                               .גזירה F_n ullet
                                                                                                                                                      .F'_n = n \cdot F_{n+1} \bullet
                                                                  f \in C^{\infty}(D) אזי הולומורפית הולומורפית פתוח ותהא דיסק פתוח ותהא ביסקנה: יהי D \subseteq \mathbb{C}
  f^{(n)}\left(z
ight)=rac{n!}{2\pi i}\int_{C_{n}}rac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta אאי מסקנה: יהי D\subseteq\mathbb{C} אאי הולומורפית ויהי f:D	o\mathbb{C} הולומורפית ויהי
                                                                מסקנה: יהי D\subseteq \mathbb{C} דיסק פתוח ותהא f:D\to \mathbb{C} בעלת קדומה אזי D\subseteq \mathbb{C} מסקנה:
מסקנה משפט מוררה: יהי\mathcal{L}\subseteq\mathbb{C} תחום ותהא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} עבורה לכל \gamma:[lpha,eta]\to\mathcal{U} מחקנים מוררה: יהי
                                                                                                                          \mathbb{C} פונקציה שלמה: פונקציה הולומורפית על
                                                                                          משפט ליוביל: תהא f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} הלומורפית וחסומה אזי f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C}
                          טענה חסם קושי לנגזרת: יהי D\subseteq\mathbb{C} דיסק פתוח תהא הולומורפית ויהי f:D	o\mathbb{C} מעגל סביב אזי מענה חסם אזיי
                                                                                                                                                  |f^{(n)}(z)| \leq \frac{n! \max_{C_r} |f|}{r^n}
                                                \exists lpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight) = 0 אזי \deg\left(p
ight) \geq 1 עבורו p \in \mathbb{C}\left[x
ight] יהי האלגברה: יהי
                                    . נקודה יחודית/יחודיות/סינגולריות: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה אזי a\in\mathcal{U} עבורה הולומורפית. תהא
g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} נקודת יחודיות סליקה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה אזי של יחודיות של יחודיות של f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C} עבורה קיימת הרחבה הולומורפית
                                                                                                                               \forall z \in \mathcal{U} \setminus \{a\} \ . g(z) = f(z) המקיימת
                           . הרחבה אזי קיימת אזי קיימת הרחבה f:\mathcal{U}\backslash\left\{a\right\}	o\mathbb{C} סליקה עבור סליקה פתוחה ותהא שנות פתוחה מערה: תהא
     (\lim_{z \to a} (z-a) \, f(z) = 0) פתוחה תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} ותהא f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C} ותהא ותהא a \in \mathcal{U} פתוחה תהא שפט:
משפט טיילור: תהא \mathcal{U} = \mathbb{C} פתוחה תהא \mathcal{U} = \mathbb{C} משפט טיילור: תהא n \in \mathbb{N} אזי הולומורפית הא משפט טיילור: תהא משפט טיילור: תהא
                                                                                                  f(z) = \sum_{k=0}^{n-1} rac{f^{(k)}(a)}{k!} (z-a)^k + f_n(z) (z-a)^n עבורה
מתקיים z\in C אזי לכל סביב a מעגל סביב c ויהי n\in\mathbb{N} יהי הולומורפית החל a\in\mathcal{U} מתהא מעגל סביב מתקיים מענה:
                                                                                                                                       .f_n(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\zeta)}{(\zeta - a)^n (\zeta - z)} d\zeta
                                                                f(a)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אזי אזי a\in\mathcal{U} הולומורפית הועה f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום ותהא
n=\min\left\{j\in\mathbb{N}\mid f^{(j)}\left(a
ight)
eq0
ight\} עבורה a\in\mathcal{U} עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי
\overline{B_{r}\left(a
ight)}\subseteq\mathcal{U} אבורו \forall n\in\mathbb{N}.f^{(n)}\left(a
ight)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אבורו הולומורפית תהא \mathcal{U}=\mathbb{C} אבורו למה: יהי
                                                                                                                                                               .f_{\upharpoonright_{B_n(a)}}=0 אזי
                            a\in\mathcal{U} אזי \forall n\in\mathbb{N}.f^{(n)} (a)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אזי הולומורפית הולומורפית תהא \mathcal{U}=\mathbb{C} אזי אזי
                            מסקנה: יהי \mathcal{U} \subset \mathbb{C} אפס אזי הסדר של f \neq 0 הולומורפית עבורה f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} אפס אזי הסדר של \mathcal{U} \subset \mathbb{C}
         \exists r>0. \forall z\in B_r\left(a
ight)\setminus\left\{a\right\}. f\left(z
ight)
eq 0 עבורו איי אפס a\in\mathcal{U} הולומורפית הא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                  . אפס אזי a אפס אזי a\in\mathcal{U} יהי והי עבורה f\neq 0 הולומורפית הוא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אפס אזי אפס מבודד.
על E על g על ביח נניח כי \mathcal{U}=g על נניח כי בעלת נקודת הצטברות האינה f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום תהיינה יהי
                    \mathcal U טענה: יהי \mathcal U = 0 על \mathcal U = 0 אזי f = 0 אזי ענה: יהי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי f = 0 אזי אזי f = 0 אזי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי
                              \mathcal U על f=0 על \gamma אזי על עבורה f:\mathcal U	o\mathbb C על אזי f=0 על יהי יהי יהי מסילה עבורה f:\mathcal U	o\mathbb C על אזי
נקודת קוטב: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום אזי a\in \mathcal{U} יחודית של f:\mathcal{U}\setminus \{a\} 	o \mathcal{C} עבורה f:\mathcal{U}\setminus \{a\} מוגדרת מוגדרת \mathcal{U}\subseteq \mathcal{C} סביבה של מוגדרת קוטב: יהי
                                                                                                                    a-\frac{1}{f}\left(a
ight)=0 וכן aריטב בעלת יחודיות סליקה בי
```

הערה: יהי $u \subseteq \mathcal{U}$ עבורה $u \in \mathcal{U}$ מוגדרת היטב בעלת אוגדרת $u \in \mathcal{U}$ עבורה $u \in \mathcal{U}$ מוגדרת היטב בעלת יהי יהי $u \in \mathcal{U}$ עבורה $u \in \mathcal{U}$ מוגדרת היטב בעלת

aיחודיות סליקה ב־aוכן aוכן aול אזי aיחודית סליקה של יחודיות סליקה של

```
f:\mathcal{U}ackslash\{a\}	o\mathbb{C} של מסדר 1 של מסדר a\in\mathcal{U} תחום אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} קוטב פשוט: יהי
טענה: יהי f_n:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי קיימת f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} אזי קוטב מסדר n\in\mathbb{N} וויהי ויהי n\in\mathbb{N} הולומורפית עבורה עבורה
                                                                                                                                        z \in \mathcal{U} \setminus \{a\} על f(z) = f_n(z)(z-a)^{-n}
               f:\mathcal{U}ackslash E 	o a הינה פוטב של a\in E הינה מרומורפית עבורה הולומורפית אזי בולה אזי E\subseteq\mathcal{U} הינה פונקציה מרומורפית. הינה פונקציה מרומורפית הינה פונקציה מרומורפית הינה פונקציה מרומורפית הינה פוטב של
                                                          . טענה: יהי\mathcal{U}\subseteq \mathbb{C} תחום ותהיינה f,g:\mathcal{U}	o \mathbb{C} הולומורפיות באשר g
eq 0 אזי מרומורפית.
                                                                               מסקנה: יהי g \neq 0 תחום האשר f,g: \mathcal{U} \to \mathbb{C} מסקנה: יהי יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} אזי
                                                                                                                                 \#\{f\} אפסים של \#\{f\} אפסים של אפסים של \#\{f\}
                                                                                                                               \#\left\{g \text{ אפסים של}
ight\} \geq \#\left\{rac{f}{g} \text{ של}
ight\} •
                                                               טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום ותהיינה f,g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} מרומורפיות אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מרומורפיות.
                           f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} יחודיות של מינה סליקה ואינה קוטב של \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} אשר אינה סליקה ואינה קוטב של \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U}
משפט ויירשטראס: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום ותהא a\in \mathcal{U} מחדיות עיקרית של f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} אזי לכל u סביבה של u\in\mathcal{U} משפט ויירשטראס: יהי
                                                                                                                                                                     \mathbb{C}צפופה ב־f\left(\mathcal{O}\setminus\{a\}\right)
                               טענה: יהי אחד מהבאים מתקיים מבודדת של f:\mathcal{U}\setminus\{a\}	o\mathbb{C} אזי מבודדת מבודדת מתקיים מתקיים ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יחודיות מבודדת של
                                                                                                                                                                                        .f = 0 \bullet
\lim_{z \to a} |z-a|^h |f(z)| = \infty מתקיים h < k מתקיים ווכן לכל \lim_{z \to a} |z-a|^h |f(z)| = 0 מתקיים k < h מתקיים k \in \mathbb{Z}
                                                                                                         \lim_{z \to a} |z - a|^h |f(z)| \notin \{0, \infty\} מתקיים h \in \mathbb{R} לכל
סענה: יהי f_n \stackrel{p.w.}{\longrightarrow} f וכן לכל f_n \stackrel{p.w.}{\longrightarrow} f עבורה f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} הולומורפיות ותהא הולומורפיות ענה: יהי
                                                                                                                         f_n' \xrightarrow{p.w.} f' וכן הולומורפית אזי f אזי אזי הולומורפית מתקיים
 \sum_{n=0}^\infty f'_n=f' במ"ש אזי אזי ב\sum_{n=0}^\infty f_n=f עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} במ"ש אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} במ"ש אזי במ"ש
f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}rac{f^{(n)}(a)}{n!}(z-a)^n אזי a\in\mathcal{U} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} משפט טיילור: יהי
                                                                                                                                                                         B_{\sup\{r|B_r(a)\subset\mathcal{U}\}}(a)
עבורה לכל a\in\mathcal{U} קיימת סביבה a\in\mathcal{U} של a\in\mathcal{U} עבורה לכל עבורה לכל a\in\mathcal{U} של אזי a\in\mathcal{U} של אזי a\in\mathcal{U} עבורה לכל עבורה לכל איטית: יהי
                                                                                                                                                        f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (z-a)^n
                                                                           .(אנליטית) אוי f (אוליטית) אוי f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אוי תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} אוי יהי
                                                                                                          \sum_{n=-\infty}^\infty a_n \left(z-c
ight)^n אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} ותהא ותהא c\in\mathbb{C} יהי
טענה: יהי c\in\mathbb{C} ותהא a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי קיימים R_1<|z-c|< R_2 עבורם \sum_{n=-\infty}^\infty a_n\left(z-c\right)^n עבורם R_1,R_2\in\mathbb{R} מתכנס בטבעת a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} וכן
                                                              . מתכנס במ"ש ובהחלט. \sum_{n=-\infty}^{\infty}a_{n}\left(z-c\right)^{n} קומפקטית \mathcal{K}\subseteq\left\{ R_{1}<\left|z-c\right|< R_{2}
ight\} לכל
f(z)=\sum_{n=-\infty}^\infty a_n\,(z-c)^n עבורה a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי קיימת אזי קיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} טבעת תהא טבעת תהא טבעת הוא הולומורפית אזי קיימת
                                                                                                                                                                                                   \mathcal{U}על
a_n=rac{1}{2\pi i}\int_{|\zeta-c|=r}rac{f(\zeta)}{(\zeta-c)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta סענה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} ותהא c\in\mathbb{C} אפס מסדר c\in\mathbb{C} אפס מסדר c\in\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathcal{U} הולומורפית ויהי c\in\mathbb{C} אפס מסדר c\in\mathbb{C} אוזי c\in\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathbb{C} טבעת תהא c\in\mathbb{C} הולומורפית ויהי c\in\mathbb{C} אפס מסדר c\in\mathbb{C}
f(z)=\sum_{n=-m}^\infty a_{n+m}\left(z-c
ight)^n אזי m\in\mathbb{N} קוטב מסדר c\in\mathcal{U} הולומורפית ויהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} טבעת תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} טבעת ער הוא
                                                                    \forall a \in \mathbb{C} \setminus \mathcal{U}. n\left(\gamma,a\right) = 0 מסילה כוויצה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} תחום אזי \gamma מסילה סגורה עבורה
                                                                                             . תחום פשוט קשר: תחום \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} עבורו כל מסילה \gamma סגורה הינה כוויצה
                                                                                                         .(סענה: יהי \mathcal{C}\setminus\mathcal{U} תחום אזי \mathcal{U} פשוט קשר \mathcal{C}\setminus\mathcal{U} קשירה).
וכן קיימת (\gamma_{0}\left(a\right)=\gamma_{1}\left(a\right))\wedge(\gamma_{0}\left(b\right)=\gamma_{1}\left(b\right)) עבורן \gamma_{0},\gamma_{1}:\left[a,b\right]
ightarrow\mathcal{U} תחום אזי מסילות הומוטופיות: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום אזי מסילות הומוטופיות:
                  (\eta\left(t,1\right)=\gamma_{1}\left(t
ight))\wedge\left(\eta\left(t,0\right)=\gamma_{0}\left(t
ight))\wedge\left(\eta\left(b,s\right)=\gamma_{0}\left(b
ight)\right)\wedge\left(\eta\left(a,s\right)=\gamma_{0}\left(a
ight)\right) עבורה \eta\in C\left(\left[a,b\right]	imes\left[0,1\right],\mathcal{U}
ight)
                                                   \gammaטענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום ותהא מסילה סגורה אזי (\gamma כוויצה) מסילה קבועה).
                                       \int_{\mathbb{R}} f(z)\,\mathrm{d}z=0 משפט קושי: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}=\mathcal{U} הולומורפית ותהא \gamma מסילה כוויצה אזי
מסקנה נוסחת האינטגרל של קושי: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מחום תהא \gamma:[lpha,eta]	o D מסילה כוויצה תהא יהי יהי יהי יהי
                                                                                                                    n(\gamma,a)\cdot f(a)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{f(z)}{z-a}\mathrm{d}z איז a\in\mathcal{U}\backslash\gamma\left([\alpha,\beta]\right)
מעגל כוויץ סביב C_r\subseteq D ויהי הולומורפית הולומות תהא תחום תהא תחום תהא מסקנה מסקנה מיסחת מעגל כוויץ סביב אזי תחום תהא
```

טענה: יהי a טבעת סביב \mathcal{U} טבעת סביב a תהא a טבעת סביב \mathcal{U} טבעת סביב a הולומורפית ויהיו $a\in\mathbb{C}$ מעגלים ב־ \mathcal{U}

 $f^{(n)}(z) = \frac{n!}{2\pi i} \int_{C_r} \frac{f(\zeta)}{(\zeta - z)^{n+1}} d\zeta$

 $\int_{C_1} f(z) dz = \int_{C_2} f(z) dz$

```
C טטענה: יהי n (\gamma,a)=1 טבעת סביב n תהא \gamma מסילה חולומורפית תהא n (\gamma,a)=1 טענה: יהי u טענה: יהי u טענה: יהי u טענה טבעת סביב u טענה: יהי u טענה: י
                                                                                                                                                                                                                                                                                                    \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{C}f\left(z
ight)\mathrm{d}z מעגל ב־\mathcal{U} סביב מעגל מעגל
מסקנה: יהי a מעגל ב־\mathcal U טבעת סביב a מסילה סגורה f:\mathcal U	o\mathbb C מסילה סביב \mathcal U טבעת סביב \mathcal U\subseteq\mathbb C מסילה יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    \int_{\gamma} f(z) dz = n(\gamma, a) \cdot \int_{C} f(z) dz
שארית: יהי u\in \mathcal{U} סביב u סביב u סביב u מעגל ב־u ויהי u\in \mathcal{U} מעגל ב־u יחודיות מבודדת של u\in \mathcal{U} ויהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 . Res_a(f) = \frac{1}{2\pi i} \int_C f(z) dz נוספות בתוכו אזי
f(z)-rac{	ext{Res}_a(f)}{z-a} אזי a\in\mathbb{C} טענה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{U} טבעת סביב אזי a\in\mathbb{C} יחודיות מבודדת של a\in\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C} טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       \mathcal{V}בעלת קדומה ב-
```

 $\operatorname{Res}_a(f)=0$ אזי $f:\mathcal{U}ackslash\{a\} o\mathbb{C}$ טענה: יהי $a\in\mathbb{C}$ אזי $a\in\mathbb{C}$ אזי מענה: יהי $\sum_{n=-\infty}^\infty a_n \left(z-c
ight)^n$ טבעת סביב $\mathcal{V}\subseteq\mathcal{U}$ עהא $f:\mathcal{U}\setminus\{c\} o\mathbb{C}$ יחודיות מבודדת של $c\in\mathbb{C}$ יחודיות מבודדת של $\operatorname{Res}_a\left(f\right)=a_{-1}$ אזי \mathcal{V} ב־לורן של

 $\operatorname{Res}_a(f) = \lim_{z \to a} (z-a) \, f(z)$ אזי $f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C}$ סענה: יהי $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$ תחום יהי $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$ קוטב פשוט מבודד של $\gamma:[c,d] o\mathcal{U}ackslash E$ משפט השאריות: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא בת מנייה לכל היותר תהא בת מנייה לכל תחום תהא בת מנייה לכל היותר תהא $-\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\sum_{a\in E}n\left(\gamma,a
ight)\cdot\mathrm{Res}_{a}\left(f
ight)$ אזי \mathcal{U} כיווצה ב־

 $\mathrm{ord}_f\left(a
ight)$ סימון: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ תחום תהא $\mathcal{U}=\mathcal{U}$ הולומורפית ויהי $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ תחום תהא

 $\mathrm{ord}_f\left(a
ight)$ הינו $a\in\mathcal{U}$ אזי סדר $a\in\mathcal{U}$ אוי סדר $a\in\mathcal{U}$ הינו יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ יהי

משפט $\gamma:[c,d] o \mathcal{U}\setminus\{f$ מסילה אפסים וקטבים א $f:\mathcal{U} o \mathbb{C}$ מחום תהא תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq \mathbb{C}$ מיהי משפט עקרון הארגומנט: יהי $.\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{f'(z)}{f(z)}\mathrm{d}z=\sum_{a\in\{f\$ אזי \mathcal{U} אזי \mathcal{U}

 $\exists z \in \mathbb{C}. \ (n(\gamma,z)=1) \Longleftrightarrow (z \in \Omega)$ עבורה אזי $\Omega \subseteq \mathcal{U}$ עבורה מסילה עחום ותהא עוב תחום ותהא עבורה עבוצה: יהי משפט רושה: יהי $\mathcal{U}\subseteq \mathcal{U}$ תחום תהא γ כוויצה עבורה γ ותהיינה עבורה עבורה γ ותהיינה תהא על בו γ ותחימת על ידי ותהיינה משפט רושה: יהי $\#\{\Omega$ ב של g אפסים של g $\#\{\Omega$ ב ב־g אזי $\forall z\in \gamma\left([a,b]\right)$. $\|f\left(z\right)-g\left(z\right)\|<\|f\left(z\right)\|$ אפסים של $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{C}$ תחום סוב: קבוצה מקוטעין המקוטעין המקיימות ארות מסילות ארות מסילות קיימות עבורה קיימות עבורה קיימות מסילות ארות מסילות ארות מסילות מקוימות מסילות מס $\forall j \in [n] \ \forall t \in \text{Dom}(\gamma_j) \ \exists \varepsilon > 0 \ \gamma_j(t) \cdot i \cdot \varepsilon \in G$

 $\int_{\partial G} f(z)\,\mathrm{d}z=0$ אזי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ הולומורפית אזי $G\subseteq\mathcal{U}$ תחום יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ יהי משפט עקרון המקסימום: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{U}$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$ הולומורפית תהא $a\in\mathcal{U}$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ עבורם $B_r(a)\subseteq\mathcal{U}$ וכן אזי f קבועה. $|f(a)| = \max_{z \in \overline{B}_r(a)} |f(z)|$

 $f:\mathcal{U} o\mathbb{C}$ תחום ותהא $\mathcal{U}\subset\mathbb{C}$ הולומורפית התב"ש

- . חסרת מקסימום מקומי |f|
- $(\mathcal{U}$ רם מקסימום ב־|f| חסרת חסרת (f
- $\partial\overline{\mathcal{U}}$ מתקבל ב־ $\max_{z\in\overline{\mathcal{U}}}|f\left(z
 ight)|$ רציפה אזי $f:\overline{\mathcal{U}} o\mathbb{C}$ מתקבל ב-

מסקנה עקרון המינימום: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{U}$ תחום תהא $f:\mathcal{U} o\mathbb{C}$ הולומורפית תהא ויהי $f:\mathcal{U} o\mathbb{C}$ עבורם $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$ וכך . אזי f קבועה $0 < |f(a)| = \min_{z \in \overline{B}_n(a)} |f(z)|$

מסקנה הלמה של שוורץ: תהא $f\left(0
ight)=0$ חולומורפית עבורה $f\left(0
ight)=0$ מסקנה הלמה של שוורץ: תהא

- $\forall z \in B_1(0) . |f(z)| \leq |z| \bullet$
 - $|f'(0)| \le 1 \bullet$
- $.f\left(z\right)=e^{i\alpha}z$ עבורו אזי קיים אזי אזי $\left|f\left(a\right)\right|=\left|a\right|$ עבורה עבורה $a\in B_{1}\left(0\right)\setminus\left\{ 0\right\}$ עבורו נניח כי קיימת

משפט ההעתקה הפתוחה: תהא $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$ פתוחה ותהא הולומורפית לא קבועה אזי $f:\mathcal{U} \to \mathbb{C}$ פתוחה.

.(ad-bc=0) \Longleftrightarrow (סענה: יהיו $a,b,c,d\in\mathbb{C}$ אזי $a,b,c,d\in\mathbb{C}$

 $f(z) = \frac{az+b}{cz+d} ~$ המוגדרת $f:\mathbb{C}\setminus\left\{-\frac{d}{c}\right\} \to \mathbb{C}$ אזי $ad-bc\neq 0$ אזי $a,b,c,d\in\mathbb{C}$ המוגדרת $a,b,c,d\in\mathbb{C}$ העתקת מוביוס: יהיו $a,b,c,d\in\mathbb{C}$ עבורן $a,b,c,d\in\mathbb{C}$ אזי $ad-bc\neq 0$ אזי $ad-bc\neq 0$ אזי $ad-bc\neq 0$ המקיימת $a,b,c,d\in\mathbb{C}$ הרחבת העתקת מוביוס: יהיו $a,b,c,d\in\mathbb{C}$ עבורן $a,b,c,d\in\mathbb{C}$ אזי $ad-bc\neq 0$ אזי $ad-bc\neq 0$

. טענה: תהא $\hat{\mathbb{C}} \to \hat{\mathbb{C}}$ העתקת מוביוס אזי $f:\hat{\mathbb{C}} \to \hat{\mathbb{C}}$ עועל.

עבורה $f:\mathbb{C} \to \mathbb{C}$ עבורה אלמנטרית:

- $\exists \lambda \in \mathbb{R}_{>0}. f(z) = \lambda z$:מתיחה
- $\exists \theta \in (-\pi,\pi] . f(z) = e^{i\theta}z$ סיבוב:

- $\exists a \in \mathbb{C}. f\left(z\right) = z + a$:הוזה
 - $.f\left(z
 ight) =rac{1}{z}$:היפוך

 $f=g_1\circ\ldots\circ g_n$ אלמנטריות עבורן $g_1,\ldots,g_n:\mathbb{C} o\mathbb{C}$ העתקת מוביוס אזי קיימות $f:\mathbb{C} o\mathbb{C}$ העתקת מוביוס אלמנטריות עבורן מעגל הישר.

טענה: תהא $f\left(A
ight)$ אזי אויהי ויהי ויהי העתקת מוביוס העתקת $f:\mathbb{C}
ightarrow \mathbb{C}$ מעגל מוכלל.

 $f\left(\infty
ight)=c$ וכן $f\left(1
ight)=b$ וכן $f\left(0
ight)=a$ אונות אזי קיימת ויחידה $f:\hat{\mathbb{C}}\to\hat{\mathbb{C}}$ העתקת מוביוס עבורה $a,b,c\in\hat{\mathbb{C}}$ וכן $a,b,c\in\hat{\mathbb{C}}$ מסקנה: יהיו $A,B\subseteq\mathbb{C}$ מסקנה: יהיו $A,B\subseteq\mathbb{C}$ מעגלים מוכללים אזי קיימת $f:\hat{\mathbb{C}}\to\hat{\mathbb{C}}$ העתקת מוביוס עבורה

בונוסים

 $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$ איזי $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$ מטריצת השכנויות: יהי G גרף על G קודקודים אזי $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$ המקיים

 $\operatorname{spec}(A)\subseteq\mathbb{R}$ טענה: יהי A גרף A־רגולרי אזי A לכסינה וכן G טענה: יהי A גרף A-רגולרי ויהי A איז $A\in\operatorname{spec}(A)$

 $.(r_q\left(k
ight)=1)\Longleftrightarrow$ משפט: יהי G גרף גרף אזי (משפט: יהי G גרף אזי (משפט: יהי

 \mathbb{C} ב-ב אינה f אינה $\forall z\in\mathbb{C}.f\left(z\right)^{2}=z$ המקיימת המקיימת ההא לינה אינה $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$

 $\exists \alpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight)=0$ אזי $\deg\left(p
ight)\geq 1$ עבורו $p\in\mathbb{C}\left[x
ight]$ אפט המשפט היסודי של האלגברה: יהי $p\left(z
ight)=a\prod\left(z-a_{i}
ight)^{\ell_{i}}$ וכן $\deg\left(p
ight)=k$ אוי עבורו $p\in\mathbb{C}\left[x
ight]$ אזי של פולינום: יהי יהי $p\left(z
ight)=a$ עבורו

 ℓ_i אפס אזי $p(z)=a\prod (z-a_i)^{\ell_i}$ וכן וכן $\deg(p)=k$ עבורו אפס איי יהי והי פולינום: יהי

 $k \in \operatorname{spec}(A)$ טענה: יהי G גרף גרף אזיר

```
rac{p}{q} אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] פונקציה רציונלית: יהיו
                                                                                                            \operatorname{ord}\left(rac{p}{q}
ight)=\max\left\{\deg\left(p
ight),\deg\left(q
ight)
ight\} אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] יהיו
                                                                                                                                                                                                                אזי a\in\mathbb{C} יהים ויהי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי
                                                                                                                                                                                                     m מסדר q אפס של של \frac{p}{q}: אפס של m מסדר \bullet
                                                                                                                                                                                                      m אפס מסדר p אפס של של m מסדר p
                                                                                                                                                                                                                                             הגדרה: יהיו p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] זרים אזי
                                                                                                                                      \deg(p)-\deg(q) אזי מטדר איי \deg(p)>\deg(q) אם איי \deg(p)>\deg(q) . \deg(q)-\deg(p) מטדר \deg(q)-\deg(p) אזי \gcd(q) אמי \deg(p)<\deg(q)
                                                                                                                                               כך f:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} כד לפונקציה לפונקציה f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית אזי נרחיבה לפונקציה
                                                                                                                                                                                                                 f(z)=\infty יהי z\in\widehat{\mathbb{C}} קוטב של z\in\widehat{\mathbb{C}} יהי
                                                                                                                                                                                                                  f\left(\infty
ight)=0 נניח כי \infty אפס של f אזי \bullet
                                          . המקדמים אינו אפס אינו הפולינומים המקדמים באשר a_n,b_nבאשר באינו אפס אינו קוטב אינו המפרf\left(\infty\right)=\frac{a_n}{b_n} אינו אפס אינו קוטב אינו המקדמים המחבילים המחבילים אינו אפס אינו המחבילים אינו המחבילים אינו המחבילים אינו אפס אינו המחבילים אונו המונו המחבילים אונו המחבילים אונו המחבילים אונו המחבילים אונו המחבי
                                                                                                      \operatorname{ord}(f)=\#\left\{f
ight. סענה: תהאf:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} רציונלית אזי f:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} סענה: תהא
                                                                                                                                                                                                        טענה: תהא a\in \hat{\mathbb{C}} יהיונלית ויהי f:\widehat{\mathbb{C}} 	o \widehat{\mathbb{C}} אזי
                                                                                                                                                                                                               .(\lim_{z\to a} f(z) = 0) (f אפס של a) •
                                                                                                                                                                                                          (\lim_{z\to a} f(z) = \infty) \iff (f \neq a) \bullet
                                                                                                                                                                                                     אזי a\in \hat{\mathbb{C}} אזי f:\widehat{\mathbb{C}}	o \widehat{\mathbb{C}} אזי מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                              (k מסדר \frac{1}{f} אפס של \frac{1}{f} מסדר (k) מסדר (k) מסדר (k)
                                                                                                                                                                           (k \ \text{מסדר} \ \frac{1}{f}) קוטב של \frac{1}{f} מסדר (k \ \text{מסדר} \ f) מסדר (k \ \text{מסדר} \ f)
 משפט פירוק חופשי וכן h:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} רציונלית אזי קיים ויחיד ויחיד g\in\mathbb{C}\left[x
ight] ללא קוטב רציונלית אזי קיים ויחיד אזי קיים ויחיד ויחיד וכן ההא
                                                                                                                                                                                                                                                                       f = q + h ב־\infty עבורן
g_\infty=g פירוק סינגולרי אזי f=g+h רציונלית ויהי f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} תהא f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} החלק הסינגולרי ב־\infty: תהא f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} רציונלית נסמן f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} ויהי f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} פירוק סינגולרי אזי f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} החלק הסינגולרי ב־\alpha: תהא f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} תהא
                                                            g_lpha\left(lpha
ight)=\infty וכן \hat{\mathbb{C}}\setminus\{lpha\} טענה: תהא שנה בעלת אזי קוטב אזי a\in\hat{\mathbb{C}} והי ויהי ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C}
                                                                                                                   lphaמסקנה: תהא f-g_lpha חסרת ויהי lpha\in\mathbb{C} היהי רציונלית ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C}
 משפט פירוק לשבריים חלקיים: תהא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית עם פירוק סינגולרי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי קיים אזי קיים
                                                                                                                                                                                                                             .f = (g+c) + \sum_{k=1}^n g_{\alpha_k}עבורו c \in \mathbb{C}
                                                                                                                                                                                                           S=(0,0,-1) את \mathbb{R}^3הקוטב הדרומי: נסמן ב
                                                        T(x+iy)=\left(rac{2x}{x^2+y^2+1},rac{2y}{x^2+y^2+1},rac{1-x^2-y^2}{x^2+y^2+1}
ight) כך T:\mathbb{C}	o\mathbb{S}^2\setminus\{S\} כדיר מהדרום: נגדיר את \mathbb{C} להיות שני הצירים הראשונים אזי \mathbb{C} מגדיר את \mathbb{C} להיות שני הצירים הראשונים אזי \mathbb{C}
                                                                            p\left(x+iy
ight)=e^{i(x+iy)} ביפה כך p:\left[-rac{W}{2},rac{W}{2}
ight]	imes\left[-\infty,\infty
ight]	o\mathbb{S}^2ackslash\left\{N,S
ight\} היטל מרקטור: נגדיר
                                                                                                                                                                                                                                      טענה: p_{\lceil \left(-\frac{W}{2}, \frac{W}{2} \rceil \times [-\infty, \infty]
ight.} חח"ע ועל.
                                                                       . פונפורמית: \mathcal{D}_f\left(a
ight) כי מתקיים לכל לכל עבורה לכל דיפרנציאבילית דיפרנציאביל f:\mathbb{R}^2 	o \hat{\mathbb{R}}^2 מתקיים כי
```

פונקציה קונפורמית: $f:\mathbb{R}^2 o \mathbb{S}^2$ דיפרנציאבילית עבורה לכל $p\in\mathbb{R}^2$ קיימת $f:\mathbb{R}^2 o \mathbb{S}^2$ עבורה $f:\mathbb{R}^2 o \mathbb{S}^2$. $\mathcal{D}_f(p)=\begin{pmatrix} a & f_2(p)c-f_3(p)b \\ b & f_3(p)a-f_1(p)c \\ c & f_1(p)b-f_2(p)a \end{pmatrix}$

$$\mathcal{D}_f(p) = \begin{pmatrix} a & f_2(p)c - f_3(p)b \\ b & f_3(p)a - f_1(p)c \\ c & f_1(p)b - f_2(p)a \end{pmatrix}$$

. קונפורמית, T קונפורמית p קונפורמית.

מסקנה: $T \circ p$ קונפורמית.

 $.lpha_T\left(p
ight)=\left\|rac{\partial T}{\partial x}\left(p
ight)
ight\|\left\|rac{\partial T}{\partial y}\left(p
ight)
ight\|$ אזי $p\in\mathbb{R}^2$ איז $lpha_T\left(x,y
ight)=rac{4}{(1+x^2+y^2)^2}$ אזי $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ טענה: תהא

. עבורה $\gamma_{\restriction(a,b]},\gamma_{\restriction[a,b)}$ חח"ע. עבורה מסילה מסילה מסילה מסילה מסילה

משפט ז'ורדן: תהא $\Omega_1,\Omega_2\subseteq\mathbb{C}ackslash\gamma([a,b])$ מסילתית עבורם מסילתית מסילה מסילתית מסילתית ימים א'ורדן: מסילתית מסילתית מסילתית עבורם . וכן Ω_1 אינו חסום Ω_1 וכן $\Omega_1 \uplus \Omega_2 = \mathbb{C} \backslash \gamma\left([a,b]\right)$

. $\mathrm{Vol}\left(\Omega
ight)=rac{1}{2}\int_{\gamma}x\mathrm{d}y-rac{1}{2}\int_{\gamma}y\mathrm{d}x$ מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי Ω התחום הכלוא על ידי γ אזי מתקיים מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי . Vol $(\Omega)=-rac{i}{2}\int_{\gamma}\overline{z}\mathrm{d}z$ אזי אזי איז משפט: תהא γ משפט: תהא מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי

 $\int_0^{2\pi} \left(\cos\left(t
ight)
ight)^{2n} \mathrm{d}t = rac{2\pi}{4^n} \cdot \binom{2n}{n}$ טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי מתקיים

 $a+d\mathbb{Z}$ אזי $d\in\mathbb{N}_+$ ויהי ויהי $a\in\mathbb{Z}$ אזי

 $\mathbb{Z}=\biguplus_{k=1}^n (a_k+d_k\mathbb{Z})$ שונים עבורם $d_1\dots d_n\in\mathbb{N}_+$ ולא קיימים $a_1\dots a_n\in\mathbb{Z}$ שונים עבורם $n\in\mathbb{N}$

טענה: יהי \leq יחס סדר מלא על \mathbb{C} אזי אזי שדה סדור. טענה: יהי