

הצפנה סימטרית: תהיינה $\mathcal{M}, \mathcal{K}, \mathcal{C}$ קבוצות סופיות תהא $E : \mathcal{K} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{C}$ ותהא $D : \mathcal{K} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{M}$ אזי $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, E, D)$ המקיימת

• שלמות: לכל $k \in \mathcal{K}$ ולכל $m \in \mathcal{M}$ מתקיים $D(k, E(k, m)) = m$.

מרחב המפתחות בהצפנה סימטרית: תהא $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, E, D)$ הצפנה סימטרית אזי \mathcal{K} .

מרחב ההודעות בהצפנה סימטרית: תהא $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, E, D)$ הצפנה סימטרית אזי \mathcal{M} .

מרחב הקידודים/ההצפנות בהצפנה סימטרית: תהא $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, E, D)$ הצפנה סימטרית אזי \mathcal{C} .

פונקציית הצפנה סימטרית: תהא $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, E, D)$ הצפנה סימטרית אזי E .

סימון: תהא $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, E, D)$ הצפנה סימטרית יהי $k \in \mathcal{K}$ ויהי $m \in \mathcal{M}$ אזי $E_k(m) = E(k, m)$.

פונקציית פענוח סימטרית: תהא $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, E, D)$ הצפנה סימטרית אזי D .

סימון: תהא $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, E, D)$ הצפנה סימטרית יהי $k \in \mathcal{K}$ ויהי $c \in \mathcal{C}$ אזי $D_k(c) = D(k, c)$.

הערה: מכאן והלאה נסמן הצפנה סימטרית בעזרת (E, D) ונניח כי $\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}$ ידועים.

סימון: יהיו $n, m \in \mathbb{N}_+$ נגדיר $\mathbb{Z}_n^{\leq m} = \bigcup_{i=0}^m \mathbb{Z}_n^i$.

צופן קיסר: יהיו $n, m \in \mathbb{N}_+$ נגדיר $E, D : \mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_n^{\leq m} \rightarrow \mathbb{Z}_n^{\leq m}$ כך

• $i \in [|x|]$ לכל $(E_k(x))_i = (x_i + k) \% n$

• $i \in [|c|]$ לכל $(D_k(c))_i = (c_i - k) \% n$

טענה: יהיו $n, m \in \mathbb{N}_+$ אזי צופן קיסר הינה הצפנה סימטרית.

צופן הצבה: יהיו $n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ ותהיינה $f_1, \dots, f_n! : [n] \rightarrow [n]$ הפיכות שונות נגדיר $E, D : [n!] \times \mathbb{Z}_{n-1}^{\leq m} \rightarrow \mathbb{Z}_{n-1}^{\leq m}$ כך

• $i \in [|m|]$ לכל $(E_k(x))_i = f_k(x_i)$

• $i \in [|c|]$ לכל $(D_k(c))_i = f_k^{-1}(c_i)$

טענה: יהיו $n, m \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ ותהיינה $f_1, \dots, f_n! : [n] \rightarrow [n]$ הפיכות שונות אזי צופן הצבה הינה הצפנה סימטרית.

צופן ויז'נר: יהיו $n, m \in \mathbb{N}_+$ נגדיר $E, D : \mathbb{Z}_n^m \times \mathbb{Z}_n^m \rightarrow \mathbb{Z}_n^m$ כך

• $i \in [|x|]$ לכל $(E_k(x))_i = (x_i + k_i) \% n$

• $i \in [|c|]$ לכל $(D_k(c))_i = (c_i - k_i) \% n$

התקפה גנרית: תהא (E, D) הצפנה סימטרית תהא $\mu : \mathcal{M} \rightarrow [0, 1]$ התפלגות שכיחויות המילים יהי $k' \in \mathcal{K}$ ותהא $m' \in \mathcal{M}$ נגדיר

אזי $c = E_{k'}(m')$

function GenericAttack($(E, D), \mu, c$):

$\ell \leftarrow \mathcal{M}$

$p \leftarrow [0, 1]$

for $k \leftarrow \mathcal{K}$ **do**

$m \leftarrow D(k, c)$

if $\mu(m) > p$ **then** $(\ell, p) \leftarrow (m, \mu(m))$

end

return ℓ

סימון: תהא Ω קבוצה סופית תהא $\mu : \Omega \rightarrow [0, 1]$ התפלגות אזי $\mathbb{P}_{a \leftarrow \mu}(a) = \mu(a)$.

סימון: תהא Ω קבוצה סופית אזי $\mathbb{P}_{a \leftarrow \Omega}(a) = \frac{1}{|\Omega|}$.

הצפנה סימטרית בעלת סודיות מושלמת: הצפנה סימטרית (E, D) עבורה לכל התפלגות $\mu : \mathcal{M} \rightarrow [0, 1]$ לכל $a \in \mathcal{M}$ ולכל $c \in \mathcal{C}$

מתקיים $\mathbb{P}_{m \leftarrow \mu}(m = a) = \mathbb{P}_{(m, k) \leftarrow (\mu, \mathcal{K})}(m = a \mid c = E_k(m))$.

הצפנה סימטרית בעלת חוסר הבחנה מושלם: הצפנה סימטרית (E, D) עבורה לכל $a, b \in \mathcal{M}$ ולכל $c \in \mathcal{C}$ מתקיים

$\mathbb{P}_{k \leftarrow \mathcal{K}}(E_k(a) = c) = \mathbb{P}_{k \leftarrow \mathcal{K}}(E_k(b) = c)$

משפט: תהא (E, D) הצפנה סימטרית אזי (E, D) בעלת סודיות מושלמת $\iff (E, D)$ בעלת חוסר הבחנה מושלם.

צופן פנקס חד-פעמי: יהי $n \in \mathbb{N}$ נגדיר $E, D : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$ כך

• $E_k(m) = m \oplus k$

• $D_k(c) = c \oplus k$

משפט: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי צופן פנקס חד-פעמי הינה הצפנה סימטרית בעלת סודיות מושלמת.

משפט שאנון: תהא (E, D) הצפנה סימטרית בעלת סודיות מושלמת אזי $|\mathcal{M}| \leq |\mathcal{K}|$.

טענה: יהי $m \in \mathbb{N}_+$ אזי צופן קיסר n הינה הצפנה סימטרית בעלת סודיות מושלמת.

משחק חוסר ההבחנה: יהיו \mathcal{W}, \mathcal{A} שחקנים אזי

```

game IndistinguishabilityGame( $(E, D), \mathcal{W}, \mathcal{A}$ ):
   $\mathcal{A}$  chooses messages  $m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ 
   $\mathcal{W}$  samples key  $k \leftarrow \mathcal{K}$ 
   $\mathcal{W}$  samples bit  $b \leftarrow \{0, 1\}$ 
   $\mathcal{W}$  sends  $E(k, m_b)$  to  $\mathcal{A}$ 
   $\mathcal{A}$  prints a bit  $b'$ 
  if  $b' = b$  then
    return  $\mathcal{A}$  won
  return  $\mathcal{A}$  lost

```

משפט: תהא (E, D) הצפנה סימטרית אזי (E, D) בעלת חוסר הבחנה מושלם $\iff (\mathbb{P}(\mathcal{A} = \frac{1}{2}) = \frac{1}{2})$ מנצחת במשחק חוסר ההבחנה (\mathbb{P}) .
יריב: משפחת מעגלים בוליאניים \mathcal{A} .

סימון: $\hat{\mathbb{N}} = \mathbb{N} \cup \{\infty\}$.

יריב בעל כוח חישוב: תהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ אזי יריב \mathcal{A} עבורו $\text{Size}(\mathcal{A}) = \mathcal{O}(t(n))$.

סימון: יהי \mathcal{A} יריב ותהינה X, Y התפלגויות על $\{0, 1\}^*$ אזי $\Delta_{\mathcal{A}}(X, Y) = |\mathbb{P}_{x \leftarrow X}(\mathcal{A}(x) = 1) - \mathbb{P}_{y \leftarrow Y}(\mathcal{A}(y) = 1)|$.

התפלגויות בלתי ניתנות להבחנה (בנ"ל): יהי $\varepsilon \geq 0$ ותהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ אזי התפלגויות X, Y מעל $\{0, 1\}^*$ עבורן לכל יריב \mathcal{A} בעל כוח חישוב t מתקיים $\Delta_{\mathcal{A}}(X, Y) \leq \varepsilon$.

סימון: יהי $\varepsilon \geq 0$ ותהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ ותהינה X, Y התפלגויות בנ"ל אזי $X \approx_{t, \varepsilon} Y$.

סימון: תהא X התפלגות על $\{0, 1\}^*$ ותהא $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ אזי $f(X)$ הינה התפלגות על $\{0, 1\}^*$ באשר $f(X)(c) = \mathbb{P}_{x \leftarrow X}(f(x) = c)$.

הצפנה סימטרית בעלת סודיות חישובית: יהי $\varepsilon \geq 0$ ותהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ אזי הצפנה סימטרית (E, D) עבורה לכל $m, m' \in \mathcal{M}$ בעלי אורך שווה מתקיים $E(K, m) \approx_{t, \varepsilon} E(K, m')$.

טענה: תהא (E, D) הצפנה סימטרית אזי (E, D) בעלת סודיות מושלמת $\iff (E, D)$ בעלת סודיות חישובית $(\infty, 0)$.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $U_n = U(\{0, 1\}^n)$.

גנרטור פסודאו אקראי (PRG): יהי $\varepsilon \geq 0$ ותהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ ויהיו $\ell, n \in \mathbb{N}$ באשר $\ell > n$ אזי $G : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^\ell$ ניתנת לחישוב בזמן פולינומי עבורה $G(\{0, 1\}^n) \approx_{t, \varepsilon} U_\ell$.

טענה: אם $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ אזי לכל $\ell, n \in \mathbb{N}$ באשר $\ell > n$ לא קיים גנרטור פסודאו אקראי.

צופן פנקס חד-פעמי חישובי: יהיו $n, \ell \in \mathbb{N}$ ויהי $G : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^\ell$ גנרטור פסודאו אקראי (t, ε) נגדיר $E, D : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^\ell \rightarrow \{0, 1\}^\ell$ כך

$$E_k(m) = m \oplus G(k) \quad \bullet$$

$$D_k(c) = c \oplus G(k) \quad \bullet$$

טענה: יהיו $n, \ell \in \mathbb{N}$ יהי $G : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^\ell$ גנרטור פסודאו אקראי (t, ε) תהא E צופן פנקס חד-פעמי חישובי ויהי $m \in \{0, 1\}^\ell$ אזי $E(\{0, 1\}^n, m) \approx_{t, \varepsilon} U_\ell$.

משפט: יהיו $n, \ell \in \mathbb{N}$ ויהי $G : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^\ell$ גנרטור פסודאו אקראי (t, ε) אזי צופן פנקס חד-פעמי חישובי הינה בעלת סודיות חישובית $(t - \ell, 2\varepsilon)$.

טענה: יהי $\varepsilon \geq 0$ ותהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ ותהינה X, Y התפלגויות עבורן $X \approx_{t, \varepsilon} Y$ ותהא $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ אזי $f(X) \approx_{t - \text{Size}(f), \varepsilon} f(Y)$.

טענה: יהיו $\varepsilon, \delta \geq 0$ ותהינה $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ ותהינה X, Y, Z התפלגויות עבורן $X \approx_{t, \varepsilon} Y$ וכן $Y \approx_{t, \delta} Z$ אזי $X \approx_{t, \varepsilon + \delta} Z$.

טענה: יהיו $\varepsilon \geq 0$ ותהינה $t, s : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ ותהינה X, Y, Z התפלגויות עבורן $X \approx_{t, \varepsilon} Y$ וכן $Y \approx_{s, \varepsilon} Z$ אזי $X \approx_{\min(t, s), \varepsilon} Z$.

מסקנה: יהיו $\varepsilon, \delta \geq 0$ ותהינה $t, s : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ ותהינה X, Y, Z התפלגויות עבורן $X \approx_{t, \varepsilon} Y$ וכן $Y \approx_{s, \delta} Z$ אזי $X \approx_{\min(t, s), \varepsilon + \delta} Z$.

סימון: תהא (E, D) הצפנה סימטרית יהי $x \in \mathcal{M}^n$ ויהי $k \in \mathcal{K}$ אזי $E(k, x) = \begin{pmatrix} E(k, x_1) \\ \vdots \\ E(k, x_n) \end{pmatrix}$.

הצפנה סימטרית בעלת סודיות חישובית למספר הודעות: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ יהי $\varepsilon \geq 0$ ותהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ אזי הצפנה סימטרית (E, D) עבורה לכל $x, y \in \mathcal{M}^n$ באשר $|x_i| = |y_i|$ לכל $i \in [n]$ מתקיים $E(K, x) \approx_{t, \varepsilon} E(K, y)$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ יהי $\varepsilon \geq 0$ ותהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ אזי לא קיימת הצפנה סימטרית בעלת סודיות חישובית למספר הודעות.

צופן זרם סינכרוני: תהיינה $\mathcal{M}, \mathcal{K}, \mathcal{C}, \mathcal{L}$ קבוצות סופיות תהא $G : \mathcal{K} \rightarrow (\mathbb{N} \rightarrow \mathcal{L})$ ותהא $E : \mathcal{L} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{C}$ ותהא $D : \mathcal{L} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{M}$ באשר E, D מקיימות שלמות אזי $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, \mathcal{L}, E, D, G)$.
מרחב הצפנים: יהי $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, \mathcal{L}, E, D, G)$ צופן זרם סינכרוני אזי \mathcal{L} .
גנרטור צפנים: יהי $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, \mathcal{L}, E, D, G)$ צופן זרם סינכרוני אזי G .
צופן זרם סינכרוני/עצמית/אסינכרוני: תהיינה $\mathcal{M}, \mathcal{K}, \mathcal{C}, \mathcal{L}$ קבוצות סופיות תהא $G : \mathcal{K} \rightarrow (\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L})$ ותהא $E : \mathcal{L} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{C}$ ותהא $D : \mathcal{L} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{M}$ באשר E, D מקיימות שלמות אזי $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, \mathcal{L}, E, D, G)$.
מרחב הצפנים: יהי $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, \mathcal{L}, E, D, G)$ צופן זרם אסינכרוני אזי \mathcal{L} .
גנרטור צפנים: יהי $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C}, \mathcal{L}, E, D, G)$ צופן זרם אסינכרוני אזי G .
אוגר הזהב בעל משווא ליניארי (LFRS): יהי $L \in \mathbb{N}_+$ יהי $c \in \{0, 1\}^L$ באשר $c_L = 1$ ויהיו s_0, \dots, s_{L-1} אזי $s_j = \bigoplus_{i=1}^L c_i s_{j-i}$ לכל $j \geq L$.
טענה: יהי $L \in \mathbb{N}_+$ יהי $c \in \{0, 1\}^L$ באשר $c_L = 1$ אזי LFRS הינו גנרטור צפנים בצופן זרם אסינכרוני.
גנרטור צפנים RC4: יהי $k \in \{0, 1\}^{256}$ אזי

```
function RC4(k):
  (j, i) ← 0
  S ← Id{0...255}
  for i ← [0...255] do
    j ← (j + Si + ki) mod 256
    (Si, Sj) ← (Sj, Si)
  end
  return function RC4Inner(S):
    i ← (i + 1) mod 256
    j ← (j + Si) mod 256
    (Si, Sj) ← (Sj, Si)
    r ← (Si + Sj) mod 256
    return Sr
```

טענה: RC4 הינו גנרטור צפנים בצופן זרם אסינכרוני.

משפט: יהי $\varepsilon \geq 0$ תהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ ותהא (E, D) הצפנה סימטרית אזי $((t, \varepsilon)) \iff$ (לכל יריב \mathcal{A} בעל כוח חישוב t מתקיים $\leq \frac{1}{2} + \varepsilon$ מנצחת במשחק חוסר ההבחנה) (\mathbb{P}) .
משחק חוסר ההבחנה תחת התקפת גלוי-נבחר (Chosen plaintext attack): יהי $n \in \mathbb{N}$ ויהיו \mathcal{W}, \mathcal{A} שחקנים אזי

```
game CPA((E, D), W, A):
  W samples key k ← K
  for i ∈ [1...n] do
    A chooses message xi ∈ M
    W sends Ek(xi) to A
  end
  A chooses messages m0, m1 ∈ M
  W samples bit b ← {0, 1}
  W sends Ek(mb) to A
  A prints a bit b'
  if b' = b then
    return A won
  return A lost
```

הצפנה סימטרית בעלת סודיות תחת התקפת גלוי-נבחר: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי הצפנה סימטרית (E, D) עבורה לכל יריב \mathcal{A} בעל כוח חישוב t מתקיים $\leq \frac{1}{2} + \varepsilon$ מנצחת במשחק חוסר ההבחנה תחת התקפת גלוי-נבחר (\mathbb{P}) .
משפט: יהי $n \in \mathbb{N}$ יהי $\varepsilon \geq 0$ תהא $t : \mathbb{N} \rightarrow \hat{\mathbb{N}}$ ותהא (E, D) הצפנה סימטרית בעלת סודיות (t, ε) תחת התקפת גלוי-נבחר אזי (E, D) בעלת סודיות חישובית (t, ε) למספר הודעות.
צופן רנדומלי גנרי: יהי $n \in \mathbb{N}$ ותהא $F : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n$ הפיכה אזי נגדיר $E : \emptyset \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n$ ונגדיר $D : \emptyset \times (\{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n) \rightarrow \{0, 1\}^n$ כך

- $r \leftarrow \{0,1\}^n$ עבור $E(m) = (r, F(r \oplus m))$

- $D((r, c)) = r \oplus F^{-1}(c)$

משפט: יהי $n \in \mathbb{N}$ ותהא $F : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ אקראית אזי צופן רנדומלי גנרי הינו בעל סודיות (t, ε) תחת התקפת גלוי-נבחר באשר $\varepsilon = \mathcal{O}\left(\frac{t(n)}{2^n}\right)$

משפחת תמורות: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי פונקציה $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ עבורה F_k תמורה לכל $k \in \{0,1\}^n$

משפחת פונקציות פסודאו אקראיות (PRF): יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי פונקציה $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ חשיבה בזמן $\text{poly}(n)$ המקיימת

- F_k הפיכה לכל $k \in \{0,1\}^n$

- F_k^{-1} חשיבה בזמן $\text{poly}(n)$ לכל $k \in \{0,1\}^n$

- לכל יריב \mathcal{A} בעל כוח חישוב t מתקיים $\left| \mathbb{P}_{k \leftarrow \{0,1\}^n} (\mathcal{A}^{F_k(\cdot)}(1^n) = 1) - \mathbb{P}_{f \leftarrow \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n} (\mathcal{A}^{f(\cdot)}(1^n) = 1) \right| \leq \varepsilon$

הערה: משמעות הביטוי $\mathcal{A}^{f(\cdot)}$ היא שלמעגל \mathcal{A} יש אורקל לחישוב f .

משפחת תמורות פסודאו אקראיות (PRP): יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי משפחת פונקציות פסודאו אקראיות אשר הינה משפחת תמורות.

משחק חוסר ההבחנה עבור משפחת פונקציות פסודאו אקראיות: יהי $n \in \mathbb{N}$ תהא $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ ויהיו \mathcal{W}, \mathcal{A} שחקנים אזי

game PRF $((E, D), \mathcal{W}, \mathcal{A})$:

```

 $\mathcal{W}$  samples key  $k \leftarrow \mathcal{K}$ 
 $\mathcal{W}$  samples bit  $b \leftarrow \{0,1\}$ 
if  $b = 0$  then
  |  $R \leftarrow F_k$ 
else
  |  $R \leftarrow (\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n)$ 
for  $i \in [1 \dots m]$  do
  |  $\mathcal{A}$  chooses message  $x_i \in \mathcal{M}$ 
  |  $\mathcal{W}$  sends  $E_k(x_i)$  to  $\mathcal{A}$ 
end
 $\mathcal{A}$  prints a bit  $b'$ 
if  $b' = b$  then
  | return  $\mathcal{A}$  won
return  $\mathcal{A}$  lost

```

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ ותהא $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ אזי (F) משפחת פונקציות פסודאו אקראיות $(t, \varepsilon) \iff (\mathcal{A})$ בעל כוח חישוב t מתקיים $\Pr(\mathcal{A}) \leq \frac{1}{2} + \varepsilon$ (מנצחת במשחק חוסר ההבחנה עבור משפחת פונקציות פסודאו אקראיות).

משחק חוסר ההבחנה עבור משפחת תמורות פסודאו אקראיות: יהי $n \in \mathbb{N}$ תהא $F : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ משפחת תמורות ויהיו \mathcal{W}, \mathcal{A} שחקנים אזי

game PRP $((E, D), \mathcal{W}, \mathcal{A})$:

```

 $\mathcal{W}$  samples key  $k \leftarrow \mathcal{K}$ 
 $\mathcal{W}$  samples bit  $b \leftarrow \{0,1\}$ 
if  $b = 0$  then
  |  $R \leftarrow F_k$ 
else
  |  $R \leftarrow S(\{0,1\}^n)$ 
for  $i \in [1 \dots m]$  do
  |  $\mathcal{A}$  chooses message  $x_i \in \mathcal{M}$ 
  |  $\mathcal{W}$  sends  $E_k(x_i)$  to  $\mathcal{A}$ 
end
 $\mathcal{A}$  prints a bit  $b'$ 
if  $b' = b$  then
  | return  $\mathcal{A}$  won
return  $\mathcal{A}$  lost

```

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ ותהא $F : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$ משפחת תמורות אזי (F) משפחת תמורות פסודאו אקראיות $((t, \varepsilon)) \iff$ (לכל יריב \mathcal{A} בעל כוח חישוב t מתקיים $\varepsilon + \frac{1}{2} \leq \mathbb{P}(\mathcal{A} \text{ מנצחת במשחק חוסר ההבחנה עבור משפחת תמורות פסודאו אקראיות})$).

צופן פסודאו רנדומלי גנרי: יהי $n \in \mathbb{N}$ ותהא $F : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$ אזי נגדיר $E : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n$ ונגדיר $D : \{0, 1\}^n \times (\{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n) \rightarrow \{0, 1\}^n$ כך

- $E_k(m) = (r, F_k(r \oplus m))$ עבור $r \leftarrow \{0, 1\}^n$.
- $D((r, c)) = r \oplus F_k^{-1}(c)$.

משפט: יהי $n \in \mathbb{N}$ ותהא $F : \{0, 1\}^n \times \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^n$ משפחת פונקציות פסודאו אקראיות (t, ε) אזי צופן פסודאו רנדומלי גנרי הינו בעל סודיות $\left(\Omega\left(\frac{t(n)}{n}\right), 2\varepsilon + \frac{t}{2^n}\right)$ תחת התקפת גלוי-נבחר.

קוד אימות מסרים: יהיו $n, \ell \in \mathbb{N}$ באשר $\ell < n$ תהא \mathcal{M} קבוצה ותהא $\text{MAC} : \{0, 1\}^n \times \mathcal{M} \rightarrow \{0, 1\}^\ell$ אזי $(\mathcal{M}, \text{MAC})$.

מרחב ההודעות בקוד אימות מסרים: יהי $(\mathcal{M}, \text{MAC})$ קוד אימות מסרים אזי \mathcal{M} .

קוד אימות סודי בקוד אימות מסרים: יהי $(\mathcal{M}, \text{MAC})$ קוד אימות מסרים אזי $k \in \{0, 1\}^n$.

אלגוריתם אימות בקוד אימות מסרים: יהי $(\mathcal{M}, \text{MAC})$ קוד אימות מסרים אזי MAC .

משחק זיוף אימות תחת התקפת גלוי-נבחר: יהי $(\mathcal{M}, \text{MAC})$ קוד אימות מסרים ויהיו \mathcal{W}, \mathcal{A} שחקנים אזי

game ExistentialForgeryCPA $((\mathcal{M}, k, \text{MAC}), \mathcal{W}, \mathcal{A})$:

```

 $\mathcal{W}$  samples key  $k \leftarrow \{0, 1\}^n$ 
 $\mathcal{A}^{\text{MAC}_k(\cdot)}$  prints  $(m, t)$ 
if  $(m \in \mathcal{M}) \wedge (\text{MAC}_k(m) = t) \wedge (\mathcal{A} \text{ didn't query } m)$  then
    | return  $\mathcal{A}$  won
return  $\mathcal{A}$  lost

```

קוד אימות מסרים בעל חסינות זיוף אימות תחת התקפת גלוי-נבחר: קוד אימות מסרים $(\mathcal{M}, \text{MAC})$ עבורו לכל יריב \mathcal{A} בעל כוח חישוב t מתקיים $\varepsilon < \mathbb{P}(\mathcal{A} \text{ מנצחת במשחק זיוף אימות תחת התקפת גלוי-נבחר})$.

טענה: יהיו $n, \ell \in \mathbb{N}$ באשר $\ell < n$ ויהי $(\mathcal{M}, \text{MAC})$ קוד אימות מסרים באשר MAC פונקציה אקראית אזי $(\mathcal{M}, \text{MAC})$ הינה בעלת חסינות זיוף אימות $(\infty, 2^{-\ell})$ תחת התקפת גלוי-נבחר.

טענה: יהי $\ell \in \mathbb{N}$ ותהא F משפחת פונקציות פסודאו אקראיות (t, ε) אזי $(\{0, 1\}^\ell, F)$ הינה בעלת חסינות זיוף אימות $(t, \varepsilon + 2^{-\ell})$ תחת התקפת גלוי-נבחר.

טענה: יהיו $n, \ell \in \mathbb{N}$ ותהא E משפחת פונקציות פסודאו אקראיות מגודל $n \cdot \ell + \frac{n}{3}$ אזי $\text{MAC}_k(M_1 \dots M_\ell) = \begin{pmatrix} E_k(r, M_1, 1, \ell) \\ \vdots \\ E_k(r, M_\ell, \ell, \ell) \end{pmatrix}$ באשר $r \leftarrow \{0, 1\}^{\frac{n}{3}}$ הינה בעלת חסינות זיוף אימות תחת התקפת גלוי-נבחר.