```
\Pi_{a,b} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \forall j \in [n] \ .a_i < x_i < b_i\} אזי a,b \in \mathbb{R}^n יהיו תיבה פתוחה: יהיו
                                                                            .\overline{\Pi}_{a,b}=\{x\in\mathbb{R}^n\mid orall j\in [n]\,.a_i\leq x_i\leq b_i\} אזי a,b\in\mathbb{R}^n תיבה סגורה: יהיו
                                                                                  \exists r>0.B_{r}\left(x
ight)\subseteq M המקיימת x\in M אזי אזי M\subseteq\mathbb{R}^{n} נקודה פנימית: תהא
                                                      \operatorname{Lint}(M) = \overset{\circ}{M} = \{x \in M \mid M \; פנים של קבוצה: תהא M \subseteq \mathbb{R}^n אזי M \subseteq \mathbb{R}^n פנים של קבוצה:
                                                                                                                                  M=\stackrel{\circ}{M} עבורה M\subset\mathbb{R}^n קבוצה פתוחה:
                           נקודה חיצונית. \exists r>0.B_r\left(x\right)\subseteq\mathbb{R}^n\backslash M המקיימת x\in\mathbb{R}^n ותהא ותהא M\subseteq\mathbb{R}^n אזי x נקודה חיצונית.
                      נקודה מבודדת: תהא M\subseteq\mathbb{R}^n ותהא M\subseteq\mathbb{R}^n המקיימת x\in M האזי x נקודה מבודדת: תהא
                                     נקודת שפה: תהא M\subseteq\mathbb{R}^n ותהא x נקודת שבה: לא נקודה פנימית ולא נקודה X נקודת שבה: תהא מנימית ולא נקודת שבה.
                                                                             .\partial M=\{x\in M\mid M שפה של קבוצה: תהא M\subseteq\mathbb{R}^n אזי M\subseteq\mathbb{R}^n
                                                                                                                                 AM\subseteq M עבורה סגורה: קבוצה M\subseteq \mathbb{R}^n
                                                                                                                          \overline{M} = \overset{\circ}{M} \cup \partial M אזי אזי M \subseteq \mathbb{R}^n סגור של קבוצה: תהא
                                                            (\mathbb{R}^n \backslash M) טענה: תהא M \subseteq \mathbb{R}^n אזי (x נקודה חיצונית של אזי (x נקודה פנימית של אזי (x נקודה חיצונית של
                                                                                                                  . מסקנה: תהא M^{\mathcal{C}} אזי (M פתוחה)\Longrightarrow תהא M\subseteq\mathbb{R}^n סגורה).
                                                                                                      \exists r>0.M\subseteq B_{r}\left(0
ight) המקיימת M\subseteq\mathbb{R}^{n} קבוצה חסומה:
                                                                                                                                . סגורה וחסומה קבוצה קבוצה קבוצה קומפקטית: קבוצה קומפקטית
טענה היינה בורל: תהא K\subseteq\bigcup_{n\in\Lambda}I_n אזי (K\subseteq\mathbb{R}^n אזי לכל לכל היינה בורל: תהא אזי K\subseteq\mathbb{R}^n אזי אזי (לכל
                                                                                                                                                               .(\exists \mathcal{B} \in \mathcal{P}_{<\aleph_0}\left(\Lambda\right).A \subseteq \bigcup_{n \in \mathcal{B}}I_n
                                                                                                                                               a^{(k)}=a\left(k
ight) אזי a\in\left(\mathbb{R}^{n}
ight)^{\mathbb{N}} סימונ: תהא a\in\left(\mathbb{R}^{n}
ight)^{\mathbb{N}}
                                           \lim_{k	o\infty}a^{(k)}=L אזי \lim_{k	o\infty}\|a^{(k)}-L\|=0 עבורן L\in\mathbb{R}^n אוו אזי a\in(\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} גבול: תהא
                                                                          0 \xrightarrow[x 	o a]{} \lim_{x 	o a} נשתמש באותם סימני גבול כמו במשתנה יחיד, כלומר באותם סימני גבול כמו במשתנה יחיד.
                                            a\in [n].a_j^{(k)}\xrightarrow[k\to\infty]{}b_j\Longleftrightarrow \left(a^{(k)}\xrightarrow[k\to\infty]{}b\right) אזי b\in \mathbb{R}^n ויהי a\in (\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} משפט: תהא a\in (\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} ויהי a\in (\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} מסקנה: כל מניפולציות הגבול של סדרה מחדו"א1 מתקיימות.
                . \left(\forall \varepsilon > 0. \exists k \in \mathbb{N}. \forall m, p > k. \left\|a^{(m)} - a^{(p)}\right\| < \varepsilon\right) \Longleftrightarrow (\mathsf{DR}) \text{ (In } a) אזי (a \in (\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} )
                                                                                     משפט בולצאנו ווירשטראס: לכל סדרה חסומה קיימת תת־סדרה מתכנסת.
     a^{(k_i)}\in K המקיימת a^{(k_i)}\in K אזי (לכל קומפקטית) קיימת a\in K^\mathbb{N} קיימת אזי (לכל קומפקטית) אזי אזי K\subseteq \mathbb{R}^n המקיימת
        f_i:A	o\mathbb{R} כאשר f=\langle f_1,\ldots,f_m
angle הערה: תהא f:A	o\mathbb{R}^m כאשר f:A	o\mathbb{R}^m הערה: תהא
                                                                                    אזי L\in\mathbb{R}^m ותהא a\in\mathbb{R}^n תהא f:A	o\mathbb{R}^m תהא A\subseteq\mathbb{R}^n אזי
                                                           \lim_{x\to a} f(x) = L אזי \forall x \in A^{\mathbb{N}}. (x^{(k)} \to a) \Longrightarrow (f(x^{(k)}) \to L) היינה: אם
                  \lim_{x \to a} f\left(x
ight) = L אזי \forall \varepsilon > 0. \exists \delta > 0. \forall x \in A \setminus \{a\}. \ \|x - a\| < \delta \Longrightarrow \|f\left(x
ight) - L\| < \varepsilon סושי: אם •
                                                                                                          מסקנה: כל מניפולציות הגבול של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.
                                                 A = \lim_{x \to a} f(x) עבורה A \in A אזי A \in \mathbb{R}^n תהא A \subseteq \mathbb{R}^n תהא רציפות בנקודה:
       A\subseteq C(B) (ביפה נקודתית עבור כל B\subseteq A אוי ותהא A\subseteq \mathbb{R}^n אוי ותהא A\subseteq \mathbb{R}^n אוי ותהא A\subseteq \mathbb{R}^n איי ותהא
                               A\subseteq A משפט: תהא A\subseteq \mathbb{R}^n תהא A\subseteq \mathbb{R}^m ותהא A\subseteq \mathbb{R}^n אזי A\subseteq \mathbb{R}^n משפט: תהא
                                                                                                     מסקנה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.
                                  . וכן f,f^{-1} הפיכה עבורה f:A	o B אזי B\subset\mathbb{R}^n וכן A\subset\mathbb{R}^n הפיכה עבורה A\subset\mathbb{R}^n רציפות.
                                                                                                                             A:I	o\mathbb{R}^m עקומה פרמטרית: יהיI\subseteq\mathbb{R} יהי
                                                                                                                                                                   מסילה: עקומה פרמטרית רציפה.
```

 $\gamma\left(t
ight)=\left(1-t
ight)a+tb$ כך כך $\gamma:\left[0,1
ight] o \mathbb{R}^m$ מסילה של קו ישר: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^m$ ותהא $a,b\in\mathbb{R}^m$ ותהא $a,b\in\mathbb{R}^m$ מסילה של קו ישר בין $a,b\in\mathbb{R}^m$ ותהא $a,b\in\mathbb{R}^m$ מסילה של קו ישר בין $a,b\in\mathbb{R}^m$ מסילה $a,b\in\mathbb{R}^m$ יהיו $a,b\in\mathbb{R}^m$ ותהא $a,b\in\mathbb{R}^m$ מסילה של קו ישר בין $a,b\in\mathbb{R}^m$

 $.B_r\left(a
ight)=\{x\in\mathbb{R}\mid \|x-a\|< r\}$ אזי $r\in\mathbb{R}$ ויהי $a\in\mathbb{R}^n$ יהי הנור: יהי הי $\overline{B}_r\left(a
ight)=\{x\in\mathbb{R}\mid \|x-a\|\leq r\}$ אזי $r\in\mathbb{R}$ ויהי $a\in\mathbb{R}^n$ סבירה: יהי הי $a\in\mathbb{R}^n$ ויהי $r\in\mathbb{R}$ אזי $r\in\mathbb{R}$ אזי $r\in\mathbb{R}$ ויהי $r\in\mathbb{R}$ אזי $r\in\mathbb{R}$

```
A,b\in M. [a,b]\subseteq M המקיימת M\subseteq \mathbb{R}^n קבוצה קמורה: קבוצה
                                                                                         . טענה: יהי B_{r}\left(a\right),\overline{B}_{r}\left(a\right) אזי r\in\mathbb{R} ויהי a\in\mathbb{R}^{n} קבוצות קמורות
       \gamma\left(1
ight)=y וכן \gamma\left(0
ight)=x המקיימת \gamma:\left[0,1
ight]	o M קיימת מסילה x,y\in M וכן עבורה לכל M\subseteq\mathbb{R}^n
                                                                                                                                          תחום: קבוצה פתוחה וקשירה מסילתית.
                            . \biguplus \mathcal{A} = M פתוחה אזי קיימת \mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}_{<leph_0}\left(\mathbb{R}^n
ight) פתוחה אזי קיימת מענה: תהא M \subseteq \mathbb{R}^n פתוחה אזי קיימת
                     [f(a),f(b)]\subseteq f([a,b]) מתקיים f(a)< f(b) עבורן a,b\in A מבקיימת לכל f:A	o \mathbb{R}
                                                                טענה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n אזי f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) קשירה ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n אזי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n
                                         עבורם x,y\in\mathcal{K} אזי קיימים אזי f\in C\left(\mathcal{K},\mathbb{R}
ight) עבורם אזי קומפקטית תהא אזי קיימים אזי קומפקטית עבורם
                                                                                                                                                                      f(\mathcal{K}) = [f(x), f(y)]
                                                                                רציפה במידה שווה (במ"ש): תהא \mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^n אזי f:\mathcal{M}\to\mathbb{R}^n אזי המקיימת
                                                                                     \forall \varepsilon > 0. \exists \delta > 0. \forall x, y \in \mathcal{M}. \|x - y\| < \delta \Longrightarrow \|f(x) - f(y)\| < \varepsilon
                                                                          . טענה: תהא f \in C(\mathcal{K},\mathbb{R}^m) אזי קומפקטית ותהא \mathcal{K} \subseteq \mathbb{R}^n אזי \mathcal{K} \subseteq \mathbb{R}^n
                          מתקיים \lambda \in \mathbb{R} ולכל a \in L מרחב יהי עבורה לכל v: L 	o \mathbb{R} אזי מעל n אזי מנרמה: יהי a \in L מרחב וקטורי נוצר סופית מעל
                                                                                                                       (\upsilon(a) > 0) \land ((\upsilon(a) = 0) \iff (a = 0)) \bullet
                                                                                                                                            .\upsilon\left(\lambda a\right)=\left|\lambda\right|\cdot\upsilon\left(a\right) :הומוגניות
                                                                                                   v\left(a+b\right)\leq v\left(a\right)+v\left(b\right) אי שיוויון המשולש (אש"מ): •
                                                                  \forall x \in \mathbb{R}^n. v\left(x
ight) \leq c \left\|x\right\| עבורו עבורו v: \mathbb{R}^n 	o \mathbb{R} נורמה אזי קיים v: \mathbb{R}^n 	o \mathbb{R}
                                                                                                                       v \in C\left(\mathbb{R}^n
ight) נורמה אזי v:\mathbb{R}^n 	o \mathbb{R} טענה: תהא
                                                                  \forall x \in \mathbb{R}^n.c \, \|x\| \leq v \, (x) עבורו c>0 נורמה אזי קיים v: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} עהא
                                             a\cdot\eta\leq v\leq b\cdot\eta נורמות שקולות: v,\eta:\mathbb{R}^n	o\mathbb{R} נורמות עבורן קיימים a,b>0 נורמות נורמות נורמות שקולות:
                                                                                                                                         טענה: שקילות נורמות הינו יחס שקילות.
                                                                                                                  תהא v,\|\cdot\| נורמה אזי v:\mathbb{R}^n 	o \mathbb{R} שקולות.
                            (v\left(x^{(k)}
ight)	o 0)\Longleftrightarrow (
ho\left(x^{(k)}
ight)	o 0) אזי x\in (\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} נורמות ותהא v,
ho:\mathbb{R}^n	o \mathbb{R} מסקנה: תהיינה
                                                            \|v\|_p=(\sum_{i=1}^n|v_i|^p)^{rac{1}{p}} כך \|\cdot\|_p:\mathbb{R}^n	o\mathbb{R} נגדיר נורמה p\in\mathbb{N}_+ עבור \ell_p
                                    \|v\|_\infty=\max_{1\leq i\leq n}|v_i| כך \|v\|_\infty=\max_{1\leq i\leq n}|v_i| כך \|v\|_\infty=\max_{1\leq i\leq n}|v_i| כך \|v\|_\infty=\max_{1\leq i\leq n}|v_i| כורמת \gamma:(a)=\lim_{h\to 0}\frac{\gamma(a+h)-\gamma(a)}{h} אזי \alpha\in(0,1) ויהי \gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^m אזי \gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^m מסקנה: תהא \gamma'(a)=\begin{pmatrix}\gamma'_1(a)\\\vdots\\\gamma'_m(a)\end{pmatrix} אזי \gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^m
      המקיימת L\in \mathrm{Hom}\,(\mathbb{R}^n,\mathbb{R}) עבורה קיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} אזי a\in\mathcal{U} תחום ויהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n המקיימת
                                                                                                                                   f(x) = f(a) + L(x - a) + o(||x - a||)
                                                        f\in\mathcal{D}\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} איזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי
                                                      f\in\mathcal{D}\left(a
ight)\Longrightarrow f\in C\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} ויהי f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} אזי
                                      \operatorname{grad} f(a) = [L]_{\operatorname{ct}} אזי אזי f: \mathcal{U} 	o \mathbb{R} ותהא ותהא a \in \mathcal{U} תחום יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n אזי יהי

abla f\left(a
ight)=\mathrm{grad}f\left(a
ight) אזי דיפרנציאבילית דיפרנציאביל ותהא a\in\mathcal{U} תחום יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n דיפרנציאבילית יהי
                           .rac{\partial f}{\partial x_i}\left(a
ight)=\lim_{h	o 0}rac{f(a+hx_i)-f(a)}{h} אזי a\in\mathcal{U} ויהי ווהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n נגזרת חלקית: יהי
                                                                                                    .f'_{x_i}=rac{\partial f}{\partial x_i} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n הערה: יהי
                                           a_{i}=a_{i}משפט: יהי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) אזי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} אזי
                .
abla f\left(a
ight) = \left(rac{\partial f}{\partial x_{1}}\left(a
ight),\ldots,rac{\partial f}{\partial x_{n}}\left(a
ight)
ight) אזי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} תחום ותהא
                                \mathcal{U} = \mathcal{U}(a) (a) איי (a \in \mathcal{U} איי ויהי a \in \mathcal{U} ויהי f: \mathcal{U} \to \mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n הערה: יהי
המקיימת L\in \mathrm{Hom}\,(\mathbb{R}^n,\mathbb{R}^m) עבורה קיימת f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m אזי a\in\mathcal{U} תחום ויהי עובר יהי יהי יהי יהי
                                                                                                                                  f(x) = f(a) + L(x - a) + o(||x - a||)
       (f\in\mathcal{D}\left(a
ight))\Longleftrightarrow (orall i\in\{1\dots m\}\,.f_i\in\mathcal{D}\left(a
ight)) איזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n ויהי f:\mathcal{U}\to\mathbb{R} איזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{R} איזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{R} איזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n המקיימת f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^n איזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^n תחום ותהא f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^n המקיימת f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^n איזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^n
                                      (\mathcal{D}_{f}\left(a
ight))_{i,j}=rac{\partial f_{i}}{\partial x_{j}}\left(a
ight) אזי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^{m} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}
```

```
(\forall x \in \mathcal{U}.f(x) = Ax + c) \Longrightarrow (\forall x \in \mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x) = A) אזי A \in M_{m \times n}(\mathbb{R}) תהא
                                                                       \mathcal{D}_f \in C\left(\mathcal{U}
ight) וכן f \in \mathcal{D}\left(\mathcal{U}
ight) המקיימת המקיימת שזי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n תחום אזי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n וכן
                                                                                                                  f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight) אזי ברציפות אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n גזירה ברציפות
                                                                             . orall i \in [m] \,. orall j \in [n] \,. rac{\partial f_i}{\partial x_j} \in C \left( \mathcal{U} 
ight) איז f \in C^1 \left( \mathcal{U}, \mathbb{R}^m 
ight) תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n איז f \in \mathcal{D} \left( \mathcal{U} 
ight) איז \forall i \in [m] \,. orall j \in [n] \,. rac{\partial f_i}{\partial x_j} \in C \left( \mathcal{U} 
ight) עבורה f : \mathcal{U} 	o \mathbb{R}^m איז שפט: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^m עבורה \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n משפט: יהי
                                                 \mathcal{L}_{i}\left(orall i\in\left[m
ight].orall j\in\left[n
ight].rac{\partial f_{i}}{\partial x_{i}}\in C\left(\mathcal{U}
ight)
ight)\Longleftrightarrow\left(f\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}
ight)
ight) אזי f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R}^{m} ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} ותהא
                                  d_{\overline{\partial v}}(a)=\lim_{h	o 0}rac{f(a+hv)-f(a)}{h} אזי a\in\mathcal{U} אזי v\in\mathbb{S}^{n-1} יהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n נגזרת כיוונית: יהי
                                                         .rac{\partial f}{\partial v}(a)=
abla f\left(a
ight)\cdot v אזי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} ותהא v\in\mathbb{S}^{n-1} ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n מענה: יהי
                                                 \frac{\partial f}{\partial x}(a)=\mathcal{D}_f(a)\cdot v אזי f\in\mathcal{D}(a) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m ותהא v\in\mathbb{S}^{n-1} ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n מסקנה: יהי
                                                                                                                                 .(טענה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n תחום אזי \mathcal{U} קשירה מסילתית איי פוליגונלית). \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n טענה: יהי
                                       (orall x\in\mathcal{U}.f(x)=c) \Longleftarrow (orall x\in\mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x)=0) משפט: יהי \mathcal{U}=\mathcal{U}ת תחום תהא \mathcal{U}=\mathcal{U}ויהי ויהי \mathcal{U}=\mathcal{U}
                                 \mathcal{U}(x) \in \mathcal{U}(x) = c) \iff (\forall x \in \mathcal{U}(x) \in \mathcal{U}(x) = 0) אזי c \in \mathbb{R}^m ויהי f: \mathcal{U} \to \mathbb{R}^m תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n מסקנה: יהי
             A: \mathcal{U}. ויהי A: \mathcal{U}. 
        A\in\mathcal{U}.f\left(x
ight)=Ax+c\Longleftrightarrow\left(orall x\in\mathcal{U}.\mathcal{D}_{f}\left(x
ight)=A
ight) אזי A\in\mathcal{M}_{m	imes n}\left(\mathbb{R}
ight) תהא f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R}^{m} מסקנה: תהא
                                                                                                                         .rac{\partial\left(rac{\partial f}{\partial x_i}
ight)}{\partial x_i}=rac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} גזירה אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} סימון: תהא
                                                                                  rac{\partial \left(rac{\partial f}{\partial x_j}
ight)}{\partial x_i}=rac{\partial^2 f}{\partial x_i\partial x_j} גזירה אזי rac{\partial f}{\partial x_j} באשר ויהיו f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} גזירה אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}
                                                                                                                                                                    \frac{\partial^k f}{\partial x_{i_1}...\partial x_{i_k}} הסימון מלעיל מוכלל לנגזרת מסדר k בצורה מוכלל
                                  \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\left(a
ight) = rac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}\left(a
ight) איז a \in \mathcal{U} ויהי \frac{\partial f}{\partial x_i}, \frac{\partial f}{\partial x_j} \in C^1\left(\mathcal{U}
ight) עבורן i,j \in \{1\dots n\} וכך 
 dמסקנה: יהי K\in\mathbb{N}^n תהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} עבורה \mathcal{D}_f\in C^k ויהי \mathcal{D}_f\in\mathcal{C}^k ויהי \mathcal{D}_f\in\mathcal{C}^k אזי כל פרמוטציה של הנגזרות החלקיות הוא
                                                                                                                                                  \|Av\|_{
m st} \leq \|A\|_{
m st} \cdot \|v\|_{
m st} איז v \in \mathbb{R}^n ויהי A \in M_{m 	imes n}\left(\mathbb{R}
ight) טענה: תהא
אזי g\in D\left(f\left(a
ight)
ight) וכן f\in\mathcal{D}\left(a
ight) עבורן g:\mathcal{V}	o\mathbb{R}^k אזי g\in\mathcal{D}\left(f\left(a
ight)
ight) וכן \mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}^m עבורן אזי \mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}^m אזי \mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}^m אזי
                                                                                                                                                                                                  \mathcal{D}_{g \circ f}\left(a\right) = \mathcal{D}_{g}\left(f\left(a\right)\right) \cdot \mathcal{D}_{f}\left(a\right) וכן g \circ f \in \mathcal{D}\left(a\right)
                                                    \Gamma_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^n 	imes \mathbb{R} \mid (x \in \mathcal{U}) \land (f(x) = y)\} אזי f: \mathcal{U} \to \mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n יהי
                                                                 \Pi_c=\{x\in\mathcal{U}\mid f(x)=c\} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n אזי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{R} אזי תחום תהא
משוואת המישור המשיק לגרף הפונקציה בנקודה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n תחום יהי עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} עבורה משיק לגרף הפונקציה בנקודה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                    y - f(a) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(a) (x_i - a_i)
                  N_a = (-
abla f\left(a
ight), 1) אזי f \in \mathcal{D}\left(a
ight) עבורה f : \mathcal{U} 	o \mathbb{R} אותהא a \in \mathcal{U} תחום יהי עG \subseteq \mathbb{R}^n אזי עבורה יהי

abla f\left(a
ight) \perp \Pi_{f\left(a
ight)} אזי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} אחי a\in\mathcal{U} תחום יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n טענה: יהי
                                                                                                                                                                                            נקודת קיצון: יהי f:\mathcal{U} 	o \mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n יהי
                                                                                       \forall x \in \mathcal{O}.f\left(x\right) \geq f\left(a\right) המקיימת סביבה עבורה קיימת סביבה a \in \mathcal{U} צבורה מינימום מקומי:
                                                                                   . \forall x \in \mathcal{O}. f\left(x\right) \leq f\left(a\right) המקיימת שביבה \mathcal{O} המקיימת עבורה קיימת a \in \mathcal{U} . עבורה קיימת
                                                                                                         .
abla f\left(a
ight)=0 משפט פרמה: יהי a\in\mathcal{U} תחום תהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n משפט פרמה:
                                                                                                                                                                                       נקודת קיצון: יהי f:\mathcal{U} 	o \mathbb{R}^m תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n אזי
                                                                                   aנקודת מינימום מקומי: a \in \mathcal{U} עבורה לכל i \in [m] מתקיים a \in \mathcal{U} נקודת מינימום מקומי.
                                                                            f_i נקודת מקסימום מקומי: u \in \mathcal{U} עבורה לכל i \in [m] מתקיים a \in \mathcal{U} נקודת מקסימום מקומי
                                                                                                                  \mathcal{D}_f\left(a
ight)=0 אזי קיצון אזי a\in\mathcal{U} ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m מסקנה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n תחום תהא
                                                                \mathcal{D}_f(a)=0 המקיימת a\in\mathcal{U} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m תחום ותהא ערכון: יהי יהי לקיצון: יהי
\mathcal{D}^k_{(a,b)}f=\sum_{\substack{V\in\mathbb{N}^n\|V|=k}}\binom{k}{V_1,...,V_n}\prod_{i=1}^n\left(a_i-b_i
ight)^{V_i}rac{\partial^k}{\partial x^V}f נגדיר a,b\in\mathbb{R}^n ויהיו f\in C^k\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight) תחום תהא
```

משפט: יהי $a\in\mathcal{U}$ יהי $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{R}^m$ משפט: יהי תחום תהיינה $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי יהי

 $.f\in C\left(a
ight)$ אזי $f\in \mathcal{D}\left(a
ight)$ •

 $.cf, f + g \in \mathcal{D}(a)$ אמ $f, g \in \mathcal{D}(a)$ אם •

 $.(\forall x \in \mathcal{U}.f(x) = c) \Longrightarrow (\forall x \in \mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x) = 0) \bullet$

```
\mathcal{D}^k_{(a,b)}f=\left(\sum_{i=1}^n\left(a_i-b_i\right)rac{\partial f}{\partial x_i}
ight)^k אזי a,b\in\mathbb{R}^n ויהיו f\in C^k\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n משפט טיילור: יהי f\in\mathcal{U} תחום יהי f\in\mathcal{U} תהא f\in\mathcal{C}^{k+1} עבורה f\in\mathcal{C}^{k+1} עבורה של f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m משפט טיילור: יהי
                                                                 f\left(x\right)=\sum_{i=0}^{k}\frac{1}{i!}\mathcal{D}_{\left(x,a\right)}^{i}f\left(a\right)+\frac{1}{\left(k+1\right)!}\mathcal{D}_{\left(x,a\right)}^{k+1}f\left(c\right) עבורו c\in\left[x,a\right] אזי קיים x\in\mathcal{O}
                                                        (H_f)_{i,j}=f''_{x_i,x_i} יהי פעמיים אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} הסיאן: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n תחום ותהא
                                                  עבורו c\in[x,a] איי קיים a\in\mathcal{U} ותהא ותהא f\in C^{2}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} יהי
                                                                                                                                 f(x) = f(a) + (x - a)^{t} H_{f}(c) (x - a)
                                                                                   משפט: יהי a\in\mathcal{U} תחום תהא f\in C^{2}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} ותהא
                                                                                                                    .(מנימום) חיובית ממש) חיובית ממש) חיובית ממש).
                                                                                                                 .(מקסימום) שלילית ממש) שלילית שלילית H_f(a)
                                                                     .(לא אחד מהמקרים מלעיל)) (\det(H_f(a)) \neq 0)) (לא אחד מהמקרים מלעיל)) (\det(H_f(a)) \neq 0))
                                                                                  מסקנה: יהיu\in\mathcal{U} תחום תהא f\in C^2\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^2 יהי
                                                                                       .(det (H_f(a)) > 0) \land (f''_{x,x}(a) > 0) •
                                                                                     .(det (H_f(a)) > 0) \land (f''_{x,x}(a) < 0) •
                                                                     (לא אחד מהמקרים מלעיל)) (\det(H_f(a)) \neq 0) (לא אחד מהמקרים מלעיל)) •
                        \det\left(H_f(a)
ight)
eq a\in\mathcal{U} אזי f\in C^2\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) תחום ותהא \mathcal{U}\subset\mathbb{R}^n יהי a\in\mathcal{U} קריטית עבורה \mathcal{U}\subset\mathbb{R}^n
אזי F_u'(a) \neq 0 וכן F(a) = 0 עבורה a \in \mathcal{U} ותהא ותהא F \in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}) תחום תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 וכן היי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 אזי
מתקיים (x,y)\in I_x	imes I_y עבורה לכל f\in C^1(I_x,I_y) וקיימת a_2\in I_y וכן a_1\in I_x פתוחים עבורם וI_x,I_y\subseteq \mathbb{R}
                                                                                                                                             (F(x,y)=0) \iff (y=f(x))
I_x,I_y\subseteq\mathbb{R} יהיו F_u(a)
eq 0 וכן F(a)=0 וכן F(a)=0 יהיו אווים F\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}) יהיו עבורה \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^2 יהי
עבורם (F\left(x,y
ight)=0)\Longleftrightarrow (y=f\left(x
ight)) מתקיים (x,y)\in I_{x}	imes I_{y} עבורה לכל f\in C^{1}\left(I_{x},I_{y}
ight) וכן a_{1}\in I_{x} וכן a_{2}\in I_{y} ותהא
                                                                                                                                                    J_x על J'(x)=-rac{F_x'(x,f(x))}{F_y'(x,f(x))}
I_x,I_y\subseteq\mathbb{R} יהיו F_y'(a)
eq 0 וכן F(a)=0 וכן G(a)=0 יהיו F(a)=0 פתוחים G(a)=0 פתוחים G(a)=0 פתוחים G(a)=0 פתוחים G(a)=0
עבורם (F\left(x,y
ight)=0)\Longleftrightarrow (y=f\left(x
ight)) מתקיים (x,y)\in I_{x}	imes I_{y} עבורה לכל f\in C^{1}\left(I_{x},I_{y}
ight) ותהא a_{2}\in I_{y} ומתקיים a_{1}\in I_{x}
                                                                                                                                                                 f(x) \in C^k(I_x, I_y)
אזי קיימים F'(a) \neq 0 וכן F(a) = 0 ותהא F \in C^k(\mathcal{U},\mathbb{R}) אזי קיימים \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^{n+1} ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^{n+1}
עבורה f\in C^k\left(\prod_{i=1}^nI_{x_i},I_y
ight) וכן a_i\in I_y וכן מתקיים מתקיים לכל וכל פתוחים עבורם לכל וi\in [n]
                                                                                 .(F\left(x,y
ight)=0)\Longleftrightarrow\left(y=f\left(x
ight)
ight) מתקיים (x,y)\in\left(\prod_{i=1}^{n}I_{x_{i}}
ight)	imes I_{y} לכל
I_{x_1},\dots,I_{x_n},I_y\subseteq\mathbb{R} יהיו יהי F'_{x_{n+1}}(a)
eq 0 וכן F(a)=0 עבורה a\in\mathcal{U} ותהא ותהא F\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}) יהיו עם תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n+1} יהי
(x,y)\in (\prod_{i=1}^nI_{x_i})	imes I_y עבורה לכל f\in C^1 עבורה לכל a_i\in I_x ותהא a_{n+1}\in I_y ותהא a_{n+1}\in I_y וכן a_i\in I_x מתקיים עבורם לכל a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x מתקיים a_i\in I_x על a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x מתקיים a_i\in I_x על a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x מתקיים a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x מתקיים a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x מתקיים a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x מתקיים a_i\in I_x איי לכל a_i\in I_x מתקיים a_i\in I_x
                                       \mathcal{D}_f(a) = \left(F_x'(a), F_y'(a)top M^{n+m}
ight) אזי a \in \mathcal{U} אותהא f \in C^1\left(\mathcal{U}, \mathbb{R}^m
ight) תחום תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^{n+m} איזי ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^{n+m}
ינר אזי F'_y(a) וכן וכך F(a)=0 וכן המים בינקציה אזי הפיכה אזי הפיכה עבורה F'\in C^k\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight) הפיכה אזי הפיכה אזי
(F\left(x,y
ight)=0)\Longleftrightarrow (y=f\left(x
ight)) מתקיים (x,y)\in (\prod_{i=1}^{n}I_{x_{i}})	imes \left(\prod_{j=1}^{m}I_{y_{i}}
ight) עבורה לכל f\in C^{k}\left(\prod_{i=1}^{n}I_{x_{i}},\prod_{j=1}^{m}I_{y_{i}}
ight)
                             וכן F'_y(a) וכן F(a)=0 אבורה a\in\mathcal{U} אביכה יהיו הפיכה ההא F\in C^k(\mathcal{U},\mathbb{R}^m) הפיכה יהיו עבורה ער הא
                 ותהא a_{j+n}\in I_{y_j} מתקיים j\in [m] ולכל ולכל מתקיים מתקיים עבורם עבורם עבורם i\in [n] מתקיים עבורם מתקיים ולכל ולכל I_{x_1},\dots,I_{x_n},I_{y_1}\dots I_{y_m}\subseteq \mathbb{R}
אזי (F\left(x,y
ight)=0)\Longleftrightarrow (y=f\left(x
ight)) מתקיים (x,y)\in (\prod_{i=1}^{n}I_{x_{i}})	imes \left(\prod_{j=1}^{m}I_{y_{i}}
ight) אזי f\in C^{k}\left(\prod_{i=1}^{n}I_{x_{i}},\prod_{j=1}^{m}I_{y_{i}}
ight)
                                                                                                        \prod_{i=1}^{n} I_{x_i} על \mathcal{D}_f(x) = -F'_y(x, f(x))^{-1} \cdot F'_x(x, f(x))
מסקנה: יהי 
abla F(a) 
eq 0 אזי משוואת המישור המשיק עבורה F(a) = 0 וכן ווהא F \in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}) אזי משוואת המישור המשיק מסקנה: יהי
                                                                                                                  \sum_{i=1}^{n} F'_{x_i}(a) (x_i - a_i) = 0 למשטח \{F = 0\} הינו
                                                                  f^{-1}\in C^{1}\left(\mathcal{V},\mathcal{U}
ight) הפיכה עבורה f\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathcal{V}
ight) אזי \mathcal{U},\mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}^{n} הפיכה עבורה
```

של $\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U}$ משפט פונקציה הפוכה: יהי $\mathcal{O}_f(a)$ תחום יהי $a\in\mathcal{U}$ ותהא ותהא $a\in\mathcal{U}$ של תחום יהי עוברה שנקציה הפוכה: יהי

 $f^{-1}\in C^k\left(\mathcal{V},\mathcal{U}
ight)$ הפיכה עבורה $f\in C^k\left(\mathcal{U},\mathcal{V}
ight)$ אזי $\mathcal{U},\mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}^n$ הפיכה עבורה \mathcal{C}^k

 \mathcal{O} עבורה f דיפאומורפיזם על a

```
f אבורה \mathcal{D}_f(a) אבורה \mathcal{D}_f(a) אבורה f\in C^k(\mathcal{U},\mathbb{R}^n) אביבה של a\in\mathcal{U} סביבה של \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n מסקנה: יהי
                                                                                                            \mathcal{D}_{f^{-1}}\left(f\left(x
ight)
ight)=\mathcal{D}_{f}\left(x
ight)^{-1} על \mathcal{D}_{f^{-1}}\left(f\left(x
ight)
ight)
                                                                               טענה: יהיו f:\mathcal{U} 	o \mathcal{V} תהא תהא A \subseteq \mathcal{U} תהא \mathcal{U}, \mathcal{V} \subseteq \mathbb{R}^n יטענה: יהיו
                                                                                                                                  פתוחה) f(A) פתוחה).
                                                                                                                                   סגורה) (A) \Leftrightarrow (A) \rightarrow A
                                                                                                                       .(א קומפקטית) f(A) קומפקטית) •
                                                                                                                       \partial (f(A)) = f(\partial A) אזי \partial A \subseteq \mathcal{U} אם \Phi
                              u פתוחה. יהיu\subseteq \mathbb{R}^n תחום אזיu\in \mathcal{U} המקיימת לכל u\in \mathcal{U} פתוחה מתקיים f:\mathcal{U}	o \mathbb{R}^n פתוחה.
\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U} משפט פונקציה פתוחה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n תחום יהי a\in\mathcal{U} ותהא ותהא a\in\mathcal{U} עבורה a\in\mathcal{U} אזי קיימת סביבה a\in\mathcal{U}
                                                                                                                                               \mathcal{O} של a עבורה f פתוחה על
וכן g\left(a
ight)=0 המקיימת a\in\mathcal{U} אזי g\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}
ight) תהא f\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} המקיימת בתנאי: יהי
                                                                                                                                                  .\nabla f(a) \in \operatorname{span} \{\nabla g_i(a)\}\
בת"ל וכן \{
abla g_i(a)\} וכן \{g(a)=0 המקיימת a\in\mathcal{U} ותהא ותהא g\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}^m) תהא f\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}) וכן
                                g=0 אזי a נקודה קריטית של a עבורה a עבורה a עבורה a עבורה a עבורה פקיצון בקבוצה a
כך L\in C^1(\mathcal{U}	imes\mathbb{R}^m,\mathbb{R}) נגדיר g\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}^m) ותהא f\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n כך
                                                                                     L(x_1 \dots x_n, \lambda_1, \dots \lambda_m) = f(x_1 \dots x_n) - \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x_1 \dots x_n)
g\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}^m) מסקנה: יהי a\in\mathcal{U} אזי a\in\mathcal{U} אותהא f\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}^m) תהא תחום תהא f\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R})
                                                                                            (L \; tעבורה קריטית נקודה קריטית עבורה אבורה (a,\lambda) עבורה עבורה לקיימת עבורה אליימת עבורה ל
                            \operatorname{Lank}(f(a))=\operatorname{rank}(\mathcal{D}_f(a)) אזי f\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}^m) ותהא a\in\mathcal{U} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n אזי יהי
סביבה של \mathcal{O}\subseteq\mathcal{U} אזי קיימת \forall x\in\mathcal{U}.\mathrm{rank}\,(f\left(x
ight))=k עבורה f\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}
ight) ותהא a\in\mathcal{U} אזי קיימת שפט: יהי
arphi\left(a
ight) סביבה של \mathcal{W}\subseteqarphi\left(\mathcal{O}
ight) וקיימת \psi:\mathcal{V}	o\mathbb{R}^{m} וכן arphi:\mathcal{O}	o\mathbb{R}^{n} סביבה של f\left(a
ight) קיימת סביבה של \mathcal{V}\subseteq\mathcal{U} סביבה של מיטומורפיזמים דיפאומורפיזמים
                                                                                                   (\psi \circ f \circ \varphi^{-1})(x) = (x_1, \dots, x_k, 0, \dots, 0) עבורם
g\in C^{p-1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^n
ight) אזי קיימת f\left(0
ight)=0 הלמה של הדמר: תהא של f\left(0
ight)=0 סביבה קמורה של f\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) ותהא
                                                                                                              f\left(x
ight) = \sum_{i=1}^{n} x_{i} g\left(x
ight) וכן g\left(0
ight) = \nabla f\left(0
ight)
a מביבה של סביבה \mathcal{O}\subseteq\mathcal{U} הימת אזי קיימת לא מנוונת אזי קריטית a\in\mathcal{U} ותהא ותהא f\in C^3\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n הלמה של מורס:
                   (f\circ g)(x)-f(a)=\sum_{i=1}^k x_i^2-\sum_{i=k+1}^n x_i^2 המקיים g:\mathcal{O}	o\mathbb{R}^n הניס וכן דפיאומורפיזם \mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}^n
                                                                        .P_{a,b}=\{x\in\mathbb{R}^n\mid \forall j\in[n]\,.a_j\leq x_j\leq b_j\} אזי a,b\in\mathbb{R}^n תיבה סגורה: יהיו
                                                                                             .P_{a,b} אזי \exists i \in [n] \,.a_i = b_i עבורם a,b \in \mathbb{R}^n אזי יהיו
.\left\{\prod_{i=1}^{n}\left[t_{i}^{m_{i}},t_{i}^{m_{i}+1}
ight]\mid\forall i\in[n].m_{i}\in\left[\ell_{i}-1
ight]
ight\} אזי [a_{i}.b_{i}] אזי a,b\in\mathbb{R}^{n} לכל a,b\in\mathbb{R}^{n} לכל a,b\in\mathbb{R}^{n} אזי a,b\in\mathbb{R}^{n} אזי a,b\in\mathbb{R}^{n} מידה/נפח של תיבה: יהיו a,b\in\mathbb{R}^{n} אזי a,b\in\mathbb{R}^{n} אזי a,b\in\mathbb{R}^{n}
                                                         .
Vol (P)=\sum_{i=1}^k {
m Vol}\,(A_i) אזי P חלוקה של \{A_1,\dots,A_k\} ותהא a,b\in\mathbb{R}^n יהיו יהיו
                                                                                       .
Vol (P_{a,b})=0 אזי מנוונת אזי P_{a,b} עבורם a,b\in\mathbb{R}^n הערה: יהיו
  S\left(f,\Pi,\left\{x^{(i)}
ight\}
ight)=\sum_{j=1}^{k}f\left(x^{(j)}
ight) Vol(A_{j}) אזי x^{(j)}\in A_{j} חלוקה חלוקה \Pi=\left\{A_{1},\ldots,A_{k}
ight\} תהא a,b\in\mathbb{R}^{n} סכום רימן: יהיו
                                                                                             d\left(M
ight)=\sup_{x,y\in M}\left\|x-y
ight\| אזי M\subseteq\mathbb{R}^{n} קוטר קבוצה: תהא
                                               A(\Pi) = \max_{i < i < k} d\left(A_i\right) איי חלוקה חו\Pi = \{A_1, \dots, A_k\} ותהא ותהא a, b \in \mathbb{R}^n מדד העדינות: יהיו
                                         \int_P f(x)\,\mathrm{d}x = \lim_{\lambda(\Pi) 	o 0} S\left(f,\Pi,x^{(j)}
ight) אינטגרביליות רימן: יהיו a,b \in \mathbb{R}^n ותהא
                                                                            f \in R\left(P
ight) אינטגרבילית רימן אזי f:P 	o \mathbb{R} ותהא a,b \in \mathbb{R}^n יהיו
                                                                                                   P טענה: תהא f \in R(P) אזי חסומה על תיבה תהא
.\overline{S}\left(f,\Pi
ight)=\sum_{i=1}^{n}\sup_{P_{i}}\left(f
ight) Vol\left(P_{j}
ight) אזי אויף אויף אויף חסומה f:P	o\mathbb{R} חסומה תהא מיבה תהא
\underline{S}(f,\Pi)=\sum_{i=1}^n\inf_{P_i}(f)\operatorname{Vol}(P_i) אזי חלוקה אזי \{A_1,\ldots,A_n\} חסומה ותהא f:P	o\mathbb{R} תיבה תהא תיבה תהא
                                                  טענה: תהא x^{(j)} נקודות מתאימות אזי חסומה תהא f:P	o\mathbb{R} נקודות מתאימות אזי
                                                                                                                            \underline{S}(f,\Pi) \le S(f,\Pi,\{x^{(i)}\}) \le \overline{S}(f,\Pi)
```

 $\underline{S}(f,\Pi_1) \leq \underline{S}(f,\Pi_2) \leq \overline{S}(f,\Pi_2) \leq \overline{S}(f,\Pi_1)$ איי חלוקות איי חסומה ותהיינה $f:P o \mathbb{R}$ חסומה תיבה תהא P

 $\underline{S}(f,\Pi_1) \leq \overline{S}(f,\Pi_2)$ טענה: תהא P חלוקות אזי חלומה ותהיינה $f:P \to \mathbb{R}$ חלומה תיבה תהא $\overline{I}(f) = \inf_{\Pi} \overline{S}(f,\Pi)$ חלומה אזי $\overline{S}(f,\Pi)$ חלומה אזי $\overline{S}(f,\Pi)$

```
\underline{I}(f) = \overline{I}(f) \iff (f \in R(P)) איי חסומה f: P \to \mathbb{R} תיבה ותהא P תיבה תהא
                                                                                                                       \int_{P}f=\underline{I}\left(f
ight)=\overline{I}\left(f
ight) מסקנה: תהא P תיבה ותהא f\in R\left(P
ight) חסומה אזי
                                                                                                                                             .Vol (P_{\lambda a,\lambda b})=\lambda^nVol (P_{a,b}) אזי \lambda>0 ויהי a,b\in\mathbb{R} טענה: יהיו
                                                              עיבה אזי וכן \bigcap_{i=1}^n P_i וכן והנ ווכן ווהנ מתקיים מתקיים ווכל לכל עבורן עבורן עבורן לכל i \neq j מתקיים חיבה אזי יהיו
                                                                                                                                                                                                                      .Vol\left(\bigcup_{i=1}^{n} P_i\right) = \sum_{i=1}^{n} Vol\left(P_i\right)
                                                                                           .\operatorname{Vol}\left(P
ight) \leq \sum_{i=1}^{n}\operatorname{Vol}\left(P_{i}
ight) תיבה אזי P\subseteq igcup_{i=1}^{n}P_{i} תיבות תהא תיבות ותהא
                                                                                                                                                                                           טענה: יהיו P_1 \cap P_2 תיבות אזי P_1, P_2 תיבה.
                                                                                                                                                                                       .Vol (P \setminus int(P)) = 0 תיבה אזי P תיבה: תהא
                                \sum_{i=0}^\infty {
m Vol}\,(P_i)<arepsilon וכן E\subseteq igcup_{i=0}^\infty P_i המקיימת \{P_i\}_{i=0}^\infty קיימות תיבות arepsilon>0 קיימות היבות E\subseteq \mathbb{R}^n
                                                                                                                                                                                                    \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}\right)=\left\{ E\subseteq\mathbb{R}^{n}\mid זניחה E\}
                                                                                                                                                                       \{a\}\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אזי a\in\mathbb{R}^{n} יהי \varnothing\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) טענה:
                                                                                                                                                                 igcup_{i=0}^{\infty}E_{i}\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אניחות אזי \left\{ E_{i}
ight\} _{i=0}^{\infty} טענה: תהיינה
.(\sum_{i=0}^{\infty} \operatorname{Vol}(P_i) < arepsilon וכן E \subseteq \bigcup_{i=0}^{\infty} \operatorname{int}(P_i) המקיימת \{P_i\}_{i=0}^{\infty} היימות תיבות \varepsilon > 0 אזי וכן אניחה איז וכן אזיי וכן איזי איזי וכן איזי וכלכל וכל פיימות היבות היבות וכן איזיינות וכן איזינות וכן איזיינות וכן איזיינות וכן איזיינות וכן איזיינות וכן איזינות וכן איזיינות וכן איזיינות וכן איזיינות וכן איזיינות וכן איזינות וכן איזיינות וכן אייינות וכן אייינות וכן אייינות וכן אייינות וכן איזינות וכן איזינות וכן אייינות וכן איינות וכן אייינות וכן אייינות וכן איינות וכן אייינות וכן אייינות וכן אייינות וכן אייינות וכן אייינות וכן איינות וכן איינות וכן אייינות וכן
\sum_{i=0}^n \mathrm{Vol}\left(P_i
ight) < arepsilon וכן E \subseteq igcup_{i=0}^n \mathrm{int}\left(P_i
ight) המקיימת \left\{P_i
ight\}_{i=0}^n המקיימת \varepsilon > 0 וכן \varepsilon > 0 וכן ב
                                                                                                                                                            A\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אזי A\subseteq E ותהא E\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) איזי
                                                                                                                             P 
otin \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) עינה: P 
otin \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight), תהא P \subseteq \mathbb{R}^n תיבה לא מנוונת אזי
                                                                                                                                    M 
otin \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) עבורה קיימת נקודה פנימית אזי M \subseteq \mathbb{R}^n טענה: תהא
                                                                                                                                                                                       .int (M)=arnothing אזי M\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) מסקנה: תהא
                                                                                                                                  \Gamma_f\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n+1}
ight) אזי f\in C\left(P,\mathbb{R}
ight) תיבה ותהא P\subseteq\mathbb{R}^n אזי
                                                                                                                           \Gamma_f\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n+1}
ight) אזי f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) פתוחה ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n אזי
טענה: תהא e_i\in\mathbb{N} עבור e_i\in\mathbb{N} עבור אורך צלע אורך אורך \{C_i\}_{i=0}^\infty מתקיים מתוחה אזי קיימות קוביות \{C_i\}_{i=0}^\infty בעלות אורך באלע
                                                                                                                                                                                                \mathcal{U} = \bigcup_{i=1}^{\infty} C_i וכן int (P_i) \cap \operatorname{int}(P_i) = \emptyset
                                                                                                                                                                                       מסקנה: \mathbb{S}^{n-1} \in \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight), קבוצת קנטור זניחה.
                        A = \lim_{\delta \to 0^+} \omega\left(f, B_\delta\left(a\right) \cap A\right) אזי A : A \to \mathbb{R} ותהא A \subseteq \mathbb{R}^n תנודה של פונקציה בנקודה: תהא A \subseteq \mathbb{R}^n תהא
                                                                                 \omega(f,a)=0יטענה: תהא A\subseteq\mathbb{R}^n תהא A\subseteq\mathbb{R}^n ותהא A\subseteq\mathbb{R}^n אזי A
                                        למה של קנטור: תהא K \in K. קומפקטית יהי K \in K. ותהא אK \in K. המקיימת K \in K. קומפקטית יהי K \in K.
                                                                                                                                                                    \forall x \in K. \forall \varepsilon > 0. \exists \delta > 0. \omega \left( f, B_{\delta} \left( x \right) \cap K \right) < \omega_0 + \varepsilon
מתקיים \psi מתקיים אזי נאמר E\subseteq A ויהי \psi פרידיקט אזי נאמר כי \psi'' מתקיים כמעט על כל A\subseteq \mathbb{R}^n אם היימת A\subseteq \mathbb{R}^n
                                                                                                                                                                                                                                                                        A \backslash E לכל
                                             B_{f,arepsilon}=\{x\in P\mid\omega\left(f,x
ight)\geqarepsilon\} אזי arepsilon>0 אזי f:P	o\mathbb{R} תיבה סגורה תהא P\subseteq\mathbb{R}^n
                                                                                    . תובה B_{f,arepsilon} אזי arepsilon>0 אזי חסומה f:P	o\mathbb{R} קומפקטית. תבה חיבה P\subseteq\mathbb{R}^n אזי למה:
                                                                                   למה: תהא \Pi חלוקה ויהי k\in\mathbb{N}_+ תיבה סגורה תהא חסומה f:P	o\mathbb{R} אזי תיבה סגורה תיבה סגורה תהא
B_{f,\frac{1}{k}} כיסוי של \left\{A\in\Pi\mid\left(A\cap B_{f,\frac{1}{k}}
eqarnothing
ight)\wedge\left(\omega\left(f,A
ight)\geqrac{1}{2k}
ight)
ight\} קריטריון לבג לאינטגרביליות רימן בתיבה: תהא P\subseteq\mathbb{R}^n תיבה סגורה ותהא f:P	o\mathbb{R} חסומה אזי (f רציפה כמעט על כל
                                                                                                                                                                                                                                                 (f \in R(P)) \iff (P)
                                                                                                                                                                  . אניחה \partial E אניחה עבורה E\subseteq\mathbb{R}^n אניחה ז'ורדן:
                                                                                                                                                                                                                      טענה: תהיינה E_1,E_2\subseteq\mathbb{R}^n אזי
                                                                                                                                                                                                                                                      .סגורה \partial E_1 \bullet
```

 $\partial (E_1 \backslash E_2), \partial (E_1 \cup E_2), \partial (E_1 \cap E_2) \subseteq \partial E_1 \cup \partial E_2 \bullet$

 $\chi_A \in C\left(\mathbb{R}^n \backslash A
ight)$ וכן $\chi_A \in C\left(\operatorname{int}\left(A
ight)
ight)$ אזי $A \subseteq \mathbb{R}^n$ וכן

 $\chi_A\left(x
ight)=\left\{egin{array}{ll} 1 & x\in A \ 0 & x
eq A \end{array}
ight.$ כך $\chi_A:\mathbb{R}^n o\{0,1\}$ אזי $A\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי $A\subseteq\mathbb{R}^n$ כך אנדיקטור: תהא

 $A \backslash B, A \cup B, A \cap B \in J$ מסקנה: תהיינה $A, B \in J$ אזי

 $J(\mathbb{R}^n) = \{E \subseteq \mathbb{R}^n \mid \mathfrak{J}(E)\}$ סימון:

 $\underline{I}(f)=\sup_{\Pi}\underline{S}(f,\Pi)$ אינטגרל דרבו תחתון: תהא P תיבה ותהא איז $f:P o\mathbb{R}$ חסומה אי

 $.\Sigma\left(f,\Pi
ight) < I\left(f
ight) < \overline{L}\left(f,\Pi
ight)$ אזי חלוקה אזי P חסומה $f:P o \mathbb{R}$ מסקנה: תהא

```
אזי f\cdot\chi_A\in R(P) אזי f:\mathbb{R}^n	o\mathbb{R} אחומה ותהא A\subseteq P חסומה תיבה סגורה תיבה P\subseteq\mathbb{R}^n אזי אינטגרביליות רימן:
                                                                                                                                                                                                                                 \int_A f = \int_P f \cdot \chi_A
                                          טענה: תהא A\subseteq P_1,P_2 ותהא חסומה תהיינה P_1,P_2\subseteq\mathbb{R}^n תיבות חסומה תהיינה מענה: תהא
                                                                                                                                                              (f \cdot \chi_A \in R(P_1)) \iff (f \cdot \chi_A \in R(P_2)) \bullet
                                                                                                                                                                                                     \int_{P_1} f \cdot \chi_A = \int_{P_2} f \cdot \chi_A \bullet
                                                                                                                     V\left(A
ight)=\mathrm{Vol}\left(A
ight)=\int_{A}\mathrm{d}x אזי A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) מידה/נפח של תיבה: תהא
                                                                                                                                                             אזי f,g\in R\left(A
ight) ותהיינה A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אזי
                                                                                                 \int_{A}\left(af+bg\right)=a\int_{A}f+b\int_{A}gוכן af+bg\in R\left(A\right) אזי a,b\in\mathbb{R}יהיו •
                                                                                                                                                                                               \int_A f \geq 0 אזי f \geq 0 נניח כי
                                                                                                                                                                                        \int_{A} f \geq \int_{A} g נניח כי f \geq g אזי f \geq g
                                                                                                                                   .m{
m Vol}\,(A) \leq \int_A f \leq M{
m Vol}\,(A) אזי m \leq f \leq M נניח כי
                                                           f\in R\left(A\cup B
ight) וכן f\in R\left(A\cap B
ight) אזי וותהא f\in R\left(A\cap B
ight) ותהא A,B\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) טענה: תהיינה
                                                                                       \int_{A\cup B}f=\int_{A}f+\int_{B}f אזי \mathrm{Vol}\left(A\cap B
ight)=0 עבורן A,B\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) מסקנה: תהיינה
                                                           \exists c \in A. \int_A f = f\left(c\right) \mathrm{Vol}\left(A\right) אזי f \in C\left(A, \mathbb{R}\right) תחום ותהא A \in J\left(\mathbb{R}^n\right) יהי יהי
                                                                                                   |\int_A f| \leq \int_A |f| וכן |f| \in R(A) אזיf \in R(A) ויהי A \in J(\mathbb{R}^n) טענה: תהא
                                                                                                \int_A f = \int_A g אאי על כל f,g \in R\left(A
ight) ותהיינה A \in J\left(\mathbb{R}^n
ight) טענה: תהא
                                                                                                                                                     \int_{\mathrm{int}(A)}f=\int_{A}f=\int_{\overline{A}}f אזי A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) משפט: תהא
                                                                                                                         \bigcup_{i=1}^k A_i, igcap_{i=1}^k A_i \in J\left(\mathbb{R}^n
ight) אזי A_1 \dots A_k \in J\left(\mathbb{R}^n
ight) טענה: תהינה
              . Vol \left(igcup_{i=1}^k A_i
ight)=\sum_{i=1}^n 	ext{Vol}\left(A_i
ight) אזי 	ext{Vol}\left(A_i\cap A_j
ight)=0 מסקנה: תהיינה A_1\dots A_k\in J\left(\mathbb{R}^n
ight) עבורן לכל
                                                                                                  A \in J(\mathbb{R}^n) אזי A \in \mathbb{R}^n ותהא A \subseteq \mathbb{R}^n ותהא A \subseteq \mathbb{R}^n טענה: תהא
                                                                                                                                 .\operatorname{Vol}\left(A
ight)=\operatorname{Vol}\left(A+a
ight) אזי a\in\mathbb{R}^n ותהא A\subseteq\mathbb{R}^n מסקנה: תהא

u = 	ext{Vol} אזי 
u = 0 אזי 
u = 0 אזי עבורה 
u = 0 אזי 

                                                                                             . חסומה T\left(A
ight) אזי חסומה A\subseteq\mathbb{R}^n אורתוגונלית ותהא ותהא T\in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{R}^n
ight)
                                                                                          T(\partial A)=\partial\left(T\left(A
ight)
ight) אזי A\subseteq\mathbb{R}^n אורתוגונלית ותהא T\in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{R}^n
ight) אזי T\in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{R}^n
ight)
                                                             . אניחה וחסומה אזי T\left(E
ight) זניחה וחסומה אזי וותהא אורתוגונלית ותהא אורתוגונלית ותהא דורתוגונלית ותהא אורתוגונלית ותהא
                                      .\operatorname{Vol}\left(T\left(A\right)
ight)=\operatorname{Vol}\left(A\right) וכן T\left(A
ight)\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) איז A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אורתוגונלית ותהא T\in\operatorname{Hom}\left(\mathbb{R}^{n}
ight)
                                                                משפט פוביני: תהיינה P\subseteq\mathbb{R}^n ,P\subseteq\mathbb{R}^n עבורה עבורה f\in R משפט פוביני: תהיינה עבורה עבורה עבורה עבורה איינה
                            \iint_{P	imes Q}f=\int_{P}\int_{Q}f\left(x,y
ight)\mathrm{d}y\mathrm{d}x=\int_{Q}\int_{P}f\left(x,y
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y קיימים ובפרט \int_{P}\int_{Q}f\left(x,y
ight)\mathrm{d}y\mathrm{d}x,\int_{Q}\int_{P}f\left(x,y
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y
                                        a\in P קיים כמעט לכל קיים להיינה f\in R (P	imes Q) תיבות ותהא עלכל קיים כמעט לכל קיים מסקנה: תהיינה Q\subseteq \mathbb{R}^m קיים כמעט לכל
f\in R\left(A
ight) ותהא A=\{(x,y)\in B	imes \mathbb{R}\mid arphi_{1}\left(x
ight)\leq y\leq arphi_{2}\left(x
ight)\} תהא arphi_{1},arphi_{2}:B	o \mathbb{R} ותהא מסקנה: תהא B\subseteq \mathbb{R}^{n-1}
                                                                                                                                                                                          .\int_{A}f=\int_{B}\int_{arphi_{1}\left( x
ight) }^{arphi_{2}\left( x
ight) }f\left( x,y
ight) \mathrm{d}y\mathrm{d}x אזי
y\in P_n כמעט לכל A\cap \left(\mathbb{R}^{n-1}	imes\{y\}
ight)\in J\left(\mathbb{R}^{n-1}
ight) תיבה אזי A\subseteq \prod_{i=1}^n P_i כמעט לכל A\in J\left(\mathbb{R}^n
ight)
                                                                                                                                                                           .Vol (A) = \int_{P_n} \operatorname{Vol} \left( A \cap \left( \mathbb{R}^{n-1} \times \{y\} \right) \right) dy
                                                                                                                                                                           S\left(D
ight)=\iint_{D}\mathrm{d}x\mathrm{d}y אזי D\subseteq\mathbb{R}^{2} שטח: תהא
                                                                                           m\left(D
ight)=\iint_{D}
ho\left(x,y
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y צפיפות אזי 
ho:\mathbb{R}^{2}	o\mathbb{R}_{\geq0} ותהא D\subseteq\mathbb{R}^{2} מסה: תהא
                                                                                                                                          מומנט מסה: תהא 
ho:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R}_{\geq 0} ותהא ותהא עפיפות אזי D\subseteq\mathbb{R}^2 צפיפות אזי
                                                                                                                                    M_x\left(D\right) = \iint_D y \cdot \rho\left(x,y\right) \mathrm{d}x \mathrm{d}y ציר ציר פומנט מסה לפי ציר •
                                                                                                                                    M_{x}\left(D\right)=\iint_{D}x\cdot\rho\left(x,y\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y:y מומנט מסה לפי ציר •
                                                                                                                                                              .ig(rac{M_y(D)}{m(D)},rac{M_x(D)}{m(D)}ig) אזי D\subseteq\mathbb{R}^2 אחר: תהא E\subseteq\mathbb{R}^3 אזי אזי נפח: תהא E\subseteq\mathbb{R}^3 אזי
                                                                                E\subseteq\mathbb{H}_E ותהא E\subseteq\mathbb{R}^3 ותהא E\subseteq\mathbb{R}^3 צפיפות אזי צפיפות ותהא E\subseteq\mathbb{R}^3
                                                                                                                                          מומנט מסה: תהא E\subseteq\mathbb{R}^3 ותהא אוי בפיפות אזי ווהא
                                                                                                M_{xy}\left(E
ight)=\iiint_{E}z\cdot
ho\left(x,y,z
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z:\left\{ z=0
ight\} מומנט מסה לפי המישור
```

```
.\left(rac{M_{yz}(E)}{m(E)},rac{M_{xz}(E)}{m(E)},rac{M_{xy}(E)}{m(E)}
ight) אזי D\subseteq\mathbb{R}^2 אחזי D\subseteq\mathbb{R}^2 מרכז המסה: תהא D\subseteq\mathbb{R}^2 אזי D\subseteq\mathbb{R}^2 מקבילון: יהיו v_1\ldots v_n=\{\sum_{i=1}^n \alpha_i v_i\mid \forall i\in[n]. \alpha_i\in[0,1]\} אזי v_1\ldots v_n\in\mathbb{R}^n מקבילון: יהיו v_1\ldots v_n\in\mathbb{R}^n אזי מתקיים \left|\det\left(egin{array}{c} -v_1 & -\\ \vdots & -v_n & -\\ \end{array}
ight)
ight| אזי מתקיים \left|\det\left(egin{array}{c} -v_1 & -\\ \vdots & -v_n & -\\ \end{array}
ight)
ight| אזי מתקיים \left|\det\left(egin{array}{c} -v_1 & -\\ \vdots & -v_n & -\\ \end{array}
ight)
ight|
                                                                   \mathrm{supp}\,(f)=\overline{\{x\in\mathcal{U}\mid f\,(x)
eq0\}} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי
                                                   טענה: תהיינה A,B\subseteq\mathbb{R}^n בתוחות וחסומות יהי ענה: A,B\subseteq\mathbb{R}^n אזי אזיינה מענה: תהיינה
                                                                                                                                        .(ביחה) \varphi(E) זניחה) אניחה).
                                                                          .((\operatorname{Vol}\left(\varphi\left(E\right)\right)=0)\wedge\left(\overline{\varphi\left(E\right)}\subseteq B\right)) \longleftarrow ((\operatorname{Vol}\left(E\right)=0)\wedge\left(\overline{E}\subseteq A\right)) \ \bullet
                                                                                              \varphi(E) א'ורדן)). (\overline{\varphi(E)} \subseteq B) א'ורדן)). (\overline{E} \subseteq A)
   (f\circarphi)\ket{\det\mathcal{D}_arphi}\in R(A) אזי f\in R(B) מסקנה: תהיינה G:A	o B דיפאומורפיזם ותהא G:A	o B איי
טענה: תהיינה A,B\subseteq\mathbb{R} אזי f\in R(B) איי איפרטומות יהי G:A\to B יהי פתוחות וחסומות יהי מענה:
                                                                                                                                                  \int_{B} f = \int_{A} f(\varphi(t)) |\varphi'| dt
המקיימת \psi:\mathbb{R}	o\mathbb{R} המיינה עבורו קיימת \psi:A	o B המקיימת אזי פתוחות היינה אלמנטרי: תהיינה
                                                                                                                                         \varphi(x) = (x_1, \ldots, \psi(x_i), \ldots x_n)
                                f\in R\left(B
ight) איי אלמנטרי ותהא A,B\subset\mathbb{R}^{n} איי איי איי אינה A,B\subset\mathbb{R}^{n} פתוחות וחסומות יהי
                                                                                                                                     \int_{B} f = \int_{A} f(\varphi(t)) \left| \det \mathcal{D}_{\varphi}(t) \right| dt
טענה: תהיינה A,B,C\subseteq\mathbb{R}^n אזי שלמנטריים ותהא להיינה על פתוחות יהיו \psi:A	o B איי הייו יהיו וחסומות יהיו אלמנטריים ותהא
                                                                                                                         \int_{C} f = \int_{A} f((\varphi \circ \psi)(t)) |\det \mathcal{D}_{\varphi \circ \psi}(t)| dt
סביבה של B\subset A אזי קיימת A\in A אזי סיענה: ענה: A:A\to B סביבה של סביבה של סיענה: תהיינה A,B\subset \mathbb{R}^n
                                                                                   \mathcal{.O}על \varphi=\psi_1\circ\ldots\circ\psi_m עבורם עבורם אלמנטריים אלמנטריים על דיפאומורפיזים על
                                             אזי f\in R\left( B
ight) אזי ותהא G:A	o B אזי וחסומות וחסומות פתוחות משפט: תהיינה
                                                                                                                                     \int_{B} f = \int_{A} f(\varphi(t)) |\det \mathcal{D}_{\varphi}(t)| dt
f\in R\left(arphi\left(E
ight)
ight) ותהא \overline{E}\subseteq A ותהא עבורה E\subseteq A דיפאומורפיזם תהא דיפאומות יהי מסקנה: תהיינה A,B\subseteq\mathbb{R}^n מסקנה:
                                                                         \int_{arphi(E)}f=\int_{E}f\left(arphi\left(t
ight)
ight)\left|\det\mathcal{D}_{arphi}\left(t
ight)
ight|\mathrm{d}t ובפרט ובפרט ובפרט ובפרט וופרט
משפט: תהיינה A \setminus E, S \setminus B פתוחות עבורן A \setminus E, S \setminus B משפט: תהיינה A \subseteq B אניחות וחסומות תהא משפט: תהיינה א
(f\circ arphi) |\det \mathcal{D}_arphi| \in R(Aackslash E) אזי איזי איזי איזי איזי בעל דיפרנציאל חסום אזיAackslash E ותהא G(Aackslash E) = G(Aackslash E) במו כן G(Aackslash E)
                                                                                                                       \int_{B}f=\int_{A\setminus E}f\left( arphi\left( t
ight) \left| \det\mathcal{D}_{arphi}\left( t
ight) 
ight| \mathrm{d}t ובפרט
זניחות עבורן S\subseteq B ,E\subseteq A מסקנה: תהיינה G:A	o B בעל דיפרנציאל חסום תהיינה A,B\subseteq \mathbb{R}^n זניחות עבורן
(f\circ\varphi)|\det\mathcal{D}_{arphi}|\in R(A) אזי אוי f\in R(S) ותהא אורפיזם על A\setminus E כמו כן \varphi כמו כן \varphi כמו כן \varphi כמו כן \varphi
                                                                                                                           \int_{B}f=\int_{A}f\left( arphi\left( t
ight) \left| \det\mathcal{D}_{arphi}\left( t
ight) 
ight| \mathrm{d}t ובפרט
               y=
ho\sin{(\phi)} אזי x=
ho\cos{(\phi)} עבורן (
ho,\phi)\in{(0,\infty]}	imes{[0,2\pi]} אזי (x,y)\in\mathbb{R}^2 וכן
                                                       |\det \mathcal{D}_{\omega}\left(t
ight)|=
ho אזי לפולריות אוקלידיות מעבר מקואורדינטות ענה: arphi:\mathbb{R}^{2}	o\mathbb{R}^{2} מעבר מקואורדינטות
            y=
ho\sin{(\phi)} אזי x=
ho\cos{(\phi)} עבורן (
ho,\phi,\iota)\in(0,\infty]	imes[0,2\pi]	imes\{z\} אזי (x,y,z)\in\mathbb{R}^2 וכן
                                                        |\det \mathcal{D}_{\omega}\left(t
ight)|=
ho מעבר מקואורדינטות אוקלידיות אזי arphi:\mathbb{R}^{2}	o\mathbb{R}^{2} מעבר מקואורדינטות מענה:
                    וכן x=
ho\sin\left(	heta
ight)\cos\left(\phi
ight) עבורן עבורן (
ho,\phi,	heta)\in\left(0,\infty
ight]	imes\left[0,2\pi
ight]	imes\left[0,\pi
ight] אזי עבורן (x,y,z)\in\mathbb{R}^2 וכן
                                                                                                                                 z = \rho \cos(\theta) וכן y = \rho \sin(\theta) \sin(\phi)
                                          |\det \mathcal{D}_{arphi}(t)|=
ho^2\sin{(	heta)} אזי לכדוריות אוקלידיות מעבר מקואורדינטות מעבר מקואורדינטות arphi:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R}^2 מעבר
                          מסקנה נפח גוף סיבוב: תהיינה S סביב E\subseteq\mathbb{R}^3 תהא f\leq g עבורן f,g:[a,b]	o\mathbb{R} סביב ציר אזי
                                                                                                                                   .Vol(E) = \pi \int_{a}^{b} (g^{2}(x) - f^{2}(x)) dx
\mathrm{Vol}\,(E)=2\pi R_c\cdot\mathrm{Vol}\,(S) יהי S\subseteq\mathbb{R}^2 יהי S\subseteq\mathbb{R}^2 מרכז המסה של S ותהא משפט פאפוס: תהא S\subseteq\mathbb{R}^2 יהי
                                                                                                                                                     .c באשר רדיוס סיבוב R_c
                                          \bigcup_{k=1}^\infty E_k = E אזי E \subseteq \mathbb{R}^n אזי ז'ורדן עולה מדידות סדרת קבוצות אזי איני איני איני איני איני איני איני
                                                   \lim_{k	o\infty}\operatorname{Vol}\left(E_{k}
ight)=\operatorname{Vol}\left(E
ight) אזי E אזי ז'ורדן של מיצוי E\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) טענה: תהא E\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) מיצוי ז'ורדן של
```

 $\lim_{k o\infty}\int_{E_k}f=\int_Ef$ אזי $f\in R\left(E
ight)$ מיצוי ז'ורדן של E ותהא ווהא $E\in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$ איזי $E\in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$

```
וכן orall k\in\mathbb{N}.f\in R\left(E_k
ight) מיצוי ז'ורדן של E מתקיים E ותהא אינטגרל לא אמיתי: תהא E\subseteq\mathbb{R}^n ותהא אינטגרל לא אמיתי: תהא
                                                                                                                                              \int_E f = \lim_{k 	o \infty} \int_{E_k} f קיים ושווה אזי \lim_{k 	o \infty} \int_{E_k} f
וכן orall k\in\mathbb{N}.f\in R\left(E_k
ight) אי שלילית עבורה קיים מיצוי ז'ורדן (E_k)_{k=1}^\infty של E\subseteq\mathbb{R}^n אי שלילית עבורה קיים מיצוי ז'ורדן אי שלילית עבורה E\subseteq\mathbb{R}^n וכן E\subseteq\mathbb{R}^n
                                                                                                                                                                               . קיים אזי \int_E f מתכנס \lim_{k 	o \infty} \int_{E_k} f
                                                                                                                       \int_{\mathbb{R}^n}e^{-\|x\|^2}\mathrm{d}x=\left(\int_{-\infty}^{\infty}e^{-t^2}\mathrm{d}t
ight)^n=\pi^{rac{n}{2}} איז n\in\mathbb{N}_+ מסקנה: יהי n\in\mathbb{N}_+
                                               משפט מבחן ההשוואה לאינטגרלים לא אמיתיים: תהא E\subseteq\mathbb{R}^n ותהיינה עבורן f,g:E	o \mathbb{R} עבורן
                                                     . מתכנסים \int_{E}f,\int_{E}\left|f\right| מתכנסים \forall A\in\mathcal{P}\left(E\right)\cap J\left(\mathbb{R}^{n}\right).\left(f\in R\left(A\right)\right)\Longleftrightarrow\left(g\in R\left(A\right)\right)
                                                                                             . מסקנה: תהא f:E 	o \mathbb{R} ותהא ותהא E \subseteq \mathbb{R}^n מתכנס) מסקנה: תהא
                                                                             .orallarepsilon>0.orall A\subseteq E.\left|\int_{A}f
ight|>rac{1}{2}\int_{E}\left|f
ight|-arepsilon אזי f\in R\left(E
ight) ותהא ותהא E\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight)
\int_E |f|מתכנס) משפט: תהא f:E	o\mathbb{R} בעלת מיצוי ז'ורדן ותהא איי f:E	o\mathbb{R} בעלת קבוצת נקודות אי־רציפות זניחה אזי
                                                                                                                                                                                                                                           מתכנס).
                                              \int_E (f+g) = \int_E f + \int_E g מתכנסים אזי \int_E f, \int_E g עבורן f,g:E	o \mathbb{R} ותהיינה E\subseteq \mathbb{R}^n מתכנסים אזי
                                                                                                                                                        . בעלת מיצוי ז'ורדן פתוחה E\subseteq\mathbb{R}^n מיצוי ז'ורדן.
משפט: תהיינה A,B\subseteq\mathbb{R}^n עבורה לכל A,B\subseteq\mathbb{R}^n ז'ורדן וקומפקטית יהי להיינה משפט: תהיינה היינה משפט
                                                                                                  \int_{B}f=\int_{A}f\left( arphi\left( t
ight) 
ight) |\det\mathcal{D}_{arphi}\left( t
ight) |מתקיים לוכן f\in R\left( E
ight)מתכנס אזי לוכן לו
                                                                                                                                              \Gamma(t) = \int_0^\infty x^{t-1} e^{-x} \mathrm{d}x פונקציית גאמא: יהי t>0 אזי
                                                                                                                                                                         \Gamma(n)=(n-1)! אזי n\in\mathbb{N}_+ טענה: יהי
                                                                                                                                                                                       טענה: יהי t>0 מתכנס. \Gamma\left(t
ight) אזי
                                                                                                                    B(t,s) = \int_0^\infty x^{t-1} (1-x)^{s-1} dx אזי איז איז יהיו נוקציית בטא: יהיו t,s>0
                                         B מתכנס. B מתכנס. B מתכנס. B מתכנס. B מתכנס. B איי A איי A איי A איי A איי A איי A ותהא A A ותהא A ותהא A ותהא A ותהא A ווהא A ווה איי A איי A
                                                  טענה: תהא f \in C \left( [c,d] \right) עבורה f \in C \left( [a,b] \times [c,d] \right) אזי עבורה f \in C \left( [a,b] \times [c,d] \right) וכן
                                                                                                                                                                               \frac{d}{dt} \left( \int_{a}^{b} f(x,t) \, \mathrm{d}x \right) = \int_{a}^{b} \frac{\partial f}{\partial t} (x,t) \, \mathrm{d}x 
                             משפט: תהא \alpha, \beta \in C^1\left(\left[c,d\right],\left[a,b\right]\right) ותהיינה \frac{\partial f}{\partial t} \in C\left(\left[a,b\right] \times \left[c,d\right]\right) עבורה \frac{d}{dt}\left(\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} f\left(x,t\right) \mathrm{d}x\right) = f\left(\beta\left(t\right),t\right)\beta'\left(t\right) - f\left(\alpha\left(t\right),t\right)\alpha'\left(t\right) + \int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \frac{\partial f}{\partial t}\left(x,t\right) \mathrm{d}x
                                                                                                                                                          B\left(t,s
ight)=rac{\Gamma(t)\Gamma(s)}{\Gamma(t+s)} אזי t,s>0 מסקנה: יהיו t,s>0 אזי איני רייו איני יהיו n\in\mathbb{N}_+ משפט: יהי n\in\mathbb{N}_+ אזי n\in\mathbb{N}_+
                                                                 \Delta_n=\{x\in\mathbb{R}^n\mid (orall i\in[n].x_i\geq 0)\land (\sum_{i=1}^nx_i\leq 1)\} איי n\in\mathbb{N} הימפלקס: יהי n\in\mathbb{N} איי n\in\mathbb{N} איי n\in\mathbb{N} טענה נוסחת דירכלה: יהיו n\in\mathbb{N} איי n\in\mathbb{N}
```

 $\int \cdots \int_{\substack{x_1,\dots x_n \geq 0 \\ \sum x_i^{\gamma_i} < 1}} \Big) \prod_{i=1}^n x_i^{p_i-1} \Big(\, \mathrm{d} x_1 \dots \mathrm{d} x_n = \frac{1}{\prod_{i=1}^n \gamma_i} \cdot \frac{\prod_{i=1}^n \Gamma \Big) rac{p_i}{\gamma_i} \Big(}{\Gamma \Big) 1 + \sum_{i=1}^n rac{p_i}{\gamma_i} \Big(}$ איז $\gamma_1 \dots \gamma_n > 0$ ויהיו $p_1 \dots p_n > 0$ ויהיו

טענה: יהיו כמעט תמיד $\psi:[0,1] o\mathbb{R}$ ותהא ותהא $p_1\dots p_n>0$ יהיו

 $\int \dots \int_{\Delta_n} \psi\left(x_1 \dots x_n\right) \left(\prod_{i=1}^n x_i^{p_i-1}\right) \mathrm{d}x_1 \dots \mathrm{d}x_n = \frac{\prod_{i=1}^n \Gamma(p_i)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n p_i\right)} \int_0^1 \psi\left(u\right) u^{\left(\sum p_i\right)-1} \mathrm{d}u$