```
(f=g)\Longleftrightarrow (\forall i.a_i=b_i) אזי פולינומים f(x)=\sum a_ix^i,g(x)=\sum b_ix^i אייוויון פולינומים: יהיו
           .(f+g)\left(x
ight)=\sum\left(a_{i}+b_{i}
ight)x^{i} אזי אוי f\left(x
ight)=\sum a_{i}x^{i},g\left(x
ight)=\sum b_{i}x^{i} איבור פולינומים: יהיו
c(fg)\left(x
ight)=\sum_{k}\left(\sum_{m=0}^{k}a_{m}b_{k-m}
ight)x^{k} פולינומים אזי f\left(x
ight)=\sum a_{i}x^{i},g\left(x
ight)=\sum b_{i}x^{i} כפל פולינומים: יהיו
                                                                    \mathbb{F}[x] = \left\{\sum_{i=0}^n a_i x^i \mid a_0, \dots, a_n \in \mathbb{F}
ight\} הגדרה: יהי \mathbb{F} שדה אזי
                                                                                                            \mathbb{F}[x] משפט: (\mathbb{F}[x] חוג)\wedge(וו \mathbb{F}[x] משפט: משפט
                                                              .\exists h\in\mathbb{F}\left[x
ight].gh=f עבורו g\in\mathbb{F}\left[x
ight]\setminus\{0\} אזי f\in\mathbb{F}\left[x
ight]
                                 g\in\mathbb{F}[x] מחלק אזי g\in\mathbb{F}[x] ויהי f\in\mathbb{F}[x] ויהי f\in\mathbb{F}[x] מחלק אזי g\in\mathbb{F}[x] איזי f\in\mathbb{F}[x] מחלק אזי f\in\mathbb{F}[x] . \deg\left(\sum_{i=0}^n a_ix^i\right)=\begin{cases} -\infty & f=0\\ \max\left\{k\mid a_k\neq 0\right\} & else \end{cases}
    (\deg(fg) = \deg(f) + \deg(g)) \wedge (\deg(f+g) \leq \max\{\deg(f), \deg(g)\}) אזי f,g \in \mathbb{F}[x] למה: יהיו
                                                            (g\mid f)\Longrightarrow (\deg\left(g
ight)\leq \deg\left(f
ight) אזי f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight]\setminus\{0\} מסקנה: יהיו
                                                                  .\left(rac{1}{f}\in\mathbb{F}\left[x
ight]
ight)\Longleftrightarrow\left(f\in\mathbb{F}\backslash\left\{0
ight\}
ight) אזי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] מסקנה: יהי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] אזי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] תחום שלמות: חוג קומוטטיבי A המקיים A המקיים.
                                                                                                      משפט: יהי \mathbb{F} שדה אזי \mathbb{F}[x] תחום שלמות.
\exists !q,r\in\mathbb{F}\left[x
ight].\left(f=gq+r
ight)\wedge\left(\deg\left(r
ight)\leq\deg\left(r
ight)
ight) אזי \deg\left(g
ight)\leq\deg\left(f
ight) עבורם f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight] משפט: יהיו
                                      (f=gq+r) \wedge (\deg(r) \leq \deg(r)) עבורו r \in \mathbb{F}[x] אזי f,g \in \mathbb{F}[x] שארית: יהיו
                                (f=gq+r) \wedge (\deg{(r)} \leq \deg{(r)}) עבורו q \in \mathbb{F}[x] אזי f,g \in \mathbb{F}[x] מנה חלקית: יהיו
                                                                             . אזי במקום מנה חלקית נאמר מנה שלמה אזי במקום מנה r=0
               . \forall a \in I. \ (\forall b \in I.a+b \in I) \land (\forall c \in R.ca \in I) אידיאל: יהי A חוג קומוטטיבי איז A \subseteq I המקיים המקיים
                                      \langle f_1 \dots f_n \rangle = \{\sum_{i=1}^n f_i g_i \mid g_1 \dots g_n \in R\} איי f_1 \dots f_n \in R האידיאל הנוצר: יהיו
                                                        . אידיאל \langle f_1 \dots f_n \rangle אזי אזי f_1 \dots f_n \in R טענה: יהי חוג קומוטטיבי ויהיו
                            \langle f_1 \dots f_n 
angle \subseteq R אזי אזי f_1, \dots, f_n \in I אידיאל המקיים ויהי ויהי ויהי f_1 \dots f_n \in R למה: יהיו
                                                                                \exists f \in R. I = \langle f 
angleהמקיים וI \subseteq R אידיאל ראשי: אידיאל
                                                                                      R עבורו כל אידיאל ראשי. תחום שלמות R
                                                                                                      . משפט: יהי I\subseteq \mathbb{F}\left[x
ight] אידיאל אזי ו
                                                    .\forall i.g \mid f_i המקיים g \in \mathbb{F}\left[x
ight] \setminus \{0\} אזי f_1 \dots f_n \in \mathbb{F}\left[x
ight] המיים מחלק משותף: יהיו
                                                 \max_{\deg}\left\{g\mid orall i.\left(g\mid f_i
ight)
ight\} אזי f_1\ldots f_n\in\mathbb{F}\left[x
ight] מחלק משותף מקסימלי: יהיו
                                                                     משפט: מחלק משותף מקסימלי קיים ויחיד עד כדי כפילה בסקלר.
                                          \gcd\left(f_1\dots f_n
ight) אזי המחלק המשותף המקסימלי אזי f_1\dots f_n\in\mathbb{F}\left[x
ight] יהיו
                                                        g\mid\gcd\left(f_{1}\ldots f_{n}
ight) איי מחלק משותף איי f_{1}\ldots f_{n}\in\mathbb{F}\left[x
ight] טענה: יהיו
                                      \exists h_1\dots h_n\in \mathbb{F}\left[x
ight].\gcd\left(f_1\dots f_n
ight)=\sum_{i=1}^n h_if_i איז איז f_1\dots f_n\in \mathbb{F}\left[x
ight] משפט: היו
                    \gcd(f,g)=\gcd(g,r) אזי r
eq 0 וכן f=pg+r עבורם f,g\in\mathbb{F}[x] יהיו
                                                                                   \gcd\left(f,g
ight)=1 המקיימים f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight] פולינומים זרים:
                                     (h \neq 0) \land (h \mid fg) \land (\gcd(f,h) = 1) \Longrightarrow (h \mid g) אזי f,g,h \in \mathbb{F}[x] מסקנה: יהיו
                                                                              u \mid 1 המקיים u \in R \setminus \{0\} המקיים שלמות הפיך: יהי
                                                                              R^* = \{u \in R \mid (u \mid 1)\} הגדרה: יהי R תחום שלמות אזי
                                     . orall a,b \in R.\,(p=ab) \Longrightarrow (a \in R^*) \lor (b \in R^*) המקיים p \in R \backslash R^* אי־פריק (א"פ):
                                                          \forall a,b \in R. (p \mid ab) \Longrightarrow (p \mid a) \lor (p \mid b) המקיים p \in R \setminus \{0\} ראשוני:
                                                                                                             למה: יהי p\in\mathbb{F}\left[x
ight] א"פ אזי p\in\mathbb{F}\left[x
ight]
```

 $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  אזי  $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{F}$  פולינום: יהי  $\mathbb{F}$  שדה ויהיו

 $\exists u\in R^*.fu=g$  המקיימים  $f,g\in R$  חברים/שקולים: טענה: יהיו  $f,g\in R$  אזי  $f,g\in R$  איזי טענה: יהיו להיו להיו להיו היי

 $\prod p_i=f$  משפט: יהי  $p_i=f$  אזי קיימים ויחידים ויחידים  $p_i=f$  איי אייפ עבורם אייפ  $f\in\mathbb F[x]$  איי  $g\in\mathbb F[x]\setminus\{0\}$  אזי  $f\in\mathbb F[x]$  המקיים מפולה משותפת: יהיו

```
\mathrm{lcm}\left(f_1\dots f_n
ight) אזי הכפולה המשותפת אזי הכפולה אזי f_1\dots f_n\in\mathbb{F}\left[x
ight] יהיו
                                                                                  \operatorname{lcm}\left(f_{1}\dots f_{n}
ight)\mid g יהי g כפולה משותפת אזי f_{1}\dots f_{n}\in\mathbb{F}\left[x
ight] טענה: יהיו
                                                                                                  f(lpha)=0 המקיים lpha\in\mathbb{F} אזי f\in\mathbb{F}[x] אוי שורש: יהי \mathbb{F} שדה ויהי
                                                                                                                                           lpha\in\mathbb{F} ויהי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] משפט בז'ו: יהי
                                                                                                f(\alpha) = r(\alpha) אזי f(x) = p(x)(x - \alpha) + r(x) • נניח כי
                                                                              (x-lpha)\mid fואט של אל שורש של אל). הערש של אל שורש של אלייט שורש: יהי וויהי איי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] ויהי איי ויהי שורש: יהי וויהי ויהי ויהי איי
                                                       \sum_{i=1}^n r_i \leq \deg(f) משפט: יהי f \in \mathbb{F}[x] \setminus \{0\} ויהיו f \in \mathbb{F}[x] \setminus \{0\} משפט: יהי
                                                                                          f=g אזי orall lpha \in \mathbb{F}.f\left(lpha
ight)=g\left(lpha
ight) אזי שדה אינסופי עבורו
                                                                                       \forall f \in \mathbb{F}_{\geq 1}\left[x
ight]. \exists lpha \in \mathbb{F}. f\left(lpha
ight) = 0 שדה סגור אלגברית: שדה המקיים
                                                                                                                   המשפט היסודי של האלגברה: \mathbb C שדה סגור אלגברית.
                                                                                         a(f(lpha)=0)\Longleftrightarrow (f(\overline{lpha})=0) אזי a\in\mathbb{C} ויהי f\in\mathbb{R}[x] משפט: יהי
מסקנה: יהי ללא שורש ממשי הורש ממשי המקיימים וכן p_1\dots p_n\in\mathbb{R}[x] אזי קיימים ממשי המקיימים לינאריים וכן וכן p_1\dots p_n\in\mathbb{R}[x] אזי קיימים
                                                                                                                                                                           f = \prod p_i \prod q_i
                             \gcd(p,q)=1 אבור lpha=rac{p}{q} ויהי a_na_0
eq 0 וכך \gcd(a_0\dots a_n)=1 המקיים f=\sum a_ix^i\in\mathbb{Z}\left[x
ight] וכך יהי
                                                                                                                                (f(\alpha) = 0) \Longrightarrow (p \mid a_0) \land (q \mid a_n) \bullet
                                                                                                                                         (\alpha \neq 1) \Longrightarrow ((p-q) \mid f(1)) \bullet
                                                                                                                                   (\alpha \neq -1) \Longrightarrow ((p+q) \mid f(-1)) \bullet
                                עבורו p\in\mathbb{P} ויהי a_na_0
eq 0 וכן \gcd(a_0\dots a_n)=1 המקיים f=\sum a_ix^i\in\mathbb{Z}\left[x
ight] ויהי
                                                               \mathbb{Q}\left[x
ight] אזי f אינו פריק מעל (\gcd(a_n,p)=1) \wedge (orall 0 \leq i \leq n-1.p \mid a_i) \wedge \left(p^2 \nmid a_0\right)
                                                                                                      f'=\sum_{i=1}^n ia_ix^{i-1} אזי f=\sum_{i=0}^n a_ix^i\in\mathbb{F}[x] נגזרת: יהי
                                                                                                                          \mathcal{D}\left(f
ight)=f' כך \mathcal{D}:\mathbb{F}\left[x
ight]
ightarrow\mathbb{F}\left[x
ight] סימון: נגדיר
                                                                                                                          \mathcal{D}(fg) = g\mathcal{D}(f) + f\mathcal{D}(g) \wedge (\mathcal{D}(fg)) \wedge (\mathcal{D}(fg))טענה: (\mathcal{D}(fg) = g\mathcal{D}(f) + f\mathcal{D}(g) \wedge (\mathcal{D}(fg)) + \mathcal{D}(g) \wedge (\mathcal{D}(fg))
                                                                                                                                                שורש פשוט: שורש שהריבוי שלו 1.
                                                                                                                                  שורש מרובה: שורש שהריבוי שלו גדול מ־1.
                                                                       (f') שורש מרובה (שורש lpha) שורש אזי lpha \in \mathbb{F} ויהי f \in \mathbb{F}[x] משפט: יהי יהי
                                         .char (\mathbb{F})=0 ואם אינו מוגדר אזי היי \mathbb{F}=\min\{m\in\mathbb{N}\mid m\cdot 1=0\} ואם אינו מוגדר אזי היי \mathbb{F} שדה אזי
                                     (f') של r-1 של \alpha)שורש מריבוי \alpha של איז (\alpha של המקיים המקיים המקיים \alpha של הורש מריבוי \alpha של איז (\alpha של המקיים רבוי \alpha
                                                                                                              A_{\mathrm{can}}^{\mathbb{F}} אזי הצורה הקנונית היא A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight) תהא
                                                                                                                                .arphi\in \mathrm{Hom}\,(L) :loop closed/אופרטור לינארי
                                                                                                                                                     \varphi \in \operatorname{Hom}(\mathcal{L}, \mathcal{M}): loop open
                                                                                                                             .GL(n,\mathbb{F})=\{A\in M_n(\mathbb{F})\mid |A|\neq 0\} סימון:
                                                                               .
\exists C\in \mathsf{GL}\left(n,\mathbb{F}\right).B=C^{-1}AC מטריצות המקיימות A,B\in M_{n}\left(\mathbb{F}\right)
                                                                         \exists v \in L \setminus \{0\} \ . \varphi(v) = \lambda v עבורו \lambda \in \mathbb{F} אזי \varphi \in \operatorname{Hom}(L) יהי יהי ערד עצמי (ע"ע): יהי
                                                                                       \operatorname{Spec}_{\mathbb{F}}\left(A
ight)=\{\lambda\in\mathbb{F}\mid A אזי \lambda\} אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) יהי יהי
                                                                         \exists \lambda \in \mathbb{F}. \varphi\left(v\right) = \lambda v עבורו עצמי (ו"ע): יהי \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right) יהי יהי
                                                         L_{\lambda}=\{v\in L\mid arphi\left(v
ight)=\lambda v\} תת מרחב עצמי (מ"ע): יהי arphi\in 	ext{Hom}\left(L
ight) יהי יarphi\in 	ext{Hom}\left(L
ight) יהי
                                                                                                                             L_{\lambda} = \ker (\varphi - \lambda I) \wedge (L_{\lambda} = \ker (\varphi - \lambda I)).
                                                                               arphi אזי בסיס אז המורכב מוקטורים עצמיים של arphi\in {
m Hom}\,(L) היי יהי
                                                                                . אלכסונית [arphi] אלכסונית בסיס \mathcal{B} אלכסונית עבורה קיים arphi אלכסונית אלכסונית אלכסונית
                                                            (קיים בסיס עצמי ל-L). משפט: יהי ע\varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) ויהי ויהי משפט: יהי משפט: יהי משפט ויהי ק
                                                                                                         . צורה אלכסונית אזי A_{\operatorname{can}} לכסינה אזי A \in M_n\left(\mathbb{F}\right) אהערה: תהא
                                                                                                                                \bigoplus_{i=1}^n L_{\lambda_i} אזי שונים אזי \lambda_1,\ldots,\lambda_n למה: יהיו
```

 $\min_{\deg} \left\{ g \mid orall i.\, (f_i \mid g) 
ight\}$  אזי  $f_1 \dots f_n \in \mathbb{F}[x]$  יהיו

משפט: כפולה משותפת מינימלית קיימת ויחידה עד כדי כפילה בסקלר.

```
. מסקנה: יהי arphi בעל arphi בעל \lambda_1,\dots,\lambda_{\dim(L)} ע"ע שונים אזי arphi ניתן ללכסון arphi
                                                                      .p_{A}\left(x
ight)=\det\left(xI-A
ight) אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) תהא
                                                                                                             .p_{A}\in\mathbb{F}\left[ x
ight] אזי A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight) טענה: תהא
                                                     .p_{\left[arphi
ight]_{\mathcal{B}_{1}}}\left(x
ight)=p_{\left[arphi
ight]_{\mathcal{B}_{2}}}\left(x
ight) אזי בסיסים אזי arphi\in\mathrm{Hom}\left(L
ight) למה: יהי
                                                         p_{arphi}(x)=p_{[arphi]_R}(x) אוי בסיס בסיס arphi ויהי arphi בחיס אוי יהי יהי arphi\in \mathrm{Hom}\,(L)
                                                                                              a_n=1 עבורו \sum_{i=0}^n a_i x^i \in \mathbb{F}\left[x
ight] פולינום מתוקן:
                                                   (\deg(p_{\varphi})=\dim(L)) \wedge (משפט: יהי \varphi\in \operatorname{Hom}(L) אזי משפט: יהי \varphi\in \operatorname{Hom}(L)
                                                                                        טענה: תהא p_{arphi} = \sum_{i=0}^{n} a_{i}x^{i} עבורו A \in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) אזי
                                                                                                                                       .a_{n-1} = -\operatorname{trace}(A) \bullet
                                                                                                                                      a_0 = (-1)^n \det(A) \bullet
                                                                    .(p_{A}=p_{A^{t}})\wedge(p_{AB}=p_{BA}) אזי A,B\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) למה: תהיינה
                                                                       .trace (AB)= trace (BA) אזי A,B\in M_n\left(\mathbb{F}\right) מסקנה: תהיינה
                                             A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight) \iff (\lambda\in \mathrm{Spec}\left( A
ight) משפט: תהא A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight) ויהי \lambda\in \mathbb{F} ויהי
          (x\in\ker\left(\lambda I-A
ight))\Longleftrightarrow (\lambda איי של ע"ע אל איי \lambda\in\mathbb{F} ויהי A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) משפט: תהא A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) יהי
                         \langle a,b \rangle +_{\mathbb{C}} \langle c,d \rangle = \langle a+c,b+d \rangle אזי a,b,c,d \in L ויהיו \mathbb{R} מ"ו מעל מרוכב: יהי מרוכב: יהי
                      \langle a,b \rangle \cdot_{\mathbb{C}} \langle c,d \rangle = \langle ac-bd,ad+bc \rangle אזי a,b,c,d \in L ויהיו \mathbb{R} ויהיו מעל מרוכב: יהי A מ"ו מעל
                                                                                            L_{\mathbb C}=\left\langle L^2,+_{\mathbb C},*_{\mathbb C}
ight
angle אזי \mathbb R מירכוב: יהי L מירכוב: יהי
                                                                                                          a+ib=\langle a,b \rangle אזי \langle a,b \rangle \in L_{\mathbb{C}} סימון: יהי
                                                                                                         \mathbb C טענה: יהי L מ"ו מעל \mathbb R אזי מ"ו מעל מענה: יהי
A = \alpha u - \beta v \wedge (Av = \beta u + \alpha v) אזי u + iv עי"ע עבור ו"ע עי"ע עבור ו"ע אזי A \in M_n\left(\mathbb{R}\right) משפט: תהא
   אזי A_{\mathsf{can}}^{\mathbb{C}}=\mathsf{Diag}\left(\lambda_{1}\ldots\lambda_{m},lpha_{1}+ieta_{1}\ldotslpha_{\ell}+ieta_{\ell}
ight) אזי אזי אזי אינה: תהא A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) לכסינה מעל
                        A_{	ext{can}}^{\mathbb{R}} = 	ext{Diag}\left(\lambda_1 \dots \lambda_m, \left(egin{array}{cc} lpha_1 & eta_1 \ -eta_1 & lpha_1 \end{array}
ight) \dots \left(egin{array}{cc} lpha_\ell & eta_\ell \ -eta_\ell & lpha_\ell \end{array}
ight)
ight)
```

 $r_{q}\left(\lambda\right)=\dim\left(L_{\lambda}\right)$  אזי ע"ע אזי  $arphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight)$  ריבוי גאומטרי: יהי  $arphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight)$ 

 $.p_{A}\mid m_{A}^{n}$  אזי  $A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight)$  מסקנה: תהא

$$\mathbb{R}$$
 בסיס קנוני מעל  $u_1\ldots u_\ell,v_1\ldots v_\ell$  אזי איזי  $u_1+iv_1,\ldots,u_\ell+iv_\ell$  עם ו"ע עם עם לכסינה מעל  $\varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)$  מסקנה: תהא

```
.r_a(\lambda) = \max(n \in \mathbb{N} \mid ((x - \lambda)^n \mid f_A(x))) ריבוי אלגברי: יהי \varphi \in \operatorname{Hom}(L) ויהי \varphi \in \operatorname{Hom}(L)
                                                                                            r_a(\lambda) \leq r_a(\lambda) אזי ע"ע אזי \varphi \in \operatorname{Hom}(L) למה: יהי
(r_{q}(\lambda)=r_{a}(\lambda) אזי (לכל ע"ע לכסין מעל \varphi\in \mathrm{Hom}(L) מסקנה: יהי לגורמים לינאריים) אזי (על לכסין מעל \varphi\in \mathrm{Hom}(L) מסקנה: יהי
                         . פעמים r_a\left(\lambda\right) מסקנה: יהי לכסין ויהיו \lambda_i לכסין ויהיו אזי בצורה ל\gamma\in \mathrm{Hom}\left(L\right) מסקנה: יהי
                        (מסקנה: איר איברים על האלכסון אזי הצורה האלכסונית מחידה עד כדי תמורת האיברים על האלכסון. \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)
                                                         .p\left(A
ight)=\sum_{i=0}^{n}a_{i}A^{i} אזי A\in M_{m}\left(\mathbb{F}
ight) ותהא p\left(x
ight)=\sum_{i=0}^{n}a_{i}x^{i} הגדרה: יהי
                                                                        [f(\varphi)]_{\mathcal{B}}=f([\varphi]_{\mathcal{B}}) אזי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) ויהי L בסיס של
                                                         m_{arphi}=\min_{\deg}\left(p\in\mathbb{F}\left[x
ight]\mid p\left(arphi
ight)=0
ight) אזי arphi\in\mathsf{Hom}\left(L
ight) איזי יהי
                                                                                                                         הערה: הפולינום המינימלי הינו מתוקן.
                                                                                                       משפט: יהי m_{\omega}\left(x
ight) אזי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) קיים ויחיד.
                                                                      m_{arphi}|p אזי p\left(arphi
ight)=0 משפט: יהי p\in\mathbb{F}\left[x
ight] ויהי ויהי arphi\in\mathrm{Hom}\left(L
ight) אזי
                                                                     \mathbb{F}\left[x
ight] אידיאל של \{p\in\mathbb{F}\left[x
ight]\mid p\left(arphi
ight)=0\} איזיarphi\in\mathsf{Hom}\left(L
ight) אידיאל אי
                                                                               \langle m_{\varphi} \rangle = \{ p \in \mathbb{F}[x] \mid p(\varphi) = 0 \} אזי \varphi \in \operatorname{Hom}(L) מסקנה: יהי
                                                                                          .p_{A}\left(A
ight)=0 אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) משפט קיילי המילטון: תהא
                                                                                                                      m_A|p_A אזי A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) מסקנה: תהא
                                                                                                  m_{\varphi}\left(\lambda
ight)=0 ויהי \lambda ע"ע אזי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) למה: יהי
```

```
\ker ((f \circ q)(\varphi)) = \ker (f(\varphi)) \oplus \ker (g(\varphi))
                                      \ker\left(\prod f_i\left(arphi
ight)
ight)=igoplus\ker\left(f_i\left(arphi
ight)
ight) ארים באוגות אזי ויהיו g\in\operatorname{Hom}\left(L
ight) ארים באוגות אזי יחים arphi
                             A. (m_A(x)=\prod_{i=1}^k (x-\lambda_i)) \iff לכסינה) Aלכסינה) כל הע"ע אזי \lambda_1 
eq \dots 
eq \lambda_k ויהיו A \in M_n\left(\mathbb{F}
ight) משפט: תהא
                          .p_{g(A)}\left(x
ight)=\prod\left(x-g\left(\lambda
ight)
ight) אזי g\in\mathbb{F}\left[x
ight] ויהי ויהי p_{A}\left(x
ight)=\prod\left(x-\lambda_{i}
ight) למה: תהא A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) אזי
                          G\left(A
ight) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k A^k אזי |x| < R מתכנס בתחום G\left(x
ight) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k אנליטית עבורה איניטית עבורה
\lambda_1 \ldots \lambda_n ע"ע עבורה לכסינה עם אנליטית אנליטית אנליטית מתכנס מתכנס מתכנס מתכנס מתכנס אנליטית עבורה G\left(x
ight) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k אנליטית עבורה אנליטית עבורה
                                                                                                                                             \forall i \in [n] \, . \, |\lambda_i| < R המקיימים
                                                                                                                                                 .מתכנס G(A) מתכנס
                                                                                                                   .Spec(F(A)) = \{F(\lambda) \mid \lambda \in Spec(A)\} \bullet
                                                                                 .(A_{can} = C^{-1}AC) \Longrightarrow (F(A)_{can} = C^{-1}F(A)C = F(A_{can})) \bullet
                                              לכסוניות. [\varphi]_{\mathcal{B}}, [\psi]_{\mathcal{B}} עבורו \mathcal{B} לכסינות המקיימות קיים לכסינות לכסינות לכסוניות. לכסוניות
                                                                                      למה: תהא A מטריצת בלוקים אלכסונית לכסינה אזי כל בלוק לכסין.
                                                            (\varphi\psi=\psi\varphi)\Longleftrightarrowמשפט: יהיו (\varphi,\psi) לכסינות אזי ((\varphi,\psi) לכסינות סימולטנית) משפט: יהיו
                                                          .arphi\left(M
ight)\subseteq M המקיים M\subseteq L אזי תמ"ו איי יהי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) המקיים יהי
                                                                            . מסקנה: יהי arphi_{\mathbb{L}_M} ויהי ווריאנטי אזי M\subseteq L ויהי ווריאנטי אזי יהי יהי יהי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)
                                                                                          . איווריאנטים \{0\}, L, \ker\left(\varphi\right), \operatorname{Im}\left(\varphi\right) אזי \varphi\in\operatorname{Hom}\left(L\right) איווריאנטים
                                                                                                        . משפט: יהי L_\lambda איווריאנטי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) משפט: יהי
                                                      [arphi]_{\mathcal{B}}=\left(egin{array}{c} [arphi_{1_B}]_{\mathcal{B}} & P \\ A \end{array}
ight) עבורה ענטי אזי קיים בסיס \mathcal{B} עבורה arphi ויהי M איווריאנטי אזי קיים בסיס
                  L=igoplus_{\mathcal{B}}=\mathrm{Diag}\left(\left[arphi_{L_1}
ight]_{\mathcal{B}_1},\ldots,\left[arphi_{L_k}
ight]_{\mathcal{B}_k}
ight) עבורו עבורו עבורו איווריאנטים אזי קיים בסיס אי קיים בסיס בסיס והיי L=igoplus_{i=1}^k L_i איווריאנטים אזי קיים בסיס
                                                                              .Diag (J_{k_1}\left(\lambda_1
ight)\ldots J_{k_n}\left(\lambda_n
ight)) אזי איזי k_1\ldots k_n וכן \lambda_1\ldots \lambda_n\in\mathbb{F} יהיו
                           . משפט ג'ורדן: יהי [arphi]_{\mathcal{B}} עבורו [arphi]_{\mathcal{B}} עבורו אזי קיים בסיס \mathcal{B} עבורו [arphi]_{\mathcal{B}} מטריצת ג'ורדן: יהי
                                                                                      טענה: צורת ג'ורדן מוגדרת באופן יחיד עדי כדי תמורת תיבות ג'ורדן.
                                                                                         . צורת ג'ורדן אזי A_{\operatorname{can}} צורת ג'ורדן אזי A \in M_n\left(\mathbb{F}\right) אורת ג'ורדן.
                                                                                        A,B \in A, B \in M_n(\mathbb{F}) מסקנה: יהיו A,B \in M_n(\mathbb{F}) אזי אוי מסקנה:
                                                                                                                    A אזי A^t דומה אל A \in M_n\left(\mathbb{F}\right) דומה אל
                                                                            .\eta\left(A
ight)=\min\left(n\in\mathbb{N}\mid A^{n}=0
ight) אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) תהא
                                                                                              m_{J_n(\lambda)} = (x-\lambda)^n = p_{J_n(\lambda)}(x) אזי n \geq 2 מסקנה: יהי
                                                                          L_{\mu}^{(k)}=\ker \left(arphi-\mu I
ight)^k ויהי \mu ע"ע אזי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) ויהי עצמי מוכלל: יהי
                                                                                                                             L_{\mu}=L_{\mu}^{(1)}\subseteq\ldots\subseteq L_{\mu}^{(r_g(\lambda))}=L :למה
                                                                                                                      .arphi אינבריאנטי ביחס אל L_{\mu}^{(i)} :למה: \dim\left(L_{\mu}^{(k)}
ight)\leq r_a\left(\mu
ight) אזי k\in\mathbb{N}_+ למה: יהי
                                                             L=igoplus_{i=1}^n L_{\lambda_i}^{(k_i)} אוי \lambda_1
eq\ldots
eq\lambda_n עבור עבור p_{arphi}\left(x
ight)=\prod_{i=1}^n\left(x-\lambda_i
ight)^{k_i} למה: נניח כי
                   .orall lpha\in\mathbb{F}^k. (\sumlpha_iv_i\in M\Longrightarrowlpha=0) המקיימת v_1\dots v_k\in L אזי M\subseteq L יהי תמ"ו היי תמ"ו בלתי תלוייה ביחס לתת מרחב:
                                                                    \max_{|A|} \{A \subseteq L \mid M אזי ביחס אל A\} אזי M \subseteq L אזי אוייה ביחס אל
                                                                       L עם בסיס אזי קו־בסיס הוא השלמה לבסיס אזי עם בסיס אזי אזי אזי תמ"ו M\subseteq L יהי עם אזי יהי תמ"ו
                                            L^{(k-1)}_\mu אל ביחס אל ביחס של e_1\dots e_m ויהי ויהי k\in\mathbb{N}_+ יהי \mu יהי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) למה: יהי
                                                                                                               (\varphi - \mu I)(e_1) \dots (\varphi - \mu I)(e_m) \in L_{\mu}^{(k-1)} \bullet
```

 $f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight]$  ויהיו  $arphi\in ext{Hom}\left(L
ight)$  ארים אזי משפט הפירוק הפרימרי: תהא

 $L_{\mu}^{(k-2)}$  אל ביחס הלויים ביחס ביחס ( $arphi-\mu I$ )  $(e_1)\dots(arphi-\mu I)$  $I\left(\lambda_{i}
ight)=\operatorname{Diag}\left(J_{k_{1}^{i}}\left(\lambda_{i}
ight)\ldots J_{k_{n_{i}}^{i}}\left(\lambda_{i}
ight)
ight)$  באשר בורה  $\left[arphi
ight]_{B}=\operatorname{Diag}\left(I\left(\lambda_{1}
ight)\ldots I\left(\lambda_{k}
ight)
ight)$  באשר  $arphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight)$  $\lambda_1,\ldots,\lambda_k$  הם arphi של • • כל הע"ע של  $\max\left(k_1^i,\dots,k_{n_i}^i
ight)$  הריבוי של  $\lambda_i$  בפולינום המינימלי הוא  $\left|\left\{j\mid k_{j}^{i}\geq r\right\}\right|=\dim\left(\ker\left(\left(T-\lambda_{i}I\right)^{r}\right)\right)-\dim\left(\ker\left(\left(T-\lambda_{i}I\right)^{r-1}\right)\right)\ \bullet$  $(\cdot,\cdot):L^2 o\mathbb{R}$  מכפלה פנימית ממשית (מ"פ): יהי L מ"ו נ"ס אזי  $. \forall a,b \in L.\,(a,b) = (b,a)$  :סימטריות • .  $\forall a,b,c \in L. \forall \alpha,\beta \in \mathbb{R}. \ (\alpha a+\beta b,c)=\alpha \ (a,c)+\beta \ (b,c)$  : דו־לינאריות:  $\forall a \in L. (a, a) > 0$  חיוביות:  $\forall a \in L. ((a,a)=0) \Longleftrightarrow (a=0)$  ממש: • חיוביות ממש מכפלה פנימית מרוכבת (מ"פ): יהי L מ"ו נ"ס אזי  $\mathbb{C} o (\cdot,\cdot)$  המקיימת  $\forall a,b \in L. (a,b) = \overline{(b,a)}$  :הרמיטיות  $\forall a, b, c \in L. \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}. (\alpha a + \beta b, c) = \alpha (a, c) + \beta (b, c)$  • לינאריות:  $\forall a \in L. (a,a) \in \mathbb{R}_+$  חיוביות: •  $\forall a \in L. ((a,a)=0) \Longleftrightarrow (a=0)$  ממש: • חיוביות ממש מרחב אוקלידי:  $(L,+,*,(\cdot,\cdot))$  באשר באשר  $(L,+,*,(\cdot,\cdot))$  מ"ל מעל ממשית). ( $\cdot,\cdot$ )) $\wedge$ ( $\mathbb C$  מכפלה פנימית מרוכבת). באשר ((+,+,\*)) מ"ו מעל ((+,+,\*)) מכפלה פנימית מרוכבת). מרחב מכפלה פנימית (ממ"פ): (מרחב אוניטרי) ∨(מרחב אוקלידי).  $\langle L_{\mathbb{R}},+,\cdot
angle$  יהי אזי מרחב מימוש: יהי מימוש: יהי  $(L_{\mathbb{R}})$  מ"פ על משפט: יהי  $(a,b)_{\mathbb{R}}=\operatorname{Re}(a,b)$ מ"נ משפט: יהי מרחב אוניטרי אזי ו $(a,b)_{\mathbb{R}}=\operatorname{Re}(a,b)$ משפט: יהי  $\dim_{\mathbb{R}}\left(L_{\mathbb{R}}
ight)=2\dim_{\mathbb{C}}\left(L
ight)$  אזי אוניטרי אוניטרי מרחב מרחב למה: יהי  $a,b)_{\mathrm{st}}=\sum_{i=1}^n a_i\overline{b_i}$  נגדיר  $a,b\in\mathbb{C}^n$  הגדרה: יהיו  $A,B)_{\mathrm{st}}=\mathrm{trace}\left(A^{t}\overline{B}
ight)$  נגדיר  $A,B\in M_{m imes n}\left(\mathbb{C}
ight)$  הגדרה: יהיו  $.(f,g)_{\mathrm{st}}=\int_{lpha}^{eta}f\left(x
ight)\overline{g\left(x
ight)}dx$  נגדיר  $f,g\in C_{\mathbb{C}}\left(\left[lpha,eta
ight]
ight)$  נגדיה: יהיו  $(a,b)^2 \leq (a,a) \cdot (b,b)$  משפט קושי שוורץ: יהי ב ממ"פ ויהיו  $a,b \in L$  משפט קושי שוורץ: יהי .  $\left((a,b)^2=(a,a)\cdot(b,b)\right)\Longleftrightarrow (a\in\mathrm{span}\,(b))$  אזי  $a,b\in L$  טענה: יהיו  $\|a\| = \sqrt{(a,a)}$  אזי  $a \in L$  יהי נורמה/אורך: יהי

```
a,b\in Lackslash\{0\} למה: יהי L ממ"פ יהיו
                                                                                                                       -1 \le \cos\left(\widehat{ab}\right) \le 1 \bullet
                                                                                         .\left(\cos\left(\widehat{ab}\right) = 1\right) \iff (\exists t > 0.b = ta) \bullet.\left(\cos\left(\widehat{ab}\right) = -1\right) \iff (\exists t < 0.b = ta) \bullet
                                                              a,b)=0 המקיימים a,b\in L (א"ג): וקטורים ניצבים/אורתוגונליים (א"ג)
                                                      a\perp b איי a,b ניצבים a,b ניצבים a,b יהיו a\perp b \Longleftrightarrow \|a+b\|^2=\|a\|^2+\|b\|^2 איי a,b\in L משפט פיתגורס: יהיו
                                                                                                               a,b,c\in L ממ"פ ויהיו ממ"ב למה: יהי
                                                                                                     .dist (a,b) = dist (b,a) :סימטריות:
                                                                                                                    .dist (a,b) \geq 0 :חיוביות
                                                                                     .(dist (a,b)=0) \iff (a=b) :משט סיוביות ממש
                                                            .dist (a,b) \leq \operatorname{dist}(a,c) + \operatorname{dist}(c,b) מי שיוויון המשולש (אש"מ): •
                                                                              a,b\in L יהיו ממשפ ממרמה: יהי פנימית מנורמה שחזור מכפלה פנימית מנורמה:
                                                    .(a,b)=rac{\|a+b\|^2-\|a-b\|^2}{4} מרחב אוקלידי אזי מרחב ב הוקלידי אזי מרחב ב L • .(a,b)=rac{\|a+b\|^2-\|a-b\|^2}{4}+irac{\|a+ib\|^2-\|a-ib\|^2}{4}
                                                                           מרחב בעל נורמה: יהי L מ"ו נ"ס אזי L המקיימת
                                                                                        (\upsilon(a) \ge 0) \land ((\upsilon(a) = 0) \iff (a = 0)) \bullet
                                                                                                                         .\upsilon(\lambda a) = |\lambda| \cdot \upsilon(a) \bullet
                                                                       .\upsilon\left(a+b
ight)\leq\upsilon\left(a
ight)+\upsilon\left(b
ight) אי שיוויון המשולש (אש"מ): •
                                                                                                 טענה: יהי בעל ממ"פ אזי בעל מרחב בעל נורמה. 
                   \forall a,b \in L. v\left(a+b
ight)^{2}+v\left(a-b
ight)^{2}=2\left(v\left(a
ight)^{2}+v\left(b
ight)^{2}
ight) שיוויון המקבילית: נורמה v המקיימת
                   (משרה מכפלה פנימית) יהי U מרחב בעל נורמה אזי שיוויון מקיימת מיוויון מקיימת מערה מכפלה פנימית).
                               . ממכפלה ממכפלה מושרת משלה v\left(f\right)=\max_{x\in\left[lpha,eta\right]}\left|f\left(x\right)\right| הנורמה הנורמה C\left(\left[lpha,eta\right]\right)
(G\left(a_1\ldots a_k
ight))_{i,j}=(a_i,a_j) כך כך כך G\left(a_1\ldots a_k
ight)\in M_k\left(\mathbb{C}
ight) אזי a_1\ldots a_k\in L מטריצת גראם: יהי A מטריצת גראם: יהי
                                                                                     A^t=\overline{A} המקיימת A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) :מטריצה הרמיטית
                                                   .G\left(a_1\ldots a_k
ight)^t=\overline{G\left(a_1\ldots a_k
ight)} אזי a_1\ldots a_k\in L יהיי ממ"פ L יהי טענה: יהי
                                   G(a_1\dots a_k)^t=G(a_1\dots a_k) אזי a_1\dots a_k\in L מסקנה: יהי A מרחב אוקלידי ויהיו
                                             (\det (G(a_1\ldots a_k))
eq 0) בת"ל) בת"ל a_1\ldots a_k אזי a_1\ldots a_k\in L משפט: יהיו
                                                                                              \det G(\mathcal{B}) \neq 0 בסיס אזי \mathcal{B} \subseteq L מסקנה: יהי
                                                         a_i(a_i,a_j)=\delta_{i,j} המקיימים a_1\dots a_n\in L (א"נ): וקטורים אורתונורמלים
                                                               G\left(a_1\ldots a_n
ight)=I_n אורתונורמלים אזי a_1\ldots a_n\in L מסקנה: יהיו
                                                                     . בת"ל. a_1 \ldots a_n אורתונורמליים אזי a_1 \ldots a_n \in L מסקנה: יהיו
                                    a,b)=\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n\left([a]_{\mathcal{B}}\right)_i\overline{\left([b]_{\mathcal{B}}
ight)_j}\left(\mathcal{B}_i,\mathcal{B}_j
ight) אזי a,b\in L משפט: יהי \mathcal{B} בסיס ויהיו
                                                                  a,b,b = [a]_{\mathcal{B}}^t \overset{\circ}{G}(\mathcal{B}) \, \overline{[b]_{\mathcal{B}}} אזי a,b \in L יהיי בסיס ויהיו
                             C משפט: יהיו \mathcal{B},\mathcal{D} בסיסים ותהא C מטריצת מעבר בין הבסיסים אזי מטריצת בסיסים ותהא
                                                   \exists C \in \mathsf{GL}\left(n,\mathbb{F}\right).C^tBC = A מטריצות חופפות: A,B \in M_n\left(\mathbb{F}\right)
                                                          . חופפות G\left(\mathcal{B}\right),G\left(\mathcal{D}\right) אזי אוקלידי מסקנה: יהיו בסיסים למרחב למרחב אוקלידי היו
                                                                    \mathcal{L}(\mathcal{D}_i,\mathcal{B}_j)=\delta_{i,j} בסיס המקיים \mathcal{D} בסיס אזי בסיס בסיס דואלי: יהי
```

 $\cos\left(lpha
ight)=rac{(a,b)}{\|a\|\|b\|}$  עבורה  $lpha\in\left[0,\pi
ight]$  אזי  $a,b\in Lackslash\left\{0
ight\}$  אוית: יהיו

 $\|a\| - \|b\| \| \le \|a + b\| \le \|a\| + \|b\|$  אי שיוויון המשולש (אש"מ):

a,b סימון: יהיו  $\widehat{ab}$  אזי  $a,b\in L\setminus\{0\}$  סימון: יהיו מרחק: יהיו  $a,b\in L$  אזי  $a,b\in L$  אזי למה: יהי  $a,b\in L$  ממ"פ יהיו  $a,b\in L$  ויהי  $a,b\in L$  למה: יהי  $a,b\in L$  ממ"פ יהיו  $a,b\in L$  מרחק.  $(\|a\|\geq 0)\wedge((\|a\|=0)\Longleftrightarrow (a=0))$ 

 $\|\lambda a\| = |\lambda| \cdot \|a\| \bullet$ 

```
\mathcal{B}^* בסיס דואלי. בסיס דואלי.
```

 $a\in L$  משפט: יהי  ${\mathcal B}$  בסיס ויהי

- . קיים ויחיד  $\mathcal{B}^*$ 
  - $.\mathcal{B}^{**}=\mathcal{B}$  •
- $a = \sum_{i=1}^{n} (a, \mathcal{B}_i^*) \mathcal{B}_i \bullet$

.span  $\{e_1\dots e_m\}=$  span  $\{a_1\dots a_k\}$  שורתונורמליים עבורם  $e_1\dots e_m\in L$  אזי קיימים  $a_1\dots a_k\in L$  למה: יהיו כך GS  $(a_1 \dots a_k) = \{e_1 \dots e_k\}$  בת"ל נגדיר  $a_1 \dots a_k \in L$  יהיי יהיו שמידט: יהיו

- $.e_1 = rac{a_1}{\|a_1\|}$  לכל  $2 \leq i \leq k$  לכל

$$.a'_{i} = a_{i} - \sum_{j=1}^{i-1} (a_{i}, e_{j}) e_{j} - e_{i} = \frac{a'_{i}}{\|a'_{i}\|} - e_{i}$$

$$e_i = \frac{a_i'}{\|a_i'\|}$$
 -

. $(\mathrm{span}\,\{\mathrm{GS}\,(a_1\ldots a_k)\}=\mathrm{span}\,\{a_1\ldots a_k\})$  אורתונורמליים) אורתונורמליים בת"ל אזי מענה: יהיו  $a_1\ldots a_k\in L$  אורתונורמליים

מסקנה: יהי L ממ"פ אזי קיים בסיס  $\mathcal B$  אורתונורמלי.

 $a,b\in L$  יהי ממ"פ יהי  $\mathcal{B}$  בסיס אורתונורמלי ויהיו למה:

- $.a = \sum_{i=1}^{n} (a, \mathcal{B}_i) \mathcal{B}_i \bullet$  $.||a|| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} ([a]_{\mathcal{B}})_i^2} \bullet$
- $.(a,b) = \sum_{i=1}^{n} ([a]_{\mathcal{B}})_i \overline{([b]_{\mathcal{B}})_i} \bullet$

$$.(a,b) = \sum_{i=1}^{n} ([a]_{\mathcal{B}})_i ([b]_{\mathcal{B}})_i$$

$$.dist (a,b) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (([a]_{\mathcal{B}})_i - ([b]_{\mathcal{B}})_i)^2} \bullet$$

$$.cos (ab) = \frac{\sum_{i=1}^{n} ([a]_{\mathcal{B}})_i ([b]_{\mathcal{B}})_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} ([a]_{\mathcal{B}})_i^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} ([b]_{\mathcal{B}})_i^2}} \bullet$$

$$.CC(a_{\mathcal{B}}, a_{\mathcal{B}})) > 0 \text{ and } a_{\mathcal{B}} \in L_{\mathcal{B}}$$

 $\det\left(G\left(a_1\ldots a_k
ight)
ight)\geq 0$  אזי  $a_1\ldots a_k\in L$  מסקנה: יהיו

 $\det\left(G\left(a_{1}\ldots a_{k}
ight)
ight)>0$  בת"ל אזי  $a_{1}\ldots a_{k}\in L$  מסקנה: יהיו

 $P\left(a_1\dots a_k
ight)=\left\{\sum_{i=1}^k\lambda_ia_i\mid orall i\in [k].\lambda_i\in [0,1]
ight\}$  מקבילון: יהי L מרחב אוקלידי ויהיו  $a_1\dots a_k\in L$  מקבילון: יהי

.Vol  $(P\left(a_1\ldots a_k
ight))=\sqrt{\det\left(G\left(a_1\ldots a_k
ight)
ight)}$  נפת מקבילון: יהיו  $a_1\ldots a_k\in L$  יהיו

.Vol  $(P(a_1 \dots a_k)) = \prod_{i=1}^k \|a_i\|$  אורתוגונליים אזי  $a_1 \dots a_k \in L$  למה: יהיו

 $\operatorname{Vol}\left(P\left(\mathcal{D}
ight)
ight)=\left|\det\left(C
ight)
ight|$  מטריצת מעבר אזי בסיס אורתונורמלי יהי בסיס ותהא מטריצת מעבר אזי

 $\operatorname{sign}\left(\det\left(C\right)\right)$  אורנטצייה: יהיו  $\mathcal{B},\mathcal{D}$  בסיסים ותהא מטריצת מעבר אזי

C בסיסים אורתונורמליים במרחב אוקלידי אזי מטריצת המעבר  $\mathcal{B},\mathcal{D}$  מטריצה אורתוגונלית: יהיו C מטריצה אוניטריau: היו  $\mathcal{B},\mathcal{D}$  בסיסים אורתונורמליים במרחב אוניטרי אזי מטריצת המעבר

 $C^t = I \iff$ משפט: תהא  $C \in M_n\left(\mathbb{R}\right)$  אזי ( $C \in M_n\left(\mathbb{R}\right)$  משפט: תהא

 $C^t(C^t,C^t) \iff$ משפט: תהא  $C \in M_n(\mathbb{C})$  אזי משפט: תהא

 $O(n) = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid A^t A = I\}$  סימון:

 $.U\left(n\right)=\left\{ A\in M_{n}\left(\mathbb{C}\right)\mid A^{t}\overline{A}=I\right\}$  סימון:

 $\left|\det\left(C
ight)
ight|=1$  אזי  $C\in O\left(n
ight)\cup U\left(n
ight)$  משפט: תהא

 $C\in C(n)$  איי (עמודות  $C\in C$  איי אורתונורמלי של  $C\in M_n(\mathbb{R})$  איי (עמודות  $C\in M_n(\mathbb{R})$ 

 $C\in U\left(n
ight)$  אזי (עמודות בסיס אורתונורמלי של בסיס אזי (עמודות  $C\in M_{n}\left(\mathbb{C}
ight)$  אזי האפט: תהא

 $SO\left(n
ight) = \left\{A \in O\left(n
ight) \mid \det\left(A
ight) = 1
ight\}$  מטריצות אורתוגונליות מיוחדות:  $SU\left(n
ight)=\left\{A\in U\left(n
ight)\mid\det\left(A
ight)=1
ight\}$  מטריצות אוניטריות מיוחדות:

. משפט:  $\langle SU\left(n\right),\cdot \rangle$  חבורה)  $\langle U\left(n\right),\cdot \rangle$  חבורה) חבורה  $\langle SU\left(n\right),\cdot \rangle$  חבורה) חבורה משפט:  $\langle SU\left(n\right),\cdot \rangle$ 

 $M^{\perp}=\{a\in L\mid orall b\in M.\, (a,b)=0\}$  משלים ניצב: יהי $M\subseteq L$  יהי משלים משלים משלים מיצב

 $M = M^\perp = L$  (משפט: יהי  $M \subseteq L$  תמ"ו) משפט: יהי  $M \subseteq L$  משפט

למה: יהי $M \subseteq L$  תמ"ו

- $(M^{\perp})^{\perp} = M \bullet$
- $.\dim(M^{\perp}) = \dim(L) \dim(M) \bullet$ 
  - $(M+U)^{\perp} = M^{\perp} \cap U^{\perp} \bullet$

```
a=a_{\perp}+a_{M} סימון: יהי a\in L אזי a\in M^{\perp} ,a_{M}\in M אזי a\in L סימון: יהי
                                     \operatorname{pr}_M(a) = a_M המוגדרת \operatorname{pr}_M \in \operatorname{Hom}(L,M) אזי איזיM \subseteq L היהי היר אורתוגונלית: יהי
                                                                                                                      a\in L משפט: יהי M\subseteq L משפט: יהי
                                                                                                                                     .dist (a, M) = ||a_{\perp}|| \bullet
                                                                                                    .dist(a, a_M) = \min \left\{ dist(a, b) \mid b \in M \right\} \bullet
                                                                                                  \forall b \in M \setminus \{a_M\} . dist(a, b) > dist(a, a_M) \bullet
                                                                                                                        .dist(a, M) = \sqrt{\frac{\det(G(a, \mathcal{B}))}{\det(G(\mathcal{B}))}}
                                                        A(a,b)=(a_M,b_M)+(a_\perp,b_\perp) אזי A,b\in L משפט: יהיM\subseteq L יהי M\subseteq L משפט: יהי
                                                                                       \dim_{\mathbb{R}}\left(L
ight)=\dim_{\mathbb{C}}\left(L_{\mathbb{C}}
ight) אזי אוקלידי און מרחב L יהי למה: יהי
                                                                            L_{\mathbb{C}} משפט: יהי L מרחב אוקלידי אזי (\cdot,\cdot)_{\mathbb{C}} מכפלה פנימית מעל
                                                                                                      \sum_{n=1}^{\infty} rac{1}{n^2} = rac{\pi^2}{6} משפט אויילר־פורייה־פרסבל:
                                                                                      f\in \mathrm{Hom}\,(V,\mathbb{F}) אזי \mathbb{F} אזי עמיינל ליניארי: יהי יהי עמיינל מעל
                                                                                                                        .V^* = \operatorname{Hom}(V, \mathbb{F}) המרחב הדואלי:
                                                arphi_a\left(b
ight)=\left(b,a
ight) המוגדרת arphi_a:L	o\mathbb{F} אזיa\in L ויהי ויהי a\in L ממ"פ על
                                                                                                           .arphi_a\in L^* אזי a\in L ממ"פ ויהי ממ"ב למה: יהי
                                                            . משפט: יהי f\left(a\right)=\varphi_{a} המוגדרת f:L\rightarrow L^{*} אזי משפט: יהי L ממ"פ יהי משפט: יהי משפט
                                     . העתקה הפיכה f\left(a\right)=arphi_{a} המוגדרת f:L 	o L^{*} העתקה הפיכה מסקנה: יהי מרחב אוקלידי נ"ס אזי
                                    \forall a,b \in L_1. (\varphi(a),\varphi(b))=(a,b) המקיים \varphi \in \operatorname{Hom}(L_1,L_2) איזומטריה: איזומטריה:
                                               בת"ל בת"ל חוהא D\subseteq L_1 ותהא יהיו יהיו איזומטריות arphi,\phi\in \operatorname{Hom}\left(L_1,L_2
ight) בת"ל
                                                                                                          .(איזומטריה) איזומטריה) איזומטריה) \varphi \circ \phi
                                                                                 \begin{array}{l} .(\|\varphi\left(a\right)\| = \|a\|) \wedge \left(\mathrm{dist}\left(\varphi\left(a\right), \varphi\left(b\right)\right) = \mathrm{dist}\left(a, b\right)\right) \ \bullet \\ .\left(\widehat{a, b} = \varphi\left(\widehat{a}\right), \varphi\left(b\right)\right) \wedge \left(a \perp b \Longleftrightarrow \varphi\left(a\right) \perp \varphi\left(b\right)\right) \ \bullet \end{array} 
                                                                                                                   \operatorname{Vol}(P(\mathcal{D})) = \operatorname{Vol}(P(\varphi(\mathcal{D}))) \bullet
                                                                                  מסקנה: יהי L ממ"פ נ"ס מעל \mathbb F אזי ממ"ב L איזומטריים.
                              משפט: יהי \varphi\in \operatorname{Hom}\left(L
ight) התב"ש
                                                                                                                                                . איזומטריה \varphi
                                                                                                                              \forall a \in L. \|\varphi(a)\| = \|a\| \bullet
                                                                                                    . בסיס א"נ \varphi(\mathcal{B}) עבורו \varphi(\mathcal{B}) בסיס א"נ \bullet
                    . orall a,b \in L.\widehat{a,b} = \widehat{arphi\left(a
ight),arphi\left(b
ight)} המקיים arphi \in \mathrm{Hom}\left(L
ight) מרחב אוקלידי אזי העתקה קונפורמית: יהי
(\exists \lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\,.\,[arphi]_{\mathcal{B}} \in O\,(n) משפט: יהי \mathcal{B} עבורו אזי (\varphi \in \mathrm{Hom}\,(L) אזי אזי (\varphi \in \mathrm{Hom}\,(L) משפט: יהי
\det\left(arphi
ight)=\det\left([arphi]_{\mathcal{B}_{2}}^{\mathcal{B}_{1}}
ight) יהי בהתאמה איי בהתאמה איי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L_{1},L_{2}
ight) דטרמיננטה: יהי
                                                            למה: עד כדי אוריינטציה. \det\left(\varphi\right) אזי \varphi\in\operatorname{Hom}\left(L_{1},L_{2}\right) למה: יהי
    (P(\varphi(\mathcal{B}))) = |\det(\varphi)| \operatorname{Vol}(P(\mathcal{B})) אי(P(\mathcal{B})) איז בסיס של בסיס של (P(\mathcal{B})) איז מומורפיזם ויהי \mathcal{B}
```

העתקה שומרת נפח: יהיו בסיס  $\mathcal{B}$  מרחבים אוקלידיים אזי איזומורפיזם  $\varphi\in \mathrm{Hom}\,(L_1,L_2)$  מתקיים אזי איזומורפיזם אוקלידיים אזי איזומורפיזם בסיס  $\mathcal{B}$  עבורו לכל בסיס

 $\varphi^*$  אזי ההעתקה הצמודה ל $\varphi\in {
m Hom}\,(L)$  סימון: יהי L ממ"פ ויהי  $\varphi\in {
m Hom}\,(L)$  אזי ההעתקה ממ"פ יהיו ממ"פ יהיו  $\varphi,\psi\in {
m Hom}\,(L)$  יהי ממ"פ יהיו

משפט: יהי L ממ"פ ויהי  $\varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)$  אזי העתקה צמודה קיימת ויחידה.

 $(\det(\varphi)=1)\Longleftrightarrow$ מסקנה: יהי ( $\det(\varphi)=1)$  איזומורפיזם אזי ( $\varphi\in \operatorname{Hom}(L_1,L_2)$  יהי

 $. orall a, b \in L. (arphi(a), b) = (a, \phi(b))$  עבורו  $\phi \in \operatorname{Hom}(L)$  אזי  $\phi \in \operatorname{Hom}(L)$  ממ"פ ויהי A ממ"פ ויהי

 $.[\varphi]_{\mathcal{B}}^* = \overline{[\varphi]_{\mathcal{B}}}^t \bullet$ 

 $.Vol(P(\varphi(\mathcal{B}))) = Vol(P(\mathcal{B}))$ 

 $(M \cap U)^{\perp} = M^{\perp} + U^{\perp}$ .

.dist  $(a,M)=\inf\{ \text{dist}\, (a,b)\mid b\in M\}$  אזי  $a\in L$  תמ"ו ויהי  $M\subset L$  יהי  $M\subset L$  יהי

 $(\varphi^*)^* = \varphi \bullet$ 

```
(\varphi + \psi)^* = \varphi^* + \psi^* \bullet
```

$$(\lambda \varphi)^* = \overline{\lambda} \varphi^* \bullet$$

$$.(\varphi\psi)^* = \psi^*\varphi^* \bullet$$

. מסקנה: יהי אוטומורפיזם  $f \in L^L$  אזי אוטומורפיזם מסקנה: יהי מרחב אוקלידי אזי  $f \in L^L$ 

$$\left(\ker\left(\varphi\right)=\left(\operatorname{Im}\left(\varphi^{*}\right)\right)^{\perp}\right)\wedge\left(\operatorname{Im}\left(\varphi\right)=\left(\ker\left(\varphi^{*}\right)\right)^{\perp}\right)$$
משפט: יהי  $\left(\varphi\varphi^{*}=I\right)$  אזי  $\left(\varphi$  איזומטריה)  $\varphi\in\operatorname{Hom}\left(L\right)$  משפט: יהי

$$(\varphi arphi^* = I) \Longleftrightarrow$$
משפט: יהי  $\varphi \in \operatorname{Hom}(L)$  אזי אזי ( $\varphi \in \operatorname{Hom}(L)$ 

 $arphi = arphi^*$  המקיימת  $arphi \in \operatorname{Hom}\,(L)$  ממ"פ אזי ממ"ב ממדה לעצמה: יהי

$$(arphi=arphi^*) \Longleftrightarrow \left([arphi]_{\mathcal{B}}=\overline{[arphi]_{\mathcal{B}}}^t
ight)$$
מה: יהי  ${\mathcal{B}}$  בסיס א"נ אזי

$$\mathsf{(}\varphi = \varphi^*) \Longleftrightarrow \left([\varphi]_{\mathcal{B}} = \overline{[\varphi]_{\mathcal{B}}}^t\right)$$
למה: יהי  $\mathcal{B}$  בסיס א"נ אזי 
$$\left([\varphi]_{\mathcal{B}} = \overline{[\varphi]_{\mathcal{B}}}^t\right)$$
משפט: יהי  $\mathcal{A}$  מרחב אוניטרי ויהי  $\varphi \in \mathsf{Hom}(L)$  אזי  $\varphi \in \mathsf{Hom}(L)$ .

$$.arphi=0$$
 אזי  $orall a\in L.$   $(arphi\left(a
ight),a)=0$  המקיים  $arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight)$  אזי ויהי  $U$  מרחב אוניטרי ויהי

 $arphi=arphi_1+iarphi_2$  אזי קיימים ויחידים  $arphi_1,arphi_2\in \mathrm{Hom}\,(L)$  צמודים לעצמם המקיימים  $arphi\in \mathrm{Hom}\,(L)$  אזי קיימים ויחידים arphi צמודים לעצמם אוניטרי ויהי  $.arphiarphi^*=arphi^*arphi$  המקיים  $arphi\in {
m Hom}\,(L)$  ממ"פ אזי ממ"ב העתקה נורמלית: יהי

 $(a \ \mathsf{v''})$  עם ו"ע של  $\overline{\lambda}$ ע עם ו"ע של עם ע"ע עם ו"ע אזי אזי  $\varphi \in \mathrm{Hom}\,(L)$  עם ו"ע טענה: תהא

 $L_{\lambda}\perp L_{\mu}$  אזי איזי  $\mu
eq\lambda$  נורמלית ויהיו  $\varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)$  טענה: תהא

 $(M^{\perp})$ ענה: תהא  $(M) \neq (M^{\perp})$  עמ"ו  $(M) \neq (M)$  עמור) עמ"ו  $(M) \neq (M)$  שמור).

 $(arphi arphi^* = arphi^* arphi) \Longleftrightarrow ($ משפט הפירוק הספקטרלי: יהי L מרחב אוניטרי ויהי ( $arphi arphi^* = arphi Hom$  אזי ( $arphi arphi^* = arphi^* arphi$ ).

. משולשית עליונה  $[arphi]_{\mathcal{B}}$  משולשית עליונה קיים בסיס א"נ  $arphi\in \mathrm{Hom}\,(L)$  משולשית עליונה משפט שור: יהי

 $(\varphi=\varphi^t)\Longleftrightarrow$ משפט: יהי  $(\varphi=\varphi^t)$  משפט: יהי אוינו $(\varphi=\varphi^t)$  משפט: יהי מרחב אוקלידי ויהי אינו  $(\varphi=\varphi^t)$ 

. מסקנה: תהא עבורה  $U^{-1}AU$  אוניטרית אוויסרית אזי קיימת אזי איי קיימת אזי אוניטרית אוניטרית אוניטרית אלכסונית ממשית. הרמיטית אזי איי

 $\|\lambda\|=1$  אוניטרית ויהי  $\lambda$  ע"ע אזי  $A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight)$  למה: תהא  $(orall \lambda \in \operatorname{Spec}(\varphi) \, . \, \|\lambda\| = 1) \Longleftrightarrow$ משפט: יהי L ממ"פ ויהי  $\varphi \in \operatorname{Hom}(L)$  מורמלי אזי מייהי

משפט: יהי L מרחב אוקלידי ויהי  $\varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)$  איזומטריה אזי קיים בסיס א"ג משפט: משפט

$$[\varphi]_{\mathcal{B}} = \operatorname{Diag}\left(1\dots 1, -1\dots -1, \left(\begin{smallmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{smallmatrix}\right)\dots \left(\begin{smallmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{smallmatrix}\right)\right)$$

## מסקנה: תהא $\varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right)$ איזומטריה

- $L=\mathbb{R}$ , אזי  $(\varphi=I)$  שיקוף ביחס לראשית).  $L=\mathbb{R}$
- .(ע) שיקוף ביחס לקו ישר שעובר דרך הראשית) $\vee$  סיבוב סביב הראשית).  $L=\mathbb{R}^2$
- (שיקוף ביחס לקו ישר שעובר דרך הראשית) אזי  $(\varphi)$  שיקוף ביחס למישור שעובר דרך הראשית),  $L=\mathbb{R}^3$ הראשית). שיקוף ביחס למישור שעובר דרך הראשית ושיקוף ביחס לקו ישר שאנך למישור ועובר דרך הראשית  $\varphi$

 $\Phi:L imes M o \mathbb{F}$  אזי  $lpha,eta\in\mathbb{F}$  ויהיו  $\mathbb{F}$  מ"ו מעל L,M יהיו יהיו (ת"ב): יהיו

- $\Phi\left(\alpha v+\beta u,w\right)=\alpha\Phi\left(v,w\right)+\beta\Phi\left(u,w\right)$  איי איי  $w\in M$  ויהי  $v,u\in L$  יהיי  $v,u\in L$ 
  - $\Phi\left(v, \alpha u + \beta w\right) = \alpha\Phi\left(v, u\right) + \beta\Phi\left(v, w\right)$  אזי  $u, w \in M$  ויהיו  $v \in L$  לינאריות ברכיב שני: יהי  $v \in M$

 $B\left(L,M
ight)=\left\{\Phi:L imes M o\mathbb{F}\mid$  סימון: יהיו D מ"ז מעל  $\mathbb{F}$  אזי  $\Phi$  אזי  $\Phi$  תבנית בילינארית מ"ז מ"ז מעל

 $B\left(L
ight)=B\left(L,L
ight)$  אזי מעל  $\mathbb F$  מ"ו מעל לימון: יהי יהי לימון

 $\Phi(\Phi)_{\mathcal{B}_L,\mathcal{B}_M}$ יים אזי  $\Phi(\mathcal{B}_L)_i$  בסיסים אזי  $\Phi(\mathcal{B}_L)_i$  תהא  $\Phi(\mathcal{B}_L,\mathcal{B}_M)_i$  ויהיו  $\Phi(\mathcal{B}_L,\mathcal{B}_M)_i$  בסיסים אזי

 $\Phi\left(a,b
ight)=\left[a
ight]_{\mathcal{B}_{L}}^{t}\left[\Phi
ight]_{\mathcal{B}_{L},\mathcal{B}_{M}}\left[b
ight]_{\mathcal{B}_{M}}$  אזי  $b\in M$  איזי  $a\in L$  בסיסים יהי  $B_{L},\mathcal{B}_{M}$  יהיו  $\Phi\in B\left(L,M
ight)$  היהי

 $\operatorname{L}(\dim\left(B\left(L,M
ight)
ight)=\dim\left(L
ight)\dim\left(M
ight)
ight)\wedge$ נששפט: איי על פ"ז על  $B\left(L,M
ight)$ 

 $[\Phi]_{\mathcal{B}'_L,\mathcal{B}'_M} = \left([\operatorname{Id}]_{\mathcal{B}'_L}^{\mathcal{B}_L}\right)^t [\Phi]_{\mathcal{B}_L,\mathcal{B}_M} [\operatorname{Id}]_{\mathcal{B}'_M}^{\mathcal{B}_M}$  בסיסים אזי  $\Phi \in B\left(L,M
ight)$  ניהיו  $\Phi \in B\left(L,M
ight)$  משפט: תהא

 $\operatorname{Lank}\left(\Phi
ight)=\operatorname{Rank}\left(\left[\Phi
ight]_{\mathcal{B}_{L},\mathcal{B}_{M}}
ight)$  אזי  $\Phi\in B\left(L,M
ight)$  ההא מוגדרת היטב. rank  $(\Phi)$  אזי  $\Phi \in B(L,M)$  מוגדרת היטב.

 $\Phi_{1}\left(a\right)\left(b\right)=\Phi\left(a,b\right)$  כך  $\Phi_{1}\in\operatorname{Hom}\left(L,M^{*}\right)$  נגדיר  $\Phi\in B\left(L,M\right)$  כך

 $\Phi_{2}\left(b\right)\left(a\right)=\Phi\left(a,b\right)$  כך  $\Phi_{2}\in\operatorname{Hom}\left(M,L^{st}
ight)$  נגדיר  $\Phi\in B\left(L,M
ight)$  כד הגדרה: תהא

.rank  $(\Phi)=\mathrm{rank}\,(\Phi_1)=\mathrm{rank}\,(\Phi_2)$  אזי  $\Phi\in B(L,M)$  משפט: תהא

```
איזומורפיזמים. \Phi_1,\Phi_2
                                                                                                                                                                                                                                                                                       \operatorname{.rank}(\Phi) = \dim(M) = \dim(L) \bullet
                                                                                                                                       .(\forall a \in L \setminus \{0\} . \exists b \in L. \Phi(a,b) \neq 0) \Longleftrightarrowמשפט: תהא \Phi \in B(L) אזי אזי (\Phi \in B(L) משפט: תהא
                                                                                                               \Phi = \operatorname{Diag}(I_r,0) אזיM \neq L אזי רותהא \Phi \in B(L,M) באשר אותהא M \neq L משפט: יהיו
עבורם \psi_1\dots\psi_r\in M^* וכן \varphi_1\dots\varphi_r\in L^* אזי קיימים \Phi\in B(L,M) ותהא M
eq L ותהא מסקנה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   .\Phi = \varphi_1 \psi_1 + \ldots + \varphi_r \psi_r
                                                                                                                                                                            .rank (\varphi_1\psi_1+\ldots+\varphi_r\psi_r)\leq r אזי \varphi_1\ldots\varphi_r,\psi_1\ldots\psi_r\in L^* למה: יהיו
                                  \Phi=arphi_1\psi_1+\ldots+arphi_r עבורם arphi_1\ldotsarphi_r,\psi_1\ldots\psi_r\in L^* איי קיימים איי קיימים \Phi\in B\left(L
ight) עבורם \Phi\in B\left(L
ight)
                                                                                                                                                                 Q\left(a
ight)=\Phi\left(a,a
ight) המוגדרת Q:L
ightarrow\mathbb{F} אזי \Phi\in B\left(L
ight) המוגדרת תבנית
                                                                                                                                                                                  a\in L ויהי \Phi\in B\left(L
ight) בור ת"ב עבור תבנית חבנית Q:L	o\mathbb{F} ויהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                     Q(\lambda a) = \lambda^2 Q(a) יהי \lambda \in \mathbb{F} יהי
                                                                                                                                                                                  .Q\left(a+b\right)=Q\left(a\right)+Q\left(b\right)+\Phi\left(a,b\right)+\Phi\left(b,a\right)אזי b\in Lיהי •
                                                                      .Q\left(a\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(\left[\Phi\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i,i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}^{2} + \sum_{1 \leq i < j \leq n}\left(\left(\left[\Phi\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i,j} + \left(\left[\Phi\right]_{\mathcal{B}}\right)_{j,i}\right)\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{j} \text{ in } \bullet \left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}
                                             למה: יהי \Phi\in B\left(L
ight) סימטרית מתאימה לתבנית עזי קיימת אזי קיימת ויחידה Q:L	o\mathbb{F} חתהא לתבנית. למה:
                                                                                                          \Phi\left(a,b
ight)=rac{Q(a+b)-Q(a)-Q(b)}{2} יהי אזי Q:L	o\mathbb{F} ותהא ותהא לבה: יהי ביעית אזי ריבועית Q:L	o\mathbb{F}
                                                                                                                                                                                  [Q]_{\mathcal{B}}=[\Phi]_{\mathcal{B}} יהי אזי תיבועית תבנית Q:L	o\mathbb{F} ותהא בסיס הגדרה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                [Q]^t = [Q] אזי ריבועית תבנית Q: L 	o \mathbb{F} מסקנה: תהא
                                                                                                                               Q(a)=[a]^t_{\mathcal{B}}\left[Q\right]_{\mathcal{B}}\left[a\right]_{\mathcal{B}} יהי אזי Q:L	o\mathbb{F} ותהא Q:L	o\mathbb{F} ותהא char (\mathbb{F})
eq 2 יהי char (\mathbb{F})\neq 2 יהי char (\mathbb{F})\neq 2 יהי Q:L	o\mathbb{F} למה: תהא Q:L	o\mathbb{F} ויהיו Q:L	o\mathbb{F} בסיסים אזי Q:L	o\mathbb{F}
                                                                                                                                                                       \exists C \in \mathsf{GL}\left(n,\mathbb{F}\right).B = C^tAC מטריצות חופפות: A,B \in M_n\left(\mathbb{F}\right)
                                         Q(a)=\sum_{i=1}^{\mathrm{rank}(Q)}lpha_ix_i^2 עבורו אזי קיים בסיס עבורת עבנית תבנית עבורו Q:L	o\mathbb{F} ותהא הוא C:L	o\mathbb{F}
                                                                                                                                   Q\left(a
ight) = \sum_{i=1}^{\mathrm{rank}(Q)} x_i^2 עבורו בסיס אזי קיים ריבועית תבנית תבנית Q:L 	o \mathbb{C} משפט: תהא
                                                                                             .C^tAC=	ext{Diag}\left(I_{	ext{rank}(A)},0
ight) עבורה עבורה אזי קיימת איי קיימת אזי סימטרית אזי סימטרית אזי A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight)
                                                                                            Q(a)=\sum_{i=1}^p x_i^2-\sum_{i=p+1}^{\mathrm{rank}(Q)} x_i^2 עבורו משפט: תהא Q:L	o\mathbb{R} תבנית ריבועית אזי קיים בסיס
                                                                                             C^tAC=	ext{Diag}\left(I_p,-I_q,0
ight) עבורה עבורה עבורה אזי קיימת איי קיימת אזי סימטרית אזי A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight)
                                                                                                                                                 A \underset{\mathsf{Diag}}{\sim} \mathrm{Diag}\left(I_p, -I_q, 0
ight) עבורם (p,q) אזי סיגנטורה: תהא A \in M_n\left(\mathbb{C}\right)
                                                                                                                                       p אזי (p,q) אזי סיגנטורה סיגנטורה A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) אזי אזי ההתמדה החיובי: תהא
                                                                                                                                      q אזי (p,q) אזי סימטרית עם סיגנטורה A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) אזי אזי מינטורה אזי פיון/אינדקט ההתמדה השלילי:
[Q]_{\mathcal{B}'}=	ext{Diag}\left(I_{p'},-I_{q'},0
ight) וכן [Q]_{\mathcal{B}}=	ext{Diag}\left(I_{p},-I_{q},0
ight) משפט ההתמדה של סילבסטר: תהא Q:L	o\mathbb{R} תבנית ריבועית עבורה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    (p,q) = (p',q') אזי
                                                                    \Delta_k^A = \det\left(B
ight) אזי \left(B
ight)_{i,j} = \left(A
ight)_{i,j} המקיים B \in M_k\left(\mathbb{F}
ight) ויהי k < n יהי A \in M_n\left(\mathbb{F}
ight) אזי מינור ראשי: תהא
                                                                                                        A=egin{pmatrix}1&*&&&\\ &\ddots&&\\ &0&1\\ &0&1\end{pmatrix} המקימת A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) :(unitriangular upper) מטריצה יחידה משולשית עליונה A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) ותהא A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) יחידה משולשית עליונה אזיA\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) ותהא
משפט: יהי \Delta_{\mathrm{rank}(A)+1},\ldots,\Delta_n=0 חימטרית עבורה \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0 חימטרית עבורה \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0 חימטרית עבורה \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0 חימטרית עבורה \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0 האז קיימת \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0 היהי משולשית עליונה עבורה \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0 החידה משולשית עליונה עבורה \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0 החידה משולשית עליונה עבורה \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0 החידה משולשית עליונה עבורה (\Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0
                                                                                                                                                                                                                                                                                      תבנית ריבועית Q:L	o\mathbb{R} תהא
                                                                                                                                                                                                         \forall v \in L \backslash \left\{0\right\}.Q\left(v\right) > 0 (תחל"ח): לחלוטין לחלוטין •
                                                                                                                                                                                                                                                      \forall v \in L \setminus \{0\} . Q(v) \ge 0 . תבנית אי־שלילית:
```

תבנית אי־מנוונת:  $\Phi \in B\left(L,M
ight)$  הפיכה.

 $\forall v \in L \setminus \{0\}$  .  $Q(v) \leq 0$  :תבנית אי־חיובית. • . $\forall v \in L \setminus \{0\}$  . Q(v) < 0 .  $\forall v \in L \setminus \{0\}$  . Q(v) < 0

משפט: תהא  $\Phi \in B\left( L,M
ight)$  התב"ש

אי־מנוונת.  $\Phi$ 

```
.(כל הע"ע של A\in M_n\left(\mathbb{R}\right) חיוביים). משפט: תהא A\in M_n\left(\mathbb{R}\right) סימטרית אזי
                                                                                                                                     \exists!B\in M_n\left(\mathbb{R}\right).B^2=A אזי חל"ח סימטרית A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)
                           D=QR איז קיימים ויחידים Q\in O\left(n
ight) סימטרית חל"ח וכן עבורם R\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) איז קיימים ויחידים D\in \mathrm{GL}(n,\mathbb{R})
                                                                                                     . אלכסונית C^tAC עבורה עבורה קיימת קיימת אזי קיימת אלכסונית אלכסונית תהא תהא C \in O\left(n\right)
                                                      . מסקנה: תהא Q_1:L	o\mathbb{R} תחל"ח ותהא Q_2:L	o\mathbb{R} אלכסוניות. Q_1:L	o\mathbb{R} אלכסוניות.
                                                                                                              \Psi:L	imes L	o \mathbb C אזי lpha,eta\in \mathbb C ויהיו ויהין משל מ"ו מיי יהי והי לינארית: יהי
                                                                         \Psi\left(\alpha v+\beta u,w\right)=\alpha\Psi\left(v,w\right)+\beta\Psi\left(u,w\right) אזי v,u,w\in L יהיו ברכיב ראשון: • לינאריות ברכיב
                                                                                                                                   \Psi\left(v,\alpha u+\beta w
ight)=\overline{lpha}\Psi\left(v,u
ight)+\overline{eta}\Psi\left(v,w
ight) אזי v,u,w\in L יהיי
                                                                                  ([\Psi]_{\mathcal{B}})_{i,j} = \Psi\left(\mathcal{B}_i,\mathcal{B}_j
ight) אזי בסיס אזי בסיס תבנית אחד־וחצי־לינארית תהא \Psi תבנית מייצגת:
                                              \Psi(a,b)=[a]_{\mathcal{B}}^t [\Phi]_{\mathcal{B}} \overline{[b]_{\mathcal{B}}} אזי b\in M ווהי a\in L בסיס יהי \mathcal{B} בסיס יהי \mathcal{B} בסיס ערכנית אחד־וחצי־לינארית יהי
                                                                         [\Psi]_{\mathcal{B}'} = \left([\mathrm{Id}]_{\mathcal{B}'}^{\mathcal{B}}\right)^t [\Psi]_{\mathcal{B}} \overline{[\mathrm{Id}]_{\mathcal{B}'}^{\mathcal{B}}} משפט: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית ויהיו \mathcal{B},\mathcal{B}' בסיסים אזי
                                                                                                                                        .rank (\Psi)=\mathrm{rank}\left([\Psi]_{\mathcal{B}}\right) אזי לינארית אחד־וחצי־לינאר תבנית עבנית עבנית עדי
                                                                                                                                           מוגדרת היטב. \operatorname{rank}\left(\Psi\right) מוגדרת אחד־וחצי־לינארית אזי \Psi
                                                    \forall a,b \in L.\Psi\left(a,b
ight) = \Psi\left(b,a
ight) תבנית אחד־וחצי־לינארית המקיימת \Psi\left(b,a
ight) תבנית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית:
                                                                                                                      [\Psi]הרמיטית) הרמיטית) הרמיטית) הרמיטית) הרמיטית) למה: תהא
                                                           [\Psi]_{\mathcal{B}} = \mathrm{Diag}\left(I_p, -I_q, 0
ight) עבורו בסיס \mathcal{B} עבורו אזי קיים הרמיטית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית אזי קיים ביסיס
                                         p אזי [\Psi]_{\mathcal{B}}=\mathrm{Diag}\left(I_p,-I_q,0
ight) אזי ההתמדה החיובי: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית עם
                                         [\Psi]_{\mathcal{B}}=\mathrm{Diag}\left(I_{p},-I_{q},0
ight) אזי אוי הרמיטית עם עם עם עבנית אחד־וחצי־לינארית הבנית \Psi תבנית החדיר הא שווילי:
                                         וכן [Q]_{\mathcal{B}}=\mathrm{Diag}\left(I_p,-I_q,0
ight) משפט ההתמדה של סילבסטר: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית בורה עבורה
                                                                                                                                                                                       .(p,q)=(p',q') איז [Q]_{\mathcal{B}'}=\mathrm{Diag}\,(I_{p'},-I_{q'},0)
                                                                                                                                                                        \Delta_1 \ldots \Delta_n \in \mathbb{R} אזי A \in M_n\left(\mathbb{C}
ight) למה: תהא
יחידה C\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) אזי קיימת \Delta_{\mathrm{rank}(A)+1},\ldots,\Delta_n=0 וכן \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}
eq 0 יחידה A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) אזי קיימת
                                                                                                                                   C^tA\overline{C}=\mathrm{Diag}\left(\Delta_1, rac{\Delta_2}{\Delta_1}\dots rac{\Delta_{\mathrm{rank}(A)}}{\Delta_{\mathrm{rank}(A)-1}}, 0\dots 0
ight)משולשית עליונה עבורה מחדרותצי־לינארית הרמיטית תהא \Psi תבנית אחדרותצי־לינארית הרמיטית
                                                                                                                                                                 \forall v \in L \setminus \{0\}. \Psi(v,v) > 0 (חל"ח): סיובית לחלוטין (חל"ח): •
                                                                                                                                                                                              \forall v \in L \setminus \{0\} . \Psi(v,v) \geq 0 אי־שלילית: •
                                                                                                                                                                                              \forall v \in L \setminus \{0\} . \Psi(v,v) \leq 0 אי־חיובית: •
                                                                                                                                                                                  \forall v \in L \setminus \{0\} . \Psi(v,v) < 0 שלילית לחלוטין: •
                                                                                       (orall i \in [n]. \Delta_i > 0) \Longleftrightarrowמשפט: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית אזי שפט תבנית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית אזי
                          . אלכסוניות [\Psi_1]_{\mathcal{B}}, [\Psi_2]_{\mathcal{B}} עבורו \Psi_1 אלכסוניות עבורן \Psi_1 חל"ח אזי קיים בסיס \Psi_1, \Psi_2 עבורו אחד־וחצי־לינאריות עבורן \Psi_1
                                                                     . orall a,b \in L.\Phi\left(a,b
ight) = -\Phi\left(b,a
ight) המקיימת \Phi \in B\left(L
ight) אזי \operatorname{char}\left(\mathbb{F}
ight) 
eq 2 היימר אנטי \Phi \in B\left(L
ight) היי \Phi \in B\left(L
ight) היים \Phi \in B\left(L
ight)
                                                                                                                                                         . orall a \in L.\Phi \left( a,a 
ight) = 0 למה: תהא \Phi תבנית אנטי סימטרית אזי
                                                                                                                                                               למה: תהא \Phi תבנית אנטי סימטרית אזי \Phi אנטי סימטרית.
                                                     .[\Phi]_{\mathcal{B}} = \mathrm{Diag}\left(\left(egin{array}{cc} 0 & 1 \ -1 & 0 \end{array}
ight), \ldots \left(egin{array}{cc} 0 & 1 \ -1 & 0 \end{array}
ight), 0 \ldots 0
ight) משפט: תהא \Phi תבנית אנטי סימטרית אזי קיים בסיס \mathcal{B} עבורו
                                                                                                                                                    .rank (A)\in\mathbb{N}_{\mathrm{even}} אנטי סימטרית אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) מסקנה: תהא
    .\det\left(A\right)=p\left(\left(A\right)_{1,1}\ldots\left(A\right)_{n,n}\right)^{2} המקיים p\in\mathbb{F}\left[x_{1}\ldots x_{n^{2}}
ight] אנטי סימטרית אי־מנוונת אזי p\in\mathbb{F}\left[x_{1}\ldots x_{n^{2}}
ight] המקיים יאנטי פולינום אנטי סימטרית אי־מנוונת אי
                                                                                                                          .pfaff מסקנה: תהא איי פולינום אנטי סימטרית אינטי אנטי אנטי A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight) מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                                    \mathbb{R}_{2}[x,y] = \{ f \in \mathbb{R}[x,y] \mid \deg(f) = 2 \} :הגדרה:
```

הגדרה: תהא  $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$  סימטרית

 $\forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\} . x^t Ax > 0$  :(חל"ח) חיובית לחלוטין סיובית

 $A: (\forall i \in [n] . \Delta_i > 0) \Longleftrightarrow$ משפט סילבסטר: תהא  $A \in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$  סימטרית אזי משפט סילבסטר: תהא

 $.\left(orall i\in\left[n
ight].\left(-1
ight)^{i}\Delta_{i}>0
ight)\Longleftrightarrow$ מסקנה: תהא שלילית אזי  $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)$  סימטרית אזי לחלוטין

 $\forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\} . x^t A x \geq 0$  אי־שלילית: •  $\forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\} . x^t A x \leq 0$  אי־חיובית: •  $\forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\} . x^t A x < 0$  שלילית לחלוטין: •  $\forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\} . x^t A x < 0$ 

```
C_{2}\left(\mathbb{R}
ight)=\mathbb{R}_{2}[x,y]/_{\sim}:2 קבוצת העקומות האלגבריות המישוריות ממעלה
                                                                                                                        \operatorname{sols}\left(p
ight) אזי p\in\mathbb{R}_{2}\left[x,y
ight] יהי ויהי ממשרת ממשרת מישורית מישורית ממשית אומטרית יהי
                                                          . באופן יחיד. ממעלה 2 באופן יחיד. ממעלה 2 מגדירה עקומה אלגברית מישורית ממעלה 2 באופן יחיד.
                                        f(u)=Qu+v המוגדרת f\in\mathbb{R}^2	o\mathbb{R}^2 אזי פונקציה v\in\mathbb{R}^2 המוגדרת Q\in O(2) המוגדרת הנועה במישור
                                                                                                                                                                                      . מרחק שומרת f אזי \mathbb{R}^2 במישור מרחק תנועה למה: תהא למה
                                                                                        p\left(x,y
ight)=ax^{2}+2bxy+cy^{2}+2dx+2ey+f המוגדרת 
                                                                                                                                                                                                              .A_p=\left(egin{smallmatrix} a&b\\b&c\end{smallmatrix}
ight) המטריצה המצומצמת: • \widehat{A}_p=\left(egin{smallmatrix} a&b&d\\b&c&e\\d&e&f\end{smallmatrix}
ight) המטריצה המורחבת: •
                                                                                            .Spec (A_p)= Spec (A_{p\circ f}) אזי \mathbb{R}^2 אזי p\in\mathbb{R}_2 [x,y] משפט: תהא p\in\mathbb{R}_2 [x,y] ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא
                                                                                                       וכן \det\left(\widehat{A_p}
ight)=\det\left(\widehat{A_q}
ight) דומות וכן p,q\in\mathbb{R}_2\left[x,y
ight] וכן יהיו
              p=q\circ T אזי קיימת T תנועה במישור \left(\det\left(\widehat{A_p}\right)=\det\left(\widehat{A_q}\right)
eq 0
ight) \lor \left(\det\left(A_p\right)=\det\left(A_q\right)
eq 0
ight)
                                            מסקנה: תהא עבורה C הינה אחת אזי קיימת תנועה בילוו אזי \det\left(\widehat{A_p}\right) 
eq 0 עבורה C \in C_2\left(\mathbb{R}\right) עבורה מסקנה:
                                                                                                                                                                                                                                 .rac{x^2}{a^2}+rac{y^2}{b^2}=-1 :קבוצה ריקה: • .rac{x^2}{a^2}+rac{y^2}{b^2}=1 :אליפטה: • .rac{x^2}{a^2}-rac{y^2}{b^2}=1 • היפרבולה: •
                                                                                                                                                                                                                                                               \dot{y^2}=2px :פרבולה
                                                                                                                                                                              \mathbb{R}_{2}[x,y,z] = \{ f \in \mathbb{R}[x,y,z] \mid \deg(f) = 2 \} הגדרה:
                                                                                                                                    p \sim q \Longleftrightarrow \exists \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} . q = \alpha p אזי p, q \in \mathbb{R}_2 [x, y, z] הגדרה: יהיו
                                                                                                                                                              .S_{2}\left(\mathbb{R}
ight)=\mathbb{R}_{2}[x,y,z]/_{\sim}:2 קבוצת המשטחים האלגבריים ממעלה
                                                                                                                                                                     (p) אזי p \in \mathbb{R}_2 [x,y,z] אזי משטח גאומטרי ממעלה (2: \gamma_1, \gamma_2) יהי
                                                                                                                        . משטח אלגברי ממעלה 2 מגדיר משטח גאומטרי ממעלה 2 באופן יחיד.
                                        f(u)=Qu+v המוגדרת f\in\mathbb{R}^3	o\mathbb{R}^3 הנועה במישור Q\in Q(3) המוגדרת וכן על פונקציה אזי פונקציה וכן על פונקציה אזי פונקציה וכן יש
                                                                                                                                                                                     למה: תהא f תנועה במישור \mathbb{R}^3 אזי f שומרת מרחק.
p\left(v
ight)=v^{t}Av+2B^{t}v+c המוגדרת הא p\in\mathbb{R}_{2}\left[x,y,z
ight] ותהא ותהא B\in M_{3	imes1}\left(\mathbb{R}
ight) סימטרית תהא A\in M_{3}\left(\mathbb{R}
ight)
                                                                                                                                                                                                                           A_p=A :המטריצה המצומצמת ullet
                                                                                                                                                                                                                \widehat{A_p} = \left( egin{array}{cc} A & B \ B^t & c \end{array} 
ight) :המטריצה המורחבת
                                                                                      .Spec (A_p)= Spec (A_{p\circ f}) אזי \mathbb{R}^3 תנועה במישור p\in\mathbb{R}_2 [x,y,z] משפט: תהא \det\left(\widehat{A}_p\right)=\det\left(\widehat{A_{p\circ f}}\right) אזי \mathbb{R}^3 אזי p\in\mathbb{R}_2 [x,y,z] משפט: תהא p\in\mathbb{R}_2 [x,y,z] ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא
                                                                                                וכן \det\left(\widehat{A_p}
ight)=\det\left(\widehat{A_q}
ight) דומות וכן p,q\in\mathbb{R}_2\left[x,y,z
ight] וכן יהיו
              p=q\circ T אזי קיימת T תנועה במישור \left(\det\left(\widehat{A_p}
ight)=\det\left(\widehat{A_q}
ight)
eq 0
ight)\lor\left(\det\left(A_p
ight)=\det\left(A_q
ight)
eq 0
ight)
                                               מסקנה: תהא S הינה אחת אזי קיימת תנועה בי\mathbb{R}^3 אזי קיימת עבורה לבורה אחת עבורה S\in S_2\left(\mathbb{R}\right)
                                                                                                                                                                                        .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1: פ קבוצה ריקה: .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1: • אליפסויד: .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1: • היפרבולויד חד־יריעתי: .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1: • תיפרבולויד אליפטי: .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=z: • פרבולויד היפרבולי: .\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=z:
```

 $p \sim q \iff \exists \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  אזי  $p, q \in \mathbb{R}_2[x, y]$  הגדרה: יהיו