$(a\in\{a_1,\ldots,a_n\})\Longleftrightarrow ((a=a_1)\vee\ldots\vee(a=a_n))$ מתקיים $\{a_1,\ldots,a_n\}$ מתקיים Σ^* אלפבית אזי Σ^* כל המחרוזות הסופיות באלפבית. $F=\{f_i:(\Sigma^*)^{n_i}\to\Sigma^*\mid i\in I\}$ המקיימת ויחידה $S\subseteq\Sigma^*$ המקיימת Σ^* אזי קיימת ויחידה Σ^*

- $.B \subseteq S \bullet$
- .F סגורה להפעלת S
- $S\subseteq A$ אזי F סגורה להפעלת אוכן $B\subseteq A$ עבורה $A\subseteq \Sigma^*$ אזי $A\subseteq S$

אינדוקציה מבנית: יהי עולם $X_{B,F}\subseteq \Sigma^*$ אזי $F=\{f_i: (\Sigma^*)^{n_i} o \Sigma^* \mid i\in I\}$ ותהא $B\subseteq \Sigma^*$ מינימלית סגורה מבנית: יהי עולם $B\subseteq X_{B,F}$ מינימלית סגורה $B\subseteq X_{B,F}$ עבורה F

 $X_{B,F}=\bigcap\{Y\subseteq\Sigma^*\mid (B\subseteq Y)\land (F\text{ Derived Results})\land (F)\}$ אזי ותהא $F=\{f_i:(\Sigma^*)^{n_i}\to\Sigma^*\mid i\in I\}$ אזי ותהא $B\subseteq\Sigma^*$ ותהא $Y\subseteq\Sigma^*$ סגורה להפעלת Y עבורה $Y\subseteq\Sigma^*$ אזי $Y\subseteq\Sigma^*$ ותהא $Y\subseteq\Sigma^*$ ותהא $Y\subseteq\Sigma^*$

 $(p\left(0
ight)\wedge\left(\forall n\in\mathbb{N}.p\left(n
ight)\Longrightarrow p\left(n+1
ight)
ight)\Longrightarrow\left(\forall n\in\mathbb{N}.p\left(n
ight)$ אזי עענה על \mathbb{N} אזי עענה על אזי

על ידי הפעלת $a_i) \lor (a_i \in B)$ מתקיים $i \in [n]$ וכן לכל $a_n = a$ וכן עבורה a_1, \ldots, a_n אזי אזי $a \in X_{B,F}$ אזי $a_i \in X_{B,F}$ מתקבל על ידי הפעלת מ־ $\{a_1, \ldots, a_{i-1}\}$.

 $(a \in X_{B,F})$ אזי ($a \in X_{B,F}$) אזי (מיימת סדרת יצירה ל־ $a \in \Sigma^*$ יהי

 $X_{B,F} = igcup_{i=1}^\infty \left\{ a \in \Sigma^* \mid n \;$ מסקנה: $a \in \mathbb{Z}$ בעלת סדרת יצירה באורך

 $\Sigma = \{\wedge, ee, \neg, \Longrightarrow, (,)\} \cup \{p_i \mid i \in \mathbb{N}\}$:עולם תחשיב הפסוקים:

 $a\in \Sigma^*$ יהי תחשיב הפסוקים אזי ביטוי: יהי ביטוי

אזי $\omega_1,\omega_2\in\{p_i\mid i\in\mathbb{N}\}$ אזי הגדרה: יהיו

- $\wedge (\omega_1, \omega_2) = "(\omega_1 \wedge \omega_2)" \bullet$
- $.\lor (\omega_1,\omega_2) = "(\omega_1\lor\omega_2)"$ •
- $:\Longrightarrow (\omega_1,\omega_2) = "(\omega_1 \Longrightarrow \omega_2)" \bullet$
 - $.\neg (\omega_1) = "(\neg \omega_1)" \bullet$

.WFF = $X_{\{p_i|i\in\mathbb{N}\},\{\wedge,\vee,\neg,\Longrightarrow\}}$:פסוקי חוקי/פסוק היטב/ביטוי המוגדרות המוגדרות המוגדרות היטב/ביטוי היטב

 $p \in \{p_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ עבורו $p \in \mathrm{WFF}$ פסוק אטומי/יסודי:

.(") ונגמר עם (") ונגמר עם (") ונגמר עם אזי ער $p \in \mathsf{WFF}$ יהי יהי עם אזי ער אזי ונגמר עם "

 $q_1(q_2 \notin \mathsf{WFF}$ אזי $q_1,q_2 \in \mathsf{WFF}$ מסקנה: יהיו

משפט הקריאה היחידה: יהי אזי מתקיים בדיוק אחד מהבאים משפט הקריאה היחידה: משפט משפט מעריאה משפט הקריאה משפט משפט היחידה:

- . פסוק אטומי lpha
- $\alpha = (\beta \wedge \gamma)$ עבורם $\beta, \gamma \in \mathsf{WFF}$ •
- $lpha=(etaee\gamma)$ עבורם $eta,\gamma\in \mathrm{WFF}$ פיימים ויחידים •
- $.\alpha = (\beta \Longrightarrow \gamma)$ עבורם $\beta, \gamma \in \mathsf{WFF}$ יימים ויחידים
 - $\alpha = (\neg \beta)$ עבורו $\beta \in \text{WFF}$ •

מסקנה אלגוריתם לבדיקת חוקיות: יהי $\mathcal{O}\left(\operatorname{len}\left(\alpha\right)\right)$ ביטוי אזי קיים אלגוריתם לבדיקת חוקיות: יהי תחשיב הפסוקים ויהי $\alpha\in\Sigma^*$ ביטוי אזי קיים אלגוריתם לבדיקת חוקיות: יהי $\alpha\in\mathsf{WFF}$

סדר קדימות של קשרים: נגדיר סדר ביצוע פעולות

- .¬ .1
- .∧, ∨ .2
 - \Longrightarrow .3

T, true :אמת:

.F, false :שקר

טבלת אמת: טבלה אשר מסכמת את אמיתו של פסוק בשינוי ערכם של פסוקי היסוד בו.

 $.TT_\circ$ אזי טבלת האמת של יהינה $(\land,\lor,\lnot,\Longrightarrow)$ הינה סימון: תהא

טענה: יהיו p,q פסוקים אזי

q	p	$q \lor p$
true	true	true
true	false	true
false	true	true
false	false	false

q	p	$q \Longrightarrow p$
true	true	true
true	false	false
false	true	true
false	false	true

q

true

false

 $\neg q$

false

true

q	p	$q \Longrightarrow p$
true	true	true
true	false	false
false	true	true
false	false	true

 $v:\{p_i\} o \{F,T\}$ השמה: פונקציה

המוגדרת $\overline{v}: \mathsf{WFF} o \{F,T\}$ השמה אזי פונקציה השמה לפסוק: תהא

 $q \wedge p$

true

false

false

false

- $\overline{v}(p) = v(p)$ יהי p פסוק אטומי אזי •
- $.\overline{v}(\neg \alpha) = TT_{\neg}(\overline{v}(\alpha))$ אזי פסוק אזי
- $.\overline{v}\left(eta\circ\gamma
 ight)=TT_{\circ}\left(\overline{v}\left(eta
 ight),\overline{v}\left(\gamma
 ight)
 ight)$ איי הייו eta פסוקים ותהא פעולה בינארית איי

 $ar{v}\left(lpha
ight)=T$ עבורה עבורה אזי $lpha\in\mathsf{WFF}$ עבורה עבורה תהא

 $v \models \alpha$ אזי א מסופקת על ידי מסופקת על ידי $\alpha \in \mathsf{WFF}$ השמה ותהא

 $v \not\models \alpha$ אזי v אזי אזי מסופקת על מסופקת על ידי א מימון: תהא $\alpha \in \mathsf{WFF}$

המוגדרת Var : WFF $ightarrow \mathcal{P}\left(\{p_i\}
ight)$ פונקציה פונקציה בפסוק:

- .Var $(p) = \{p\}$ יהי p פסוק אטומי אזי •
- . $Var(\neg \alpha) = Var(\alpha)$ אזי פסוק מיהי •
- . Var $(\beta \circ \gamma) =$ Var $(\beta) \cup$ Var (γ) אזי אזי פעולה פעולה פעולה פעולה β, γ יהיו •

 $.\overline{v_{1}}\left(lpha
ight)=\overline{v_{2}}\left(lpha
ight)$ אזי $\forall p\in\mathrm{Var}\left(lpha
ight).v_{1}\left(p
ight)=v_{2}\left(p
ight)$ עבורה $.TT_{lpha}$ אזי ניתן לייצג את lpha על ידי $lpha\in {
m WFF}$ מסקנה: יהי

 $TT = TT_{\alpha}$ עבורו $\alpha \in \mathsf{WFF}$ קיים שלמה פונקציונלית: עבורה $K \subseteq \{\land, \lor, \lnot, \Longrightarrow\}$ עבורו $\alpha \in \mathsf{WFF}$ קיים שלמה פונקציונלית: טענה: $\{\land, \lor, \neg, \Longrightarrow\}$ שלמה פונקציונלית.

q

true

true

false

false

p

true

false

true

false

. טענה: תהא K מערכת קשרים עבורה עבורה עבורה אזי $T,\wedge,\vee\in K$ מערכת קשרים עבורה

 $v \models \alpha$ עבורו קיימת השמה v המקיימת $\alpha \in \mathsf{WFF}$ פסוק פסוק

 $v \models \alpha$ מתקיים עבורו לכל השמה עבורו מחקיים $\alpha \in \mathsf{WFF}$

 $\perp = \alpha$ טאוטולוגיה אזי $\alpha \in \mathsf{WFF}$ טאוטולוגיה

 $\models (\neg \alpha)$ עבורו $\alpha \in \mathsf{WFF}$ שתירה: פסוק

 $.\overline{v}\left(lpha
ight)=\overline{v}\left(eta
ight)$ מתקיים שקולים: פסוקים $lpha,eta\in\mathsf{WFF}$ עבורם לכל השמה ע

 $\alpha \equiv \beta$ שקולים אזי $\alpha, \beta \in \mathsf{WFF}$ סימון: יהיו

 $.v \models lpha$ מתקיים $lpha \in \Gamma$ עבורה עבורה לכל $\Gamma \subseteq WFF$ מתקיים $lpha \in \Gamma$

 $v \models \Gamma$ אזי אוי השמה על ידי השמה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה רהא

 $v \models \alpha$ מתקיים $v \models \Gamma$ מתקיים עבורו לכל השמה v המניימת $v \models \alpha$ מתקיים אזיי $\alpha \in \mathsf{WFF}$ מתקיים

 $\Gamma \models \alpha$ אזי מ־ר מכטית מים פסוק נובע מסוק ויהי ויהי $\Gamma \subseteq \mathsf{WFF}$ אזי $\Gamma \subseteq \mathsf{WFF}$

טענה: יהיו $\alpha, \beta, \gamma \in \mathsf{WFF}$ אזי

- $(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma \equiv (\alpha \vee \gamma) \wedge (\beta \vee \gamma) \bullet$
- $(\alpha \vee \beta) \wedge \gamma \equiv (\alpha \wedge \gamma) \vee (\beta \wedge \gamma) \bullet$
 - $(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha) \bullet$
 - $.(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha) \bullet$
 - $(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \equiv \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma) \bullet$
 - $(\alpha \vee \beta) \vee \gamma \equiv \alpha \vee (\beta \vee \gamma) \bullet$
 - $\neg (\neg \alpha) \equiv \alpha \bullet$
 - $\neg (\alpha \land \beta) \equiv (\neg \alpha) \lor (\neg \beta) \bullet$
 - $\neg (\alpha \lor \beta) \equiv (\neg \alpha) \land (\neg \beta) \bullet$
 - $.(\alpha \Longrightarrow \beta) \equiv (\neg \alpha) \lor \beta \bullet$

```
.\gamma \models \alpha מתקיים lpha \in \mathsf{WFF} למה: יהי \gamma \in \mathsf{WFF} סתירה אזי לכל
                                                            \Gamma \models \beta אזי \Gamma \cup \{\neg \alpha\} \models \beta וכן \Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta עבורם \alpha, \beta \in \mathsf{WFF} ויהיו \Gamma \subseteq \mathsf{WFF} עבורם.
                                                         .\Gamma \models (\neg \alpha) אזי \Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta וכן \Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta אזי \alpha, \beta \in \mathsf{WFF} אזי רבורם \Gamma \subseteq \mathsf{WFF} טענה: תהא
                                                                                                                         (\alpha \models \beta) \iff (\models (\alpha \Longrightarrow \beta)) אזי \alpha, \beta \in WFF טענה: יהיו
                                                                                                                        הצבת פסוק בפסוק: יהיו lpha, arphi \in \mathsf{WFF} ויהי פסוק אטומי אזי הצבת מוק בפסוק:
                                                                                                                                                                     \alpha (\varphi/p) = \varphi אז \alpha = p אם •
                                                                                                                                   lpha\left(arphi/p
ight)=lpha אזי lpha
eq p אטומי וכן lpha
                                                                                                               \alpha(\varphi/p) = \neg \beta(\varphi/p) אזי \alpha = \neg \beta עבורו \beta \in \mathsf{WFF}
                                      \alpha\left(\varphi/p\right)=\beta\left(\varphi/p\right)\circ\gamma\left(\varphi/p\right) אזי \alpha=\beta\circ\gamma אם בינארית פעולה בינארית פעולה \beta,\gamma\in\mathsf{WFF} אם קיימים
                                                                                                                       lpha\left(arphi/p
ight)\in\mathsf{WFF} אזי אזי p\in\mathsf{Var}\left(lpha
ight) ויהי lpha,arphi\in\mathsf{WFF} איזי
                                                                                 הצבת בסוקים בפסוק: יהיו p_1 \dots p_n ויהיו lpha, arphi_1 \dots arphi_n \in \mathsf{WFF} היהיו יהיו
                                                                                                                      lpha\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
ight)=arphi_{i} אזי i\in\left[n
ight] עבור lpha=p_{i}
                                                                                       lpha\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
ight)=lpha אז אז i\in\left[n
ight] לכל לכל lpha
eq p_{i} אם lpha פסוק אטומי וכן
                                                                      lpha \left( arphi_1/p_1 \ldots arphi_n/p_n 
ight) = 
eg eta \left( arphi_1/p_1 \ldots arphi_n/p_n 
ight) אם קיים eta \in \mathsf{WFF} עבורו lpha = \neg eta אזי lpha = \neg eta
lpha\left(arphi_1/p_1\ldotsarphi_n/p_n
ight)=eta\left(arphi_1/p_1\ldotsarphi_n/p_n
ight)\circ אם קיימים eta,\gamma\in שולה בינארית עבורה lpha=eta\circ\gamma אם קיימים eta,\gamma\in
                                                                                                                                                                                    \gamma \left( \varphi_1/p_1 \ldots \varphi_n/p_n \right)
             .\overline{v}\left(lpha\left(arphi/p
ight)
ight)=\overline{v'}\left(lpha
ight) אזי v'\left(p_{j}
ight)=\left\{egin{array}{c}v^{(p_{j})}&i
eq j\\\overline{v}(arphi)&i=j\end{array}
ight. השמה נגדיר השמה v השמה עסענה: יהיו lpha,arphi\in\mathbb{W} אזי מינה אזי מומי ותהא יחשמה ערה השמה נגדיר השמה מוחדים אזי מינה מוחדים וותהא יחשמה ערכה.
מסקנה הקשר בין הצבות לעדכוני שמות: טענה: יהיו p_n יהיו יהיו \alpha, \varphi_1 \dots \varphi_n \in \mathsf{WFF} השמה נגדיר השמה עדיר השמה מסקנה הקשר בין הצבות השמה עדיר יהיו
       \overline{v}\left(lpha\left(arphi^{_1}/p_1\ldotsarphi^{_n}/p_n
ight)
ight)=\overline{v'}\left(lpha
ight) אזי v'\left(p_j
ight)=\left\{egin{array}{ll} v(p_j) & j\notin [n] \\ \overline{v}(arphi_j) & j\in [n] \end{array}
ight. טאוטולוגיה. lpha\left(arphi^{_1}/p_1\ldotsarphi^{_n}/p_n
ight) טאוטולוגיה יהי lpha\left(arphi^{_1}/p_1\ldotsarphi^{_n}/p_n
ight) ויהיו lpha\left(arphi^{_1}/p_1\ldotsarphi^{_n}/p_n
ight) טאוטולוגיה.
                                                                                                                        .NNF = X_{\{p_i|i\in\mathbb{N}\}\cup\{(\neg p_i)|i\in\mathbb{N}\},\{\wedge,\vee\}} :NNF הצורה הנורמלית
                                                                                                                                   lpha\equiv eta עבורו eta\in \mathrm{NNF} משפט: יהי אזי קיים אזי קיים
                                                                                                                                                        .Conj =X_{\{p_i|i\in\mathbb{N}\}\cup\{(\neg p_i)|i\in\mathbb{N}\},\{\wedge\}} יימון:
                                                                                                                                                          .DNF =X_{	ext{Conj},\{ee{}ullet} :DNF הצורה הנורמלית
                                                                                                                                   lpha\equiv eta עבורו eta\in {
m DNF} אזי קיים lpha\in {
m WFF} אזי יהי
                                                                                                                                                         Disj =X_{\{p_i|i\in\mathbb{N}\}\cup\{(\neg p_i)|i\in\mathbb{N}\},\{\lor\}} יימון:
                                                                                                                                                            .CNF = X_{\mathrm{Disj},\{\wedge\}} :CNF הצורה הנורמלית
                                                                                                                                   lpha\equiv eta עבורו אזי קיים פיים eta\in \mathrm{CNF} משפט: יהי lpha\in \mathrm{WFF}
                                  A\subseteq N אזי A\subseteq M אזי A\subseteq N מערכת הוכחה: יהי
                                                                                         הערה: בקורס זה כל מערכות ההוכחה יהיו מעל האלפבית של תחשיב הפסוקים.
                                                                                                      N מערכת הוכחה אזי (\Sigma,N,A,F) מערכת הוכחה אזי מערכת מערכת הוכחה
                                                                                                      A אזי אוכחה מערכת מערכת (\Sigma,N,A,F) מערכת הוכחה אזי
                                                                                                    F מערכת הוכחה אזי (\Sigma,N,A,F) מערכת הוכחה אזי בללי היסק של מערכת הוכחה:
                                                                                                                  X_{A,F} אזי המשפטים: תהא (\Sigma,N,A,F) מערכת הוכחה אזי
                                                                                                                            \vdash_{\sigma} \varphi אזי משפט \varphi \in Nויהי הוכחה מערכת מערכת מערכת S
                                                     (\Sigma,N,A,F,\Gamma) אזי \Gamma\subseteq N מערכת הוכחה בעלת הנחות: תהא (\Sigma,N,A,F) מערכת הוכחה בעלת הנחות:
                                                       X_{A \cup \Gamma, F} מערכת הנכחה בעלת הנחות אזי (\Sigma, N, A, F, \Gamma) מערכת הנכחה בעלת הנחות אזי
                                                    arphi מערכת יצירה אל סדרת יהי ויהי arphi\in N יכיח עלת מערכת הוכחה מערכת מערכת (\Sigma,N,A,F,\Gamma) מערכת הוכחה
                                                                                  \Gamma \vdash_{c} \varphiיכיח אזי \varphi \in N הנחות ויהי הנכחה תהיינה מערכת מערכת מערכת הוכחה הנכחה \Gamma \subseteq N
                                                                                                                                                  טענה: תהא \varphi \in N אזי מערכת הוכחה מערכת מענה:
                                                      A \subseteq G אזי A \subseteq G אזי A \subseteq G אזי A \subseteq G עבורה A \subseteq G עבורה A \subseteq G ותהא A \subseteq G אזי A \subseteq G אזי A \subseteq G עבורה A \subseteq G עבורה A \subseteq G אזי קיימת A \subseteq G סופית עבורה A \subseteq G אזי A \subseteq G אזי קיימת A \subseteq G מתקיים A \subseteq G אזי A \subseteq G כלל היסק המקיים A \subseteq G אזי A \subseteq G אזי A \subseteq G כלל הניתוק: תהא A \subseteq G מערכת הוכחה אזי A \subseteq G
```

```
מערכת ההוכחה של הילברט (HPC): נגדיר מערכת הוכחה כד
```

- $\Sigma = \{p_i \mid i \in \mathbb{N}\} \cup \{\neg, \Longrightarrow, (,)\}$ אלפבית:
 - $N = X_{\{p_i | i \in \mathbb{N}\}, \{\neg, \Longrightarrow\}}$:נוסחאות:
- , $A_2=((\alpha\Longrightarrow(\beta\Longrightarrow\gamma))\Longrightarrow((\alpha\Longrightarrow\beta)\Longrightarrow(\alpha\Longrightarrow\gamma)))$, $A_1=(\alpha\Longrightarrow(\beta\Longrightarrow\alpha))$:אקטיומות: $A_3 = (((\neg \alpha) \Longrightarrow (\neg \beta)) \Longrightarrow (\beta \Longrightarrow \alpha))$
 - $F = \{MP\}$: כללי היסק

אזי HPCטענה: יהיו lpha,eta נוסחאות ב־

- $\begin{array}{c} . \vdash_{\mathrm{HPC}} (\alpha \Longrightarrow \alpha) \ \bullet \\ . \vdash_{\mathrm{HPC}} ((\neg \alpha) \Longrightarrow (\alpha \Longrightarrow \beta)) \ \bullet \end{array}$
 - $. \{ \neg \alpha \} \vdash_{\mathsf{HPC}} (\alpha \Longrightarrow \beta) \bullet$

 $\{lpha\} \ igcap_{
m HPC} + eta$ אזי אויי איז איז איז א HPC מסקנה: יהיו lpha,eta נוסחאות ב־

הערה: בקורס זה ניתן להניח כי הסימון ⊢ הוא במערכת HPC.

 $(\Gamma \vdash (\alpha \Longrightarrow \beta)) \Longleftrightarrow (\Gamma \cup \{\alpha\} \vdash \beta)$ איי HPC משפט הדידוקציה: אות מעל HPC משפט הדידוקציה: תהיינה מעל

.Ded $(\Gamma)=\{\alpha\in N\mid \Gamma\vdash\alpha\}$ אזי איי ותהא S ותהא מערכת הוכחה סימון: תהא מערכת הוכחה

 $(\neg (\neg \alpha)) \Longrightarrow \alpha$ אזי איזי HPC טענה: תהא α נוסחא מעל מענה: $(\neg (\neg \alpha)) \Longrightarrow \alpha$ אזי איזי איזי הנסחה $(\Gamma \models \alpha) \Longrightarrow (\Gamma \models \alpha)$ מערכת הוכחה מערכת הוכחה מערכת הוכחה לכל $(\Gamma \models \alpha) \Longrightarrow (\Gamma \models \alpha)$ הנחות מעל $(\Gamma \models \alpha) \Longrightarrow (\Gamma \models \alpha)$ מערכת הוכחה נאותה: מערכת הוכחה לכל $(\Gamma \models \alpha) \Longrightarrow (\Gamma \models \alpha)$

 $(\Gamma \models lpha) \Longrightarrow \left(\Gamma \vdash_{S} lpha
ight)$ מערכת הוכחה S מערכת הוכחה לכל G הנחות מעל G הנחות מעל מתקיים עבורה לכל מערכת הוכחה מערכת הוכחה שלמה: למה: אקסיומות HPC הינן טאוטולוגיות.

משפט: HPC מערכת נאותה.

אזי HPC אזי מעל מעל מוחסאות $lpha,eta,\gamma$ ותהיינה HPC למה: תהיינה Γ הנחות מעל

 $.((\Gamma \vdash (\alpha \Longrightarrow \beta)) \land (\Gamma \vdash (\beta \Longrightarrow \gamma))) \Longrightarrow (\Gamma \vdash (\alpha \Longrightarrow \gamma))$

אזי HPC משפט הדיכוטומיה: תהיינה α, β ותהיינה HPC משפט היינה Γ הנחות מעל

 $((\Gamma \cup \{\alpha\} \vdash \beta) \land (\Gamma \cup \{\neg\alpha\} \vdash \beta)) \Longrightarrow (\Gamma \vdash \beta)$

 $\Gamma \not \models \alpha$ המקיימת S נוסחה מעל עבורה קיימת מעל קבוצת הנחות אזי Γ אזי אזי הוכחה מערכת תהא מערכת הנחות מעל אזי Γ α נוסחה מעל S המקיימת מענה: תהא מערכת הוכחה הנחה הנחה מעל S הנחות מעל S המקיימת מענה: תהא מערכת הוכחה מעל אזי

טענה: תהא מערכת הוכחה S ותהיינה Γ הנחות מעל S אזי ($\Gamma \mathredown \Omega) \left(\Gamma \mathredown \Omega) \left(\Gamma \cap \Delta)$ סופית מתקיים כי Δ עקבית).

קבוצת הנחות עקבית מעל עבורה לכל Δ קבוצת הנחות עקבית אזי T קבוצת הנחות עקבית מעלית: תהא מערכת הוכחה S אזי קבוצת הנחות עקבית מעלית: תהא מערכת הוכחה אזי T $\Gamma = \Delta$ מתקיים מעל המקיימת $\Gamma \subseteq \Delta$ מתקיים

 $.lpha\in\Gamma$ איי איי HPC איי הנחות עקבית מקסימלית מעל HPC איי איי $\Gamma\vdash\alpha$ איי קבוצת הנחות עקבית מקסימלית מעל

 $(\alpha \in \Gamma) \lor (\neg \alpha \in \Gamma)$ אזי (HPC איזי מקסימלית מעל אינ מקסימלית מעל מקסימלית מעל מקסימלית מעל איזי (חבצת הנחות עקבית מקסימלית מעל

אזי HPC אוי נוסחאות עקבית מקסימלית מעל HPC אינה lpha,eta נוסחאות עקבית מקסימלית מעל

 $(\Gamma \vdash (\alpha \Longrightarrow \beta)) \iff ((\neg \alpha \in \Gamma) \lor (\beta \in \Gamma))$

אזי Γ ספיקה. אזי HPC טענה: תהא Γ קבוצת הנחות עקבית מקסימלית עקבית

 $\Gamma\subseteq \Delta$ אזי קיימת קבוצת הנחות עקבית מעל HPC אזי הנחות עקבית מקסימלית Δ עבורה Γ

משפט: HPC מערכת שלמה.

 $(\Gamma \vdash \alpha) \Longleftrightarrow (\Gamma \models \alpha)$ אזי HPC מסקנה: תהיינה הנחות מעל HPC ותהא ותהא מעל