טופולוגיה: תהא X קבוצה אזי $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ המקיימת
- $X,\varnothing\in\mathcal{T}$.
- תהיינה $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{T}$ אזי $\bigcup\mathcal{U}\in\mathcal{T}$.
- תהיינה $\left\{ U_{i}\right\} _{i=1}^{n}\subseteq\mathcal{T}$ אזי $\bigcap_{i=1}^{n}U_{i}\in\mathcal{T}$.

מרחב טופולוגי (מ"ט): תהא X קבוצה ותהא $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ טופולוגיה על X אזי $\left(X,\mathcal{T}\right)$.

קבוצה פתוחה: יהי $\left(X,\mathcal{T}\right)$ מרחב טופולוגיה אזי $U\subseteq X$ המקיימת $U\in\mathcal{T}$.

קבוצה סגורה: יהי $\left(X,\mathcal{T}\right)$ מרחב טופולוגיה אזי $E\subseteq X$ המקיימת $X\backslash E\in\mathcal{T}$.

טענה: תהא $\mathcal{P}\left(X\right)\supseteq\mathcal{T}$ עבורה $X,\varnothing\in\mathcal{T}$ וכן $\forall\mathcal{U}\subseteq\mathcal{T}.\left(\bigcup\mathcal{U}\in\mathcal{T}\right)$ אזי ($\mathcal{T}$ טופולוגיה)$\Longleftrightarrow$(לכל $U,V\in\mathcal{T}$ מתקיים $U\cap V\in\mathcal{T}$).

הטופולוגיה הטריויאלית: תהא X קבוצה אזי $\left\{ X,\varnothing\right\}$.

הטופולוגיה הבדידה/הדיסקרטית: תהא X קבוצה אזי $\mathcal{P}\left(X\right)$.

הטופולוגיה המושרית ממרחב מטרי: יהי $\left(X,\rho\right)$ מרחב מטרי אזי $\left\{ U\subseteq X\mid\forall x\in U.\exists r>0.B_{r}\left(x\right)\subseteq U\right\}$.

הטופולוגיה הקו־סופית: תהא X קבוצה אזי $\left\{ A\subseteq X\mid\left|X\backslash A\right|<\aleph_{0}\right\} \cup\left\{ \varnothing\right\}$.

משפט: יהי $\left(X,\mathcal{T}\right)$ מ"ט ויהי $\mathcal{C}=\left\{ E\subseteq X\mid X\backslash E\in\mathcal{T}\right\}$ אזי
- $X,\varnothing\in\mathcal{C}$.
- תהיינה $\left\{ E\right\} _{\alpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{C}$ אזי $\bigcap_{\alpha\in\Lambda}E_{\alpha}\in\mathcal{T}$.
- תהיינה $\left\{ E_{i}\right\} _{i=1}^{n}\subseteq\mathcal{C}$ אזי $\bigcup_{i=1}^{n}E_{i}\in\mathcal{T}$.

בסיס לטופולוגיה: תהא X קבוצה אזי $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ המקיימת
- $\bigcup\mathcal{B}=X$.
- תהיינה $B_{1},B_{2}\in\mathcal{B}$ עבורן $B_{1}\cap B_{2}\neq\varnothing$ ותהא $x\in B_{1}\cap B_{2}$ אזי קיימת $B_{3}\in\mathcal{B}$ עבורה $x\in B_{3}$ וכן $B_{3}\subseteq B_{1}\cap B_{2}$.

הטופולוגיה הנוצרת מבסיס: תהא X קבוצה ויהי $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ בסיס אזי
$\mathcal{T}\left(\mathcal{B}\right)=\left\{ U\subseteq X\mid\forall x\in U.\exists B\in\mathcal{B}.\left(x\in B\right)\wedge\left(B\subseteq U\right)\right\}$.

למה: תהא X קבוצה ויהי $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ בסיס אזי $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}\right)$ טופולוגיה על X.

סימון: $\mathcal{B}_{E}=\left\{ \left(a,b\right)\mid a<b\right\}$ וכן $\mathcal{B}_{\text{Sorg}}=\left\{ \left[a,b\right)\mid a<b\right\}$ וכן $\mathcal{B}_{K}=\mathcal{B}_{E}\cup\left\{ \left(a,b\right)\backslash\left\{ \frac{1}{n}\mid n\in\mathbb{N}_{+}\right\} \mid a<b\right\}$.

טענה: $\mathcal{B}_{E},\mathcal{B}_{\text{Sorg}},\mathcal{B}_{K}$ בסיסים של $\mathbb{R}$.

הטופולוגיה האוקלידית/הסטנדרטית: $\mathbb{R}=\left(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{E}\right)\right)$.

הישר של זורגנפריי: $\mathbb{R}_{\text{Sorg}}=\left(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{\text{Sorg}}\right)\right)$.

טופולוגיית־K: $\mathbb{R}_{K}=\left(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{K}\right)\right)$.

משפט אפיון שקול לטופולוגיה נוצרת: יהי $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ בסיס אזי $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}\right)=\left\{ U\subseteq X\mid\exists A\subseteq\mathcal{B}.U=\bigcup A\right\}$.

מסקנה: יהיו $\mathcal{B}_{1},\mathcal{B}_{2}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ בסיסים עבורם $\mathcal{B}_{1}\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{2}\right)$ וכן $\mathcal{B}_{2}\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{1}\right)$ אזי $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{1}\right)=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{2}\right)$.

טענה: יהי $\left(X,\mathcal{T}\right)$ מ"ט ויהי $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{T}$ עבורו $\forall U\in\mathcal{T}.\forall x\in U.\exists A\in\mathcal{A}.\left(x\in A\right)\wedge\left(A\subseteq U\right)$ אזי $\mathcal{A}$ בסיס של $\mathcal{T}$.

טענה: תהא X קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי $\left\{ \left(a,b\right)\mid a<b\right\} \cup\left\{ \left[a,b\right)\mid\forall x\in X.a\leq x\right\} \cup\left\{ \left(a,b\right]\mid\forall x\in X.x\leq b\right\}$ בסיס.

טופולוגיית הסדר: תהא X קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי
$\mathcal{T}\left(\left\{ \left(a,b\right)\mid a<b\right\} \cup\left\{ \left[a,b\right)\mid\forall x\in X.a\leq x\right\} \cup\left\{ \left(a,b\right]\mid\forall x\in X.x\leq b\right\} \right)$.

תת בסיס: תהא X קבוצה אזי $\mathcal{S}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ עבורה $\bigcup\mathcal{S}=X$.

הטופולוגיה הנוצרת מתת־בסיס: תהא X קבוצה ויהי $\mathcal{S}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ תת־בסיס אזי
$\mathcal{T}\left(\mathcal{S}\right)=\left\{ U\subseteq X\mid\exists A_{1}\ldots A_{k}\subseteq\mathcal{S}.U=\bigcup\left(\bigcap_{i=1}^{k}A\right)\right\}$.

למה: תהא X קבוצה ויהי $\mathcal{S}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ תת־בסיס אזי $\mathcal{T}\left(\mathcal{S}\right)$ טופולוגיה על X.