```
המקיימת \mathcal{F}\subseteq 2^\Omega המקיימת תהא \Omega המקיימת
                                                                                                                                                                 \Omega \in \mathcal{F} \bullet
                                                                                                                                                  \forall E \in \mathcal{F}.E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{F} \bullet
                                                                                                                 .\bigcup E \in \mathcal{F} בת מנייה מתקיים E \subseteq \mathcal{F} לכל
                                                                                                                                \varnothing\in\mathcal{F} אזי \sigma אלגברה אזי '\sigma
                                                                                          A \cap E \in \mathcal{F} אזי אזי B \subset \mathcal{F} בת מנייה אזי \sigma
                                                                                            \Omega מעל מעל הינה אלגברה מעל \mathcal F הינה אזי \mathcal F הינה מעל מעל משפט: תהא
         \mu\left(\biguplus_{i=1}^nB_i
ight)=\sum_{i=1}^n\mu\left(B_i
ight) פונקציה אדטיבית: פונקציה \mu:\mathcal{A}	o\mathbb{R} המקיימת לכל פונקציה ארטיבית: פונקציה המקיימת לכל
                                                                                        . אדטיבית \mu:\mathcal{F} 	o [0,\infty] אזי אלגברה תהא אדטיבית אלגברה אלגברה אזי
       \mu(igoplus_{i=1}^\infty B_i) = \sum_{i=1}^\infty \mu(B_i) מתקיים מתקיים אזרות \{B_i\}_{i=1}^\infty \subseteq \mathcal{A} המקיימת לכל \mu: \mathcal{A} \to \mathbb{R} המקיים פונקציה \sigma-אדטיבית: פונקציה
                                                                             . אדטיבית: תהא \sigma \mu:\mathcal{F} 	o [0,\infty] אזי מידה על \sigma אדטיביה: תהא
                                                                                                            (\Omega, \mathcal{F}) אזי \Omega אזי מרחב מדיד: תהא \sigma \mathcal{F} אזי מרחב
                                                                                                         E \in \mathcal{F} אזי \Omega אזי אלגברה מדידה: תהא \sigma
                                                                               .\mu\left(arnothing
ight)=0 אזי \exists E\in\mathcal{F}.\mu\left(E
ight)<0 המקיימת \mathcal{F} המידה על
                                                                                                        . אדטיבית \mu אזי \mathcal F אזי מעל \sigma־אלגברה מעל מידה \mu
                                                                            \mu\left(A\right)\leq\mu\left(B\right) אזי A\subseteq B עבורן A,B\in\mathcal{F} למה: תהא \mu מידה ותהיינה
                                                                                            סדרת קבוצות מונוטונית: תהא \mathcal{A} קבוצה ותהא \mathcal{A}:\mathbb{N} 	o \mathcal{A} אזי
                                                                                                              \forall n \in \mathbb{N}. A_n \subseteq A_{n+1} שונוטונית עולה חלש: •
                                                                                                             \forall n \in \mathbb{N}. A_{n+1} \subseteq A_n מונוטונית יורדת חלש: •
                                                                                  \sup\left(A
ight)=igcup_{i=0}^{\infty}A_{i} אזי A:\mathbb{N}	o\mathcal{A} קבוצה ותהא \mathcal{A} קבוצה ותהא
                                                                                   \inf\left(A
ight)=igcap_{i=0}^{\infty}A_{i} אזי A:\mathbb{N}	o\mathcal{A} קבוצה ותהא \mathcal{A} קבוצה ותהא
                                                          \limsup_{n	o\infty}A_n=igcap_{n=0}^\inftyigcup_{i=n}^\infty A_i אזי A:\mathbb{N}	o\mathcal{A} קבוצה ותהא קבוצה ותהא ליון: תהא
                                                         \liminf_{n	o\infty}A_n=igcup_{n=0}^\inftyigcap_{i=n}^\infty A_i אזי איזי A:\mathbb{N}	o\mathcal{A} קבוצה ותהא קבוצה ותהא A:\mathbb{N}	o\mathcal{A}
        \lim_{n \to \infty} A_n = \liminf_{n \to \infty} A_n אזי \lim\inf_{n \to \infty} A_n = \limsup_{n \to \infty} A_n עבורה A: \mathbb{N} \to \mathcal{A} אזי A: \mathbb{N} \to \mathcal{A}
                 \lim_{n \to \infty} \mu\left(A_n
ight) = \mu\left(B
ight) אזי \lim_{n \to \infty} A_n = B עבורה A: \mathbb{N} 	o \mathcal{F} ותהא לגברה \sigma־אלגברה מעל מידה מעל
                                                              (\Omega, \mathcal{F}, \mu) אזי איזי \mathcal{F} מידה \mu מידה מעל \Omega ותהא א אלגברה \sigmaראלגברה אלגברה
                                                   \mathbb{P}\left(\Omega
ight)=1 המקיימת \mathcal{F}:\mathcal{F}	o[0,\infty] האי מידה \sigma אזי מידה מעל \sigma המקיימת מידת הסתברות: תהא
                                                                                         מרחב הסתברות: מרחב מידה (\Omega, \mathcal{F}, \mu) עבורו \mu מידת הסתברות.
                                                                                                        \Omega אזי אזי \Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P} מרחב הסתברות אזי \Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}
                                                                                                             E \in \mathcal{F} מרחב הסתברות אזי (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}) מאורע: יהי
                                                                                                     \mathcal{F} אזי אחב הסתברות מרחב (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}) יהי
A+b\subseteq (0,1] באשר b\in (0,1] אינווריאנטיות להזזות: מרחב הסתברות b\in (0,1] עבורו לכל A\subseteq (0,1] עבורו לכל
                                                                                                                                                        \mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A+b)
                                                                 . טענה: לכל מרחב הסתברות ((0,1],2^{(0,1]},\mathbb{P}) לא מתקיימת אינווריאנטיות להזזות.
                                                                                     . \forall x \in A. \exists arepsilon > 0. \, (x-arepsilon, x+arepsilon) \subseteq A עבורה עבורה אבוצה פתוחה: A \subseteq \mathbb{R}
                                                                                                                           קבוצה סגורה: A\subseteq\mathbb{R} עבורה A^{\mathcal{C}} פתוחה.
                                                                \Omega טענה: תהיינה \sigma הינה \sigma אלגברה מעל מעל מעל מעל מעל -\sigma אלגברה היינה \cap
   \mathfrak{B}_{\mathbb{R}}=igcap_{i\in I}\mathcal{F}_i כל ה\sigma־אלגבראות מעל \mathbb{R} המכילות את כל הקבוצות הפתוחות אזי \{\mathcal{F}_i\}_{i\in I} כל ה\sigma-אלגבראות מעל מעל אויינה בורלית מעל
                                                                                                                                                  B \in \mathfrak{B}_{\mathbb{R}} :קבוצה בורלית
```

אלגברה: תהא  $\Omega$  קבוצה אזי  $\mathcal{F} \subseteq 2^\Omega$  המקיימת

. | או סופית מתקיים  $E\subseteq\mathcal{F}$  לכל סופית סופית

 $A \cap E \in \mathcal{F}$  אוזי סופית אזי ההא למה: תהא אלגברה ותהא למה:

 $\Omega \in \mathcal{F} \bullet$ 

 $\forall E \in \mathcal{F}.E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{F} \bullet$ 

 $\varnothing \in \mathcal{F}$  אלגברה אזי  $\mathcal{F}$  אלגברה

```
\mathfrak{B}_{(0,1]}=\{B\cap(0,1]\mid B\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}\}: (0,1] אלגברה בורלית מעל\sigma
                                                                              A(B)=\inf\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\left(b_i-a_i\right)\mid B\subseteq\bigcup_{i=1}^{\infty}\left(a_i,b_i\right)
ight\} אזי B\in\mathfrak{B} מידת לבג: תהא
                                                                                                               . מרחב הסתברות אינווריאנטי להזזות מרחב ((0,1],\mathfrak{B}_{(0,1]},\lambda) :
                                                                                                                                     A: (A, \mathfrak{B}_A, \lambda) אזי A\subseteq \mathbb{R} מרחב אחיד על
\sigma(\mathcal{T})=igcap_{i\in I}\mathcal{F}_i אזי \mathcal{T} אזי אויי המכילות מעל \Omega המכילות מעל \Omega המכילות את \mathcal{T} אזיי \mathcal{T}\subseteq 2^\Omega ותהיינה \mathcal{T} ותהיינה \mathcal{T} בל ה\sigma-אלגברה נוצרת:
                                                                                          \mathcal{T} אזי \sigma(\mathcal{T}) אזי אלגברה הלגברה הנוצרת: תהא \mathcal{T}\subseteq 2^\Omega אזי איזי אלגברה הנוצרת
                                                              נסמן lpha+1 נסמן, אכל סודר לכל \mathcal{F}_0=\mathcal{T}\cup\{\varnothing,\Omega\} נסמן לכל \mathcal{T}\subseteq 2^\Omega נסמן \Omega
באשר \sigma\left(\mathcal{T}
ight)=\mathcal{F}_{\omega_{1}} איי איז \mathcal{F}_{\lambda}=igcup_{\alpha<\lambda}\mathcal{F}_{\alpha} נסמן \lambda נסמן \mathcal{F}_{\alpha+1}=\mathcal{F}_{\alpha}\cup\left\{A^{\mathcal{C}}\mid A\in\mathcal{F}_{\alpha}\right\}\cup\left\{igcap_{n=1}^{\infty}A_{n}\mid A_{n}\in\mathcal{F}_{\alpha}\right\}
                                                                                                                                           . הסודר הגבולי הקטן ביותר שאינו בן מניה \omega_1
    . orall A \in \sigma \left( \mathcal{T} 
ight). \omega \in A \Longleftrightarrow \kappa \in A אזי orall A \in \mathcal{T}. \omega \in A \Longleftrightarrow \kappa \in A טענה: תהא orall A \in \mathcal{T}. \omega \in A \Longleftrightarrow \kappa \in A ויהיו \mathcal{T} \subseteq 2^\Omega ויהיו
                            A : \mathcal{A} = \mathfrak{B}_{\mathbb{R}}.X^{-1} [B] \in \mathcal{F} עבורה X: \Omega \to \mathbb{R} אזי משתנה מקרי/פונקציה מדידה: יהי והי (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}) מרחב הסתברות אזי
                                                                                                A : \forall B \in \mathfrak{B}_{\mathbb{R}}.arphi^{-1}\left[B
ight] \in \mathfrak{B}_{\mathbb{R}} המקיימת arphi: \mathbb{R} 	o \mathbb{R} בונקציה מדידה בורל:
                            \mathbb{P}_X\left(B
ight)=\mathbb{P}\left(X^{-1}\left[B
ight]
ight) כך \mathfrak{P}_X:\mathfrak{B}_\mathbb{R}	o\mathbb{R} מרחב הסתברות ויהי X:\Omega	o\mathbb{R} מ"מ נגדיר מ"מ נגדיר מ"מ מרחב הסתברות ויהי
                                                                                                                                       טענה: תהא A,B\subseteq\mathbb{R} ותהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} אזי
                                                                                                                                               f^{-1}[A \cup B] = f^{-1}[A] \cup f^{-1}[B] \bullet
                                                                                                                                               f^{-1}[A \cap B] = f^{-1}[A] \cap f^{-1}[B] \bullet
                                                                                                                                                                     f^{-1}[A^{\mathcal{C}}] = f^{-1}[A]^{\mathcal{C}} \bullet
                                      \mathbb R טענה: יהי \{E\subseteq\mathbb R\mid X^{-1}\left[E
ight]\in\mathcal F\} אזי X:\Omega	o\mathbb R אלגברה מעל מרחב מדיד ותהא מעלה: יהי
                                  (\forall t\in\mathbb{R}.X^{-1}\,[(-\infty,t)]\in\mathcal{F})\Longleftrightarrowמשפט: יהי (\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P}) מרחב הסתברות ותהא X:\Omega\to\mathbb{R} אזי ותהא
        \sigma(X)=\sigma\left(\{X^{-1}\left[B
ight]\mid B\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}\}
ight) אזי (\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P}) אזי משתנה מקרי: יהי X מ"מ על מרחב הסתברות \sigma
                                                                                                                        (\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P}) אזי מ"מ על מרחב הסתברות אזי X,Y יהיו
                                                                                                                                                                     יהי cX אזי c\in\mathbb{R} מ"מ.
                                                                                                                                                                                       .מ"מ X+Y
                                                                                                                                                                                            .מ"מ XY
                                                                                                                                     מ"מ. f\circ X אזי (\mathbb{R},\mathfrak{B}_{\mathbb{R}},\mu) מ"מ. \bullet
                                                                                                         f^{-1}\left[\mathcal{U}
ight] פתוחה \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R} פתוחה f\in C\left(\mathbb{R}
ight) פתוחה.
```

למה: תהא  $\mathcal{F}\subseteq 2^\Omega$  סגורה להפרשים וסגורה לגבולות סופיים עבורה  $\Omega\in\mathcal{F}_0$  ותהא  $\mathcal{F}_0\subseteq 2^\Omega$  סגורה לגבולות

. supp  $(X)=\{t\in\mathbb{R}\mid \forall \varepsilon>0.\mathbb{P}\,(t-\varepsilon< X< t+\varepsilon)>0\}$  תומך של משתנה מקרי: יהי X מ"מ אזי מ"מ אזי X מענה: יהי X מ"מ אזי מ"מ אזי הקבוצה הסגורה המינימלית ב־ $\mathbb{R}$  עבורה X מיטענה: יהי X מ"מ אזי מ"מ אזי מ"מ אזי רקבוצה הסגורה המינימלית ב

 $\mathbb{R}$  טענה:  $\sigma$ ־אלגברה בורלית הינה  $\sigma$ ־אלגברה מעל

 $(\mathbb{R},\mathfrak{B}_{\mathbb{R}},\mu)$  מסקנה: תהא  $f\in C\left(\mathbb{R}
ight)$  אזי איי מיימ על

 $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$  טענה: יהי X מ"מ על מרחב הסתברות

 $\mathbb{P}_X = \mathbb{P}_Y$  משתנים מקריים שווי התפלגות: X,Y מ"מ עבורם

 $(\mathbb{P}_X=\mathbb{P}_Y)\Longleftrightarrow (F_X=F_Y)$  מינה: יהיו X,Y מ"מ אזי מינה:

 $\mathbb{P}\left(X=t
ight)>0$  אטום של משתנה מקרי: יהי X מ"מ אזי  $t\in\mathbb{R}$  המקיים  $A_X=\{t\in\mathbb{R}\mid X$  אטום של  $t\}$  אטום יהי X מ"מ אזי אוי קבוצת האטומים: יהי X מ"מ אזי אוי קבוצת האטומים: יהי

 $\lim_{t\to\infty}F_X\left(t\right)=1$  • .  $\lim_{t\to-\infty}F_X\left(t\right)=0$  • מונוטונית עולה.  $F_X$  •

 $\lim_{t\to a^+} F_X(t) = F_X(a) \bullet$ 

 $|A_X| \leq leph_0$ טענה: יהי X מ"מ אזי

 $\sigma(\mathcal{F}_0)\subset\mathcal{F}$  אינסופיים עבורה  $\mathcal{F}_0\subset\mathcal{F}$  אינסופיים

 $\mathfrak{B}_{\mathbb{R}} \subset \mathcal{F}$  אוי הפתוחות אזי המכילה את את המכילה מעל המכילה אזי  $\sigma$ 

A אוי הינה  $\sigma$  הינה  $\sigma$  הינה הינה G ותהא אוי  $A\subseteq\Omega$  ותהא G אוי הינה  $\sigma$  אלגברה מעל  $\sigma$ 

 $\mathbb{.P}\left(X\in A_X
ight)=1$  משתנה מקרי משתנה מקרי משתנה מקרי משתנה מקרי

 $\int_{-\infty}^{\infty}f\left(x
ight)\mathrm{d}x=1$  וכן  $f\geq0$  וכן המקיימת למקוטעין רציפה למקוטעין הצפיפות:  $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ 

משתנה מקרי רציף: משתנה מקרי עבורו קיימת  $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$  עבורו קיימת עבורה לכל משתנה מקרי משתנה מקרי משתנה מקרי איימת

 $\mathbb{P}\left(a < X < b\right) = \int_{a}^{b} f\left(x\right) dx$ 

X סימון: יהי X מ"מ רציף אזי  $f_X$  פונקציית הצפיפות של

טענה: יהי X מ"מ רציף אזי

- $\mathbb{P}(X=t)=0$  אזי  $t\in\mathbb{R}$  יהי
  - $.F_X(t) = \int_{-\infty}^t f_X(x) dx \bullet$

 $.F_{X}^{\prime}\left(a
ight)=f_{X}\left(a
ight)$  אזי  $f_{X}\in C\left(a
ight)$  עבורה  $a\in\mathbb{R}$  ותהא מ"מ רציף ותהא מ"מ ענה: יהי

 $.F_{X}\left(x_{n}
ight)=p$  אזי  $x_{p}\in\mathbb{R}$  אזי  $p\in(0,1)$  ויהי ויהי  $F_{X}=1$  עולה ממש עד אשר עד אשר אשר ויהי  $F_{X}$  המקיים

 $x_{p}=\sup\left\{ t\mid F_{X}\left(t
ight)\leq p
ight\}$  אזי אזי  $p\in\left(0,1
ight)$  עולה ויהי עבורו מ"מ עבורו הי"מ מ"מ עבורו

טענה: תהא  $\lim_{x \to \infty} F\left(x
ight) = 1$  וכן  $\lim_{x \to -\infty} F\left(x
ight) = 0$  אזי קיים מ"מ  $E: \mathbb{R} o \mathbb{R}$  אונוטונית עולה רציפה מימין עבורה  $F_X=F$  עבורו  $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$  מרחב הסתברות

אזי  $\lim_{x \to \infty} F\left(x\right) = 1$  וכן  $\lim_{x \to -\infty} F\left(x\right) = 0$  אזי אונוטונית עולה רציפה מימין עבורה  $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  אזי  $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 

 $X^{\star}(s) = \sup\{t \mid F_X(t) < s\}$ 

. מיימ.  $K^\star$  איי אווי $\lim_{x \to \infty} F\left(x\right) = 1$  וכן  $\lim_{x \to -\infty} F\left(x\right) = 0$  איי איי איי מיימין איי מיימ. מיימין איי מיימין איי  $.F_{X^\star}=F$  אזי  $\lim_{x o\infty}F\left(x
ight)=1$  וכן  $\lim_{x o-\infty}F\left(x
ight)=0$  אזי אונוטונית עולה רציפה מימין עבורה  $F:\mathbb{R} o\mathbb{R}$  מונוטונית עולה רציפה מימין עבורה אזי  $p \in [0,1]$  אזי ברנולי: יהי

- 1-p משתנה המקרי: X אינדיקטור להצלחה בניסוי בעל סיכוי הצלחה p וסיכוי כישלון
  - $\mathbb{P}\left(X=0
    ight)=1-p$  ,  $\mathbb{P}\left(X=1
    ight)=p$  פונקציית הסתברות:
    - $X \sim \mathrm{Ber}(p)$  סימון:

אזי  $n \in \mathbb{N}_+$  ויהי  $p \in [0,1]$  אזי התפלגות בינומית: יהי

- . ניסויי ברנולי בלתי תלויים בסיכוי הצלחה שצלחו בביצוע n ניסויי ברנולי במיכוי הצלחה אמקרי: X מספר הניסויים שצלחו בביצוע בביצוע n
  - $\mathbb{P}\left(X=k
    ight)=inom{n}{k}p^k\left(1-p
    ight)^{n-k}$  אזי  $k\in\{0,\dots,n\}$  יהי פונקציית הסתברות: יהי
    - $X \sim \text{Bin}(n,p)$ : סימון

אזי  $p \in [0,1]$  אזי אומטרית: יהי

- . מספר ניסויי ברנולי בלתי תלויים בסיכוי הצלחה p שנדרשו עד הצלחה הראשונה כולל. מספר מספרי: X
  - $\mathbb{P}\left(X=k
    ight)=\left(1-p
    ight)^{k-1}p$  אזי  $k\in\mathbb{N}_{+}$  יהי הסתברות: פונקציית הסתברות:
    - $X \sim \operatorname{Geo}(p)$ : סימון

התפלגות פואסונית: יהי  $\lambda>0$  אזי

- $\lambda$  זמן זה בפרק אירועים בפרק אמן מחן בפרק בפרק מספר האירועים האירועים שקרו פרק מספר המשתנה המקרי:  $\lambda$ 
  - $\mathbb{P}\left(X=k
    ight)=e^{-\lambda}rac{\lambda^{k}}{k!}$  אזי  $k\in\mathbb{N}$  יהי הסתברות: הסתברות:
    - $X\sim \mathrm{Poi}\left(\lambda\right)$  :סימון

 $\mathbb{P}\left(X_n=k
ight) \xrightarrow[n o \infty]{} \mathbb{P}\left(X=k
ight)$  אזי איז  $k \in \mathbb{N}$  מ"מ יהי  $X \sim \mathrm{Poi}\left(\lambda
ight)$  מענה: יהי  $\lambda > 0$  יהיו  $\lambda > 0$  יהיו מ"מ יהי ויהי איז מ"מ יהי t אמן, עד אמן שקרו שקרו שקרו בלתי תלויים מספר את סופר את המ"מ המ"מ כך אלכל אוליים שקרו עד אמן כך אלכל אוליך  $t\in\mathbb{R}_+$  כך שלכל אוליים שקרו עד אמן מספר האירועים בלתי תלויים שקרו עד אמן אוליך פואסון: משתנים מקריים בלתי תלויים שקרו עד אמן . בפרט  $N_0=0$  באשר אמוצע האירועים ליחידת אמן אוכן  $N_{t+s}-N_s\sim \mathrm{Poi}\left(\lambda t\right)$  בפרט וכן

אזי a < b אזי אחידה: יהיו

- .(a,b) בחירה אקראית של נקודה בקטע המשתנה המקרי: X בחירה אקראית של המשתנה המקרי:  $F_X\left(t\right)=\left\{egin{array}{ll} 0 & t\leq a \\ t\leq a \\ \frac{t-a}{b-a} & t\in(a,b) \end{array}\right.$  בונקציית התפלגות מצטברת:  $f_X\left(t\right)=\left\{egin{array}{ll} \frac{1}{b-a} & t\in(a,b) \\ 0 & \text{else} \end{array}\right.$ 
  - - $X \sim \mathrm{Uni}(a,b)$  :סימון

התפלגות מעריכית: יהי  $\lambda>0$  אזי

- . משך אמן יחידות אמן משל חיים של תהליך הנמשך א יחידות משך אמוצע.  $\bullet$ 
  - $.F_{X}\left(t
    ight)=\left\{egin{array}{ll} 1-e^{-\lambda x} & x\geq0 \ 0 & x<0 \end{array}
    ight.$  פונקציית התפלגות מצטברת: ullet

```
.f_{X}\left(t
ight)=\left\{egin{array}{ll} \lambda e^{-\lambda x} & x\geq0 \ 0 & x<0 \end{array}
ight. בונקציית צפיפות: .X\sim\operatorname{Exp}\left(\lambda
ight)
                                             \mathbb{P}\left(X>a+b\mid X>a
ight)=\mathbb{P}\left(X>b
ight) אזי A,b>0 ויהיו איזי X\sim \mathrm{Exp}\left(\lambda
ight) יהי \lambda>0 יהי לא
X\sim 	ext{Exp}\left(\lambda
ight) עבורו איי קיים \lambda>0 איי קיים \forall a,b>0.\mathbb{P}\left(X>a+b\mid X>a
ight)=\mathbb{P}\left(X>b
ight) עבורו
                                                          \operatorname{Exp}(\lambda) אמן מתפלג זמן מופעים ליחידת עם קצב א תהליך פואסון עם הבינמופעי של הבינמופעי של איז פואסון עם איז איז פואסון עם די פואסון איז איז הימן הבינמופעי של מופעים איז פואסון עם הבינמופעי של הבינמ
                                       f_{arphi\circ X}(t)=rac{f_X\left(arphi^{-1}(t)
ight)}{arphi'\left(arphi^{-1}(t)
ight)} איז על, עולה ממש וגזירה אזי arphi:\mathbb{R}	o\mathbb{R} על, עולה ממש וגזירה אזי X מ"מ רציף ותהא \varphi:\mathbb{R}	o\mathbb{R} על, יורדת ממש וגזירה אזי \varphi:\mathbb{R}	o\mathbb{R} ותהא \varphi:\mathbb{R}	o\mathbb{R} על, יורדת ממש וגזירה אזי מ"מ רציף ותהא
                                                                                                             X^{-} = \min \{X, 0\} , X^{+} = \max \{X, 0\} מ"מ אזי מ"מ אזי
                                                                                                                    \mathbb{E}\left[X
ight] = \sum_{c \in A_X} c \cdot \mathbb{P}\left(X = c
ight) תוחלת: יהי X מ"מ בדיד אזי
                                                                                                                                 \mathbb{E}\left[X
ight]=\mathbb{E}\left[X^{+}
ight]+\mathbb{E}\left[X^{-}
ight] טענה: יהי X מ"מ בדיד אזי
                                                                                                                               משתנה מקרי אינטגרבילי: מ"מ בדיד X עבורו \mathbb{E}\left[X
ight] סופי.
                                         . orall b \in \mathbb{R}. \mathbb{P}\left(X > a+k 
ight) = \mathbb{P}\left(X < a-k 
ight) משתנה מקרי סימטרי: יהי a \in \mathbb{R} אזי מ"מ a \in \mathbb{R}
                                                                              \mathbb{E}\left[X
ight]=a אזי חביב אינטגרבילי סימטרי מ"מ בדיד מ"מ מ"מ a\in\mathbb{R} ויהי a\in\mathbb{R}
                               \mathbb{E}\left[aX+b
ight]=a\mathbb{E}\left[X
ight]+b אינטגרבילי איז מ"מ בדיד אינטגרבילי a,b\in\mathbb{R} ויהי ויהי a,b\in\mathbb{R}
                                                                                                        X \leq X אם איז אולט על אולט אזי משתנה מקרי שולט: יהיו X,Y יהיו
                                                                                              \mathbb{E}\left[X
ight] \geq \mathbb{E}\left[Y
ight] אזי בדידים אזי איי מינוטוניות התוחלת: יהיו איי איי מינוטוניות התוחלת:
                                                                                                                                                                                                              תוחלת: יהי X מ"מ אזי
                                                                                                           \mathbb{E}[X^+] = \sup \{ \mathbb{E}[Y] \mid (0 \le Y \le X^+) \land (מ"מ בדיד Y) \} \bullet
                                                                                                 \mathbb{E}\left[X^{-}\right]=-\sup\left\{ \mathbb{E}\left[Y\right]\mid\left(0\leq Y\leq-X^{-}\right)\wedge\left(מ"מ בדיד Y\right)\right\} •
                                                                                                                                                                                   \mathbb{E}[X] = \mathbb{E}[X^+] + \mathbb{E}[X^-] \bullet
                                                                                                                                            משתנה מקרי אינטגרבילי: מ"מ X עבורו \mathbb{E}\left[X
ight] סופי.
                                           \mathbb{E}\left[aX+b
ight]=a\mathbb{E}\left[X
ight]+b אינטגרבילי איז a,b\in\mathbb{R} ויהי יהיו מיים לינאריות התוחלת:
                                                                                                                \mathbb{E}\left[X
ight] \geq \mathbb{E}\left[Y
ight] מ"מ אזי X \geq Y טענה מונוטוניות התוחלת: יהיו
                                                                                 \mathbb{E}\left[X
ight]=\int_{0}^{\infty}\left(1-F_{X}\left(t
ight)
ight)\mathrm{d}t+\int_{-\infty}^{0}\left(0-F_{X}\left(t
ight)
ight)\mathrm{d}t טענה: יהי X מינה: יהי
                                                                                                                                    \mathbb{L}\left[X
ight] = \int_{-\infty}^{\infty} t f_X\left(t
ight) \mathrm{d}t מסקנה: יהי X מ"מ רציף אזי
                                               F_Y \geq F_X משתנה מקרי שולט סטוכסטית. יהיו X,Y מ"מ אזי X שולט סטוכסטית על אם
                                                                                  X טענה: יהיו X,Y מ"מ עבורם \mathbb{P}\left(Y\leq X
ight)=1 אזי א מ"מ עבורם X,Y טענה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                 טענה: יהיו X,Y מ"מ
                                                                                                                                 \mathbb{E}\left[Y
ight]<\mathbb{E}\left[X
ight] אזי אזי סטוכסטית שולט אולט א X
                                                                                                                                                       \mathbb{E}\left[Y\right] < \mathbb{E}\left[X\right] אזי \mathbb{P}\left(Y < X\right) = 1 •
                                                                                                                                                       \mathbb{E}\left[X+Y
ight]=\mathbb{E}\left[X
ight]+\mathbb{E}\left[Y
ight] חיבוריות: •
                                                          \mathbb{P}\left(X\geq b
ight)\leq rac{\mathbb{E}[X]}{b} אזי b>0 אזי מ"מ אינטגרבילי ויהי X\geq 0 אזי יהי
                        \mathbb{E}\left[arphi\circ X
ight]=\sum_{c\in A_X}arphi\left(c
ight)\cdot\mathbb{P}\left(X=c
ight) איי מ"מ אינטגרבילי בדיד ותהא arphi מדידה בורל איי מ"מ מ"מ אינטגרבילי בדיד ותהא
                                                         \mathbb{E}\left[arphi\circ X
ight]=\int_{-\infty}^{\infty}arphi\left(t
ight)f_{X}\left(t
ight)\mathrm{d}t טענה: יהי X מ"מ רציף ותהא arphi רציפה למקוטעין אזי
                                                                                                     \mathbb{E}\left[X
ight]=\int_0^1 X^\star\left(t
ight)\mathrm{d}t טענה: יהי X מ"מ חסום אזי \mathrm{d}tל אזי מ"מ חסום מלרע אזי \mathbb{E}\left[X
ight]=\lim_{arepsilon	o 0}\int_0^{1-arepsilon}X^\star\left(t
ight)\mathrm{d}t טענה: יהי X מ"מ חסום מלעיל אזי \mathbb{E}\left[X
ight]=\lim_{arepsilon	o 0}\int_{0+arepsilon}^1X^\star\left(t
ight)\mathrm{d}t טענה: יהי X מ"מ חסום מלעיל אזי
                                                                                                           .\operatorname{Var}\left(X
ight)=\mathbb{E}\left[\left(X-\mathbb{E}\left[X
ight]
ight)^{2}
ight] שונות: יהי X מ"מ אינטגרבילי אזי
                                                                                                                       .Var (X)=\mathbb{E}\left[X^2
ight]-\mathbb{E}^2\left[X
ight] אינטגרבילי איזי מיימ מיימ מיים מיים מיים מיים אינטגרבילי
                                                                                  .
Var (aX+b)=a^2Var (X) אזי<br/> a,b\in\mathbb{R} ויהיו אינטגרבילי מ"מ מ"מ מינטגרבילי ויהיו
             \mathbb{P}\left(|X-\mathbb{E}\left[X
ight]|\geq a
ight)\leq rac{	ext{Var}(X)}{a^2} אזי a>0 אזי ווענה אי־שיוויון צ'בישב: יהי X מ"מ אינטגרבילי ובעל שונות ויהי
                                                              M_X\left(t
ight)=\mathbb{E}\left[e^{tX}
ight] המוגדרת M_X:\mathbb{R}	o\mathbb{R} מ"מ אזי מ"מ מים: יהי יהי מומנטים: יהי
                                                          M_{X}^{(n)}\left(0
ight)=\mathbb{E}\left[X^{n}
ight] אזי M_{X}\in C^{n}\left(I
ight) וכן 0\in I קטע עבורו קטע עבורי מ"מ מ"מ ויהי X
                 x \in \mathbb{N} מתכנס לכל \mathbb{E}\left[\left|X
ight|^n\right| מתים וסופי על I אזי M_X\left(t
ight) מתכנס לכל 0 \in I מתכנס לכל
```

 $M_{X}\left(t
ight)=\sum_{n=0}^{n}rac{t^{n}\mathbb{E}\left[X^{n}
ight]}{n!}$  אזי  $\left(-arepsilon,arepsilon
ight)$  קיים וסופי על  $M_{X}\left(t
ight)$  אזי arepsilon>0 אזי מ"מ ויהי X מ"מ ויהי X