**גרף מכוון קשיר**: גרף מכוון $G$ עבורו לכל $u,v\in V\left(G\right)$ קיים מסלול מ־$u$ ל־$v$ או מסלול מ־$v$ ל־$u$.

**גרף מכוון קשיר חזק**: גרף מכוון $G$ עבורו לכל $u,v\in V\left(G\right)$ קיים מסלול מ־$u$ ל־$v$.

**אלגוריתם BFS**: יהי $G$ גרף ויהי $s\in V\left(G\right)$ אזי

```
function BFS(G, s):
    (d, π, color) ← dict(V(G))
    for u ∈ V(G)\{s} do
        color[u] ← White
        d[u] ← ∞
        π[u] ← Null
    end
    color[s] ← Grey
    d[s] ← 0
    π[s] ← Null
    Q ← queue()
    while Q ≠ ∅ do
        u ← Q.head
        for v ∈ Neighbor(u) do
            if color[v] = White then
                color[v] ← Grey
                d[v] ← d[u] + 1
                π[v] ← u
                Q.enqueue(v)
            end
        end
        Q.dequeue()
        color[u] ← Black
    end
    return (d, π, color)
```

**טענה**: יהי $G$ גרף ויהי $s\in V\left(G\right)$ אזי סיבוכיות זמן הריצה של $\text{BFS}\left(G,s\right)$ הינה $\mathcal{O}\left(\left|V\right|+\left|E\right|\right)$.

**משפט**: יהי $G$ גרף ויהי $s\in V$ אזי $\left\{v\in V\mid\text{BFS}\left(G,s\right).\text{color}\left[v\right]=\text{Black}\right\}=\left[s\right]_{\to}$.

**סימון**: יהי $G$ גרף ויהיו $u,v\in V$ אזי $\delta\left(v,u\right)=\min\left(\left\{\text{len}\left(\sigma\right)\mid v,u\text{ טיול בין }\sigma\right\}\right)$.

**טענה**: יהי $G$ גרף ויהיו $v,u,w\in V$ באשר $\left(w,u\right)\in E$ אזי $\delta\left(v,u\right)\le\delta\left(v,w\right)+1$.

**למה**: יהי $G$ גרף ויהיו $s,v\in V$ אזי בכל שלב בהרצת $\text{BFS}\left(G,s\right)$ מתקיים $d\left[v\right]\ge\delta\left(v\right)$.

**למה**: יהי $G$ גרף יהי שלב בהרצת $\text{BFS}\left(G,s\right)$ בו $Q=\left(v_{1}\ldots v_{n}\right)$ אזי מתקיים $d\left[v_{i}\right]\le d\left[v_{i+1}\right]$ וכן $d\left[v_{i}\right]\le d\left[v_{1}\right]+1$.

**משפט נכונות מרחקים**: יהי $G$ גרף ויהיו $s,v\in V$ אזי $\text{BFS}\left(G,s\right).d\left[v\right]=\delta\left(v,s\right)$.

**עץ BFS**: יהי $G$ גרף ויהי $s\in V$ נגדיר $V_{\pi}=\left\{v\in V\mid\text{BFS}\left(G,s\right).\pi\left[v\right]\ne\text{Null}\right\}\cup\left\{s\right\}$ וכן $E_{\pi}=\left\{\left(\pi\left[v\right],v\right)\mid v\in V_{\pi}\backslash\left\{s\right\}\right\}$ אזי $G_{\pi}=\left(V_{\pi},E_{\pi}\right)$.

**טענה**: יהי $G$ גרף ויהי $s\in V$ אזי

- מתקיים $\deg_{G_{\pi}}^{-}\left(s\right)=0$.
- לכל $v\in V\left(G_{\pi}\right)$ מתקיים $\deg_{G_{\pi}}^{-}\left(v\right)=1$.
- לכל $v\in V\left(G_{\pi}\right)$ קיים מסלול ב־$G_{\pi}$ בין $s,v$.
- $G_{\pi}$ הינו עץ.
- יהי $v\in V\left(G_{\pi}\right)$ ויהי $\sigma$ מסלול ב־$G_{\pi}$ בין $s,v$ אזי $\sigma$ המסלול הקצר ביותר בין $s,v$ ב־$G$.

**אלגוריתם זיהוי גרפים דו־צדדיים**: יהי $G$ גרף לא מכוון ופשוט אזי

```
function IsBipartite(G):
    (d, π, color) ← BFS(G)
    for (v, u) ∈ V do
        if d(v) = d(u) then
            return false
        end
    end
    return true
```

**טענה:** יהי $G$ גרף לא מכוון ופשוט אזי ($G$ דו צדדי)$\Longleftrightarrow$($\text{IsBipartite}\left(G\right)=\text{true}$).

**מסלול אוילר:**

**מעגל אוילר:**

**טענה:** יהי $G$ גרף קשיר ולא מכוון אזי (יש מעגל אוילר ב־$G$)$\Longleftrightarrow$(לכל $v\in V$ מתקיים $\deg\left(v\right)\in\mathbb{N}_{\text{even}}$).