```
(a \in \{a_1,\ldots,a_n\}) \Longleftrightarrow ((a=a_1) \lor \ldots \lor (a=a_n)) מתקיים \{a_1,\ldots,a_n\} מתקיים איברים:
                                                                                                       \Sigma^* = igcup_{i=0}^\infty \Sigma^i סימון: תהא \Sigma קבוצה אזי
                טענה: תהא S\subseteq \Sigma^* אזי קיימת ויחידה F=\{f_i: (\Sigma^*)^{n_i}	o \Sigma^*\mid i\in I\} ותהא ווחא B\subseteq \Sigma^* אזי קיימת ויחידה \Sigma
                                                                                                                                         .B \subseteq S \bullet
                                                                                                                         .F סגורה להפעלת S
                                                    S\subseteq A אזי F אזי הפעלת סגורה סגורה B\subseteq A עבורה A\subseteq \Sigma^* אזי \bullet
אינדוקציה מבנית: תהא F=\{f_i: \left(\Sigma^*\right)^{n_i}	o \Sigma^*\mid i\in I\} ותהא ותהא B\subseteq \Sigma^* מינימלית מגנית: תהא
                                                                                                                     .B \subseteq X_{B,F} להפעלת F
                              \Sigma אזי F=\{f_i: (\Sigma^*)^{n_i} 	o \Sigma^* \mid i \in I\} ותהא B\subseteq \Sigma^* אזי קבוצה תהא באינדוקציה מבנית: תהא
                             B אזי איזי F=\{f_i: (\Sigma^*)^{n_i} 	o \Sigma^* \mid i \in I\} ותהא ותהא B\subseteq \Sigma^* אזי קבוצה תהא באינדוקציה מבנית: תהא
X_{B,F} = \bigcap \{Y \subseteq \Sigma^* \mid (B \subseteq Y) \land (F \; טענה: תהא F = \{f_i : (\Sigma^*)^{n_i} \to \Sigma^* \mid i \in I\} ותהא B \subseteq \Sigma^* ותהא אזיי
```

 $X_{B,F}\subseteq Y$ אזי איזי איזי עבורה $B\subseteq Y$ אזי אבינדוקציה מבנית: יהי עולם Σ ותהא $Y\subseteq \Sigma^*$ סגורה להפעלת

Y אזי אולם $B\subseteq Y$ אזי הפעלת להפעלת להפעלת סגורה אזי אינווריאנטה: יהי עולם בותהא אינווריאנטה:

 $.(p\left(0\right)\land(\forall n\in\mathbb{N}.p\left(n\right)\Longrightarrow p\left(n+1\right)))\Longrightarrow(\forall n\in\mathbb{N}.p\left(n\right))$ מסקנה משפט האינדוקציה: תהא p טענה על \mathbb{N} אזי

על F אזי ($a_i \in B$) מתקיים ($a_i \in B$) מתקיים ($a_i \in B$) שבורה על ידי הפעלת $a_i = a$ וכן לכל $(\{a_1,\ldots,a_{i-1}\}$ תלק מ־

.(aימת סדרת יצירה ל־ $(a \in X_{B,F})$ אזי אירה ל־ $a \in \Sigma^*$ יהי

 $X_{B,F} = igcup_{i=1}^\infty \left\{ a \in \Sigma^* \mid n$ מסקנה: $a \}$ בעלת סדרת יצירה באורך

 $\Sigma = \{\land,\lor,\lnot,\Longrightarrow,(,)\} \cup \{p_i \mid i\in\mathbb{N}\}$:עולם תחשיב הפסוקים:

 $a\in\Sigma^*$ יהי תחשיב הפסוקים אזי יהי ביטוי:

אזי $\omega_1,\omega_2\in\{p_i\mid i\in\mathbb{N}\}$ אזי

- $.\wedge (\omega_1, \omega_2) = "(\omega_1 \wedge \omega_2)"$ •
- $.\lor (\omega_1,\omega_2) = "(\omega_1\lor\omega_2)"$ •
- $:\Longrightarrow (\omega_1,\omega_2) = "(\omega_1 \Longrightarrow \omega_2)" \bullet$
 - $\neg (\omega_1) = "(\neg \omega_1)" \bullet$

 $\mathsf{WFF} = X_{\{p_i | i \in \mathbb{N}\}, \{\wedge, \vee, \neg, \Longrightarrow\}}$: קבוצת הנוסחאות המוגדרות היטב/ביטוי חוקי/פסוק

 $p \in \{p_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ עבורו $p \in \mathsf{WFF}$ פסוק אטומי/יסודי:

(") ונגמר עם "(") מתחיל עם אזי $p \in \mathsf{WFF}$ יהי טענה: יהי $p \in \mathsf{WFF}$ אזי אזי ($p \in \mathsf{WFF}$ יהי

 $q_1(q_2 \notin \mathsf{WFF}$ אזי $q_1,q_2 \in \mathsf{WFF}$ מסקנה: יהיו

משפט הקריאה היחידה: יהי אזי מתקיים בדיוק אחד מהבאים משפט הקריאה היחידה: יהי

- . פסוק אטומיlpha
- $\alpha = (\beta \wedge \gamma)$ עבורם $\beta, \gamma \in WFF$ •
- $\alpha = (\beta \lor \gamma)$ עבורם $\beta, \gamma \in WFF$ •
- $\alpha = (\beta \Longrightarrow \gamma)$ עבורם $\beta, \gamma \in WFF$
 - $\alpha = (\neg \beta)$ עבורו $\beta \in \text{WFF}$ •

מסקנה אלגוריתם לבדיקת חוקיות: יהי Σ תחשיב הפסוקים ויהי $lpha\in\Sigma^*$ ביטוי אזי קיים אלגוריתם לבדיקת היהי לבדיקה האם $.\alpha \in \mathsf{WFF}$

סדר קדימות של קשרים: נגדיר סדר ביצוע פעולות

- .¬ .1
- $.\land,\lor$.2
- .⇒ .3

T, true :אמת:

.F, false :שקר:

טבלת אמת: טבלה אשר מסכמת את אמיתו של פסוק בשינוי ערכם של פסוקי היסוד בו.

 $.TT_{\circ}$ אזי טבלת האמת של $\circ \in \{\land,\lor,\lnot,\Longrightarrow\}$ סימון: תהא

טענה: יהיו p,q פסוקים אזי

q	p	$q \lor p$	
true	true	true	
true	false	true	
false	true	true	
false	false	false	

q	p	$q \Longrightarrow p$	
true	true	true	
true	false	false	
false	true	true	
false	false	true	

q

true

false

false

true

q	p	$q \Longrightarrow p$	
true	true	true	
true	false	false	
false	true	true	
false	false	true	

 $v:\{p_i\} o \{F,T\}$ השמה: פונקציה

המוגדרת $\overline{v}: \mathsf{WFF} \to \{F,T\}$ השמה אזי פונקציה השמה לפסוק: תהא השמת ערך אמת לפסוק:

 $q \wedge p$

true

false

false

p

true

false

true

q

true

true

false

false

- $.\overline{v}\left(p
 ight)=v\left(p
 ight)$ יהי p פסוק אטומי אזי •
- $.\overline{v}(\neg \alpha) = TT_{\neg}(\overline{v}(\alpha))$ אזי \bullet
- $.\overline{v}(\beta \circ \gamma) = TT_{\circ}(\overline{v}(\beta), \overline{v}(\gamma))$ יהיו אזי פעולה פעולה פעולה פעולה פעולה אזי •

 $.\overline{v}\left(lpha
ight)=T$ עבורה עבורה אזי איי השמה מספקת מסוק: תהא עבורה עבורה מספקת מספקת מספקת מספקת איי

 $v \models \alpha$ אזי v מסופקת על ידי $\alpha \in \mathsf{WFF}$ השמה ותהא v

 $v \not\models \alpha$ אזי אזי אזי מסופקת על ידי א אזי $\alpha \in \mathsf{WFF}$ אזי השמה v השמר סימון:

המוגדרת Var : WFF $o \mathcal{P}\left(\{p_i\}\right)$ פונקציה פונקציה בפסוק:

- .Var $(p) = \{p\}$ יהי p פסוק אטומי אזי •
- . $\operatorname{Var}(\neg \alpha) = \operatorname{Var}(\alpha)$ אזי •
- . $\operatorname{Var}(\beta \circ \gamma) = \operatorname{Var}(\beta) \cup \operatorname{Var}(\gamma)$ אזי פעולה בינארית פעולה פעולה פעולה β, γ יהיי •

 $.\overline{v_1}(lpha)=\overline{v_2}(lpha)$ אזי $orall p\in {
m Var}(lpha).v_1(p)=v_2(p)$ עבורה $lpha\in {
m WFF}$ אוי v_1,v_2 איז v_1,v_2 איז

 $.TT_{lpha}$ אזי ניתן לייצג את lpha על ידי $lpha\in {
m WFF}$ מסקנה: יהי

 $TT=TT_{lpha}$ עבורו קיים $lpha\in$ WFF מערכת קשרים שלמה עבורה לכל עבורה אמת אבורה לכל עבורה קבוצה קבוצה $K\subseteq\{\land,\lor,\lnot,\Longrightarrow\}$.טענה: $\{\land, \lor, \neg, \Longrightarrow\}$ שלמה פונקציונלית

. טענה: תהא K מערכת קשרים עבורה עבורה עבורה אזי אזי א שלמה פונקציונלית. מערכת קשרים עבורה אזי אזי א

 $v \models \alpha$ עבורו קיימת השמה v המקיימת $\alpha \in \mathsf{WFF}$ עבורו פסוק

 $v \models \alpha$ עבורו לכל השמה v מתקיים $\alpha \in \mathsf{WFF}$ טאוטולוגיה: פסוק

 $\models \alpha$ טאוטולוגיה אזי $\alpha \in \mathsf{WFF}$ טימון: יהי

 $\models (\neg \alpha)$ עבורו $\alpha \in \mathsf{WFF}$ סתירה: פסוק

 $ar{v}(lpha)=ar{v}(eta)$ מתקיים שקולים: פסוקים $lpha,eta\in\mathsf{WFF}$ עבורם לכל השמה

 $\alpha \equiv \beta$ שקולים אזי $\alpha, \beta \in WFF$ סימון: יהיו

 $v \models \alpha$ מתקיים $\alpha \in \Gamma$ מתקיים עבורה לכל עבורה קיימת השמה עבורה לכל $\Gamma \subseteq WFF$

 $v \models \Gamma$ אזי אוי השמה על ידי השמה קבוצה קבוצה קבוצה $\Gamma \subseteq \mathsf{WFF}$

 $v \models \alpha$ מתקיים $v \models \Gamma$ מתקיים אוי איי איי איי $\alpha \in \mathsf{WFF}$ אוי $\gamma \models \alpha$ מתקיים עבורו לכל השמה v מתקיים אוי

 $\Gamma \models \alpha$ אזי מ־ Γ אזי סמנטית מבע פסוק נובע אויהי $\Gamma \subseteq \mathsf{WFF}$ אזי ריהי

טענה: יהיו $\alpha, \beta, \gamma \in \mathsf{WFF}$ אזי

- $(\alpha \wedge \beta) \vee \gamma \equiv (\alpha \vee \gamma) \wedge (\beta \vee \gamma) \bullet$
- $(\alpha \vee \beta) \wedge \gamma \equiv (\alpha \wedge \gamma) \vee (\beta \wedge \gamma) \bullet$
 - $.(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha) \bullet$
 - $.(\alpha \lor \beta) \equiv (\beta \lor \alpha) \bullet$
 - $(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \equiv \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma) \bullet$
 - $(\alpha \vee \beta) \vee \gamma \equiv \alpha \vee (\beta \vee \gamma) \bullet$
 - $\neg (\neg \alpha) \equiv \alpha \bullet$
 - $\neg (\alpha \land \beta) \equiv (\neg \alpha) \lor (\neg \beta) \bullet$
 - $\neg (\alpha \lor \beta) \equiv (\neg \alpha) \land (\neg \beta) \bullet$

```
\Gamma \models (\neg \alpha) אזי \Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta וכן \Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta אזי \alpha, \beta \in \mathsf{WFF} אזי \Gamma \subseteq \mathsf{WFF} טענה: תהא
                                                                                                                                                                                    (\alpha \models \beta) \iff (\models (\alpha \Longrightarrow \beta)) אזי (\alpha, \beta \in \mathsf{WFF}) טענה: יהיו
                                                                                                                                                                                   אטומי אטומי פסוק פסוק p ויהי \alpha, \varphi \in \mathsf{WFF} יהיו הצבת פסוק אטומי אזי
                                                                                                                                                                                                                                                     \alpha (\varphi/p) = \varphi אז \alpha = p אם •
                                                                                                                                                                                                  \alpha\left(\varphi/p\right)=\alpha אזי \alpha
eq p אטומי וכן lpha
                                                                                                                                                                    \alpha(\varphi/p) = \neg \beta(\varphi/p) אזי \alpha = \neg \beta עבורו \beta \in \text{WFF}
                                                        lpha\left(arphi/p
ight)=eta\left(arphi/p
ight)\circ\gamma\left(arphi/p
ight) אז lpha=eta\circ\gamma אם קיימים eta,\gamma\in\mathsf{WFF} וקיימת פעולה בינארית eta
                                                                                                                                                                                 lpha\left(arphi/p
ight)\in\mathsf{WFF} אזי אזי p\in\mathsf{Var}\left(lpha
ight) ויהי lpha,arphi\in\mathsf{WFF} איזי
                                                                                                                        הצבת פסוקים בפסוק: יהיו p_1\dots p_n ויהיו lpha, arphi_1\dots arphi_n\in \mathsf{WFF} היהיו יהיו
                                                                                                                                                                               lpha\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
ight)=arphi_{i} אזי i\in\left[n
ight] עבור lpha=p_{i}
                                                                                                                                  lpha\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
ight)=lpha אז אז i\in\left[n
ight] לכל לכל lpha
eq p_{i} אם lpha פסוק אטומי וכן
                                                                                                        lpha \left( arphi_1/p_1 \ldots arphi_n/p_n 
ight) = 
eg eta \left( arphi_1/p_1 \ldots arphi_n/p_n 
ight) אם קיים eta \in \mathsf{WFF} עבורו lpha = \neg eta אזי lpha = \neg eta
lpha\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
ight)=eta\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
ight)\circ אם קיימים eta,\gamma\in שולה בינארית עבורה lpha=eta\circ\gamma אם קיימים eta,\gamma\in
                                                                                                                                                                                                                                                                           \gamma \left( \varphi_1/p_1 \ldots \varphi_n/p_n \right)
\overline{v}\left(lpha\left(arphi/p
ight)
ight)=\overline{v'}\left(lpha
ight) אזי v'\left(p_{j}
ight)=\left\{egin{array}{ll} v^{(p_{j})} & i
eq j \ \overline{v}(arphi) & i
eq j \end{array}
ight. השמה נגדיר השמה v אחזי v' אזי v'\left(p_{j}
ight)=\left\{egin{array}{ll} v^{(p_{j})} & i
eq j \ \overline{v}(arphi) & i
eq j \end{array}
ight. השמה נגדיר השמה v' החזי הקשר בין הצבות לעדכוני שמות: טענה: יהיו v' היי v' היהיו v' יהיו v' החזי הערכוני שמות: טענה: יהיו v' היי v' היהיו v'
                                                                                                                                                                             \overline{v}\left(lpha\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
ight)
ight)=\overline{v'}\left(lpha
ight) אא v'\left(p_{j}
ight)=\left\{egin{array}{c} v(p_{j}) & j
otin \ \overline{v}(arphi_{j}) & j
otin \ \overline{
            טאוטולוגיה. \alpha\left(\varphi_1/p_1\ldots\varphi_n/p_n\right) אזי מסקנה: יהי \alpha\left(\varphi_1/p_1\ldots\varphi_n/p_n\right) טאוטולוגיה יהיו \varphi_1\ldots\varphi_n\in WFF ייהיו יהיו
                                                                                                                                                                                   .NNF = X_{\{p_i|i\in\mathbb{N}\}\cup\{(\neg p_i)|i\in\mathbb{N}\},\{\wedge,\vee\}} :NNF הצורה הנורמלית
                                                                                                                                                                                                  lpha\equiv eta עבורו eta\in \mathrm{NNF} אזי קיים אזי משפט: יהי lpha\in \mathrm{WFF}
                                                                                                                                                                                                                                 Conj = X_{\{p_i|i\in\mathbb{N}\}\cup\{(\neg p_i)|i\in\mathbb{N}\},\{\wedge\}} יימון:
                                                                                                                                                                                                                                    .DNF = X_{\mathrm{Conj},\{\vee\}} :DNF הצורה הנורמלית
                                                                                                                                                                                                   lpha\equiv eta עבורו eta\in {
m DNF} אזי קיים אזי lpha\in {
m WFF} משפט: יהי
                                                                                                                                                                                                                                  Disj =X_{\{p_i|i\in\mathbb{N}\}\cup\{(\neg p_i)|i\in\mathbb{N}\},\{\lor\}} יימון:
                                                                                                                                                                                                                                       .CNF = X_{\mathrm{Disj},\{\wedge\}} :CNF הצורה הנורמלית
                                                                                                                                                                                                   lpha\equiv eta עבורו eta\in \mathrm{CNF} משפט: יהי lpha\in \mathrm{WFF} אזי קיים
                                                   A\subseteq N אזי A\subseteq U_{n-1}^\infty אזי A\subseteq U_{n-1}^\infty אזי אלפבית תהא אוי A\subseteq N תהא A\subseteq N תהא אלפבית הוכחה: יהי C
                                                                                                                                   הערה: בקורס זה כל מערכות ההוכחה יהיו מעל האלפבית של תחשיב הפסוקים.
                                                                                                                                                       N מערכת הוכחה אזי (\Sigma,N,A,F) מערכת הוכחה אזי
                                                                                                                                                        A אזי אונחה מערכת הוכחה מערכת (\Sigma,N,A,F) מערכת הוכחה אזי
                                                                                                                                                    .F אזי אוכחה מערכת מערכת (\Sigma,N,A,F) מערכת הוכחה מללי היסק של מערכת הוכחה
                                                                                                                                                                         X_{A,F} אזי המשפטים: תהא (\Sigma,N,A,F) מערכת הוכחה אזי
                                                                                                                                                                                        \displaystyle \mathop{.}^{\vdash}_{\varsigma} \varphi אזי משפט \varphi \in Nיהי הוכחה מערכת מערכת מערכת S
                                                                              (\Sigma,N,A,F,\Gamma) אזי \Gamma\subseteq N מערכת הוכחה מרכת (\Sigma,N,A,F) מערכת הנחה בעלת הנחות: תהא
                                                                                   X_{A \cup \Gamma,F} איז הנחות היכיחות היכיחות מהנחות: תהא (\Sigma,N,A,F,\Gamma) מערכת הוכחה בעלת הנחות אזי
```

טענה: תהא $\varphi \in N$ ויהי הוכחה מערכת מערכת S

 $\Gamma \vdash_{\mathbf{S}} \varphi$ יכיח אזי $\varphi \in N$ הנחות ויהי הנכחה תהיינה מערכת מערכת מערכת הוכחה $\Gamma \subseteq N$

 $(\alpha \Longrightarrow \beta) \equiv (\neg \alpha) \lor \beta \bullet$

 $.\gamma \models \alpha$ מתקיים $\alpha \in \mathsf{WFF}$ למה: יהי $\gamma \in \mathsf{WFF}$ סתירה אזי לכל

 $\Gamma \models \beta$ אזי $\Gamma \cup \{\neg \alpha\} \models \beta$ וכן $\Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta$ עבורם $\alpha, \beta \in \mathsf{WFF}$ ויהיו $\Gamma \subseteq \mathsf{WFF}$ עבורם ענה: תהא

- $\Gamma \vdash_S \varphi$ אזי $\Delta \subseteq \Gamma$ ותהא עבורה φ עבורה עבורה $\Delta \subseteq N$ אזי מונוטוניות: תהא $\Delta \vdash_S \varphi$ עבורה עבורה $\Delta \vdash_S \varphi$ אזי עבורה עבורה $\Delta \vdash_S \varphi$ עבורה עבורה $\Gamma \vdash_S \varphi$ אזי עבורה עבורה $\Gamma \vdash_S \varphi$ אזי עבורה עבורה פרנזיטיביות: תהיינה $\Phi \vdash_S \varphi$ באשר $\Phi \vdash_S \varphi$ וכן לכל עבורה עב

arphi מערכת הוכחה בעלת הנחות ויהי $arphi\in N$ יכיח אזי סדרת יצירה של מערכת הוכחה: תהא

 $f: rac{x_1...x_n}{y}$ אאי $f(x_1,\dots,x_n)=y$ כלל היסק המקיים כלל היסק ויהי אזי $f\in F$ אאי מערכת הוכחה אזי S מערכת הוכחה אזי (Ponens Modus): תהא (Σ,N,A,F) מערכת הוכחה אזי מערכת ההוכחה של הילברט (HPC): נגדיר מערכת הוכחה כך

- $\Sigma = \{p_i \mid i \in \mathbb{N}\} \cup \{\neg, \Longrightarrow, (,)\}$ אלפבית:
 - $N = X_{\{p_i | i \in \mathbb{N}\}, \{\neg, \Longrightarrow\}}$:נוסחאות:
 - אקסיומות:
 - $A_1 = (\alpha \Longrightarrow (\beta \Longrightarrow \alpha))$

$$A_2 = ((\alpha \Longrightarrow (\beta \Longrightarrow \gamma)) \Longrightarrow ((\alpha \Longrightarrow \beta) \Longrightarrow (\alpha \Longrightarrow \gamma)))$$

$$.A_3 = (((\neg \alpha) \Longrightarrow (\neg \beta)) \Longrightarrow (\beta \Longrightarrow \alpha))$$
 -

 $.F = \{MP\}$ כללי היסק:

אזי HPC־טענה: יהיו lpha,eta נוסחאות ב־

 $\begin{matrix} . \vdash_{\mathrm{HPC}} (\alpha \Longrightarrow \alpha) \bullet \\ . \vdash_{\mathrm{HPC}} ((\neg \alpha) \Longrightarrow (\alpha \Longrightarrow \beta)) \bullet \\ . \{\neg \alpha\} \vdash_{\mathrm{HPC}} (\alpha \Longrightarrow \beta) \bullet \\ . \{\alpha\} \vdash_{\mathrm{HPC}} (\alpha \Longrightarrow \beta) \bullet \end{matrix}$ מסקנה: יהיו α, β נוסחאות ב־HPC באשר α, β

הערה: בקורס זה ניתן להניח כי הסימון ⊢ הוא במערכת HPC.

 $(\Gamma \vdash (\alpha \Longrightarrow \beta)) \Longleftrightarrow (\Gamma \cup \{\alpha\} \vdash \beta)$ אזי HPC משפט הדידוקציה: תהיינה העל HPC משפט הדידוקציה: תהיינה היינה מעל

.Ded $(\Gamma)=\{lpha\in N\mid\Gamma\vdashlpha\}$ אזי איז $\Gamma\subseteq N$ ותהא ותהא מערכת הוכחה S

 $\vdash ((\neg (\neg \alpha)) \Longrightarrow \alpha)$ אזי HPC טענה: תהא α נוסחה מעל

למה: אקסיומות HPC הינן טאוטולוגיות.

 $\left(\Gamma \vdash_{\mathsf{LPC}} lpha
ight) \Longrightarrow \left(\Gamma \models lpha
ight)$ אזי איף HPC משפט הנאותות: תהיינה הנחות מעל

אזי HPC אזי $lpha,eta,\gamma$ נוחסאות מעל HPC אזי הנחות מעל

$$.((\Gamma \vdash (\alpha \Longrightarrow \beta)) \land (\Gamma \vdash (\beta \Longrightarrow \gamma))) \Longrightarrow (\Gamma \vdash (\alpha \Longrightarrow \gamma))$$

אזי HPC משפט הדיכוטומיה: תהיינה HPC משפט הדיכוטומיה: תהיינה רהיינה הדיכוטומיה: חנחת מעל

$$((\Gamma \cup \{\alpha\} \vdash \beta) \land (\Gamma \cup \{\neg\alpha\} \vdash \beta)) \Longrightarrow (\Gamma \vdash \beta)$$

 $\Gamma \not\models \alpha$ המקיימת S נוסחה מעל עקבית: תהא מערכת הנחות מעל קבוצת הנחות אזי Γ אזי אזי מערכת הוכחה מעל קבוצת הנחות מעל אזי Γ מתא מעל S הנחחה מעל α הינחה β אזי (Γ אינה עקבית) הנחחה מעל S הוחח מעל β הנחחה מעל β הינחה מעל מענה:

טענה: תהא מערכת הוכחה S ותהיינה Γ הנחות מעל S אזי (Γ עקבית) אוי (לכל $\Gamma \subseteq \Delta \subseteq \Delta$ סופית מתקיים כי Δ עקבית).

קבוצת הנחות עקבית מעל Δ עבורה לכל Δ קבוצת הנחות עקבית מעל γ קבוצת הנחות עקבית מעל מקסימלית: תהא מערכת הוכחה γ $\Gamma = \Delta$ מתקיים $\Gamma \subseteq \Delta$ מתקיים S

 $.lpha\in\Gamma$ אזי די HPC אוי אוי HPC איזי מקסימלית מעל מקסימלית מעל מקסימלית עקבית מקסימלית מעל אזי $\Gamma\vdash\alpha$ אזי חבורה

 $(\alpha \in \Gamma) \lor (\neg \alpha \in \Gamma)$ אזי HPC אוי אוי HPC טענה: תהא α נוסחה מעל אקבית מקסימלית מעל

אזי HPC אזי מעל תוחת עקבית מקסימלית מעל אורר אזי מקסימלית עקבית הנחות עקבית קבוצת הנחות עקבית הנחות עקבית אזי חדיינה Γ

$$(\Gamma \vdash (\alpha \Longrightarrow \beta)) \Longleftrightarrow ((\neg \alpha \in \Gamma) \lor (\beta \in \Gamma))$$

אזי Γ ספיקה. אזי Γ ספיקה אזי Γ ספיקה עקבות הנחות עקבית הנחות עקבית הנחות עקבית חדא

 $\Gamma \subset \Delta$ אזי קיימת קבוצת הנחות עקבית מעל HPC איזי קיימת קבוצת הנחות עקבית מקסימלית Δ

ספיקה. אזי Γ אזי HPC טענה: תהא קבוצת הנחות קבוצת הנחות סענה

מסקנה: תהא Γ קבוצת הנחות מעל HPC מסקנה: תהא Γ קבוצת הנחות מעל

 $\left(\Gamma \mathrel{\mathop{\models}} \alpha\right) \Longleftarrow \left(\Gamma \mathrel{\mathop{\models}} \alpha\right)$ אזי אוי HPC משפט השלמות: תהיינה הנחות מעל

 $(\Gamma dashlpha) \Longleftrightarrow (\Gamma dashlpha)$ אזי איר HPC מסקנה: תהיינה Γ הנחות מעל

משפט הקומפקטיות: תהא Γ קבוצת הנחות מעל HPC אזי אז (Γ ספיקה) שפיקה Δ ספיקה ספיקה).

.Ass $(\Gamma) = \{v \in \{p_i\} \to \{F,T\} \mid v \models \Gamma\}$ אזי $\Gamma \subseteq \mathsf{WFF}$ תהא

 $\{p_i\} \to \{F,T\}$ טענה: הקבוצה $\{(\{p_i\} \to \{F,T\}) \setminus \mathrm{Ass}\,(\Gamma) \mid \Gamma \subseteq \mathrm{WFF}\}$ הינה טופולוגיה על

. הינה קומפקטית. $\{(\{p_i\} \to \{F,T\}) \setminus \text{Ass}(\Gamma) \mid \Gamma \subseteq \text{WFF}\}$ הינה הטופולוגיה

```
קבarphi_G:E	o \mathsf{WFF} אזי אזי (v,u)\in E יהגדרה: יהי f:V	o \mathsf{WFF} תהא מכוון תהא
                                                                                                        .\varphi_G((v,u)) = "f(v) \Longrightarrow f(u)"
          . (סענה: יהי G) אזי G ספיקה \{ arphi_G(e) \mid e \in E \} \}טענה: יהי G ספיקה חח"ע אזי ותהא f: V 	o WFF ספיקה סענה: יהי
                    (סופי G' סופי G' סופי G' סופי G' הינו G-צביע) אונר G' ארף בן־מנייה פשוט לא מכוון אזי G'
                     .(סטענה: סטופי G' סופי G' סופי G' סופי G' הינו G' בריע) אזי G' הינו G' הינו G' אריביע) איז מכוון אזי
                           K=\operatorname{Ass}\left(\Gamma\right) המקיימת \Gamma\subseteq\operatorname{WFF} המקיימת א עבורה K\subseteq\left\{ p_{i}
ight\} 
ightarrow\left\{ F,T
ight\} המקיימת אדירה:
                                                                                                                               טענה: Ø גדירה.
                                                                                                              . גדירה \{p_i\} \rightarrow \{F,T\} גדירה טענה
                                                                                                            . גדירה \{v\} השמה \{v\} גדירה לכל
                                                                                 טענה: קיימת K\subseteq\mathcal{P}\left(\{p_i\}
ightarrow\{F,T\}
ight) שאינה גדירה.
                                                                        K_{\text{finite}} = \left\{ v \in \{p_i\} \to \{F, T\} \mid \left| v^{-1} \left( \{T\} \right) \right| < \aleph_0 \right\} שימון:
                                                                                                                    .טענה K_{
m finite} אינה גדירה
K=\operatorname{Ass}\left(\Gamma
ight) סופית המקיימת השמות גדירה באופן סופי: קבוצה און אונר אבורה K\subseteq\mathcal{P}\left(\{p_i\}	o\{F,T\}
ight) סופית המקיימת
                                                                                          משפט: תהא K\subseteq\mathcal{P}\left(\{p_i\}	o\{F,T\}
ight) התב"ש
                                                                                                              . גזירה וכו K^{\mathcal{C}} גדירה K
                                                                                                                 . גדירה באופו סופיKullet
                                                                                                          . גדירה על ידי פסוק יחיד K
                      .(\{c_i\in\Sigma\mid i\in\mathbb{N}\}\,,\{R_{n,i}\subseteq\Sigma^n\mid i,n\in\mathbb{N}\}\,,\{f_{n,i}\subseteq\Sigma^n	o\Sigma\mid i,n\in\mathbb{N}\}) מילון: יהי צ אלפבית אזי
                                                                                          .C מילון אזי (C,R,F) מילון אזי במילון
                                                                                            R סימני יחס במילון: יהי (C,R,F) מילון אזי
                                                                                       F מילון אזי (C,R,F) מילון: יהי
                                                                  מילון סופי: יהי \Sigma אלפבית אזי מילון \sigma בעל מספר סופי של סימנים.
```

 $\{x_i\mid i\in\mathbb{N}\}, \{"(",")"\}, \{\neg,\lor,\land,\Longrightarrow\}, \{\forall,\exists\},\sigma\}$ מילון אזי σ אלפבית ויהי אלפבית ויהי לוגיקה מסדר ראשון: יהי

מילון יחסי: יהי Σ אלפבית אזי מילון σ חסר סימני פונקציה.

 $\{\neg, \lor, \land, \Longrightarrow\}$:קשרים בוליאניים בלוגיקה מסדר ראשון

אזי $\alpha \in \sigma$ אזי משתנה ותהא σ מילון יהי מילון יהי מילון יהי

 $\alpha = "(\neg \beta)$ עבורה β עבורה נוסחה \bullet

בה. בה איי המילון אזי המילון לוגיקה מסדר האשון: תהא בה לוגיקה מסדר האשון אזי המילון בה.

 $t=f\left(t_{1}\dots t_{n}
ight)$ עבורם $t_{1}\dots t_{n}$ ושמות עצם $f_{i,n}$ שמון פונקציה ullet

 $\{R_{n,i}\left(t_1\dots t_n
ight)\mid (i,n\in\mathbb{N})\land ($ נסחאות אטומיות: יהי σ מילון אזי $t_1\dots t_n)\}$ שמות עבס $X_{\{R_{n,i}(t_1\dots t_n)\mid (i,n\in\mathbb{N})\land (u,u\in\mathbb{N})\},\{\land,\lor,\neg,\Longrightarrow,\forall,\exists\}}$ משפט הקריאה היחידה לנוסחאות: יהי σ מילון ותהא α נוסחה אזי מתקיים בדיוק אחד מהבאים משפט הקריאה היחידה לנוסחאות: יהי σ מילון ותהא α

 $\alpha = (\beta \circ \gamma)$ עבורן β, γ וכן פעולה פיימות ויחידות נוסחאות β, γ וכן פעולה בולינארית \bullet

lpha="Qxeta עבורם Q עבורם אוכן משתנה eta וכן משתנה eta וכן כמת יחידה נוסחה אוכן פעם: אוכן אוכן דער אוכן אינה אופשי בשם עצם: נגדיר אוכן $t\} o \mathcal{P}\left(\{x_i \mid i \in \mathbb{N}\}\right)$ כך דע

משפט הקריאה היחידה לשמות עצם: יהי σ מילון ויהי שם עצם אזי מתקיים בדיוק אחד מהבאים משפט הקריאה היחידה לשמות עצם:

 $X_{\{x_i|i\in\mathbb{N}\}\cup\{c_i|i\in\mathbb{N}\},\{f_{i,n}|i,n\in\mathbb{N}\}}$ שמות עצם מעל מילון: יהי σ מילון

 $\{x_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ משתנים בלוגיקה מסדר ראשון: $\{"(",")"\}$

 $\{x_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ כמתים בלוגיקה מסדר ראשון:

משתנה. t סימן קבוע. t

 $.\forall (\alpha, x) = "\forall x \alpha" \bullet$ $.\exists (\alpha, x) = "\exists x \alpha" \bullet$

. נוסחה אטומית lpha

```
. \mathrm{FV} \left( c 
ight) = arnothing יהי c \in \sigma יהי •
                                                                    FV(x) = \{x\} משתנה אזי x \in \sigma יהי
\operatorname{FV}(f(t_1 \dots t_n)) = \bigcup \operatorname{FV}(t_i) איי איי פונקציה איי f \in \sigma ייהיו שמות עצם ויהי t_1 \dots t_n
```

כך FV : $\{arphi \mid \sigma \mid \sigma$ נוסחה במילון $arphi \} o \mathcal{P}\left(\{x_i \mid i \in \mathbb{N}\}
ight)$ כך כך

- $\operatorname{FV}(R(t_1 \dots t_n)) = \bigcup \operatorname{FV}(t_i)$ אזי יחס אזי איזי ויהי $R \in \sigma$ יהיו שמות עצם ויהי שמות ע
 - $\mathsf{FV}(\neg \varphi) = \mathsf{FV}(\varphi)$ נוסחה אזי φ נוסחה •
- $\operatorname{FV}(\varphi \circ \psi) = \operatorname{FV}(\varphi) \cup \operatorname{FV}(\psi)$ אזי אזי פעולה פעולה פעולה יהי φ, ψ נוסחאות ויהי
 - $\operatorname{FV}(Qx\varphi)=\operatorname{FV}(\varphi)\setminus\{x\}$ עבורם Q עבור משתנה x יהי משתנה φ יהי נוסחה φ

 $\mathrm{FV}\left(arphi
ight)=arphi$ עבורה עבורה: נוסחה לוסחה כנוסחה

סדר קדימות של פעולות בלוגיקה מסדר ראשון: נגדיר סדר ביצוע פעולות

- .∀,∃ .1
- .¬ .2
- $.\land,\lor$.3
- .⇒ .4

וכן $n\in\mathbb{N}$ חח"ע לכל $R:\{R_{n,i}\} o D^n$ חח"ע וכן $C:\{c_i\} o D$ ותהא חח"ע לכל $D
eq \varnothing$ מבנה עבור מילון: יהי $.(D,C\left(c_{0}
ight),\ldots,R\left(R_{2,0}
ight),\ldots,f\left(f_{0,0}
ight))$ אזי $F:\{f_{n.i}\}
ightarrow(D^{n}
ightarrow D)$

D אזי σ אזי מבנה על מבנה: יהי σ מילון ויהי מילון מבנה:

 $D^M=D$ אזי אזי מבנה על σ בעל תחום D אזי מילון ויהי σ מילון יהי

 $(C\left(c_{0}
ight),\ldots,R\left(R_{2,0}
ight),\ldots,f\left(f_{0,0}
ight))$ אזי מבנה על מבנה יהי מבנה: יהי מבנה: יהי מילון ויהי מבנה על מ $.f_{n,i}^{M}=F\left(f_{n,i}
ight)$ וכן $R_{n,i}^{M}=R\left(R_{n,i}
ight)$ וכן אזי $c_{i}^{M}=C\left(c_{i}
ight)$ אזי σ מבנה על σ אזי מבנה על σ $v:\{x_i\mid i\in\mathbb{N}\} o D^M$ אזי σ מבנה M מבנה M מילון ויהי מילון יהי

השמה v החותהא היהי מבנה על מבנה מילון יהי σ מילון יהי σ מילון יהי מילון יהי מילון יהי

- $\overline{v}\left(c_{i}
 ight)=c_{i}^{M}$ יהי $c_{i}\in\sigma$ סימן קבוע אזי $c_{i}\in\sigma$
- $.\overline{v}\left(x_{i}
 ight)=v\left(x_{i}
 ight)$ יהי $x_{i}\in\sigma$ משתנה אזי •
- $ar{x}(f(t_1\dots t_n))=f^M\left(\overline{x}(t_1)\dots\overline{x}(t_n)
 ight)$ יהיו שמות עצם ויהי $f\in\sigma$ סימן פונקציה אזי $t_1\dots t_n$

 $\forall x \in \mathsf{FV}\left(t\right).v_1\left(x\right) = v_2\left(x\right)$ שם עצם עבורו t שם אם תהיינה v_1,v_2 תהיינה σ משפט משפט התלות הסופית: יהי σ מילון יהי $.\overline{v_1}(t) = \overline{v_2}(t)$ אזי

> השמה אזי נגדיר איזי ויהי $d\in D^M$ מבנה איזי יהי a משתנה ויהי a משתנה על a מבנה על מבנה על השמה מתוקנת: יהי a $v\left[d/x_{j}
> ight](x_{i})=\left\{egin{array}{ll} v(x_{i})&i
> eq j\\ d&{
> m else} \end{array}
> ight.$ ערך אמת לנוסחה: יהי σ מילון יהי M מבנה על σ ותהא יהי מילון יהי

- $.(\overline{v}\left(R\left(t_{1}\dots t_{n}
 ight))=T)\Longleftrightarrow\left(\left(\overline{v}\left(t_{1}
 ight),\dots,\overline{v}\left(t_{n}
 ight)
 ight)\in R^{M}
 ight)$ יהיו שמות עצם ויהי $R\in\sigma$ סימן יחס אזי ויהי $t_{1}\dots t_{n}$
 - $.\overline{v}(\neg \alpha) = TT_{\neg}(\overline{v}(\alpha))$ נוסחה אזי •
 - $.\overline{v}\left(lpha\circeta
 ight)=TT_{\circ}\left(\overline{v}\left(lpha
 ight),\overline{v}\left(eta
 ight)
 ight)$ תהיינה lpha,eta נוסחאות ויהי lpha קשר בינארי אזי
 - $.(\overline{v}\left(\exists x arphi
 ight) = T) \Longleftrightarrow \left(\exists d \in D^M\left(\overline{v\left[d/x
 ight]}\left(arphi
 ight) = T
 ight)
 ight)$ תהא arphi נוסחה אזי arphi
 - $.(\overline{v}\,(\forall xarphi)=T)\Longleftrightarrow\left(orall d\in D^M\left(\overline{v\,[d/x]}\,(arphi)=T
 ight)
 ight)$ נוסחה אזי arphi

 $\forall x \in \mathsf{FV}(t).v_1(x) = v_2(x)$ משפט התלות הסופית: יהי σ מילון יהי M מבנה על σ תהיינה v_1,v_2 השמות ותהא $.\overline{v_1}\left(\varphi\right) = \overline{v_2}\left(\varphi\right)$ אזי

 $.\overline{v}\left(arphi
ight)=T$ עבורה על מילון מבנה על מילון מילון מבנה אזי נוסחה מפיקה מבנה: יהי מבנה על מילון

 $M,v\models arphi$ אזי אזי מבנה על מילון σ תהא תהא σ השמה ותהא σ מבנה על מילון יהי

 $M,v \models \varphi$ מבנה ותהא v השמה עבורם $M,v \models \varphi$ מילון תהא $v \models \sigma$ מבנה ותהא v השמה עבורם σ

 $.\overline{v}\left(arphi
ight)=T$ מתקיים arphi מבנה לכל T עבורה לכל עבורה לכל T מתקיים v השמה v השמה v השמה v מתקיים מתקיים מתקיים $M,v \models \Gamma$ איז מבנה על מילון σ תהא σ השמה ותהא σ קבוצת נוסחאות ספיקה ב

 $M,v\models arphi$ מילון אזי נוסחה arphi עבורה קיים מבנה M והשמה v עבורם מילון אזי נוסחה מיים מבנה

ימודל של (M,v) אז (M,v) מילון תהא σ מילון תהא σ נוסחה עבורה לותהא σ מילון תהא σ מילון תהא σ מילון נחחאות נוסחאות נוסחאות ותהא σ $\Gamma \models \varphi$ אזי $\varphi \models \Omega$.

```
\{arphi\} \stackrel{t}{\models} \psi וכן \{\psi\} \stackrel{t}{\models} \varphi עבורן עבורן \varphi, \psi השמה אזי נוסחאות מילון ותהא מילון ותהא מילון ותהא
                         .arphi מבנה על \sigma ולכל \sigma השמה מתקיים עבורה לכל \sigma עבורה לכל \sigma עבורה לכל \sigma אזי נוסחה מבנה על \sigma ולכל מבנה על \sigma
                                                                                                                                                                                                                  \stackrel{\iota}{\models} \varphi יהי \sigma מילון ותהא \varphi נוסחה t-תקפה אזי \sigma
                                                                  M,v\models arphi מבנה: יהי M מבנה על מילון \sigma אזי נוסחה arphi עבורה לכל השמה מתקיים מבנה:
                                                                                                                                                    M\models arphi אזי M מבנה על מילון \sigma ותהא \sigma נוסחה נכונה ב־M
                                                                                                                                            M\models arphi עבורו M עבורו \sigma מילון תהא \sigma נוסחה אזי מבנה \sigma
                    M\models arphi מתקיים \phi\in \Gamma עבורה לכל \Gamma עבורה מילון \sigma אזי קבוצת נוסחאות עבורה לכל מתקיים M
                                                                                                                       M\models\Gamma אזי M מבנה על מילון \sigma ותהא ותהא \Gamma קבוצת נוסחאות נכונה ב־M אזי מבנה על מילון
                                                                                                                               M\models arphi מילון אזי נוסחה arphi עבורה קיים מבנה M עבורו מילון אזי נוסחה \sigma מילון אזי נוסחה מדיים מבנה אזי נוסחה
\Gamma \stackrel{v}{\models} \varphi אזי \varphi אזי \sigma מילון תהא \Gamma אז אזי \sigma מילון יהי \sigma מילון תהא \sigma מילון תהא \sigma נוסחאות ותהא \varphi נוסחה עבורה אם \sigma
                                                                                                                      \{arphi\} \stackrel{v}{\models} \psi וכן \{\psi\} \stackrel{v}{\models} \varphi עבורן \{\psi\} \stackrel{v}{\models} \varphi וכן אזי נוסחאות מילון מילון מילון אזי נוסחאות מילון אוני נוס
                                                                               arphiמחה v מתקיים M מבנה על מבנה על עבורה לכל \sigma מילון אזי נוסחה \sigma מילון מילון אזי נוסחה \sigma עבורה לכל
                                                                                                                                                                                                               \dot{\models} \varphi יהי \sigma מילון ותהא \varphi נוסחה v־תקפה אזי מימון: יהי
                                                                                                                                                  .ig( \stackrel{v}{\models} arphi ig) \Longleftrightarrow ig( \stackrel{t}{\models} arphi ig) מסקנה: יהי \sigma מילון ותהא \varphi נוסחה אזי \exists x arphi תקפה וכן \forall x arphi תקפה. \forall x arphi מילון ותהא \varphi נוסחה תקפה אזי \exists x arphi
                                                                                           טענה: יהי \sigma מילון ותהא \varphi נוסחה עבורה \forall x \varphi תקפה אזי \varphi תקפה.  (\Gamma \stackrel{t}{\models} \varphi) \Longrightarrow \Big( \Gamma \stackrel{v}{\models} \varphi \Big) \Longrightarrow \Big( \Gamma \stackrel{v}{\models} \varphi \Big).  נוסחה אזי  (\Gamma \stackrel{t}{\models} \varphi) \Longrightarrow (\Gamma \stackrel{v}{\models} \varphi).  בסוק: יהי \sigma מילון אזי נוסחה \varphi עבורה \varphi עבורה \varphi
                                                                                               .\Big(\Gamma \stackrel{t}{\models} arphi\Big) \Longleftarrow \Big(\Gamma \stackrel{v}{\models} arphi\Big) אזיי \sigma מילון תהא \sigma קבוצת פסוקים ותהא \varphi נוסחה אזיי מילון תהא
                                                    .(\Gamma 
otin 
abla \varphi) הינה \Gamma \cup \{\varphi\} הינה \Gamma \cup \{\varphi\} מילון תהא קבוצת נוסחאות ותהא \varphi נוסחה אזי ותהא \sigma מילון תהא \sigma
                                                                                             . (\varphi \Longleftrightarrow \psi))\Longleftrightarrow(סענה: יהי \sigma מילון ותהיינה \varphi, \psi נוסחאות אזי (\varphi, \psi הן \sigma יהי מילון ותהיינה סענה:
                                              .arphi^ee = orall x_1 orall x_2 \ldots orall x_n arphi אזי איזי FV (arphi) = \{x_1 \ldots x_n\} נוסחה עבורה מילון ותהא מילון ותהא מילון ותהא
                                                               .arphi^\exists=\exists x_1\exists x_2\ldots\exists x_narphi אזי איזי היישי: יהי \sigma מילון ותהא arphi נוסחה עבורה עבורה איזי איזי איזי
                                                                                                                                                            .\Gamma^{orall}=\left\{ arphi^{orall}\midarphi\in\Gamma
ight\} ייהי מילון ותהא קבוצת נוסחאות אזי מילון ותהא סימון: יהי \sigma
                                                               טענה: יהי \sigma מילון תהא \varphi נוסחה ויהי M מבנה אזי (\varphi ספיק ב־(M \models \varphi)).  (\Gamma \models \varphi) \iff (\Gamma \models \varphi \models \varphi) \iff (\Gamma \models \varphi \models \varphi)  טענה: יהי \sigma מילון תהא G: D^M \to D^N מבנים מעל G: D^M \to D^N איזומורפיזם בין מבנים: יהי G: D^M \to D^N מבנים מעל G: D^M \to D^N אועל עבורה
                                                                                                                                                                                                                  G\left(c^{M}
ight)=c^{N} מתקיים c\in\sigma מכל סימן קבוע
                           G\left(f^{M}\left(a_{1}\ldots a_{n}
ight)
ight)=f^{N}\left(G\left(a_{1}
ight)\ldots G\left(a_{n}
ight)
ight) מתקיים a_{1}\ldots a_{n}\in D^{M} ולכל f\in\sigma ולכל סימן פונקציה f\in\sigma
             ((a_1 \dots a_n) \in R^M) \Longleftrightarrow ((G(a_1) \dots G(a_n)) \in R^N) מתקיים a_1 \dots a_n \in D^M ולכל R \in \sigma ולכל סימן יחס
                                                                           Mל מ־M מילון איז מבנים איזומורפיים: יהי \sigma מילון איז מבנים M,N מעל מעל מילון איז מילון איז מבנים איזומורפיים: יהי
                                                               (M\models\varphi)\Longleftrightarrow (N\models\varphi) מילון יהיו \sigma מענה: איזומורפיים מעל מענה: מבנים איזומורפיים מעל מענה: איזומורפיים מענה: מענה
                             .= עזרת את ונסמן את ונסמן \mathrm{Id}^M=\mathrm{Id}_M נגדיר ונדיר זהיחס בעזרת בעזרת איזי לכל מבנה \sigma מילון בעל יחס שיוויון ו
                                                                                                                                                                              אזי משתנה x משתנה אזי רייו אזי יהיו צם בשם עצם: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                           s[r/x] = s אם s סימן קבוע אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                              s[r/x] = r אמ s = x אם •
```

- $s\left[r/x
 ight]=s$ משתנה אזי s
 eq x ם
- $s\left[r/x
 ight]=f\left(t_{1}\left[r/x
 ight]\ldots t_{n}\left[r/x
 ight]
 ight)$ איז $s=f\left(t_{1}\ldots t_{n}
 ight)$ אם •

הצבת שם עצם בנוסחה: תהא φ נוסחה יהי r שמות עצם ויהי x משתנה אזי

- $.arphi\left[r/x
 ight]=R\left(t_{1}\left[r/x
 ight]\ldots t_{n}\left[r/x
 ight]
 ight)$ אם $arphi=R\left(t_{1}\ldots t_{n}
 ight)$ איז $arphi=R\left(t_{1}\ldots t_{n}
 ight)$
 - $.arphi\left[r/x
 ight]=\lnot\left(lpha\left[r/x
 ight]
 ight)$ אזי $arphi=\lnotlpha$ אם •
 - $.arphi\left[r/x
 ight]=lpha\left[r/x
 ight]\circeta\left[r/x
 ight]$ אם $arphi=lpha\circeta$ אז $arphi=lpha\circeta$

```
\varphi[r/x] = \forall x \alpha אז \varphi = \forall x \alpha אם •
```

$$.\varphi\left[r/x
ight]=\exists xlpha$$
 אזי $\varphi=\exists xlpha$ •

$$.arphi\left[r/x
ight]=orall y\left(lpha\left[r/x
ight]
ight)$$
 אז $x
eq y$ באשר $arphi=orall ylpha$ אם $arphi=arphi$

$$.arphi\left[r/x
ight]=\exists y\left(lpha\left[r/x
ight]
ight)$$
 אז אי $x
eq y$ באשר $arphi=\exists ylpha$ אם $arphi$

שם עצם חופשי להצבה בנוסחה: תהא arphi נוסחה ויהי x משתנה אזי

- r אזי שם עצם $arphi=R\left(t_{1}\ldots t_{n}
 ight)$ אזי שם עצם •
- lphaאזי שם עצם r באשר אונע $arphi= \neg lpha$ אזי שם עצם $\sigma= \neg lpha$
- $.\beta$ ב וכן ב־ α הבבה הופשי חופשי rשם עצם אזי שם $\varphi=\alpha\circ\beta$ אם •
- .rעצם שם אזי ב־ φ אזי חופשי או אינו מופיע או אינו $\varphi = \forall y \alpha$ •
- .rעצם אזי שם בי φ אזי חופשי או אינו מופיע אינו xוכן $\varphi=\exists y\alpha$ אם •
- $y \notin \mathrm{FV}\,(r)$ וכן $lpha = \pi$ וכן אזי שם עצם r באשר אזי שם עצם אזי אזי $x \in \mathrm{FV}\,(\varphi)$ וכן $\varphi = \forall y \alpha$
- $y\notin \mathrm{FV}\left(r
 ight)$ וכן lphaה בה חופשי להצבה באשר אזי שם עצם אזי אזי אזי אזי פוכן $arphi=\exists ylpha$

משתנה בעל מופע קשור: נגדיר $f:\{$ ווסחאות $\} o \mathcal{P}\left(\{x_i\}
ight)$ כך

$$f(\varphi)=arnothing$$
 אזי $\varphi=R\left(t_{1}\ldots t_{n}
ight)$ •

$$.f\left(\varphi\right)=f\left(\alpha\right)$$
אזי $\varphi=\neg\alpha$ אם •

$$f(\varphi) = f(\alpha) \cup f(\beta)$$
 אזי $\varphi = \alpha \circ \beta$ שם •

$$.f\left(\varphi\right)=f\left(\alpha\right)\cup\left\{ x\right\}$$
 אזי $\varphi=\forall x\alpha$ שם •

$$f(\varphi) = f(\alpha) \cup \{x\}$$
 אזי $\varphi = \exists y \alpha$ אם •

עבור חדש עבור $y\in \mathrm{FV}(r)$ לאכל (קיכל רואי $y\in \mathrm{FV}(r)$ שם עצם אזי אזי (r חופשי להצבה בי φ למה: תהא עבור $y\in \mathrm{FV}(r)$ לא נוצר מופע קשור חדש עבור $y\in \mathrm{FV}(r)$ ב־ $(\varphi[r/x])$.

 $v\left[\overline{v}(r)/x
ight](y)=\left\{egin{array}{ll} v(y) & x
eq y \ \overline{v}(r) & ext{else} \end{array}
ight.$ שם עצם אזי נגדיר השמה s יהי s שם עצם יהי s משתנה ויהי r שם עצם אזי נגדיר השמה

 $.\overline{v}\left(s\left[r/x
ight]
ight)=\overline{v\left[\overline{v}(r)/x
ight]}\left(s
ight)$ אזי שם עצם יהי x משתנה ויהי שם עצם אזי משתנה x

 $.\overline{v}\left(arphi\left[r/x
ight]
ight)=\overline{v\left[\overline{v}(r)/x
ight]}\left(arphi
ight)$ אזי arphi אזי משתנה ויהי r שם עצם חופשי להצבה ב־arphi אזי arphi נוסחה יהי x משתנה ויהי

 $\overline{v}\left(arphi
ight)=\overline{v\left[v^{(x)}/y
ight]}\left(arphi\left[y/x
ight]
ight)$ אזי משתנה ויהי y משתנה ויהי y משתנה משקנה: תהא φ נוסחה יהי x משתנה ויהי y

טענה שינוי שם משתנה: תהא φ נוסחה ויהי y משתנה אשר אינו מופיע ב־ φ אזי

$$(\exists x\varphi) \equiv^t (\exists y (\varphi [y/x])) \bullet$$

$$.(\forall x\varphi) \equiv^t (\forall y (\varphi [y/x])) \bullet$$

 $X_{\{arphi|}$ במתים חסרת כמתים יוסחה ווסחה ווסחה ווסחה ווסחה ווסחה ווסחה ווסחה הצורה הנורמלית

מסקנה: תהא φ נוסחה אזי (φ בצורת PNF) (קיימת נוסחה α חסרת כמתים וכן α משתנים וכן בצורת φ בצורת ($\varphi=Q_1\ldots Q_n$).

טענה: תהיינה φ,ψ נוסחאות אזי

- $(\forall x (\varphi \wedge \psi)) \equiv^t ((\forall x \varphi) \wedge (\forall x \psi)) \bullet$
- $(\exists x (\varphi \lor \psi)) \equiv^t ((\exists x \varphi) \lor (\exists x \psi)) \bullet$
- $((\forall x\varphi) \lor \psi) \equiv^t (\forall x (\varphi \lor \psi))$ אזי $x \notin FV(\psi)$ תהא
- $.((\exists x\varphi)\wedge\psi)\equiv^t(\exists x\,(\varphi\wedge\psi))$ אזי $x\notin\mathrm{FV}\,(\psi)$ תהא
 - $(\neg(\forall x\varphi)) \equiv^t (\exists x(\neg\varphi)) \bullet$
 - $(\neg (\exists x\varphi)) \equiv^t (\forall x (\neg \varphi)) \bullet$

 $.arphi\equiv^t lpha$ עבורה PNF משפט: תהא arphi נוסחה אזי קיימת נוסחה משפט

 $arphi = orall x_1 \ldots orall x_n lpha$ המקיימת הסוק אוניברסלי: פסוק arphi עבורו קיימת נוסחה lpha חסרת כמתים באשר

 $arphi=\exists x_1\ldots\exists x_n$ מסוק arphi עבורו קיימת נוסחה lpha חסרת כמתים באשר $\{x_1\ldots x_n\}$ המקיימת arphi המקיימת arphi

 $(\sigma \cup \{c\})$ ספיקה מעל φ ($\sigma \cup \{c\}$) אזי σ ויהי סימן קבוע σ ויהי סימן קבוע σ אזי ספיקה מעל σ ויהי סימן קבוע σ ויהי סימן קבוע

 $\sigma \cup \{f\}$ ספיק מעל המילון $\forall y_1 \ldots \forall y_n \, (\varphi \, [f(y_1 \ldots y_n)/x]))$ ספיק מעל $\forall y_1 \ldots \forall y_n \, \exists x \varphi$ ספיק מעל מילון ספיק מעל המילון פונקציה σ ־מקומית).

 $\operatorname{sk}(\varphi)$ א (φ) עבורו (φ ספיק) אוניברסלי מעל מילון קיים אלגוריתם sk משפט מקולם: קיים אלגוריתם א מעל מילון σ מעל מילון ספיק).

 $\operatorname{sk}(\varphi)$ סקולמיזציה למילון: יהי σ מילון ותהא φ נוסחה אזי המילון המינימלי מעליו מוגדר

המקיים WFF מעל FOLWFF המקבל מוסחה חסרת משתנים וכמתים φ מעל מילון ללא שיוויון ומחזיר פסוק המקבל מסענה: φ

- α ספיק) ספיק) •
- .(טאוטולוגיה) טאוטולוגיה) α

למה: תהא φ נוסחה חסרת משתנים וכמתים המורכבת מיחסים $lpha_1 \dots lpha_k$ נגדיר השמה של WFF למה: $.(M \models \psi) \iff (\overline{v} (\text{FOLWFF} (\psi)) = T)$

שם עצם סגור: שם עצם חסר משתנים.

מבנה M מילון ללא שיוויון אזי מבנה σ מילון המקיים

- $lpha^M=a$ לכל lpha קיים שם עצם סגור lpha עבורו $lpha\in D^M$
 - $\alpha^M \neq \beta^M$ יהיו α, β שמות עצם שונים אזי α, β

. בן־מנייה מסקנה: יהי σ מילון בן־מנייה ויהי M מבנה הרברנד של σ אזי מסקנה:

 $D^M = \{ arphi \mid \sigma$ ם משתנים חסר משתנים כי ניתן לכתוב לכתוב כי ניתן לכתוב הרברנד נובע כי ניתן האברה:

 σ על M מסקנה: יהי מילון בעל סימן קבוע אזי קיים מבנה מילון על מסקנה מסקנה: יהי σ

טענה: יהי $v\left(x_{i}
ight)=t_{i}$ השמה עבורה העבר מעל מעל מענה: יהי מעל מבנה הרברנד מעל

- $\overline{v}(r)=r\left[t_1/x_1,\ldots,t_n/x_n
 ight]$ אזי FV $(r)=\{x_1\ldots x_n\}$ שם עצם באשר יהיr יהי
- $(M,v\models\varphi)\Longleftrightarrow (M\models\varphi\left[{}^{t_1}/{}^{x_1},\ldots,{}^{t_n}/{}^{x_n}\right])$ אזי $\mathsf{FV}(\varphi)=\{x_1\ldots x_n\}$ פוסחה באשר
 - . עבורו φ (s/x עבורו עבם סגור s עפיקה) ספיקה ספיקה) ספיקה אזי φ נוסחה אזי שם עצם סגור φ
- $\varphi[s/x]$ עבורו s עבור g עבור $\varphi(s/x)$ תקפה) פסוק אזי עבור g עבור g עבור g עבור g עבור g עבור g
 - . (לכל שם עצם סגור s מתקיים כי $\forall x \varphi$ ספיקה) ספיקה) ספיקה) פיקה אזי (לכל שם עצם סגור s
- . תקפה) ענסחה עבורה g מתקיים כי $\forall x \varphi$ תקפה) על תקפה) פסוק אזי (לכל שם עצם חסר משתנים אוי $\forall x \varphi$ מתקיים כי $\forall x \varphi$

משפט הרברנד: יהי σ מילון ויהי φ פסוק אוניברסלי אזי (φ ספיק) ספיק במבנה הרברנד: יהי σ

אזי FV $(arphi)=\{x_1\dots x_n\}$ מופעי בסיס: תהא arphi נוסחה חסרת כמתים באשר

.GroundInstance $(\Gamma)=\bigcup_{\varphi\in\Gamma}$ GroundInstance (φ) אזי אוניברסליים אוניברסליים האזי קבוצת פסוקים אוניברסליים האזי

 Γ טענה: תהא Γ קבוצת פסוקים סגורים וכמתים אזי (Γ ספיקה) ספיקה במבנה הרברנד).

משפט: תהא Γ קבוצת פסוקים אוניברסליים התב"ש

- . ספיקה Γ
- ספיקה במבנה הרברנד. Γ
- .ספיקה GroundInstance (Γ)
- ספיקה במבנה הרברנד. GroundInstance (Γ)

משפט הקומפקטיות: יהי σ מילון ללא שיוויון תהא קבוצת נוחסאות ותהא מילון יהי מילון ללא משפט משפט הקומפקטיות:

- . (מ ספיקה) לכל $\Delta \subseteq \Delta$ סופית Δ ספיקה). Δ ספיקה) לכל $\Delta \subseteq \Gamma$ ספיקה) לך $\beta = \alpha$ (קיימת $\alpha \subseteq \Delta$ סופית עבורה $\alpha = \alpha$).
- $\Delta\subseteq\Gamma$ סופית עבורה φ (קיימת $\Delta\subseteq\Gamma$ סופית עבורה ($\Delta\models\varphi$).

(y משתנים אזי לא קיימת קבוצת נוסחאות Γ מעל $\{E(\cdot,\cdot)\}$ המקיימת האי לא קיימת קבוצת נוסחאות מעל x,y משתנים אזי לא קיימת קבוצת נוסחאות Tעבורם $t_1 \dots t_n$ עבורים שמות עצם שמות על אזי (קיימים שמול כמתים מעל σ אזי (סתרים σ אזי (קיימים שמות עצם סגורים σ משפט: יהי σ מילון בעל קבוע תהא תקפה). $\varphi[t_1/x] \vee \ldots \vee \varphi[t_n/x]$

 $a \in D^H$ עבורו עבורו עבורו עבורו לכל מילון אזי מבנה t עבורו אזי מעל σ עבורו לכל מבנה הנקין: יהי σ מילון אזי מבנה t

הערה: ניתן להגדיר מילון ומבנה לא בני־מנייה.

משפט לוונהיים־סקולם היורד: יהי σ מילון בן־מנייה ותהא φ נוסחה מעל σ אזי (φ) ספיקה) מילון בן־מנייה מילון בן־מנייה ותהא φ

אזי לכל σ באשר σ ספיקה ב־M מכלון בן־מנייה יהי σ מילון בן־מנייה יהי σ מילון בן־מנייה יהי משפט לוונהיים־סקולם העולה: יהי σ M'עוצמה אינסופית σ קיים מבנה M' מעוצמה κ מעל σ עבורו

משקנה: יהי σ מילון בן־מנייה ותהא κ עוצמה אינסופית אזי לא קיימת קבוצת נוסחאות Γ מעל σ מילון בן־מנייה ותהא

 $(|M| = \kappa) \iff (M \models \Gamma)$

הערה: אקסיומות ZFC מנוסחות בלוגיקה מסדר ראשון.

מסקנה: קיים מבנה בן־מנייה לתורת הקבוצות.

.VALID = $\{arphi \mid (\sigma \$ מילון אזי $(\varphi) \land (G) \land (\varphi) \land (G)$ מילון אזי מילון אזי

. $ext{VALID} \in \mathcal{RE}$ משפט אלגוריתם בדיקת תקפות: יהי σ מילון אזי

 \perp HALT \leq_m VALID משפט צ'רץ'־טיורינג:

.VALID $\notin \mathcal{R}$ מסקנה:

בעזרת $\mathbb{R}^2_{>0}$ את לרצף אה ניתן ניתו בצבע אזי האם צבועה אורך 1 וכן כל צלע מאורך $R_1 \dots R_n$ יהיו יהיו הריצוף: יהיו הריבועים באשר כל שני ריבועים סמוכים חולקים צבע בצלע חיבורם.

עבורה $f:\mathbb{N}^2 o [n]$ אזי $R:[n]^2 imes \{ ext{left, right, above, below}\} o \{ ext{yes, no}\}$ עבורה $n\in\mathbb{N}_+$ יהי יהי

- $R\left(f\left(rac{n}{m}
 ight),f\left(rac{n-1}{m}
 ight), ext{left}
 ight)=$ אפ מתקיים מתקיים ולכל $m\in\mathbb{N}_+$ ולכל הלכל י
 - $.R\left(f\left(\begin{smallmatrix}n\\m\end{smallmatrix}\right),f\left(\begin{smallmatrix}n+1\\m\end{smallmatrix}\right),\mathrm{right}\right)=\mathrm{yes}$ מתקיים $m,n\in\mathbb{N}$ לכל
- $R\left(f\left(\begin{smallmatrix}n\\m\end{smallmatrix}\right),f\left(\begin{smallmatrix}n\\m+1\end{smallmatrix}\right),\text{above}\right)=\text{yes}$ מתקיים $n\in\mathbb{N}_{+}$ ולכל $m,n\in\mathbb{N}$
 - $R\left(f\left(egin{smallmatrix}n\\m-1\end{smallmatrix}
 ight),f\left(egin{smallmatrix}n\\m-1\end{array}
 ight),\mathrm{below}
 ight)=\mathrm{yes}$ מתקיים $n\in\mathbb{N}$ ולכל

.TILING = $\{(n,R,f) \mid R$ סימון: $\{f\}$ פתרון לבעיית הריצוף עבור

.VALID \leq_m TILING :משפט

מסקנה: $\mathcal{R} \notin \mathcal{R}$.

יחס דו־מקומי המקיים $E \in \sigma$ מילון אזי σ יהי דו־מקומי יחס דו־מקומי יחס יחס

- $\forall x (E(x,x))$ רפלקסיבי:
- $\forall x \forall y (E(x,y) \Longrightarrow E(y,x))$: סימטרי
- $\forall x \forall y \forall z ((E(x,y) \land E(y,z)) \Longrightarrow E(x,z)) :$ טרנזיטיבי:
- $\forall x_1 \ldots \forall x_n \forall y_1 \ldots \forall y_n \left(\left(igwedge_{i=1}^n E\left(x_i, y_i
 ight)
 ight) \Longrightarrow E\left(f\left(x_1 \ldots x_n
 ight), f\left(y_1 \ldots y_n
 ight)
 ight)
 ight)$ סימן פונקציה מתקיים $f \in \sigma$
- $\exists x_1 \ldots \forall x_n \forall y_1 \ldots \forall y_n \left(\left(igwedge_{i=1}^n E\left(x_i, y_i
 ight)
 ight) \Longrightarrow \left(R\left(x_1 \ldots x_n
 ight) \Longleftrightarrow R\left(y_1 \ldots y_n
 ight)
 ight)$ לכל $R \in \sigma$ סימן יחס מתקיים

הערה: אח המילון עם שיוויון σ ניתן לחשוב על השיוויון בתור קונגרואנציה ולכן נסמן σ_E את המילון עם קונגרואנציה במקום שיוויון.

מעל σ_E מעל מבנה איז מבנה על σ מבנה על σ מם שיוויון ויהי מילון מילון מילון מחלקות מילון מילון

- $.f^{M'}\left([a_1]_E,\ldots,[a_n]_E
 ight)=\left[f^M\left(a_1\ldots a_n
 ight)
 ight]_E$ מתקיים $f\in\sigma$ מתקיים
 - $R^{M'}\left([a_1]_E,\ldots,[a_n]_E
 ight) \Longleftrightarrow R^M\left(a_1\ldots a_n
 ight)$ מתקיים $R\in\sigma$ לכל סימן יחס

arphi סימני היחס היחס פימני היחס היחס פימני היחס היחס פימני היחס היחס פימני היחס פי $.arphi_E=arphi\left[E/=
ight]\wedge\left(n$ יחס שקילות יחס קונגרואנציה ביחס ליEיחס קונגרואנציה ביחס ליEיחס קונגרואנציה ביחס ליEיחס קונגרואנציה ביחס לי

 $v_E:\{x_i\} o D^{M_E}$ באשר נגדיר השמה על מילון יהי M מבנה מעל מילון עם שיוויון יהי שמה מעל מענ**ה**: תהא φ נוסחה מעל מילון איז עם שיוויון יהי $(M_E, v_E \models \varphi_E) \iff (M, v \models \varphi)$ אזי $v_E(x_i) = [v(x_i)]_E$

 σ' מעל מילון ש באשר ψ מעל המקבל נוסחה משפט: σ מעל מילון עם שיוויון מעל מילון באשר ש באשר באשר ש מעל מילון מי ψ ספיק) ספיק) עבורו (φ ספיק).

 Γ_E ספיקה) ספיקה (ספיקה) עם שיוויון אזי (Γ_E ספיקה) ספיקה מעל σ

 Δ סופית $\Delta\subset\Gamma$ ספיקה) אזי (Γ ספיקה) משפט הקומפקטיות: יהי σ מילון עם שיוויון תהא Γ קבוצת נוחסאות ותהא φ נוסחה אזי (σ

עבורו $\mathcal{M}_{\mathbb{N}}$ אזי מבנה $\{c_0,c_1,f_+,f_ imes,R_>\}$ עבורו יהי מילון

- $c_1^{\mathcal{M}_{\mathbb{N}}}=1$ וכן $c_0^{\mathcal{M}_{\mathbb{N}}}=0$ וכן $D^{\mathcal{M}_{\mathbb{N}}}=\mathbb{N}$

 - $.f_{\times}^{\mathcal{M}_{\mathbb{N}}}(a,b) = a+b \bullet$ $.f_{\times}^{\mathcal{M}_{\mathbb{N}}}(a,b) = a \times b \bullet$ $.\left((a,b) \in R_{>}^{\mathcal{M}_{\mathbb{N}}}\right) \Longleftrightarrow (a > b) \bullet$

 $AT = \{lpha \mid (\mathcal{M}_{\mathbb{N}} \models lpha) \land (ext{FV}(lpha) = arnothing)\}$ אזי $\{c_0, c_1, f_+, f_ imes, R_>\}$ פסוקים נכונים אריתמטית: יהי מילון

 $M_\mathbb{N}$ מודל לא סטנדרטי של הטבעיים: יהי מילון $\{c_0,c_1,f_+,f_ imes,R_>\}$ אזי מבנה $M\models$ וכן אינו איזומורפי ל $\{c_0,c_1,f_+,f_ imes,R_>\}$ $|D^M|>leph_0$ אזי של הטבעיים אזי מודל לא סטדנרטי א מודל מודל איזי יהי

. Gen : $\frac{\alpha}{\forall x \alpha}$ נוסחה אזי מילון ותהא ס מילון יהי σ מילון יהי

אזי שיוויון אזי σ יהי (HC) מערכת ההוכחה של מערכת מערכת

- $\Sigma = \sigma$:אלפבית
- $N=X_{\{t\mid$ שם עצם $t\},\{\lnot,\Longrightarrow,orall\}}$ נוסחאות:
 - אקסיומות:
 - $A_1 = (\alpha \Longrightarrow (\beta \Longrightarrow \alpha))$ -

$$A_2 = ((\alpha \Longrightarrow (\beta \Longrightarrow \gamma)) \Longrightarrow ((\alpha \Longrightarrow \beta) \Longrightarrow (\alpha \Longrightarrow \gamma)))$$

$$A_3 = (((\neg \alpha) \Longrightarrow (\neg \beta)) \Longrightarrow (\beta \Longrightarrow \alpha))$$

 $A_4 = ((\forall x \alpha) \Longrightarrow \alpha \, [t/x])$ יהי אזי שם עצם חופשי להצבה במקום x ב־מ

$$A_5 = ((\forall x (\alpha \Longrightarrow \beta)) \Longrightarrow (\alpha \Longrightarrow (\forall x \beta))) \Rightarrow x \notin FV(\alpha)$$
יהי -

 $.F = \{\mathsf{MP}, \mathsf{Gen}\}$ כללי היסק:

הערה: מערכת ההוכחה HC הינה מערכת הוכחה מעל לוגיקה מסדר ראשון ולא תחשיב הפסוקים.

הערה: במערכת הוכחה מעל לוגיקה מסדר ראשון ניתן לעשות שינוי שם בנוסחה.

 $\Gamma \vdash_{\mathrm{HC}} \beta$ על משתנה חופשי ב־ α אזי β אזי β הופעל כלל Gen לא הופעל כלל σ על משתנה חופשי ב- σ אזי קבוצת נוסחאות σ שלמה: יהיו σ , Σ מילונים באשר σ אזי קבוצת נוסחאות σ מעל σ מעל σ מתקיים σ . ($\varphi \in \Gamma$) \forall ($\neg \varphi \in \Gamma$)

 $eg \forall x \varphi \in \Gamma$ פסוק וכן $eg \forall x \varphi$ באשר $eg \Rightarrow \forall x \varphi$ באשר עבורה לכל נוסחה $eg \Rightarrow \forall x \varphi$ פסוק וכן $eg \Rightarrow \forall x \varphi \in \Gamma$ עבורה לכל נוסחה $eg \Rightarrow \forall x \varphi \in \Gamma$ פסוק וכן $eg \Rightarrow \neg \varphi [\varphi/x] \in \Gamma$ מתקיים שקיים סימן קבוע

 $\Gamma\subseteq \Delta$ המקיימת Σ המקיימת σ שלמה מעל σ ההיימת σ וקיימת σ וקיימת σ מילון ותהא σ עקבית אזי קיים מילון σ מילון ותהא

 $\Gamma \cup \{ \neg \varphi \, [c/x] \}$ אזי קבוע אזי σ מילון תהא עקבית תהא σ נוסחה באשר $\sigma \neq \sigma$ פסוק וכן $\sigma \neq \sigma$ ויהי $\sigma \neq \sigma$ טימן קבוע אזי $\sigma \in \sigma$ עקבית מעל $\sigma \in \sigma$

 $\Gamma\subseteq \Delta$ משפט הנקין: יהי σ מילון ותהא Γ עקבית אזי קיים מילון $\sigma\subseteq \Sigma$ וקיימת של עקבית את תכונת הנקין עבורה σ עקבית עבורה אזי קיים מילון $\sigma\subseteq \Sigma$ וקיימת של עקבית σ מעל σ עקבית את תכונת הנקין עבורה σ מילון ותהא σ עקבית אזי קיים מילון $\sigma\subseteq \Sigma$ וקיימת של עבורה σ מילון ותהא σ עקבית אזי קיים מילון σ וקיימת של σ וקיימת של ותהא σ וותהא σ עקבית אזי קיים מילון עבורה של וותהא של וותה

 $ig((t_1\dots t_n)\in R^Mig)\Longleftrightarrow$ עבורו מעל σ עבור מבנה ההרברנד מעל מבנה את תכונת המקיימת את מפיימת עקבית עקבית מילון תהא עקבית שלמה אמיי מפוע את תכונת הנקין יהי $R\in \Gamma)\Longleftrightarrow (M\models \varphi)$ לכל סימן יחס אולי על שמות עצם ולר... t_n ולכל שמות עצם אולר עדם עדם אייי $R\in \sigma$ ולכל סימן יחס אוליים על מות עצם אייי ועדם איייי (R

 $M\models\Gamma$ מטקנה: יהי σ מילון ותהא Γ עקבית שלמה המקיימת את תכונת הנקין אזי קיים מבנה עקבית עבורו σ

 $\left(\Gamma \overset{v}{\models} \alpha\right) \Longleftarrow \left(\Gamma \overset{v}{\models} \alpha\right)$ אזי אוי (וסחה מעל איי אוי איי הי α משפט השלמות של גדל: יהי α מילון ללא שיוויון תהיינה Γ הנחות מעל אוי (וחרה של מבנה: יהי M מבנה מעל מילון α אזי π אויי (ודר של מבנה: יהי π מבנה מעל מילון π אזי π אויי (ודר של מבנה: יהי π מבנה מעל מילון π אזי π אויי (ודר של מבנה: יהי π מבנה מעל מילון π אזי π אויי (ודר של מבנה: יהי של מבנה: יהי של מבנה מעל מילון π אזי (ודר של מבנה: יהי של מבנה: יהי של מבנה מעל מילון π אזי (ודר של מבנה: יהי של מבנה: יהי של מבנה: יהי של מילון לא שיוויון תהיינה של הנחות מעל העל מעל מעל היהי של היהי של מבנה מעל מילון לא שיוויון תהיינה של הנחות מעל היהי של הנחות מעל מילון לא שיוויון תהיינה של הנחות מעל הוא של הנחות מעל היהי של היינה של היהי של היהינה של היינה של הנחות מעל מילון לא שיוויון תהיינה של הנחות מעל היהי של היהי של היינה של היהים של היהינה של היהים של היהים של היהים של היהים של היהים של היהינה של היהים של היהים של היהים של היהינה של היהים של היהים של היהים של היהינה של היהים של היהינה של היהים של היה

טענה: יהי σ מילון ותהא Γ קבוצת פסוקים התב"ש

- .Th $(M)={
 m Th}\,(N)$ מתקיים Γ מתספקים את M,N המספקים
 - $(\Gamma \vdash \varphi) \lor (\Gamma \vdash (\neg \varphi))$ מתקיים φ מתקיים •