```
.prefix (L)=\{y\in \Sigma^*\mid \exists x\in \Sigma^*.yx\in L\} שפת הרישא: תהא L\subseteq \Sigma^* תהא שפת הרישא
                                                         .suffix (L)=\{y\in \Sigma^*\mid \exists x\in \Sigma^*.xy\in L\} שפת הסיפא: תהא L\subseteq \Sigma^* שפת הסיפא:
                                               אלגוריתם מכריע שפה: תהא A:\Sigma^*	o \{	ext{true},	ext{false}\} שפה אזי אלגוריתם L\subset\Sigma^* המקיים
                                                                                               A\left(x\right)= true מקבל: לכל x\in L מתקיים
                                                                                               A\left(x
ight)= false מתקיים x
otin L לכל
                                                                          f:\left\{ 0,1
ight\} ^{n}
ightarrow\left\{ 0,1
ight\} ^{m} אזי n,m\in\mathbb{N} ההיינה בולאנית: תהיינה
                                                         \{f_1\dots f_n\} אזי בסיס פונקציות בוליאניות: תהיינה f_1\dots f_n פונקציות אזי
                                                                                                                 \mathcal{B} = \{\wedge, \vee, \neg\} בסיס דה־מורגן:
                                                                                           הערה: תמיד נוסיף לבסיס את הפונקציות הקבועות.
לכל f_i:\{0,1\}^{k_i}	o\{0,1\} באשר באיני: יהי f_1\dots f_n\in\mathcal{B} בסיס פונקציות תהיינה תהיינה תהיינה בוליאני: יהי ביסיס פונקציות בוליאניות היינה בוליאניות תהיינה מעגל בוליאני:
                        המקיים \{f_1\dots f_n, x_1\dots x_m, y_1\dots y_k\} מעל מכוון אזי גרף אזי גרx_1\dots x_m, y_1\dots y_k\in\{0,1\} ותהיינה ווה
                                                                                                                   . חסר מעגלים מכוונים G
                                                                                                   \deg^-(x_i) = 0 מתקיים i \in [m] לכל
                                                                                                   \deg^-(f_i) = k_i מתקיים i \in [n] לכל
                                                                              \operatorname{deg}^+(y_i) = 0 וכן \operatorname{deg}^-(y_i) = 1 מתקיים i \in [k] לכל
                                                                                    f_1 \dots f_n אזי מעגל בוליאני יהי 'f_1 \dots f_n מעגל מעגל בוליאני
                                                                                   x_1 \dots x_m אזי מעגל בוליאני: יהי מעגל בוליאני אזי במעגל
                                                                                    y_1 \dots y_k אזי מעגל בוליאני: יהי מעגל בוליאני אזי במעגל בוליאני:
                                                                                       E\left(C
ight) אזי מעגל בוליאני: יהי יהי מעגל בוליאני
                                                                 \max_{v \in V(C)} \deg^+(v) במעגל בוליאני: יהי C מעגל בולינארי fan-out
                                                 \{G \leq C \mid 1 \text{ הוא } G \text{ של fan-out} \} של מעגל בוליאני: יהי מעגל בולינארי אזי מעגל בולינארי יהי
שערוך מעגל בולינארי על קלט: יהי y_i מעגל בולינארי על v \in \{0,1\}^m אזי יהי מעגל בולינארי על קלט: יהי מעגל מעגל מעגל אזי יהי
                                                                                                הפונקציות הבוליאניות על הקודקודים הנכנסים.
                                      C\left(v
ight)=\left(y_{1}\ldots y_{k}
ight) הוא C על על אזי השערוך של v\in\left\{ 0,1
ight\} ^{m} אזי ויהי מעגל בולינאני ויהי
                                                       C\left(w
ight)=1 עבורו w\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} אזי יחיד אזי מעגל מקבל מילה: יהי
                                               L\left(C
ight)=\left\{x\in\left\{0,1
ight\}^{n}\mid x שפה של מעגל: יהי C מעגל בעל פלט יחיד אזי C מקבל את מעגל מעגל:
           C\left(v
ight)=f\left(v
ight) מתקיים v\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} עבורו לכל בולינאני f:\left\{ 0,1
ight\} ^{n}	o\left\{ 0,1
ight\} מתקיים מעגל מחשב פונקציה: תהא
v \in \left\{0,1
ight\}^m משפט אוניברסליות דה־מורגן: תהא f:\left\{0,1
ight\}^m 	o \left\{0,1
ight\}^k אזי קיים מעגל בוליאני
                                                                                                                           .C(v) = f(v) מתקיים
                                                                      הערה: מכאן והלאה כל המעגלים הם בוליאניים ומעל בסיס דה־מורגן.
                                                                    .i באורך מקבל מקבלים: מעגלים: מעגלים עבורם \{C_n\}_{n\in\mathbb{N}}
                                    L\left(\mathcal{C}
ight)=\left\{ x\in\left\{ 0,1
ight\} ^{st}\mid x\in L\left(\mathcal{C}_{\left|x
ight|}
ight) 
ight\} שפה של משפחת מעגלים: תהא \mathcal{C} משפחה של מעגלים
```

 $0<|\Sigma|<\aleph_0$ אלפבית: קבוצה Σ המקיימת אלפבית: מילים: יהי Σ אלפבית אזי $\Sigma^*=\bigcup_{n=0}^\infty \Sigma^n$

 $L \subset \Sigma^*$ אלפבית אזי אונ Σ יהי שפה: יהי

|w|=n מילה אזי $w\in \Sigma^n$ אלפבית ותהא אלפבית יהי יהי מילה אזי

 $\langle w_1\dots w_n
angle^R=\langle w_n\dots w_1
angle$ אזי $\langle w_1\dots w_n
angle\in\Sigma^*$ תהא מילה: תהא

 $\langle w_1\dots w_n
angle$ $\langle \omega_1\dots \omega_m
angle=\langle w_1\dots w_n,\omega_1\dots\omega_m
angle$ אזי $\langle w_1\dots w_n
angle$, $\langle \omega_1\dots\omega_m
angle\in\Sigma^*$ שרשור מילים: תהיינה

 $(w_1\dots w_n)^m=\prod_{i=1}^m \langle w_1\dots w_n
angle$ אזי איזי $(w_1\dots w_n)\in \Sigma^*$ אזי מילה: תהא

 $.\#_{\sigma}\left(w
ight)=|\{i\in[n]\mid w_{i}=\sigma\}|$ אות אזי $\sigma\in\Sigma$ ותהא של המופעים של אות במילה: תהא מספר המופעים של אות מספר המילה: אות הא

 $L_1\parallel L_2=L_1L_2=\{w\omega\mid (w\in L_1)\wedge (\omega\in L_2)\}$ שרשור שפות: תהיינה $L_1,L_2\subseteq \Sigma^*$ שפות אזי שרשור שפות:

 $L^m=\left\{\prod_{i=1}^k w_i \mid orall i\in [k]\,.w_i\in L
ight\}$ אזי $m\in\mathbb{N}$ שפה ויהי $L\subseteq\Sigma^*$ שפה: תהא

 $.|\varepsilon|=0$ עבורה $\varepsilon\in\Sigma^*$ אזי אלפבית יהי יהי יהי הריקה:

 $L^R=\{w^R\mid w\in L\}$ שפה אזי $L\subseteq \Sigma^*$ היפוך שפה: תהא

 $L^* = igcup_{k=0}^\infty L^k$ שפה אזי $L \subseteq \Sigma^*$ תהא שפה: תהא

```
. הערה מודל לא יוניפורמי: משפחה של מעגלים \mathcal C עבורה לכל משפחה שלגוריתם שונה.
                                                                                       . הערה מודל יוניפורמי: משפחה של מעגלים \mathcal C עבורה לכל n\in\mathbb N יש אלגוריתם הערה מודל יוניפורמי:
                                                                                               Cמספר השערים ומספר הקלטים ב־|C| אזי אזי ומספר השערים ומספר הקלטים ב-
                                                      |\mathcal{C}_n| \leq S\left(n
ight) אבורה S: \mathbb{N} 	o \mathbb{N} אזי משפחה של מעגלים: תהא משבחה מעגלים: תהא
                                                                               \mathcal{O}\left(n\cdot 2^n\right) טענה: תהא f:\{0,1\}^n 	o \{0,1\} אזי קיים מעגל f:\{0,1\}^n 	o \{0,1\}
                                                                              L(C)=\mathcal{O}\left(n\cdot 2^n
ight) וכן L(C)=\mathcal{L} אזי קיים מעגל C אזי קיים מעגל בורו L(C)=\mathcal{L} וכן אזי קיים מעגל
                                                                                     \mathcal{O}\left(2^{n}\right) אזי קיים מעגל f:\left\{0,1\right\}^{n} 
ightarrow \left\{0,1\right\} שמחשב את f:\left\{0,1\right\}^{n}
                                                                                    |C|=\mathcal{O}\left(2^{n}
ight) וכן L\left(C
ight)=\mathcal{L} אזי קיים מעגל C אזי קיים מעגל בורו L\left(C
ight)=\mathcal{L} וכן
                                                                  \mathcal{O}\left(rac{2^n}{n}
ight) אזי שמחשב את f שמחשב את f:\{0,1\}^n	o\{0,1\} משפט לופיאנוב: תהא
             rac{2^n}{10n} טענה שאנון: קיים C בגודל קטן מאשר f:\{0,1\}^n	o\{0,1\} שאינה ניתנת לחישוב בעזרת מעגל
אזי F\subseteq Q אזי \delta:Q	imes \Sigma	o Q יהי הופית יהי לפבית תהא אוטומט סופי זטרמיניסטי (אס"ד): תהא אוטומט סופי דטרמיניסטי (אס"ד): אוטומט טומט טומט (אס"ד): אוטומט טומט טומט טומט (אס"ד): אוטומט טומט טומט (אס"ד): אוטומט טומט טומט טומט (אס"ד): אוטומט טומט טו
                                                                                                                                                                                                               (Q, \Sigma, \delta, q, F)
                                                                                                                Q, \Sigma, \delta, q, F אס"ד אזי אס אס"ד אזי אס"ד אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי
                                                                                                              \Sigma אס"ד אזי (Q,\Sigma,\delta,q,F) אס"ד אזי אוי דטרמיניסטי: יהי
                                                                                              \delta אזי אזי (Q,\Sigma,\delta,q,F) אזי אזי דטרמיניסטי: יהי אזי פונקציית מעברים באוטומט סופי דטרמיניסטי:
                                                                                                      Q, \Sigma, \delta, q, F) אס"ד אזי אס"ד אזי אס"ד אזי אס"ד אזי אס"ד אזי אזי
                                                                                                 F אס"ד אזי (Q, \Sigma, \delta, q, F) אס"ד אזי דטרמיניסטי: יהי יהי
וכן לכל \hat{\delta}\left(q,arepsilon
ight)=q מתקיים מתקיים לכל לכל אס"ד אזי \hat{\delta}:Q	imes\Sigma^*	o Q אס"ד אזי אס"ד אזי יהי לכל (Q,\Sigma,\delta,q_0,F) יהי יהי
                                                                                                                                    .\hat{\delta}\left(q,x
ight)=\delta\left(\hat{\delta}\left(q,x_{1}\ldots x_{n-1}
ight),x_{n}
ight) מתקיים x\in\Sigma^{n}
                                                   \hat{\mathcal{S}}\left(q_0,x
ight)\in F אס"ד אזי x\in\Sigma^* אס"ד אזי אוטומט סופי דטרמיניסטי מקבל מילה: יהי (Q,\Sigma,\delta,q_0,F) אס
\delta(q_n \in F) וכן \delta(q_{i-1},x_i)=q_i עבורם q_1\ldots q_n \in Q טענה: יהי אס"ד ויהי a \in \Sigma^n אזי אזי (a \in \Sigma^n אזי וכן אזי אס"ד ויהי אס"ד ויהי
                                                                        L\left(A
ight)=\{x\in\Sigma^{st}\mid x אס"ד אזי איזי A מקבל את אם דטרמיניסטי: יהי איזי אס"ד אזי אוי
                                                                        L\left(A
ight)=\mathcal{L} המקיים A דיים אס"ד \mathcal{L}\subset\Sigma^* עבורה אזי שפה \Sigma אלפבית אזי שפה הגולרית: יהי
                                                                                                                                                                                                         .טענה: \emptyset רגולרית
                                                                                                                                                                                                       .טענה: \{\varepsilon\} רגולרית
                                                                                                                                                            טענה: \{x \mid \#_1(x) = 1 \mod 2\} רגולרית.
                                                                                                                                        . רגולרית \{y \ 1 \ 0^{2k} \mid (y \in \{0,1\}^*) \land (k \in \mathbb{N})\}
                                                                                                                  L_1\left(L_2L_3
ight) = \left(L_1L_2
ight)L_3 שפות אזי L_1,L_2,L_3\subseteq \Sigma^* טענה: יהיו
                                                                                                       . טענה: תהא L^* אזי אזי L \neq \{ \varepsilon \} וכן L \neq \varnothing שפה באשר באשר L \subseteq \Sigma^* אינסופית.
                                                                                                                                                       משפט: תהיינה \Sigma^* \subseteq L שפות רגולריות אזי
                                                                                                                                                                                                   . רגולרית L \cup \mathcal{L}
                                                                                                                                                                                                   . רגולרית L \cap \mathcal{L}
                                                                                                                                                                                                           . רגולרית \overline{L}
                                                                                                                                                                                                     . רגולרית L \| \mathcal{L} \|
                                                                                                                                                              . רגולרית מתקיים כי n\in\mathbb{N} רגולרית •
                                                                                                                                                                                                         . רגולרית L^*
                                                                                                                                                         מסקנה: \{x \mid \#_1(x) = 0 \mod 2\} רגולרית.
אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מינוס (אסלד"ם): תהא Q 
eq \emptyset קבוצה סופית יהי S: Q 	imes \Sigma 	o \mathcal{P}(Q) ותהיינה \delta: Q 	imes \Sigma 	o \mathcal{P}(Q) ותהיינה
                                                                                                                                                                                  (Q, \Sigma, \delta, S, F) אזי S, F \subseteq Q
                                                                                        Q אסלד"ם אזי (Q, \Sigma, \delta, S, F) יהי מעבים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מינוס:
                                                                                       \Sigma אסלד"ם אזי (Q, \Sigma, \delta, S, F) אסלד"ם מינוס: יהי
                                                                      .\delta אסלד"ם אזי (Q,\Sigma,\delta,S,F) יהי אסנוס: יהי לא־דטרמיניסטי סופי לא־דטרמיניסטי מינוס:
                                                                     S אסלד"ם אזי (Q,\Sigma,\delta,S,F) יהי מענים: יהי לא־דטרמיניסטי סופי האידים אזי
                                                                         F אסלד"ם אזי (Q,\Sigma,\delta,S,F) אזי מעבים מקבלים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מינוס: יהי
```

 $L\left(\mathcal{C}
ight)=\mathcal{L}$ משפחה מכריעה שפה: תהא $\mathcal{L}\subset\left\{ 0,1
ight\} ^{st}$ שפה אזי משפחה של מעגלים

 (Q,Σ,δ,S,F) אזי

Qאזי אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי אסל"ד אזי מצבים באוטומט אסל לא־דטרמיניסטי: יהי

 $.\Sigma$ אזי אוי אסל"ד אזי (Q,Σ,δ,S,F) אלפבית באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי

 $.\delta$ אזי אזי (Q,Σ,δ,S,F) פונקציית מעברים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי אסל"ד אזי אזי אזי (Q,Σ,δ,S,F) מצבים התחלתיים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי

 $(Q, \Sigma, \delta, S, F)$ אסל"ד אאי $(Q, \Sigma, \delta, S, F)$ מצבים מקבלים באוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי

 $.E\left(q
ight) = \left\{q' \in Q \mid \exists a \in Q^{k+1}. \left(a_0 = q
ight) \wedge \left(\forall i \in [k]. a_i \in \delta\left(a_{i-1}, arepsilon
ight)
ight) \wedge \left(a_k = q'
ight)
ight\}$ אזי $q \in Q$ אזי $q \in Q$

פונקציית המעברים המורחבת: יהי (Q,Σ,δ,S,F) אסל"ד אזי $\hat{\delta}:\mathcal{P}\left(Q\right) imes\Sigma^* o\mathcal{P}\left(Q\right)$ אסל"ד אזי (Q,Σ,δ,S,F) עבורה לכל $\hat{\delta}:\mathcal{P}\left(Q\right) imes\Sigma^* o\mathcal{P}\left(Q\right)$ מתקיים $\hat{\delta}\left(q,x\right)=E\left(\bigcup_{q\in\hat{\delta}\left(T,x_1...x_{n-1}\right)}\delta\left(q,x_n\right)\right)$ מתקיים $\hat{\delta}\left(T,\varepsilon\right)=E\left(T\right)$

 $.\hat{\delta}\left(S,x
ight)\cap F
eq arnothing$ המקיים $x\in\Sigma^*$ אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מקבל מילה: יהי (Q,Σ,δ,S,F) אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי מקבל מילה:

 $x^{\!\!\!/}=\sigma_1\dots\sigma_n$ אזי $x=arepsilon^{k_0}\sigma_0arepsilon^{k_1}\sigma_1arepsilon^{k_2}\dots\sigma_narepsilon^{k_n}$ עבורם $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ עבורם $x\in\Sigma^k$ עבורם $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ אזי $x\in\Sigma^k$ עבורם $x\in\Sigma^k$ עבורם $x\in\Sigma^k$ וכך $x\in\Sigma^k$ וכך $x\in\Sigma^k$ וכך $x\in\Sigma^k$

 $L\left(A
ight)=\left\{x\in\Sigma^{st}\mid x$ שפה של אוטומט סופי לא־דטרמיניסטי: יהי A אסל"ד אזי A מקבל את א

 $L\left(N
ight)=L\left(M
ight)$ עבורו M עבורו אזי קיים אסל"ד אזי קיים אסלד"ם אינ יהי N

 $L\left(A
ight)=L\left(M
ight)$ עבורו אס"ד אזי קיים אס"ד אסל"ד אזי אסל"ד אזי מסקנה: יהי

 $(L(N)=\mathcal{L}$ מסקנה: יהי Σ אלפבית ותהא $\Sigma\subseteq\Sigma^*$ שפה אזי (\mathcal{L} רגולרית) שפה אזי (\mathcal{L} רגולרית) שפה אזי (\mathcal{L}

ביטוי רגולרי (ב"ר): יהי Σ אלפבית אזי

- .Ø •
- .a יהי $a\in\Sigma_{arepsilon}$ אזי •
- $R_1 \cup R_2$ יהיו אזי ביטויים R_1, R_2 יהיו
 - R_1R_2 יהיו R_1,R_2 ביטויים רגולרים אזי יהיו
 - $.R^*$ יהי R ביטוי רגולרי אזי •

שפה נוצרת מביטוי רגולרי: יהי Σ אלפבית אזי

- $L(\varnothing) = \varnothing \bullet$
- $L\left(a
 ight)=\left\{ a
 ight\}$ אזי $a\in\Sigma_{arepsilon}$ יהי
- $L\left(R_1\cup R_2
 ight)=L\left(R_1
 ight)\cup L\left(R_2
 ight)$ אזי רגולרים אזי רגולרים אזי רגולרים אזי רגולרים אזי רגולרים אזי ר
 - $L\left(R_{1}R_{2}
 ight)=L\left(R_{1}
 ight)L\left(R_{2}
 ight)$ יהיו R_{1},R_{2} ביטויים רגולרים אזי
 - $L\left(R^{*}\right)=L\left(R\right)^{*}$ יהי R ביטוי רגולרי אזי יהי R

```
. טענה: \{a^p \mid a \in \Sigma, ראשוני p\} אינה רגולרית
                                       . טענה: השפה \{a^ib^nc^n\mid n\in\mathbb{N}, i\in\mathbb{N}_+\}\cup\{b^nc^m\mid n,m\in\mathbb{N}\} ניתנת לניפוח 1 וכן אינה רגולרית.
                                           .\sim_L=\left\{(x,y)\in (\Sigma^*)^2\;\middle|\; orall z\in \Sigma^*.\, (yz\in L)\Longleftrightarrow (xz\in L)
ight\} שפה אזי L\subseteq \Sigma^* תהא הגדרה: תהא
                                                                       טענה: תהא \Sigma \subseteq \Sigma^* שפה אזי \sim_L שפה אזי \sim_L שפה ב\Sigma^* שפה אזי \sim_L שפה אזי \Sigma. \sim_A=\left\{(x,y)\in (\Sigma^*)^2\;\middle|\; \hat{\delta}\left(q_0,x\right)=\hat{\delta}\left(q_0,y\right)\right\} אזי אס"ד איזי \Sigma אזי \Sigma עבורם \Sigma אזי אזי \Sigma אזי \Sigma אוי אס"ד ויהיו \Sigma
                                                                                                |Q| \geq |\Sigma^*/_{\sim_A}| \geq |\Sigma^*/_{\sim_{L(A)}}| מסקנה: יהי A אס"ד אזי
                                                                                                מסקנה: תהא L \subseteq \Sigma^* סופית.
                                                                     .(סופית) בייריד: תהא בה אזי היל־נרוד: תהא שפה בL\subseteq \Sigma^* משפט מייהיל־נרוד: תהא
y\sim_L x_i שבורן y\in \Sigma^* ויהי \Sigma^*/_{\sim_L} ויהי שפה באשר y\sim_L x_i סופית תהא y\sim_L x_i סופית תהא שפה באשר בארייט שפה באשר
אוי אס"ד \Sigma^*/_{\sim_L} אוי אס"ב באר אר \Sigma^*/_{\sim_L} שפה באשר שפה באשר אויומט סופי דטרמיניסטי המחלקות: תהא באר באשר עבר באשר באשר באשר באר אוי אס"ד אוי אס"ד
                                                                                                                                          באשר (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)
                                                                                                                                           Q = [|\Sigma^*/_{\sim_L}|] \bullet
                                                                                                                                  .\delta(i,\sigma) = \text{Class}(x_i\sigma) \bullet
                                                                                                                                            .q_0 = \operatorname{Class}\left(\varepsilon\right) \bullet
                                                                                                                                F = \{i \in Q \mid x_i \in L\} \bullet
L טענה: תהא L \subseteq \Sigma^*/_{\sim_L} שפה באשר שפה באשר אס"ד סופית תהא \{x_1 \dots x_n\} סופית תהא של המחלקות של ויהי
                                                                                                                          \hat{\mathcal{S}_A}(q_0,y) = \mathsf{Class}(y) אזי y \in \Sigma^*
                |Q|\geq 2^n אאי L(A)=ig\{x\in [n]^*\mid \exists\sigma\in\Sigma.\#_\sigma(x)=0ig\} טענה: יהי n\in\mathbb{N}_+ איז מעל n\in\mathbb{N}_+ אאי
q_0,q_n,q_r\in Q יהיו \Sigma\subseteq \Gamma וכן \Sigma\subseteq \Gamma וכן אלפבית יהי אלפבית יהי קבוצה סופית יהי \Omega אלפבית יהי הלפבית עבורו
                                              (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) אזי \delta:(Q\setminus\{q_a,q_r\})	imes\Gamma	o Q	imes\Gamma	imes\{L,R\} באשר q_a
eq q_r ותהא
                                                                                    Q מ"ט אזי Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r מצבים במכונת טיורינג: תהא
                                                                                   \Sigma אזי מ"ט מ"ט (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r) אלפבית במכונת טיורינג: תהא
                                                                             .\Gamma אלפבית סרט במכונת טיורינג: תהא (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) מ"ט אזי
                                                                        .\delta אזי מעברים במכונת טיורינג: תהא (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) מ"ט מיט מיט מינקציית מעברים
                                                                           (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) מ"ט אזי מצב התחלתי במכונת טיורינג: תהא
                                                                               q_a מ"ט אזי (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) מצב מקבל במכונת טיורינג: תהא
                                                                               q_r מ"ט אזי (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r) מיט אזי מצב דוחה במכונת טיורינג: תהא
                                                                                                               .c \in \Gamma^*Q\Gamma^* קונפיגורציה: תהא M מ"ט אזי
                              c=q_0v המקיימת v\in\Sigma^* עבורה קיים c\in\Gamma^*Q\Gamma^* עבורה מ"ט אזי קונפיגורציה M מ"ט אזי קונפיגורציה התחלתית:
                       .c=uq_av המקיימים u,v\in \Sigma^* עבורה קיימים עבורה מונפיגורציה מיט אזי קונפיגורציה מקבלת: תהא u,v\in \Sigma^* המקיימים עבור
```

 $R\left(\Sigma
ight)=\{r\in\Sigma^{st}\mid$ סימון: יהי Σ אלפבית אזיr ביטוי רגולרי

 $L(r)=\mathcal{L}$ עבורו $r\in R(\Sigma)$ עבורו, $r\in R(\Sigma)$ שפה אזי ($L(r)=\mathcal{L}$ עבורו $r\in R(\Sigma)$ עבורו, יהי

 ℓ טענה למת הניפוח: תהא ℓ שפה רגולרית אזי קיים $\ell>0$ עבורו לניפוח שפה לניפוח שפה רגולרית אזי $\ell \in \mathbb{N}_+ \mid \ell$ ניתנת לניפוח: תהא $\ell \in \mathbb{N}_+$ שפה רגולרית אזי ℓ

שפה ניתנת לניפוח: שפה \mathcal{L} וכן |y|>0 עבורם לכל $w\in\mathcal{L}$ באשר $w\in\mathcal{L}$ שבה ניתנת לניפוח: שפה \mathcal{L} וכן וכן

הערה: קיים סדר פעולות לביטויים רגולריים

 $xy^kz\in L$ וכן לכל $k\in\mathbb{N}$ מתקיים w=xyz

טענה: $\{0^i 1^j \mid i>j\}$ אינה רגולרית.

טענה: $\left\{ x\in\left\{ 0,1\right\} ^{st}\mid\#_{0}\left(x
ight) =\#_{1}\left(x
ight)
ight\}$ אינה רגולרית.

סגור קליני.שרשור.איחוד.

```
cעם עם cעם אזי נזהה אזי נזהה dעם מ"ט ותהא d
                              הבאים אחד המקיימת c^\prime המקיימת אזי קונפיגורציה אזי המש"ט תהא מ"ט ההא M מ"ט ההא M מונפיגורציה עוברת/צעד: הא
   c'=uq'ab'v וכן \delta\left(q,b\right)=\left(q',b',L\right) וכן c=uaqbv פורם d וכן d
            c'=q'b'v וכן \delta\left(q,b\right)=\left(q',b',L
ight)וכן c=qbv עבורם q,q'\in Q וקיימים u,v\in\Gamma^* וכן וקיימים b,b'\in\Gamma
        c'=ub'q'v וכן \delta\left(q,b\right)=\left(q',b',R\right) וכן c=uqbv וכן q,q'\in Q וכן u,v\in \Gamma^* וכן u,v\in \Gamma^* v
לכל i \in [n] וכן c_n קונפיגורציה מקבלת.
c_iעוברת ל־c_{i-1} וכן c_0=q_0x וכן באשר c_0=q_0x עוברת ל־c_0=q_0x עוברת מכונת טיוריגנ דוחה מילה: תהא מ"ט אזי
                                                                                               לכל i \in [n] וכן i \in [n] לכל
                                                  L\left(M
ight)=\{x\in\Sigma^{st}\mid x שפה של מכונת טיוריגנ: תהא M מ"ט אזי M מקבל את שפה של מכונת טיוריגנ
                               x אמקבלת ולא דוחה את מכונת טיורינג לא עוצרת על קלט: תהא M מ"ט אזי x\in \Sigma^* עבורו M איט דוחה את את אווחה את
                                             מתקיים M' מסוג M וכן לכל M מסוג M מחלים לכל מחוג M מחלים מודלים שקולים:
                                                                              L\left(A
ight)=L\left(A'
ight) המקיימת M' מסוג A' מסוג \bullet
                                                                              L(B) = L(B') המקיימת M מסוג B'
                                                                              מסקנה: אס"ד, אסל"ד ואסלד"ם הינם מודלים שקולים.
q_0,q_a,q_r\in Q יהיו oxdot\in\Gamma\setminus\Sigma וכן \Sigma\subseteq\Gamma אלפבית עבורו אלפבית יהי \Sigma אלפבית יהי \Sigma קבוצה סופית יהי אלפבית יהי
                                  (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_a, q_r) אזי\delta: (Q \setminus \{q_a, q_r\}) \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, R, S\} באשר q_a \neq q_r ותהא
                                            הערה: את כל הפעולות ממכונת טיורינג נכליל בצורה הטבעית עבור מכונת טיורינג נחה.
                                                                    מסקנה: מכונת טיורינג ומכונת טיורינג נחה הינן מודלים שקולים.
יהיו \Sigma\subseteq\Gamma וכן \Sigma\subseteq\Gamma אלפבית יהי \Sigma\subseteq\Gamma אלפבית יהי היו אלפבית עבורו קבוצה פופית הא k\in\mathbb{N}_+ יהי וכן מכונת טיורינג רב־סרטית:
              (k,Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) איז \delta:(Q\setminus\{q_a,q_r\})	imes\Gamma^k	o Q	imes\Gamma^k	imes\{L,R\}^k ותהא q_a
eq q_r ותהא q_a
eq q_r באשר q_a
                                      הערה: את כל הפעולות ממכונת טיורינג נכליל בצורה הטבעית עבור מכונת טיורינג רב־סרטית.
i,j\in [k] לכל c_i\cap Q=c_j\cap Q באשר במכונת טיורינג רב־סרטית: תהא M מ"ט k־סרטית ותהיינה במכונת טיורינג רב־סרטית: תהא
                                                                                                                  .c_1\$c_2\$\dots\$c_k אזי
המקיימת v\in \Sigma^* עבורה קיים c עבורה אזי קונפיגורציה מ"ט רב־סרטית. תהא M מ"ט רב־סרטית אזי קונפיגורציה התחלתית במכונת מיורינג רב־סרטית:
                                                                                                        .c = q_0 v \sqcup q_0 \sqcup \ldots q_0 \sqcup
                                           . מסקנה: יהי אזי מכונת טיורינג ומכונת טיורינג מכונת אזי מכונת אזי מכונת אזי מכונת אזי מכונת מסקנה: יהי אוי מכונת מיורינג ומכונת מסקנה:
                                                           (k,(\pi_1\dots\pi_p)) אזי \pi_1\dots\pi_p:\mathbb{N}	o\mathbb{N} ותהיינה k\in\mathbb{N} אזי ותהיינה
                                                                        k אזי RAM מספר הרגיסטרים במודל ויהי (k,\Pi) אזי יהי
                                                                                  \Pi אזי RAM מודל אזי (k,\Pi) יהי יהי
             (T,\{R_1\dots R_k\}, PC) איז T:\mathbb N	o\mathbb N ותהא R_0\dots R_kPC ווה יהיי RAM יהיי (k,\Pi) מודל מודל (k,\Pi) איז מודל
                                          .PC מונה התוכנית בקונפיגורציה: יהי (k,\Pi) מודל RAM מונה התוכנית בקונפיגורציה: יהי
                                               RAM ותהא (T,R,PC) קונפיגורציה: יהי (RAM) מודל מודל אזי קונפיגורציה: יהי
                                                   T אזי אונפיגורציה: יהי (RAM) מודל מודל אזי קונפיגורציה אזי קונפיגורציה אזי איכרון בקונפיגורציה:
        באשר (T',R',\mathsf{PC}') באיז קונפיגורציה אזי קונפיגור ותהא (T,R,\mathsf{PC}) מודל (t,\Pi) באשר יהי איזי קונפיגורציה (t,\Pi) מודל
                     R_i'=\pi\left(R_i
ight) המקיים \pi\in\Pi\cup\{\mathrm{Id}\} וכן קיים וכן מתקיים j\in[k]\setminus\{i\} המקיים וכל i\in[k]
```

 $Start_x=(T,\{0\}\,,0)$ אזי $T(n)=\{rac{x}{0}\ rac{n=0}{ ext{else}}\ T\in\mathbb{N}\to\mathbb{N}\$ בעדיר $\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ כך $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי $T(n)=\{rac{x}{0}\ n=0\$ בימון: יהי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ ויהי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ נגדיר $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ נגדיר $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ בימון: יהי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ מודל RAM יהי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אוזי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אוזי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ מודל RAM יהי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ מודל RAM יהי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ מודל RAM יהי $T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ מודל RAM יהה לריצת מעבד RAM.

 $.\delta\left(C\right)$ עוברת ל

 $T'(i)=\pi\left(T\left(i
ight)$ המקיים $\pi\in\Pi\cup\{\mathrm{Id}\}$ המקיים $T'(j)=T\left(j
ight)$ מתקיים $j\in\mathbb{N}\setminus\{i\}$ המקיים $i\in\mathbb{N}$

```
oxdot \in \Gamma \setminus \Sigma בוכן \Sigma \subset \Gamma אלפבית עבורו \Sigma \subset \Gamma וכן בוצה סופית יהי \Sigma \in \Gamma אלפבית עבורו בורו \Sigma \subset \Gamma וכן בוצה סופית יהי
                   (Q,\Sigma,\Gamma,\delta,q_0,q_a,q_r) אזי \delta:(Q\setminus\{q_a,q_r\})	imes\Gamma	o\mathcal{P} (Q	imes\Gamma	imes\{L,R\}) ותהא q_a
eq q_r באשר מיי יהיי
c' קונפיגורציה אזי קונפיגורציה אזי קונפיגורציה או uqbv באשר חהא או v\in \Gamma^* ותהא ותהא v\in \Gamma^* ותהא או מטל"ד תהא
                   (q,b)\in \delta'(q,b) בינה \delta'(q,b)\in \delta'(q,b) המקיימת \delta':(Q\setminus\{q_a,q_r\})	imes\Gamma	o Q	imes\Gamma	imes\{L,R\} עבורה קיימת
עץ חישוב: תהא c, מטל"ד ויהי x \in \Sigma^* אזי עץ קונפיגורציות שורש שורש שורש שורש ען קונפיגורציות מתקיים עץ אזי ער מטל"ד אזי ער מטל"ד אזי ער אונפיגורציות אזי ער אונפיגורציות מתקיים אזי עץ איי ער מטל"ד ויהי
                                                                                                                                                                                      (c') עוברת ל־(c') של
                                         T_{N,x}מכונת טיוריגנ לא־דטרמיניסטית מקבלת מילה: תהא א מטל"ד אזי x\in \Sigma^* עבורו קיים עלה מקבלת מילה: מכונת טיוריגנ מילה
                 N אינו מתקבל על ידי אינו סופי וכן x\in \Sigma^* עבורו מטל"ד אזי x\in \Sigma^* עבורו מילה: תהא מילה: תהא
                                                    L\left(N
ight)=\left\{x\in\Sigma^{*}\mid x שפה של מכונת טיוריגג לא־דטרמיניסטית: תהא N מטל"ד אזיN מקבל את א
                   x עבורו N אם דוחה את את אוצרת על קלט: תהא אוואר איז איז x\in \Sigma^* עבורו N אם עוצרת אין דוחה את אוואר 
                                                                                               טענה: מכונת טיורינג ומכונת טיורינג לא־דטרמיניסטית הינן מודלים שקולים.
                                                                 שפות כריעות למחצה/שפות ניתנות למניה רקורסיבית/שפות ניתנות למבלה: יהי \Sigma אלפבית אזי
                                                                                                                                  \mathcal{RE} = \{ \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* \mid \mathcal{L} = L(M) \text{ עבורה } M \text{ עבורה} \}
         M עוצרת על M אוצרת ממריע שפה: תהא M עפה אזי מ"ט שפה אזי מ"ט שפה מיור שפה מכריע שפה: תהא בורה \mathcal{L}\subseteq \Sigma^*
                                               \mathcal{R} = \{\mathcal{L} \subseteq \Sigma^* \mid \mathcal{L} אמכריעה מ"ט M המכריעה את \Sigma אלפבית אזי אלפבית איז \Sigma אלפבית איז היי א
                                                                                                                                                                                                    \mathcal{R}\subseteq\mathcal{RE} :מסקנה
                                                                                         עבורו \Sigma \cup \{\$\} מעל האלפבית מ"ט E שפה אזי מ"ט בורו עבור שפה: תהא
                                                                                                                        \delta(q,\sigma)=(q',\sigma',R) מתקיים \sigma\in\Gamma ולכל \sigma\in Q לכל
                                                                                                                                                         מקיימת \varepsilon מקיימת על הקונפיגורציה E
                                                                                         . על הסרט פופי סופי של צעדים אינם. x \in L לכל -
                                                                                                                         . לכל x \notin L מתקיים כיx \notin L לא על הסרט לעולם
                                                                                                                     . (קיים ל־\mathcal{L}\subseteq \Sigma^* שפה אזי שפה \mathcal{L}\subseteq \Sigma^* מונה). טענה: תהא
מתקיים כי x \le 0 מתקיים כי x \le 0 באשר x \le 0 באשר עבורו לכל עבור עבור אזי מונה x \le 0 שפה אזי מונה לקסיקוגרפי: תהא
                                                                                                                                                                                                                    .$y$ לפני
                                                                                                  . טענה: תהא \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* מונה לקסיקוגרפי) שפה אזי \mathcal{L} \subseteq \Sigma^* מונה לקסיקוגרפי).
                                                                                                                  \mathrm{co}\mathcal{RE}=\{\mathcal{L}\subset\Sigma^*\mid\overline{\mathcal{L}}\in\mathcal{RE}\} יהי אלפבית אזי אלפבית אזי יהי יהי אלפבית אזי
                                                                                                                                                                                       \mathcal{R} = \mathcal{RE} \cap \mathrm{co}\mathcal{RE} טענה:
                                                       . חח"ע עד כדי שינוי שמות. f:\{M\mid u מ"ט M\}	o\{0,1\}^* פונקציה פונקציה שינוי שמות.
                                                                                                                            M סימון: תהא M מ"ט אזי \langle M \rangle הינו הקידוד הבינארי של
                                                                                                          הערה: נשתמש בסימון \langle \cdot \rangle על מנת לקודד כל אובייקט לקידוד בינארי.
                                                                                            \mathcal R הערה: נניח כי קידוד ופענוח הן פעולות פשוטות ובדיקת נכונות קידוד היא
                                                                   M מאותחל עם M מיט ותהא M מיט ותהא x מילה איז \langle M, x \rangle הינו הקידוד הבינארי של
                                                                                                              משפט מכונת טיורינג אוניברסלית: קיימת מ"ט U מעל \{0,1\} עבורה
                                                           (x) את מקבלת M מקבלת את מתקיים M מתקיים M של M מקבלת את M ולכל מ"ט M
                                                                  (x) את את M ולכל קלט x של M מתקיים M מתקיים M את את M ולכל קלט M ולכל קלט M
                                            עוצרת עבור M)\iff (M,x) אוצרת עבור M מתקיים M מתקיים M מתקיים M לכל מ"ט M
                                                                                                          x \notin \operatorname{Im}(f) באשר x \notin \operatorname{Im}(f) מתקיים כי x \in \{0,1\}^* לכל
                                                                                                                              L 
otin \mathcal{RE} \cup \mathrm{co} \mathcal{RE} טענה: קיימת L \subseteq \{0,1\}^* שפה עבורה
```

טענה: מכונת טיורינג ומודל RAM הם מודלים שקולים.

 $ACC = \{ \langle M, x \rangle \mid ($ מיט) $\land (x) \land (x) \land (x) \land (x) \land (x) \}$ הגדרה:

 $L\left(M
ight)=\left\{ \left\langle N
ight
angle \mid\left\langle N
ight
angle \notin L\left(N
ight)
ight\}$ עבורה M מעל M מעל M מעל למה: לא קיימת מ"ט M

 $\{\langle N \rangle \mid \langle N \rangle \notin L\left(N
ight)\}$ מ"ט א המכריעה את ACC מהנכריעה את M מ"ט ממכריעה את

.HALT = $\{\langle M,x \rangle \mid ($ מ"ט $) \wedge ($ מ"ט $) \wedge (x) \wedge (x)$ עוצרת על אוצרה: M)

 $\mathsf{ACC} \in \mathcal{RE}$:טענה

 $.\mathsf{ACC} \notin \mathcal{R}$:

```
.EMPTY \in co\mathcal{RE} :
                                                      A \in \mathcal{R} אזי A \leq_m B וכן B \in \mathcal{R} שפות באשר A, B אזי
                                                    A \notin \mathcal{R} אזי אזי A \leq_m B וכן A \notin \mathcal{R} שפות באשר A, B אזי
\ge א דבר כזה רדוקציה כללית שמכלילה את רדוקציית המיפוי, לא עברנו על זה פורמלית, מסומן
                                                                                              \{\langle M \rangle \mid \langle M \rangle \notin L(M)\} \leq \mathsf{ACC} מסקנה:
                                                                                                                        .ACC \leq_m HALT מסקנה:
                                                                                                                         ACC \leq EMPTY מסקנה:
                                                                                              .REG = \{\langle M \rangle \mid \text{ רגולרית } L(M)\}
                                                                                                                                   .REG \notin \mathcal{R} :
                                                                                 EQ = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid L(M_1) = L(M_2) \} :הגדרה
                                                                                                                                     .EQ \notin \mathcal{R} :טענה
                                                                                             	ext{HALT}_{arepsilon} = \{ \langle M 
angle \mid arepsilon \ 	ext{ visit} \ M \} הגדרה: M
                                                                                                                       .HALT \leq_m HALT_{\varepsilon} :
                                                         A \leq_m B אזי B \in \mathcal{P}\left(\Sigma^*
ight) \setminus \{\Sigma^*, \varnothing\} ותהא A \in \mathcal{R} אזי
               .\overline{B}ל למה: תהיינה A,B שפות ותהא f רדוקציית מיפוי מ־A לישה: תהיינה שפות ותהא לדוקציית מיפוי מ
                                                                                      טענה: תהיינה A \leq_m B שפות באשר A \in A אזי
                                                                                                         A \in \mathcal{RE} אזי B \in \mathcal{RE} אם
                                                                                                   A \in \mathrm{co}\mathcal{RE} אזי B \in \mathrm{co}\mathcal{RE} אם
                                                                                                     \overline{ACC} \leq_m EQ וכן ACC \leq_m EQ טענה:
                                                                                                                   .EQ \notin \mathcal{RE} \cup co\mathcal{RE} :מסקנה
                                                                                    \mathcal{C}\subseteq\mathcal{P}\left(\Sigma^{*}
ight) אלפבית אזי יהי \Sigma אלפבית יהי
                                                             L_{\mathcal{C}} = \{\langle M \rangle \mid L\left(M\right) \in \mathcal{C}\} הגדרה: תהא \mathcal{C} תכונה סמנטית אזי
                                               L_{\mathcal{C}} 
otin \mathcal{R} משפט רייס: תהא \mathcal{C} \in \mathcal{P}\left(\mathcal{RE}
ight) \setminus \{\mathcal{RE},\varnothing\} משפט רייס: תהא
                                                                                               L_{\mathcal{C}} \in \mathcal{R} אזי \mathcal{C} \in \{\mathcal{RE}, \varnothing\} טענה: תהא
                                                                                                         .PRIME = \{(p)_2 \mid p \in \mathbb{P}\} :הגדרה:
                                                                                           .2 הערה: קידוד מספרים תמיד יעשה בבסיס
                                                                                    .EQPRIME = \{\langle M \rangle \mid L(M) = PRIME\} הגדרה:
                                                                                                                           .EQPRIME 
otin \mathcal{R} :טענה
                              L_{\mathcal{C}}
otin \mathrm{co}\mathcal{RE} אזי \mathcal{C}\in\mathcal{P}\left(\mathcal{RE}ackslash\{\varnothing\}
ight)ackslash\left\{\varnothing
ight\} אוי הרחבה ראשונה: תהא
                      L_{\mathcal{C}}
otin\mathcal{E} אזי arnothing\in\mathcal{C} באשר באשר \mathcal{C}\in\mathcal{P}\left(\mathcal{RE}
ight)\setminus\{\mathcal{RE}\} עענה משפט רייס הרחבה שנייה: תהא
                                                                                                                              .REG \notin \mathcal{RE} מסקנה:
                                                                                                  .ALL = \{\langle M \rangle \mid L(M) = \Sigma^* \} הגדרה:
                                                                                                                             \overline{\text{HALT}} \leq_m \text{ALL} למה:
                                                                                                                    .ALL \notin \mathcal{RE} \cup \text{co}\mathcal{RE} :
```

עוצרת M מתקיים כי M עוצרת מכונת טיורינג מחשבת פונקציה: תהא

חשיבה עבורה $f:\Sigma^* o\Delta^*$ שפה אזי איזי $B\subseteq\Delta^*$ שפה ותהא $\Sigma\subseteq\Delta^*$ תהא בשר באשר באשר באשר Σ אלפבייתים באשר

שפה ותהא $\Delta^* + \Delta^*$ שפה הדוקציית מיפוי אזי $B\subseteq \Delta^*$ שפה באשר $\Delta \subseteq \Sigma^*$ תהא בייתים באשר $\Sigma \subseteq \Delta$ אלפבייתים באשר בייתים באשר אוני מיפוי אזי

 $f:D o (\Gamma\backslash \{\sqcup\})^*$ אזי $D\subseteq \Sigma$ אחים מ"ט $f:D o (\Gamma\backslash \{\sqcup\})^*$ אזי אזי מיימת מ"ט

.HALT $\in \mathcal{RE} \setminus \mathcal{R}$ טענה טיורינג:

.EMPTY $\notin \mathcal{R}$:טענה

 $A \leq_m B$

.EMPTY = $\{\langle M \rangle \mid (\alpha"\sigma) \mid M) \land (L(M) = \varnothing)\}$ הגדרה:

f(x)יינו הסרט בסוף הריצה הינו x וכן הסרט בסוף

 $(x \in A) \Longleftrightarrow (f(x) \in B)$ מתקיים $x \in \Sigma^*$ לכל

```
על הקלט M מתקיים כי X\in \Sigma^n ולכל לימן ריצה של מכונת טיורינג: תהא מ"ט אזי T:\mathbb{N} \to \mathbb{N} עבורה לכל מתקיים כי
                                                                                                                                                                                               . צעדים T\left(n\right) איותר לכל מבצעת מבצעת לכל
                                                                           .DTime (T\left(n\right))=\{L\left(M\right)\mid\mathcal{O}\left(T\left(n\right)\right) בימן שרצה בימן M\} אזי T:\mathbb{N}	o\mathbb{N} הגדרה: תהא
                                                                                                                                                                                       \{0^k1^k\mid k\geq 0\}\in \mathsf{DTime}\left(n^2
ight)טענה:
                                                                                                                                                                       . \left\{0^{k}1^{k}\mid k\geq0\right\}\in\mathrm{DTime}\left(n\log\left(n\right)\right) מסקנה:
                                                                                                            . רגולרית אזי L \in \mathsf{DTime}\,(t\,(n)) ותהא ווהא t\,(n) = o\,(n\log\,(n)) אזי אזי L \in \mathsf{DTime}\,(t\,(n))
                                                                                                                \{0^k1^k\mid k\geq 0\}
oting(t\left(n
ight)) אזי איי ווא איי אוי ווא איי איי א איי ווא איי ווא איי ווא איי
(T(n))_2 את מחשבת את על הקלט M כי M כי n\in\mathbb{N} כי M עבורה קיימת מ"ט M עבורה קיימת מ"ט M המקיימת לכל
                                                                                                                                                                                                                                     בזמן \mathcal{O}\left(T\left(n\right)\right) בזמן
                                                                                                                    T\left(n
ight)=\Omega\left(n
ight) אינה קבועה אזי אינה T:\mathbb{N}	o\mathbb{N} חשיבה טענה: תהא
M באשר x ולכל קלט M ולכל מ"ט עבורם לכל מ"ט אוניברסלית עם טיימר: קיימת מ"ט אוניברסלית עו וקיים וקיים אוניברסלית עם טיימר: קיימת מ"ט אוניברסלית עו וקיים אווים אוניברסלית עם טיימר: אוניברסלית עם טיימרית עם טיימרים עם טיימרים עם טיימרים עם טיימרים עם טיימרים עם טיימרים עם טיימר
                                                                             עוצרת על הקלט X לאחר t צעדים מתקיים כי U עוצרת על הקלט t לאחר t לאחר עוצרת על הקלט
                                                          משפט: קיימת מ"ט אוניברסלית U וקיים ווכל תבורם לכל מ"ט מ"ט אוניברסלית U וקיים ווכל תבורם לכל מ"ט אוניברסלית C\in\mathbb{R}
                                                                                 \langle M, x, t \rangle אם U מקבלת אוי לאחר לכל היותר לאחר לכל הקלט א הקלט M אם M
                                                                                              \langle M, x, t \rangle אם M דוחה את x או לא עוצרת לאחר t צעדים אזי t או לא עוצרת סאר t
                                                                                                                                                                                ענדים. צעדים C \cdot t \log{(t)} צעדים U ullet
                   .DTime (t\left(n
ight))\subsetneq DTime (T\left(n
ight)) אזי t\left(n
ight)=o\left(rac{T(n)}{\log(T(n))}
ight) חשיבה בזמן ותהא T:\mathbb{N}	o\mathbb{N} אזי T:\mathbb{N}	o\mathbb{N}
                                                                                                                                                     DTime (n^c) \subseteq DTime (n^d) אזי 1 < c < d
\mathcal{O}\left(T^{2}\left(n
ight)
ight) שרצה בזמן M' שרצה בזמן T\left(n
ight) \geq n אזי קיימת מ"ט T:\mathbb{N} 
ightarrow \mathbb{N} שרצה בזמן דותהא T
                                                                                                                                                                                                                  L\left(M\right)=L\left(M'\right) עבורה
\mathcal{O}\left(T^{3}\left(n
ight)
ight) שרצה בזמן M' שרצה מ"ט T\left(n
ight) אזי קיימת מ"ט T\left(n
ight)\geq n ותהא ותהא T\left(n
ight)\geq n שרצה בזמן באשר
                                                                                                                                                                                                                  L\left(M\right)=L\left(M'\right) עבורה
x\in \Sigma^n אחרינג לא־דטרמיניסטית: תהא \mathbb{N} 	o \mathbb{N} ממל"ד אזי T: \mathbb{N} 	o \mathbb{N} עבורה לכל ולכמו לינון לאמן ריצה של מכונת טיורינג לא־דטרמיניסטית: תהא
                                                                                                                                                                                                  T\left( n
ight) בעומק לכל היותר T_{N.x} כי
                                                                        .NTime (T\left(n\right))=\{L\left(N\right)\mid\mathcal{O}\left(T\left(n\right)\right) בזמן שרצה בזמן מטל"ד שרצה T:\mathbb{N}\to\mathbb{N} אזי T:\mathbb{N}\to\mathbb{N}
עבורה T(n) \geq n שרצה בזמן M שרצה בזמן M שרצה בזמן מטל"ד שרצה בזמן מטל"ד שרצה מטל"ד באשר אזי קיימת מ"ט T(n) \geq n שרצה בזמן מטל"ד שרצה בזמן מטל"ד שרצה בזמן אזי קיימת מ"ט
                                                                                                                                                                                                                                   L(N) = L(M)
                                                                                                                                                                                                    \mathcal{P} = igcup_{c \in \mathbb{N}} DTime (n^c): \mathcal{P} שפה
                                                                                                                                       .PATH = \{\langle G, s, t \rangle \mid tל מ־ל מסלול עם מכוון עם מכוון עם מסלול G\}
                                                                                                                                                                                                                                  .PATH \in \mathcal{P} :טענה
                                                                                                                                                                                                                              .PRIME \in \mathcal{P} משפט:
                                                                                                                                                                                         \mathcal{NP} = igcup_{c \in \mathbb{N}} NTime (n^c): \mathcal{NP} שפה
                                                                                                                                                                                                                                \mathcal{P} \subseteq \mathcal{NP} :מסקנה
                                                                                                         .HAMPATH = \{\langle G, s, t \rangle \mid tל מכוון עם מסלול המילטוני מ־G
                                                                                                                                                                                                                   .HAMPATH \in \mathcal{NP}:טענה
                                                                                                                                                                                   השערה: HAMPATH ∉ P. השערה פתוחה
                                                                                                                                                                               \mathcal{EXP} = igcup_{k \in \mathbb{N}} DTime \left(2^{n^k}
ight): \mathcal{EXP} שפה
                                                                                                                                                                     \mathcal{NEXP} = igcup_{k \in \mathbb{N}} NTime \left(2^{n^k}
ight) :\mathcal{NEXP} שפה
```

 $\mathcal{E} \overset{\circ}{\mathcal{X}} \mathcal{P} \overset{\circ}{\subset} \mathcal{N} \mathcal{E} \mathcal{X} \mathcal{P}$ טענה:

 $\mathcal{P} \subsetneq \mathcal{EXP}$: טענה $\mathcal{NP} \subsetneq \mathcal{NEXP}$

 $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{NP} \subseteq \mathcal{EXP} \subseteq \mathcal{NEXP}$ מסקנה:

 $(\mathcal{P} = \mathcal{NP}) \Longrightarrow (\mathcal{EXP} = \mathcal{NEXP})$ טענה:

x על M על הינו ריצת M מ"ט ויהי $x \in \Sigma^*$ אזי ויהי M מ"ט ויהי

מוודא לשפה: תהא $\Sigma \cup \{","\}$ שפה אזי מ"ט V מעל אלפבית $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ המקיים

```
.CLIQUE, IS, FACTOR, SUBSETSUM \in \mathcal{NP} :מסקנה
                                                                                                                                                                                                                                השערה: \mathcal{P} \neq \mathcal{NP} השערה פתוחה
p\in\mathbb{N}\left[x
ight] עבורה קיימת מ"ט M המחשבת את f:D	o (\Gamma\backslash\{\sqcup\})^* אזי D\subseteq\Sigma אזי אזי חשיבה פולינומית: תהא
                                                                                                                . אעדים פי p\left(|x|\right) אחרי אחרי לכל אוצרת עוצרת אוצר מתקיים כי x\in\Sigma^* אעדים מתקיים כי לכל
f שפה אזי רדוקציית מיפוי B\subseteq \Delta^* שפה ותהא אור באשר באשר באשר באשר באשר באשר באשר אור דוקציית מיפוי היו
                                                                                                                                                                                                                                                 מ־A ל־B חשיבה פולינומית.
A \leq_p B אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                .CLIQUE \leq_p IS טענה:
                                                                                                                                                    A\in\mathcal{P} אזי A\leq_p B וכן B\in\mathcal{P} שפות באשר A,B אזי אזי
                                                                                                                                                                               L \in \mathcal{NP} לכל L \leq_p \mathcal{L} עבורה עפה שפה \mathcal{NP}-קשה: שפה
                                                                                                                                                                                שפה \mathcal{NP}שפה: שפה שפה \mathcal{NP} אשר הינה שפה
                                                                                                                                                           \mathcal{L} שפה \mathcal{L} שפה אזי \mathcal{L}שלמה אזי \mathcal{L}שפה שפה \mathcal{L}שפה טענה: תהא
                                                                                   ACC_{\mathcal{NP}} = \{\langle M, x, 1^t \rangle \mid צעדים t צעדים לכל היותר מקבלת לכל מקבלת M(x, w) מקבלת t
                                                                                                                                                                                                                                      . שלמה ACC_{\mathcal{NP}} שלמה ACC_{\mathcal{NP}}
                                                                       . שנות B הינה B אזי A הינה A \leq_p B טענה: תהיינה A שפות באשר A שפות באשר A
                                                                                                                                                       C\left(x
ight)=1 המקיים x\in\left\{ 0,1
ight\} ^{n} מעגל ספיק: מעגל מעגל אבורו קיים
                                         המקיימת A\in M_{m	imes k}\left(\{p_i\}\cup\{\lnot p_i\}
ight) וקיים וקיים m\in\mathbb{N} אזי פסוק אזי פסוק אזי פסוק וקיים און אזי איים אזי איי פסוק אזי פסוק אזי פסוק אזי פסוק אזי פסוק אזיימת וקיים אזיימת וקייים אזיימת וקיים אונים אוני
                                                                                                                                                                                                                                                        \varphi = \bigwedge_{i=1}^{m} \bigvee_{j=1}^{k} (A)_{i,k}
                                                                                                                                               .kSAT =\{\langle arphi 
angle \mid (arphi \in kCNF) \land (ספיקה) 
angle \land k \in \mathbb{N}_+ הגדרה: יהי k \in \mathbb{N}_+ אזי
                                                                                                                                                                                                                           .kSAT \in \mathcal{NP} אזי k \in \mathbb{N}_+ טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                         .2SAT \in \mathcal{P} :טענה
                                                                                                                                                                                                                     משפט קוק־לוין: \mathcal{NP} הינה משפט קוק־לוין:
                                                                                                                                                                               .kSAT \leq_p \ellSAT אזי k \leq \ell באשר k, \ell \in \mathbb{N}_+ טענה: יהיו
                                                                                                                                                                          . שלמה \mathcal{NP} הינה kSAT אזי אזי k \in \mathbb{N} \setminus \{0,1,2\} שלמה.
                                                                                                                                                                                                                                                       .3SAT \leq_p CLIQUE משפט:
                                                                                                                                                                                                                           תינן \mathcal{NP}שלמות. CLIQUE, IS מסקנה:
                                                                       מספר הפסוקיות המסופקות: יהיו A\in M_{m	imes k}\left(\{p_i\}\cup\{\lnot p_i\}
ight) תהא תהע היהיו ותהא ותהא אזי אינו אינו יהיו
                                                                                                                                       . \operatorname{Cl}\left(\bigwedge_{i=1}^{m}\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k},v\right) = \left|\left\{i \in [m] \;\middle|\; \overline{v}\left(\bigvee_{j=1}^{k}\left(A\right)_{i,k}\right) = \operatorname{True}\right\}\right|
. C - \operatorname{CNF} = \left\{\left\langle\varphi,k\right\rangle \;\middle|\; (\varphi \in \operatorname{CNF}) \wedge \left(\exists v \left(\operatorname{Cl}\left(\varphi,v\right) = k\right)\right)\right\}
```

 $V\left(x,w
ight)$ מתקיים כי לכל $x,w\in\Sigma^*$ מתקיים כי לכל שפה אזי מוודא V ל־ \mathcal{L} עבורו קיים $p\in\mathbb{N}\left[x
ight]$ המקיים כי לכל

שלמות: יהי \mathcal{L} אזי קיים $w\in\Sigma^*$ עבורו $v\in\mathcal{L}$ מקבלת. • שלמות: יהי $v\in\mathcal{L}$ אזי לכל $v\in\Sigma^*$ מתקיים כי $v\in\mathcal{L}$ דוחה.

 $\mathcal{L}\subseteq \Sigma^*$ טענה: תהא $\mathcal{L}\subseteq \Sigma^*$ שפה אזי שפה אזי טענה:

.CLIQUE = $\{\langle G, k \rangle \mid k$ גרף גרף לא מכוון בעל קליקה מגודל $G\}$ הגדרה:

.IS = $\{\langle G, k \rangle \mid k$ גרף גרף בעל קבוצה ב"ת מגודל G $\}$ גרף גרף גרף גרף גרף גרף א מכוון בעל קבוצה ב"ת

.SUBSETSUM = $\{\langle S,t \rangle \mid (S \subseteq \mathbb{N}) \land (\exists T \subseteq S. \sum_{i \in T} i = t)\}$ הגדרה:

 $(\mathcal{L} \in \mathcal{NP})$ שפה אזי פולינומי משפט: תהא שפה אזי שפה אזי שפה אזי בולינומי ל־ $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$

 $(u,v) \notin E$ מתקיים בלתי תלויה (ב"ת): יהי G גרף אזי $I \subseteq V$ עבורה לכל $u,v \in I$ מתקיים מתקיים לבוצת צמתים בלתי תלויה (ב"ת):

עוצרת לכל היותר אחרי $p\left(|x|\right)$ צעדים.

טענה: קיים מוודא פולינומי ל־CLIQUE.

.FACTOR טענה: קיים מוודא פולינומי

.SUBSETSUM טענה: קיים מוודא פולינומי

.FACTOR = $\{\langle N, k \rangle \mid \exists d \in [k] . (d|N)\}$ הגדרה:

טענה: קיים מוודא פולינומי ל־IS.

```
טענה: C- CNF הינה \mathcal{P} שלמה. C- CNF הגדרה: \{\langle \varphi \rangle \mid (\varphi \in \text{DNF}) \land (\varphi \in \varphi)\} .DNFSAT \in \mathcal{P}
```

 $.C-{ t DNF}=\left\{ \left\langle arphi,k
ight
angle \mid \left(arphi\in{ t DNF}
ight)\wedge\left(\exists v\left({ t Cl}\left(arphi,v
ight)=k
ight)
ight\}$ הגדרה:

 $C - CNF \leq_{n} C - DNF$:

. מסקנה: $C-\mathsf{DNF}$ מסקנה:

.PARTITION = $\left\{S\subseteq\mathbb{N}\mid ($ מולטי קבוצה $S)\wedge\left(\exists T\subseteq S\left(\sum_{i\in T}i=\sum_{i\in S\setminus T}i\right)\right)
ight\}$ סענה: PARTITION הינה \mathcal{P} שלמה.

 $(u \in C) \lor (v \in C)$ מתקיים $\{u,v\} \in E$ עבורה לכל עבורה אזי $C \subseteq V$ אזי אזי גרף אזי יהי

.VC = $\{\langle G,k\rangle\mid k$ גרף גרף מגודל בעל כיסוי קודקודים מגודל G $\}$ גרף גרף גרף א

. אינה \mathcal{NP} שלמה VC טענה:

 $\mathcal{B}\subseteq igcup_{n=1}^\infty \left(\Sigma^n o\Sigma
ight)$ בסיס פונקציות: יהי Σ אלפבית אזי

לכל $f_i:\Sigma^{k_i}\to \Sigma$ באשר $f_1\dots f_n\in \mathcal{B}$ תהיינה $k_1\dots k_n\in \mathbb{N}_+$ מעגל: יהי ביסיס פונקציות מעל $i\in [n]$ מעגל: יהי אזי אלפבית יהי $i\in [n]$ מעל $i\in [n]$ מעל $i\in [n]$

- .חסר מעגלים מכוונים G
- $\deg^-(x_i) = 0$ מתקיים $i \in [m]$ לכל
- $\deg^-(f_i) = k_i$ מתקיים $i \in [n]$ לכל
- $\deg^+(y_i)=0$ וכן $\deg^-(y_i)=1$ מתקיים $i\in[k]$ לכל

הערה: נשמור על הטרמינולוגיה ממעגל בוליאני כהכללה טבעית.

 $z\in\{0,1\}^n$ יהי $T\left(n
ight)$ אים שרצה בזמן מ"ט שרצה מ"ט שרצה הקונפיגורציות/טאבלו: תהא $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$ חשיבה בזמן מטריצת הקונפיגורציות הריצה של $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$ אזי T(n) חשיבה בזמן באשר $T:\mathbb{N} o\mathbb{N}$ המקיימת T(n) המקיימת הריצה של T(n) אזי T(n) אזי T(n) אזי T(n) המקיימת בזמן מ"ט שרצה בזמן מ"ט יינה T(n) יינה T(n) המינה בזמן T(n) יינה T(n) אזי יינה T(n) אזי יינה בזמן T(n) אזי יינה בזמן T(n) אזי יינה בזמן T(n) מ"ט שרצה בזמן מ"ט שרצה בזמן מ"ט יינה בזמן

 $.\delta\left(q_r,\sigma
ight)=\left(q_r,\sigma,R
ight)$ וכן וכן $\delta\left(q_a,\sigma
ight)=\left(q_a,\sigma,R
ight)$ כי נניח נניח הקונפיגורציות במטריצת הקונפיגורציות היא

.CIRSAT $=\left\{ \langle C,x \rangle \mid ($ מעגל בוליאני) $\cap (\exists w \in \{0,1\}^* \mid (C(x,w)=1)) \right\}$ הגדרה:

כך $\Sigma \uplus \Gamma$ כד מעגלים מעל מ"ט רצה בזמן מ"ט רצה בזמן אותהא מ"ט רצה בזמן באשר $T: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ כד הגדרה: תהא $T: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

- $.C_{ ext{inp}}\left(z
 ight)=R_{0}\left(au_{M,z}
 ight)$ אזי $z\in\Sigma\uplus\Gamma$ יהי ullet
- $C_{\mathrm{next}}\left(R_{i}\left(au_{M,z}
 ight)
 ight)=R_{i+1}\left(au_{M,z}
 ight)$ אזי $i\in\{0,\ldots,T\left(n
 ight)-1\}$ ויהי $z\in\Sigma\uplus\Gamma$ יהי
 - $.C_{\mathrm{out}}\left(R_{T(n)}\left(au_{M,z}
 ight)
 ight)=M\left(z
 ight)$ אזי $z\in\Sigma\uplus\Gamma$ יהי \bullet
 - $.C_{M,n}^{\Sigma \uplus \Gamma}\left(z
 ight) = \left(C_{ ext{out}} \circ C_{ ext{next}} \circ \ldots \circ C_{ ext{next}} \circ C_{ ext{inp}}
 ight)\left(z
 ight)$ אזי $z \in \Sigma \uplus \Gamma$ יהי

טענה: תהא T(n) אזי אינ $C_{M,n}^{\Sigma \uplus \Gamma} = \mathcal{O}\left(T^2(n)\right)$ אזי אזי רצה בזמן מ"ט רצה $n \le T(n)$ וכן קיימת $n \le T(n)$ חשיבה בזמן אזי $n \le T(n)$ עבורה $n \le T(n)$ עבורה $n \le T(n)$ עבורה $n \le T(n)$ עבורה $n \le T(n)$ אזי וכן קיימת $n \le T(n)$ וכן קיימת פונקציה $n \le T(n)$ אזי וכן קיימת $n \le T(n)$ וכן קיימת פונקציה אזי וכן $n \ge T(n)$ וכן קיימת אזי וכן קיימת וכן $n \ge T(n)$ אזי וכן קיימת וכן $n \ge T(n)$ וכן $n \ge T(n)$

 $C_{M,n}^{\Sigma \uplus \Gamma}(z) = M\left(z
ight)$ אזי $z \in \Sigma \uplus \Gamma$ ויהי $T\left(n
ight)$ ויהי $T\left(n
ight)$ אאי חשיבה בזמן באשר $T:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ויהי $T\left(n
ight)$ ויהי ויהי $T\left(n
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(r
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(r
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(r
ight)$ אלפבית אזי קיימת פונקציה חשיבה פולינומית $T\left(r
ight)$ עבורה לכל מעגל בוליאני $T\left(r
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(r
ight)$ מעגל בוליאני מעל $T\left(r
ight)$ אלפבית אזי קיימת פונקציה חשיבה פולינומית $T\left(r
ight)$ עבורה לכל $T\left(r
ight)$ מעגל בוליאני מעל בוליאני $T\left(r
ight)$ מעגל בוליאני מעל בוליאני מעל $T\left(r
ight)$ מעגל בולינומית $T\left(r
ight)$ מעגל בוליאני מעל בולינומית מעל בוליאני מעל בוליאני מעל בוליאני מעל בולינומית בולינ

למה: תהא T(n) אזי קיימת פונקציה חשיבה t בזמן מ"ט רצה בזמן מ"ט רצה בזמן השיבה t חשיבה חשיבה t חשיבה t חשיבה t חשיבה t מתקיים ווכן t מתקיים t באשר t באשר

. שלמה: CIRSAT הינה \mathcal{NP}

מסקנה: תהא $f:\{0,1\}^* o \{0,1\}^*$ ותהא ותהא $n\leq T(n)$ חשיבה בזמן באשר בזמן השיבה תהא $f:\{0,1\}^* o \{0,1\}$ ותהא אזי $f:\{0,1\}^*$ אזי f לא ניתנת לחישוב על ידי מ"ט בזמן $\int T(n)$

.CIRSAT $\leq_p 3$ SAT :טענה

.3SAT \leq_p SUBSETSUM :טענה

מסקנה: SUBSETSUM הינה \mathcal{NP} שלמה.

.3SAT \leq_p HAMPATH :טענה

מסקנה: HAMPATH הינה \mathcal{NP} שלמה.

 $\mathrm{.co}\mathcal{NP}=\left\{L\mid\overline{L}\in\mathcal{NP}
ight\}$: $\mathrm{co}\mathcal{NP}$ שפה

```
טענה: תהיינה A <_n B שפות באשר A >_n B אזי
                                                                                                                               A\in\mathcal{NP} אזי B\in\mathcal{NP} אם •
                                                                                                                          A \in co \mathcal{NP} אזי B \in co \mathcal{NP} אם
                                                                         (co\mathcal{NP}=\mathcal{NP})\Longleftrightarrow (\mathcal{L}\in co\mathcal{NP}) שפה \mathcal{NP}שלמה אזי שפה \mathcal{NP}
                                                                                                                                          \mathcal{P}\subseteq\mathcal{NP}\cap\mathrm{co}\mathcal{NP} :טענה
                                                                                                                                  \mathsf{FACTOR} \in \mathcal{NP} \cap \mathsf{co}\mathcal{NP} :
                                                                                                                  השערה: \mathcal{P} \neq \mathcal{NP} \cap \mathrm{co}\mathcal{NP} השערה
                                                                         .MATMULT = \{\langle A, B, C \rangle \mid (A, B, C \in M_n(\mathbb{Z})) \land (A \cdot B = C)\} הגדרה:
                                                                        \mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^n}\left(D\cdot r=0
ight)\leq 0.5 אזי D
eq 0 באשר באשר D\in M_n\left(\mathbb{Z}
ight)
                                                                                                     מסקנה: קיימת מ"ט M אשר רצה בזמן \mathcal{O}\left(n^2
ight) עבורה
                                                                          . דוחה M\left(x\right) אשר אינו קידוד של שלשת מטריצות x\in\left\{ 0,1\right\} ^{*}
     . מקבלת. M\left(x\right) מתקיים x=\langle A,B,C\rangle וכן A\cdot B=C המקיימות A,B,C\in M_{n}\left(\mathbb{Z}\right) מתקיים x\in\left\{ 0,1\right\} ^{*} לכל
                           מתקיים x=\langle A,B,C\rangle וכן A\cdot B\neq C המקיימות A,B,C\in M_n\left(\mathbb{Z}\right) מתקיים x\in\left\{0,1\right\}^* לכל
                                                                                                                               \mathbb{P}(x) = M(x) מקבלת M(x)
                                                         Cנוסחה אריתמטית: יהי \mathbb F אזי נוסחה ביסיס מעגל מעל \mathbb F עם הבסיס ווהי יהי \mathbb F אזי נוסחה ב־
                               arphi\equiv 0 אזי arphi\left(x_1\ldots x_n
ight)=0 מתקיים x_1\ldots x_n\in\mathbb{F} אזי עבורה לכל עבורה לכל עבורה לכל
                                                                                     \mathrm{ZE}_{\mathbb{F}} = \{\langle arphi 
angle \mid arphi \equiv 0 עבורה עבורה אריתמטית אריתמטית מעל arphi
                                                                                                                                      .שלמה \overline{ZE_{\mathbb{Z}_2}} טענה: \overline{ZE_{\mathbb{Z}_2}}
                                              .2^h היותר לכל מדרגה פולינום מחשבת \varphi אזי \mathbb F מעל בעומק בעומק אריתמטית נוסחה ענה: תהא \varphi
            (arphi\equiv 0)\Longleftrightarrow (f=0) אזי \deg(f)<|\mathbb{F}| באשר f\in\mathbb{F}[x_1,\ldots,x_n] המחשבת מעל \mathbb{F} המחשבת ענה: תהא \varphi
                                                                                                                      \mathsf{ZE}_{\mathbb{F}} \in \mathcal{R} מסקנה: יהי \mathbb{F} שדה אינסופי אזי
           \deg\left(\prod_{i=1}^n x_i^{d_i}\right) = \sum_{i=1}^n d_i \text{ אזי } d_1 \dots d_n \in \mathbb{N} דרגה טוטאלית של מונום: יהיו וd_1 \dots d_n \in \mathbb{N} אזי וd_1 \dots d_n \in \mathbb{N} אזי וואלית של פולינום: תהא ווא של פולינום: תהא d \in M_{k \times n}\left(\mathbb{N}\right) אזי d \in M_{k \times n}\left(\mathbb{N}\right)
       \mathbb{P}_{a_1,...,a_n\leftarrow S}\left(f\left(a_1\ldots a_n
ight)=0
ight)\leq rac{\deg(f)}{|S|} סופית אזי S\subseteq\mathbb{F} ותהא f
eq 0 באשר באשר f\in\mathbb{F}\left[x_1,\ldots,x_n
ight]
                                                                                                   מסקנה: קיימת מ"ט M עבורה לכל x \in \{0,1\}^* מתקיים
                                                                         . דוחה M\left(x\right) מתקיים מעל אינו קידוד של נוסחה אריתמטית מעל x
                 .poly (|\varphi|) מקבלת בזמן M(x) מתקיים x=\langle \varphi \rangle וכן \varphi \equiv 0 המקיימת מעל \mathbb R האריתמטית מעל \Phi
 .poly (|arphi|) בזמן \mathbb{P}( מקבלת M(x)) \leq 0.01 מתקיים x = \langle arphi \rangle וכן arphi \not\equiv 0 מתקיים אריתמטית מעל arphi המקיימת arphi \not\equiv 0 וכן arphi \not\equiv 0 מתקיים ווסחה אריתמטית מעל
באשר x\$r איז התחלתית קונפיגורציה תעלת זמן באלת מ"ט דו־סרטית מכונת מ"ט דו־סרטית תונפיגורציה התחלתית מכונת מכונת מכונת אקראית: תהא
                    T חסם עליון לזמן ריצה של מכונת טיורינג אקראית: תהא תהא תחיבה בזמן ותהא מכונת טיורינג אקראית אזי T
                  M\left(x;r
ight)=M\left(x\$r
ight) אזי r\in\left\{ 0,1
ight\} ^{T(|x|)} ויהי x\in\left\{ 0,1
ight\} ^{*} אזי T\left(n
ight) אזי T\left(n
ight) מ"ט אקראית עם זמן ריצה T\left(n
ight) יהי יהי
           x אזי x \in \{0,1\}^{T(|x|)} ויהי x \in \{0,1\}^* יהי ויהי x \in \{0,1\}^* אזי אקראית עם אמן ריצה x \in \{0,1\}^* ויהי
     x אזי x \in \{0,1\}^{T(|x|)} אזי x \in \{0,1\}^* יהי T(n) אקראיות עם ממן מ"ט אקראית עם מ"ט אקראית עם אזי אויהי
r \in \left\{0,1
ight\}^{T(|x|)} עבור M\left(x;r
ight) משתנה מקרי לקבלת M\left(x;r
ight) יהי M\left(x;r
ight) יהי M\left(x;r
ight) משתנה מקרי לקבלת M\left(x;r
ight) עבור
                                                                                                                                                                   אקראית.
המקיימת כי החל ממקום T(n) ותהא שפה \mathcal{L} עבורה קיימת מ"ט אקראית M עם זמן ריצה פולינומי lpha:\mathbb{N}	o[0,1] המקיימת כי החל
                                                                                                                                                מסויים n\in\mathbb{N} מתקיים
                                                                        \mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}} (מקבלת מקבלת M\left(x;r
ight)\geqlpha\left(n
ight) מתקיים x\in\mathcal{L}\cap\Sigma^{n} לכל
                                                                              \mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}} (מקבלת M\left(x;r
ight)=0 מתקיים x
otin \mathcal{L}\cap\Sigma^{n} לכל
                                                                                                                                                       \mathcal{L} \in \mathcal{RP}(\alpha) אזי
                                                  \mathcal{RP}(\beta)\subseteq\mathcal{RP}(\alpha) אזי מסויים מסויים \alpha\leq\beta באשר \alpha,\beta:\mathbb{N}\to[0,1] טענה: תהיינה
```

השערה פתוחה .co $\mathcal{NP} \neq \mathcal{NP}$:השערה

 $\mathcal{RP}(1) = \mathcal{P}$ טענה:

 $\mathcal{RP}\left(lpha
ight)\subseteq\mathcal{NP}$ אזי מסויים מסויים 0<lpha באשר $lpha:\mathbb{N}
ightarrow \left[0,1
ight]$ עענה: תהא

```
\mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}} (מקבלת מקבלת M\left(x;r
ight)\geqeta\left(n
ight) מתקיים x\in\mathcal{L}\cap\Sigma^{n} לכל
                                                                         \mathbb{P}_{x \leftarrow f_{0,1}, T^{T(n)}} מקבלת M(x;r) \leq \alpha(n) מתקיים x \notin \mathcal{L} \cap \Sigma^{n}
                                                                                                                                                  \mathcal{L} \in \mathcal{BPP}(\alpha, \beta) אזי
                                                                                                                                \mathcal{BPP} = \mathcal{BPP}\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right) : \mathcal{BPP} שפה
                                                                                                   \mathcal{RP}(\alpha) = \mathcal{BPP}(0, \alpha) אזי \alpha : \mathbb{N} \to [0, 1] טענה: תהא
                                                                                          \operatorname{co}\mathcal{RP}(\alpha) = \mathcal{BPP}(1-\alpha,1) אזי \alpha: \mathbb{N} \to [0,1] טענה: תהא
                   \mathcal{BPP}\left(lpha,\delta
ight)\subseteq\mathcal{BPP}\left(eta,\gamma
ight) אזי ממקום מסויים אזי lpha\leqeta\leq\gamma\leq\delta עבורן lpha,eta,\gamma,\delta:\mathbb{N}	o[0,1]
               \mathbb{P}\left(\left|p-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^nA_i\right|\geq\delta
ight)\leq 2^{-\Theta\left(\delta^2n
ight)} אזי A_1,\ldots,A_n\sim \mathrm{Ber}\left(p
ight) ויהיו n\in\mathbb{N} יהי \delta>0 יהי \delta>0
סטענה: יהיו \alpha:\mathbb{N} \to [0,1] ותהא \alpha:\mathbb{N} \to [0,1] חשיבה בזמן פולינומי באשר \alpha:\mathbb{N} \to [0,1] החל ממקום מסויים אזי
                                                                                       \mathcal{BPP}\left(\alpha\left(n\right)-n^{-c},\alpha\left(n\right)+n^{-c}\right)\subseteq\mathcal{BPP}\left(2^{-n^{d}},1-2^{-n^{d}}\right)
                                                 (c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i=c_i קונפיגורציה אזי ק(c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i=c_1 קונפיגורציה אזי מ"ט (c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i
                                                                       A אזי x \in \Sigma^* הינה המחרוזת x \in \Sigma^* ותהא אברי x \in \Sigma^* אזי x \in \Sigma^* הינה המחרוזת ללא אברי
c_0=q_0x באשר באר c_0\ldots c_n באלת סיבוכיות מקום: תהא אי מ"ט תלת־סרטית M עבורה לכל קונפיגורציות מקום: תהא S:\mathbb{N}	o\mathbb{N}
                                                                                                                       וכן i \in [n] לכל לc_i מתקיים מתקיים
                                                                                               c_i^1 = x \backslash Q סרט לקריאה בלבד: לכל i \in [n] מתקיים •
                                                                                   \left.\left|c_{i-1}^{2}\right|\leq S\left(n\right)+1 מתקיים i\in\left[n\right]לכל לכל • סרט חסום במקום: לכל •
                                            .ig(c_{i-1}^3ackslash Qig)_i=ig(c_i^3ackslash Qig)_i מתקיים j\inig[ig|c_{i-1}ig|ig] ולכל ולכתיבה חד־פעמית: לכל ו
                               S אזי אינ מקום פוליון למקום ריצה של מכונת טיורינג: תהא אור S:\mathbb{N} 	o \mathbb{N} ותהא אור מ"ט בעלת סיבוכיות מקום אור מאזי
                                                                                       הערה: נקרא למכונת טיורינג בעלת סיבוכיות מקום מכונת טיורינג.
                                               .DSpace (S(n))=\{L(M)\mid \mathcal{O}(S(n)) במקום שרצה במקום M\} אזי S:\mathbb{N}	o\mathbb{N}
                                                                                                                   .PSPACE = \bigcup_{c \in \mathbb{N}} DSpace (n^c) :PSPACE שפה
                                                                                                             LOGSPACE = DSpace (log (n)) : LOGSPACE שפה
                                                                                                                                 .LOGSPACE = LSPACE = \mathcal{L} :סימון:
                                                                                        .DSpace (1) = DSpace (\log (\log (n))) = \{L \mid L \mid L\} טענה:
                                                                                      .
DTime (T\left(n\right))\subseteq \mathrm{DSpace}\left(T\left(n\right)\right) אזי חשיבה בזמן אזי חשיבה T
                                                                                                                                                 \mathcal{NP} \subseteq \mathsf{PSPACE}:טענה
                                                                .DSpace (S(n)) \subseteq \mathsf{DTime}\left(2^{\mathcal{O}(S(n))}\right) אזי S > \log S באשר באשר S: \mathbb{N} \to \mathbb{N} טענה: תהא
                                                                                                                                                  .LSPACE \subset \mathcal{P} :מסקנה
                                                                                                                                             .PSPACE \subset \mathcal{EXP} :מסקנה
(S(n))_2 אם מחשבת את M עבורה קיימת מ"ט M המקיימת לכל n\in\mathbb{N} עבורה S:\mathbb{N} \to \mathbb{N} מחשבת את M מחשבת את M
                                                                                                                                                       \mathcal{O}(S(n)) במקום
            .DSpace (t\left(n\right))\subsetneq DSpace (T\left(n\right)) אזי t\left(n\right)=o\left(S\left(n\right)\right) חשיבה במקום ותהא S:\mathbb{N}\to\mathbb{N} אזי S:\mathbb{N}\to\mathbb{N}
                                                                                                                                           מסקנה: LSPACE ⊊ PSPACE.
                                                                                                                                  מסקנה: לפחות אחד מהבאים נכון
```

עם זמן ריצה פולינומי T(n) אם זמן עם זמן אסך אם קיימת מ"ט אקראית שפה \mathcal{L} אזי שפה \mathcal{L} אזי שפה \mathcal{L} אזי $\alpha:\mathbb{R} o [0,1]$ המקיימת מ"ט אקראית מ"ט זמן ריצה פולינומי

המקיימת כי החל T(n) המקיימת מ"ט אקראית M עם זמן ריצה פולינומי בה תהא שפה $\alpha,\beta:\mathbb{N} o [0,1]$ המקיימת כי החל

 $\mathrm{co}\mathcal{RP}\left(lpha
ight)=\left\{\overline{L}\mid L\in\mathcal{RP}\left(lpha
ight)
ight\}$ אזי $lpha:\mathbb{N}
ightarrow\left[0,1
ight]$ הגדרה: תהא

 $ZE_{\mathbb{R}}\in \mathrm{co}\mathcal{RP}\left(0.99
ight)$ טענה: $c,d\in\mathbb{N}$ אזי $c,d\in\mathbb{N}$ טענה: יהיו $\mathcal{RP}\left(n^{-c}
ight)=\mathcal{RP}\left(1-2^{-n^d}
ight)$ אזי $\mathcal{RP}=\mathcal{RP}\left(0.5
ight):\mathcal{RP}$

 $\mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}}$ (מקבלת מקבלת מתקיים $M\left(x;r
ight)=1$ מתקיים $x\in\mathcal{L}\cap\Sigma^{n}$

 $\mathbb{P}_{r\leftarrow\{0,1\}^{T(n)}}$ (מקבלת $M\left(x;r
ight)$) $\leq 1-lpha\left(n
ight)$ מתקיים $x\notin\mathcal{L}\cap\Sigma^{n}$ לכל •

כי החל ממקום מסויים $n\in\mathbb{N}$ מתקיים

 $\cos \mathcal{RP} = \cos \mathcal{RP} (0.5) : \cos \mathcal{RP}$ שפה

ממקום מסויים $n\in\mathbb{N}$ מתקיים

```
.\mathsf{LSPACE} \subsetneq \mathcal{P} \bullet .\mathcal{P} \subsetneq \mathsf{PSPACE} \bullet .\mathcal{P} \subsetneq \mathsf{PSPACE} \bullet השערה: .\mathsf{LSPACE} \subsetneq \mathcal{P} השערה: .\mathsf{PSPACE} \subsetneq \mathcal{P} השערה פתוחה פונקציה חשיבה במקום .\mathsf{S}: תהא .\mathsf{C} \subsetneq \mathcal{P} את .\mathsf{f} .
```

המחשבת $S\left(n\right)$ מקום מיט M בעלת מייט $f:D \to (\Gamma \setminus \{ \sqcup \})^*$ אזי $D \subseteq \Sigma$ מהא במקום S:S תהא את $f:D \to (\Gamma \setminus \{ \sqcup \})^*$ את $f:D \to C$

תהא שפה ותהא $A\subseteq \Sigma^*$ שפה אזי רדוקציית מיפוי באשר $A\subseteq \Sigma^*$ תהא במקום לוגריתמי: יהיו Σ,Δ אלפבייתים באשר $\Sigma\subseteq \Delta$ תהא הבמקום לוגריתמי. $A\subseteq \Sigma$ אלפבייתים באשר $\Sigma\subseteq \Delta$ חשיבה במקום לוגריתמי.

סימון: יהיו $f:\Sigma^* o\Delta^*$ אלפבייתים באשר $E\subseteq\Delta^*$ שפה תהא שפה $A\subseteq\Sigma^*$ שפה באשר באשר באשר במקום אלפבייתים באשר $A\subseteq\Sigma^*$ תהא במקום $A\subseteq\Delta^*$ אלפבייתים באשר לוגריתמי אזי

 $A \leq_p B$ אזי $A \leq_L B$ טענה: תהיינה A, B שפות עבורן

 $L \in \mathcal{P}$ שפה \mathcal{P} -קשה: שפה עבורה עבורה $L \leq_L \mathcal{L}$ לכל

.שפה \mathcal{P} שפה שפה שפה שפה שפה שפה שפה שפה שפה

 $x\in \Sigma^n$ ולכל $n\in \mathbb{N}$ עבורה איז $m:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ותהא ותהא $R:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ותהא g תהא ולכל $n\in \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ולכל $m:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ולכל $m:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ולכל תהא מתקיים $g \circ f$ אזי $g \circ f$ איז איז $g \circ f$ חשיבה במקום ולכל ווער מתקיים ווער איז איז איז ווער מתקיים ווער איז ווער מתקיים ווער מתקיים ווער איז ווער מקום ווער מתקיים ו

 $A \in \mathsf{LSPACE}$ אזי $A <_L B$ וכן $B \in \mathsf{LSPACE}$ טענה: תהיינה A, B אוי

 $A \leq_L C$ אזי אוכן $A \leq_L C$ וכן $A \leq_L B$ שפות באשר A,B,C מסקנה: תהיינה

 $\mathcal{P} = \mathsf{LSPACE}$ שפה \mathcal{P} ־שלמה אזי $A \in \mathsf{LSPACE}$ טענה: תהא

.CVAL = $\{\langle C, x \rangle \mid (C) \land (C \land C) \land (C \land C) \}$ הגדרה:

באשר $f\left(1^n\right)=\langle C_{M,n}
angle$ מ"ט רצה בזמן פולינומי אזי קיימת פונקציה חשיבה f במקום לוגריתמי עבורה M מ"ט רצה בזמן פולינומי אזי קיימת $C_{M,n}\left(z\right)=1$ מקבלת) מקבלת $z\in\{0,1\}^n$ מעגל עבורו לכל $C_{M,n}\left(z\right)=1$ מתקיים מקיים ($C_{M,n}\left(z\right)=1$).

. הינה \mathcal{P} שלמה CVAL טענה:

 $(c_1\$c_2\$\dots\$c_k)^i=c_i$ קונפיגורציה אזי קונפיגורציה ותהא הא מטל"ד $c_1\$c_2\$\dots\$c_k$ הרטית ותהא מטל"ד מטל"ד

מכונת טיורינג לא דטרמיניסטית בעלת סיבוכיות מקום: תהא או $S:\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ אזי מטל"ד תלת־סרטית עבורה לכל קונפיגורציות $i \in [n]$ עבורה לכל עוברת לי c_i עבורה לכל c_i עבורה לכל באשר באשר בעלת טיורינג לא נוברת לי c_i עבורה לכל מתקיים

- $.c_i^1 = x \backslash Q$ מתקיים $i \in [n]$ לכל לבד: לכל •
- $.\left|c_{i-1}^{2}\right|\leq S\left(n\right)+1$ מתקיים $i\in\left[n\right]$ לכל לכל במקום: סרט סרט סרט לכל
- $.ig(c_{i-1}^3ackslash Qig)_j=ig(c_i^3ackslash Qig)_j$ מתקיים מתקיים ולכל ולכל ולכל ולכל ולכל ילכל ילכתיבה חד־פעמית: לכל ולכל ו

.S אזי אינים מכונת סיבוכיות מכונת מיורינג א דטרמיניסטית: תהא מכונת \tilde{M} ותהא א מטל"ד בעלת סיבוכיות מקום א אזי S אזי מכונת טיורינג א דטרמיניסטית בעלת סיבוכיות מקום מכונת טיורינג א דטרמיניסטית.

. NSpace $(S\left(n
ight))=\{L\left(M
ight)\mid\mathcal{O}\left(S\left(n
ight)
ight)$ מטל"ד הרצה במקום מטל"ד הרצה אזי $S:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי מטל"ד הרצה במקום

.NPSPACE $=igcup_{c\in\mathbb{N}}$ NSpace $(n^c):$:NPSPACE שפה

 $\mathcal{NL} = \mathsf{NSpace}\left(\log\left(n\right)\right) : \mathcal{NL}$ שפה

השערה: בתוחה בתוחה. LSPACE $=\mathcal{NL}$

 $\operatorname{find}_Q\left(xqy
ight)=|x|+1$ אזי $q\in Q$ ויהי $x,y\in\Gamma^*$ היהי מ"ט יהיו מ"ט מ"ט יהיו

 c_{i-1} וכן $c_0=q_0x$ באשר במקום לוגריתמי: תהא שפה אזי מ"ט תלת־סרטית V עבורה לכל קונפיגורציות תהא $A\subseteq \Sigma^*$ באשר איי מ"ט תלת־סרטית עוברת ל $i\in [n]$ מתקיים

- $.c_i^1=x\backslash Q$ מתקיים $i\in[n]$ לכל לקריאה בלבד: לכל •
- $\operatorname{find}_Q\left(c_{i-1}^2\right) \leq \operatorname{find}_Q\left(c_i^2\right)$ מתקיים $i \in [n]$ סרט עד: לכל
 - $|c_{i-1}^3| \leq S(n) + 1$ מתקיים $i \in [n]$ סרט עבודה: לכל

. (קיים $V\left(x\$w\right)$ עבורו עבורו $w\in\Sigma^*$ מקבלת) מקבלתו מתקיים מתקיים $x\in\Sigma^*$

 $V\left(x,w
ight)=V\left(x\$ w
ight)$ אזי אזי $x,w\in\Sigma^{*}$ אוגריתמי לוגריתמי מוודא מוודא שפה אזי שפה $A\subseteq\Sigma^{*}$ איזי סימון: תהא

. טענה: תהא $A\subseteq \Sigma^*$ מוודא לוגריתמי) שפה אזי ($A\in \mathcal{NL}$) שפה אזי לוגריתמי).

.STCON = $\{\langle G,s,t\rangle \mid ($ מרון מכוון $G) \wedge (t^{-1})$ מדרה: $\{($ קיים מסלול מ־s ל־ל-t

 $\mathsf{STCON} \in \mathcal{NL}$:טענה

```
function Reach(G, s, t, \ell):
           if \ell = 1 then
                       if (s,t) \in E then return True
                       return False
            for v \in V do
                       b_1 \leftarrow \operatorname{Reach}(G, s, v, \lceil \frac{\ell}{2} \rceil)
                       b_2 \leftarrow \mathtt{Reach}(G, v, t, \left\lfloor \frac{\ell}{2} \right\rfloor)
                       if b_1 \wedge b_2 then return True
           return False
 t^-טענה: יהי G גרף מכוון יהיו s,t\in \mathbb{N}_+ ויהי ויהי t\in \mathbb{N}_+ אאי (Reach (G,s,t,\ell)= אאי איי (Reach (G,s,t,\ell)= איי ויהי אוי מכוון יהיו אוי מכוון יהיי אוי מכוון יהיי איי מכוון יהיי אוי מכוון יהיי מכוון יהייי מכוון יהיי מכוון יהיי מכוון יהיי מכוון יהיי 
                                                                                                                                                                                                                                                            .STCON \in DSpace \left(\log\left(n\right)^2\right) :משפט סאביץ':
                                                                                                                                                                                                                                                                                        \mathcal{NL}\subseteq 	exttt{DSpace}\left(\log\left(n
ight)^2
ight) :מסקנה
                                                                                              .NSpace (S\left(n
ight))\subseteq DSpace \left(S^{2}\left(n
ight)\right) אזי S\geq\log מסקנה: תהא S:\mathbb{N}	o\mathbb{N} חשיבה במקום באשר
                                                                                                                                                                                                                                                                                                            .PSPACE = NPSPACE מסקנה:
                                                                                                                                                                                                                                                                                           .co\mathcal{NL} = \{L \mid \overline{L} \in \mathcal{NL}\} :הגדרה:
                                                                                                                                                                                                                                                                              \overline{	ext{STCON}} \in \mathcal{NL} משפט אימרמן־סלפצ'ני:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              \mathcal{NL} = \text{co}\mathcal{NL} מסקנה:
                                                המקיימת A\in M_{m	imes k}\left(\{p_i\}\cup\{\lnot p_i\}
ight) וקיימת וקיים m\in\mathbb{N} עבורו קיים arphi\in\mathsf{CNF} אזי פסוק ימת והי k\in\mathbb{N}_+ יהי יהי וקיימת בסוק
                                                                                                                                                                           . אוי ב\mathcal{NP} הינה k \in \mathbb{N}_+ קשה. k \in \mathbb{N}_+
                                                                                                                                              \mathbb{P}_{v:\{p_i\}	o \{	ext{True},	ext{False}\}}\left(\overline{v}\left(arphi
ight)=	ext{True}
ight)=rac{k}{8} אזי arphi\in 	ext{E}kSAT מענה: יהי k\in\mathbb{N}_+ יהי
                                                                                              יחס הפסוקיות המסופקות: יהיו k,m\in\mathbb{N}_+ תהא k,m\in\mathbb{N}_+ ותהא k,m\in\mathbb{N}_+ ותהא אזי השמה אזי A\in M_{m\times k} (\{p_i\}\cup\{\neg p_i\}) תהא k,m\in\mathbb{N}_+ ותהא k,m\in\mathbb{N}_+ ותהא k,m\in\mathbb{N}_+ השמה אזי \mathrm{RCl}\left(\bigwedge_{i=1}^m\bigvee_{j=1}^k(A)_{i,k},v\right)=\frac{1}{m}\cdot\mathrm{Cl}\left(\bigwedge_{i=1}^m\bigvee_{j=1}^k(A)_{i,k},v\right) משפט PCP: קיימת רדוקציה פולינומית k,m\in\mathbb{N}_+ מ־CNF המקיימת בשפט PCP:
                                                                                                                                                                                                                                                   . ספיקה f\left(\varphi\right) ספיקה אזי \varphi\in3CNF תהא
                                                                                                                                                               \mathrm{.RCl}\left(f\left(\varphi\right),v\right)\leq\frac{7.01}{8} אזי השמה v הפיקה לא ספיקה \varphi\in3\mathrm{CNF} ההא •
```

 $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ אזי $\mathrm{RCl}\left(f\left(arphi
ight),v
ight) > rac{7.01}{8}$ איזי עבורן

אזי $l\in\mathbb{N}_+$ אויהי $t\in V$ אזי אלגוריתם לקיום מסלול עם חסם לאורכו בגרף מכוון: יהי G גרף מכוון יהיו

. שלמה STCON בינה STCON טענה:

 $\mathcal{NL} \subseteq \mathcal{P}$:מסקנה