רישום קבוצה בעזרת רשימת איברים: $\{a_1,\ldots,a_n\}$ מתקיים $(a\in\{a_1,\ldots,a_n\})\iff((a=a_1)\vee\ldots\vee(a=a_n))$.

סימון: תהא Σ אלפבית אזי Σ^* כל המחרוזות הסופיות באלפבית.

טענה: יהי עולם Σ תהא $B\subseteq\Sigma^*$ ותהא $F=\{f_i:(\Sigma^*)^{n_i}\to\Sigma^*\mid i\in I\}$ אזי קיימת ויחידה $S\subseteq\Sigma^*$ המקיימת

- $B\subseteq S$.
- S סגורה להפעלת F.
- מינימליות: תהא $A\subseteq\Sigma^*$ עבורה $B\subseteq A$ וכן A סגורה להפעלת F אזי $S\subseteq A$.

אינדוקציה מבנית: יהי עולם Σ תהא $B\subseteq\Sigma^*$ ותהא $F=\{f_i:(\Sigma^*)^{n_i}\to\Sigma^*\mid i\in I\}$ אזי $X_{B,F}\subseteq\Sigma^*$ מינימלית סגורה להפעלת F עבורה $B\subseteq X_{B,F}$.

טענה: תהא $B\subseteq\Sigma^*$ ותהא $F=\{f_i:(\Sigma^*)^{n_i}\to\Sigma^*\mid i\in I\}$ אזי $X_{B,F}=\bigcap\{Y\subseteq\Sigma^*\mid(B\subseteq Y)\wedge(Y\text{ סגורה להפעלת }F)\}$.

מסקנה: יהי עולם Σ ותהא $Y\subseteq\Sigma^*$ סגורה להפעלת F עבורה $B\subseteq Y$ אזי $X_{B,F}\subseteq Y$.

מסקנה משפט האינדוקציה: תהא p טענה על $\mathbb{N}$ אזי $(p(0)\wedge(\forall n\in\mathbb{N}.p(n)\Longrightarrow p(n+1)))\Longrightarrow(\forall n\in\mathbb{N}.p(n))$.

סדרת יצירה: יהי $a\in X_{B,F}$ אזי $(a_1,\ldots,a_n)$ עבורה $a_n=a$ וכן לכל $i\in[n]$ מתקיים $(a_i\in B)\vee(a_i$ מתקבל על ידי הפעלת F על חלק מ־$\{a_1,\ldots,a_{i-1}\})$.

טענה: יהי $a\in\Sigma^*$ אזי $(a\in X_{B,F})\iff($קיימת סדרת יצירה ל־$a)$.

מסקנה: $X_{B,F}=\bigcup_{i=1}^{\infty}\{a\in\Sigma^*\mid a\text{ בעלת סדרת יצירה באורך }n\}$.

עולם תחשיב הפסוקים: $\Sigma=\{\wedge,\vee,\neg,\Longrightarrow,(,)\}\cup\{p_i\mid i\in\mathbb{N}\}$.

ביטוי: יהי Σ תחשיב הפסוקים אזי $a\in\Sigma^*$.

הגדרה: יהיו $\omega_1,\omega_2\in\{p_i\mid i\in\mathbb{N}\}$ אזי

- $\wedge(\omega_1,\omega_2)=\text{"}(\omega_1\wedge\omega_2)\text{"}$.
- $\vee(\omega_1,\omega_2)=\text{"}(\omega_1\vee\omega_2)\text{"}$.
- $\Longrightarrow(\omega_1,\omega_2)=\text{"}(\omega_1\Longrightarrow\omega_2)\text{"}$.
- $\neg(\omega_1)=\text{"}(\neg\omega_1)\text{"}$.

קבוצת הנוסחאות המוגדרות היטב/ביטוי חוקי/פסוק: $\mathrm{WFF}=X_{\{p_i\mid i\in\mathbb{N}\},\{\wedge,\vee,\neg,\Longrightarrow\}}$.

פסוק אטומי: $p\in\mathrm{WFF}$ עבורו $p\in\{p_i\mid i\in\mathbb{N}\}$.

טענה: יהי $p\in\mathrm{WFF}$ אזי $(p$ פסוק אטומי$)\vee($הפסוק p מתחיל עם "(" ונגמר עם ")"$)$.

מסקנה: יהיו $q_1,q_2\in\mathrm{WFF}$ אזי $q_1(q_2\notin\mathrm{WFF}$.

משפט הקריאה היחידה: יהי $\alpha\in\mathrm{WFF}$ אזי מתקיים בדיוק אחד מהבאים

- α פסוק אטומי.
- קיימים ויחידים $\beta,\gamma\in\mathrm{WFF}$ עבורם $\alpha=(\beta\wedge\gamma)$.
- קיימים ויחידים $\beta,\gamma\in\mathrm{WFF}$ עבורם $\alpha=(\beta\vee\gamma)$.
- קיימים ויחידים $\beta,\gamma\in\mathrm{WFF}$ עבורם $\alpha=(\beta\Longrightarrow\gamma)$.
- קיים ויחיד $\beta\in\mathrm{WFF}$ עבורו $\alpha=(\neg\beta)$.

מסקנה אלגוריתם לבדיקת חוקיות: יהי Σ תחשיב הפסוקים ויהי $\alpha \in \Sigma^*$ ביטוי אזי

```
function IsWellFormedFormula (α)
    | if α ∈ {p_i | i ∈ ℕ}
    |       return true
    |
    | if (α[0] = "(") ∨ (α[−1] = ")")
    |       α.DeleteFirst()
    |       α.DeleteLast()
    | elsereturn false
    |
    | if α[0] = "¬"
    |       α.DeleteFirst()
    |       return IsWellFormedFormula (α)
    | else
    |       (LeftParentheses, RightParentheses, i) ← 0
    |       while (LeftParentheses ≠ RightParentheses) ∨ (LeftParentheses = 0)
    |       |       if α[i] = "("
    |       |       |       LeftParentheses ← LeftParentheses + 1
    |       |       if α[i] = ")"
    |       |       |       RightParentheses ← RightParentheses + 1
    |       |       i ← i + 1
    |       if α[i + 1] ∉ {∧, ∨, ¬, ⟹}
    |       |       return false
    |       else
    |       |       (β, γ) ← (α[: i + 1], α[i + 2 :])
    |       |       return (IsWellFormedFormula (β)) ∧ (IsWellFormedFormula (γ))
```

טענה: יהי Σ תחשיב הפסוקים ויהי $\alpha \in \Sigma^*$ ביטוי אזי $(\alpha \in \text{WFF}) \Longleftrightarrow (\text{IsWellFormedFormula}(\alpha) = \text{true})$.

סדר קדימות של קשרים: נגדיר סדר ביצוע פעולות

1. $\neg$.
2. $\wedge, \vee$.
3. $\Longrightarrow$.