גודל מעגל בוליאני: יהיו $n,m\in\mathbb{N}$ ויהי C מעגל בוליאני בעל n חוטים וכן m קלטים אזי $\text{Size}\left(C\right)=n+m$.

עומק מעגל בוליאני: יהי C מעגל בוליאני אזי $\text{depth}\left(C\right)$ הינו אורך המסלול המקסימלי מקלט לפלט.

הגדרה: יהי $n\in\mathbb{N}_{\ge3}$ אזי $\vee_{n}:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ המוגדרת $\vee_{n}\left(x\right)=\bigvee_{i=1}^{n}x_{i}$.

הגדרה: יהי $n\in\mathbb{N}_{\ge3}$ אזי $\wedge_{n}:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ המוגדרת $\wedge_{n}\left(x\right)=\bigwedge_{i=1}^{n}x_{i}$.

מעגל בוליאני בעל fan-in לא מוגבל: מעגל בוליאני מעל בסיס הפונקציות הבוליאניות $\{\neg,\vee,\wedge\}\cup\left(\bigcup_{n\in\mathbb{N}}\{\vee_{n}\}\right)\cup\left(\bigcup_{n\in\mathbb{N}}\{\wedge_{n}\}\right)$.

הערה: אלא אם נאמר אחרת מעגל בוליאני הוא בעל fan-in מוגבל.

טענה: תהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי קיים מעגל בוליאני C בעל fan-in לא מוגבל המחשב את f בגודל $\mathcal{O}\left(n\cdot2^{n}\right)$ ובעומק 2.

טענה: תהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי קיים מעגל בוליאני C המחשב את f בגודל $\mathcal{O}\left(n\cdot2^{n}\right)$ ובעומק $n+\log_{2}\left(n\right)$.

מסקנה: תהא L שפה אזי קיימת משפחת מעגלים $\mathcal{C}$ מגודל $\mathcal{O}\left(n\cdot2^{n}\right)$ ומעומק $n+\log\left(n\right)$ המחשבת את L.

מסקנה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי קיימת $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ עבורה לכל מעגל בוליאני C המחשב אותה מתקיים $\text{Size}\left(C\right)\ge\frac{2^{n}}{2n}$.

הגודל של פונקציה בוליאנית: יהי $n\in\mathbb{N}$ ותהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי $\text{Size}\left(f\right)=\min\left\{\text{Size}\left(C\right)\mid\left(\text{מעגל }C\right)\wedge\left(\text{מחשבת את }f\text{ }C\right)\right\}$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ ותהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי $\text{Size}\left(f\right)\le15\cdot\left(2^{n}-1\right)$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ ותהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי $\text{Size}\left(f\right)=\mathcal{O}\left(\frac{2^{n}}{n}\right)$.

מסקנה שאנון: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\max\left\{\text{Size}\left(f\right)\mid f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}\right\}=\Theta\left(\frac{2^{n}}{n}\right)$.

משפט: קיים $C\in\mathbb{R}_{+}$ עבורו לכל $n\in\mathbb{N}$ ולכל $S:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ המקיימת $n\le S<C\cdot\frac{2^{n}}{n}$ קיימת $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ באשר f חשיבה על ידי מעגל מגודל $S\left(n\right)+10n$ וכן f לא חשיבה על ידי מעגל מגודל $S\left(n\right)$.

הגדרה: תהא $S:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי $\text{Size}\left(S\left(n\right)\right)=\left\{L\subseteq\{0,1\}^{*}\mid S\left(n\right)\text{ חשיבה על ידי משפחת מעגלים מגודל לכל היותר }L\right\}$.

מסקנה: $\text{Size}\left(2^{n}\right)=\mathcal{P}\left(\{0,1\}^{*}\right)$.

מסקנה: תהא $S:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ עבורה $n\le S\left(n\right)\le\frac{2^{n}}{n}$ אזי $\text{Size}\left(S\left(n\right)\right)\subsetneq\text{Size}\left(S\left(n\right)+10n\right)$.

הגדרה: $\text{Size}\left(\text{Poly}\right)=\bigcup_{c\in\mathbb{N}}\text{Size}\left(n^{c}\right)$.

למה: יהי G גרף אזי $\mathbb{E}_{\text{חתך }(A,B)}\left[\left|E\left(A,B\right)\right|\right]=\frac{\left|E\left(G\right)\right|}{2}$.

טענה: יהי G גרף אזי קיים חתך $\left(A,B\right)$ עבורו $E\left(A,B\right)\ge\frac{\left|E\left(G\right)\right|}{2}$.

פונקציית זוגיות: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי $\text{parity}:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ המוגדרת $\text{parity}\left(x\right)=\bigoplus_{i=1}^{n}x_{i}$.

טענה: קיים מעגל C המחשב את parity_{n} מגודל $\mathcal{O}\left(n\right)$ ועומק $\mathcal{O}\left(\log\left(n\right)\right)$.

משפט: יהי C מעגל המחשב את parity_{n} בעל fan-in לא מוגבל ועומק d אזי $\text{Size}\left(C\right)\ge2^{\Omega\left(n^{\frac{1}{n\cdot d}}\right)}$.

פולינום מולטי־לינארי (מ"ל): יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי $p\in\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}\right]$ בעל דרגה 1.

פולינום מחשב פונקציה בוליאנית: תהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי $p\in\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}\right]$ מ"ל עבורו $f\left(x\right)=p\left(x\right)$ לכל $x\in\{0,1\}^{n}$.

טענה: תהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי קיים פולינום המחשב את f.

סימון: תהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי $\deg\left(f\right)=\min\left\{\deg\left(p\right)\mid\left(p\in\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}\right]\right)\wedge\left(\text{מחשב את }f\text{ }p\right)\right\}$.

מסקנה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\deg\left(\vee_{n}\right)=n$.

פולינום מחשב פונקציה בוליאנית בממוצע עם שגיאה ε: יהי $\varepsilon>0$ ותהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי $p\in\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}\right]$ מ"ל עבורו $\mathbb{P}_{x\leftarrow\{0,1\}^{n}}\left(p\left(x\right)=f\left(x\right)\right)\ge1-\varepsilon$.

טענה: הפולינום 1 מחשב את $\vee_{n}$ בממוצע עם שגיאה $\frac{1}{3}$.

טענה: תהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ חשיבה על ידי מעגל בוליאני מגודל s ועומק d אזי לכל $\varepsilon>0$ קיים פולינום מ"ל $p\in\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}\right]$ מדרגה $\mathcal{O}\left(\left(\log\left(n\right)\cdot\log\left(\frac{s}{\varepsilon}\right)\right)^{d}\right)$ המחשב את f בממוצע עם שגיאה ε.

טענה: יהי $p\in\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}\right]$ מולטי־לינארי ויהי $\delta>0$ עבורו $\mathbb{P}_{x\leftarrow\{0,1\}^{n}}\left(p\left(x\right)=\text{parity}\left(x\right)\right)\ge\frac{1}{2}+\delta$ אזי $\deg\left(p\right)\ge2^{\Omega\left(\delta n\right)}$.

התפלגות משפחת פולינומים מחשבת פונקציה בוליאנית בממוצע עם שגיאה ε: יהי $\varepsilon>0$ ותהא $f:\{0,1\}^{n}\to\{0,1\}$ אזי קבוצת פולינומים מ"ל $P\subseteq\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}\right]$ עבורה לכל $x\in\{0,1\}^{n}$ מתקיים $\mathbb{P}_{p\leftarrow P}\left(p\left(x\right)=f\left(x\right)\right)\ge1-\varepsilon$.

טענה: יהי $\varepsilon>0$ אזי קיימת קבוצת פולינומים מ"ל $P\subseteq\mathbb{R}\left[x_{1}\ldots x_{n}\right]$ מדרגה $\mathcal{O}\left(\log\left(n\right)\cdot\log\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right)$ שמחשבת את $\vee_{n}$ בממוצע עם שגיאה ε.