הצרנה: הפיכת פסוק מילולי לשפה של צורות מתמטיות.

פסוק יסודי: טענה עצמית שיכולה להיות אמת או שקר.

קשר הדיסיונקציה/או: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי $A\vee B$.

קשר הקוניונקציה/גם: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי $A\wedge B$.

קשר האימפליקציה/גרירה: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי $A\Longrightarrow B$.

קשר השלילה: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי $\neg A$.

פסוק/טענה: יהיו $A_1\ldots A_n$ פסוקים יסודיים אזי חיבור $A_1\ldots A_n$ בעזרת קשרים בצורה חוקית.

רישא: יהי $A\Longrightarrow B$ פסוק אזי A.

סיפא: יהי $A\Longrightarrow B$ פסוק אזי B.

השמה: יהיו $A_1\ldots A_n$ פסוקים יסודיים אזי קביעת ערך True או False לכל אחד מהם.

סימון: יהי A פסוק יסודי ותהא v השמה אזי $v\left(A\right)=\text{True}$ אם קבענו כי A מקבל ערך אמת בהשמה v.

סימון: יהי A פסוק יסודי ותהא v השמה אזי $v\left(A\right)=\text{False}$ אם קבענו כי A מקבל ערך שקר בהשמה v.

הערה: יהי A פסוק יסודי ותהא v השמה אזי $\left(\left(v\left(A\right)=\text{True}\right)\wedge\left(v\left(A\right)\neq\text{False}\right)\right)\vee\left(\left(v\left(A\right)=\text{False}\right)\wedge\left(v\left(A\right)\neq\text{True}\right)\right)$.

טבלת אמת: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי טבלה המסכמת את כל ההשמות האפשריות.

טענה טבלאות אמת של קשרים: יהיו A,B פסוקים יסודיים אזי

A	B	$A\vee B$
True	True	True
True	False	True
False	True	True
False	False	False

A	B	$A\wedge B$
True	True	True
True	False	False
False	True	False
False	False	False

A	B	$A\Longrightarrow B$
True	True	True
True	False	False
False	True	True
False	False	True

A	$\neg A$
True	False
False	True

טענה: יהיו $A_1\ldots A_n$ פסוקים יסודיים אזי קיימות 2^n השמות עבורם.

הערה: יהיו A,B פסוקים ותהא v השמה $\left(v\left(A\right)=\text{False}\right)\Longrightarrow\left(v\left(A\Longrightarrow B\right)=\text{True}\right)$.

פסוקים שקולים: יהיו A,B פסוקים נאמר כי $A\equiv B$ אם לכל השמה v מתקיים $v\left(A\right)=v\left(B\right)$.

טענה: יהיו A,B פסוקים אזי

- $\left(A\Longrightarrow B\right)\equiv\left(\left(\neg A\right)\vee B\right)$.
- $\left(A\Longrightarrow B\right)\equiv\left(\left(\neg B\right)\Longrightarrow\left(\neg A\right)\right)$.
- $\left(\neg\left(\neg A\right)\right)\equiv A$.
- $\left(A\wedge\left(B\vee C\right)\right)\equiv\left(\left(A\wedge B\right)\vee\left(A\wedge C\right)\right)$.
- $\left(A\vee\left(B\wedge C\right)\right)\equiv\left(\left(A\vee B\right)\wedge\left(A\vee C\right)\right)$.
- $\left(\neg\left(A\Longrightarrow B\right)\right)\equiv\left(A\wedge\left(\neg B\right)\right)$.
- $\left(A\wedge B\right)\equiv\left(B\wedge A\right)$.
- $\left(A\vee B\right)\equiv\left(B\vee A\right)$.
- $\left(A\wedge\left(B\wedge C\right)\right)\equiv\left(\left(A\wedge B\right)\wedge C\right)$.
- $\left(A\vee\left(B\vee C\right)\right)\equiv\left(\left(A\vee B\right)\vee C\right)$.

כללי דה מורגן: יהיו A,B פסוקים אזי

- $\left(\neg\left(A\wedge B\right)\right)\equiv\left(\left(\neg A\right)\vee\left(\neg B\right)\right)$.
- $\left(\neg\left(A\vee B\right)\right)\equiv\left(\left(\neg A\right)\wedge\left(\neg B\right)\right)$.

אם ורק אם (אם"ם): יהיו A,B פסוקים אזי $\left(A\Longleftrightarrow B\right)\equiv\left(\left(A\Longrightarrow B\right)\wedge\left(B\Longrightarrow A\right)\right)$.

טאוטולוגיה: פסוק A עבורו לכל השמה v מתקיים כי $v\left(A\right)=\text{True}$.

סתירה: פסוק A עבורו לכל השמה v מתקיים כי $v\left(A\right)=\text{False}$.

מסקנה: יהי A פסוק אזי (A סתירה)$\Longleftrightarrow$($\neg A$ טאוטולוגיה).

טענה: יהי P פסוק אזי $P\Longrightarrow P$ טאוטולוגיה.

טענה: יהי P פסוק אזי $P\vee\left(\neg P\right)$ טאוטולוגיה.

פסוק נובע סמנטית: יהיו $\alpha_1 \ldots \alpha_n$ פסוקים אזי פסוק α המקיים כי לכל השמה עבורה $v(\alpha_1) = \ldots = v(\alpha_n) = \text{True}$ מתקיים כי $v(\alpha) = \text{True}$.

פרידיקט n־מקומי: פסוק ב־n משתנים.

כמת קיים: קיים אובייקט שמקיים את הפרידיקט.

סימון: כמת קיים מסומן $\exists$.

כמת לכל: לכל אובייקט מתקיים הפרידיקט.

סימון: כמת לכל מסומן $\forall$.

נוסחה יסודית: יהי p פרידיקט חד־מקומי אזי $\forall x.p(x)$ או $\exists x.p(x)$.

נוסחה: תהיינה $A_1 \ldots A_n$ נוסחאות וטענות יסודיות אזי חיבור $A_1 \ldots A_n$ בעזרת קשרים וכמתים בצורה חוקית.

תחום הכימות/עולם הדיון: קבוצת האובייקטים שמהווים את המקור להצבות של משתנים.

אינטרפרטציה של פרידיקט: תהא p נוסחה ויהי D עולם הדיון אזי השמה מ־D.

סימון: תהא p נוסחה ותהא v השמה מעולם דיון D אם לכל a ב־D מתקיים $p(a)$ אזי $D \models \forall x.p(x)$.

סימון: תהא p נוסחה ותהא v השמה מעולם דיון D אם קיים a ב־D עבורו $p(a)$ אזי $D \models \exists x.p(x)$.

נוסחאות שקולות: יהיו p, q נוסחאות עבורן לכל תחום כימות D מתקיים $D \models (p \iff q)$.

סימון: יהיו p, q נוסחאות שקולות אזי $p \equiv q$.

טענה: יהיו p, q, φ, ψ נוסחאות אזי

- $(\neg(\exists x.p(x))) \equiv (\forall x.(\neg p(x)))$.
- $(\neg(\forall x.p(x))) \equiv (\exists x.(\neg p(x)))$.
- $(\forall x.\forall y.\varphi(x,y)) \equiv (\forall y.\forall x.\varphi(x,y))$.
- $\exists x.\exists y.\varphi(x,y) \equiv \exists y.\exists x.\varphi(x,y)$.
- $\forall x.(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \equiv (\forall x.\varphi(x)) \wedge (\forall y.\psi(y))$.
- $\exists x.(\varphi(x) \vee \psi(x)) \equiv (\exists x.\varphi(x)) \vee (\exists y.\psi(y))$.

הוכחת טענת קיים: $\exists x.P(x)$ נציג x עבורו מתקיים $P(x)$.

הוכחת טענת לכל: $\forall x.P(x)$ נציג עבור x כללי בתחום הכימות.

קיים יחיד: תהא φ נוסחה אזי $(\exists! x.\varphi(x)) \equiv ((\exists x.\varphi(x)) \wedge (\forall x.\forall y.((\varphi(x) \wedge \varphi(y)) \implies (x = y))))$.

כתיב יוטא: תהא φ נוסחה עבורה $\exists! x.\phi(x)$ אזי $\phi(\iota x.\phi(x))$ אמת.

הערה: אנו נעבוד מעל מערכת האקסיומות ZFC.

קבוצה: אוסף של איברים ללא חשיבות לסדר וללא חזרות.

שייך: תהא A קבוצה אזי $a \in A$ אם a נמצאת ב־A.

סימון: תהא A קבוצה ויהי a אזי $(a \notin A) \iff (\neg(a \in A))$.

רישום קבוצה:

- רשימת איברים: $\{a_1, \ldots, a_n\}$ באשר $(a \in \{a_1, \ldots, a_n\}) \iff ((a = a_1) \vee \ldots \vee (a = a_n))$.
- עקרון ההפרדה: $\{x \in A \mid \phi(x)\}$ באשר $(a \in \{x \in A \mid \phi(x)\}) \iff ((a \in A) \wedge \phi(a))$.
- עיקון ההחלפה: $\{f(x) \mid x \in A\}$ באשר $(a \in \{f(x) \mid x \in A\}) \iff (\exists x \in A.f(x) = a)$.

הקבוצה הריקה: $\varnothing = \{\}$.

הטבעיים: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

השלמים החיוביים: $\mathbb{N}_+ = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 0\}$.

הראשוניים: $\mathbb{P} = \{p \in \mathbb{N}_+ \mid \forall n \in \mathbb{N}_+.((1 < n < p) \implies n \nmid p)\}$.

השלמים: $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

הרציונליים: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{N}_+\right\}$.

הממשיים: $\mathbb{R} =$"כל המספרים הממשיים".

הממשיים החיוביים: $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.

המרוכבים: $\mathbb{C} = \{a + ib \mid (a \in \mathbb{R}) \wedge (b \in \mathbb{R})\}$.

קטע/אינטרוול: יהיו $a, b \in \mathbb{R}$ באשר $a \leq b$ אזי

- $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$.

- $(a,b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$.
- $[a,b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$.
- $[a,b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$.

הכלה: תהיינה A, B קבוצות אזי $(A \subseteq B) \iff (\forall x ((x \in A) \implies (x \in B)))$.

טענה: תהא A קבוצה אזי $\varnothing \subseteq A$.

סימון: תהיינה A, B קבוצות אזי $(A \nsubseteq B) \iff (\neg (A \subseteq B))$.

מוכל ממש: תהיינה A, B קבוצות אזי $(A \subset B) \iff ((A \subseteq B) \wedge (B \nsubseteq A))$.

טענה: תהיינה A, B, C קבוצות אזי $((A \subseteq B) \wedge (B \subseteq C)) \implies (A \subseteq C)$.

שיוויון/עקרון האקסטנציונליות: תהיינה A, B קבוצות אזי $(A = B) \iff (\forall x ((x \in A) \iff (x \in B)))$.

טענה: תהיינה A, B קבוצות אזי $(A = B) \iff (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$.

טענה יחידות הקבוצה הריקה: $\forall X (\forall y. y \notin X \implies X = \varnothing)$.

חיתוך: תהיינה A, B קבוצות אזי $A \cap B = \{x \in A \mid x \in B\}$.

איחוד: תהיינה A, B קבוצות אזי $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$.

חיסור: תהיינה A, B קבוצות אזי $A \backslash B = \{x \in A \mid x \notin B\}$.

משלים: תהיינה A, B קבוצות אזי $A^{\mathcal{C}} = \{x \in \mathcal{U} \mid x \notin A\}$.

הפרש סימטרי: תהיינה A, B קבוצות אזי $A \triangle B = (A \backslash B) \cup (B \backslash A)$.

טענה: תהיינה A, B, C קבוצות אזי

- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$.
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- $A \cup B = B \cup A$.
- $A \cap B = B \cap A$.
- $(A \cup B)^{\mathcal{C}} = A^{\mathcal{C}} \cap B^{\mathcal{C}}$.
- $(A \cap B)^{\mathcal{C}} = A^{\mathcal{C}} \cup B^{\mathcal{C}}$.

משפט האינדוקציה: יהי $P(x)$ פרידיקט אזי $(P(0) \wedge (\forall n \in \mathbb{N}. P(n) \implies P(n+1))) \implies (\forall n \in \mathbb{N}. P(n))$.

עוצמה: תהא A קבוצה אזי $|A|$ היא כמות האיברים ב־A.

קבוצת החזקה: תהא A קבוצה אזי $\mathcal{P}(A) = \{B \mid B \subseteq A\}$.

הערה: תהא A קבוצה סופית אזי $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$.

טענה: תהיינה A, B קבוצות אזי $(A \subseteq B) \iff (\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B))$.

חיתוך מוכלל: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i \in I$ אזי $\bigcap_{i \in I} A_i = \{x \mid \forall i \in I. x \in A_i\}$.

איחוד מוכלל: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i \in I$ אזי $\bigcup_{i \in I} A_i = \{x \mid \exists i \in I. x \in A_i\}$.

סימון: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i \in I$ אזי $\bigcap \{A_i \mid i \in I\} = \bigcap_{i \in I} A_i$.

סימון: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i \in I$ אזי $\bigcup \{A_i \mid i \in I\} = \bigcup_{i \in I} A_i$.

סימון: תהא A_i קבוצה לכל $i \in \mathbb{N}$ אזי $\bigcap_{i=0}^{\infty} A_i = \bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i$.

סימון: תהא A_i קבוצה לכל $i \in \mathbb{N}$ אזי $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i$.

ערך שלם תחתון: יהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $\lfloor x \rfloor = \max(n \in \mathbb{Z} \mid n \leq x)$.

ערך שלם עליון: יהי $x \in \mathbb{R}$ אזי $\lceil x \rceil = \min(n \in \mathbb{Z} \mid x \leq n)$.

משפט: קיימת טענה $\phi(x)$ כך ש־$\{x \mid \phi(x)\}$ איננה קבוצה.

פרדוקס ראסל: הקבוצה $\{x \mid x \notin x\}$ איננה מוגדרת.

מסקנה: קבוצת כל הקבוצות איננה מוגדרת.

זוג סדור: יהיו x, y אזי $\langle x, y \rangle = \{\{x\}, \{x, y\}\}$.

טענה: יהיו a, b, c, d אזי $(\langle a, b \rangle = \langle c, d \rangle) \iff ((a = c) \wedge (b = d))$.

מכפלה קרטזית: תהיינה A, B קבוצות אזי $A \times B = \{\langle a, b \rangle \mid a \in A \wedge b \in B\}$.

סימון: תהא A קבוצה אזי $A^1 = A$.

חזקה: תהא A קבוצה אזי $A^n=A^{n-1}\times A$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות אזי

- $A\times(B\cup C)=(A\times B)\cup(A\times C)$.
- $A\times(B\cap C)=(A\times B)\cap(A\times C)$.

איחוד זר: תהיינה A,B קבוצות עבורן $A\cap B=\varnothing$ אזי $A\uplus B=A\cup B$.

הערה: תהיינה $A_1\dots A_n$ קבוצות סופיות אזי $|A_1\times\dots\times A_n|=|A_1|\cdot\ldots\cdot|A_n|$.

המישור הממשי: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $\mathbb{R}^n$.

יחס: תהיינה A,B קבוצות אזי $R\subseteq A\times B$.

הגדרה:

- $<_{\mathbb{N}}=\left\{\langle n,m\rangle\in\mathbb{N}^2\mid\exists k\in\mathbb{N}_+.n+k=m\right\}$.
- $\leq_{\mathbb{N}}=\left\{\langle n,m\rangle\in\mathbb{N}^2\mid\exists k\in\mathbb{N}.n+k=m\right\}$.
- $\mathrm{Id}_A=\{\langle n,n\rangle\mid\in A\}$.

סימון: תהיינה A,B קבוצות תהא $R\subseteq A\times B$ יהי $a\in A$ ויהי $b\in B$ אזי $(aRb)\iff(\langle a,b\rangle\in R)$.

מקור/תחום: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $\mathrm{Dom}\left(R\right)=\{a\in A\mid\exists b\in B.aRb\}$.

תמונה: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $\mathrm{Im}\left(R\right)=\{b\in B\mid\exists a\in A.aRb\}$.

יחס הופכי: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $R^{-1}=\{\langle b,a\rangle\mid aRb\}$.

טענה: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $\left(R^{-1}\right)^{-1}=R$.

טענה: יהי $R\subseteq A\times B$ אזי $\mathrm{Dom}\left(R^{-1}\right)=\mathrm{Im}\left(R\right)$.

הרכבה: יהי $R\subseteq A\times B$ ויהי $S\subseteq B\times C$ אזי $S\circ R=\{\langle a,c\rangle\in A\times C\mid\exists b\in B.aRb\wedge bSc\}$.

טענה: תהא $R\subseteq A\times B$ ותהא $S\subseteq C\times A$ אזי $(R\circ S)^{-1}=S^{-1}\circ R^{-1}$.

טענה: תהא $R\subseteq A\times B$ אזי $R=R\circ\mathrm{Id}_A$.

טענה: תהא $R\subseteq A\times B$ אזי $R=\mathrm{Id}_B\circ R$.

יחס רפלקסיבי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a\in A.aRa$.

יחס סימטרי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.aRb\Longrightarrow bRa$.

יחס טרנזיטיבי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b,c\in A.aRb\wedge bRc\Longrightarrow aRc$.

יחס שקילות: יחס $R\subseteq A^2$ באשר R רפלקסיבי סימטרי וטרנזיטיבי.

מחלק: יהיו $n,m\in\mathbb{Z}$ אזי $(n|m)\iff(\exists k\in\mathbb{Z}.kn=m)$.

משפט חלוקה עם שארית: יהי $n\in\mathbb{Z}$ ויהי $m\in\mathbb{Z}\backslash\{0\}$ אזי קיים ויחיד $r\in\{0,\dots,m\}$ וקיים ויחיד $q\in\mathbb{Z}$ עבורם $n=m\cdot q+r$.

טענה: יהי $R\subseteq A^2$ אזי

- (R רפלקסיבי)$\Longleftrightarrow$($\mathrm{Id}_A\subseteq R$).
- (R סימטרי)$\Longleftrightarrow$($R^{-1}=R$).
- (R טרנזיטיבי)$\Longleftrightarrow$($R\circ R\subseteq R$).

מחלקת שקילות: יהי $R\subseteq A^2$ יחס שקילות ויהי $x\in A$ אזי $[x]_R=\{y\in A\mid xRy\}$.

קבוצת מנה/מודולו: יהי $R\subseteq A^2$ יחס שקילות אזי $^A/_R=\{[x]_R\mid x\in A\}$.

טענה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס שקילות ויהיו $a,b\in A$ אזי

- $([a]_R\cap[b]_R\neq\varnothing)\Longrightarrow[a]_R=[b]_R$.
- $aRb\Longleftrightarrow b\in[a]_R\Longleftrightarrow[a]_R=[b]_R\Longleftrightarrow a\in[b]_R\Longleftrightarrow bRa$.
- $\neg(aRb)\Longleftrightarrow[a]_R\cap[b]_R=\varnothing$.

מערכת נציגים: יהי $R\subseteq A^2$ יחס שקילות אזי $C\subseteq A$ המקיימת $(\forall a,b\in C.\,[a]\cap[b]=\varnothing)\wedge(\forall a\in A.\exists b\in C.aRb)$.

חלוקה: תהא A קבוצה אזי $\Pi\subseteq\mathcal{P}\left(A\right)\backslash\{\varnothing\}$ עבורה $(\biguplus\Pi=A)\wedge(\forall X,Y\in\Pi.\,((X\neq Y)\Longrightarrow(X\cap Y=\varnothing)))$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $k\in\mathbb{N}_+$ תהא $\langle a_1,\dots,a_k\rangle\in A^k$ ויהי $i\in\{1,\dots,k\}$ אזי $(\langle a_1,\dots,a_k\rangle)_i=a_i$.

סימון: יהי $a\in\mathbb{N}^1$ אזי $\prod_{i=1}^1 a_i=a_1$.

סימון: יהי $k\in\mathbb{N}_+$ ויהי $a\in\mathbb{N}^k$ אזי $\prod_{i=1}^k a_i=\left(\prod_{i=1}^{k-1}a_i\right)\cdot a_k$.

המשפט היסודי של האריתמטיקה: יהי $t\in\mathbb{N}_+$ אזי קיים ויחיד $k\in\mathbb{N}$ וקיים ויחיד $a\in\mathbb{P}^k$ עבורם $\prod_{i=1}^k a_i=t$.

משפט: לכל $n\in\mathbb{N}$ מתקיים $|\mathbb{P}|\geq n$.

החלוקה המושרית מהיחס: תהא A קבוצה ויהי $R \subseteq A^2$ יחס שקילות אזי ${}^{A}/_{R}$ חלוקה של A.

היחס המושרה מהחלוקה: תהא A קבוצה ותהא Π חלוקה של A אזי $R_\Pi = \biguplus_{X \in \Pi} X^2$.

טענה: תהא A קבוצה ותהא Π חלוקה של A אזי R_Π יחס שקילות מעל A.

משפט: תהא A קבוצה ויהי $S \subseteq A^2$ יחס שקילות אזי $R_{({}^{A}/_{S})} = S$.

משפט: תהא A קבוצה ותהא Π חלוקה של A אזי ${}^{A}/_{R_\Pi} = \Pi$.

יחס מלא: יחס $R \subseteq A \times B$ עבורו $\forall a \in A. \exists b \in B. aRb$.

פונקציה חלקית/יחס חד־ערכי (ח"ע): יחס $R \subseteq A \times B$ עבורו $\forall a \in A. \forall b_1, b_2 \in B. (((aRb_1) \wedge (aRb_2)) \Longrightarrow (b_1 = b_2))$.

סימון: יהי $f \subseteq A \times B$ יחס חד־ערכי יהי $a \in A$ ויהי $b \in B$ אזי $(afb) \Longleftrightarrow (f(a) = b)$.

פונקציה: יחס $R \subseteq A \times B$ באשר R חד־ערכי ומלא.

הגדרה: תהיינה A, B קבוצות אזי $\{f \in \mathcal{P}(A \times B) \mid f \text{ פונקציה}\} = A \to B$.

סימון: תהיינה A, B קבוצות אזי $A^B = A \to B$.

סימון: תהיינה A, B קבוצות אזי ${}^{B}A = A^B$.

הערה: תהיינה A, B קבוצות סופיות אזי $\left|A^B\right| = |A|^{|B|}$.

סימון: תהיינה A, B קבוצות ויהי $f \subseteq A \times B$ יחס אזי $(f \in A \to B) \Longleftrightarrow (f : A \to B)$.

כתיב למבדא: תהיינה A, B קבוצות ותהא $f : A \to B$ אזי

- $(\lambda x \in A. f(x)) = \{\langle x, f(x) \rangle \mid x \in A\}$.
- יהי $a \in A$ אזי $(\lambda x \in A. f(x))(a) = f(a)$.

שיוויון פונקציות: תהיינה f, g פונקציות אזי $(f = g) \Longleftrightarrow ((\text{Dom}(f) = \text{Dom}(g)) \wedge (\forall x \in \text{Dom}(f). f(x) = g(x)))$.

תמונה: תהיינה A, B קבוצות תהא $f : A \to B$ יהי $a \in A$ ויהי $b \in B$ באשר $f(a) = b$ אזי b.

מקור: תהיינה A, B קבוצות תהא $f : A \to B$ יהי $a \in A$ ויהי $b \in B$ באשר $f(a) = b$ אזי a.

קבוצת התמונות: תהא $f : A \to B$ ותהא $X \subseteq A$ אזי $f[X] = \{f(a) \mid a \in X\}$.

קבוצת המקורות: תהא $f : A \to B$ ותהא $Y \subseteq B$ אזי $f^{-1}[Y] = \{a \in A \mid f(a) \in Y\}$.

טווח: תהיינה A, B קבוצות ותהא $f : A \to B$ אזי $\text{Range}(f) = B$.

סימון: $f(a, b) = f(\langle a, b \rangle)$.

פונקציית curry: תהיינה A, B, C קבוצות אזי $\text{curry} : C^{A \times B} \to \left(C^B\right)^A$ באשר $\text{curry} = \lambda f \in C^{A \times B}. \lambda a \in A. \lambda b \in A. f(\langle a, b \rangle)$.

צמצום: תהא $f : A \to B$ ותהא $X \subseteq A$ אזי $f_{\restriction X} : X \to B$ באשר $f_{\restriction X} = \lambda x \in X. f(x)$.

משפט: תהא $f \in A \to B$ ותהא $g \in B \to C$ אזי $\forall a \in A. (g \circ f)(a) = g(f(a))$.

משפט: תהא $f \in A \to B$ ותהא $g \in B \to C$ אזי $g \circ f : A \to C$.

טענה: תהא $h : A \to B$ תהא $g : B \to C$ ותהא $f : C \to D$ אזי $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$.

פונקציה חד־חד־ערכית (חח"ע): פונקציה $f : A \to B$ עבורה $\forall a_1, a_2. (f(a_1) = f(a_2)) \Longrightarrow (a_1 = a_2)$.

פונקציה n־ערכית: פונקציה $f : A \to B$ עבורה $\forall b \in B. \left|f^{-1}[\{b\}]\right| = n$.

פונקציה על: פונקציה $f : A \to B$ עבורה $\forall b \in B. \exists a \in A. f(a) = b$.

משפט: תהא $f : A \to B$ אזי

- (f חח"ע)$\Longleftrightarrow$(f^{-1} ח"ע).
- (f על)$\Longleftrightarrow$(f^{-1} מלאה).
- (f חח"ע ועל)$\Longleftrightarrow$($f^{-1} : B \to A$).

הפיכות: תהא $f : A \to B$ אזי

- הפיכה משמאל: $\exists g \in B \to A. g \circ f = Id_A$.
- הפיכה מימין: $\exists g \in B \to A. f \circ g = Id_B$.
- זיווג/הפיכה: f הפיכה מימין וכן הפיכה משמאל.

משפט: תהיינה $A, B \neq \varnothing$ ותהא $f : A \to B$ אזי

- (f חח"ע)$\Longleftrightarrow$(f הפיכה משמאל). אקסיומת הבחירה
- (f על)$\Longleftrightarrow$(f הפיכה מימין). אקסיומת הבחירה

מסקנה: תהיינה $A, B \neq \varnothing$ ותהא $f : A \to B$ אזי (f חח"ע ועל)$\Longleftrightarrow$(f הפיכה). אקסיומת הבחירה

משפט: יהיו $A,B\neq\varnothing$ תהא $f:A\to B$ ותהיינה $g,h:B\to A$ עבורן $g\circ f=\mathrm{Id}_A$ וכן $h\circ f=\mathrm{Id}_A$ וכן $f\circ g=\mathrm{Id}_B$ וכן $f\circ h=\mathrm{Id}_B$ אזי $g=h$.

חלוקה למקרים: תהיינה A,B,C קבוצות יהי q פרידיקט תהא $f:A\to C$ ותהא $g:B\to C$ אזי $h:A\cup B\to C$ עבורה

- לכל $x\in A\cup B$ אם $q\left(x\right)$ אזי $x\in A$ וכן $h\left(x\right)=f\left(x\right)$.
- לכל $x\in A\cup B$ אם $\neg q\left(x\right)$ אזי $x\in B$ וכן $h\left(x\right)=g\left(x\right)$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות יהי q פרידיקט תהא $f:A\to C$ ותהא $g:B\to C$ ותהיינה $h_1,h_2:A\cup B\to C$ חלוקות למקרים אזי $h_1=h_2$.

סימון: תהיינה A,B,C קבוצות יהי q פרידיקט תהא $f:A\to C$ ותהא $g:B\to C$ אזי $\lambda x\in A\cup.\begin{cases} f(x) & q(x)\\ g(x) & \text{else}\end{cases}$ חלוקה למקרים.

חלוקה למקרים: תהיינה $A_1\ldots A_n,C$ קבוצות יהיו $q_1\ldots q_{n-1}$ פרידיקטים ותהיינה $f_1\ldots f_n$ פונקציות באשר $f_i:A_i\to C$ לכל $i\in\{1,\ldots,n\}$ אזי $h:\bigcup_{i=1}^{n}A_i\to C$ עבורה

- לכל $x\in\bigcup_{i=1}^{n}A_i$ אם $q_i\left(x\right)\wedge\left(\forall j\in\{1,\ldots,i-1\}.\left(\neg q_j\left(x\right)\right)\right)$ אזי $x\in A_i$ וכן $h\left(x\right)=f_i\left(x\right)$.
- לכל $x\in\bigcup_{i=1}^{n}A_i$ אם $\forall j\in\{1,\ldots,n-1\}.\left(\neg q_j\left(x\right)\right)$ אזי $x\in A_n$ וכן $h\left(x\right)=f_n\left(x\right)$.

טענה: תהיינה $A_1\ldots A_n,C$ קבוצות יהיו $q_1\ldots q_{n-1}$ פרידיקטים תהיינה $f_1\ldots f_n$ פונקציות באשר $f_i:A_i\to C$ לכל $i\in\{1,\ldots,n\}$ ותהיינה $h_1,h_2:A\cup B\to C$ חלוקות למקרים אזי $h_1=h_2$.

סימון: תהיינה $A_1\ldots A_n,C$ קבוצות יהיו $q_1\ldots q_{n-1}$ פרידיקטים ותהיינה $f_1\ldots f_n$ פונקציות באשר $f_i:A_i\to C$ לכל $i\in\{1,\ldots,n\}$ אזי $\lambda x\in A\cup.\begin{cases} f_1(x) & q_1(x)\\ \vdots & \vdots\\ f_{n-1}(x) & q_{n-1}(x)\\ f_n(x) & \text{else}\end{cases}$ חלוקה למקרים.

הגדרה: תהיינה A,B קבוצות אזי

- $\left(|A|=|B|\right)\Longleftrightarrow$(קיימת $f:A\to B$ הפיכה).
- $\left(|A|\le|B|\right)\Longleftrightarrow$(קיימת $f:A\to B$ חח"ע).

סימון: תהיינה A,B קבוצות אזי

- $\left(|A|\ne|B|\right)\Longleftrightarrow\left(\neg\left(|A|=|B|\right)\right)$.
- $\left(|A|<|B|\right)\Longleftrightarrow\left(\left(|A|\le|B|\right)\wedge\left(|A|\ne|B|\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה אזי $|A|=|A|$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות עבורן $A\subseteq B$ אזי $|A|\le|B|$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות אזי$\left(|A|=|B|\right)\Longleftrightarrow\left(|B|=|A|\right)$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות עבורן $|A|\le|B|$ וכן $|B|\le|C|$ אזי $|A|\le|C|$.

משפט: תהיינה A,B קבוצות אזי $\left(|A|\le|B|\right)\Longleftrightarrow$(קיימת $f:B\to A$ על). אקסיומת הבחירה

טענה: תהיינה A,A',B,B' קבוצות עבורן $|A|=|A'|$ וכן $|B|=|B'|$ אזי

- $|A\times B|=|A'\times B'|$.
- $|\mathcal{P}\left(A\right)|=|\mathcal{P}\left(A'\right)|$.
- $\left|A^B\right|=\left|\left(A'\right)^{B'}\right|$.
- $|A\uplus B|=|A'\uplus B'|$.

משפט קנטור ברנשטיין שרדר (קש"ב): תהיינה A,B קבוצות עבורן $|A|\le|B|$ וכן $|B|\le|A|$ אזי $|A|=|B|$.

סימון: $|\mathbb{N}|=\aleph_0$.

קבוצה בת־מנייה: קבוצה A עבורה $|A|=\aleph_0$.

קבוצה סופית: קבוצה A עבורה $\exists n\in\mathbb{N}.|A|=n$.

מסקנה: $|\mathbb{Q}|=|\mathbb{Z}|=|\mathbb{N}^n|=|\mathbb{N}_{even}|=|\mathbb{N}_{odd}|=\aleph_0$.

משפט: תהא A קבוצה אזי

- (A סופית)$\Longleftrightarrow\left(|A|<\aleph_0\right)$.
- (A אינסופית)$\Longleftrightarrow\left(\aleph_0\le|A|\right)$. אקסיומת הבחירה
- (A אינסופית)$\Longleftrightarrow\left(\exists B\subset A.|A|=|B|\right)$. אקסיומת הבחירה

מסקנה: יהיו $n,m\in\mathbb{N}$ ותהיינה A,B קבוצות עבורן $|A|=n$ וכן $|B|=m$ אזי

- $\left(|A|\le|B|\right)\Longleftrightarrow\left(n\le_{\mathbb{N}}m\right)$.
- $\left(|A|=|B|\right)\Longleftrightarrow\left(n=_{\mathbb{N}}m\right)$.

- $(|A|<|B|)\iff(n<_{\mathbb{N}}m)$.

משפט איחוד לכל היותר בן־מנייה של קבוצות לכל היותר בנות־מנייה הוא לכל היותר בן־מנייה: תהא $\mathcal{A}$ קבוצה עבורה $|\mathcal{A}|\le\aleph_0$ וכן $\forall X\in\mathcal{A}.\,|X|\le\aleph_0$ אזי $|\bigcup\mathcal{A}|\le\aleph_0$. אקסיומת הבחירה

סימון: תהא $\mathbb{F}\subseteq\mathbb{C}$ אזי $\mathbb{F}_n\left[x\right]=\left\{\sum_{i=0}^{n}\alpha_ix^i\mid\forall i\in\mathbb{N}.\alpha_i\in\mathbb{F}\right\}$.

סימון: תהא $\mathbb{F}\subseteq\mathbb{C}$ אזי $\mathbb{F}\left[x\right]=\bigcup_{n=0}^{\infty}\mathbb{F}_n\left[x\right]$.

מספר אלגברי: מספר $a\in\mathbb{R}$ עבורו $\exists p\in\mathbb{Z}\left[x\right].p\left(a\right)=0$.

מסקנה: יהי $q\in\mathbb{Q}$ אזי q מספר אלגברי.

משפט: יהי $p\in\mathbb{R}\left[x\right]$ עבורו $\exists a\in\mathbb{R}.p\left(a\right)\neq0$ אזי $|\{x\in\mathbb{R}\mid p\left(x\right)=0\}|\le\deg\left(p\right)$.

טענה: $|\mathbb{Z}\left[x\right]|=\aleph_0$.

משפט האלכסון של קנטור: $\aleph_0<|\mathbb{N}\to\{0,1\}|$.

סימון: תהא A קבוצה אזי $2^{|A|}=|A\to\{0,1\}|$.

משפט: תהא A קבוצה אזי $2^{|A|}=|\mathcal{P}\left(A\right)|$.

עוצמת הרצף: $|\mathbb{R}|=\aleph=\mathfrak{c}$.

קבוצה מעוצמת הרצף: קבוצה A עבורה $|A|=\aleph$.

משפט: $|\mathbb{N}\to\{0,1\}|=|\mathbb{R}^n|=|\mathcal{P}\left(\mathbb{N}\right)|=\aleph$.

מסקנה: $2^{\aleph_0}=\aleph$.

פונקציית האינדיקטור: תהא A קבוצה אזי $\chi=\lambda A.\lambda B\in\mathcal{P}\left(A\right).\lambda a\in A.\left\{\begin{smallmatrix}1 & a\in B\\ 0 & \text{else}\end{smallmatrix}\right.$.

סימון: תהא A קבוצה ותהא $B\in\mathcal{P}\left(A\right)$ אזי $\chi_B^A=\chi\left(A\right)\left(B\right)$.

סימון: $\mathbb{1}=\chi$.

משפט קנטור: תהא A קבוצה אזי $|A|<|\mathcal{P}\left(A\right)|$.

מסקנה: יש אינסוף עוצמות אינסופיות.

משפט: תהא A קבוצה באשר $\aleph_0\le|A|$ אזי $|A^n|=|A|$.

משפט: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ באשר $a<b$ אזי $|(a,b)|=|[a,b)|=|(a,b]|=|[a,b]|=2^{\aleph_0}$.

השערת הרצף: $\neg\left(\exists a.\aleph_0<a<\aleph\right)$. זוהי לא טענה

משפט: ב־ZFC לא ניתן להוכיח ולא ניתן להפריך את השערת הרצף.

משפט אי השלמות הראשון של גדל: בכל מערכת אקסיומות T אם T מספיק איכותית כדי לתאר את $\mathbb{N}$ אזי קיימת טענה α כך ש־T לא מוכיחה את α וגם T לא מוכיחה את $\neg\alpha$.

חשבון עוצמות: תהיינה A,B קבוצות אזי
- $|A|+|B|=|A\times\{0\}\uplus B\times\{1\}|$.
- $|A|\cdot|B|=|A\times B|$.
- $|A|^{|B|}=|B\to A|$.

טענה: תהיינה κ,λ,μ עוצמות אזי
- אסוציטיביות: $\kappa+\left(\lambda+\mu\right)=\left(\kappa+\lambda\right)+\mu$ וכן $\left(\kappa\cdot\lambda\right)\cdot c=\kappa\cdot\left(\lambda\cdot c\right)$.
- חילופיות: $\kappa+\lambda=\lambda+\kappa$ וכן $\kappa\cdot\lambda=\lambda\cdot\kappa$.
- חוק הפילוג והקיבוץ: $\kappa\cdot\left(\lambda+\mu\right)=\kappa\cdot\lambda+\kappa\cdot\mu$.
- יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $\kappa\cdot n=\sum_{i=1}^{n}\kappa$.

משפט: תהיינה κ,λ,μ,ν עוצמות עבורן $\kappa\le\lambda$ וכן $\mu\le\nu$ אזי
- $\kappa+\mu\le\lambda+\nu$.
- $\kappa\cdot\mu\le\lambda\cdot\nu$.
- $\kappa^\mu\le\lambda^\nu$.

משפט: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי
- $\aleph_0+n=\aleph_0$.
- $\aleph_0\cdot n=\aleph_0$.
- $\aleph+n=\aleph$.
- $\aleph\cdot n=\aleph$.

משפט: תהיינה κ,λ עוצמות אינסופית אזי $\kappa\cdot\lambda=\max(\kappa,\lambda)$.

משפט: יהיו κ,λ עוצמות אינסופית אזי $\kappa+\lambda=\max(\kappa,\lambda)$.

מסקנה:

- $\aleph_0+\aleph_0=\aleph_0$.
- $\aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0$.
- $\aleph+\aleph=\aleph$.
- $\aleph\cdot\aleph=\aleph$.
- $\aleph_0+\aleph=\aleph$.
- $\aleph_0\cdot\aleph=\aleph$.

משפט: תהיינה κ,λ,μ עוצמות אזי

- $\kappa^{\lambda+\mu}=\kappa^\lambda\cdot\kappa^\mu$.
- $\left(\kappa^\lambda\right)^\mu=\kappa^{\lambda\cdot\mu}$.
- $(\kappa\cdot\lambda)^\mu=\kappa^\mu\cdot\lambda^\mu$.

מסקנה: תהא κ עוצמה באשר $\kappa\geq\aleph_0$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\kappa+n=\kappa$.

מסקנה: $|\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}|=\aleph$.

מסקנה: $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ צפופה ב־$\mathbb{R}$.

יחס אנטי סימטרי חלש: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.\left((aRb\wedge bRa)\Longrightarrow(a=b)\right)$.

יחס אנטי סימטרי חזק: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.\left(aRb\Longrightarrow(\neg bRa)\right)$.

יחס אנטי רפלקסיבי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a\in A.\left(\neg aRa\right)$.

יחס סדר חלש: יחס $R\subseteq A^2$ באשר R רפלקסיבי אנטי סימטרי חלש וטרנזיטיבי.

יחס סדר חזק: יחס $R\subseteq A^2$ באשר R אנטי רפלקסיבי אנטי סימטרי חזק וטרנזיטיבי.

טענה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס אזי (R אנטי סימטרי חזק)$\Longleftrightarrow$(R אנטי סימטרי חלש אנטי רפלקסיבי).

מסקנה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס סדר חזק אזי $R\cup\mathrm{Id}_A$ יחס סדר חלש.

מסקנה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס סדר חלש אזי $R\backslash\mathrm{Id}_A$ יחס סדר חזק.

הערה: תהא A קבוצה ויהי $R\subseteq A^2$ יחס אזי $\langle A,R\rangle$ מסמן את היחס R על A.

היחס המילוני: תהא A קבוצה יהי $\prec$ יחס סדר חזק על A ויהיו $x,y,z,w\in A$ אזי $\left(\langle x,y\rangle\prec_{\mathrm{Lex}}\langle z,w\rangle\right)\Longleftrightarrow\left((x\prec z)\vee\left((x=z)\wedge(y\prec w)\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה ויהי $\prec$ יחס סדר חזק על A אזי $\prec_{\mathrm{Lex}}$ יחס סדר חזק.

יחס השליטה בכל מקום: תהיינה $f,g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי $(f\leq g)\Longleftrightarrow\left(\forall n\in\mathbb{N}.f(n)\leq g(n)\right)$.

טענה: $\langle\mathbb{N}\to\mathbb{N},\leq\rangle$ יחס סדר חלש.

יחס השליטה כמעט בכל מקום: תהיינה $f,g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי $(f<^*g)\Longleftrightarrow\left(\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\geq N.f(n)<g(n)\right)$.

טענה: $\langle\mathbb{N}\to\mathbb{N},<^*\rangle$ יחס סדר חזק.

יחס קווי/טוטלי/לינארי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.\left((aRb)\vee(bRa)\vee(a=b)\right)$.

איבר מקסימלי/מירבי: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left((\neg(xRy))\vee(y=x)\right)$.

מקסימום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left((yRx)\vee(y=x)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ מקסימומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ המקסימום של X אזי $\max_R(X)=x$.

איבר מינימלי: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left((\neg(yRx))\vee(y=x)\right)$.

מינימום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left((xRy)\vee(y=x)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ מינימומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ המינימום של X אזי $\min_R(X)=x$.

חסם עליון/מלעיל: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ עבורו $\forall x\in X.\left((yRa)\vee(y=x)\right)$.

סופרמום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ חסם מלעיל של X עבורו לכל $b\in A$ חסם מלעיל מתקיים $(aRb)\vee(a=b)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ סופרמומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ הסופרמום של X אזי $\sup_{R}\left(X\right)=x$.

חסם תחתון/מלרע: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ עבורו $\forall x\in X.\left(\left(aRy\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

אינפימום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ חסם מלרע של X עבורו לכל $b\in A$ חסם מלרע מתקיים $\left(bRa\right)\vee\left(a=b\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ אינפימומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ האינפימום של X אזי $\inf_{R}\left(X\right)=x$.

משפט שלמות הממשיים: תהא $X\subseteq\mathbb{R}$ באשר $X\neq\varnothing$ אזי

- (קיים ל־X חסם מלעיל)$\Longleftarrow$(קיים ל־X סופרמום).
- (קיים ל־X חסם מלרע)$\Longleftarrow$(קיים ל־X אינפימום).

הומומורפיזם/פונקציה שומרת סדר: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle$ יחסים אזי פונקציה $f:A\to B$ עבורה $\forall a,b\in A.\left(\left(aRb\right)\iff\left(f\left(a\right)Sf\left(b\right)\right)\right)$.

טענה: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle ,\left\langle C,T\right\rangle$ יחסים תהא $f:A\to B$ פונקציה שומרת סדר ותהא $g:B\to C$ פונקציה שומרת סדר אזי $g\circ f$ פונקציה שומרת סדר.

איזומורפיזם: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle$ יחסים אזי פונקציה $f:A\to B$ באשר f הומומורפיזם וזיווג.

סימון: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle$ יחסים עבום קיים איזומורפיזם $f:A\to B$ אזי $\left\langle A,R\right\rangle \cong\left\langle B,S\right\rangle$.

יחס סדר טוב: יחס $\left\langle A,R\right\rangle$ עבורו R יחס סדר חזק קווי וכן לכל $\varnothing\neq X\subseteq A$ קיים מינימום.

אינדוקציה טרנספיניטית: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב ויהי $P\left(x\right)$ פרדיקט אזי $\left(P\left(\min\left(A\right)\right)\wedge\left(\forall a,b\in A.\left(P\left(a\right)\wedge aRb\right)\Longrightarrow P\left(b\right)\right)\right)\Longrightarrow\left(\forall a\in A.P\left(a\right)\right)$.

קבוצה טרנזיטיבית: קבוצה A עבורה $\forall B\in A.\forall x\in B.x\in A$.

סודר: קבוצה α עבורה α טרנזיטיביות וכן $\left\langle \alpha,\in\right\rangle$ יחס סדר טוב.

סודר עוקב: יהי α סודר אזי $S\left(\alpha\right)=\alpha\cup\left\{ \alpha\right\}$.

טענה: יהי α סודר אזי $S\left(\alpha\right)$ סודר.

מסקנה: יהי α סודר אזי $\alpha\in S\left(\alpha\right)$.

סודר גבולי: סודר α עבורו לכל סודר β מתקיים $S\left(\beta\right)\neq\alpha$.

סימון: $0=\varnothing$.

סימון: $n+1=S\left(n\right)$.

סודר סופי: סודר α עבורו קיים $n\in\mathbb{N}$ המקיים $\alpha=n$.

סימון: $\omega=\mathbb{N}$.

טענה: ω סודר גבולי.

טיפוס סדר: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב אזי סודר α עבורו $\left\langle \alpha,\in\right\rangle \cong\left\langle A,R\right\rangle$.

טענה: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב ויהיו α,β טיפוסי סדר אזי $\left\langle \alpha,\in\right\rangle \cong\left\langle \beta,\in\right\rangle$.

סימון: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב אזי טיפוס הסדר של $\left\langle A,R\right\rangle$ הוא $\text{ord}\left(A,R\right)$.

טענה: תהא A קבוצה של סודרים אזי $\bigcap A$ סודר.

טענה: תהא A קבוצה של סודרים אזי $\min_{\subseteq}\left(A\right)=\bigcap A$.

עוצמה: תהא A קבוצה אזי $\left|A\right|=\min_{\subseteq}\left\{ \text{ord}\left(A,R\right)\mid A\text{ יחס סדר טוב על }R\right\}$.

הגדרה אקסיומת הבחירה: $\forall A.\left(\forall X\in A.X\neq\varnothing\right)\Longrightarrow\left(\exists F:A\to\bigcup A.\forall X\in A.F\left(X\right)\in X\right)$. זוהי לא טענה

הגדרה עיקרון הסדר הטוב: לכל קבוצה A קיים סדר טוב R על A. זוהי לא טענה

קבוצות חופפות בחלקים: קבוצות $X,Y\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורן קיימות $X_{1},\ldots X_{k},Y_{1},\ldots,Y_{k}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ באשר $X=X_{1}\uplus\ldots\uplus X_{k}$ וכן $Y=Y_{1}\uplus\ldots\uplus Y_{k}$ וקיימות איזומטריות $\varphi_{1},\ldots,\varphi_{k}$ עבורן $\forall1\leq j\leq k.Y_{j}=\varphi_{j}X_{j}$.

הגדרה פרדוקס בנך טרסקי: תהיינה $X,Y\subseteq\mathbb{R}^{n}$ חסומות עבורן $\text{int}\left(X\right),\text{int}\left(Y\right)\neq\varnothing$ אזי X,Y חופפות בחלקים. זוהי לא טענה

טענה: (אקסיומת הבחירה)$\equiv$(עיקרון הסדר הטוב)$\equiv$(פרדוקס בנך טרסקי).

כדור: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ תהא $a\in\mathbb{R}^{n}$ ויהי $r>0$ אזי $B_{r}^{n}\left(a\right)=\left\{ x\in\mathbb{R}^{n}\mid\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i}-a_{i}\right)^{2}<r^{2}\right\}$.

מסקנה: (אקסיומת הבחירה)$\Longleftarrow$($B_{1}^{3}\left(0\right),B_{2}^{3}\left(0\right)$ חופפות בחלקים).

שרשרת: יהי $\left\langle \Sigma,R\right\rangle$ יחס אזי $C\subseteq\Sigma$ עבורה $\left\langle C,R\right\rangle$ יחס לינארי.

הגדרה הלמה של צורן: יהי $\langle\Sigma,R\rangle$ יחס סדר באשר $\Sigma\neq\varnothing$ וכן לכל שרשרת $X\subseteq\Sigma$ יש חסם עליון אזי קיים איבר מקסימלי ב־Σ.

זוהי לא טענה

טענה: (אקסיומת הבחירה)$\equiv$(הלמה של צורן).

מסקנה: (אקסיומת הבחירה)$\Longleftarrow$($\forall A,B.\left(\left(\left|A\right|\leq\left|B\right|\right)\vee\left(\left|B\right|\leq\left|A\right|\right)\right)$).