

מערכת מעברים מסומנת (LTS): יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה אזי $\Delta \subseteq V \times \Sigma \times V$.

גרפים מסומנים: יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה אזי $\text{LabelledGraph}(V) = \{(G, f) \mid (G \in \text{Graph}(V)) \wedge (f : E(G) \rightarrow \Sigma)\}$.

טענה: יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה ונגדיר $\Psi : \text{LabelledGraph}(V) \rightarrow \text{LTS}$ כך $\Psi(G, f) = \{(v, f(v, u), u) \mid (v, u) \in E(G)\}$ אזי Ψ הפיכה.

סימון: יהי Σ אלפבית ותהא V קבוצה ותהא Δ מערכת מעברים מסומנת ויהי $(v, \sigma, u) \in \Delta$ אזי $v \xrightarrow{\sigma} u$.

מצבים של מערכת מעברים מסומנת: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת אזי $Q_\Delta = \{u \in V \mid \exists \delta \in \Delta. (\delta_1 = u) \vee (\delta_3 = u)\}$.

הערה: מכאן והלאה נניח כי הקבוצה עליה מערכת מעברים מסומנת מוגדרת היא קבוצת המצבים שלה.

מערכת מעברים מסומנת דטרמיניסטית: מערכת מעברים מסומנת Δ המקיימת $\left| \left\{ u \in Q \mid v \xrightarrow{\sigma} u \right\} \right| \leq 1$ לכל $v \in Q$ ולכל $\sigma \in \Sigma$.

מערכת מעברים מסומנת שלמה: מערכת מעברים מסומנת Δ המקיימת $\left| \left\{ u \in Q \mid v \xrightarrow{\sigma} u \right\} \right| \geq 1$ לכל $v \in Q$ ולכל $\sigma \in \Sigma$.

ריצה/מסלול: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת אזי $\rho \in Q \times (\Sigma \times Q)^n$ המקיימת $(\rho_i, \rho_{i+1}, \rho_{i+2}) \in \Delta$ לכל $i \in [2n] \cap \mathbb{N}_{\text{odd}}$.

הטלה של ריצה על קבוצת המצבים: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $\rho \in Q \times (\Sigma \times Q)^n$ ריצה אזי $\pi_Q(\rho) \in Q^{n+1}$ המקיימת $\pi_Q(\rho)_i = \rho_{2i-1}$ לכל $i \in [n+1]$.

הטלה של ריצה על האלפבית: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $\rho \in Q \times (\Sigma \times Q)^n$ ריצה אזי $\pi_\Sigma(\rho) \in \Sigma^n$ המקיימת $\pi_\Sigma(\rho)_i = \rho_{2i}$ לכל $i \in [n]$.

ריצה על מחרוזות: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $w \in \Sigma^*$ אזי ריצה ρ המקיימת $\pi_\Sigma(\rho) = w$.

אוטומט סופי: יהי Σ אלפבית ותהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהינה $S, F \subseteq Q$ אזי $(Q, \Sigma, \Delta, S, F)$.

ריצה מתקבלת על ידי אוטומט סופי: יהי \mathcal{A} אוטומט סופי אזי ריצה ρ של $\Delta_{\mathcal{A}}$ המקיימת $\rho_1 \in S_{\mathcal{A}}$ וכן $\rho_{\text{len}(\rho)} \in F_{\mathcal{A}}$.

מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט סופי: יהי \mathcal{A} אוטומט סופי אזי $w \in \Sigma_{\mathcal{A}}$ עבורו קיימת ריצה ρ על w באשר ρ מתקבלת.

שפה של אוטומט סופי: יהי \mathcal{A} אוטומט סופי אזי $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma_{\mathcal{A}} \mid w \text{ מתקבלת על ידי } \mathcal{A}\}$.

אוטומטים סופיים שקולים: אוטומטיים סופיים \mathcal{A}, \mathcal{B} המקיימים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{Lan}(\mathcal{B})$.

אוטומט סופי דטרמיניסטי (אס"ד/DFA): אוטומט סופי \mathcal{A} המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטי.

אוטומט סופי לא-דטרמיניסטי (אסל"ד/NFA): אוטומט סופי \mathcal{A} באשר \mathcal{A} אינו דטרמיניסטי.

מודלים שקולים: מודליי חישוב M, N עבורם לכל שפה L מתקיים (קיים \mathcal{M} מסוג M עבורו $\text{Lan}(\mathcal{M}) = L$) \iff (קיים \mathcal{N} מסוג N עבורו $\text{Lan}(\mathcal{N}) = L$).

טענה: אסל"ד ואס"ד הינם מודלים שקולים.

משפט: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי קיימת שפה L המקיימת

• קיים אסל"ד \mathcal{N} בעל $\mathcal{O}(n)$ מצבים עבורו $\text{Lan}(\mathcal{N}) = L$.

• לכל אס"ד \mathcal{D} המקיים $\text{Lan}(\mathcal{D}) = L$ מתקיים כי \mathcal{D} בעל $\Omega(2^n)$ מצבים.

שפה רגולרית: שפה L עבורה קיים אוטומט סופי \mathcal{A} המקיים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = L$.

• **משפט:** תהינה L_1, L_2 שפות רגולריות אזי $L_1 \cup L_2$ רגולרית.

• תהינה L_1, L_2 שפות רגולריות אזי $L_1 \cap L_2$ רגולרית.

• יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים תהא $f : \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2$ ותהא L שפה רגולרית מעל Σ_1 אזי $f(L)$ רגולרית.

• יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים ותהא L שפה רגולרית מעל $\Sigma_1 \times \Sigma_2$ אזי $\pi_1(L), \pi_2(L)$ רגולריות.

• תהא L שפה רגולרית אזי $\text{co}L$ רגולרית.

• **משפט:** קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומטים סופיים \mathcal{A}, \mathcal{B} מתקיים כי $A(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ אוטומט סופי וכן

$\text{Lan}(A(\mathcal{A}, \mathcal{B})) = \text{Lan}(\mathcal{A}) \cup \text{Lan}(\mathcal{B})$ וכן $A(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ בעלת $|Q_{\mathcal{A}}| + |Q_{\mathcal{B}}|$ מצבים.

• קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומטים סופיים \mathcal{A}, \mathcal{B} מתקיים כי $A(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ אוטומט סופי וכן

$\text{Lan}(A(\mathcal{A}, \mathcal{B})) = \text{Lan}(\mathcal{A}) \cap \text{Lan}(\mathcal{B})$ וכן $A(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ בעלת $|Q_{\mathcal{A}}| \cdot |Q_{\mathcal{B}}|$ מצבים.

• יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים תהא $f : \Sigma_1 \rightarrow \Sigma_2$ אזי קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומט סופי \mathcal{A} מעל Σ_1 מתקיים כי $A(\mathcal{A})$

אוטומט סופי מעל Σ_2 וכן $\text{Lan}(A(\mathcal{A})) = \text{Lan}(f(\mathcal{A}))$.

• קיים אלגוריתם A עבורו לכל אוטומט סופי \mathcal{A} מתקיים כי $A(\mathcal{A})$ אוטומט סופי וכן $\text{Lan}(A(\mathcal{A})) = \text{Lan}(\text{co}\mathcal{A})$.

טענה: קיימת שפה L עבורה לכל אוטומט סופי \mathcal{A} באשר $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{co}L$ מתקיים כי \mathcal{A} בעלת $2^{\min\{|Q_{\mathcal{B}}| \mid \text{Lan}(\mathcal{B})=L\}}$ מצבים.

ω-ריצה: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת אזי $\rho \in (Q \times \Sigma)^\omega$ המקיימת $(\rho_i, \rho_{i+1}, \rho_{i+2}) \in \Delta$ לכל $i \in \mathbb{N}_{\text{odd}}$.

הטלה של ω-ריצה על קבוצת המצבים: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא ρ ω-ריצה אזי $\pi_Q(\rho) \in Q^\omega$ המקיימת $\pi_Q(\rho)_i = \rho_{2i-1}$ לכל $i \in \mathbb{N}_+$.

הטלה של ω -רִיצָה על האלפבית: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא ρ ω -רִיצָה אזי $\pi_\Sigma(\rho) \in \Sigma^\omega$ המקיימת $\pi_\Sigma(\rho)_i = \rho_{2i}$ לכל $i \in \mathbb{N}_+$.

ω -רִיצָה על מחרוזת: תהא Δ מערכת מעברים מסומנת ותהא $s \in \Sigma^\omega$ אזי ω -רִיצָה ρ המקיימת $\pi_\Sigma(\rho) = s$.
אוטומט Büchi: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהינה $S, F \subseteq Q$ אזי $(Q, \Sigma, \Delta, S, F)$.
 ω -רִיצָה מתקבלת על ידי אוטומט Büchi: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi אזי ω -רִיצָה ρ של $\Delta_{\mathcal{A}}$ המקיימת $\rho_1 \in S_{\mathcal{A}}$ וכן $|\{i \in \mathbb{N}_+ \mid \rho_i \in F_{\mathcal{A}}\}| = \aleph_0$.

מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט Büchi: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi אזי $w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ עבורו קיימת ω -רִיצָה ρ על w באשר ρ מתקבלת.
שפה של אוטומט Büchi: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi אזי $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega \mid w \text{ מתקבלת על ידי } \mathcal{A}\}$.
אוטומטי Büchi שקולים: אוטומטי Büchi \mathcal{A}, \mathcal{B} המקיימים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{Lan}(\mathcal{B})$.
אוטומט Büchi דטרמיניסטי (DBA): אוטומט Büchi \mathcal{A} המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטי.
אוטומט Büchi לא-דטרמיניסטי (NBA): אוטומט Büchi \mathcal{A} באשר \mathcal{A} אינו דטרמיניסטי.

הגדרה: $L_{\text{fin},a} = \{w \in \{a, b\}^\omega \mid |w^{-1}[\{a\}]| < \aleph_0\}$
טענה: קיים אבל "ד" \mathcal{N} המקיים $\text{Lan}(\mathcal{N}) = L_{\text{fin},a}$.
טענה: לא קיים אבל "ד" \mathcal{D} המקיים $\text{Lan}(\mathcal{D}) = L_{\text{fin},a}$.

אוטומט Muller: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהא $S \subseteq Q$ ותהא $\mathfrak{J} \subseteq 2^Q$ אזי $(Q, \Sigma, \Delta, S, \mathfrak{J})$.
הגדרה: יהי \mathcal{A} אוטומט Muller ותהא ρ ω -רִיצָה אזי $\text{Inf}(\rho) = \{q \in Q_{\mathcal{A}} \mid |\rho^{-1}[\{q\}]| = \aleph_0\}$.
 ω -רִיצָה מתקבלת על ידי אוטומט Muller: יהי \mathcal{A} אוטומט Muller אזי ω -רִיצָה ρ של $\Delta_{\mathcal{A}}$ המקיימת $\rho_1 \in S_{\mathcal{A}}$ וכן $\text{Inf}(\rho) \in \mathfrak{J}_{\mathcal{A}}$.
מחרוזת מתקבלת על ידי אוטומט Muller: יהי \mathcal{A} אוטומט Muller אזי $w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ עבורו קיימת ω -רִיצָה ρ על w באשר ρ מתקבלת.
שפה של אוטומט Muller: יהי \mathcal{A} אוטומט Muller אזי $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \{w \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega \mid w \text{ מתקבלת על ידי } \mathcal{A}\}$.
אוטומטי Muller שקולים: אוטומטי Muller \mathcal{A}, \mathcal{B} המקיימים $\text{Lan}(\mathcal{A}) = \text{Lan}(\mathcal{B})$.
אוטומט Muller דטרמיניסטי (DMA): אוטומט Muller \mathcal{A} המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטי.
אוטומט Muller לא-דטרמיניסטי (NMA): אוטומט Muller \mathcal{A} באשר \mathcal{A} אינו דטרמיניסטי.

בעיית הריקנות: $\text{Emp} = \{\langle \mathcal{A} \rangle \mid (\text{Büchi } \mathcal{A}) \wedge (\text{Lan}(\mathcal{A}) = \emptyset)\}$.
טענה: קיים אלגוריתם דטרמיניסטי המכריע את Emp בעל סיבוכיות ריצה $\text{poly}(n)$ וסיבוכיות מקום $\text{poly}(n)$.
טענה: קיים אלגוריתם לא-דטרמיניסטי המכריע את Emp בעל סיבוכיות ריצה $\text{poly}(n)$ וסיבוכיות מקום $\mathcal{O}(\log^2(n))$.
מחרוזת מחזורית החל ממקום מסוים: מחרוזת $s \in \Sigma^\omega$ עבורה קיימים $p, N \in \mathbb{N}$ המקיימים $s(i) = s(i+p)$ לכל $i > N$.
הגדרה: יהי Σ אלפבית אזי s מחזורית החל ממקום מסוים $\text{UP} = \{s \in \Sigma^\omega \mid s \text{ מחזורית החל ממקום מסוים}\}$.
משפט: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi באשר $\text{Lan}(\mathcal{A}) \neq \emptyset$ אזי $\text{UP} \cap \text{Lan}(\mathcal{A}) \neq \emptyset$.
בעיית האוניברסליות: $\text{Uni} = \{\langle \mathcal{A} \rangle \mid (\text{Büchi } \mathcal{A}) \wedge (\text{Lan}(\mathcal{A}) = \Sigma^\omega)\}$.
בעיית ההכלה: $\text{Inc} = \{\langle \mathcal{A}, \mathcal{B} \rangle \mid (\text{Büchi } \mathcal{A}, \mathcal{B}) \wedge (\text{Lan}(\mathcal{A}) \subseteq \text{Lan}(\mathcal{B}))\}$.
משפט: Uni, Inc הינן PSPACE-שלמות.

מתמר/Transducer: יהיו Σ, Π אלפביתים תהא Δ מערכת מעברים מסומנת שלמה ודטרמיניסטית מעל Σ יהי $s \in Q_\Delta$ ותהא $O : \Delta \rightarrow \Pi$ אזי $(Q_\Delta, \Sigma, \Pi, \Delta, s, O)$.
סימון: יהי $(Q_\Delta, \Sigma, \Pi, \Delta, s, O)$ מתמר יהיו $q, p \in Q_\Delta$ יהי $a \in \Sigma$ באשר $q \xrightarrow{a} p$ ויהי $b \in \Pi$ באשר $O(q, a, p) = b$ אזי $q \xrightarrow{a/b} p$.
מתמר סופי: מתמר T המקיים $|\Delta_T| < \aleph_0$.

פונקציה מושרית ממתמר: יהי T מתמר יהי $w \in \Sigma_T^\omega$ ותהא ρ ω -רִיצָה על w באשר $\rho_1 = s_T$ אזי נגדיר $f : \Sigma_T^\omega \rightarrow \Pi_T^\omega$ כך $(f(w))_n = O_T(\rho_{2n-1}, \rho_{2n}, \rho_{2n+1})$ לכל $n \in \mathbb{N}_+$.

הערה: יהי T מתמר ותהא $f : \Sigma_T^\omega \rightarrow \Pi_T^\omega$ הפונקציה המושרית מ- T אזי נסמן את f בתור T .
פונקציה סיבתית/Causal function: יהיו Σ, Π אלפביתים אזי $f : \Sigma^\omega \rightarrow \Pi^\omega$ עבורה קיימת $g : \Sigma^* \rightarrow \Pi$ המקיימת $(f(a))_t = g(a_1 \dots a_t)$ לכל $a \in \Sigma^\omega$ ולכל $t \in \mathbb{N}_+$.

פונקציה סיבתית ממש: יהיו Σ, Π אלפביתים אזי $f : \Sigma^\omega \rightarrow \Pi^\omega$ עבורה קיימת $g : \Sigma^* \rightarrow \Pi$ המקיימת $(f(a))_t = g(a_1 \dots a_{t-1})$ לכל $a \in \Sigma^\omega$ ולכל $t \in \mathbb{N}_+$.
טענה: יהי T מתמר אזי T סיבתית.

מתמר נקודתי: מתמר T המקיים $|Q_T| = 1$.

מתמר מחשב פונקציה: יהיו Σ, Π אלפביתים ותהא $f : \Sigma_T^\omega \rightarrow \Pi_T^\omega$ אזי מתמר T המקיים $T = f$.

הגדרה: יהי Σ אלפבית ויהי $b \in \Sigma$ אזי נגדיר $\text{Delay}^b : \Sigma^\omega \rightarrow \Sigma^\omega$ כך $\text{Delay}^b(w) = bw$.

טענה: יהי Σ אלפבית ויהי $b \in \Sigma$ אזי Delay^b פונקציה סיבתית ממש.

טענה: יהי Σ אלפבית ויהי $b \in \Sigma$ אזי Delay^b חשיבה על ידי מתמר סופי.

טענה: יהיו Π, Σ אלפביתים ותהא $f : \Sigma^\omega \rightarrow \Pi^\omega$ סיבתית אזי f חשיבה על ידי מתמר סופי \iff לכל $b \in \Pi$ מתקיים כי $\bigcup_{i=1}^\omega \{(a_1 \dots a_i) \mid (f(a))_i = b\}$ רגולרית.

טענה: יהי T מתמר אזי $(T$ סיבתית ממש) \iff לכל $q \in Q_T$ מתקיים $\left| \left\{ \pi \in \Pi_T \mid \exists p \in Q_T. \exists \sigma \in \Sigma_T. \left(q \xrightarrow{\sigma/\pi} p \right) \right\} \right| = 1$.

רשת מתמרים/transducers of Net: יהיו $\Sigma_1 \dots \Sigma_{n+1}$ אלפביתים ויהיו $T_1 \dots T_n$ מתמרים באשר $T_i : \Sigma_i^\omega \rightarrow \Sigma_{i+1}^\omega$ לכל $i \in [n]$ אזי $T_n \circ \dots \circ T_1$

טענה: יהיו Π, Σ אלפביתים ותהא $f : \Sigma^\omega \rightarrow \Pi^\omega$ אזי f חשיבה על ידי מתמר סופי \iff (קיימת רשת של מתמרים המורכבת ממתמרים נקודתיים Delay^- המחשבת את f).

תנאי Rabin: תהייה $Q \subseteq F_1 \dots F_n, G_1 \dots G_n$ אזי נגדיר $\mathfrak{J}_{\text{Rabin}} = \{P \subseteq Q \mid \exists i \in [n]. (P \cap F_i \neq \emptyset) \wedge (P \cap G_i = \emptyset)\}$

אוטומט Rabin: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהייה $S, F_1 \dots F_n, G_1 \dots G_n \subseteq Q$ אזי אוטומט Muller $(Q, \Sigma, \Delta, S, \mathfrak{J}_{\text{Rabin}})$.

אוטומט Rabin דטרמיניסטי (DRA): אוטומט Rabin \mathcal{A} המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטי.

אוטומט Rabin לא-דטרמיניסטי (NRA): אוטומט Rabin \mathcal{A} באשר \mathcal{A} אינו דטרמיניסטי.

תנאי Street: תהייה $Q \subseteq F_1 \dots F_n, G_1 \dots G_n$ אזי נגדיר $\mathfrak{J}_{\text{Street}} = \{P \subseteq Q \mid \forall i \in [n]. (P \cap F_i = \emptyset) \vee (P \cap G_i \neq \emptyset)\}$

אוטומט Street: יהי Σ אלפבית תהא Δ מערכת מעברים מסומנת באשר $|\Delta| < \aleph_0$ ותהייה $S, F_1 \dots F_n, G_1 \dots G_n \subseteq Q$ אזי אוטומט Muller $(Q, \Sigma, \Delta, S, \mathfrak{J}_{\text{Street}})$.

אוטומט Street דטרמיניסטי (DSA): אוטומט Street \mathcal{A} המקיים $|S_{\mathcal{A}}| = 1$ וכן $\Delta_{\mathcal{A}}$ דטרמיניסטי.

אוטומט Street לא-דטרמיניסטי (NSA): אוטומט Street \mathcal{A} באשר \mathcal{A} אינו דטרמיניסטי.

גליליזציה/Cylindrification: תהייה A, B קבוצות ותהא $S \subseteq A$ אזי $\text{Cyl}_B(S) = S \times B$.

משפט: • תהייה L_1, L_2 שפות המתקבלות על ידי NBA אזי $L_1 \cup L_2$ מתקבלת על ידי NBA.

• תהייה L_1, L_2 שפות המתקבלות על ידי NBA אזי $L_1 \cap L_2$ מתקבלת על ידי NBA.

• יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים ותהא L שפה מעל $\Sigma_1 \times \Sigma_2$ המתקבלת על ידי NBA אזי $\pi_1(L), \pi_2(L)$ מתקבלות על ידי NBA.

• יהיו Σ_1, Σ_2 אלפביתים ותהא L שפה מעל Σ_1 המתקבלת על ידי NBA אזי $\text{Cyl}_{\Sigma_2^*}(L)$ מתקבלת על ידי NBA.

משפט: NBA, NRA, NSA, NMA הינם מודלים שקולים.

ענף: יהי α סודר ויהי T עץ מכוון אזי סדרה $\langle v_i \in V(T) \mid i < \alpha \rangle$ המקיימת $(v_i, v_{i+1}) \in E(T)$ לכל $i < \alpha$.

למה קונינג: יהי T עץ מכוון באשר $|V(T)| \geq \aleph_0$ אזי אחד מהבאים מתקיים

• קיים $v \in V(T)$ המקיים $\deg^+(v) \geq \aleph_0$.

• קיים ענף באורך ω ב- T .

תחילית של ω -מחרוזת: יהי Σ אלפבית ותהא $v \in \Sigma^\omega$ אזי $\text{Prefix}(v) = \{v \upharpoonright [n] \mid n \in \mathbb{N}\}$.

הגדרה: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי ρ הינה ω -ריצה על α $\text{Prefix}(\pi_Q(\rho)) \in V_{\text{CF}}$.

הגדרה: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $E_{\text{CF}} = \left\{ (\rho, r) \in V_{\text{CF}}^2 \mid (\text{len}(r) = \text{len}(\rho) + 1) \wedge \left(\rho_{\text{len}(\rho)-1} \xrightarrow{\alpha_{\text{len}(\rho)-1}} r_{\text{len}(\rho)} \right) \right\}$

יער חישוב של אוטומט Büchi: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $\text{CF}_{\alpha, \mathcal{A}} = (V_{\text{CF}}, E_{\text{CF}})$.

טענה: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $(\alpha \in \text{Lan}(\mathcal{A})) \iff$ (קיים ענף b של $\text{CF}_{\alpha, \mathcal{A}}$ המקיים $(\text{Inf}(b) \cap F_{\mathcal{A}} \neq \emptyset)$).

הגדרה: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $Q_0^{\text{Dag}} = S$ וכן $Q_{n+1}^{\text{Dag}} = \{q \in Q \mid \exists p \in Q_n. (p, \alpha_{n+1}, q) \in \Delta\}$ לכל $n \in \mathbb{N}_+$.

הגדרה: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $V_{\text{Dag}} = \bigcup_{i=1}^\omega (Q_i^{\text{Dag}} \times \{i\})$.

הגדרה: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $E_{\text{Dag}} = \left\{ ((q, \ell), (p, n)) \in V_{\text{Dag}}^2 \mid (n = \ell + 1) \wedge \left(q \xrightarrow{\alpha_n} p \right) \right\}$

גרף מכוון אציקלי חישובי של אוטומט Büchi: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi ותהא $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $\text{Dag}_{\alpha, \mathcal{A}} = (V_{\text{Dag}}, E_{\text{Dag}})$.

טענה: יהי \mathcal{A} אוטומט Büchi ויהי $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^\omega$ אזי $\text{Dag}_{\alpha, \mathcal{A}}$ גרף מכוון אציקלי.

רמה בעץ: יהי T עץ ויהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $\text{Level}_T(n) = \{v \in V(T) \mid n \text{ ברמה } v\}$.

יער צר: תהא X קבוצה יהי T יער ותהא $f : V(T) \rightarrow X$ המקיימת כי $f \upharpoonright_{\text{Level}_T(n)}$ חח"ע לכל $n \in \mathbb{N}$ אזי (T, f) .

קוד של יער צר: תהא X קבוצה ויהי (T, f) יער X -צר אזי נגדיר $c \in (X \rightarrow X)^\omega$ כך $c \in (X \rightarrow X)^\omega$ $\text{child} \left(f_{\upharpoonright_{\text{Level}_T(n)}}^{-1}(q) \right)$ אזי $c_n(q) = f$.

טענה: יהי \mathcal{A} NBA אזי קיים מתמר T בעל $|Q_{\mathcal{A}}|!$ מצבים עבורו לכל $\alpha \in \Sigma_{\mathcal{A}}^{\omega}$ מתקיים כי $T(\alpha)$ הינו קוד של יער $|Q_{\mathcal{A}}|$ -צר המקיים $T(\alpha) \leq CF_{\alpha, \mathcal{A}}$ וכן $(\alpha \in \text{Lan}(\mathcal{A})) \iff$ (קיים ענף b של $T(\alpha)$ עבורו b מתקבל על ידי \mathcal{A}).

למה: יהי \mathcal{A} NBA אזי קיים DBA \mathcal{D} מעל $(Q_{\mathcal{A}} \rightarrow Q_{\mathcal{A}})^{\omega}$ בעל $4^{|Q_{\mathcal{A}}|}$ מצבים עבורו לכל יער $|Q_{\mathcal{A}}|$ -צר T המקיים $T \leq CF_{\alpha, \mathcal{A}}$ מתקיים $(\mathcal{D}$ מקבל את הקוד של $T) \iff$ (לכל ענף b של T מתקיים $b \cap F_{\mathcal{A}} = \emptyset$).

למה: יהי \mathcal{A} NBA אזי קיים NBA \mathcal{N} מעל $(Q_{\mathcal{A}} \rightarrow Q_{\mathcal{A}})^{\omega}$ בעל $\mathcal{O}(4^{|Q_{\mathcal{A}}|})$ מצבים עבורו לכל יער $|Q_{\mathcal{A}}|$ -צר T המקיים $T \leq CF_{\alpha, \mathcal{A}}$ מתקיים $(\mathcal{N}$ מקבל את הקוד של $T) \iff$ (לכל ענף b של T מתקיים כי b לא מתקבל על ידי \mathcal{A}).

משפט: תהא L שפה המתקבלת על ידי NBA בעל n מצבים אזי קיים NBA בעל $\mathcal{O}(n! \cdot 4^n)$ מצבים המקבל את $\text{co}L$.

מסקנה משפט Büchi: תהא L שפה המתקבלת על ידי NBA אזי $\text{co}L$ מתקבלת על ידי NBA.

מסקנה משפט ספרא: תהא L שפה המתקבלת על ידי NBA בעל n מצבים אזי קיים NBA בעל $n^{\mathcal{O}(n)}$ מצבים המקבל את $\text{co}L$.

משפט ספרא: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי קיימת שפה L המתקבלת על ידי NBA בעל n מצבים עבורה כל NBA המקבל את $\text{co}L$ הינו בעל $n^{\mathcal{O}(n)}$ מצבים.