```
0_R=e אזי אוי (R,+,*) איבר היחידה של איבר (R,+,*) אזי
                                                         a,b\in R לכל a*b=b*a המקיים (R,+,*) חוג אבלי/קומוטטיבי/חילופי:
                                                         m \neq 0ת וכן m וכן איבר יחידה (R, +, *) המקיים (R, +, *) חוג בעל יחידה:
                                                                   A_R=m אזי (R,*) איבר היחידה של איבר (R,+,*) אזי (R,+,*)
                                                               . אזי בעל חוג אבלי וכן חוג אבלי חוג אבלי אזי \mathbb{Z}_n אזי חוג אבלי יחידה מענה: יהי n\in\mathbb{N}
                                                . סענה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה ויהי n\in\mathbb{N}_+ אזי n\in\mathbb{N}_+ חוג אבלי בעל יחידה R
                                                     ab=0 מתקיים ab=0 מתקיים a,b\in R עבורו לכל עבורו לכל
                                                       R\left[x_{1}\dots x_{n+1}
ight]=\left(R\left[x_{1}\dots x_{n}
ight]
ight)\left[x_{n+1}
ight] אוג אבלי בעל יחידה אזי
                                                                 . תחום שלמות R\left[x_1\dots x_n\right] אזי איי ויהי שלמות ויהי שלמות תחום שלמות יהי
                                                       R^{\times}=\{a\in R\mid \exists h\in R.ah=ha=1\} הגדרה: יהי חוג אבלי בעל יחידה אזי
                                                                                       למה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה אזי (R^{	imes},*) חבורה.
                                                                                     (R[x])^{	imes}=R^{	imes} טענה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה אזי
                                                                                        \mathbb{F}^{	imes}=\mathbb{F}\backslash\left\{ 0
ight\} המקיים \mathbb{F} העלי בעל אבלי אבלי חוג אבלי
                       .\sim_{\mathrm{Frac}}=\left\{ \left(\left(a,b\right),\left(c,d\right)
ight)\in\left(R	imes\left(Rackslash\left\{0
ight\}
ight)
ight)^{2}\mid ad=bc
ight\} אזי R
eq\left\{0
ight\} אזי R
eq\left\{0
ight\} אזי R
                                                                     \operatorname{Frac}\left(R
ight)=R/_{\sim_{\operatorname{Frac}}} אזי איזי איזי דימון: יהי תחום שלמות באשר R
eq \{0\}
[(a,b)]_{\mathrm{Frac}}+[(c,d)]_{\mathrm{Frac}}=\left[\left(ad+cb,bd
ight)
ight]_{\mathrm{Frac}} איי (a,b) , (c,d)\in R	imes(R\setminus\{0\}) ויהיו R
eq\{0\} ויהיו הגדרה: יהי
                                                                                                [(a,b)]_{\operatorname{Frac}} \cdot [(c,d)]_{\operatorname{Frac}} = [(ac,bd)]_{\operatorname{Frac}} וכן
                                                            טענה שדה השברים: יהי R \neq \{0\} שלמות באשר השברים: יהי יהי אזי יהי שלמות שלמות באשר
                                                                                                    . ענה: יהי \mathbb{K} שדה אזי [x] תחום שלמות שלמות.
                                                                                 \mathbb{K}\left(x
ight)=\operatorname{Frac}\left(\mathbb{K}\left[x
ight]
ight) אזי שדה אזי יהי ויהי אינליות: יהי אינליות:
                                                                                                           מסקנה: יהי \mathbb{K} שדה אזי (x) שדה.
                                                                         הומות בין חוגים: יהיו R,S חוגים אזי 
u:R 	o S המקיימת

u(ab) = \nu(a) \nu(b) מתקיים u, b \in R משמרת כפל: לכל

u(a+b) = \nu(a) + \nu(b) מתקיים a,b \in R משמרת חיבור: לכל
   .
u\left(1_{R}
ight)=1_{S} המקיים בעלי יחידה: יהיו R,S חוגים בעלי יחידה אזי הומומורפיזם בין חוגים בעלי יחידה: יהיו
                                                          \ker\left(
u
ight)=
u^{-1}\left[\left\{0
ight\}
ight] אזי 
u:R	o S הומומורפיזם אזי R,S הואי
                                                          . חוגים \ker\left(\nu\right), \operatorname{Im}\left(\nu\right) אזי \left(\nu\right), \operatorname{Im}\left(\nu\right) חוגים \left(\nu\right), \operatorname{Im}\left(\nu\right) חוגים ויהי
                               R \hookrightarrow S = \{ \nu : R \to S \mid \mathsf{pr} חוגים אזי v \} חוגים אזי R,S חוגים איזי חח"ע
                                         (\ker(\nu) = \{0\})למה: יהיו R,S חוגים ויהיR,S הומומורפיזם \nu:R \to S הומומורפיזם)
                                             R 	o S = \{ 
u : R 	o S \mid v הומומורפיזם על R,S הויו האפימורפיזמים: יהיו
                                            (\operatorname{Im}(
u)=S)אפימורפיזם איז (
u,S) הומים ויהי(R,S) הומים ויהי(R,S) הומים ויהי
                                                                                              R \simeq S יהיו איזומורפיים אויי חוגים חוגים חוגים דימון: יהיו
                    למה: יהיו R,S חוגים ויהי R,S הומומורפיזם אזי \nu אפימורפיזם וכן \nu אפימורפיזם וכן \nu אפימורפיזם).
                                                                                                        \mathbb{Z}\left[i
ight]=\mathbb{Z}+i\mathbb{Z} חוג השלמים של גאוס:
                                                                  I+I\subset I וכן I\cdot R\subset I המקיימת וכן I\cdot R\subset I חוג אבלי אזי
                                                                           I(I,+) \leq (R,+) טענה: יהי R חוג אבלי ויהי ויהי I \subseteq R טענה: יהי
                                                                 . אידאל \ker\left(\nu\right) אידאל אוי \nu:R	o S חוגים ויהי חוגים ויהי R,S חוגים ויהי
                                    I\subseteq\{\{0\},R\} משפט: יהי I\subseteq R מחביי אזי (I\in\{\{0\},R\} מדיה אזי משפט: יהי I\subseteq R מחביי אזי (א שדה)

u \in (\mathbb{F} \hookrightarrow \mathbb{K}) \cup \{0\} אזי אזי 
u : \mathbb{F} \to \mathbb{K} שדות ויהי \mathbb{F}, \mathbb{K} הומומורפיזם אזי
```

באשר (R,+,*) באשר בינאריות אזי(R,+,*) באשר באשר אוג: תהא

a, (a*b)*c = a*(b*c) מתקיים $a, b, c \in R$ לכל לכל . \bullet

a*(b+c)=(a*b)+(a*c) מתקיים $a,b,c\in R$ חוג הפילוג משמאל: לכל $a,b,c\in R$ מתקיים $a,b,c\in R$ חוק הפילוג מימין: לכל $a,b,c\in R$ מתקיים $a,b,c\in R$

. חבורה אבלית (R,+)

```
R/I = \{a+I \mid a \in R\} אידאל אזי I \subseteq R חוג אבלי ויהי חוג אבלי ויהי
a(ab)+I=(cd)+I אזי b+I=d+I וכן a+I=c+I אזי a+I=c+I איזי a+I=c+I איזי a+I=c+I טענה: יהי
                                            A(a+I) (b+I)=(ab)+I אזי איזי a,b\in R אידאל ויהיו ויהיו אבלי יהי I\subseteq R חוג אבלי יהי
                                                                    משפט חוג מנה: יהי R חוג אבלי ויהי I\subseteq R אידאל אזי R חוג אבלי.
  \ker(p)=I טענה: יהי p חוג אבלי יהי p איז ענהיר p:R 	o P כך p:R 	o R/I אידאל ונגדיר ונגדיר ונגדיר I\subseteq R
                                                              . חוגים אזי R/\mathrm{ker}(
u) חוגים חוגים חוגים 
u:R	o S חוגים ויהי תהיו למה: יהיו
                                                     R/\mathrm{ker}(
u)\simeq\mathrm{Im}\left(
u
ight) אזי חוגים אוי 
u:R	o S משפט: יהיו R,S חוגים ויהי
                                                            I 
eq R המקיים והיים I \subseteq R אידאל אמיתי: יהי
                                                       (I\cap R^{\times}=\varnothing)אזי (I\cap R^{\times}=\varnothing) אזי (I\cap R^{\times}=\varnothing) אזי (I\cap R^{\times}=\varnothing) טענה: יהי
             S(S)=\{\sum_{i=1}^n r_i s_i \mid (n\in\mathbb{N}_+) \land (r\in R^n) \land (s\in S^n)\} איז איזאל נוצר: יהי S\subseteq R חוג אבלי בעל יחידה ותהא
                                                                          . טענה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה ותהא S\subseteq R אזי (S) אידאל
                                                                                                                      \mathbb{Z}[x]/(x^2+1)\simeq \mathbb{Z}\left[i
ight] טענה:
                                                  I=(a) המקיים a\in R עבורו קיים ועבור איז אידאל אזי אידאל חוג אבלי יהי אידאל אידאל אידאל יהי
              ab\in I עבורו לכל a,b\in R עבורו לכל a,b\in R מתקיים מחקיים ווג אבלי אזי אידאל איז אידאל איז עבורו לכל
                                    I \subsetneq J אידאל מקסימלי: יהי R חוג אבלי איזי אידאל I \subseteq R עבורו לכל אידאל I \subseteq R לא מתקיים
                                                                                  משפט: יהי R חוג אבלי בעל יחידה ויהי I \subseteq R משפט:
                                                                                             .(תחום שלמות) אידאל ראשוני) אידאל ראשוניR/I •
                                                                                                    שדה). אידאל מקסימלי)\Longleftrightarrow(ו אידאל I) •
                                                      . תחום ראשי: חוג אבלי בעל יחידה R עבורו לכל אידאל I\subseteq R מתקיים כי I ראשי
    a,b\in R^{	imes} עבורו לכל a,b\in R^{	imes} מתקיים a,b\in R מתקיים עבורו איז a,b\in R^{	imes} עבורו לכל
                    a,b \in R עבורו לכל עבר המקיימים a,b \in R מתקיים אזי הידה אזי בעל יחידה אזי r \in R עבורו לכל המקיימים
                                     (f)משפט: יהי \mathbb{X} שדה ויהי (x) אזי (f) אזי (f) מקסימלי) אזי (f) ראשוני(f) אי־פריק ב־(f) (f)
                                                                        Rמסקנה: יהי R תחום שלמות אזי (R[x] תחום ראשי) שדה).
                AC משפט: יהי B חוג אבלי בעל יחידה ויהי I\subseteq R אידאל אזי קיים אידאל מקסימלי M\subseteq R עבורו עבורו M\subseteq R
    \gcd(f_1\dots f_n)=d וכן dוכן מתוקן אזי f_1\dots f_n, d\in\mathbb{K}\left[x
ight] באשר שדה ויהיו \mathbb{K} אזי יהי \mathbb{K} שדה ויהיו
משפט חלוקה עם שארית: יהי g חוג אבלי בעל יחידה ויהיו f,g\in R\left[x
ight] באשר המקדם המוביל של הפיך אזי קיימים ויחידים
                                                                                    f = qg + r וכן \deg(r) < \deg(g) באשר q, r \in R[x]
                                                                   \gcd(f,g)=1 המקיימים f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight] שדה אזי שדה איז היים: יהי
                                                    \gcd(a_1\dots a_n)=1 המקיים \sum_{i=0}^n a_i x^i אזי a_0\dots a_n\in\mathbb{Z} המיטיבי: יהיו
 f=(rg)\,(sh) וכן sh,rg\in\mathbb{Z}\,[x] המקיימים r,s\in\mathbb{Q} אזי קיימים g,h\in\mathbb{Q}\,[x] ויהיו f\in\mathbb{Z}\,[x]\setminus\{0\} המימים אזי קיימים
                                          d\in\mathbb{Z}\left[x
ight] אזי d|f אזי מסקנה גאוס: יהי d\in\mathbb{Q}\left[x
ight] מתוקן ויהי ויהי d\in\mathbb{Q}\left[x
ight] אזי
                                                \mathbb{Q}[x] וכן f פרימיטיבי). אי־פריק (אי־פריק אזי f אזי אזי f \in \mathbb{Z}[x] וכן f \in \mathbb{Z}[x]
טענה קריטריון אייזנשטיין: יהיו a_0\ldots a_n\in\mathbb{Z} ויהי אייp^2
mid a_0 וכן i< n לכל p לכל p \nmid a_n ויהי ויהי a_0\ldots a_n\in\mathbb{Z} אי־פריק
טענה קריטריון אייזנשטיין המוכלל: יהי \mathbb{F} שדה יהיו a_0\ldots a_n\in\mathbb{F}\left[x_1\ldots x_m
ight] ויהי שדה יהיו שדה יהיו שדה יהיו שדה יהיו שדה יהיו שדה יהיו
                                                             \mathbb{.F}\left(x_1 \dots x_m\right)[x] אי־פריק מעל \sum_{i=0}^n a_i x^i אזי אזי p^2 \nmid a_0וכן i < nלכל p|a_i
                                                     a\in\mathbb{K} אזי a\in\mathbb{K} אזי a\in\mathbb{K} המקיים a\in\mathbb{K} אויה a\in\mathbb{K} אויהי a\in\mathbb{K} אויהי שדה ויהי
                                                        \mathrm{sols}_{\mathbb{K}}\left(f
ight)=\left\{lpha\in\mathbb{K}\mid f\left(lpha
ight)=0
ight\} אזי f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\left\{0
ight\} שדה ויהי
                                            ((x-lpha)\,|f) \Longleftrightarrow (lpha\in\operatorname{sols}_{\mathbb{K}}(f)) אזי lpha\in\mathbb{K} ויהי f\in\mathbb{K}\,[x] אזי ההי f\in\mathbb{K}\,[x]
                                                                     |\operatorname{sols}_{\mathbb{K}}(f)| \leq \operatorname{deg}(f) אזי f \in \mathbb{K}[x] \setminus \{0\} שדה ויהי
                                               (x-lpha)^2 \nmid f המקיים lpha \in \mathrm{sols}_{\mathbb{K}}(f) אזי f \in \mathbb{K}[x] \setminus \{0\} האה ויהי \mathbb{K} שדה ויהי
                                               (x-lpha)^2\,|f המקיים lpha\in\mathrm{sols}_{\mathbb{K}}\,(f) אזי f\in\mathbb{K}\,[x]\setminus\{0\} האה ויהי שדה ויהי
                                   .ig(\sum_{i=0}^n a_i x^iig)' = \sum_{i=1}^n a_i x^{i-1} אזי a_0 \dots a_n \in \mathbb{K} ויהיו n \in \mathbb{N} יהי שדה יהי של פולינום: יהי
                                  \gcd(f,f')=1)משפט: יהי \mathbb X שדה ויהי f\in\mathbb K\left[x
ight]\setminus\{0\} אזי (כל השורשים של f הם פשוטים)
                                                 \deg(f) \geq 1 באשר f \in \mathbb{F}[x] אזי (f \in \mathbb{F}[x] אי־פריק). טענה: יהי
```

```
מציין של שדה: יהי \mathbb{F} שדה ויהי \mathbb{K} \subseteq \mathbb{F} שדה פשוט אזי
                                                                                                                                                                                                         \operatorname{char}\left(\mathbb{F}\right)=0 אם \mathbb{K}\simeq\mathbb{Q} אם •
                                                                                                                                                               .char (\mathbb{F})=p אז \mathbb{K}\simeq\mathbb{F}_p עבורו p\in\mathbb{P} אם קיים •
                                                                                                       .char (\mathbb{F})\cdot a=0 מתקיים a\in\mathbb{F} אזי לכל המקיים אזי המקיים שדה המקיים שדה המקיים
                                                                              (x+y)^p=x^p+y^p אזי (x+y)^p=x^p+y^p לכל אזי המקיים שדה המקיים שדה המקיים אזי p\in\mathbb{P}
                                                 \operatorname{Fr}_p(a)=a^p כך \operatorname{Fr}_p:\mathbb{K}	o\mathbb{K} אזי נגדיר ויהי אי שדה המקיים p\in\mathbb{F} ויהי שדה המקיים רובניוס: יהי ויהי אי שדה המקיים
                                                                                                                       . מונומורפיזם \mathrm{Fr}_p אזי \mathrm{char}\left(\mathbb{K}\right)=pשדה המקיים שבט: יהי ויהי p\in\mathbb{P} יהי יהי
                              \operatorname{sols}\left(ax^2+bx+c\right)=\left\{rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}
ight\} אזי a
eq 0 אויהיו a,b,c\in\mathbb{F} ויהיו \operatorname{char}\left(\mathbb{F}
ight)
eq 2
                                                                                                                                  . אינה ציקלית. \mathbb{F}^{	imes} אינה אינסופי באשר באשר אינסופי אינה אינה: יהי \mathbb{F}
                                           f(lpha)=0 המקיים f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\} איבר אלגברי מעל שדה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבת שדות אזי lpha\in\mathbb{L} עבורו
                                                                        \mathbb K אינו אלגברי מעל שדה: תהא \mathbb L/\mathbb K הרחבת שדות אזי lpha\in\mathbb L באשר אינו אלגברי מעל
                                                                                                          \mathbb{K} אלגברי מעל lpha מתקיים כי lpha אלגברי מעל \mathbb{L}/\mathbb{K} ארברי מעל
                                                                                                                                                                                                                     .טענה: \mathbb{C}/\mathbb{R} הרחבה אלגברית
                                   \mathbb{K}\subseteq R סטענה: תהא \mathbb{K}\subseteq R הרחבה אזי (\mathbb{L}/\mathbb{K}) הרחבה אלגברית) אלגברית: המקיים \mathbb{K}\subseteq R מתקיים כי
בעל דרגה f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\} אזי פולינום מתוקן אזי בר אלגברי: תהא lpha\in\mathbb{L} הרחבה ויהי lpha\in\mathbb{L} אלגברי מעל
                                                                                                                                                                                                                       f(\alpha) = 0 מינימלית המקיים
                                           עבור lpha וכן f_lpha\in\mathbb{K}\left[x
ight] הרחבה ויהי lpha\in\mathbb{L} אלגברי מעל אזי קיים ויחיד פולינום מינימלי lpha\in\mathbb{L} אברר מעל
                                                                                                                                                                                                            .(f_{\alpha}) = \{ f \in \mathbb{K} [x] \mid f(\alpha) = 0 \}
                                                                                 f_lpha הינו מעל אזי הפולינום המינימלי אלגברי מעל אלגברי מעל מעל הרחבה ויהי הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} הינו סימון: תהא
                                                                                                                          אי־פריק. f_{lpha} אזי אזי lpha\in\mathbb{L} אי־פריק. הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי מסקנה: תהא
                           f=f_lpha אזי אזי f\left(lpha
ight)=0 אי־פריק מתוקן המקיים אויהי f\in\mathbb{K}\left[x
ight] איזי אלגברי מעל מענה: תהא
טענה: יהי \alpha\in\mathbb{K} אלגברי מעל \nu\left(lpha
ight) אזי איזי 
u:\mathbb{K}/\mathbb{F}\to\mathbb{L}/\mathbb{F} הרחבות יהי אלגברי מעל \mathbb{F} אלגברי מעל \mathbb{F} אלגברי היינה
                                                                                                                                                                                                                                    .f_{
u(lpha)}=f_lpha וכן \mathbb F מעל
חוגים אבליים בעל יחידה המינימלי ויהי אברי ויהי האבלי יחידה באשר אבריים בעלי חידה באשר אבריים בעלי יחידה בעלים בעלי יחידה בעלי יחי
                                                                                                                                                                                                                                           R אזי A \cup S \subseteq R
  A[S]=R אזי S אזי A החוג הנוצר מ־A על ידי אזי אזי S\subseteq B תהא תהא A\subseteq B החוג העליים בעלי יחידה באשר סימון: יהיו
         A\left[S
ight]=igcup_{n=1}^{\infty}\left\{f\left(s_1\dots s_n
ight)\left|egin{array}{c}f\in A[x_1\dots x_n]\ s_1\dots s_n\in S\end{array}
ight\} אזי S\subseteq B אזי A\subseteq B טענה: יהיו A, חוגים אבליים בעלי יחידה באשר A\subseteq B ותהא
                                  \mathbb{F}/\mathbb{K} אזי אוי אוכן \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} הרחבה נוצרת: תהא \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} הרחבה תהא אויהי אויהי אויה \mathbb{F}\subseteq\mathbb{L} הרחבה בוצרת: תהא
                                                                             \mathbb{K}\left(S
ight)=\mathbb{F} אזי אזי איזי הרחבה הנוצרת על אזי הרחבה הנוצרת ותהא אותהא ותהא אוS\subseteq\mathbb{L} אזי הרחבה הרחבה הרחבה הנוצרת איזי איזי איזי איזי
                                                    \mathbb{L}(S) = \bigcup_{n=1}^{\infty} \bigcup_{f,g \in \mathbb{K}[x_1 \dots x_n]} \left\{ rac{f(s_1 \dots s_n)}{g(s_1 \dots s_n)} \;\middle|\; egin{array}{c} s_1 \dots s_n \in S \\ g(s_1 \dots s_n) 
eq 0 \end{array} 
ight\} אאי S \subseteq \mathbb{L} אאי S \subseteq \mathbb{L} הרחבה ותהא
                                                                                                                                                                                                  \mathbb{Q}(\sqrt{2},\sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}+\sqrt{3}) טענה:
```

 $\mathbb{F}_p=\mathbb{Z}_p$ אזי $p\in\mathbb{P}$ סימון: יהי

שדה הרחבה: יהי $\mathbb K \subseteq \mathbb L$ שדה אזי שדה $\mathbb L$ המקיים $\mathbb K \subseteq \mathbb K$ שדות באשר $\mathbb K, \mathbb K$ אזי $\mathbb K \setminus \mathbb K$. סימון: יהיו $\mathbb K, \mathbb K$ שדות באשר $\mathbb K$

 \mathbb{L}/\mathbb{K} טענה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אזי הינו מרחב וקטורי מעל

 $\mathbb{K}\subset\mathbb{F}$ שדה \mathbb{K} המקיים שדה \mathbb{K} המקיים שדה \mathbb{K} טענה: יהי \mathbb{F} שדה אזי \mathbb{K} שדה \mathbb{K} שדה פשוט. $\mathbb{K}\subseteq\mathbb{F}\mid$ מסקנה: יהי \mathbb{F} שדה אזי קיים ויחיד שדה פשוט $\mathbb{K}\subseteq\mathbb{F}$ משפט: יהי \mathbb{F} שדה פשוט אזי $\mathbb{F}_p\subseteq\mathbb{F}$ שדה פשוט אזי $\mathbb{F}_p\subseteq\mathbb{F}$ עבורו $\mathbb{F}_p\subseteq\mathbb{K}$ שדה סופי אזי קיים $\mathbb{F}_p\subseteq\mathbb{K}$ עבורו $\mathbb{F}_p\subseteq\mathbb{K}$

. כאובייקט \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי נתייחס לביטוי \mathbb{K},\mathbb{L} כאובייקט \mathbb{K},\mathbb{L} יהיו

 $.|\mathbb{K}|=p^n$ עבורם $n\in\mathbb{N}$ וקיים וקיים אזי קיים אזי שדה סופי אזי יהי מסקנה: יהי

 $.
u_{\mathbb{F}}=\mathrm{Id}_{\mathbb{F}}$ המקיים $u:\mathbb{K}\hookrightarrow\mathbb{L}$ שיכון אזי שיכון הרחבות אוי שדה ותהיינה שדה ותהיינה הומומורפיזם הרחבות: יהי

 $\mathbb{K}/\mathbb{F} \to \mathbb{L}/\mathbb{F} = \{ \nu : \mathbb{K} \hookrightarrow \mathbb{L} \mid \nu_{\upharpoonright_{\mathbb{F}}} = \mathrm{Id}_{\mathbb{F}} \}$ הרחבות אזי $\mathbb{K}/\mathbb{F}, \mathbb{L}/\mathbb{F}$ שדה ותהיינה $\mathbb{K}/\mathbb{F}, \mathbb{L}/\mathbb{F}$ הרחבות ויהי $\mathbb{K}/\mathbb{F} \to \mathbb{L}/\mathbb{F} \to \mathbb{L}/\mathbb{F}$ אזי ν העתקה לינארית מעל $\mathbb{K}/\mathbb{F}, \mathbb{L}/\mathbb{F} \to \mathbb{E}/\mathbb{F}$ הרחבות ויהי

```
\mathbb{K}\left(lpha
ight)/\mathbb{K}\simeq\mathbb{K}\left(x
ight)/\mathbb{K} אם lpha טרנסצנדנטי מעל lpha אז •
                                                                                                          \mathbb{K}(\alpha)/\mathbb{K}\simeq \left(\mathbb{K}[x]/(f_{\alpha})\right)/\mathbb{K} אז אלגברי מעל \alpha אלגברי מעל \alpha

u:\mathbb{K}\left(lpha
ight)/\mathbb{K}	o\mathbb{K}\left(eta
ight)/\mathbb{K} שדה יהי \mathbb{K} שדה יהי f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\} אי־פריק ויהיו lpha,eta\in\mathbb{K} שורשים של f אזי קיים איזומורפיזם
                                                                                                                                                                           .\nu\left(\alpha\right)=\beta באשר
המקיים f\in\mathbb{K}\left[x_1\ldots x_n
ight] אזי קיים eta\in\mathbb{K}\left(lpha_1\ldotslpha_n
ight) אלגבריים מעל eta ויהי eta\in\mathbb{K}\left(lpha_1\ldotslpha_n
ight) אזי קיים eta המקיים
                                                                                                                                                                        f(\alpha_1 \dots \alpha_n) = \beta
                                                                                                      \mathbb{L}:\mathbb{K}=\dim_{\mathbb{K}}\left(\mathbb{L}
ight) אזי הרחבה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה:
                                                                                                                    \mathbb{L}[\mathbb{L}:\mathbb{K}]<\infty הרחבה סופית: הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה הרחבה
                                     \mathbb{F}^{[x]/(f)} בסיס של \left\{x^i+(f)
ight\}_{i=0}^{n-1} אזי \deg(f)=n באשר באשר f\in\mathbb{F}[x] ויהי n\in\mathbb{N}_+ יהי שדה יהי
                                                                                                   טענה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סופית אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה נוצרת סופית.
                                                     טענה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סופית) הרחבה אלגברית נוצרת סופית).
                                                                       \mathbb{E}[\mathbb{K}(lpha):\mathbb{K}]=\deg(f_lpha) אזי מענה: תהא lpha\in\mathbb{L} הרחבה ויהי lpha\in\mathbb{L} אלגברי מעל
                                                      [\mathbb{F}:\mathbb{K}]=[\mathbb{F}:\mathbb{L}]\cdot[\mathbb{L}:\mathbb{K}] אזי \mathbb{F}/\mathbb{L},\mathbb{L}/\mathbb{K} משפט מולטיפליקטיביות של דרגה: תהיינה
     (פיים שדה \mathbb{F}/\mathbb{K} המקיים \alpha\in\mathbb{F} המקיים שדה \mathbb{F}\subset\mathbb{L} הרחבה סופית). אזי \alpha\in\mathbb{F} הרחבה ויהי \alpha\in\mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבה משפט:
הרחבה \mathbb{F}/\mathbb{K} וכן lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F} המקיים שדה \mathbb{F}\subseteq\mathbb{L} המקיים מעל אזי אלגבריים מעל lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{L} הרחבה ויהיו
                                                                                                                                                                                            סופית.
                                                                                     מסקנה: תהיינה \mathbb{F}/\mathbb{L}, \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבות אלגבריות אזי \mathbb{F}/\mathbb{L}, \mathbb{L}/\mathbb{K} מסקנה:
                                                                                                                       \mathbb{Q}\left(\sqrt{q}\right) \not\simeq \mathbb{Q}\left(\sqrt{p}\right) אונים אזי p,q \in \mathbb{P} טענה: יהיו
               \mathbb{L}\left[x
ight] איז אי־פריק מעל f\in\mathbb{K}\left[x
ight] אי־פריק מעל f\in\mathbb{K}\left[x
ight] אי־פריק מעל אי־פריק מעל f\in\mathbb{K}\left[x
ight] אי־פריק מעל
                                                                           \overline{\mathbb{K}_{\mathbb{L}}}=\{lpha\in\mathbb{L}\mid\mathbb{K} אלגברי מעל lpha\} הרחבה אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה: תהא
                                                                                                                                       מסקנה: תהא \mathbb{K}_{\mathbb{L}} הרחבה אזי שדה.
                                                                                                                            |\mathbb{F}[x]| = \max\left\{\left|\mathbb{F}\right|, leph_0
ight\} טענה: יהי \mathbb{F} שדה אזי
                                                                                                      \|\mathbb{L}\| \leq \max\{\|\mathbb{K}\|, \aleph_0\} טענה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אלגברית אזי
                                       a\in\mathbb{K} המקיים lpha\in\mathbb{K} המקיים מצור אלגברית: שדה שדה לכל לכל באשר f\in\mathbb{K}\left[x
ight] באשר באשר שדה סגור אלגברית: שדה עבורו לכל
                                                                                                            טענה המשפט היסודי של האלגברה: \mathbb C שדה סגור אלגברית.
                                                                                        הרחבה סגורה אלגברית: הרחבה אלגברית באשר \mathbb{L} באשר ש סגור אלגברית.
f=lpha_0\cdot\prod_{i=1}^n(x-lpha_i) בור מתפרק לגורמים מתפרק לגורמים: יהי \mathbb K שדה אזי ושדה אזי ועבורו קיימים f\in\mathbb K עבורו קיימים המפרק לגורמים לינאריים: יהי
                                                               . טענה: יהי \mathbb{K} שדה סגור אלגברית ויהי f \in \mathbb{K}\left[x\right] \setminus \{0\} אזי אינה סגור אלגברית ויהי
                                     . סענה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סגורה אלגברית ויהי \mathbb{F}\subseteq\mathbb{L} המקיים \mathbb{F}\subseteq\mathbb{L} הרחבה סגורה אלגברית ניהי בחלב
                                                                                    \mathbb{L}=\mathbb{K} אזי אלגברית הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אלגברית אזי שדה סגור אלגברית יהי
                             sols_{\mathbb{L}}(f)
eq arnothing באשר f\in\mathbb{K}\left[x
ight] אזי קיימת הרחבה סופית \mathbb{L}/\mathbb{K} המקיימת f\in\mathbb{K}\left[x
ight] באשר האיי יים איי
                      למה: יהי \mathbb{X} שדה ויהי \{0\} אזי קיימת הרחבה סופית \mathbb{L}/\mathbb{K} עבורה קיימים אזי קיימת ה\alpha_0, \alpha_1 \ldots \alpha_n \in \mathbb{L}
                                                                                                                                                               f = \alpha_0 \cdot \prod_{i=1}^n (x - \alpha_i)
 המקיימת lpha\in M_{m	imes(n+1)}\left(\mathbb{L}
ight) עבורה קיימת \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי קיימת הרחבה אזי קיימת הרחבה f_1\dots f_m\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\} המקיימת
                                                                                                                                j \in [m] לכל f_j = \alpha_{j,1} \cdot \prod_{i=1}^n (x - \alpha_{j,i+1})
\mathbb{L}/\mathbb{K} משפט: יהי \mathcal{T} שדה תהא \mathcal{T} קבוצה ויהיו \langle f_	au \in \mathcal{T} | 	au \in \mathcal{T} \rangle באשר באשר לכל לכל לכל שדה תהא \mathcal{T} קבוצה ויהיו באלגברית להיו ליהיו
                                                                                                                                           .	au \in \mathcal{T} לכל \mathrm{sols}_{\mathbb{L}}\left(f_{	au}
ight) 
eq arnothing המקיימת
                                                                                                         \mathbb{L}/\mathbb{K} שדה אזי קיימת הרחבה סגורה אלגברית שפט: יהי \mathbb{K} שדה אזי קיימת
\Phi:\mathbb{L}\hookrightarrow\mathbb{F} משפט שטייניץ: תהא 
u:\mathbb{K}\hookrightarrow\mathbb{F} הרחבה אלגברית יהי 
u:\mathbb{K}\hookrightarrow\mathbb{F} שדה סגור אלגברית ויהי שדה סגור אלגברית היהי שדה סגור אלגברית היהי
                                                                                                                                                                       AC דורש .\Phi_{\uparrow_{\mathbb{K}}} = \nu
                                                                                       \mathbb{F}/\mathbb{K}\simeq\mathbb{L}/\mathbb{K} אזי אלגברית סגורות ארבות הרחבות \mathbb{F}/\mathbb{K},\mathbb{L}/\mathbb{K} מסקנה: תהיינה
                                                                                               \overline{\mathbb{K}}=\mathbb{L} אזי אלגברית אלגברית הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה שדה שדה \mathbb{K}יהי שדה ותהא
```

 $\mathbb{K}\left(lpha
ight)/\mathbb{K}$ אזי $lpha\in\mathbb{L}$ ויהי ויהי \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי

משפט מבנה של הרחבה פשוטה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי משפט מבנה של הרחבה פשוטה

 $L/\mathbb{K} o \overline{\mathbb{K}}/\mathbb{K}$ מסקנה: תהא $\mathbb{L}/\mathbb{K} o \mathbb{K}$ הרחבה אלגברית אזי קיים הומומורפיזם

```
\deg(a)
.(a=rac{lpha x+eta}{\gamma x+\delta} וכן lpha \delta-eta\gamma
eq 0 המקיימים lpha,eta,\gamma,\delta\in\mathbb{K} (קיימים (קיימים אזי מסקנה: יהי lpha שדה ותהא lpha\in\mathbb{K}(a) אזי (lpha
                           .\mathrm{Aut}\left(\mathbb{K}\left(x\right)\right)=\left\{\frac{\alpha x+\beta}{\gamma x+\delta}\;\middle|\;\left(\alpha,\beta,\gamma,\delta\in\mathbb{K}\right)\wedge\left(\alpha\delta-\beta\gamma\neq0\right)\right\} שדה אזי a\in\mathbb{K}\left(x\right) שדה אזי a\in\mathbb{K}\left(x\right) אוטומורפיזם ויהי a\in\mathbb{K}\left(x\right) אזי a\in\mathbb{K}\left(x\right) אוטומורפיזם ויהי
                                              \mathbb{L}=\mathbb{K}\left(lpha
ight) טרנסצנדטי המקיים בשוטה: הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} עבורה קיים lpha\in\mathbb{L}
  . הרחבה טרנסצנדנטית פשוטה. \mathbb{L}/\mathbb{K} משפט לורות': יהיו \mathbb{L}/\mathbb{K} שדות באשר \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה לא טריוואלית וכן \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אזי
                       f(
u,\psi)=0 אבורן עבורן 
u,\psi\in\mathbb{K}(x) אזי פונקציות רציונליות 
u,\psi\in\mathbb{K}(x) אזי פונקציות רציונליות אזי שדה ותהא
                         . עקומה פרמטריציה פרמטריציה איזי עקומה \{f(x,y)=0\} איזי עקומה איזי שדה תהא איזי שדה תהא איזי עקומה f:\mathbb{K}^2	o\mathbb{K} שדה שדה תהא
              \mathbb{L}(u_1\dots u_m) איזי אלגברית מעל שדה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה ויהיו איזי u_1\dots u_m\in\mathbb{L} איבר תלוי אלגברית מעל אלגברית מעל שדה: תהא
איני תלוי אלגברית מעל שדה (בת"א): תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה ויהיו u_1\ldots u_m\in\mathbb{L} אזי איני תלוי אלגברית מעל שדה (בת"א): איבר בלתי תלוי אלגברית מעל איני תלוי אלגברית מעל שדה (בת"א): איני תלוי אלגברית מעל שדה (בת"א): איני תלוי אלגברית מעל שדה (בת"א): תהא
                                                                                                                                                      \mathbb{K} מעל u_1 \dots u_mב
\mathbb K מעל u_1\dots u_{m-1} בת"א ב־u_1\dots u_m באשר u_1\dots u_m מעל u_1\dots u_m,v\in\mathbb L מעל בת"א ברית מעל u_1\dots u_m,v\in\mathbb L מעל
                                                                                                               \mathbb{K} מעל u_1 \dots u_{m-1}, vמעל אזי תלוי אלגברית א
למה: תהא \mathbb{Z}/M הרחבה יהיו \mathbb{Z}/M וכן v_i מעל u_1\ldots u_m,v_1\ldots u_m,v_1\ldots v_n מעל \mathbb{Z}/M וכן v_i מעל \mathbb{Z}/M הרחבה יהיו
                                                                         \mathbb K מעל u_1 \dots u_mברית הלוי אלגברית אזי j \in [n] לכל לכל אזי מעל ברית בי
קבוצה בלתי תלויה אלגברית/טרנסצנדנטיים בלתי תלויים אלגברית זה בזה (בת"א): תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אזי עבורם עבורם u_1\dots u_m\in\mathbb{L}
                                                                                   f=0 אז f\left(u_1\ldots u_m
ight)=0 מתקיים כי אם f\in\mathbb{K}\left[x_1\ldots x_m
ight]
                                          \mathbb{K}(u_1\dots u_m)\simeq \mathbb{K}(x_1\dots x_m) אזי משפט: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה ויהיו u_1\dots u_m\in \mathbb{L} משפט: תהא
קבוצה בלתי תלויה אלגברית (בת"א): תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אזי \mathcal{B}\subseteq\mathbb{L} עבורה לכל S\subseteq\mathcal{B} סופית ולכל \mathbb{L}/\mathbb{K} מתקיים
                                                                                                                                           f = 0 אז f(S) = 0 כי אם
                   \mathbb{K}\left(\{u_{lpha}\}_{lpha\in\mathcal{I}}
ight)\simeq\mathbb{K}\left(\{x_{lpha}\}_{lpha\in\mathcal{I}}
ight) אזי \mathbb{K} אזי \{u_{lpha}\}_{lpha\in\mathcal{I}}\subseteq\mathbb{L} משפט: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} בת"א מעל
\mathbb K בת"א מעל \mathbb A\subseteq\mathbb L בת"א מעל \mathbb K בח"א בסיס טרנסצנדנטי של הרחבה: תהא בחרה שאינה אלגברית אזי של הרחבה: תהא
                                                                                                                                                            \mathcal{B} \not\subset \mathcal{A} מתקיים
                                                                    . משפט: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} בסיס טרנסצנדנטי. הרחבה שאינה אלגברית אזי קיים ל
          \mathbb{L}\subseteq S טענה: תהא \mathbb{L}א החבת שדות ותהא \mathbb{L}=\mathbb{L} באשר באשר \mathbb{L}=\mathbb{L} אזי קיים בסיס טרנסצנדנטי \mathbb{L} של אוווו ותהא \mathbb{L}
                                            \mathbb{L}/\mathbb{K}\simeq\mathbb{K}\left(\{x_{lpha}\}_{lpha\in\mathcal{I}}
ight)/\mathbb{K} המקיימת \mathcal{I} המקיימת עבורה קיימת עבורה \mathbb{L}/\mathbb{K}\simeq\mathbb{K}\left(\{x_{lpha}\}_{lpha\in\mathcal{I}}
ight)
מסקנה משפט הפיצול: תהא \mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבה אזי קיים שדה \mathbb{F} באשר \mathbb{F}/\mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבה טרנסצנדנטית וכן
                                                                                                                                                   \mathbb{L}/\mathbb{F} הרחבה אלגברית.
\beta \in B וכן לכל \mathbb{K}(B) וכן אלגברית: מתקיים כי \alpha אלגברית: עבורן לכל A,B \subseteq \mathbb{L} וכן לכל אלגברית: תהא
                                                                                                                                    \mathbb{K}\left(A
ight) מתקיים כי eta אלגברי מעל
      AC משפט: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה ותהא A\subseteq \mathbb{L} אזי קיימת A\subseteq A בת"א מעל \mathbb{K} באשר A,M שקולות אלגברית מעל
משפט: תהא \mathbb{Z}/\mathbb{Z} הרחבה ותהיינה A,B\subseteq\mathbb{L} באשר A,B\subseteq\mathbb{L} וכן B בת"א אזי קיימת \mathbb{Z}/\mathbb{Z} הרחבה ותהיינה
                                                                                                                       {
m AC} שקולות אלגברית מעל {
m I\! K}. דורש A,M
למה משפט ההחלפה: תהא b_j וכן \mathbb K וכן b_j וכן b_j בת"א משפט ההחלפה: באשר a_1\dots a_r, b_1\dots b_s\in\mathbb L ויהיו
שקולה \{a_1\dots a_r,b_1\dots b_s\}ackslash S=s באשר בא |S|=s באשר זיימת וכן קיימת איי איי j\in [s] איי איי לכל האיי מעל j\in [s]
                                                                                                                                      \mathbb{K} מעל \{a_1 \ldots a_r\}אלגברית ל-
                                                 |A|=|B| אזי אזי אוגברית מעל \mathbb{K} אזי איקולות אלגברית בת"א בת"א בת"א בת"ג הרחבה ותהיינה
                                                  \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} מסקנה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה ויהיו \mathcal{A},\mathcal{B}\subseteq\mathbb{L} בסיסים טרנסצנדנטיים של
```

 $\det_{\mathbb{K}}(\mathbb{L})=|\mathcal{B}|$ אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי טרנסצנדנטית של \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה שאינה אלגברית ויהי \mathcal{B} בסיס טרנסצנדנטי של הרחבה: תהא

אזי $\gcd(f,g)=1$ וכן $a=rac{f}{g}$ באשר $f,g\in\mathbb{K}\left[x
ight]$ ויהיו והה תהא שדה תהא שדה אזי יהי $a\in\mathbb{K}\left(x
ight)$ שדה תהא

משפט: יהי $\mathbb{K}\left(x\right)/\mathbb{K}\left(a\right)$ וכן $\mathbb{K}\left(x\right)/\mathbb{K}\left(a\right)$ אזי a טרנסצנדנטי מעל a וכן $a\in\mathbb{K}\left(x\right)$ הרחבה אלגברית מדרגה משפט: יהי a

 $.\overline{\mathbb{Q}_{\mathbb{C}}}=\overline{\mathbb{Q}}$ טענה: $|\overline{\mathbb{Q}}|=leph_0$

. טענה: יהי \mathbb{F} שדה אינסופי אזי $\mathbb{F}^{ imes}$ אינה ציקלית

 $\deg(a) = \max\{\deg(f), \deg(g)\}\$

```
\overline{\mathbb{C}\left(x
ight)}\simeq\mathbb{C} :טענה
                                                                                                                 \mathbb{K} 
eq \mathbb{R} וכן \mathbb{K} \simeq \mathbb{R} טענה: קיים שדה \mathbb{K} \subseteq \mathbb{C} באשר
                                                                                                                |\operatorname{Aut}(\mathbb{C}/\mathbb{Q})|=2^{2^{\aleph_0}} וכן \operatorname{Aut}(\mathbb{R}/\mathbb{Q})=\{e\} טענה:
                                                \mathbb{F},\mathbb{K}\subseteq\mathbb{E} שדות אזי השדה המינימלי \mathbb{E}\subseteq\mathbb{L} המקיים \mathbb{E}\subseteq\mathbb{L} שדות אזי השדה היהיו שדה ויהיו
                                                                       \mathbb{F}\cdot\mathbb{K}=\mathbb{E} אזי \mathbb{F},\mathbb{K} אזי \mathbb{F},\mathbb{K}\subseteq\mathbb{L} ויהי שדה קומפוזיט של \mathbb{F},\mathbb{K}\subseteq\mathbb{L} איזי
\operatorname{degtr}_{\mathbb{K}}\left(\mathbb{FE}
ight)\leq\mathbb{K}\subseteq\mathbb{E} איזי שדות באשר \mathbb{F},\mathbb{E}\subseteq\mathbb{L} שדות באשר \operatorname{degtr}_{\mathbb{K}}\left(\mathbb{K}
ight)<\aleph_{0} איזי שלנה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבת שדות באשר
                                                                                                                                                       \operatorname{degtr}_{\mathbb{K}}(\mathbb{F}) + \operatorname{degtr}_{\mathbb{K}}(\mathbb{E})
שדה f וכן \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} מתפרק לגורמים לינאריים מעל f\in\mathbb{K}[x] באשר באשר f\in\mathbb{K}[x] שדה ויהי
                                                                                   \mathbb{L}\left[x
ight] מתקיים מעל מתפרק אינו מתפרק אינו מתקיים כי מעל בה מתקיים מעל בה לכל
                     \mathbb{F}/\mathbb{K}\simeq\mathbb{L}/\mathbb{K} משפט: יהי \mathbb{K} שדה ויהי f\in\mathbb{K} מחקיים לf שדה פיצול וכן לכל שדות פיצול f\in\mathbb{K} מחקיים f\in\mathbb{K}
                                                                                      |\mathbb{F}|=p^n טענה: יהי \mathbb{F} באשר p\in\mathbb{P} אזי קיים ויחיד שדה ויהי n\in\mathbb{N}_+
                                                                                              \mathbb{F}_{p^n}=\{x\in\overline{\mathbb{F}_p}\mid x^{p^n}=x\} אזי p\in\mathbb{P} ויהי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי יהי
                                           \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי f שדה הפיצול של ויהי ויהי \deg(f)=2 באשר f\in\mathbb{K}\left[x
ight] שדה הפיצול של אזי
                                                                                             \mathbb{L}[\mathbb{L}:\mathbb{K}]=2 אזי \mathbb{L}
eq \mathbb{K} טענה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה ריבועית באשר
f אז sols_{\mathbb{L}}(f) 
eq \emptyset מתקיים כי אם f \in \mathbb{K}[x] עבורה לכל פולינום אי־פריק עבורה f \in \mathbb{K}[x] מתפרים אלגברית
                                                                                                                                                    \mathbb{L}\left[x
ight] לגורמים לינאריים מעל
                                                                                              משפט: תהא \mathbb{K}/\mathbb{L} הרחבה סופית באשר \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אזי התב"ש
                                                                                                                                                    .הרחבה נורמלית \mathbb{L}/\mathbb{K}
                                                                                                                    f \in \mathbb{K}[x] שדה הפיצול של f \in \mathbb{K}[x]
                                                                                                               \mathbb{F}=\mathbb{L} אז \mathbb{F}/\mathbb{K}\simeq\mathbb{L}/\mathbb{K} אם \overline{\mathbb{K}}/\mathbb{F} אז ullet

u(\mathbb{L}) = \mathbb{L} מתקיים 
u: \overline{\mathbb{K}}/\mathbb{K} \to \overline{\mathbb{K}}/\mathbb{K} • לכל אוטומורפיזם
                                                  . הרחבה נורמלית \mathbb{L}/\mathbb{F} אזי \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} אזי \mathbb{F}\subseteq\mathbb{L} הרחבה נורמלית ויהי
                                                           \mathbb{L}\subset\mathbb{F} עבורה \mathbb{F}/\mathbb{K} עבורה סופית נורמלית אזי קיימת הרחבה סופית עבורה \mathbb{L}/\mathbb{K}
הרחבה (\mathbb{L}\cdot\mathbb{F}) /\mathbb{K} שדות באשר \mathbb{F},\mathbb{L}\subseteq\mathbb{K} וכן \mathbb{K}\subseteq\mathbb{K} הרחבות נורמליות אזי \mathbb{F},\mathbb{L}\subseteq\mathbb{K} הרחבה מסקנה: יהי \mathbb{K}
                                                                                                                                נורמלית וכן \mathbb{L} \cap \mathbb{F}) /\mathbb{K} נורמלית.
                                                                                                מסקנה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה מדרגה 2 אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה נורמלית.
                                                                           מסקנה: יהי \mathbb{L}/\mathbb{F} שדה סופי ותהא \mathbb{L}/\mathbb{F} הרחבה סופית אזי \mathbb{L}/\mathbb{F} הרחבה נורמלית.
f_lpha סענה: תהא \mathbb{L}[x] הרחבה אלגברית אזי \mathbb{L}[x] הרחבה נורמלית) הרחבה הפולינום \alpha\in\mathbb{L} מתפרק לגורמים לינאריים מעל
                                              (\mathbb{L}\left[x
ight] איז (f,g) איז ארים מעל f,g\in\mathbb{K}\left[x
ight] זרים מעל f,g\in\mathbb{K}\left[x
ight] ארים מעל \mathbb{L}\left[x
ight] ארים מעל
                   טענה: תהא \mathbb{L}[x] מעל g,h|f מעל g,h\in\mathbb{L}[x] אי־פריק ויהיו אי־פריק מעל f\in\mathbb{K}[x] מעל מעל הרחבה נורמלית יהי
                                                                                                                                                                 \deg(q) = \deg(h)
                                                                \overline{\mathbb{K}}\left[x
ight] באשר f בעל שורשים פשוטים מעל שדה אזי באיר איזי באשר f\in\mathbb{K}\left[x
ight] באשר שורשים פשוטים מעל
                                                          \overline{\mathbb{K}}[x] אירספרבילי טהור: יהי \mathbb{K} שדה אזי f \in \mathbb{K}[x] באשר f \in \mathbb{K}[x] באשר שורש יחיד מעל
                                                                  . איבר f_{lpha} עבורו אזי lpha\in\mathbb{L} איבר ספרבילי מעל שדה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אלגברית איי
                                                       . שפרבילי סער ספרבילית: הרחבה אלגברית \mathbb{L}/\mathbb{K} עבורה לכל מתקיים כי lpha ספרבילי מעל
                  \mathbb{F} אזי \mathbb{K} \subset \mathbb{F} אזי \mathbb{K} \subset \mathbb{F} באשר \mathbb{F} \subset \mathbb{L} אזי \alpha \in \mathbb{L} ספרבילי מעל \mathbb{K} \subset \mathbb{F} באשר בילי מעל
                                                               g\in\mathbb{K}\left[x
ight] מסקנה: יהי p\in\mathbb{K} בעל שורש מרובה)(p) הרחבה אלגברית באשר ויהי הרחבה אלגברית באשר ויהי הרחבה אלגברית באשר ויהי
                                                                                                                                                          f_{\alpha}(x) = q(x^p) עבורו
                                                                                                                     משפט: יהי n\in\mathbb{N} ותהא ותהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סופית אזי
                                                                                                                                                     |\mathbb{L} \hookrightarrow \overline{\mathbb{K}}| \leq [\mathbb{L} : \mathbb{K}] \bullet
                                                                                                                   \mathbb{L}/\mathbb{K}ספרבילית)=[\mathbb{L}:\mathbb{K}]ספרבילית) ספרבילית) ספרבילית)
```

. מסקנה: תהא $\mathbb{L}/\mathbb{F},\mathbb{F}/\mathbb{K})$ הרחבה סופית ויהי $\mathbb{F}\subseteq\mathbb{L}$ שדה באשר $\mathbb{F}\subseteq\mathbb{L}$ אאי שדה באשר בילית).

מסקנה: יהיו $\overline{\mathbb{K}}$ מיסקנה: אזי $(\alpha_1 \ldots \alpha_m) \neq \mathbb{K}$ מפרבילית) אזי מאזי מעל $(\alpha_1 \ldots \alpha_m) \neq \mathbb{K}$ ספרביליים מעל

 $\operatorname{degtr}_{\mathbb{K}}\left(\mathbb{L}\right) = \operatorname{degtr}_{\mathbb{K}}\left(\mathbb{F}\right) + \operatorname{degtr}_{\mathbb{F}}\left(\mathbb{L}\right)$ הרחבות אזי $\mathbb{F}/\mathbb{K}, \mathbb{L}/\mathbb{F}$ הרחבות

```
טענה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} ספרבילית. char (\mathbb{K}) 
mid | [\mathbb{L}:\mathbb{K}] ספרבילית.
                                                                                         . שדה משוכלל: שדה \mathbb{L} עבורו לכל הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} מתקיים כי
                                                                                                                                               אזי p \in \mathbb{P} אזי שדה ויהי \mathbb{K} אזי
                                                                                                                                אז \mathbb{K} שדה משוכלל. char (\mathbb{K})=0
                                                        (eta^p=lpha) אז (eta^p=lpha עבורו eta\in\mathbb{K} אם lpha\in\mathbb{K} אז (לכל שדה משוכלל) שדה משוכלל) איז (הור אז char (oldsymbol{\mathbb{K}}) אם
                                                                                                                              מסקנה: יהי \mathbb F שדה סופי אזי \mathbb F שדה משוכלל.
                                                                            . טענה: יהי p\in\mathbb{P}^n אזי היהי p\in\mathbb{P}^n שדה משוכלל שדה רויהי שדה ויהי p\in\mathbb{P}
                                                                                               \mathbb{L}=\mathbb{K}\left(lpha
ight) עבורו lpha\in\mathbb{L} איבר פרימיטיבי: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אזי
                \mathbb{L}=\mathbb{K}\left(lpha
ight) עבורו lpha\in\mathbb{L} שדה אינסופי ותהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סופית ספרבילית אזי קיים שדה אינסופי ותהא
                                                                                                    למה: יהי \mathbb{K} שדה ותהא G\subseteq\mathbb{K}^{	imes} חבורה סופית אזי G ציקלית.
                                                                                                                                     \mathbb{F}^{	imes} אזי \mathbb{F}^{	imes} ציקלית.
                                    \mathbb{L}=\mathbb{K}\left(lpha
ight) עבורו lpha\in\mathbb{L} עבורו אזי קיים lpha\in\mathbb{L} אבה סופי ותהא
                              (p \nmid n) \Longleftrightarrow (\mathbb{K} \, [x] \,  ספרבילי מעל אזי (n \in \mathbb{N}_+ ויהי הי n \in \mathbb{N}_+ טענה: יהי p \in \mathbb{P} יהי יהי p \in \mathbb{R} יהי
           \mu_n=\operatorname{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}\left(x^n-1
ight) אזי \gcd(n,p)=1 באשר n\in\mathbb{N}_+ ויהי ויהי רמער באשר p\in\mathbb{P} אזי שדה באשר p\in\mathbb{R}
                              טענה: יהי \gcd(n,p)=1 איז \gcd(\mathbb{R})=n ויהי ויהי \gcd(n,p)=1 באשר ויהי ההי \mathbb{R} איז p\in\mathbb{R} חבורה ציקלית.
שורש g \in \mu_n אזי \gcd(n,p)=1 באשר ויהי n \in \mathbb{N}_+ ויהי ויהי ויהי באשר n \in \mathbb{N}_+ באשר איז n \in \mathbb{N}_+ באשר ויהי איז יהי n \in \mathbb{N}_+ יהי
                                                                                                                                                                                        \mu_n של
                 \mathbb{E}[\mathrm{Aut}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight)]=|\mathrm{sols}_{\mathbb{K}(lpha)}\left(f_{lpha}
ight)| איזי \alpha איזי f_{lpha}\in\mathbb{K}\left[x
ight] הרחבה פשוטה ויהי
                                                                                            . הרחבת גלואה: הרחבה סופית \mathbb{L}/\mathbb{K} באשר \mathbb{L}/\mathbb{K} נורמלית וספרבילית.
                                                            . הרחבת גלואה \mathbb{L}/\mathbb{F} אזי \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} אזי \mathbb{F}\subseteq\mathbb{L} הרחבת גלואה ויהי שענה: תהא
                                       טענה: אזי \mathbb{F}/\mathbb{K} אזי \mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבת גלואה. \mathbb{F} ויהי \mathbb{F} שדה פיצול של f\in\mathbb{K} הרחבת גלואה.
                                                               . אוי \mathbb{L}/\mathbb{F} שדה סופי ויהי \mathbb{L} שדה באשר \mathbb{L}/\mathbb{F} הרחבה סופית אזי \mathbb{L}/\mathbb{F} הרחבת גלואה.
              .
u: \mathbb{F}/\mathbb{K} 	o \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סופית ספרבילית אזי קיימת הרחבת גלואה \mathbb{L}/\mathbb{K} עבורה קיים הומומורפיזם
                                                          \mathrm{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight)=\mathrm{Aut}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight) אזי הרחבת גלואה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} תבורת גלואה של הרחבת גלואה:
                                                                                                              טענה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} חבורה \mathbb{L}/\mathbb{K} חבורה.
                                                                                                 a^{\sigma}=\sigma\left(a
ight) אזי \sigma\in\operatorname{Aut}\left(\mathbb{L}
ight) ויהי a\in\mathbb{L} אזי שדה יהי \mathbb{L} יהי
                                          \mathrm{GA}\left(\sigma,lpha
ight)=a^{\sigma} כך \mathrm{GA}:\mathrm{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight)	imes\mathbb{L}	o\mathbb{L} פעולת גלואה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבת גלואה אזי נגדיר
                                                                                                      \mathrm{GA}\in\mathrm{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight) \curvearrowright \mathbb{L} אזי הרחבת \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבת למה: תהא
טענה: תהא f(x)=\prod_{eta\in \mathrm{Orb}(lpha)}(x-eta) כך כך f\in\mathbb{L}[x] איזי lpha\in\mathbb{L} וכן אי־פּריק מעל lpha\in\mathbb{L}
                                                                                                                                                                                          \mathbb{K}[x]
                                                  \operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{F}
ight) \leq \operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight) אזי \mathbb{K} \subseteq \mathbb{F} שדה באשר \mathbb{F} \subseteq \mathbb{L} הרחבת גלואה ויהי
                                                                                                     |\operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight)|=[\mathbb{L}:\mathbb{K}] משפט: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבת גלואה אזי
                                                            \mathbb{L}[\mathbb{L}:\mathbb{K}]=|\mathrm{Aut}\,(\mathbb{L}/\mathbb{K})|)הרחבת גלואה) הרחבה סופית אזי הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה החבה טופית אזי
                                             עת־חבורה אזי H \leq \operatorname{Aut}\left(\mathbb{L}\right) אדה ותהא שדה ביחס לחבורה: יהי של שדה שימורים של שדה אינבריאנטים
                                                                                                                                            .\mathbb{L}^H = \{ a \in \mathbb{L} \mid \forall h \in H.a^h = a \}
                              \mathrm{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{L}^{H}\right)=H וכן הרחבה גלואה וכן אזי שפט: יהי \mathbb{L}/\mathbb{L}^{H} התרחבורה חופית תר־חבורה שופט: יהי H\leq\mathrm{Aut}\left(\mathbb{L}\right)
                                  \mathbb{E}[\operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight):H]=\left[\mathbb{L}^{H}:\mathbb{K}
ight] מסקנה: תהא H\leq\operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight) הרחבה גלואה ותהא
                                                                                                               \mathbb{L}^{\operatorname{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K})}=\mathbb{K} אזי גלואה הרחבת \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבת מסקנה: תהא
                                                \mathrm{Gal}\left(\mathbb{F}_{q^n}/\mathbb{F}_q
ight) יוצר של \mathrm{Fr}_q יוצר של היי חבורה איז \mathrm{Gal}\left(\mathbb{F}_{q^n}/\mathbb{F}_q
ight) אאי n\in\mathbb{N}_+ יוצר של יוצר איז יהי
                                                                  G=\mathrm{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight) עבורה \mathbb{L}/\mathbb{K} עבורה סופית אזי קיימת הרחבת גלואה \mathcal{L}/\mathbb{K}
```

 $\|H + H \leq \operatorname{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K})\| = \|\{\mathbb{F} \mid (\mathbb{K} \subseteq \mathbb{F} \subseteq \mathbb{L}) \land ($ שדה המשפט היסודי של תורת גלואה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבת גלואה אזי

 \mathbb{L}/\mathbb{K} טענה: יהי $p\in\mathbb{N}$ עבורו אזי קיים רומי char \mathbb{L}/\mathbb{K} ספרבילי מעל מעל הרחבה אלגברית באשר $p\in\mathbb{R}$ אזי קיים $p\in\mathbb{R}$

מסקנה: יהי \mathbb{K} שדה ותהיינה $\mathbb{L}/\mathbb{K}, \mathbb{F}/\mathbb{K}$ הרחבות ספרביליות אזי \mathbb{K} שדה ותהיינה מסקנה: יהי \mathbb{K} שדה ותהיינה \mathbb{K}/\mathbb{K} בשדה: תהא \mathbb{K}/\mathbb{K} הרחבה אזי \mathbb{K} ספרבילי מעל

 $\overline{\mathbb{K}}_s=ig\{lpha\in\overline{\mathbb{K}}\mid\mathbb{K}$ מעל מעל מעל שדה אזי שדה אזי שדה אזי שדה מער ספרבילי: יהי

```
\|\mathbb{F} \mid (\mathbb{K} \subseteq \mathbb{F} \subseteq \mathbb{L}) \land (שדה\|\mathbb{F} \mid (\mathbb{K} \subseteq \mathbb{F} \subseteq \mathbb{L}) \land (מסקנה: תהא שחבר ספרבילית סופית אזי
                                                                                                                      \mathbb{F} \mid (\mathbb{F} \mid \mathbb{F}) \land (\mathfrak{F} \mid \mathbb{F}) הרחבה אלגברית\mathbb{F} \mid \mathbb{F} \mid \mathbb{F} \mid \mathbb{F} \mid \mathbb{F} שדה
צמודות \operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{F}\right),\operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{E}\right) הרחבת גלואה ויהיו \mathbb{F},\mathbb{E}\subseteq\mathbb{L} שדות באשר \mathbb{F},\mathbb{E}\subseteq\mathbb{L} הרחבת גלואה ויהיו
                                                                                                                                                                                                .(\operatorname{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K})ב-
                                                                                                     אזי \mathbb{K} \subseteq \mathbb{F} אזי שדה באשר \mathbb{F} \subseteq \mathbb{L} אזי גלואה ויהי הרחבת \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי
                                                                                                                    \operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{F}\right) \leq \operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}\right) \Longrightarrowהרחבת גלואה) הרחבת גלואה) •
                                                                                                        \operatorname{Gal}\left(\mathbb{F}/\mathbb{K}
ight)\simeq\operatorname{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K})/\operatorname{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{F}) אם \mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבת גלואה אז \bullet
                                        . הרחבת \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי f אזי שדה הביצול של בעל שורשים פשוטים ויהי בעל שורשים הרחבת \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבת הרובת \mathbb{L}
  \mathrm{Gal}\left(f
ight)=\mathrm{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight) אזי f שדה יהי \mathbb{K} שדה יהי f\in\mathbb{K}\left[x
ight] בעל שורשים פשוטים ויהי \mathbb{L} שדה הפיצול של
\operatorname{RA}:\operatorname{Gal}(f)	imes\operatorname{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(f)	o \operatorname{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(f) בך אורשים פשוטים אזי נגדיר f\in\mathbb{K}[x] בעל שורשים האר יהי f\in\mathbb{K}[x]
                                                                                                                                                                                        .RA(\sigma,\alpha) = \sigma(\alpha)
                                                                     \mathrm{RA}\in\mathrm{Gal}\,(f)\curvearrowright\mathrm{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(f) אזי פשוטים בעל שורשים בעל דה ויהי f\in\mathbb{K}\left[x
ight]
                                                         (RA) אי־פריק) בעל שורשים פשוטים אזי אור בעל שורשים בעל דה ויהי f \in \mathbb{K}[x] אי־פריק).
                         |\operatorname{Gal}(f)| |\operatorname{deg}(f)| אי־פריק בעל שורשים פשוטים אזי |\operatorname{Gal}(f)| |\operatorname{Gal}(f)| אי־פריק בעל שורשים |\operatorname{Gal}(f)| |\operatorname{Gal}(f)| אי־פריק בעל שורשים פשוטים אזי
f(x_1\dots x_n)=f\left(x_{\sigma(1)}\dots x_{\sigma(n)}
ight) מתקיים \sigma\in S_n מתקיים f\in \mathbb{K} אזי n\in \mathbb{N}_+ אזי n\in \mathbb{N}_+ אזי f\in \mathbb{K} עבורה לכל
                                                         המוגדר האs_k \in \mathbb{K}\left[x_1 \dots x_n\right] אזי ויהי ויהי שדה ההי שדה ההי אלמנטרי: יהי אלמנטרי: ההי אלמנטרי
                                                                                                                       .s_k\left(x_1,\dots,x_n
ight)=\sum_{\substack{a\in[n]^k\ \mathrm{ord} n}}\prod_{i=1}^kx_{a_i} טענה: יהי a שדה ויהי k\in\mathbb{N}_+ אזי a פונקציה סימטרית.
      f=g\left(s_1,\ldots,s_n
ight) אבורה g\in\mathbb{K}\left(x_1\ldots x_n
ight) סימטרית אזי קיימת f\in\mathbb{K}\left(x_1\ldots x_n
ight) ותהא ותהא n\in\mathbb{N}_+ אותהא
        \prod_{i=1}^n \left(x-lpha_i
ight)=x^n+\sum_{i=0}^{n-1} \left(-1
ight)^{n-i}\cdot s_{n-i}\left(lpha_1,\ldots,lpha_n
ight)\cdot x^i איזי lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{K} ויהיו n\in\mathbb{N}_+ ויהיו n\in\mathbb{N}_+ איזי יהי
                                                                             \operatorname{Gal}\left(\prod_{i=1}^n (x-lpha_i)
ight)\simeq S_n אזי מסקנה: יהי שדה ויהיו שדה ויהיו lpha_1\ldotslpha_n בת"א מעל
                                     \mathbb K בת"א מעל s_1 (lpha_1,\ldots,lpha_n) בת"א מעל אזי אזי s_1 (lpha_1,\ldots,lpha_n) בת"א מעל אזי משפט: יהי
                   \mathbb{Q}\left(\sqrt[d_1]{a_1},\ldots,\sqrt[d_n]{a_n}
ight)=\mathbb{Q}\left(\sum_{i=1}^n\sqrt[d_i]{a_i}
ight) אזי a_1\ldots a_n,d_1\ldots d_n\in\mathbb{N}_+ מסקנה: יהיו
                                                        c=lpha a^2+eta b^2 עבורם a,b\in\mathbb{F} אזי קיימים אזי מענה: יהי שדה סופי יהיו lpha,eta\in\mathbb{F}^	imes ויהי מענה: יהי
                                                                                           |G|\geq [\mathbb{L}:\mathbb{L}^G] סופית אזי G\leq \mathrm{Aut}\left(\mathbb{L}
ight) שדה ותהא שדה ארטין: יהי \mathbb{L}
                                                                                                 G=\mathrm{Aut}\left(\mathbb{L}/\mathbb{L}^G
ight) סופית אזי G\leq\mathrm{Aut}\left(\mathbb{L}
ight) שדה ותהא שדה ותהא
הרחבת גלואה אזי \mathbb{F}\mathbb{E}/\mathbb{E} שדות באשר \mathbb{F} שדות באשר \mathbb{F} וכן \mathbb{K}\subseteq\mathbb{E} הרחבת גלואה אזי \mathbb{F},\mathbb{E}\subseteq\mathbb{L} שדות באשר \mathbb{F},\mathbb{E}\subseteq\mathbb{E}
                                                                                                                                                                           .[\mathbb{FE}:\mathbb{E}]=[\mathbb{F}:\mathbb{F}\cap\mathbb{E}] וכן
                                  טענה: תהא \mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבת גלואה אזי \mathbb{F},\mathbb{E}\subseteq\mathbb{E} וכן \mathbb{K}\subseteq\mathbb{E} הרחבת גלואה אזי שוות באשר \mathbb{F},\mathbb{E}\subseteq\mathbb{E}
                                                                                                                                                               \operatorname{Gal}\left(\mathbb{F}\mathbb{E}/\mathbb{E}\right) \simeq \operatorname{Gal}\left(\mathbb{E}/\left(\mathbb{E}\cap\mathbb{F}\right)\right)
\mathbb{E}\cap\mathbb{F}=\mathbb{K} טטענה: תהא \mathbb{F}/\mathbb{K},\mathbb{E}/\mathbb{K} הרחבות גלואה ויהיו \mathbb{F},\mathbb{E}\subseteq\mathbb{L} שדות באשר \mathbb{F},\mathbb{E}\subseteq\mathbb{E} וכן \mathbb{K}\subseteq\mathbb{E} הרחבות גלואה וכן באשר
                                                                                                                       \operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight)\simeq\operatorname{Gal}\left(\mathbb{E}/\mathbb{K}
ight)	imes\operatorname{Gal}\left(\mathbb{F}/\mathbb{K}
ight) אזי \mathbb{FE}=\mathbb{L} וכן
טענה: יהיו \deg(f)=p אזי אינו שדה pq ויהי pq ויהי \mathbb{L}/\mathbb{K} אינו אזי \mathbb{L} אינו שדה p< q באשר באשר אינו שדה פיצול
```

 $\pi_q(n)=|\{f\in\mathbb{F}_q[x]\mid (\deg(f)=n)\land ($ מתוקן ואי־פריק $\pi_q:\mathbb{N}_+ o\mathbb{N}$ שדה אזי נגדיר $\pi_q:\mathbb{N}_+ o\mathbb{N}$ כך $\pi_q:\mathbb{N}_+ o\mathbb{N}$ באשר π_q שדה אזי נגדיר $\pi_q:\mathbb{N}_+ o\mathbb{N}$

 $\mu\left(\prod_{i=1}^k p_i^{e_i}
ight)=\left\{egin{array}{ll} (-1)^k & e=1 \ 0 & ext{else} \end{array}
ight.$ כך $\mu:\mathbb{N} o\{0,\pm1\}$ אזי נגדיר $e\in\mathbb{N}_+^k$ אזי ווהי $p_1\dots p_k\in\mathbb{P}$ יהיו $k\in\mathbb{N}$ יהיו איי יהי

 $(\mathbb{L}^G \subset \mathbb{L}^H)$ אזי ($H \subset G$) איזי איז שדה ותהיינה שדה ותהיינה שדה $H,G < \operatorname{Aut}(\mathbb{L})$

 $.\overline{\mathbb{F}_p} = igcup_{n=1}^\infty \mathbb{F}_{p^n}$ אזי $p \in \mathbb{P}$ טענה: יהי

 $(\mathbb{F}_{p^d}\subseteq\mathbb{F}_{p^n})\Longleftrightarrow (d|n)$ אזי $d,n\in\mathbb{N}_+$ ויהיו $p\in\mathbb{P}$ טענה: יהי

 $.\pi_{q}\left(n\right)>0$ אזי $n\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי שדה \mathbb{F}_{q} באשר $q\in\mathbb{N}$ יהי טענה: יהי

f של שלה הפיצול שדה הינו אזי $\mathbb{F}_{p^{\deg(f)}}$ אי־פריק אזי $f\in\mathbb{F}_p\left[x
ight]$ ויהי ויהי ויהי אי

 $.q^n=\sum_{\substack{d\in\mathbb{N}\d|n}}\left(d\cdot\pi_q\left(d
ight)
ight)$ אזי $n\in\mathbb{N}_+$ שדה ויהי \mathbb{F}_q שדה ויהי $q\in\mathbb{N}$

 $(\operatorname{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K}) \subset \operatorname{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{F}))$ שדות אזי $\mathbb{F}, \mathbb{K} \subset \mathbb{L}$ שדה ויהיו שדה ויהיו שדה $\mathbb{F}, \mathbb{K} \subset \mathbb{L}$

```
\zeta_n=g אזי א n שדה יהי שורש יחידה פרימיטיבי מסדר n\in\mathbb{N}_+ אזי שדה יהי \mathbb{K} ייהי
                                                                                                                                                                                        \mathbb{K} מעל אזי שדה הפיצול של x^n-1 מעל אזי שדה ויהי n\in\mathbb{N}_+ מעל מעגל: יהי
                                                                                                                                                                \mathbb{K}\left(\zeta_n
ight)=\mathbb{F} אזי n שדה יהי \mathbb{K} שדה יהי n\in\mathbb{N}_+ ותהא n\in\mathbb{N}_+ ותהא שדה יהי איזי
                                                                                                                                   \mathbb{K}\left(\zeta_n
ight)=\mathbb{K}\left(\zeta_{\gcd(n,p)}
ight) אזי n\in\mathbb{N}_+ וויהי היי p\in\mathbb{R} אזי p\in\mathbb{R} אזי p\in\mathbb{R}
                                                                                                                                                                                                                                            למה: יהי \mathbb{K} שדה ויהי n\in\mathbb{N}_+ אזי \mathbb{K}\left(\zeta_n\right)/\mathbb{K} הרחבת גלואה.
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    אזי n\in\mathbb{N}_+ אזי שדה ויהי \mathbb{K} אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      אבלית. \operatorname{Gal}\left(\mathbb{K}\left(\zeta_{n}\right)/\mathbb{K}\right) •
                                                                                                                                                                                                                                                           H \cong \operatorname{Gal}\left(\mathbb{K}\left(\zeta_{n}\right)/\mathbb{K}\right) עבורה H \leq \left(\mathbb{Z}_{n}\right)^{\times} סיימת •
                                                                                                                                                                                                                                                                                                 ציקלית. \operatorname{Gal}\left(\mathbb{K}\left(\zeta_{n}\right)/\mathbb{K}\right) אז n\in\mathbb{P} אם n\in\mathbb{R}
                                                                                                                                                                                                                                                                                       \mathbb{Q}\left(\zeta_{n}
ight)/\mathbb{Q} אזי n\in\mathbb{N}_{+} יהי יהי ציקלוטומית: יהי
                            \Phi_n=f_{\zeta_n} כך \Phi_n\in\mathbb{Q}[x] אזי נגדיר \mathbb{Q} אזי מעל \mathbb{Q} אזי הפולינום הפולינום הפולינום המינימלי של חיהי f_{\zeta_n}\in\mathbb{Q}[x] ויהי n\in\mathbb{N}_+ יהי
                                                                                                                                                                                                                                                         \Phi_{n}\left(x
ight)=\prod_{\substack{i\in[n]\\gcd(i,n)=1}}\left(x-\zeta_{n}^{i}
ight) אזי n\in\mathbb{N}_{+} יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                           \mathbb{Q}\left[x
ight] טענה: יהי p\in\mathbb{P} אזי \frac{x^p-1}{x-1} אי־פריק מעל
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            .\Phi_{p}\left(x
ight)=rac{x^{p}-1}{x-1} אזי p\in\mathbb{P} טענה: יהי
                                                                                                 \Phi_{\prod_{i=1}^{k}p_{i}^{e_{i}}}\left(x
ight)=\Phi_{\prod_{i=1}^{k}p_{i}}\left(x^{\prod_{i=1}^{k}p_{i}^{e_{i}-1}}
ight) אזי e_{1}\ldots e_{k}\in\mathbb{N}_{+} שונים ויהיו p_{1}\ldots p_{k}\in\mathbb{P} אזי p_{1}\ldots p_{k}\in\mathbb{N}_{+} טענה: יהי n\in\mathbb{N}_{+} ויהי p\notin\mathbb{N}_{+} באשר p\notin\mathbb{N}_{+} אזי p\notin\mathbb{N}_{+} אזי p\notin\mathbb{N}_{+} אזי p\notin\mathbb{N}_{+} אזי ויהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                   .\Phi_{n}\left(0
ight)=\left\{egin{array}{ll} -1 & n=1 \ 1 & n>1 \end{array}
ight.אזי n\in\mathbb{N}_{+} יהי הי
                                                                                                                                                                                                                                                                        \Phi_{2m}\left(x
ight)=\Phi_{m}\left(-x
ight) אזי m\in\mathbb{N}_{\mathrm{odd}}ackslash\left\{1
ight\} טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                \mathbb{Q}\left(\zeta_{n}
ight):\mathbb{Q}=arphi\left(n
ight) אזי n\in\mathbb{N}_{+} יהי יהי משפט: יהי
                                                                                                                                                                               \|\mathbb{K}\cap\{\zeta_n\mid n\in\mathbb{N}\}\|<\aleph_0 אזי \mathbb{K}\subseteq\mathbb{C} טענה: הרחבה סופית באשר
                                                                                                                                                                                                                                                   \mathbb{Q}\left(\zeta_{n}
ight) אי־פריק מעל \Phi_{m} זרים אזי n,m\in\mathbb{N}_{+} טענה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                             \mathbb{Q}\left(\zeta_{n}
ight)\cap\mathbb{Q}\left(\zeta_{m}
ight)=\mathbb{Q} ארים אזי n,m\in\mathbb{N}_{+} יהיו טענה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                       \mathbb{Q}\left(\zeta_n,\zeta_m
ight)=\mathbb{Q}\left(\zeta_{rac{nm}{\gcd(n,m)}}
ight) אזי n,m\in\mathbb{N}_+ יהיו יהיו
                                                                                                                                                                      \operatorname{Gal}\left(\mathbb{Q}\left(\zeta_{n},\zeta_{m}
ight)/\mathbb{Q}\left(\zeta_{n}
ight)
ight)\simeq\operatorname{Gal}\left(\mathbb{Q}\left(\zeta_{m}
ight)/\mathbb{Q}
ight) זרים אזי n,m\in\mathbb{N}_{+} זרים אזי n,m\in\mathbb{N}_{+}
                                                                                                                 \operatorname{Gal}\left(\mathbb{Q}\left(\zeta_{n},\zeta_{m}\right)/\mathbb{Q}
ight)\simeq\operatorname{Gal}\left(\mathbb{Q}\left(\zeta_{n}\right)/\mathbb{Q}
ight)	imes\operatorname{Gal}\left(\mathbb{Q}\left(\zeta_{m}\right)/\mathbb{Q}
ight) זרים אזי n,m\in\mathbb{N}_{+} זרים אזי
                                                                                                                                                                             p \equiv 1 \mod d אזי p \nmid d וכן p \mid \Phi_d(m) באשר p \in \mathbb{P} ויהי m, d \in \mathbb{N} טענה: יהיו
                                                                            \operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{Q}\right)\simeq G טענה: תהא D חבורה אבלית סופית אזי קיים שדה \mathbb{L}/\mathbb{Q} עבורו ענה: תהא C
                                                                                                 \mathbb{K}[\mathbb{R} \mid \mathbb{R} \mid \mathbb{K}] \wedge (טענה: יהי \mathbb{K} \mid \mathbb
הפולינום f_lpha\in\mathbb{F}[x] היי \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F}\subset\mathbb{L} שדה באשר \mathbb{F} שדה בשר \mathbb{E}=\mathbb{K}(lpha) עבורו lpha\in\mathbb{L} א הפולינום lpha\in\mathbb{E}
                                                                                                                                                        \mathbb{L}(\zeta)=\mathbb{F} אזי f_lpha=\sum_{i=0}^m\zeta_i\cdot x^i באשר באשר \zeta\in\mathbb{F}^{m+1} ויהי m\in\mathbb{N} המינימלי של היי
                                                                                                           \mathbb{L}/\mathbb{K} פשוטה)(\mathbb{K} \cap \mathbb{K} \subseteq \mathbb{K} \subseteq \mathbb{L}) \wedge (שדה)(\mathbb{K} \cap \mathbb{K} \subseteq \mathbb{K} \subseteq \mathbb{L}) פשוטה) פשפט: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} שדה טופית אזי
                                                                      . טענה: יהי \mathbb{M} שדה סופי יהי f_1 \dots f_r \in \mathbb{K}[x] ויהיו r \in \mathbb{N}_+ ויהיו שונים אזי יהי \mathbb{K} שדה סופי יהי
\deg\left(f_i
ight)=d_i טענה: יהי \mathbb{K}\left[x
ight] שדה סופי יהי f_1\ldots f_r\in\mathbb{K}\left[x
ight] יהיו יהי r\in\mathbb{N}_+ יהיו שדה סופי יהי יהי אי־פריקים מתוקנים שונים ויהיו
                i \in [r] לכל \operatorname{len}(C_i) = d_i וכן \prod_{i=1}^r C_i \in \operatorname{Gal}(\prod_{i=1}^r f_i) עבורם C_1 \dots C_r \in S_{\deg(f)} וכן זרים איי קיימים מעגלים זרים i \in [r]
                                                                                                                                                                                                                                                \Omega^{(1)}=\{\lim_{a,b}\mid a,b\in\Omega^{(0)}\} אזי \Omega^{(0)}\subseteq\mathbb{C} הגדרה: תהא
                                                                                                                                                                                                          \Omega^{(2)}=\left\{ \partial B_{\mathrm{dist}\left(a,b
ight)}\left(c
ight)\,\middle|\,a,b,c\in\Omega^{(0)}
ight\} אזי \Omega^{(0)}\subseteq\mathbb{C} תהא
                                                                                                                           \Omega_{k+1}^{(0)}=\bigcup\left\{S_1\cap S_2\;\middle|\;S_1,S_2\in\left(\Omega_k^{(1)}\cup\Omega_k^{(2)}
ight)
ight\} וכך וכך \Omega_0^{(0)}=\{0,1\} אזי k\in\mathbb{N} הגדרה: יהי
```

 $f(n)=\sum_{\substack{d\in\mathbb{N}\d|n}}\left(\mu\left(d
ight)\cdot\left(\sum_{\substack{a\in\mathbb{N}\a|rac{n}{2}}}f\left(a
ight)
ight)
ight)$ אזי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $f:\mathbb{N}_+ o\mathbb{C}$ אהי מוביוס: תהא

 $\mathrm{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(x^n-1)$ אזי שורש יחידה g מסדר n באשר שורש ויהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי שורה ויהי \mathbb{K} יוצר של

 $\pi_q(n)=rac{1}{n}\sum_{d\in\mathbb{N}}\left(\mu\left(rac{n}{d}
ight)\cdot q^d
ight)$ אזי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי שדה ויהי $\pi_q(n)=rac{1}{n}$ באשר באשר פון שדה ויהי

 $\pi_q\left(n
ight)\simrac{q^n}{n}$ שדה אזי \mathbb{F}_q שדה אזי יהי יהי יהי $q\in\mathbb{N}$ משפט הפולינומים הראשוניים:

 $\mathrm{sols}_{\overline{\mathbb{W}}}(x^n-1)$ אזי $n\in\mathbb{N}_+$ שדה ויהי \mathbb{K} שדה היחידה: יהי

 $\sum_{\substack{d\in\mathbb{N}\d|n}}\mu\left(d
ight)=\left\{egin{array}{ll} 1&n=1\normaler{n=1}&n\in\mathbb{N}_{+}\end{array}
ight.$ טענה: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי

```
סדרת הרחבה ריבועית וכן \mathbb{L}_i הרחבה החבה \mathbb{L}_i אזי שדות \mathbb{L}_i אזי שדות \mathbb{L}_i עבורם \mathbb{L}_i הרחבה החבה החבה ויהי \mathbb{L}_i שדה ויהי היא
                                                                                                                                                                                                                                               i \in [n-1] לכל
                        \mathbb{L}_n אאי אי שדה נוצר מסדרת הרחבות ריבועיות: יהי \mathbb{K} שדה יהי הי\mathbb{K} שדה יהי \mathbb{K} שדה נוצר מסדרת הרחבות ריבועיות של
                                                                                                 \mathbb{K}_{
m sc} = \bigcup \{ \mathbb{L} \mid \mathbb{Q} שדה וכן \mathbb{K}_{
m sc} = \mathbb{L}  שדה וכן שדה נוצר מסדרת הרחבות ריבועיות של \mathbb{K}_{
m sc} = \mathbb{L} 
                                                                                                                                                                                \{\sqrt{a},-\sqrt{a}\}\subseteq \mathbb{K}_{\mathrm{sc}} אזי a\in \mathbb{K}_{\mathrm{sc}} מסקנה: יהי
                                                                                                                                          \operatorname{RegPol}_n = \{\zeta_n^0, \dots, \zeta_n^{n-1}\} אזי n \in \mathbb{N}_{\geq 3} יהי מצולע משוכלל: יהי
                       \mathbb{C}(n\in\mathbb{L}) אזי \mathbb{C}(n\in\mathbb{L}) עבורו\mathbb{C}(n\in\mathbb{L}) אזי (RegPoln\in\mathbb{K}_{\mathrm{sc}}). מסקנה: יהי n\in\mathbb{N}_{\geq 3} אזי איז (אזי חבורו\mathbb{C}(n\in\mathbb{L})).
                                                                                                     .arphi\left(n
ight)=2^{r} עבורו אזי קיים אזי קיים אזי ראשר n\in\mathbb{N}_{\geq3} באשר מסקנה: יהי היn\in\mathbb{N}_{\geq3}
n=2^r\cdot\prod_{i=1}^kp_i וכן i\in[k] לכל (i\in[k] לכל אזי i\in[k] לכל r,r_1\ldots r_k\in\mathbb{N} עבורם אזי (r,r_1\ldots r_k\in\mathbb{N}) אזי וכן וכן i\in[k] אזי וכן i\in[k] אזי וכן i\in[k]
עבורו a\in\mathbb{K}^{n-1}_{
m sc} אזי (קיים a\in\mathbb{K}^{n-1}_{
m sc} אזי (קיים מונים באשר a\in\mathbb{K}_{
m sc} ויהיו n\in\mathbb{N}_{\geq 2} יהי lpha\in(-\pi,\pi] אזי (תהא lpha\in(-\pi,\pi]
                                                                                             (n=2^m עבורו m\in\mathbb{N}_+ (קיים m\in\mathbb{N}_+)\Longleftrightarrow ((d_{\mathrm{line}(o,a_{i-1}),\mathrm{line}(o,a_i)}=rac{lpha}{n} עבורו i\in[n]
                                                                                                                                                                                                                    טענה: \mathbb{K}_{\mathrm{sc}}/\mathbb{Q} הרחבת גלואה.
                                                                                                       (p \neq 2)איי (קיים שדה \mathbb{L}/\mathbb{K}_{\mathrm{sc}} עבורו עבורו \mathbb{L} איי (קיים שדה p \in \mathbb{P} איי יהי
                                                                                                                                           . ציקלית: הרחבה \mathbb{G}\mathrm{al}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}\right) באשר \mathbb{L}/\mathbb{K} באשר הרחבת גלואה
\operatorname{cord}\left(\operatorname{Gal}\left(x^{n}-a
ight)\right)|n ציקלית וכן Gal (x^{n}-a) ויהי a\in\mathbb{K} ויהי \zeta_{n}\in\mathbb{K} ויהי אויה האר הבאשר הבאשר הבאשר ויהי אויה היא
a\in\mathbb{K}^{	imes}\setminus\left\{b^d\mid(b\in\mathbb{K}^{	imes})\land(d\in\mathbb{N}_{\geq2})\land(d|n)
ight\} ויהי \zeta_n\in\mathbb{K} ויהי (\mathbb{K})=0 אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי n\in\mathbb{N}_+ יהי n\in\mathbb{N}_+ ויהי
                                                                                                                                                                                                                                      |\operatorname{Gal}(x^n - a)| = n
\operatorname{Gal}(x^n-a) יהי a\in\mathbb{N}_+ ויהי a\in\mathbb{N}_+ ויהי a\in\mathbb{N}_+ ויהי a\in\mathbb{N}_+ יהי a\in\mathbb{N}_+ יהי a\in\mathbb{N}_+ יהי שדה באשר משפט: יהי a\in\mathbb{N}_+ יהי
                                                                                                                                                                                                        .ord (Gal (x^n - a)) |n| ציקלית וכן
                                                      \zeta_n\in\mathbb{K} וכן n\in\mathbb{K} וכן n\in\mathbb{K} וכר וכן n\in\mathbb{K} יהי n\in\mathbb{K} ויהי וכר n\in\mathbb{K} יהי וכך n\in\mathbb{K}
                                                                                                                 |\operatorname{Gal}(x^n-a)|=n אזי a\in\mathbb{K}^{\times}\setminus\{b^d\mid (b\in\mathbb{K}^{\times})\wedge (d\in\mathbb{N}_{\geq 2})\wedge (d|n)\}
                       G=\mathrm{Gal}\,(x^n-a) עבורם a\in\mathbb{K} חבורה איז קיים שדה n\in\mathbb{N}_+ וכן קיים שדה a\in\mathbb{K} עבורם מסקנה:
\mathcal{L}:\mathbb{L}	o\mathbb{L} אזי נגדיר Gal (\mathbb{L}/\mathbb{K}) יוצר של \sigma יוצר של הרחבה ציקלית מסדר ציקלית מסדר הא דאנז\gamma_n\in\mathbb{K} אוי נגדיר הרחבה ציקלית מסדר היוער מסדר אויהי
                                                                                                                                                                                                                  \mathcal{L}\left( lpha 
ight) =\sum_{i=0}^{n-1}\zeta_{n}^{-i}\cdot lpha ^{\sigma ^{i}} כך
                                                          אזי \operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}\right) היוצר של \gamma_n\in\mathbb{K} אזי באשר \gamma_n\in\mathbb{K} הרחבה ציקלית מסדר באשר הרחבה \gamma_n\in\mathbb{K}
                                                                                                                                                                           \mathcal{L}\left(\alpha\right)^{\sigma}=\zeta_{n}\cdot\mathcal{L}\left(\alpha\right) מתקיים \alpha\in\mathbb{L} לכל
                                                                                                                                                                                              \mathcal{L}(\alpha)^n \in \mathbb{K} מתקיים \alpha \in \mathbb{L} לכל
                                                                                                                                                                                                \mathcal{L}\left( lpha
ight) 
eq0 המקיים lpha\in\mathbb{L} פיים
המקיים eta\in\operatorname{sols}_{\mathbb{L}}(x^n-b) עבורו קיים b\in\mathbb{K}^	imes אזי קיים אזי קיים מסדר מסדר מסדר באשר a הרחבה ציקלית מסדר הרחבה אזי קיים משפט: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                         \mathbb{L} = \mathbb{K}(\beta)
                                                                                            המקיימים \mathbb{F}_0 \dots \mathbb{F}_k וקיימים שדות k \in \mathbb{N} עבורה עבורה הרחבה הרחבה הרחבה הרחבה הרחבה הרחבה שדות שבורה הרחבה הר
                                                                                                                                                                                                                       \mathbb{L} = \mathbb{F}_k וכן \mathbb{K} = \mathbb{F}_0
                                            \mathbb{F}_i=\mathbb{F}_{i-1}\left(lpha
ight) המקיים lpha\in\mathrm{Sols}_{\mathbb{F}_i}\left(x^n-a
ight) עבורם קיים a\in\mathbb{F}_i עבורם קיים a\in\mathbb{F}_i א המקיים a\in\mathbb{F}_i
                f\in\mathbb{K}\left[x
ight] אזי א sols_{\overline{\mathbb{w}}}(f)\subseteq\mathbb{L} המקיימת \mathbb{L}/\mathbb{K} המקיימת אזי אזי אזי אזי אזי אוואה פתירה ברדיקלים: יהי
                          . עבורו \mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבה נורמלית באשר האיז קיים שדה \mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבה נורמלית באשר באשר האיז קיים שדה \mathbb{L}/\mathbb{K}
                                                                                     . פתירה \operatorname{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}\right) אזי \operatorname{char}\left(\mathbb{K}\right)=0 פתירה נורמלית רדיקלית באשר \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי משפט:
                                                           \operatorname{Gal}(f)ויהי \operatorname{M} שדה באשר \operatorname{char}(\mathbb{K})=0 ויהי ויהי \operatorname{char}(\mathbb{K})=0 אזי ויהי \operatorname{Cal}(f)
(n \leq 4)בת"א מסקנה: יהי \sum_{i=0}^n a_i x^i פתיר ברדיקלים) בת"א מעל n \in \mathbb{N}_+ יהי היי אוי הוא באשר ברדיקלים) מסקנה: יהי n \in \mathbb{N}_+ יהי
                                            \operatorname{Gal}(f)\simeq S_p אזי |\operatorname{sols}_{\mathbb{R}}(f)|=p-2 וכן \operatorname{deg}(f)=p אי־פריק אי־פריק אי־פריק ויהי f\in\mathbb{Q}[x] אי
                                               \operatorname{clos}_{\mathbb{R}}\left(f
ight) \in \{1,p\} אזי \operatorname{deg}\left(f
ight) = p איזי פתיר פתיר פתיר f \in \mathbb{Q}\left[x
ight] איזי איזי p \in \mathbb{P}_{>2} יהי משפט: יהי
                                                                                                                                      \mathbb{L} \subseteq \mathbb{R} המקיימת \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה רדיקלית: הרחבה ממשית רדיקלית:
```

משואה בתירה ברדיקלים ממשים: יהי $\mathbb{K}\subseteq\mathbb{R}$ שדה ויהי $f\in\mathbb{K}[x]$ שדה ויהי שדה היהי בתיקלים ממשים: יהי

.f אזי $\operatorname{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(f)\subseteq \mathbb{L}$

 $\mathbb{K}_{
m sc} = igcup_{k=0}^\infty \Omega_k^{(0)}$:שדה המספרים הניתנים לבנייה בעזרת סרגל ומחוגה

 $a^2\in\mathbb{K}$ וכן $\mathbb{L}=\mathbb{K}\left(a
ight)$ עבורו $a\in\mathbb{L}$ קיים אזי קיים אזי הרחבה הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K}

```
\mathbb{K}\left(\zeta_{p}
ight) אי־פריק מעל x^{p}-a אזי sols_{\mathbb{K}}\left(x^{p}-a
ight)=\varnothing עבורו עבורו שדה ויהי p\in\mathbb{P} אי־פריק מעל
      \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי (\exists s \in \mathbb{N}: \mathrm{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}\right) = 2^s) הרחבה ממשית רדיקלית) אזי (\exists s \in \mathbb{N}: \mathrm{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}\right) = 2^s הרחבה מוציט. תהא
                                                                                                        . פתיר ברדיקלים f_{\alpha} אזי \alpha \in \mathbb{K}_{\mathrm{sc}} פתיר ברדיקלים מענה: יהי \alpha \in \mathbb{K}_{\mathrm{sc}} ויהי \alpha \in \mathbb{K}_{\mathrm{sc}}
                                                                    .(טענה: יהי \mathbb{K} שדה יהי f(x^n)) פתיר ברדיקלים) אזי אזי f\in\mathbb{K}[x^n] פתיר ברדיקלים).
                                                     \sigma(i)=j המקיים \sigma\in H קיים i,j\in [n] עבורה לכל עבורה אזי חבורה אורי חבורה אורים או
                                                                                    .(משפט: יהי \mathbb{K} שדה ויהי f \in \mathbb{K}[x] ספרבילי אזי f \in \mathbb{K}[x] חבורה טרנזיטיבית).
\operatorname{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(f)=\{lpha_i\mid i\in[n]\} באשר lpha\in\overline{\mathbb{K}}^n ויהי lpha\in\overline{\mathbb{K}}^n באשר lpha\in\mathbb{K}[x] יהי lpha\in\mathbb{K}[x] יהי שדה יהי lpha\in\mathbb{K}[x] יהי
                                                                                                                                                                                                                             .\operatorname{disc}(f) = \prod_{i,j \in [n]} (\alpha_i - \alpha_j)^2 איז
                                                                                                                            (\mathrm{disc}\,(f) \neq 0) מתוקן אזי f \in \mathbb{K}[x] ספרבילי). טענה: יהי \mathbb{K} שדה ויהי
                                                                                                                                                                       \operatorname{disc}\left(f\right)\in\mathbb{K} אזי מתוקן אזי f\in\mathbb{K}\left[x
ight] שדה ויהי
                                                                                                                                                                                                             \Box_R = \left\{ a^2 \mid a \in R 
ight\} סימון: יהי R חוג אזי
                                     \operatorname{cdisc}(f)\in\Box_{\mathbb{K}}איזי (\operatorname{Gal}(f)\leq A_n) איזי מענה: יהי איזי \operatorname{char}(\mathbb{K})\neq 2 ויהי היהי איזי שדה באשר
                                                                                                                 lpha^2\in\mathbb{Q}_{<0} עבורו lpha\in\mathbb{L} אזי לא קיים lpha\in\mathbb{L} הרחבה ציקלית ממעלה lpha אזי לא קיים
                                                                               אינה ציקלית. \operatorname{Gal}(f) אזי \operatorname{disc}(f) < 0 וכן \operatorname{deg}(f) = 4 אי־פריק באשר f \in \mathbb{Q}[x] איינה איי
                                                                                                                                       \deg\left(f
ight)=3 טענה: יהי \mathbb{K} שדה יהי f\in\mathbb{K}\left[x
ight] מתוקן ספרבילי באשר
                                                                                                                                                                                                       .Gal (f) \simeq \{0\} אז |\operatorname{sols}_{\mathbb{K}}(f)| = 3 אם •
                                                                                                                                                                                                         \operatorname{Gal}(f) \simeq \mathbb{Z}_2 אם |\operatorname{sols}_{\mathbb{K}}(f)| = 1 אם •
                                                                                                                                                                      \operatorname{Gal}(f) \simeq A_3 אז \operatorname{disc}(f) \in \square_{\mathbb{K}} אם f אי־פריק וכן •
                                                                                                                                                                      \operatorname{Gal}(f) \simeq S_3 אז \operatorname{disc}(f) 
otin \square_{\mathbb{K}} אם f אי־פריק וכן •
\operatorname{sols}_{\overline{\kappa}}(f)=\{lpha_i\mid i\in[4]\} באשר lpha\in\overline{\mathbb{K}}^4 ויהי lpha\in\overline{\mathbb{K}}^4 באשר שדה יהי f\in\mathbb{K}[x] מתוקן ספרבילי באשר lpha\in \mathbb{K}ויהי
                                                          \mathcal{H}\left(f
ight)\left(x
ight)=\left(x-\left(lpha_{1}+lpha_{2}
ight)\left(lpha_{3}+lpha_{4}
ight)
ight)\left(x-\left(lpha_{1}+lpha_{3}
ight)\left(lpha_{2}+lpha_{4}
ight)
ight)\left(x-\left(lpha_{1}+lpha_{4}
ight)\left(lpha_{2}+lpha_{3}
ight)
ight)איי
                                                                                                \mathcal{H}(f) \in \mathbb{K}[x] אזי \deg(f) = 4 מתוקן ספרבילי באשר f \in \mathbb{K}[x] אזי f \in \mathbb{K}[x] טענה: יהי
                                                                        \operatorname{disc}\left(\mathcal{H}\left(f
ight)
ight)=\operatorname{disc}\left(f
ight) אזי \operatorname{deg}\left(f
ight)=4 מתוקן ספרבילי באשר f\in\mathbb{K}\left[x
ight] אזי מדה יהי
                                                                                                                                       אזי \deg\left(f
ight)=4 אזי מתוקן ספרבילי באשר f\in\mathbb{K}\left[x
ight] אזי יהי \mathbb{K} שדה יהי
\operatorname{Gal}(f)\simeq\mathbb{Z}_2 אז \frac{\operatorname{disc}(g)}{\operatorname{disc}(h)}\in\square_\mathbb{K} וכן f=gh וכן \operatorname{deg}(g)=\operatorname{deg}(h)=2 אז g,h\in\mathbb{K}[x] אז g,h\in\mathbb{K}[x] אם קיימים g,h\in\mathbb{K}[x] אז \operatorname{Gal}(f)\simeq\mathbb{Z}_2\times\mathbb{Z}_2 אז \operatorname{disc}(g)\notin\square_\mathbb{K} וכן \operatorname{deg}(g)=\operatorname{deg}(h)=2 אז \operatorname{deg}(g)=\operatorname{deg}(h)=2 אם קיימים \operatorname{deg}(g)=\operatorname{deg}(h)=2 אי־פריקים באשר \operatorname{deg}(g)=\operatorname{deg}(h)=2 וכן \operatorname{deg}(g)=\operatorname{deg}(h)=2
                                                                                                        \operatorname{Gal}(f)\simeq H עבורו H\in\{S_4,A_4,D_4,\mathbb{Z}_4,\mathbb{Z}_2	imes\mathbb{Z}_2\} אי־פריק אז קיים f אם ullet
טענה: יהי f\left(x
ight)=x^{q^n}+\sum_{i=0}^{n-1}t_ix^{q^i} כך f\in\mathbb{F}_q\left(t_0\dots t_{n-1}
ight)[x] ונגדיר n\in\mathbb{N}_+ יהי \mathbb{F}_q יהי q\in\mathbb{N} אזי איני q\in\mathbb{N}
                                                                                                                                                                                                                                                                 \operatorname{Gal}(f) \simeq \operatorname{GL}_n(\mathbb{F}_q)
                                                                                                                        אזי \mathbb{Q}\left[x
ight] אי־פריק מעל אי־פריק אי־פרים אזי אי־פרים אזי יהיו אי־פריק מעל a,b\in\mathbb{Q} אזי
                                                                                                                                                                                                              \operatorname{Gal}\left(f\right)\simeq\mathbb{Z}_{2}	imes\mathbb{Z}_{2} אם b\in\square_{\mathbb{Q}} שם •
                                                                                                                                                                    \operatorname{Gal}(f)\simeq \mathbb{Z}_4 אז b\left(a^2-4b
ight)\in \square_{\mathbb{Q}} וכן b
otin\mathbb{Q} אם b
                                                                                                                                                                   \operatorname{Gal}(f) \simeq D_8 אז b\left(a^2-4b
ight) 
otin \Box_{\mathbb{Q}} וכן b 
otin \Box_{\mathbb{Q}} אז •
                                                      \sum_{i=1}^n a_i 
eq -1 מתקיים a \in \square_\mathbb{K}^n ולכל n \in \mathbb{N}_+ ולכל וכן המקיים המקיים \mathbb{K} המקיים ולכל
                            \mathbb{L}=\mathbb{K} שדה ממשי סגור: שדה ממשי פורמלי \mathbb{L} עבורו לכל שדה ממשי פורמלי עבורו לכל שדה ממשי פורמלי עבורו לכל שדה ממשי פורמלי
```

למה: יהי $p\in\mathbb{P}$ אזי \mathbb{L} א איי \mathbb{L} אזי \mathbb{L} הרחבת גלואה וכן $\mathbb{L}:\mathbb{F}$ הרחבת $\mathbb{K}/\mathbb{F},\mathbb{L}/\mathbb{F}$ הרחבת גלואה וכן

משפט: יהי \mathbb{K} שדה באשר \mathbb{K} שדה באשר \mathbb{K} אזי (קיים יחס \mathbb{K}) עבורו \mathbb{K} , \mathbb{K} שדה סדור) כאימות \mathbb{K} באמר \mathbb{K} המקיימות \mathbb{K} באמר \mathbb{K} וכן \mathbb{K} בוכן \mathbb{K} בוכן \mathbb{K} בוכן \mathbb{K} שבה משפט: יהי \mathbb{K} שדה ממשי סגור אזי קיים ויחיד יחס סדר חזק \mathbb{K} עבורו \mathbb{K} עבורו \mathbb{K} , \mathbb{K} , שדה סדור.

 $x\cdot z<_{\mathbb{K}}y\cdot z$ מתקיים $0<_{\mathbb{K}}z$ המקיים $z\in\mathbb{K}$ ולכל אולכל $x<_{\mathbb{K}}y$ המקיימים מתקיים מתקיים $x\cdot z<_{\mathbb{K}}y$ המקיים מתקיים

 $\sum_{i=1}^n a_i \in \square_{\mathbb K}$ אזי $a \in \square_{\mathbb K}^n$ וויהי $n \in \mathbb N_+$ אזי סגור יהי $n \in \mathbb N_+$

 $.\langle \mathbb{K}, <_{\mathbb{K}}
angle$ אזי

 \mathbb{K} ויהי ויהי אור סדר חזק קווי מעל ויהי אורה char $(\mathbb{K})=0$ שדה באשר שדה באשר ויהי אור: יהי

 $x+z<_{\mathbb{K}}y+z$ מתקיים $x<_{\mathbb{K}}y$ המקיימים $x,y,z\in\mathbb{K}$ לכל לכל חיבור: לכל $x+z<_{\mathbb{K}}y+z$

למה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סופית אזי $.N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(ab
ight)=N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)\cdot N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(b
ight)$ מתקיים $a,b\in\mathbb{L}$ לכל $N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=a^{[\mathbb{L}:\mathbb{K}]}$ מתקיים $a\in\mathbb{K}$ לכל $.(N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=0)\Longleftrightarrow\left(a=0
ight)$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ לכל . הומומורפיזם חבורות $\left(N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\right)_{\restriction_{\mathbb{L}^{\times}}}$ וכן $\left(N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\right)_{\restriction_{\mathbb{L}^{\times}}}:\mathbb{L}^{\times} o \mathbb{K}^{\times}$ הומומורפיזם חבורות. משפט חישוב של נורמה בעזרת פולינום מינימלי: תהא $\mathbb{L}/ar{\mathbb{K}}$ הרחבה סופית אזי $.M_{\Lambda_{\mathbb{L}/\mathbb{K},a}}\left(x
ight)=f_{a}\left(x
ight)$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ לכל $.P_{\Lambda_{\mathbb{L}/\mathbb{K},a}}(x)=f_a\left(x
ight)^{[\mathbb{L}:\mathbb{K}(a)]}$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ לכל של הכל $.N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=(-1)^{[\mathbb{L}:\mathbb{K}]}\cdot f_a\left(0
ight)^{[\mathbb{L}:\mathbb{K}(a)]}$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ לכל $.N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}(a)=(-1)^{[\mathbb{L}:\mathbb{K}]}\cdot f_a\left(0
ight)^{[\mathbb{L}:\mathbb{K}(a)]}$ $\mathrm{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(f_a)$ אזי $a\in\mathbb{K}$ איית הופית הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} אהרחב: משפט חישוב של נורמה בעזרת איברים צמודים: תהא של נורמה בעזרת איברים משפט חישוב של נורמה בעזרת איברים משפט חישוב של נורמה בעזרת איברים במודים: חישוב של נורמה בעזרת היישוב בעודת בעודת היישוב בעודת בעודת בעודת בעודת בעודת בעודת בעודת בעו $.N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight) = \left(\prod_{s\in \mathrm{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(f_a)}s
ight)^{[\mathbb{L}:\mathbb{K}(a)]}$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ לכל $.N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight) = \prod_{arphi\in\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}\hookrightarrow\overline{\mathbb{K}}/\mathbb{K}
ight)}arphi\left(a
ight)$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ מתקיים $.N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)$ $N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=\prod_{\sigma\in\mathrm{Gal}\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}
ight)}\sigma\left(a
ight)$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ מתקיים לכל • $N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}=N_{\mathbb{F}/\mathbb{K}}\circ N_{\mathbb{L}/\mathbb{F}}$ אזי סופיות סופיות של נורמה: יהיו $\mathbb{K},\mathbb{F},\mathbb{L}$ שדות באשר $\mathbb{K},\mathbb{F},\mathbb{K}$ הרחבות סופיות אזי $\mathrm{Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=\mathrm{trace}\left(\Lambda_{\mathbb{L}/\mathbb{K},a}
ight)$ כך $\mathrm{Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}:\mathbb{L} o\mathbb{K}$ עקבה של הרחבה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סופית אזי נגדיר למה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} פונקציונל לינארי. הרחבה סופית אזי הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} משפט חישוב של עקבה בעזרת פולינום מינימלי: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סופית יהי $a\in\mathbb{L}$ יהי $m\in\mathbb{N}$ ויהי באשר $C\in\mathbb{K}$ $\operatorname{Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=-\left[\mathbb{L}:\mathbb{K}\left(a
ight)
ight]\cdot\zeta_{m-1}$ איז $f_{a}=\sum_{i=0}^{m}\zeta_{i}\cdot x^{i}$ משפט חישוב של עקבה בעזרת איברים צמודים: תהא של הרחבה סופית ספרבילית אזי משפט חישוב של איברים בעזרת איברים בעודים: . ${
m Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=\left[\mathbb{L}:\mathbb{K}\left(a
ight)
ight]\cdot\sum_{s\in{
m sols}_{\mathbb{K}}\left(f_{a}
ight)}s$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ לכל $\operatorname{Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=\sum_{arphi\in\left(\mathbb{L}/\mathbb{K}\hookrightarrow\overline{\mathbb{K}}/\mathbb{K}
ight)}arphi\left(a
ight)$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ לכל $\mathrm{Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=\sum_{\sigma\in\mathrm{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K})}\sigma\left(a
ight)$ מתקיים $a\in\mathbb{L}$ מתקיים לכל הרחבת גלואה אז לכל $\mathrm{Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}=\mathrm{Tr}_{\mathbb{F}/\mathbb{K}}\circ\mathrm{Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{F}}$ איזי סופיות אזי $\mathbb{L}/\mathbb{F},\mathbb{F}/\mathbb{K}$ שדות באשר $\mathbb{K},\mathbb{F},\mathbb{L}$ הרחבות סופיות אזי . אינה ספרבילית \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} אינה סופית באשר סופית הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי מסקנה: תהא $\mathbb{Q}\left(\sqrt[d]{a}
ight):\mathbb{Q}=d$ אי־פריק אזי x^n-a באשר $a\in\mathbb{Q}_{>0}$ ויהי d|n באשר $n,d\in\mathbb{N}_+$ יהיו $[\mathbb{F}:\mathbb{Q}]=d$ וכן $\mathbb{Q}\subseteq\mathbb{F}\subseteq\mathbb{Q}$ ($\sqrt[d]{a}$ שדה באשר \mathbb{R} שי־פריק ויהי x^n-a באשר $a\in\mathbb{Q}_{>0}$ יהי d|n באשר $n,d\in\mathbb{N}_+$ יהיו על. $\mathrm{Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}$ על וכן $N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}$ על אזי שדה באשר שדה באשר באשר באשר באשר באשר באשר איי $\operatorname{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(f)=\{lpha_i\mid i\in[n]\}$ עבורם $lpha_1\ldotslpha_n\in\overline{\mathbb{K}}$ ויהיו $\operatorname{deg}(f)=n$ באשר באשר $f\in\mathbb{K}[x]$ יהי $n\in\mathbb{N}_+$ יהי שדה יהי שדה יהי $N_{\mathbb{K}(lpha_1)/\mathbb{K}}\left(g\left(lpha_1
ight)
ight)=\prod_{i=1}^ng\left(lpha_i
ight)$ מתקיים $g\in\mathbb{K}\left[x
ight]$ לכל עבורם $lpha_1\ldotslpha_n\in\overline{\mathbb{K}}$ יהי שדה יהי אי־פריק אי־פריק וכן $\zeta_n=1$ באשר $\zeta\in\mathbb{K}^{\{0\ldots n\}}$ יהי $n\in\mathbb{N}_+$ יהי שדה יהי $n\in\mathbb{N}_+$ $N_{\mathbb{K}(\alpha_1)/\mathbb{K}}\left(\eta\alpha_1+\beta\right)=\sum_{i=0}^n\left(-1
ight)^i\zeta_{n-i}\beta^{n-i}\eta^i$ איז $\eta,\beta\in\mathbb{K}$ ויהיו $\mathrm{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}\left(\sum_{i=0}^n\zeta_ix^i
ight)=\{lpha_i\mid i\in[n]\}$ עבורם $lpha_1\ldotslpha_n\in\overline{\mathbb{K}}$ יהי שדה יהי אי־פריק אי־פריק וכן $\zeta_n=1$ באשר $\zeta\in\mathbb{K}^{\{0\ldots n\}}$ יהי $n\in\mathbb{N}_+$ יהי $n\in\mathbb{N}_+$ יהי יהי שדה יהי אי־פריק שדה יהי $\operatorname{Tr}_{\mathbb{K}(lpha_1)/\mathbb{K}}\left(lpha_1^2
ight)=\zeta_{n-1}^2-2\zeta_{n-2}$ איז $\operatorname{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}\left(\sum_{i=0}^n\zeta_ix^i
ight)=\{lpha_i\mid i\in[n]\}$ $\operatorname{sols}_{\overline{\mathbb{K}}}(f)=\{lpha_i\mid i\in[n]\}$ עבורם $lpha_1\ldotslpha_n\in\overline{\mathbb{K}}$ ויהיו $\operatorname{deg}(f)=n$ באשר באשר $f\in\mathbb{K}[x]$ יהי $n\in\mathbb{N}_+$ יהי שדה יהי $n\in\mathbb{N}_+$ יהי $\operatorname{disc}(f) = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot N_{\mathbb{K}(\alpha_1)/\mathbb{K}}(f'(\alpha_1))$

 $\operatorname{sols}_{\mathbb{K}}(f)
eq \varnothing$ אזי $\operatorname{deg}(f) \in \mathbb{N}_{\operatorname{odd}}$ משפט: יהי $\operatorname{deg}(f) \neq \emptyset$ אזי $\operatorname{deg}(f) \in \mathbb{N}_{\operatorname{odd}}$ באשר $\operatorname{sols}_{\mathbb{K}}(f) \neq \emptyset$ שדה ממשי פורמלי אזי (M פורמלי אזי (M שדה ממשי פורמלי אזי (M פורמלי אזי (M שדה ממשי פורמלי אזי (M שדה ממשי פורמלי אזי (M פורמלי אז

 $\mathbb K$ העתקה לינארית אזי העתקה אזי חיהי אזי חויהי ויהי הרחבה החבה $\mathbb L/\mathbb K$ העתקה אזי מענה: תהא

 $\Lambda_{\mathbb{L}/\mathbb{K},a}\left(\gamma
ight)=a\cdot\gamma$ כך כך כך אזי נגדיר $a\in\mathbb{L}$ אזי ווהי סופית ויהי באיבר: תהא הרחבה באיבר: תהא

 $N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}\left(a
ight)=\det\left(\Lambda_{\mathbb{L}/\mathbb{K},a}
ight)$ כך $N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}:\mathbb{L} o\mathbb{K}$ כורמה של הרחבה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סופית אזי נגדיר

מסקנה: \mathbb{R} שדה ממשי סגור.