מטריקה: תהא M קבוצה אזי $d:M^2\to\mathbb{R}$ המקיימת
- חיוביות: $\forall x,y\in M.d\left(x,y\right)\in\mathbb{R}_+$.
- חיוביות ממש: $\forall x,y\in M.\left(d\left(x,y\right)=0\right)\iff\left(x=y\right)$.
- סימטריות: $\forall x,y\in M.d\left(x,y\right)=d\left(y,x\right)$.
- אי שיוויון המשולש (אש"מ): $\forall x,y\in M.d\left(x,z\right)\le d\left(x,y\right)+d\left(y,z\right)$.

מרחב מטרי (מ"מ): $\langle M,d\rangle$ המקיים M קבוצה ו־d מטריקה על M.

כדור: יהי $\langle M,d\rangle$ מ"מ יהי $\varepsilon>0$ ויהי $x\in M$ אזי $\mathcal{B}_\varepsilon\left(x\right)=\left\{y\in M\mid d\left(x,y\right)\le\varepsilon\right\}$.

קבוצה פתוחה במרחב מטרי: יהי $\langle M,d\rangle$ מ"מ אזי $\mathcal{U}\in M$ המקיימת $\forall x\in\mathcal{U}.\exists\varepsilon>0.\mathcal{B}_\varepsilon\left(x\right)\subseteq\mathcal{U}$.

מרחב טופולוגי (מ"ט): $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ המקיים X קבוצה וגם $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ המקיימת
- $\varnothing,X\in\mathcal{T}$.
- $\forall A,B\in\mathcal{T}.A\cap B\in\mathcal{T}$.
- $\forall A\subseteq\mathcal{T}.\bigcup A\in\mathcal{T}$.

קבוצה פתוחה במרחב טופולוגי: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט אזי $A\in\mathcal{T}$.

מרחב טריוואלי: $\langle X,\left\{X,\varnothing\right\}\rangle$.

מרחב דיסקרטי: $\langle X,\mathcal{P}\left(X\right)\rangle$.

מרחב טופולוגי מושרה ממרחב מטרי: יהי $\langle M,d\rangle$ מ"מ אזי $\langle M,\mathcal{T}\rangle$ עבור $\mathcal{T}=\left\{\mathcal{U}\in M\mid M\text{ פתוחה במ"מ }\right\}$.

סימון: הטופולוגיה המושרת מהמרחק האוקלידי $\mathcal{T}_{\mathbb{R}^n}$.

הגדרה: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט ותהא $S\subseteq X$
- נקודת פנים: $p\in X$ המקיימת $\exists\mathcal{U}\in\mathcal{T}.\left(p\in\mathcal{U}\right)\land\left(\mathcal{U}\subseteq S\right)$.
- נקודת חוץ: $p\in X$ המקיימת $\exists\mathcal{U}\in\mathcal{T}.\left(p\in\mathcal{U}\right)\land\left(\mathcal{U}\subseteq X\backslash S\right)$.
- נקודת גבול: $p\in X$ המקיימת $\forall\mathcal{U}\in\mathcal{T}.\left(p\in\mathcal{U}\right)\implies\left(\mathcal{U}\cap S\neq\varnothing\right)\land\left(\mathcal{U}\cap\left(X\backslash S\right)\neq\varnothing\right)$.
- נקודת הצטברות: $p\in X$ המקיימת $\forall\mathcal{U}\in\mathcal{T}.\left(p\in\mathcal{U}\right)\implies\left(\left(\mathcal{U}\backslash\left\{p\right\}\right)\cap S\neq\varnothing\right)$.

הגדרה: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט ותהא $S\subseteq X$
- פנים: $S^\circ=\left\{p\in X\mid p\text{ נקודת פנים}\right\}$.
- חוץ: $\text{Ext}\left(S\right)=\left\{p\in X\mid p\text{ נקודת חוץ}\right\}$.
- גבול: $\partial S=\left\{p\in X\mid p\text{ נקודת גבול}\right\}$.
- נגזרת: $S'=\left\{p\in X\mid p\text{ נקודת הצטברות}\right\}$.
- משלים: $\overline{S}=S\cup\partial S$.

התכנסות במרחב מטרי: יהי $\langle M,d\rangle$ מ"מ ותהא $\left(a_n\right)\subseteq M$ אזי $a_n\to a\iff\forall\varepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\ge N.a_n\in\mathcal{B}_\varepsilon\left(a\right)$.

התכנסות במרחב טופולוגי: תהא $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט ותהא $\left(a_n\right)\subseteq X$ אזי
$a_n\to a\iff\forall\mathcal{U}\in\mathcal{T}.a\in\mathcal{U}\implies\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\ge N.a_n\in\mathcal{U}$.

הערה: ההתכנסות במרחב הטופולוגי היא לא יחידה.

הגדרה: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט אזי $\forall x,y\in X.x\sim y\iff\exists\mathcal{U}_1,\mathcal{U}_2\in\mathcal{T}.\left(x\in\mathcal{U}_1\right)\land\left(y\in\mathcal{U}_2\right)\land\left(\mathcal{U}_1\cap\mathcal{U}_2=\varnothing\right)$.

מרחב האוסדורף: מ"ט $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ המקיים $\forall x,y\in X.x\neq y\implies x\sim y$.

משפט: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מרחב האוסדורף תהא $\left(a_n\right)\subseteq X$ ונניח כי a_n מתכנסת אזי $\left(a_n\to a\right)\land\left(a_n\to b\right)\implies a=b$.

העתקה קנונית: יהי $\sim$ יחס שקילות על A אזי $q:A\to{}^{A}/_{\sim}$ כך $q\left(x\right)=\left[x\right]_\sim$.

מרחב המנה: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט ויהי $\sim$ יחס שקילות על X אזי $\left({}^{X}/_{\sim},\hat{\mathcal{T}}\right)$ עבור $\hat{\mathcal{T}}=\left\{q\left[\mathcal{U}\right]\mid\mathcal{U}\in\mathcal{T}\right\}$.

הגדרה: $\sim=\{\langle\langle 0,s\rangle,\langle 1,-s\rangle\rangle \mid s\in(0,1)\}\cup \mathrm{Id}_{[0,1]\times(0,1)}$.

טבעת מביוס: נניח כי $X=[0,1]\times(0,1)$ אזי $\langle {}^{X}/_{\sim},\mathcal{T}_{\mathbb{R}^2}\rangle$.

מרחב פרויקטיבי: $\mathcal{P}^n(\mathbb{R})=\{\mathrm{span}(x)\mid x\in\mathbb{R}^{n+1}\}$.

ספירה: $\mathbb{S}^n=\{x\in\mathbb{R}^{n+1}\mid \|x\|=1\}$.

הגדרה: $\forall x,y\in\mathbb{S}^n.x\sim y\iff(x=y)\vee(x=-y)$.

טענה: $\langle\mathcal{P}^n(\mathbb{R}),\mathcal{T}_{\mathbb{R}^n}\rangle=\langle {}^{\mathbb{S}^n}/_{\sim},\mathcal{T}_{\mathbb{R}^n}\rangle$.

טענה: $\mathcal{P}^n(\mathbb{R})$ מרחב האוסדורף.

בסיס: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט אזי $B\subseteq\mathcal{T}$ המקיים $\forall\mathcal{U}\in\mathcal{T}.\mathcal{U}\subseteq\bigcup B$.

טענה: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט מושרה על ידי $\langle X,d\rangle$ מ"מ אזי $\{\mathcal{B}_\varepsilon(x)\mid x\in X\wedge\varepsilon>0\}$ בסיס.

מרחב בן מנייה מסדר שני: $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט עבורו קיים בסיס $\mathcal{B}$ המקיים $|\mathcal{B}|\le\aleph_0$.

פונקציה רציפה: יהיו $\langle X,\mathcal{T}_X\rangle,\langle Y,\mathcal{T}_Y\rangle$ מ"ט אזי $f:X\to Y$ המקיימת $\forall\mathcal{U}\in\mathcal{T}_Y.f^{-1}[\mathcal{U}]\in\mathcal{T}_X$.

הומומורפיזם: (הפיכה)$\wedge$(רציפה)$\wedge$(הופכית רציפה).

סימון: $\mathrm{Hom}(X,Y)=\{f:X\to Y\mid f\text{ הומומורפיזם}\}$.

משפט: ההעתקה הקנונית למרחב המנה היא רציפה.

פונקציה רציפה סדרתית: יהיו $\langle X,\mathcal{T}_X\rangle,\langle Y,\mathcal{T}_Y\rangle$ מ"ט אזי $f:X\to Y$ המקיימת $\forall x\in X.\forall(x_n)\subseteq X.x_n\to x\implies f(x_n)\to f(x)$.

משפט: יהיו $\langle X,\mathcal{T}_X\rangle,\langle Y,\mathcal{T}_Y\rangle$ מ"ט אזי (f רציפה) $\Longleftarrow$ (f רציפה סדרתית).

משפט: יהיו $\langle X,\mathcal{T}_X\rangle,\langle Y,\mathcal{T}_Y\rangle$ מ"ט בני מנייה מסדר שני אזי (f רציפה) $\iff$ (f רציפה סדרתית).

קבוצה צפופה: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט אזי $A\subseteq X$ המקיימת $\forall\mathcal{U}\subseteq\mathcal{T}.(A\subseteq\bigcup\mathcal{U}\implies\exists\mathcal{V}\subseteq\mathcal{U}.A\subseteq\bigcup\mathcal{V}\wedge|\mathcal{V}|\in\mathbb{N})$.

משפט היינה־בורל: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי (A צפופה) $\iff$ (A סגורה וחסומה).

קבוצה סגורה: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט אזי $X\backslash A\in\mathcal{T}$.

משפט: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מרחב האוסדורף ותהא $A\subseteq X$ אזי (A צפופה) $\Longleftarrow$ (A סגורה).

מרחב דומה מקומית למרחב האוקלידי ממימד n: מ"ט $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ המקיים $\forall x\in X.\exists\mathcal{U}\in\mathcal{T}.(x\in\mathcal{U})\wedge(\exists h\in\mathrm{Hom}(\mathcal{U},\mathbb{R}^n).h[\mathcal{U}]\in\mathcal{T}_{\mathbb{R}^n})$.

מפה: יהי $\langle X,\mathcal{T}\rangle$ מרחב דומה למרחב האוקלידי בקבוצה $\mathcal{U}$ עם ההומומורפיזם h אזי $\langle\mathcal{U},h\rangle$.

יריעה טופולוגית ממימד n: מרחב האוסדורף בן מנייה מסדר שני הדומה מקומית למרחב האוקלידי ממימד n.

אטלס: יהי $\langle M,\mathcal{T}\rangle$ מ"ט אזי $\langle\mathcal{U}_i,h_i\rangle$ סדרת מפות המקיימת $\bigcup\mathcal{U}_i=M$.

טענה: $\mathbb{S}^n$ יריעה טופולוגית ממימד n.

טענה: $\mathcal{P}^n(\mathbb{R})$ יריעה טופולוגית ממימד n.

סימון: $C^k(A)=\{f\mid\mathrm{Dom}(f)=A\wedge f\text{ גזירה ורציפה k פעמים}\}$.

C^k־דיפאומורפיזם: פונקציה $\omega:A\to B$ המקיימת

- $\omega\in C^k(\mathrm{Dom}(\omega))$.
- ω הפיכה.
- $\omega^{-1}\in C^k(\mathrm{Dom}(\omega^{-1}))$.

מתאימות חלק C^k: שתי מפות $\langle\mathcal{U},h\rangle,\langle\mathcal{V},\ell\rangle$ עבורן קיים $\omega:h[\mathcal{U}\cap\mathcal{V}]\to\ell[\mathcal{U}\cap\mathcal{V}]$ דיפאומורפיזם־C^k.

אטלס־C^k: אטלס בו כל שתי מפות מתאימות חלק C^k.

אטלס־C^k מקסימלי: אטלס־C^k $\mathcal{A}$ המקיים לכל אטלס־C^k $\mathcal{B}$ מתקיים $\mathcal{A}\not\subseteq\mathcal{B}$.

יריעה חלקה C^k: יריעה בעלת אטלס-C^k מקסימלי.

תת־יריעה טופולוגית: תהא M יריעה טופולוגית ממימד n עם המפה $(\mathcal{U},h)$ אזי $M_0\subseteq M$ יריעה טופולוגית ממימד k המקיימת $\forall p\in M_0.h\left[M_0\cap\mathcal{U}\right]=\left(\mathbb{R}^k\times0^{n-k}\right)\cap h\left[M\right]$.

הגדרה: תהא $\mathcal{U}\in\mathcal{T}_{\mathbb{R}^n}$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ המקיימת $f\in C^1\left(\mathcal{U}\right)$

- נקודה קריטית: $x\in\mathcal{U}$ עבורה df_x אינה על.
- ערך רגיל: $c\in f\left[\mathcal{U}\right]$ עבורו $f^{-1}\left[\{c\}\right]$ אינו מכיל נקודות קריטיות.

משפט: תהא $\mathcal{U}\in\mathcal{T}_{\mathbb{R}^n}$ תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ המקיימת $f\in C^\infty\left(\mathcal{U}\right)$ ויהי $c\in f\left[\mathcal{U}\right]$ ערך רגיל אזי $f^{-1}\left[\{c\}\right]$ תת־יריעה טופולוגית ממימד $n-m$.