$(a\in\{a_1,\ldots,a_n\})\Longleftrightarrow((a=a_1)\lor\ldots\lor(a=a_n))$ מתקיים $\{a_1,\ldots,a_n\}$ מתקיים מינות בעזרת רשימת איברים:

. סימון: תהא Σ אלפבית אזי באלפבית כל המחרוזות הסופיות באלפבית

טענה: יהי עולם $\Sigma\subseteq \Sigma^*$ אזי קיימת ויחידה $S\subseteq \Sigma^*$ ותהא $B\subseteq \Sigma^*$ אזי קיימת $F=\{f_i: (\Sigma^*)^{n_i} o \Sigma^*\mid i\in I\}$ המקיימת ויחידה $B\subseteq \Sigma^*$

- $.B \subseteq S \bullet$
- .F סגורה להפעלת S
- $S\subseteq A$ אזי א הפעלת להפעלת סגורה וכן $B\subseteq A$ עבורה עבורה $A\subseteq \Sigma^*$ אזי \bullet

אינדוקציה מבנית: יהי עולם $X_{B,F}\subseteq \Sigma^*$ אזי $F=\{f_i: (\Sigma^*)^{n_i} o \Sigma^* \mid i\in I\}$ ותהא $B\subseteq \Sigma^*$ מינימלית סגורה מבנית: יהי עולם $B\subseteq X_{B,F}$ מינימלית סגורה $B\subseteq X_{B,F}$ עבורה F

 $X_{B,F}=\bigcap\{Y\subseteq\Sigma^*\mid (B\subseteq Y)\land (F\text{ Derived Results})\land (F)\}$ אזי ותהא $F=\{f_i:(\Sigma^*)^{n_i}\to\Sigma^*\mid i\in I\}$ אזי ותהא $B\subseteq\Sigma^*$ ותהא $Y\subseteq\Sigma^*$ סגורה להפעלת Y עבורה $Y\subseteq\Sigma^*$ אזי $Y\subseteq\Sigma^*$ ותהא $Y\subseteq\Sigma^*$ ותהא $Y\subseteq\Sigma^*$

 $(p\left(0
ight)\wedge\left(\forall n\in\mathbb{N}.p\left(n
ight)\Longrightarrow p\left(n+1
ight)
ight)\Longrightarrow\left(\forall n\in\mathbb{N}.p\left(n
ight)$ אזי עענה על \mathbb{N} אזי עענה על אזי

על ידי הפעלת a_i יים ($a_i\in B$) מתקיים a_i ירת יצירה: יהי $a_i=a$ אזי (a_1,\ldots,a_n) עבורה $a_i=a$ אזי (a_1,\ldots,a_n) אזי (a_1,\ldots,a_n) אזי (a_1,\ldots,a_{i-1}).

 $(a \in X_{B,F})$ אזי ($a \in X_{B,F}$) אזי (מיימת סדרת יצירה ל־ $a \in \Sigma^*$ יהי

 $X_{B,F} = igcup_{i=1}^\infty \left\{ a \in \Sigma^* \mid n \;$ מסקנה: $a \in \mathbb{Z}$ בעלת סדרת יצירה באורך

 $\Sigma = \{\wedge, ee, \neg, \Longrightarrow, (,)\} \cup \{p_i \mid i \in \mathbb{N}\}$:עולם תחשיב הפסוקים:

 $a\in \Sigma^*$ יהי תחשיב הפסוקים אזי יהי ביטוי:

אזי $\omega_1,\omega_2\in\{p_i\mid i\in\mathbb{N}\}$ אזי הגדרה: יהיו

- $.\wedge (\omega_1, \omega_2) = "(\omega_1 \wedge \omega_2)"$ •
- $.\lor (\omega_1,\omega_2) = "(\omega_1\lor\omega_2)"$ •
- $\Longrightarrow (\omega_1, \omega_2) = "(\omega_1 \Longrightarrow \omega_2)" \bullet$
 - $\neg (\omega_1) = "(\neg \omega_1)" \bullet$

.WFF = $X_{\{p_i|i\in\mathbb{N}\},\{\wedge,\vee,\neg,\Longrightarrow\}}$:פסוקי חוקי/פסות המוגדרות המוגדרות המוגדרות קבוצת הנוסחאות המוגדרות היטב/ביטוי היטב

 $p \in \{p_i \mid i \in \mathbb{N}\}$ עבורו $p \in \mathrm{WFF}$:פסוק אטומי/יסודי

.(") ונגמר עם (") ונגמר עם (") ונגמר עם אזי ער $p \in \mathsf{WFF}$ יהי יהי עם אזי ער אזי ונגמר עם "

 $.q_1(q_2
otin {
m WFF}$ אזי $q_1,q_2 \in {
m WFF}$ מסקנה: יהיו

משפט הקריאה היחידה: יהי מתקיים בדיוק אחד מהבאים משפט הקריאה היחידה: יהי

- . פסוק אטומיlpha
- $\alpha = (\beta \wedge \gamma)$ עבורם $\beta, \gamma \in \mathsf{WFF}$ •
- $lpha=(etaee\gamma)$ עבורם $eta,\gamma\in \mathrm{WFF}$ פיימים ויחידים
- $.\alpha = (\beta \Longrightarrow \gamma)$ עבורם $\beta, \gamma \in \mathsf{WFF}$ ם ייחידים
 - $\alpha = (\neg \beta)$ עבורו $\beta \in \mathsf{WFF}$ •

מסקנה אלגוריתם לבדיקת חוקיות: יהי Σ תחשיב הפסוקים ויהי ביטוי אזי מסקנה אלגוריתם לבדיקת חוקיות:

```
function IsWellFormedFormula ( lpha )
      \mid \text{ if } \alpha \in \{p_i \mid i \in \mathbb{N}\}
              return true
      \mid \text{if } (\alpha \ [0] = \text{"(")} \land (\alpha \ [-1] = \text{")"})
       | if \alpha [0] = "¬"
              lpha . DeleteFirst ( )
               return IsWellFormedFormula ( lpha )
               (LeftParentheses, RightParentheses, i) \leftarrow 0
               \textbf{while} \ \ (LeftParentheses \neq RightParentheses) \ \lor \ \ (LeftParentheses = 0)
               |\qquad \text{if }\alpha \ [i]=\text{"("}
               | \hspace{.5cm} | \hspace{.5cm} \text{LeftParentheses} \hspace{.1cm} \leftarrow \hspace{.1cm} \text{LeftParentheses} \hspace{.1cm} + \hspace{.1cm} 1
                      if \alpha [i] = ")"
              RightParentheses ← RightParentheses + 1
                      i \leftarrow i + 1
              \text{if }\alpha \ [i+1] \not\in \{\land,\lor,\lnot,\Longrightarrow\}
              return false
                      (\beta, \gamma) \leftarrow (\alpha [: i+1], \alpha [i+2:])
                      return (IsWellFormedFormula (eta)) \wedge (IsWellFormedFormula (\gamma))
```

.(IsWellFormedFormula $(\alpha)={
m true})\Longleftrightarrow (\alpha\in {
m WFF})$ ביטוי אזי $\alpha\in \Sigma^*$ ביטוי ויהי בפסוקים ויהי $\alpha\in \Sigma^*$ סדר סדר קדימות של קשרים: נגדיר סדר ביצוע פעולות

- .¬ .1
- .∧, ∨ .2
- .⇒ .3

.T, true אמת:

.F, false :שקר:

טבלת אמת: טבלה אשר מסכמת את אמיתו של פסוק בשינוי ערכם של פסוקי היסוד בו.

 $.TT_\circ$ אזי טבלת האמת של ס אזי טבלת הינה $\circ\in\{\land,\lor,\lnot,\Longrightarrow\}$ הינה

טענה: יהיו p,q פסוקים אזי

q	$\neg q$
true	false
false	true

q	p	$q \Longrightarrow p$
true	true	true
true	false	false
false	true	true
false	false	true

q	p	$q \wedge p$
true	true	true
true	false	false
false	true	false
false	false	false

q	p	$q \lor p$
true	true	true
true	false	true
false	true	true
false	false	false

 $.v:\{p_i\}
ightarrow \{F,T\}$ השמה: פונקציה

המוגדרת $\overline{v}: \mathsf{WFF} \to \{F,T\}$ השמה אזי פונקציה v השמה השמת לפסוק: המוגדרת

- $.\overline{v}\left(p
 ight) =v\left(p
 ight)$ יהי p פסוק אטומי אזי •
- $.\overline{v}\left(\neg lpha
 ight)=TT_{\neg}\left(\overline{v}\left(lpha
 ight)
 ight)$ יהי פסוק אזי פסוק איי
- $.\overline{v}\left(eta\circ\gamma
 ight)=TT_{\circ}\left(\overline{v}\left(eta
 ight),\overline{v}\left(\gamma
 ight)
 ight)$ יהיו פעולה פעולה בינארית אזי פעולה eta

 $.\overline{v}\left(lpha
ight)=T$ עבורה עבורה אזי עבורה אזי עבורה תהא מספקת פסוק: תהא עבורה

 $v \models \alpha$ אזי v אזי מסופקת על ידי $\alpha \in \mathsf{WFF}$ מסופקת על ידי v אזי

 $v \not\models \alpha$ אזי v אזי אזי מסופקת על מסופקת ותהא $\alpha \in \mathsf{WFF}$ אזי השמה v השמר סימון:

```
המוגדרת A: \mathsf{WFF} 	o \mathcal{P}\left(\{p_i\}
ight) המוגדרת בפסוק: פונקציה
                                                                                                                                      A\left(p\right)=\left\{ p\right\} יהי p פסוק אטומי אזי •
                                                                                                                                          A\left(\neg\alpha\right)=A\left(\alpha\right) אזי פסוק אזי •
                                                                         A(\beta \circ \gamma) = A(\beta) \cup A(\gamma) יהיו אזי פעולה פעולה פעולה פעולה פינארית אזי •
                                        \overline{v_1}(lpha)=\overline{v_2}(lpha) אזי orall p\in A\left(lpha
ight).v_1\left(p
ight)=v_2\left(p
ight) עבורה lpha\in {
m WFF} אזי v_1,v_2 השמות ויהי
                                                                                                                  .TT_{lpha} אזי ניתן לייצג את lpha על ידי lpha\in \mathsf{WFF} מסקנה: יהי
TT=TT_{lpha} עבורו קיים lpha\in WFF עבורה לכל טבלת אמת עבורה לכל עבורה קבוצה K\subseteq \{\land,\lor,\lnot,\Longrightarrow\} עבורו קבוצה פונקציונלית:
                                                                                                                                        טענה: \{\land, \lor, \neg, \Longrightarrow\} שלמה פונקציונלית.
                                                                              . טענה: תהא א שלמה פונקציונלית. עבורה איז שלמה עבורה עבורה אזי איז מערכת מערכת מענה: תהא א
                                                                                              v \models \alpha עבורו השמה v המקיימת עבורו קיימת עבורו \alpha \in \mathsf{WFF}
                                                                                                    v \models \alpha טאוטולוגיה: פסוק \alpha \in \mathsf{WFF} עבורו לכל השמה v מתקיים
                                                                                                                                        \models \alpha טאוטולוגיה אזי \alpha \in \mathsf{WFF} טאוטולוגיה
                                                                                                                                            \models (\neg \alpha) עבורו \alpha \in \mathsf{WFF} פסוק
                                                                       .\overline{v}\left(lpha
ight)=\overline{v}\left(eta
ight) מתקיים שקולים: פסוקים lpha,eta\in\mathsf{WFF} עבורם לכל השמה v
                                                                                                                                     \alpha \equiv \beta שקולים אזי \alpha, \beta \in WFF סימון: יהיו
                                                          .v \models lpha מתקיים מביקה: קבוצה lpha \in \Gamma עבורה קיימת השמה עבורה לכל \Gamma \subseteq \Gamma מתקיים עבורה
                                                                                                   v \models \Gamma אזי א איי די ספיקה על קבוצה קבוצה ר\Gamma \subseteq \mathsf{WFF} תהא
                                     v \models \alpha מתקיים v \models \Gamma מתקיים אוי איי איי איי \alpha \in \mathsf{WFF} מתקיים עבורו v \models \alpha מתקיים עבורו לכל השמה v \models \alpha
                                                                                     \Gamma \models \alpha אזי מ־\Gamma אזי סמנטית נובע פסוק ויהי ויהי ויהי ויהי ריהי \Gamma \subseteq \mathsf{WFF} תהא סימון: תהא
                                                                                                                                                           טענה: יהיו \alpha, \beta, \gamma \in \mathsf{WFF} אזי
                                                                                                                                        (\alpha \wedge \beta) \vee \gamma \equiv (\alpha \vee \gamma) \wedge (\beta \vee \gamma) \bullet
                                                                                                                                        (\alpha \vee \beta) \wedge \gamma \equiv (\alpha \wedge \gamma) \vee (\beta \wedge \gamma) \bullet
                                                                                                                                                                .(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha) \bullet
                                                                                                                                                                (\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha) \bullet
                                                                                                                                                  (\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \equiv \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma) \bullet
                                                                                                                                                  (\alpha \vee \beta) \vee \gamma \equiv \alpha \vee (\beta \vee \gamma) \bullet
                                                                                                                                                                           \neg (\neg \alpha) \equiv \alpha \bullet
                                                                                                                                                    \neg (\alpha \land \beta) \equiv (\neg \alpha) \lor (\neg \beta) \bullet
                                                                                                                                                    \neg (\alpha \lor \beta) \equiv (\neg \alpha) \land (\neg \beta) \bullet
                                                                                                                                                         .(\alpha \Longrightarrow \beta) \equiv (\neg \alpha) \lor \beta \bullet
                                                                                                         .\gamma \models \alpha מתקיים \alpha \in \mathrm{WFF} למה: יהי \gamma \in \mathrm{WFF} סתירה אזי לכל
                                                   \Gamma \models \beta אזי \Gamma \cup \{\neg \alpha\} \models \beta וכן \Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta עבורם \alpha, \beta \in \mathsf{WFF} ויהיו \Gamma \subseteq \mathsf{WFF} עבורם ענה: תהא
                                                \Gamma \models (\neg \alpha) אזי \Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta וכן \Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta אזי \alpha, \beta \in \mathsf{WFF} אזי \Gamma \subseteq \mathsf{WFF} טענה: תהא
                                                                                                           (\alpha \models \beta) \iff (\models (\alpha \Longrightarrow \beta)) אזי (\alpha, \beta \in \mathsf{WFF}) טענה: יהיו
                                                                                                          אזי אטומי פסוק פסוק p ויהי \alpha, \varphi \in \mathsf{WFF} יהיו יהיו
```

 $\alpha (\varphi/p) = \varphi$ אז $\alpha = p$ אם •

- $\alpha\left(\varphi/p\right)=\alpha$ אזי $\alpha\neq p$ אטומי וכן lpha
- $.lpha\left(arphi/p
 ight)=\lnoteta\left(arphi/p
 ight)$ אזי $lpha=\lnoteta$ עבורו $eta\in$ WFF אם קיים •
- $lpha\left(arphi/p
 ight)=eta\left(arphi/p
 ight)\circ\gamma\left(arphi/p
 ight)$ אז מיימים $lpha=eta\circ\gamma$ וקיימת פעולה בינארית eta אם קיימים eta, אם קיימים $.lpha\left(arphi/p
 ight)\in \mathrm{WFF}$ אזי איזי $p\in A\left(lpha
 ight)$ ויהי מענה: יהיו

הצבת פסוקים בפסוק: יהיו $p_1\dots p_n$ ויהיו $lpha, arphi_1\dots arphi_n\in \mathsf{WFF}$ היהיו יהיו

- $lpha\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
 ight)=arphi_{i}$ אזי $i\in[n]$ עבור $lpha=p_{i}$ אם $lpha=p_{i}$
- $lpha\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
 ight)=lpha$ אז אז $i\in\left[n
 ight]$ לכל לכל $lpha
 eq p_{i}$ אז אטומי וכן
- $lpha \left(arphi_1/p_1 \ldots arphi_n/p_n
 ight) = \neg eta \left(arphi_1/p_1 \ldots arphi_n/p_n
 ight)$ אם קיים $eta \in \mathsf{WFF}$ עבורו $eta \in \mathsf{WFF}$

 $lpha\left(arphi_1/p_1\ldotsarphi_n/p_n
ight)=eta\left(arphi_1/p_1\ldotsarphi_n/p_n
ight)\circ$ אם קיימים $eta,\gamma\in$ שולה בינארית עבורה $lpha=eta\circ\gamma$ אם קיימים $eta,\gamma\in$ $\gamma\left(arphi_{1}/p_{1}\ldotsarphi_{n}/p_{n}
ight)$. $\overline{v}\left(lpha\left(arphi/p
ight)
ight)=\overline{v'}\left(lpha
ight)$ אזי $v'\left(p_{j}
ight)=\left\{egin{array}{ll} v(p_{j}) & i\neq j \\ \overline{v}(arphi) & i=j \end{array}
ight.$ היי $\alpha, arphi\in\mathbb{W}$ אזי $\alpha, arphi\in\mathbb{W}$ היי $\alpha, arphi\in\mathbb{W}$ היי $\alpha, arphi\in\mathbb{W}$ היי $\alpha, arphi\in\mathbb{W}$ $\gamma\left(\varphi_1/p_1\ldots\varphi_n/p_n\right)$ $v'(p_j) = \left\{egin{array}{ll} v(p_j) & j \notin [n] \\ \overline{v}(\varphi_j) & j \in [n] \end{array}
ight.$ השמה נגדיר השמה v השמה עסומים ותהא v האיו בסוקים אטומים ותהא v הייו $a, \varphi_1 \ldots \varphi_n \in \mathsf{WFF}$ אזי $.\overline{v}\left(\alpha\left(\varphi_{1}/p_{1}\ldots\varphi_{n}/p_{n}\right)\right)=\overline{v'}\left(\alpha\right)$ טאוטולוגיה. $\alpha\left(arphi_1/p_1\ldotsarphi_n/p_n
ight)$ איזי פסוקים אטומים מסקנה: יהי $\alpha\in\mathsf{WFF}$ טאוטולוגיה יהיו מסקנה: יהי מסקנה: יהי

> .NNF = $X_{\{p_i|i\in\mathbb{N}\}\cup\{(\neg p_i)|i\in\mathbb{N}\},\{\wedge,\vee\}}$ בוצת הצורות הנורמליות: $lpha\equiv eta$ עבורו $eta\in \mathrm{NNF}$ אזי קיים אזי $lpha\in \mathrm{WFF}$ טענה: יהי