טופולוגיה: תהא $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה קבוצה תהא טופולוגיה: טופולוגיה $X, \emptyset \in \mathcal{T} \bullet$ $\cup \mathcal{U} \in \mathcal{T}$ אזי $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{T}$ תהיינה • $\bigcap_{i=1}^n U_i \in \mathcal{T}$ אוי $\{U_i\}_{i=1}^n \subseteq \mathcal{T}$ תהיינה \bullet (X,\mathcal{T}) אזי א איי טופולוגיה על טופולוגיה על $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}(X)$ אויה קבוצה תהא מרחב טופולוגיה על איי $U \in \mathcal{T}$ המקיימת $U \subseteq X$ אזי טופולוגי מרחב (X,\mathcal{T}) המיימת $.X \, \backslash E \in \mathcal{T}$ המקיימת $E \subseteq X$ אזי טופולוגי מרחב ($X,\,\mathcal{T})$ יהי יהי קבוצה קבוצה קבוצה \mathcal{T} אזי אזי אינ $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{T}.$ ($\mathcal{U}\in\mathcal{T}$) וכן $\mathcal{X},\mathcal{\varnothing}\in\mathcal{T}$ עבורה עבורה $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}$ (\mathcal{X}) אזי (. $(U \cap V \in \mathcal{T}$ מתקיים $U, V \in \mathcal{T}$ טופולוגיה) $\{X,\varnothing\}$ הטופולוגיה הטריוואלית: תהא איי קבוצה איי $\mathcal{P}\left(X
ight)$ אזי קבוצה אזי תהא X קבוצה אזי הטופולוגיה הבדידה/הדיסקרטית: מטרי מטרי מרחב מטרי. יהי ממרחב מטרי מטרי מטרי מטרי מטרי מטרי אזי הטופולוגיה המושרית ממרחב מטרי: $.\mathcal{T}(X,\rho) = \{ U \subseteq X \mid \forall x \in U.\exists r > 0.B_r(x) \subseteq U \}$ טופולוגי מטריז מטריז מטריז מטריז קיים ($X, \,
ho$) עבורו עבור מטריז מרחב מטרי מרחב מטריז מטריזבילית: $\{A\subseteq X\mid |X\backslash A|<\aleph_0\}\cup\{\varnothing\}$ אזיי קבוצה תהא תקריסופית: תהא הקויסופית: תהא אזי $\mathcal{C}=\{E\subseteq X\mid Xackslash E\in\mathcal{T}\}$ משפט: יהי (X,\mathcal{T}) אזי משפט: יהי $X, \emptyset \in C \bullet$ $\bigcap_{\alpha\in\Lambda} E_{\alpha}\in\mathcal{C}$ אזי אזיי אוי $\{E\}_{\alpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{C}$ תהיינה • $\bigcup_{i=1}^{ar{n}} E_i \in \mathcal{C}$ אזי $\{E_i\}_{i=1}^{ar{n}} \subseteq \mathcal{C}$ תהיינה ulletבסיס לטופולוגיה: תהא א $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה אזי תהא בסיס לטופולוגיה: המקיימת $| | | \mathcal{B} = X | \bullet$ אזי $x\in B_1\cap B_2$ ותהא $B_1\cap B_2
eq \emptyset$ עבורן א עבורן שנות $B_1,B_2\in \mathcal{B}$ אזי יעה $B_3\subseteq B_1\cap B_2$ וכן $x\in B_3$ עבורה $B_3\in \mathcal{B}$ קיימת הטופולוגיה הנוצרת מבסיס: תהא X קבוצה ויהי מב $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ בסיס אזי $.\mathcal{T}(\mathcal{B}) = \{ U \subseteq X \mid \forall x \in U. \exists B \in \mathcal{B}. (x \in B) \land (B \subseteq U) \}$ X טופולוגיה על $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}
ight)$ אזי בסיס אזי בסיס ויהי על אויה קבוצה אחר למה: תהא וכן $\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}} = \{[a,b) \mid a < b\}$ וכן $\mathcal{B}_{E} = \{(a,b) \mid a < b\}$ וכן $\mathcal{B}_K = \mathcal{B}_E \cup \left\{ (a, b) \setminus \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}_+ \right\} \mid a < b \right\}$ \mathbb{R} טענה: \mathcal{B}_E , $\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}}$, \mathcal{B}_K בסיסים של $\mathbb{R}=(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{E}
ight))$:הטופולוגיה האוקלידית/הסטנדרטית $\mathbb{R}_{\mathsf{Sorg}} = (\mathbb{R},\,\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{\mathsf{Sorg}})
ight)$ הישר של זורגנפריי: $\mathbb{R}_{K}=\left(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{K}
ight)
ight):K$ טופולוגיית משפט אפיון שקול לטופולוגיה נוצרת: יהי $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ בסיס אזי $\mathcal{T}(\mathcal{B}) = \{ U \subseteq X \mid \exists A \subseteq \mathcal{B}.U = \bigcup A \}$ $\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_1
ight)$ וכן $\mathcal{B}_1\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_2
ight)$ בסיסים עבורם $\mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ יהיו $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{1}\right)=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{2}\right)$ איי $\mathcal{T}_1 \subseteq \mathcal{T}_2$ טופולוגייה עדינה לטופולוגיה: תהא א קבוצה ותהיינה תהא לותהיינה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה אינה תהא א קבוצה ותהיינה אינה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה אינה אינה ותהיינה אינה אינה עדינה לטופולוגיה עדינה עדינה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה עדינה עדי \mathcal{T} אזי \mathcal{A} בסיס של ($x\in A$) \wedge ($A\subset U$) המקיימת סימוו: תהא X קבוצה אזי $\mathcal{B}_{\, <} \, = \, \{(a,b) \mid a < b\} \, \cup \, \{[a,b) \mid a \leq X\} \, \cup \, \{(a,b] \mid X \leq b\}$.סיס. $\mathcal{B}_{<}$ מענה: תהא אזי קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי לבסיס. $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{<}
ight)$ טופולוגיית הסדר: תהא X קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי . מצוייד בטופולוגיית הסדר זהה ל־ $\mathbb R$ מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית. .
 $\bigcup \mathcal{S} = X$ עבורה $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה אזי
 Xתת בסיס: תהא תרבסיס אזי $\mathcal{S} \subset \mathcal{P}\left(X
ight)$ ויהי קבוצה תהא תתרבסיס: תרבסיס אזי אווירת מתתרבסיס: תהא $\mathcal{T}(\mathcal{S}) = \left\{ U \subseteq X \mid \exists A_1 \dots A_k \subseteq \mathcal{S}.U = \bigcup \left(\bigcap_{i=1}^k A\right) \right\}$ X למה: תהא X קבוצה ויהי $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P} (X)$ תת־בסיס אזי $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{F}$ טופולוגיה על טופולוגיית זריצקי: יהי \mathbb{F} שדה ויהי אריצקי: טופולוגיית זריצקי $.\mathcal{T}\left(\left\{\left\{a\in\mathbb{F}^{n}\mid f\left(a\right)\neq0\right\}\mid f\in\mathbb{F}\left[x_{1},\ldots,x_{n}\right]\right\}\right)$ $x \in U$ עבורה עבורה $U \in \mathcal{T}$ אזי אי מ"ט ויהי מ"ט מ"ט (X,\mathcal{T}) איזי .int $(A)=\mathring{A}=igcup_{U\subset A}U$ איז איז איז מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) פנים של קבוצה: יהי .cl $(A)=\overline{A}=\bigcap \ A\subseteq E$ איזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא אור של קבוצה: יהי $E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{T}$ $.\partial A=\overline{A}ackslash \mathrm{int}\,(A)$ אזי א $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) אזי יהי $A\subseteq A\subseteq \overline{A}$ אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא אינ הי טענה: יהי $A\subseteq X$ ותהא מ"ט ($X,\,\mathcal{T})$ יהי יהי .int $(A) = \max_{\subset} \{ \mathcal{U} \in \mathcal{T} \mid \mathcal{U} \subseteq A \}$ • $\overline{A} = \min_{\subset} \{ E \mid (A \subseteq E) \land (E^{C} \in \mathcal{T}) \} \bullet$ $x\in X$ ויהי ווהי $X\in X$ התב"ש משט תהא מ"ט מענה: יהי ווהי א מ"ט תהא $U\cap A
eq \emptyset$ מתקיים $x\in U$ המקיים $U\in \mathcal{T}$ לכל • $B\cap A \neq \emptyset$ מתקיים $x\in B$ המקיים $B\in \mathcal{B}$ אזי לכל \mathcal{T} אזי יהי $x\in \mathcal{B}$ המקיים $.\partial A=\overline{A}\cap\left(\overline{Xackslash}Aackslash A$ אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא $A\subseteq X$ מ"ט ותהא אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא $U\in\mathcal{T}$ מסקנה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט תהא $X\in X$ ויהי $A\subseteq X$ אזי תהא מסקנה: יהי (X,\mathcal{T}) מסקנה $U\cap A^{\mathcal{C}}
eq\emptyset$ וכן $U\cap A\neq\emptyset$ מתקיים $x\in U$ המקיימת $x\in U$ המקיימת $X=\overline{A}$ המקיימת $A\subset X$ מ"ט אזי (X,\mathcal{T}) המקיימת קבוצה צפופה: יהי

טופולוגיית הנקודה הייחודית: תהא א קבוצה ותהא $p \in X$ ותהא אזי

 $T_p = \{U \subseteq X \mid p \in U\} \cup \{\emptyset\}$

x של U סביבה לכל סביבה אזי $x\in X$ אזי אזי ותהא עבורו (X,\mathcal{T}) יהי יהי נקודת הצטברות: $.U \cap A \setminus \{x\} \neq \emptyset$ מתקיים y של U שבורו לכל סביבה אזי $y\in X$ אזי $x\in X^{\mathbb{N}}$ מ"ט ותהא מתכנסת/גבול: יהי עבורו לכל סביבה $y\in X$ $.x_n \, \in \, U$ החל ממקום מסוים טענה: יהי $A\subseteq X$ ותהא מ"ט ($X,\,\mathcal{T})$ יהי יהי $A\subseteq\left\{ x\in X\mid x$ המתכנסת אל $a\in A^{\mathbb{N}}$ קיימת $a\in\overline{A}$ $A\cup\{x\in X\mid A$ טענה: תהא $A\subseteq X$ אזי א נקודת הצטברות של $x\}=\overline{A}$ אזי אזי א $\{x \in X \mid A \$ מסקנה: תהא $\{x \in X \mid A \$ אזי ($\{x \in X \mid A \$ אזי מסקנה: תהא אזי ($\{x \in X \mid A \$ אזי ($\{x \in X \mid A \$ f:X o Y אזי $x\in X$ מייטים ותהא מייטים ואזי (X,\mathcal{T}) אזי יהיו $f\left(\mathcal{U}
ight)\subseteq\mathcal{V}$ של x של עבורה לכל $\mathcal{U}\subseteq X$ סביבה של ל $f\left(x
ight)$ קיימת סביבה לכל עבורה לכל עבורה f:X o Y אוי מייטים אזי (X,\mathcal{T}) , (Y,\mathcal{S}) יהיו פונקציה רציפה: $\forall U \in \mathcal{S}.f^{-1}(U) \in \mathcal{T}$ התב"ש $f:X\to Y$ התב ותהא ($X,\mathcal{T})$, (Y,\mathcal{S}) יהיו משפט: יהיו . רציפה f . פתוחה $f^{\,-\,1}\;(U)$ כי מתקיים פתוחה ע $U\subseteq Y$ לכל • סגורה $f^{-1}\left(E\right)$ סגורה מתקיים כי $E\subset Y$ סגורה. $f\left(\overline{A}\right)\subseteq\overline{f\left(A\right)}$ מתקיים $A\subseteq X$ לכל • $x\in X$ לכל $x\in X$ הפונקציה $x\in X$ לכל רבורה חח"ע ועל עבורה איי f:X o Y אייטים איי איי ועל ועל ועל ועל עבורה רציפה איי יהיו טענה: יהיו אועל התב"ש ועל התב"ש (X,\mathcal{T}) אח"ע ועל התב"ש טענה: יהיו . תהא $f^{-1}\left(U
ight)$ איי (U פתוחה) איי שאיי ($U\subseteq Y$ תהא $U\subseteq Y$. תהא $E\subseteq Y$ אזי (E) מגורה) אזי $E\subseteq Y$ מגורה). $f\left(\overline{A}\right) = \overline{f(A)}$ מתקיים $A \subseteq X$ • f:X o Y מ"ט ותהא (Y,\mathcal{S}) הטופולוגיה המושרית על קבוצה מפונקציה: תהא $\mathcal{T}_f = \left\{ f^{-1} \left(U \right) \mid U \in \mathcal{S} \right\}$ איי טענה: תהא X קבוצה יהי (X,\mathcal{T}_f) מ"ט ותהא Y o Y מ"ט ותהא (Y,\mathcal{S}) מ"ט. מסקנה: תהא $f: \stackrel{\checkmark}{X} o Y$ מ"ט ותהא $f: \stackrel{\checkmark}{X} o Y$ מ"ט ותהא מסקנה: תהא $f: \stackrel{\checkmark}{X} o Y$ מ"ט ותהא $(X, \mathcal{T}_f), (Y, \mathcal{S})$ תת מרחב טופולוגי (ת"מ): יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא $A\subseteq X$ אזי $\mathcal{T}_A = \left\{ U \subseteq A \mid \exists V \in \mathcal{T}.U = \mathrm{Id}^{-1}(V) \right\}$.טענה: יהי (A,\mathcal{T}_A) מ"ט ותהא $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) מ"ט. $\mathcal{T}_A = \{A \cap U \mid U \in \mathcal{T}\}$ איי או $A \subseteq X$ ותהא מ"ט (X,\mathcal{T}) יסענה: יהי יהי טענה: יהי של מ"ט ויהי $\mathcal{B}_A = \{A \cap B \mid B \in \mathcal{B}\}$ אוי \mathcal{T} אוי בסיס של מ"ט ויהי (X,\mathcal{T}) סענה: יהי עבורה ל־T עבוחה ביחס על \Longleftrightarrow (\mathcal{T}_A ביחס ל־U פתוחה ביחס ל־U עבורה עבורה עבורה עבורה ל- $U \cap A = U$ עבורה $E\subseteq A$ אזי (E סגורה ביחס ל־ \mathcal{T}_A) \Longleftrightarrow (קיימת $E\subseteq A$ אזי $E\subseteq A$ $\operatorname{cl}_X(D)\cap A=\operatorname{cl}_A(D)$ אזי $D\subseteq A$ תהא Φ $\operatorname{int}_{X}\left(D\right)\cap A\subseteq\operatorname{int}_{A}\left(D\right)$ אזי $D\subseteq A$ תהא • טענה: יהי (Y,\mathcal{T}_Y) מ"ט ויהי (X,\mathcal{T}_X) ת"מ אזי Xפתוחה ב־ אזי א פתוחה ב־ א פתוחה ב־ א אזי א פתוחה ב־ א נניח כי YXבית סגורה ב־ אזי א סגורה ב־ א סגורה ב־ אזי א סגורה ב־ סגורה ב־ Xf:X o Z איי איי איי f:X o Y ת"מ ותהא איי א ת"ט יהי איי א מ"ט יהי א ת"מ ותהא איי א ת"מ ותהא $f_{{
estriction}A}:A o Y$ איי היי f:X o Y ת"מ ותהא $A\subseteq X$ היי מ"ט היי X,Y ראיפה: יהיו טענה: יהיו X,Z מ"ט יהי $Y\subseteq Z$ ת"מ ותהא $Y\mapsto f:X$ רציפה עבורה X $(קיימות) \Longleftrightarrow (איי היי <math display="inline">f: X \to Y$ אזיי ותהא איי להיי יהיי אזיי איי מ"ט ותהא איי ותהא אזיי ותהא רציפה לכל $f \upharpoonright_{U_{\alpha}}$ וכן $\bigcup_{\alpha \in \Lambda} U_{\alpha} = X$ פתוחות עבורן $\{U_{\alpha}\}_{\alpha \in \Lambda} \subseteq \mathcal{P}(X)$ $g\ :\ Y\ \to\ Z$ ותהא רציפה $f\ :\ X\ \to\ Y$ מ"ט תהא א מ"ט תהא ל $f\ :\ X\ \to\ Y$ מ"ט תהא א מ"ט תהא ותהא $X = A \cup B$ סגורות עבורן אסגורות משפט למת ההדבקה: יהיו אX,Yיהיו יהיו למת משפט למת משפט למת ההדבקה: יהיו תהא $A \cap B$ על f = g רציפה עבורן g: B o Y על f: A o Y אזי רציפה. $f \cup g: X o Y$ קר $\hat{f}:X o f(X)$ סימון: יהיו X,Y מ"ט ותהא א ל $\hat{f}:X o Y$ חח"ע ורציפה נגדיר לא כך . חח"ע ורציפה עבורה \hat{f} הומיאומורפיזם חח"ע ורציפה עבורה \hat{f} הומיאומורפיזם אזי X,Y יהיו $f\left(X\right)$ בתור את נזהה אינ שיכון $f:X\to Y$ ויהי מ"ט מ"ט גערה: יהיו אינ מ"ט מ"ט ויהי אינ אינ הערה: הערה f:X o מ"טים עבורם קיים (X,\mathcal{T}) , (Y,\mathcal{S}) מלטים עבורם קיים P של מ"ט באשר לכל (P,\mathcal{S}) מקיים ($Y,\mathcal{S})$ מקיים (X,\mathcal{T}) מקיים מתקיים Yמרחב טופולוגי בעל תכונת ערך הביניים: מרחב טופולוגי (X,\mathcal{T}) עבורו לכל $f:X o \mathbb{R}$ רציפה $f\left(c
ight)=t$ עבורו עבור קיים $t\in\left[f\left(a
ight),f\left(b
ight)
ight]$ עבורו לכל מל טענה: תכונת ערך הביניים הינה תכונה טופולוגית. מסקנה: קשירות הינה תכונה טופולוגית. המקיימת על פונקציה $f:Y\to X$ אזי מ"ט מ"ט אזי פונקציה פונקציה העתקת מנה: יהיו טענה: יהי X מרחב מטרי התב"ש $\forall U \subseteq X. (U \in T_X) \iff (f^{-1}(U) \in T_Y)$ תיפה. אזי f רציפה הערה: הייו אזי ל מ"ט ותהא או $f:Y \to X$ מ"ט ותהא הערה: הערה

העתקת פנה g:Y o Z העתקת מנה העתקת f:X o Y מ"ט תהא א מנה מנה יהיו יהיו

. אזי $g\circ f:X o Z$ אזי אזי

. אי־קשיר $X \bullet$

 $X=E\cup F$ קיימות לא ריקות ארות ארות סגורות $E,F\subseteq X$ קיימות \bullet

. סגורה ופתוחה $D \in \mathcal{P}\left(X\right) \setminus \{X,\varnothing\}$ סגורה ופתוחה.

```
סענה: יהי X מ"ט קשיר ותהא f:X	o Y האזי מ"ט קשיר מ"ט קשירה.
                                                                                                                                                      על \mathcal{T}_A על הייט תהא א קיימת ויחידה על אוו א הוא הא קבוצה ותהא קבוצה ותהא א לf:X\to Aותהא קבוצה על משפט: יהי
                                ( \mathsf{quin}) \Longleftrightarrow ( \mathsf{quin}) אזי אזי אזי תת־מרחב אזי אייקשיר) מייט ויהי א מ"ט ויהי אזי תת־מרחב אזי אזי מייט ויהי
                                                                                                                                                                                                                                                                   . עבורה f העתקת מנה
  \overline{H} \cap K = H \cap \overline{K} = \emptyset וכן Y = H \cup K עבורן H, K \in \mathcal{P}(X) \setminus \{X, \emptyset\}
                                                                                                                                                       \mathcal{T}_A טופולוגיית המנה המושרית: יהי X מ"ט תהא A קבוצה ותהא f:X	o A על אזי טופולוגיית טופולוגיית המנה המושרית: יהי
                                      טענה: תהא תר־מרחב של Y\subseteq X ויהי אל הפרדה הפרחב השיר אזי תהא (\mathcal{U},\mathcal{V}) אזי
                                                                                                                                                                                                                                                              . על A עבורה f העתקת מנה
                                                                                                   .(Y \subseteq U) \oplus (Y \subseteq V)
                                                                                                                                                        .
טענה: תהיינה A\subseteq B\subseteq \overline{A}וכן קשירה באשר Aבאשר <br/> A,B\subseteq Xאזי תהיינה טענה: עענה
                                                                                                                                                                                                                 אזי אויידת עם טופולוגיית אזיי אוי אזי אזי אזי אזיf\left(x\right)=[x]_{\sim}
                                                                            מסקנה: תהא \overline{A} קשירה אזי \overline{A} קשירה.
                                                                                                                                                        עבורה g:X	o Z משפט התכונה האוניברסילית: תהא f:X	o Y תהא עבורה
                                                                                                                                                                                          ע אוי קיימת Y 	oup g קבועה לכל y \in Y אוי קיימת y \in Y עבורה f^{-1}(\{y\})
וכן \bigcap \mathcal{A} \neq \varnothing וכן קשירה וכן A \in \mathcal{A} מתקיים כי A \subseteq \mathcal{P}\left(X\right) עבורה לכל
                                                                                                                                                                                                                                                                 g = h \circ f \bullet
                               וכן אפיר ואר באשר \{X_n\}_{n=0}^{\infty}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)\setminus\{\varnothing\} באשר מסקנה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                              g) רציפה). • רציפה) רציפה)
                                                                לכל X אזי X קשיר. X_n \cap X_{n+1} 
eq \emptyset
                                                                                                                                                                                                                            .(העתקת מנה) \iff (מנה) העתקת מנה).
                                                                               מסקנה: 🎗 עם הטופולוגיה הסטנדרטית קשיר.
                                                                                                                                                                                                עבורה g:X\to Z תהא מנה העתקת f:X\to Y תהא מסקנה: תהא
                                           . עם הינו קשיר מ־\mathbb{R} סטנדרטי הינו קשיר (-1,1) מסקנה:
עם עם (a,b) , [a,b] , (a,b] , [a,b) אזי a < b באשר a,b \in \mathbb{R} יהיו מסקנה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                               .(רציפה) (g \circ f^{-1}) רציפה) g \circ f^{-1}
                                                                                             הטופולוגיה המושרית מ־

ℝ סטנדרטי.
(-\infty,a)\,,(-\infty,a]\,,(-\infty,\infty)\,,[a,\infty)\,,(a,\infty) אויי a~\in~\mathbb{R} מסקנה: יהי a~\in~\mathbb{R}
                                                                                                                                                                                                             .(העתקת מנה) g \circ f^{-1} העתקת מנה) g \circ f^{-1}
                                                                            קשירים עם הטופולוגיה המושרית מ־₪ סטנדרטי.
                                                                                                                                                        f:X	o \left\{g^{-1}\left(\{z\}
ight)\mid z\in Z
ight\} מסקנה: תהא g:X	o Z האט מסקנה: תהא
                                                                                                        .טענה: R<sub>Sorg</sub> איננה קשירה
                                                                                                                                                                                                    .
העתקת מנה אזי (g \circ f^{-1}) הומיאומורפיזם מנה אזי (העתקת מנה מנה אזי העתקת מנה אזי מו
.(א קשיר) מייטים אזי א מייטים אזי א איי (\alpha\in\Lambda קשיר לכל א מייטים אזי א מייטים אזי א מייטים אזי א אייר).
                                                                                                                                                                                          אם y \in Y עבורה לכל אזי אזי A \subseteq X אזי אזי f: X \to Y אם קבוצה רוויה: תהא
                                                                                                                                                                                                                   f^{-1}(\{y\}) \subseteq A \bowtie A \cap f^{-1}(\{y\}) \neq \emptyset
                                                                                  טענה: \left(\prod_{i=1}^{\infty}\mathbb{R},\,\mathcal{T}_{\mathrm{box}}\right) איננה קשירה.
                                               מסקנה: יהי \mathbb{R}^n אזי \mathbb{R}^n קשיר עם הטופולוגיה הסטנדרטית.
                                                                                                                                                       סטענה: תהא \mathcal{U} \in \mathcal{T}_X אל ולכל על ולכל מנה) העתקת אזי (fהעתפה אזי וולכל הציפה לf: X \to Y
. פתוחה. f\left(\mathcal{U}
ight) מתקיים כי מתוחה: עבורה לכל f:X	o Y מתקיים כי פתוחה.
וכן f\left(0
ight)=x מסילה: יהי X מ"ט ויהיו x,y\in X אזי א איז יהי \gamma:\left[0,1
ight]	o X אזי א איז איז איז א מסילה: יהי א מ"ט ויהיו
                                                                                                                                                            . סגורה מתקיים כי f:X	o Y סגורה מתקיים כי E\subseteq X סגורה לכל f:X	o Y סגורה העתקה
xמסילה מסילה אקיימת קשיר מבורו לכל עבורו עבורו (X,\mathcal{T}) אופולוגי מרחב מסילתית: מרחב מופולוגי קשיר מסילתית:
                                                                                                                                                                                                                                                                         סגורה. f
                                                                                                                                                                                                                                                                 _{f}-1 רציפה.
                                                                          . סענה: יהי X מ"ט קשיר מסילתית אזי X קשיר
                                                                  \mathbb{R}^n איננו הומיאומורפי ל־\mathbb{R}^n אזי אזי הי n>1 יהי
                                                                                                                                                                                                                                     \mathsf{ov}טענה: תהא f:X	o Y ועל התב"ש
           מסילתית. קשיר אזי אוי f\left(X\right) אזי היי אf:X\to Yותהא ותהא מסילתית מ"ט מ"ט למה: אזי היי למה:
                                                                                                                                                                                                                                                            . הומיאומורפיזם f
                                                                           מסקנה: קשירות מסילתית הינה תכונה טופולוגית.
                                                                                                                                                                                                                                                             . רציפה ופתוחה f
                              p:\mathbb{C}^n	o\mathbb{C} עם הטופולוגיה הסטנדרטית על \mathbb{R}^{2n} ויהי עם הטופולוגיה אזי עם הטופולוגיה אזי
                                                                                                                                                                                                                                                      רציפה וסגורה. f^{-1}
                                                               תית. מסילתית. \{x \in \mathbb{C}^n \mid p(x) = 0\}
                                                                                                                                                                                                       טענה: תהא f:X	o Y העתקת מנה. f:X	o Y
תר־מרחב קשיר GL_n (\mathbb C) אזי \mathbb C^{n^2} אזי שולוגיה הטופולוגיה מסקנה: יהי אזי אזי אזי אזי אווווא אזי וואר מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                        מנה. העתקת fאזי f:X\to Yאזי העתקת מנה. רציפה f:X\to Y
                                                                                                                                                         \sim=\left\{(x,y)\in (\mathbb{R}^n\setminus\{0\})^2\;\middle|\;\exists \lambda\in\mathbb{R}\,(x=\lambda y)
ight\}המרחב הפרויקטיבי הממשי: נגדיר
 קשירה עבורה D\subseteq X קיימת (קיימת x,y\in X אזי עבורה עבורה אזי יהי x,y\in X אזי יהי סימון: יהי אי
                                                                                                                                                                                                                                                 \mathbb{RP}^{n-1} = (\mathbb{R}^n \setminus \{0\}) / \sim nאי
                                                                                                                                                                                                                       מכפלה של קבוצות: תהיינה \{X_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda} קבוצות אזי
                                                                    .X טענה: יהי אזי קשיר אזי אזי משילות מעל מיהי טענה: יהי א
                                                                                                                                                                                             \prod_{\alpha \in \Lambda} X_{\alpha} = \left\{ f : \Lambda \to \bigcup_{\alpha \in \Lambda} X_{\alpha} \mid f(\alpha) \in X_{\alpha} \right\} 
                                                                               X/\!\!\sim_{\mathsf{TWP}} אזי קשיר אזי יהי א מ"ט אזי השיר
                                                                                                                                                        סטענה: יהיו \mathcal{B}_{\mathrm{box}}=\left\{\prod_{lpha\in\Lambda}\mathcal{U}_{lpha}\mid\mathcal{U}_{lpha}\in\mathcal{T}_{lpha}
ight\}מיטים איי \{(X_{lpha},\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda} בסיס
(y^-) אזי מסילה מ־x, מיט ויהיו א מ"ט ויהיו א אזי אזי אזי מסילתית אזי מסילתית אזי אזי (x \sim x, y \in X).
                                                      X טענה: יהי א מ"ט אזי קשיר מסילתית יחס שקילות מעל מטענה: יהי א
                                                                                                                                                                                \mathcal{T}_{\mathrm{box}}=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{\mathrm{box}}
ight) איי מים אזי איינ\{(X_{lpha}\,,\,\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda} יהיו
                                                     X/{\sim}רכיבי קשירות מסילתית: יהי א מ"ט אזי קשיר מסילתית רכיבי קשירות
                                                                                                                                                         המוגדרת \pi_{eta}: \prod_{lpha \in \Lambda} X_{lpha} 	o X_{eta} קבוצות אזי קבוצות אזי קבוא המוגדרת ההיינה המינה
                                                               משפט: יהיו אX להים רכיבי רכיבי אזי אוי רביבו אזי יהיו אX
                                                                                                                                                                                                                                                                        \hat{\pi_{\beta}}\left(f\right)=f\left(\beta\right)
                                                                     . מתקיים כי D_{\alpha} קשירה \alpha \in \Lambda לכל
                                     .D_{\alpha}\cap D_{\beta}=\varnothing אזי \alpha\neq\betaבאשר \alpha,\beta\in\Lambdaיהיו •
                                                                                                                                                                                                                                    טענה: יהיו \{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}טענה: יהיו
                                                                               .X = \bigcup_{\alpha \in \Lambda} D_{\alpha} מתקיים •
                                                                                                                                                                       .\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha} תת־בסיס של \mathcal{S}_{\mathrm{prod}}=\bigcup_{\alpha\in\Lambda}\left\{\pi_{\alpha}^{-1}\left(\mathcal{U}_{\alpha}\right)\mid\mathcal{U}_{\alpha}\in\mathcal{T}_{\alpha}\right\}
                   .Y\subseteq D_{\alpha}עבורו \alpha\in\Lambdaויחיד קשיר קיים תת־מרחב א לכל א לכל \bullet
                                                                                                                                                                          \mathcal{T}_{	ext{prod}} = \mathcal{T}\left(\mathcal{S}_{	ext{prod}}
ight)מ"טים אזי\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda} יהיו
                                               משפט: יהיו או רכיבי הקשירות רכיבי \{D_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda} יהיו משפט: יהיו
                                                                                                                                                                        \mathcal{T}_{	ext{prod}} = \mathcal{T}_{	ext{box}} איי |\Lambda| < leph_0 מייטים באשר מסקנה: יהיו \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha \in \Lambda} איי
                                                                      לכל \Lambda \in \Lambda מתקיים כי \alpha \in \Lambda קשירה. •
                                                                                                                                                                        \mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\subseteq\mathcal{T}_{\mathrm{box}} אזי |\Lambda|\geq leph_0 משקנה: יהיי \{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda} משקנה: יהיי
                                     .D_{\alpha}\cap D_{\beta}=arnothing אזי lpha
eq eta באשר lpha,\,eta\in\Lambda יהיו •
                                                                                                                                                        \pi_lpha מסקנה: יהיו \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\} מ"טים ותחא מי"טים ותחא יהיו \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda} טופולוגיה עבורה רציפה לכל \alpha\in\Lambda אוי \alpha\in\Lambda
                                                                               X = \bigcup_{\alpha \in \Lambda} D_{\alpha} מתקיים •
                   .Y\subseteq D_{\alpha}עבורו \alpha\in\Lambda ויחיד קשיר קשיר תת־מרחב א לכל לכל \bullet
                                                                        . סגור D אזי אזי D סגור מסקנה: יהי חכיב קשירות של
                                                                                                                                                                                                                                מסקנה: יהיו \{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda} מיטים אזי
של ערכב אופינים לכל סביבה x\in X מייט אזי מייט מייט לכל סביבה ערכב של של מרחב מופולוגי מקומית מקומית: יהי אייט אזי ערכב מייט אזי איי
                                                                                                                                                                             \mathcal{T}_{prod} = \left\{ \prod_{\alpha \in \Lambda} \mathcal{U}_{\alpha} \mid (\mathcal{U}_{\alpha} \in \mathcal{T}_{\alpha}) \land (|\{\mathcal{U}_{\alpha} \neq X_{\alpha}\}| \in \mathbb{N}) \right\}
                                                                     x \in \mathcal{V} קיימת סביבה עבורה ע\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U} קיימת קיימת מ
                                                                                                                                                          \pi_{lpha}\circ f) אזי \pi_{lpha}\circ f אזי \pi_{lpha}\circ f אזי \pi_{lpha}\circ f רציפה לכל \pi_{lpha}\circ f אזי \pi_{lpha}\circ f
מרחב אופולוגי קשיר מקומית: מרחב טופולוגי א עבורו לכל מרחב מתקיים כי Xקשיר מקומית מרחב מרחב אופולוגי מרחב טופולוגי איז מרחב מחומית: מרחב אופולוגי מחומית: מרחב אופולוגי מרחב מחומית: מרחב מומית: מרחב מומית:
                                                                                                                                                                                                           טענה: תהא \aleph_0 lpha \mid \Lambda \mid \lambda \mid \mathbb{R}^{N} אינה מטריזבילית. |\Lambda| \geq lpha
                                                                               טענה: קשירות מקומית הינה תכונה טופולוגית.
                                                                                                                                                                                                          טענה: תהא \mathbb{R}^{\Lambda},\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}} אזיי |\Lambda|\geq leph_0 אינה מטריזבילית.
מרחב טופולוגי קשיר מסילתית מקומית נקודתית: יהי X מ"ט אזי x \in X המקיים לכל סביבה
                                  x \in \mathcal{V} של של מסילתית מביבה \mathcal{V} \subseteq \mathcal{U} קיימת שבירה מסילתית עבורה \mathcal{U} \subseteq X
                                                                                                                                                       טענה: יהיו A_{lpha}\subseteq X_{lpha} ש"טים ותהיינית A_{lpha}\cap A_{lpha} באשר A_{lpha}\cap A_{lpha} לכל A_{lpha}\cap A_{lpha} אוי A_{lpha}\cap A_{lpha}\cap A_{lpha} בחופולוניית המכפלה.
מתקיים כי X מתקיים כי עבורו לכל א בורו מסילתית מקומית: מרחב טופולוגי מבורו מסילתית מקומית: מרחב אופולוגי מבחב אופולוגי איים בי
                                                                                                                                                        לכל A_lpha\subseteq X_lpha באשר \{A_lpha\}_{lpha\in\Lambda} לכל מ"טים ותהיינה \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda} לכל יהיו
                                                                 טענה: קשירות מקומית מסילתית הינה תכונה טופולוגית.
                                                                                                                                                                                                  בטופולוגיית התיבה. \overline{A}_{lpha}=\overline{\prod_{lpha\in\Lambda}A_{lpha}} בטופולוגיית התיבה. lpha\in\Lambda
                                                                                                . איננו קשיר מקומית איננו איננו \mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}
                                                                                                                                                        \mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{D} וכן \mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T} באשר מרחב מייט אזי (X,\mathcal{T}) מייט אזי מרחב של מרחב של מרחב מופולוגי: יהי
טענה: יהי X מ"ט אזי (X קשיר מקומית) אולכל \mathcal{U} \in \mathcal{T} ולכל קשיר מקומית) אזי מ"ט אזי מ"ט אזי אזי (מקיים
                                                                                                                                                                                                                                               \mathcal{U},\mathcal{V}
eq \varnothing וכן \mathcal{U}\cup\mathcal{V}=X וכן
                                                                                                                                                                                                מרחב טופולוגי קשיר: מרחב טופולוגי (X,\,\mathcal{T}) עבורו לא קיימת הפרדה.
טענה: יהי X מ"ט אזי (X) קשיר מסילתית מקומית)\iff (לכל \mathcal{T} ) ולכל חביב קשירות
                                                                                                                                                                                                 מרחב טופולוגי אי־קשיר: מרחב טופולוגי (X,\,\mathcal{T}) עבורו קיימת הפרדה.
                                      . משיר מסילתית אזי אוי X משיר מסילתית מקומית אזי משיר מסילתית מסילתית אזי אוי משיר מסילתית מסילתית מקומית אזי אוי מ
                                                                                                                                                                                            .(קשיר) אוי איי אוא הומיאומורפיזם f:X 	o Y קשיר) משפט: יהי אוי הומיאומורפיזם הומיאומורפיזם לf:X 	o Y
```

סביבות של $\{\mathcal{U}_n\}_{n=0}^\infty$ בסיימות עבורו אזי אזי $x\in X$ מ"ט אזי זהי מנייה בנקודה: יהי אזי מיימות

מרחב טופולוגי המקיים את אקסיומת המניה הראשונה: מרחב טופולוגי א עבורו לכל $x \in X$ קיים מרחב טופולוגי מקיים את אקסיומת המניה הראשונה:

 $\mathcal{U}_n \subseteq \mathcal{V}$ עבורן לכל סביבה x של של ע עבורן לכל עבורן עבורן x

. מטקנה: יהי X מ"ט מושרה ממרחב מטרי אזי X מניה ו

xבסיס סביבות בו מנייה ב

.I מניה $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ מניה X מניה מניה בדידה מניה Xענה: ℝ המצוייד עם הטופולוגיה הקו־בת־מניה אינו מניה משפט: יהי X מ"ט מניה ו ותהא $A \subset X$ תת־קבוצה אזי $\overline{A} = \{x \in X \mid x$ המתכנסת אל $a \in A^{\mathbb{N}}$ (לכל \Longrightarrow (אזי f:X o Y אזי ותהא X מ"טים באשר X מ"טים באשר X מניה וותהא $\{f(a)\}$ מתכנסת ל־ $\{f(x_n)\}$ מתקיים כי $\{f(a)\}$ מתכנסת ל־ $\{x_n\}$ מרחב טופולוגי X עבורו היים את אקסיומת המניה השנייה: מרחב טופולוגי X עבורו היים בסיס לכל היותר רו מנייה היוצר את T . I מניה אזי אזי מניה אזי מניה אזי מניה וו מסקנה: יהי מיט מניה אזי מ .II טענה: \mathbb{R}^n מניה $\mathbb{R}^{lepho}_0 = \prod_{i=1}^{\infty} \mathbb{R}$ סימון: .II מניה $(\mathbb{R}^{\aleph}0\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ מניה .I אינו מניה $\left(\mathbb{R}^{\aleph_0},\,\mathcal{T}_{\mathsf{box}}\right)$ אינו מניה .II אינו מניה R_{Sorg} :טענה: $(\aleph_0 \geq |X|) \Longleftrightarrow ($ ו מניה אזי (X מניה המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X מניה אזי (מ ענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית מניה טענה: נגדיר $u:\mathbb{R}^{leph0} imes\mathbb{R}^{leph0} o\mathbb{R}$ כך מטריקה. d_u איי ש d_u $((a_k)$, $(b_k)) = \min \left\{ \sup \left| a_k - b_k \right|$, $1 \right\}$. II וכן אינו מניה וו וכן אינו מניה ($\mathbb{R}^{\aleph 0}\,,\,\mathcal{T}\,(d_u)$) הינו מניה ווכן אינו מניה A מניה A מניה $A \subseteq X$ מניה A מניה $A \subseteq X$ מניה A. II מניה אזי א תת־מרחב אזי א מניה וו ויהי א
 $A\subseteq X$ ויהי מניה מ"ט מניה אזי א מניה וו $f\left(X\right)$ מניה $f\left(X\right)$ מניה ופתוחה אזי f:X o Y מניה ותהא II מניה מניה $f\left(X\right)$ מניה ופתוחה אזי f:X o Y מניה ווותהא מיט מניה Xמרחב טופולוגי ספרבילי: מרחב טופולוגי X עבורו קיימת $A\subseteq X$ צפופה בת מנייה. מרחב טופולוגי לינדלוף: מרחב טופולוגי X עבורו לכל מרחב טופולוגי לינדלוף: מרחב טופולוגי לינדלוף: מרחב טופולוגי $\bigcup_{i=0}^\infty \mathcal{U}_{f(i)} = X$ עבורה $f: \mathbb{N} o \Lambda$ קיימת $\bigcup \mathcal{U}_{lpha} = X$ $(leph_0 \geq |X|)$ טענה: יהי X המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי סענה: יהי א המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי למה: יהי \mathcal{B} בסיס של (X,\mathcal{T}) אזי (X לינדלוף) \iff (לכל \mathcal{B} בסיס של למה: יהי \mathcal{B} בסיס של אזי (X,\mathcal{T}) אזי (X,\mathcal{T}) $\bigcup_{i=0}^{\infty}\mathcal{B}_{f(i)}=X$ עבורה $f:\mathbb{N} o\Lambda$ קיימת $\mathcal{B}_{lpha}=X$ טענה: יהי $f\left(X
ight)$ מייט ספרבילי ותהא f:X o Y ותהא ספרבילי מ"ט ספרבילי והי אזי . סענה: יהי אזי מ"ט ספרבילי ותהא $A\subseteq X$ ותהא ספרבילי מ"ט מפרבילי אזי אזי מ . טענה: יהי אזי Eמ"ט לינדלוף ותהא ב $E\subseteq X$ ותהא לינדלוף מ"ט מ"ט לינדלוף יהי אזי .I מניה $(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ אזי $|\Lambda|\leq lpha$ מניה מסקנה: יהיו $\{X_lpha\,\}_{lpha\in\Lambda}$ מניה מסקנה: יהיו .II מטקנה: יהיו $\{X_{lpha}, \mathcal{T}_{
m prod}\}$ מ"טים מניה $[X_{lpha}, X_{lpha}]$ אוי $[X_{lpha}, \mathcal{T}_{
m prod}]$ מניה $[X_{lpha}, X_{lpha}]$ מניה מטקנה: יהיו $\left(\prod X_lpha,\mathcal{T}_{ ext{prod}}
ight)$ אזי $|\Lambda| \leq lpha$ אזי מסקנה: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha \in \Lambda}$ מישטים ספרבילים באשר מענה: יהי X מרחר מטרי החר"ע .II. מניה $X \bullet$ עבורה עבורה סביבה קיימת שונים אונים עבורו לכל עבורו עבורו עבורו אונים אונים אונים מרחב בורה אונים עבורה עבורו עבורו לכל עבורה אונים אונים אונים אונים עבורה עבורו עבורה עבור $x \notin \mathcal{V}$ או קיימת סביבה \mathcal{V} של ע עבורה $u \notin \mathcal{U}$ עבורה עבורה עבורה סביבה \mathcal{U} שונים קיימת שונים עבורה לכל עבורו לכל עבורה עבורה מרחב מופולוגי \mathcal{U} של אינים עבורה עבורה עבורה אינים שונים עבורה ע

 $x
otin \mathcal{V}$ וגם קיימת סביבה \mathcal{V} של עבורה $y
otin \mathcal{U}$

 $\mathcal U$ מרחב שונים קיימת שונים $x,y\in X$ עבורו לכל עבורו מרחב מרחב קיימת מרחב מופולוגי $\mathcal{U} \cap \mathcal{V} = \emptyset$ של y של y של סביבה x וכן סביבה y

מסקנה: T_0 , T_1 , T_2 הינן תכונות טופולוגיות.

 T_0 אזי א מרחב טופולוגי T_1 אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי T_1 אזי א מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי ליהי אזי א מחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי

 (X,\mathcal{S}) איי איי מרחב (X,\mathcal{T}) וכן \mathcal{T} וכן איינה על X באשר איי טענה: תהיינה \mathcal{T} , טופולוגיות על איינה באשר איינה מ־ T_i מרחב

מסקנה: $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ האוסדורף.

 T_2 וכן אינו T_1 וכן אינו בטופולוגיה הקו־סופית הינו T_1 וכן אינו

 T_2 וכן אינו וכן הינו T_1 וכן אינו הקו־בת־מניה העופולוגיה בטופולוגיה T_{2} הינו $(X,\mathcal{T}\left(d
ight))$ הינו מטרי מירו מרחב (X,d) הינו

 T_i מרחב אזי $A \subseteq X$ ויהי ויהי א מרחב אזי $A \subseteq X$ ויהי מייטענה: יהי א מייט מייט ויהי $ig(\prod X_lpha,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}ig)$ ל איזי ($lpha\in\Lambda$ לכל לכל לכל מרחב אזי $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ משענה: יהיו איזי איזי איזי אזיי אזיי אויי

עם הטופולוגיה המושרית מ־ \mathbb{R}^2 הסטנדרטית ויהי $\mathbb{R} imes \{0,1\}$ הסטנדרטית ויהי עם $\mathbb{R} \times \{0,1\}/\sim \mathbb{R} \times \{0,1\}$ אזי $\mathbb{R} \times \{0,1\}/\sim \mathbb{R} \times \{0,1\}$ עם שקילות על $\sim = \mathrm{Id} \cup \{(\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}) \mid a \neq 0\}$

 $(\overline{\{a\}}
eq \overline{\{b\}})$ טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (\mathcal{T} הוא (T_0)) \Longrightarrow (לכל (X,\mathcal{T}) שונים מתקיים (X,\mathcal{T})). $(x \in X)$ טענה: יהי ((X, \mathcal{T}) מ"ט אזי ((X, \mathcal{T}) הוא קבוצה סגורה לכל ((X, \mathcal{T}) טענה: . $(A=\bigcap_{A\subset\mathcal{U}}\mathcal{U}$ מתקיים $A\subseteq X$ לכל לכל הוא $(T_1$ הוא (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (הי עענה: יהי

 $y\in X$ מ"ט האוסדורף ותהא $\{x_n\}\subseteq X$ סדרה מתכנסת אזי קיים ויחיד $y\in X$ עבורו

 T_i מרחב טופולוגי T_i מקומית: מ"ט X עבורו לכל $x \in X$ קיימת סביבה u של x עבורה u הינה x.

 T_0 טענה: יהי X מ"ט מקומית אזי X הינו T_0 $.T_1$ טענה: יהי X מ"ט T_1 מקומית אזי א הינו מענה:

 T_2 טענה: הישר עם הראשית הכפולה הינו T_2 מקומית וכן אינו קבוצה מסוג G_{δ} : יהי X מ"ט אזי $X\subseteq A\subseteq A$ עבורה קיימת $\mathcal{T}_{n-1}\subseteq G$ המקיימת

 $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} U_n$ G_{δ} טענה: יהי X מ"ט T_1 מניה T_1 מניה אזיי T_1 מינו

לכל $r\left(a
ight)=a$ רביפה עבורה r:X o A אזי $A\subseteq X$ אזי מ"ט ותהא מסג: יהי א מ"ט ותהא

נסג. r:X o A עבורה קיימת $A \subseteq X$ מ"ט אזי אזי רוכג. r:X o A

סענה: יהי א האוסדורף ותהא $A\subseteq X$ נסג אזי A סגורה. (A)טענה: יהי X מ"ט T_1 תהא $A \subseteq X$ ויהי $A \subseteq X$ אזי ($x \in X$ נקודת הצטברות של

 $|A \cap \mathcal{U}| \geq leph_0$ מתקיים x מתקיים \mathcal{U} . סענה: יהי X מ"ט אזי ($(a,a) \mid a \in X$) אוסדורף קבוצה אוסדורף מרחב מ"ט אזי ($(a,a) \mid a \in X$) x
otin E סגורה באשר $E \subseteq X$ מרחב טופולוגי X עבורו לכל א בורו לכל מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי א עבורו לכל

 $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{D}$ וכן $E\subseteq\mathcal{V}$ וכן $x\in\mathcal{U}$ עבורן עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ קיימות $E\cap F=arnothing$ סגורות באשר באשר ד $E,F\subseteq X$ מרחב טופולוגי מרחב טופולו

 T_1 מרחב טופולוגי T_3 : מרחב טופולוגי אולרי וכן מרחב

 T_1 נורמלי וכן X נורמלי מרחב מרחב T_4 : מרחב טופולוגי מסקנה: T_3 , T_4 הינן תכונות טופולוגיות.

 T_2 אזי א מרחב טופולוגי T_3 אזי א מרחב מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי

 T_3 אזי א מרחב טופולוגי T_4 אזי א מרחב טופולוגי א מסקנה: יהי

. טענה: \mathbb{R}_K הינו T_2 וכן אינו רגולרי

טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף: נגדיר $\{(a,\infty)\mid a\in\mathbb{R}\}\cup\{\varnothing,\mathbb{R}\}$ אזי $\mathcal{T}=\{(a,\infty)\mid a\in\mathbb{R}\}$

טענה: \mathbb{R} המצוייד עם טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף הינו T_0 וכן אינו רגולרי וכן אינו רגולרי וכן

 $.T_4$ טענה: $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ הינו

 $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U}$ אזי $\overline{\mathcal{V}} \subset \mathcal{U}$ וכן $\mathcal{V} \subset \mathcal{U}$ אזי $\mathcal{U}, \mathcal{V} \subset \mathcal{X}$ סימון: תהיינה טענה: יהי X מ"ט אזי (X רגולרי) \Longleftrightarrow (לכל $x\in X$ ולכל $x\in X$ סביבה של x קיימת סביבה ענה: $\mathcal{V} \subset \mathcal{U}$ עבורה $\mathcal{V} \subset \mathcal{V}$

 $\mathcal{U} \subseteq X$ סענה: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי) \iff (לכל $E \subseteq X$ סענה: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי) $E\subset\mathcal{V}\subset\mathcal{U}$ פתוחה עבורה $\mathcal{V}\subset X$ קיימת $E\subset\mathcal{U}$

משפט הלמה של אוריסון: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי) \Longleftrightarrow (לכל $A,B\subset X$ סגורות וזרות ולכל

. (
 $f_{ \mid \, B} \, = a$ וכן $f_{ \mid \, A} \, = a$ עבורה עבורה
 $f: X \to [a,b]$ קיימת $[a,b] \subseteq \mathbb{R}$. רגולרי. אזי א מ"ט רגולרי ויהי א $A \subset X$ אזי א רגולרי. מענה: יהי א מ"ט רגולרי ויהי

. טענה: יהי אזי E מור אזי איזי נורמלי ויהי איזי $E \subset X$ יהי מ"ט נורמלי יהי

 $(\prod X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ל אייטים אוי (X_{lpha} רגולרי לכל א $(\alpha\in\Lambda)$ מ"טים אוי (X_{lpha}) מ"טים אוי לענה: יהיו

 $(\prod X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ לכל ($lpha\in\Lambda$ לכל לכל T_3 מ"טים אזי (X_{lpha}) מ"סים אזי (X_{lpha}) מסקנה: יהיו

 T_3 הינו

מסקנה: $\mathbb{R}^2_{\mathrm{Sorg}}$ הינו רגולרי וכן אינו נורמלי. טענה: יהי X מ"ט מטריזבילי אזי X נורמלי.

. יחס סדר טוב אזי X המצוייד עם טופולוגיית הסדר נורמלי. (X, \prec) יהי . מרחב טופולוגי נורמלי לחלוטין: מ"ט X עבורו לכל מתקיים כי A מתקיים כי A נורמלי.

 $\overline{A}\cap B=arnothing$ וכן $A\cap \overline{B}=arnothing$ עבורן $A,B\subset X$ מ"ט אזי X מ"ט אזי א עבורן אבורן אבורן אבורן אזי $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ מופרדות קיימות $A,B\subset X$ לכל (לכל לחלוטין) אזי אזי (X נורמלי לחלוטין) אזי מ"ט אזי (אזי מ"ט אזי לחלוטין) גרות עבורן $A\subset\mathcal{U}$ וכן $A\subset\mathcal{U}$ זרות

 $\mathcal{B}_{\text{moore}}^{1} = \left\{ B_r\left(p\right) \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{\geq 0}\right) \wedge \left(p_2 > r > 0\right) \right\}$ סימון: $\mathcal{B}^2_{\mathrm{moore}} = \left\{ B_{p_2}\left(p\right) \cup \left\{ \left(p_1, 0\right) \right\} \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{\geq 0}\right) \right\}$ סימון:

 $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{ ext{moore}}^1\cup\mathcal{B}_{ ext{moore}}^2
ight)$ המישור של מור: $\mathbb{R} imes\mathbb{R}_{>0}$ מצוייד עם הטופולוגיה

טענה: המישור של מור הינו קשיר האוסדורף רגולרי וכו אינו נורמלי.

טענה: יהי X מ"ט רגולרי ומניה I אזי X נורמלי. מסקנה: יהי X מ"ט רגולרי לינדלוף אזי X נורמלי.

 $d' \leq 1$ עבורה X של d' של אזי קיימת מטריקה א אזי מושרית מושרית מושרית מייט באשר אזי יהי מ"ט באשר אזי מ"ט באשר אזי מ"ט באשר אזי מ \mathcal{T}_X את משרה d' וכן

 $ig(\prod X_n\,,\,\mathcal{T}_{ exttt{prod}}ig)$ למה: יהיו $(n\in\mathbb{N})$ מיטים אזי (X_n) מיטים אזי אוי (X_n) מטריזבילי לכל מטריזבילי). מטריזבילי. מסקנה: $\left(\mathbb{R}^{\aleph}0\;,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\right)$

משפט המטריזציה של אוריסון: יהי X מ"ט T_0 רגולרי ומניה T_0 מטריזבילי.

 $\mathcal U$ עבורה x של x של x עבורה טופולוגי מטריזבילי מקומית: מ"ט x עבורו לכל עבורה x קיימת סביבה של עבורה עבורה מרחב טופולוגי מטריזבילי מקומית:

. מטריזבילי מקומית אזי אזי X מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מיט מרחב טופולוגי קומפקטי: מרחב טופולוגי X עבורו לכל lpha המקיימים מרחב טופולוגי קומפקטי:

 $\bigcup_{i=0}^n \mathcal{U}_{f(i)} = X$ עבורה $f:[n] o \Lambda$ וקיימת $n \in \mathbb{N}$ קיים ע $\cup \mathcal{U}_{lpha} = X$ טענה: יהי \mathcal{B} בסיס של (X,\mathcal{T}) אזי אזי (X,\mathcal{T}) אזי המקיימים (X,\mathcal{T}) המקיימים \mathbb{R}^n ו0 = N אבורה א קיים \mathbb{R}^n וקיימת א וקיימת $f:[n] o \Lambda$ וקיימת וקיים א וקיים א פיים $\mathcal{B}_{lpha} = X$ טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית קופקטי.

> $(X) \iff (X)$ סופי) אוי (X המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X הומפקטי) טענה: תהא X קבוצה סגורה ותהא \mathcal{T} טופולוגיה על X אזי (X, \mathcal{T}) קומפקטי.

. טענה: יהיו אזי $a,b\in\mathbb{R}$ אזי המצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי.

.($Y\subseteq\bigcup_{i=0}^{\bar{n}}\mathcal{U}_{f(i)}$ עבורה $f:[n]\to\Lambda$ וקיימת $n\in\mathbb{N}$ קיים $Y\subseteq\bigcup\mathcal{U}_{\alpha}$ Y סענה: יהי X מ"ט קומפקטי ותהא $Y\subseteq X$ סגורה אזי Y קומפקטי.

עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}_X$ אזי קיימות $x\notin Y$ ווהי קומפקטי אויהי או $Y\subseteq X$ תהא תהא האוסדורף אזי יהי יהי $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{Q}$ וכן $Y\subseteq\mathcal{V}$ וכן $x\in\mathcal{U}$

. נורמלי. X יהי אזי אוסדורף קומפקטי אזי X נורמלי. טענה: יהי $f\left(X
ight)$ קומפקטי ותהא f:X
ightarrow Y קומפקטי קומפקטי והי f:X
ightarrow Y

מסקנה: יהי X קומפקטי יהי Y האוסדורף ותהא Y o f: X o Y רציפה וחח"ע אזי f שיכון. תכונת החיתוך הסופי: יהי א מ"ט אזי (A_{lpha}) המקיימת לכל מ"ט אזי (היה אי מ"ט אזי אזי אונכל ולכל ווכל החיתוך הסופי: יהי $igcap_{i=1}^n A_{f(i)}
eq \emptyset$ מתקיים $f:[n] o \Lambda$

 $A\subseteq \mathcal{P}\left(X
ight)$ טענה: יהי X מ"ט אזי (X קומקפטי) \Longrightarrow (לכל (X לכל $\mathcal{P}\left(X
ight)$ משפחה של קבוצות סגורות המקיימת

 $A=\varnothing$ את תכונת החיתוך הסופי מתקיים . מטריזבילי אזי א מטריזבילי מקומית מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי אוסדורף קומקפטי מטריזבילי

 $(X) \iff (X) \iff (X)$ מניה מטריזבילי) מניה (X) מניה אוי מענה: יהי

טענה: יהי Y קומפקטי יהי Y האוסדורף ותהא f:X o Y ותהא אזי Y מטריזבילי. $\Gamma_f)$ לשנה: f:X o Y אוי קומפקטי ותהא f:X o Y אוי קומפקטי ותהא Y האוי למיט יהי

ללא X imes Y כיסוי פתוח של $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}\left(X imes Y
ight)$ מיט ויהי למת: יהי למת: יהי למת: יהי למת תת־כיסוי סופי אזי קיימת $X \in X$ עבורה לכל $\mathcal{U} \times Y$ סביבה של $x \in X$ אינה ניתנת $x \in X$ אינה ניתנת

למת: יהיו $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}\left(X \times Y \times Z\right)$ יהי קומפקטי יהי מ"טים יהי X,Z יהיו למת: מתקיים מxשל סביבה לכל עבורה לכל עבורה $x\in X$ מתקיים סופי ותרכיסוי ללא ללא עביבה עבורה לכל עבורה לכל עבורה ל סביבה $\mathcal U$ סביבה לכל $y\in Y$ אינה אזי קיימת על ידי סופי על ידי לכיסוי ניתנת עבורה לכל $\mathcal U$ אינה ניתנת לכיסוי אינה על ידי אברי של u ולכל v סביבה של u מתקיים כי v אינה ניתנת לכיסוי סופי. $\left(\prod_{i=1}^n X_i, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}}
ight)$ לשענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^n$ מ"טים אזי $\{X_i\}_{i=1}^n$ קומפקטי לכל

 $(\prod_{i=1}^{\infty}X_i,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ישענה: יהיו $(X_i)_{i=1}^{\infty}X_i$ מ"טים אזי $(X_i)_{i=1}^{\infty}$ איי יהיו יהיו

 X_{lpha}) מ"טים מתקיים (אקסיומת הבחירה) איטים (אכל ארכל ארכל ארכל ארכל אקסיומת הבחירה) מענה:

קומפקטי)). $(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ קומפקטי לכל $(\alpha \in \Lambda)$ קומפקטי)). \iff $(lpha\in\Lambda$ סטקנה משפט טיכונוב: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ מ"טים אזי מסקנה משפט טיכונוב: יהיו קומפקטי). $\left(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{prod}\right)$

טענה: יהי $\{0,1\}$ המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי $\{0,1\}$ קומפקטי וכן אינו קומפקטי. $\left(\prod_{n=1}^{\infty}\left\{ 0,1\right\} ,\mathcal{T}_{\mathrm{box}}
ight)$ רציפה f:X o Y ותהא א די ותהא Y מ"ט מצוייד עם טופולוגיית הסדר ותהא א קומפקטי יהי ל מ"ט מצוייד עם טופולוגיית הסדר

 $x\in X$ לכל $f\left(a\right)\leq f\left(x\right)\leq f\left(b\right)$ עבורם $a,b\in X$ אזי קיימים אזי קיימים אוי עבורו $\delta>0$ אזי אזי פתוח של X כיסוי פתוח אזי $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ איזי קומפקטי מספר לבג: יהי $A\subseteq\mathcal{U}$ עבורה עבורה אז קיימת אז איז איז איז או אז א מוא $A\subseteq X$ לכל טענה: יהי X מרחב מטרי קומפקטי ויהי $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ כיסוי פתוח של אזי קיים מספר לבג.

רציפה f:X o Y מרחב מטרי הוי Y מרחב מטרי קומפקטי הוי f:X o Y מרחב מטרי הוי Y מרחב מטרי קומפקטי הוי Y $D \subset X$ היימת $x \in X$ אבחב טופולוגיה קומפקטי מקומית: מרחב טופולוגי X עבורו לכל

 $x \in \mathcal{U}$ פתוחה המקיימת ע $\subseteq D$ פתוחה המקיימת קומפקטית ענה: יהי X מ"ט קומפקטי אזי X מ"ט קומפקטי מקומית.

טענה: יהי X האוסדורף התב"ש

X קומפקטי מקומית. . מימת $\overline{\mathcal{U}}$ קומפקטית, של $x \in X$ לכל $x \in X$ היימת $x \in X$

וכן קומפקטית עבורה $\overline{\mathcal{V}}$ עבורה x עבורה של x קיימת x סביבה של $x \in X$ לכל $x \in X$.v ∈ u

מספום: יהי X האוסדורף הוחפהנו מהומים אזי X בנולרי

. מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי מקומית \mathbb{R}^n

. אימפקטי מקומית $\left(\mathbb{R}^{lepho} \,,\, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}}
ight)$ קומפקטי מקומית טענה: () מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית אינו קומפקטי מקומית.

 $f\left(X
ight)$ אזי ופתוחה אזי f:X o Y אזי ותהא מ"ט ותהא אזי קומפקטי אזי היי א קומפקטי מקומית אזי אזי ותהא

מסקנה: קומפקטיות מקומית הינה תכונה טופולוגית.

. טענה: יהי X קומפקטית מקומית ותהא $Y \subset X$ סגורה אזי Y קומפקטית מקומית ענה:

טענה: יהי X האוסדורף קומפקטי מקומית ותהא $Y \subset X$ פתוחה אזי Y קומפקטית מקומית.

 \iff $(i \in [n]$ טענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^n$ מ"טים אזי ל X_i מ"טים אזי אזי $\{X_i\}_{i=1}^n$ (חמפקטי מקומית) קומפקטי ($\prod_{i=1}^{n} X_i, \mathcal{T}_{prod}$

עבורה לכל $C\subseteq Y$ קומפקטית מתקיים כי f:X o Y מ"טים אזי איי היו X,Y קומפקטית מתקיים כי

אין על רציפה ונאותה f:X o Y חח"ע על רציפה ונאותה איט מהיט מיסי היי מיט יהי מיט יהי מיט מקומית ותהא

 $\overline{f(X)} = Y$ המקיים

האסרונים אינון הוחיקה על X האסרונים הוחיקה שאינו הוחיקה אינון X הוחיקה הוחיקה אינות X

קומפקטיפיקציית סטון־צ'ך: יהי X מ"ט אזי קומפקטיפיקציה i:X o Y עבורה לכל מ"ט האוסדורף $g\circ i=f$ רציפה עבורה g:Y o Z רציפה קיימת f:X o Z ולכל

. סענה: אזי אזי אזי אזי אזי א קומפקטיפיקציות קומפקטיפיקציות מ"ט ותהיינה אזי מ"ט ותהיינה אזי א קומפקטיפיקציות אזי אזי אזי אזי אזי א a_{k_m} מרחב אפיימת תת־סדרה קומפקטי מדרתית: מרחב טופולוגי א עבורו לכל מדרה a_n קיימת תת־סדרה מרחב

למה: יהיו מייטים $a:\mathbb{N} \to \prod_{lpha \in \Lambda} X_lpha$ תהא מ"טים תהא למה: יהיו אמיי $\{X_lpha\}_{lpha \in \Lambda}$ לכל $\pi_{lpha}\left(a\right)$ אזי (a מתכנסת ל־ (a_{n})) מתכנסת ל־ (a_{n}) אזי מתכנסת ל־ (a_{n}) אזי לכל $b\in\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{lpha}$

טענה: $\{x \in [0,1]
ightarrow \{0,1\} \mid |\{x_{\alpha}=1\}| \leq leph_0\}$ סענה:

. טענה: [0,1] o [0,1] קומפקטית וכן אינה קומפקטית סדרתית

. טענה: $[0,1]^2$ מצוייד עם טופולוגיית הסדר המילוני הינו קומפקטי וכן קומפקטי סדרתית.

. סענה: יהי X קומפקטי מניה I אזי א קומפקטי סדרתית יהי X

טופולוגיית הישר ארוך: יהי $\omega_1\times[0,1)$ יאינו בן־מניה שאינו המינימלי יהי יהי יהי מצוייד עם מצוייד עם טופולוגיית הישר הארוך: יהי

סופית עבורה $(\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ל $(\beta\in\Lambda\setminus\Delta)$ קומפקטי קומפקטי קומפקטי

מקומית). טענה: יהי (A,d)כארה מטרי שלם ותהא $A\subset X$ אזי ותהא מטרי מרחב מטרי מרחב מטרי יהי (X,d) אזי יהי

. מרחב מטרי שלם ($X, \min{\{d,1\}})$ אזי שלם מטרי מטרי מרחב מטרי יהי אזי (X, d) אזי יהי $ho\left(d
ight):X^{\Lambda} imes X^{\Lambda}
ightarrow\mathbb{R}$ אוי קבוצה אוי מטרי מרחב מרחב (X,d) אוי המטריקה המטריקה המטריקה מרחב מרחב מרחב מטרי

 $.
ho\left(d
ight)\left(x,y
ight)=\sup_{lpha\in\Lambda}\left\{\min\left\{d\left(x_{lpha},y_{lpha}
ight),1
ight\}
ight\}$ המוגדרת $ho\left(d
ight)<1$ וכן X^{Λ} וכן אור מטריקה מעל $ho\left(d
ight)$ מטריקה מטרי ותהא מטרי ותהא אזי קבוצה אזי $ho\left(d
ight)$ טענה: יהי $\left(X^{\Lambda},
ho\left(d
ight)
ight)$ מרחב מטרי שלם ותהא Λ קבוצה אזי $\left(X^{\Lambda},
ho\left(d
ight)
ight)$ מרחב מטרי שלם. ותהיינה f: X o Y מרחב מטרי מרחב (Y, d) ותהיינה מ"ט יהי מ"ט יהי

רציפה. איי $f_n \xrightarrow{u} f$ רציפות עבורן איי $f_n \xrightarrow{u} f$ רציפות רציפות רציפות רציפות איי $\{f_n\}_{n=0}^\infty \subseteq X o Y$ טענה: יהי $C\left(X,Y\right)$ אזי מטרי מטרי מרחב מרחב מ"ט ויהי מ"ט ויהי מטרי מטרי מטרי מטרי מיט ויהי מיט ויהי

 $(Y^X, \rho(d))$ מרחב מטרי שלם. $C\left(X,Y\right)$ אזי מ"ט ויהי (Y,d) מרחב מטרי שלם אזי מסקנה: יהי מיט ויהי מיט ויהי מרחב מטרי שלם