```
עבורם \sigma\in\{\pm 1\} וכן p\in\mathbb{Z} וכן a_1
eq 0 אזי איזי a_1\ldots a_t\in\mathbb{Z} איזי אויהי t\in\mathbb{N}_+ וכן \beta\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\} וכן \beta\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\}
                                                                                                                                                                              x = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^t \frac{a_i}{\beta^i}\right) \cdot \beta^p
                          .\sigma ייצוג בנקודה צפה אזי x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^trac{a_i}{eta^i}
ight)\cdoteta^p עבורו x\in\mathbb{R} ויהי ויהי t\in\mathbb{N}_+ בסיס יהי בסיס eta\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\}
מנטיסה/ספרות משמעותיות: יהי x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^t rac{a_i}{eta^i}
ight)\cdoteta^p עבורו x\in\mathbb{R} ויהי ויהי t\in\mathbb{N}_+ בסיס יהי הי eta\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\} ייצוג בנקודה צפה
                                                                                                                                                                                                (a_1 \dots a_t) אזי
           U  בפיס צפה על החזקה בנקודה צפה: יהי <math>\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\} בסיס יהי t \in \mathbb{N}_+ ויהיו נקודה צפה יהי יהי
טענה: יהי x\in\mathbb{R}\setminus\{0\} מספר בעל ייצוג נקודה צפה אזי t\in\mathbb{N}_+ יהיו בסיס יהי t\in\mathbb{N}_+ מספר בעל ייצוג נקודה צפה אזי
                                                                                                                                                                                         .\beta^{L-1} < |x| < \beta^U
                                                                                |x| > \beta^U :overflow •
                                                                                                                                                                      |x| \le \beta^{L-1} :underflow •
קיצוץ נקודה צפה: יהי x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^\infty rac{a_i}{eta^i}
ight)\cdoteta^p בבסיס x\in\mathbb{R} ויהי ויהי t\in\mathbb{R}_+ ויהי בסיס \beta\in\mathbb{R}\setminus\{0,1\} בהיי
                                                                                                                                                                       .fl (x) = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^{t} \frac{a_i}{\beta^i}\right) \cdot \beta^p
עיגול נקודה צפה: יהי x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^\infty rac{a_i}{eta^i}
ight)\cdoteta^p בבסים x\in\mathbb{R} ויהי ויהי ביסים x\in\mathbb{R} בבסים x\in\mathbb{R}
                                                                                                                                           .fl(x) = \begin{cases} \sigma \cdot \left( \sum_{i=1}^{t} \frac{a_i}{\beta^i} \right) \cdot \beta^p & 0 \le a_{t+1} < \frac{\beta}{2} \\ \sigma \cdot \left( \left( \sum_{i=1}^{t} \frac{a_i}{\beta^i} \right) + \frac{1}{\beta^t} \right) \cdot \beta^p & \frac{\beta}{2} \le a_{t+1} < \beta \end{cases}
                                                                                                 	ilde{x}=\mathrm{fl}\left(x
ight) איי x\in\mathbb{R} ויהי ויהי t\in\mathbb{N}_{+} בסיס הי בסיס eta\in\mathbb{N}ackslash\left\{0,1
ight\} יהי
                                                                                                                                                   e\left(x
ight)=x-\mathrm{fl}\left(x
ight) אזי x\in\mathbb{R} שגיאה: יהי
                                                                                                                                                        .|e\left(x
ight)| אזי x\in\mathbb{R} שגיאה מוחלטת: יהי
                                                                                                                                                \delta\left(x
ight)=rac{e\left(x
ight)}{x} אזי x\in\mathbb{R} שגיאה יחסית: יהי
                                                                                                                                           \operatorname{sfl}\left(x
ight)=x\left(1-\delta\left(x
ight)
ight) אזי x\in\mathbb{R} מסקנה: יהי
                                     |\delta\left(x
ight)|\leqeta^{-t+1} טענה: יהי |\delta\left(x
ight)|\leqeta^{-t+1} בסיס יהי ויהי t\in\mathbb{R}_+ ויהי ויהי t\in\mathbb{R}_+ בחיס יהי
                                   |\delta\left(x
ight)|\leq rac{1}{2}eta^{-t+1} איי צפה איי נקודה צפה איי ויהי x\in\mathbb{R} ויהי ויהי t\in\mathbb{N}_+ ויהי בעל ייצוג בעיגול נקודה צפה איי
                                                                                                                           |e(x+y)| \le |e(x)| + |e(y)| אזי x, y \in \mathbb{R} טענה: יהיו
                                                                                             |\delta\left(x+y
ight)|\leq\left|\delta\left(x
ight)|+\left|\delta\left(y
ight)
ight| מסקנה: יהיו x,y\in\mathbb{R} בעלי סימן זהה אזי
                                                                                     |\delta\left(x+y
ight)| \leq \max\left\{\left|\delta\left(x
ight)\right|,\left|\delta\left(y
ight)
ight\}
ight\} טענה: יהיו x,y\in\mathbb{R} בעלי סימן זהה אזי
                                                                                                     |\delta\left(x-y
ight)|\leq \left|rac{e(x)}{x-y}
ight|+\left|rac{e(y)}{x-y}
ight| אזי x,y\in\mathbb{R} טענה: יהיו x,y\in\mathbb{R} אזי x,y\in\mathbb{R} טענה: יהיו x,y\in\mathbb{R} אזי x,y\in\mathbb{R} טענה: יהיו
                                                                                                                |e\left(\frac{x}{y}\right)| \leq \frac{|x||e(y)|+|y||e(x)|}{|y\cdot f(y)|} אזי x,y\in\mathbb{R} טענה: יהיו x,y\in\mathbb{R} אזי x,y\in\mathbb{R} טענה: יהיו x,y\in\mathbb{R} אזי x,y\in\mathbb{R} טענה: יהיו
```

אזי $f\left(a_0
ight)f\left(b_0
ight)<0$ אזי $a_0< b_0$ אזי $f:[a,b] o\mathbb{R}$ אהא arepsilon תהא

```
function BisectionMethod(a_0, b_0, \varepsilon):
```

```
while \frac{b_0-a_0}{2^{n+1}} \geq \varepsilon do
    m_n \leftarrow \frac{a_n + b_n}{2}
    if f(m_n) = 0 then
         return m_n
     else if f(a_n) f(m_n) < 0 then
          (a_{n+1}, b_{n+1}) \leftarrow (a_n, m_n)
     else if f(m_n) f(b_n) < 0 then
          (a_{n+1},b_{n+1}) \leftarrow (m_n,b_n)
end
```

```
|lpha-m_n|\leq rac{b-a}{2^{n+1}} וכן m_n	olpha וכן m_n	olpha וכן m_n	olpha וכן m_n	olpha וכן f:[a,b]	o \mathbb{R} אזי באלגוריתם החצייה f:[a,b]	o \mathbb{R} אזי באלגוריתם p\in\mathbb{R}_+ אזי באלגוריתם p\in\mathbb{R}_+ אזי p\in\mathbb{R}_+ אזי p\in\mathbb{R}_+ אזי p\in\mathbb{R}_+ אזי בורה p\in\mathbb{R}_+ אזי p\in\mathbb{R}_+
                                                                                                               מסקנה: סדר ההתכנסות של שיטת החצייה היא לינארית.
               e_n=rac{f(x_n)}{f'(\zeta_n)} אזי טענה: תהא f גזירה ברציפות בעלת שורש פשוט lpha וכן lpha וכן lpha וכן lpha טענה: תהא lpha גזירה ברציפות בעלת שורש פשוט lpha וכן
מסקנה: יהי f(x_n)=f(lpha)+f'(\zeta_n)\,e_n וכן שורש פשוט lpha וכן אזירה ברציפות גזירה ברציפות בעלת שורש פשוט הוכן arepsilon
                                                                                                                                            |e_n| \leq \left|rac{2arepsilon_M}{f'(\zeta_n)}
ight| אזי |f\left(x_n
ight)| \leq arepsilon_M
                                                                    \lim_{x	olpha}\left|rac{f(x)}{xf'(x)}
ight| מספר המצב: תהא f גזירה ברציפות בעלת שורש lpha מסדר שני אזי f מספר המצב: x_{n+1}=x_n-rac{f(x_n)}{f'(x_n)} אזי x_0\in\mathbb{R} ויהי f\in C^1\left(\left[a,b\right],\mathbb{R}\setminus\{0\}
ight) שיטת ניוטון: תהא
           . טענה: תהא x_0\in\mathbb{R} אזי שיטת ניוטון בעלת סדר התכנסות ריבועי. בעלת שורש פשוט יחיד בעלת פשוט יחיד בעלת f\in C^1\left([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}\right)
                                 x_{n+1}=x_n-f\left(x_n
ight)\cdotrac{x_n-x_{n-1}}{f(x_n)-f(x_{n-1})} אזי x_0,x_1\in\mathbb{R} ויהיו f\in C\left(\left[a,b
ight],\mathbb{R}\backslash\left\{0
ight\}
ight) איטת המיתרים: תהא
                                 אזי f\left(a_0\right)f\left(b_0\right)<0 עבורם a_0< b_0 אזי f:[a,b]	o\mathbb{R} אהא arepsilon יהי יהיי: regula falsi אלגוריתם שיטת
function RegulaFalsi(a_0, b_0, \varepsilon):
     n \leftarrow 0
      while \frac{b_0-a_0}{2^{n+1}} \geq \varepsilon do
           m_n = a_n - f(a_n) \cdot \frac{a_n - b_n}{f(a_n) - f(b_n)}
           if f(m_n) = 0 then
            else if f(a_n) f(m_n) < 0 then
                 (a_{n+1},b_{n+1}) \leftarrow (a_n,m_n)
            else if f(m_n) f(b_n) < 0 then
                 (a_{n+1}, b_{n+1}) \leftarrow (m_n, b_n)
                n \leftarrow n + 1
      end
x_0,x_1\in\mathbb{R} טענה: תהא f\in C\left([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}
ight) בעלת שורש פשוט יחיד lpha ויהיו lpha ויהיו lpha ויהיו
                                                                                              x_n=g\left(x_{n-1}
ight) אזי x_0\in\mathbb{R} ויהי g:I	o\mathbb{R} אזי תהא
                                                                                                                           x_n אזי x_0 \in \mathbb{R} ויהי g:I 	o \mathbb{R} אזי איטרציה: תהא
                                                                                          x_n 	o lpha עבורה g:I 	o \mathbb{R} איטרציה: שיטת איטרציה:
                                                                                                           g\left(a
ight)=a עבורה a\in\mathbb{R} אזי g:I	o\mathbb{R} נקודת שבת: תהא
                                                                      g\left(lpha
ight)=lpha אזי איי אוי x_{n}
ightarrowlpha איי מתכנסת איטרציה מענה: עבורה g\in C\left(I,\mathbb{R}
ight)
                        g\in C\left(I,\mathbb{R}
ight) ותהא f:I	o\mathbb{R} ותהא שיטת איטרציה שיטת g\in C\left(I,\mathbb{R}
ight) ותהא ותהא
                                                                                   g\left(lpha
ight)=lpha עבורה lpha\in\left[a,b
ight] אזי קיימת g\in C\left(\left[a,b
ight],\left[a,b
ight]
ight)
                          g(\alpha)=\alpha עבורה lpha\in [a,b] אזי קיימת ויחידה עבורה g\in C^1\left([a,b],[a,b]
ight) אזי קיימת ויחידה g\in C^1\left([a,b],[a,b]
ight)
                        . מתכנסת לנקודת השבת g מתכנסת g מתכנסת אזי שיטת איי עבורו g \in C^1\left(\left[a,b\right],\left[a,b\right]\right) מסקנה: תהא
                                                               |e_n| \leq K |e_{n-1}| אזי |g'| \leq K עבורו K < 1 ויהי g \in C^1\left([a,b],[a,b]
ight) אזי אזי ויהי
                                                                      |g\left(x
ight)-g\left(y
ight)|\leq K\left|x-y
ight| עבורם K>0 וכן g:\mathbb{R}
ightarrow\mathbb{R} פונקציה פונקציה
                                                                                           K עבורם g:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} וכן g:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} עבורם g:\mathbb{R} 	o \mathbb{R}
                                                                                   |g'| \geq K > 1 וכן |g'| \geq K > 1 עבורם לישפיץ g \in C^1(\mathbb{R}) מנאי מתיחה: פונקציה
                    g\left(lpha
ight)=lpha עבורה lpha\in\left[a,b
ight] עבורה אזי קיימת איזי קיימת ויחידה K<1 עבורה אויהי ענה: יהי X סטענה: יהי אויהי
                 . מסקנה: g מתכנסת לנקודת השבת K אזי שיטת האיטרציה g ווהי g \in C\left(X\right) מתכנסת לנקודת השבת.
                                               .|e_{n}|\leq\frac{K^{n}}{1-K}\left|x_{1}-x_{0}\right| אזי אזי G ליפשיץ עבורו ויהי g\in C\left(X\right) ההא סגור מסקנה: יהי אזי סגור הא עבורו g\in C\left(X\right)
מתקיים כי x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) ותהא g\in C^1 (ותהא g\in C^1 ותהא g\in C^1 מתקיים כי משפט: תהא
                                                                                                                                                                           \alphaמתכנסת ל־g
```

של $a \in [a,b]$ איי קיים שורש f(a) f(b) < 0 עבורם a < b של $a \in [a,b]$ של $a \in [a,b]$ איי היהי

.|BisectionMethod $(a, b, \varepsilon) - q$ | $< \varepsilon$

 $.e_n = lpha - x_n$ אזי $x_n o lpha$ עבורה $\{x_n\} \subseteq \mathbb{R}$ אזי איני: תהא

```
|g'\left(lpha
ight)|<1 עבורה מושכת: תהא q\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}
ight) אזי נקודה מושכת: תהא
                                                                                        |g'(\alpha)|>1 עבורה אוי נקודת שבת אזי q\in C^1(I,\mathbb{R}) עבורה נקודה דוחה:
|g'\left(\mathcal{U}
ight)|<1 וכן lpha\in\partial\mathcal{U},\partial\mathcal{V} תחומים באשר \mathcal{U},\mathcal{V}\subseteq\mathbb{R} אזי נקודת שבת lpha עבורה קיימים g\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}
ight) אזי נקודת שבת lpha
                                                                                                                                                                                 |g'(\mathcal{V})| > 1 וכן
\zeta = (\zeta - \varepsilon, \zeta + \varepsilon) אורש פשוט אזי קיים \varepsilon > 0 עבורו שיטת ניוטון מתכנסת בקטע \zeta \in [a,b] ויהי ויהי ויהי f \in C^1([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}) מסקנה:
מתקיים x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) עבורו לכל עבורה x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) מתקיים x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) מתקיים משפט: תהא
                                                                                                                                         כי g מתכנסת ל־\alpha בקצב התכנסות לינארי.
משפט: יהי p>1 לכל q^{(n)}(lpha)=0 וכן q^{(p)}(lpha)\neq 0 אזי קיים q ותהא q\in C^p(I,\mathbb{R}) לכל לכל משפט: יהי
                                                                       p מתכנסת ל־lpha בקצב התכנסות x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) עבורו לכל
מסקנה: תהא arepsilon>0 עבורו שיטת ניוטון מתכנסת \zeta\in[a,b] ויהי f\in C^2\left([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}
ight) אזי קיים arepsilon>0 ויהי
                                                                                                                                                    (\zeta - \varepsilon, \zeta + \varepsilon) בקצב ריבועי בקטע
עבורו שיטת ניוטון arepsilon>0 אזי קיים f''(\zeta)\neq 0 וכן וכן f'(\zeta)=0 שורש עבורו \zeta\in [a,b] ויהי ויהי ויהי f\in C^2\left([a,b],\mathbb{R}\backslash\left\{0\right\}\right) אזי קיים מסקנה:
                                                                                                                                     \zeta - \varepsilon, \zeta + \varepsilonמתכנסת בקצב לינארי בקטע
                                                     g\left(x
ight)=x-m\cdotrac{f\left(x
ight)}{f'\left(x
ight)} אזי m\in\mathbb{N}_{+} יהי f\in C^{1}\left(\left[a,b
ight],\mathbb{R}ackslash\left\{0
ight\}
ight) שיטת ניוטון המתוקנת: תהא
n מסקנה: תהא arepsilon>0 עבורו שיטת מדרגה שורש מדרגה f\in C^\eta\left([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}
ight) אזי קיים בורו שיטת ניוטון המתוקנת מסדר
aמתכנסת בקצב ריבועי בקטע (\zeta-arepsilon,\zeta+arepsilon). מתכנסת בקצב ריבועי בקטע (f\in C^1(\mathbb{R}) איי שיטת סטפנסן: תהא f\in C^1(\mathbb{R}) איי f\in C^1(\mathbb{R}) איי מקסימלי g:I\to \mathbb{R} שיטה איטרטיבית ותהא g:I\to \mathbb{R} נקודת שבת איי קטע מקסימלי g:I\to \mathbb{R}
                                                                                                                    lphaאיטר מתכנסת a המתחילה ביa מתכנסת לי x\in J
K\subseteq J שיטה איטרטיבית תהא g\in C^1\left(I,\mathbb{R}
ight) אזי קטע מקסימלי lpha\in I תחום התכנסות שיטה איטרטיבית תהא
                                                                                                                          \left|g'\left(x
ight)
ight|\leq1 מתקיים x\in K וכן לכל lpha\in K
                                                                              g\left(x
ight)=x-D_{f}\left(x
ight)^{-1}\cdot f\left(x
ight) אזי f\in C^{1}\left(\mathbb{R}^{n},\mathbb{R}^{n}
ight) תהא
טענה: תהא \zeta\in\mathbb{R}^n ויהי f\in C^1 ויהי ויהי שורש פשוט אזי קיימת ענה: תהא \zeta\in\mathbb{R}^n ויהי ויהי שורש שורש פשוט אזי קיימת
                                                                                                                                                                                                 ריבועי.
                                    בעלת סדר לינארי. regula falsi איזי ווegula falsi איזי f\left(a\right)f\left(b\right)<0 בעלת סדר לינארי. f\left(a\right)f\left(b\right)<0 איזי
                                                                                                                  \Pi_n = \{f \in \mathbb{R} \ | x \ | \ \deg(f) \le n \} אזי n \in \mathbb{N} יהי הי
                            a_0 \ldots a_n, b_0 \ldots b_n \in \mathbb{R} ויהיו n \in \mathbb{R} ויהיו n \in \mathbb{R} אזי a_0 \ldots a_n, b_0 \ldots b_n \in \mathbb{R} פולינום טריגונומטרי: יהי
                                                               a_n(x)=\sum_{k=0}^n a_k e^{b_k x} אזי a_0\dots a_n,b_0\dots b_n\in\mathbb{R} ויהיו n\in\mathbb{N} יהי היי מקספוננטי: יהי
       x_i \in \{0\dots n\} לכל p(x_i) = f(x_i) עבורו עבורו p \in \Pi_n אזיx_0 \dots x_n \in \mathbb{R} ותהיינה f: \mathbb{R} 	o \mathbb{R} לכל
                                 . משפט: תהא p\in\Pi_n פולינום אינטרפולציה. נקודות שונות אזי קיים ויחיד f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} פולינום אינטרפולציה. משפט
                                                              \ell_i\left(x
ight)=rac{\prod_{k\in\{0\ldots n\}\setminus\{i\}}(x-x_k)}{\prod_{k\in\{0\ldots n\}\setminus\{i\}}(x_i-x_k)} פולינום לגראנז': תהיינה x_0\ldots x_n\in\mathbb{R} נקודות שונות אזי
                                                                                                          \ell_i\left(x_i
ight) = \delta_{i,j} טענה: תהיינה x_0 \ldots x_n \in \mathbb{R} נקודות שונות אזי
                                                                  \Pi_n טענה בסיס לגראנז': תהיינה \{\ell_0\dots\ell_n\} נקודות שונות אזי x_0\dots x_n\in\mathbb{R} בסיס של
         מסקנה צורת לגראנז': תהא \mathbb{R} \to \mathbb{R} ותהיינה f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} אזי f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} בסיס של f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} בסיס של f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} טענה בסיס ניוטון: תהיינה f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} אזי f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}
טענה: תהא f:\mathbb{R}	o \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של \sum_{i=-1}^n A_{j+1}\prod_{i=0}^j (x-x_i) ויהי ויהי x_0\dots x_{n+1}\in\mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של
                                                          X_0,\dots,x_n אזי איזי X_0,\dots,x_n פולינום אינטרפולציה של X_0,\dots,x_n פולינום אינטרפולציה איזי איזי אזי X_0,\dots,x_n
מסקנה: תהא f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} ויהי x_0 \dots x_{n+1} \in \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} אזי x_0 \dots x_{n+1} 	o \sum_{j=-1}^{k-1} A_{j+1} \prod_{i=0}^j (x-x_i) אזי f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} אזי f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R}
מסקנה: תהא f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} יהי x_0 \dots x_{n+1} \in \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} בנקודות f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} מסקנה: תהא f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} יהי x_0 \dots x_{n+1} \in \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של x_0 \dots x_n \in \mathbb{R} אזי x_0 \dots x_{n+1}
                                                           \sum_{j=-1}^{n} A_{j+1} \prod_{i=0}^{j} (x - x_i) = \left( \sum_{j=-1}^{n-1} B_{j+1} \prod_{i=0}^{j} (x - x_i) \right) + A_{n+1} \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)
\{x_0\dots x_k\}ב־f פולינום אינטרפולציה של ב־\sum_{j=-1}^{k-1}A_{j+1}\prod_{i=0}^j{(x-x_i)} ויהי ויהי ויהי x_0\dots x_k\in\mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של ב־
                                                                                                                                                                      f[x_0 \dots x_k] = A_k אזי
              f[x_0\dots x_k]=f\left[x_{\sigma(0)}\dots x_{\sigma(k)}
ight] תמורה אזי \sigma\in S_{k+1} שונות ותהא x_0\dots x_k\in\mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R}
```

```
f מסקנה: תהא \sum_{j=-1}^{n-1} f\left[x_0\dots x_{j+1}
ight]\prod_{i=0}^{j} (x-x_i) אזי x_0\dots x_n\in\mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של f:\mathbb{R}	o\mathbb{R}
                                                              טענה נוסחה רקורסיבית להפרשים המחולקים: תהא f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} ותהיינה באשר באשר באשר להפרשים המחולקים: ענה נוסחה באור
                                                     f\left[x_0\dots x_k
ight]=rac{f\left[x_1\dots x_k
ight]-f\left[x_0\dots x_{k-1}
ight]}{x_k-x_0} .e f\left[x_0\dots x_k
ight]=rac{f\left[x_1\dots x_k
ight]-f\left[x_0\dots x_{k-1}
ight]}{x_k-x_0} תהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} פ"א אזי f:\mathbb{R}	o\mathbb{R}
                                                                               משפט ביטוי לשגיאה באינטרפולציה: תהא f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} ויהי פ"א אזי p\in\Pi_n ויהי
                                                                                                                                                                                                                                                    .e(x) = f[x_0 ... x_n, x] \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)
f[x_0\dots x_k]=rac{f^{(k)}(c)}{k!} עבורה c\in(a,b) אזי קיימת c\in(a,b) איזי קיימת f\in C^k\left((a,b)
ight) באשר באשר
מסקנה נוסחת השגיאה בפולינום האינטרפולציה: תהא f\in C([a,b]) באשר באשר f\in C([a,b]) תהיינה x_0\dots x_n,x\in\mathbb{R} ויהי x_0\dots x_n,x\in\mathbb{R} באיז קיימת f\in C^{n+1}((a,b)) עבורה f\in C^{n+1}([a,b]) באשר f\in C^{n+1}([a,b]) באורה f\in C^{n+1}([a,b]) באשר f\in C^{n+1}([a,b]) באשר
עבורה c\in(a,b) פ"א אזי קיימת p\in\Pi_n ויהי x_0\dots x_n, x\in\mathbb{R} תהיינה f\in C^{n+1}\left((a,b)
ight) באשר באשר באשר
                                                                                                                                                                                                                                                                      |e(x)| = \left| \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} \right| (b-a)^{n+1}
x_0\dots x_n, x\in\mathbb{R} מסקנה: תהא \left|f^{(n+1)}
ight|\leq M עבורה M\in\mathbb{R} עבורה f\in C^{n+1}\left((a,b)
ight) באשר באשר f\in C^{(a,b)} ויהי g\in\mathbb{R} באשר g\in\mathbb{R} באשר g\in\mathbb{R} תהא g\in\mathbb{R} בייא אזי g\in\mathbb{R}
f_{\lceil [x_{i-1},x_i]}\in\Pi_k באשר f\in C^m\left([a,b]
ight) איזי f\in C^m\left([a,b]
ight) באשר אויהיו f\in C^m\left([a,b]
ight) באשר אויהיו בשליין: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 i \in \{1 \dots n\} לכל
 וסדר k ממעלה k הינה פונקציית ספליין ממעלה \{x_0 \dots x_n\} חלוקה של חלוקה של וסדר אזי פונקציית ספליין ממעלה וסדר אזי וסדר ו\{x_0 \dots x_n\}
                       a.1 איי פונקציית ספליין ממעלה \{a,b\} איי פונקציית חלוקה של \{a,b\} איי פונקציית חלוקה a,b\in\mathbb{R} אינטרפולנט ליניארי למקוטעין: יהיו a,b\in\mathbb{R} איי חלוקה של \{a+\frac{b-a}{n}\cdot i\}_{i=0}^n = \frac{1}{n!(\frac{b-a}{n})^n}\left(\sum_{k=0}^n \left(-1\right)^k\binom{n}{k}f\left(a+\frac{b-a}{n}\cdot k\right)\right) איי איי f:[a,b]\to\mathbb{R} ותהא a,b\in\mathbb{R} ותהא a,b\in\mathbb{R} איי יהיו
                                                                                                                                                                                  f\left[x,x
ight]=f'\left(x
ight) אזי f\in C^{1}\left(\mathbb{R}
ight) תהא הפרש מחולק עם חזרה: תהא
                                                                                                                                                                                          f\left[x,x
ight]=\lim_{h
ightarrow0}f\left[x,x+h
ight] אזי f\in C^{1}\left(\mathbb{R}
ight) טענה: תהא
```

 $f\left[x_0\dots x_n
ight] = \left\{egin{array}{ll} rac{f\left[x_1\dots x_n
ight] - f\left[x_0\dots x_{n-1}
ight]}{x_n-x_0} & x_0< x_n \end{array}
ight.$ בסדר עולה אזי $x_0< x_n$ בסדר עולה אזי $f\in C^n\left(\mathbb{R}
ight)$ ותהיינה $f\in C^n\left(\mathbb{R}
ight)$ ותהיינה $f\in C^n\left(\mathbb{R}
ight)$ ותהיינה $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ באשר $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ באשר $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ באשר $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ פולינום אינטרפולציית הרמיט: תהא $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ תהיינה $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $i\in\left\{ 0\ldots g\left(x_{i}
ight)-1
ight\}$ ולכל $i\in\left\{ 0\ldots m
ight\}$ לכל לכל $p^{\left(j
ight)}\left(x_{i}
ight)=f^{\left(j
ight)}\left(x_{i}
ight)$ אזי $p\in\Pi_{n}$ משפט: תהא $\sum_{i=0}^m g\left(x_i
ight)=n+1$ באשר $g:\{x_0\dots x_m\} o\mathbb{N}_+$ ותהיינה $x_0\dots x_m\in\mathbb{R}$ אזי קיים ויחיד $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$. פולינום אינטרפולציית הרמיט $p \in \Pi_n$

.1 חלקות k ויהי ספליין ממעלה איי פונקציית חלוקה של ויהי $a,b\in\mathbb{R}$ חלוקה של הרמיט: יהיו יהיו הרמיט: יהיו מעלה א חלוקה של הוא חלוקה של ויהי . פולינום אינטרפולציית הרמיט. $\sum_{j=-1}^{n-1}f\left[x_0\dots x_{j+1}
ight]\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_i
ight)$ אזי אזי $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ פולינום אינטרפולציית הרמיט. $B_n^k\left(x
ight)=inom{n}{k}x^k\left(1-x
ight)^{n-k}$ המוגדר $B_n^k:[0,1] o\mathbb{R}$ אזי $k\in\{0\dots n\}$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי ויהי Π_n טענה: יהי $\{B_n^k\}_{k=0}^n$ אזי $n\in\mathbb{N}$ בסיס של יהי

 $P_n^B\left(f,x
ight)=\sum_{k=0}^n B_n^k\left(x
ight)\cdot f\left(rac{k}{n}
ight)$ המוגדרת: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $n\in\mathbb{N}$ אזי $n\in\mathbb{N}$ למה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי

- $P_{n}^{B}\left(\lambda f+\mu g,x
 ight)=\lambda P_{n}^{B}\left(f,x
 ight)+\mu P_{n}^{B}\left(g,x
 ight)$ אזי $\lambda,\mu\in\mathbb{R}$ ויהיו $f,g:[0,1] o\mathbb{R}$
 - $B_n^k \geq 0$ מתקיים $k \in \{0 \dots n\}$ לכל
 - $P_n^B\left(c,x
 ight)=c$ אזי $c\in\mathbb{R}$ ויהי $f:[0,1] o\mathbb{R}$ תהא
 - $.P_{n}^{B}(x,x)=x$ •

 - $P_n^B(x^2, x) = x^2 + \frac{1}{n}(x x^2) \bullet$ $\sum_{k=0}^n B_n^k(x) \left(\frac{k}{n} x\right)^2 = \frac{x(1-x)}{n} \bullet$ $B_n^k(x) = x B_{n-1}^{k-1}(x) + (1-x) B_{n-1}^k(x) \bullet$

 $.f\left(x
ight)=\lim_{n
ightarrow\infty}P_{n_{.}}^{B}\left(f_{.}x
ight)$ אזי $x\in\left[0,1
ight]$ ותהא $f:\left[0,1
ight]
ightarrow\mathbb{R}$ איזי $\sup\left|f\left(x
ight)-P_{n}^{B}\left(x
ight)
ight|=\mathcal{O}\left(rac{1}{\sqrt{n}}
ight)$ אזי $x\in\left[0,1
ight]$ ותהא $f:\left[0,1
ight] o\mathbb{R}$ מסקנה: תהא $H:V^2 o\mathbb{C}$ המקיימת מיים יהי V מייו נייס אזי $H:V^2 o\mathbb{C}$

 $\forall a,b \in V.H(a,b) = \overline{H(b,a)}$ הרמיטיות:

```
\forall a,b,c \in V. \forall \alpha,\beta \in \mathbb{R}. H (\alpha a + \beta b,c) = \alpha H (a,c) + \beta H (b,c) • לינאריות:
                                                                                                                                              \forall a \in V.H (a,a) \in \mathbb{R}_+ חיוביות:
                                                       \|a\| = \sqrt{H\left(a,a
ight)} אזי V אזי אוי מ"ט ותהא חצי־מכפלה פנימית H על אי
מכפלה פנימית H מינימליים: יהי V מייו נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית H מעל V תהא V בת"ל באשר V מכפלה פנימית מכפלה פנימית
                                                                                         \arg\min_{v\in \operatorname{span}\{v_0\dots v_n\}}\left(\operatorname{dist}\left(u,v\right)\right)אזי u\in Lיהי \operatorname{span}\left\{v_0\dots v_n\right\}מעל
משפט: יהי V מ"ל באשר H מכפלה פנימית מעל תהא V מעל V תהא מעל משפט: יהי ע מ"ז נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית U מעל V
k\in\{0\dots n\} אזי (u לכל מינימליים מינימליים אזי אזי הינו אזי אזי \sum_{i=0}^n c_i v_i) אזי אזי אזי אזי אזי u\in L יהי span \{v_0\dots v_n\}
                                                                                                                                                  c_i = \sum_{i=0}^n c_i(v_i, v_k) = (u, v_k)מתקיים
(v-u) \perp \mathrm{span}\,\{v_0\dots v_n\} ויהי u\in L קירוב ריבועים מינימליים אזי v\in \mathrm{span}\,\{v_0\dots v_n\} יהי ויהי
\sum_{i=0}^n c_i\left(v_i,v_k
ight)=(u,v_k) אזי איזי c_0\ldots c_n\in\mathbb{R} ויהיו u\in L יהי \{v_0\ldots v_n\} מעל
מסקנה: יהי V מ"ל נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית H מעל H מעל מישר באשר אורתוגונלית מ"ל מ"ל יהי V מסקנה: יהי ווי"ס תהא חצי־מכפלה פנימית מעל H
                          \sum_{i=0}^n rac{H(f,v_i)}{H(v_i,v_i)}\cdot v_i מעל \{v_0\dots v_n\} ויהי u\in L אזי הקירוב ריבועים מינימליים הוא אזי u\in L מכפלה פנימית ממושקלת: תהא w\in C^1\left([a,b]
ight)^2	o \mathbb{R} כך מכפלה פנימית ממושקלת: תהא
                                                                                                                                                                    H(f,g) = \int_a^b (f \cdot g \cdot w)
C^1\left([a,b]
ight) איי מכפלה פנימית ממושקלת w הינה מכפלה פנימית מעד כדי קבוצה אניחה איי מכפלה פנימית ממושקלת w\in C^1\left([a,b]
ight)
מתקיים i 
eq j וכן לכל q_n \in \Pi_n באשר באשר אורתוגונלית של פולינומים: תהא \mathbb{R}[x] ממפלה פנימית מעל \mathbb{R}[x] אזי וכן לכל לכל q_n \in \Pi_n וכן לכל לכל מתקיים
                                                        .P_{n+1}\left(x
ight)=rac{2n+1}{n+1}xP_{n}\left(x
ight)-rac{n}{n+1}P_{n-1}\left(x
ight) וכך P_{1}\left(x
ight)=x וכך וכך P_{0}\left(x
ight)=1
                      . טענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת 1 בקטע [-1,1] אזי פולינומי לג'נדר מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים.
                                                                              .P_{n+1}\left(x
ight)=x\cdot P_{n}\left(x
ight)-rac{\left(P_{n},P_{n}
ight)}{\left(P_{n-1},P_{n-1}
ight)}P_{n-1}\left(x
ight) אזי n\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1
ight\} טענה: יהי
                                                                                                                                 T_n(x) = \cos(n \cdot \arccos(x)) פולינומי צ'בישב:
            . טענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} בקטע [-1,1] אזי פולינומי צ'בישב מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים.
                                     T_{n+1}\left(x
ight)=2xT_{n}\left(x
ight)-T_{n-1}\left(x
ight) וכך T_{1}\left(x
ight)=x וכך T_{1}\left(x
ight)=2xT_{n}\left(x
ight)-T_{n-1}\left(x
ight) וכך T_{1}\left(x
ight)=2xT_{n}\left(x
ight)-T_{n-1}\left(x
ight) וכך T_{1}\left(x
ight)=2xT_{n}\left(x
ight)-T_{n-1}\left(x
ight) וכך T_{1}\left(x
ight)=2xT_{n}\left(x
ight)
                       (0,\infty) בקטע פולינומי לגר מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים. בקטע פולינומים בקטע מכפלה פנימית ממושקלת e^{-x} בקטע
                                                           H_{n+1}\left(x
ight)=2xH_{n}\left(x
ight)-2nH_{n-1}\left(x
ight) וכן H_{1}\left(x
ight)=2x וכן H_{0}\left(x
ight)=1 פולינומי הרמיט:
                                                                                                                     .f\left(n+1,i
ight)=-rac{(xQ_n,Q_i)}{(Q_j,Q_j)} • .f\left(n+1,i
ight)=0 לכל i\in\{0\dots n-2\} סתקיים
```

. טענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת e^{-x^2} בקטע $(-\infty,\infty)$ אזי פולינומי הרמיט מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים. טענה: תהא של פולינומים אזי סדרה אורתוגונלית של פולינומים אזי $Q_{n+1}\left(x
ight)=xQ_{n}\left(x
ight)+\sum_{i=0}^{n}f\left(n+1,i
ight)\cdot Q_{i}\left(x
ight)$ ותהא ותהא לינומים אזי $f:\mathbb{N}^{2}
ightarrow\mathbb{R}$

טענה: תהא $b'\in\mathbb{R}^m$ קירוב $b'\in\mathbb{R}^m$ ויהי $b\in\mathbb{R}^m$ וכן עמודות a>m>1 באשר באשר a>m>1 ויהי של למרחב למרחב $A^TAx = A^Tb$ אזי קיים ויחיד פתרון למערכת $\{Ax \mid x \in \mathbb{R}^n\}$

 $f'(x)=p'(x)+rac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(f\left[x_0\ldots x_n,x
ight]\prod_{i=0}^n\left(x-x_i
ight)
ight)$ איזי f איזי $f\in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$ תהיינה $f\in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$ ויהי $f\in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$ איזי מענה: $.e_{\,f'}\,(x)=e'_f\,(x)$ אזי f אזי g ויהי $x_0\ldots x_n\in\mathbb{R}$ תהיינה $f\in C^1\,(\mathbb{R})$ אזי שגיאה בנגזרת: $\{x_i\dots x_j\}=\{x_i\}$ אזי איי $x_i=x_j$ אם עבורן אם $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ אזי נקודות חוקי:

טענה: תמורה בסדר חוקי אזי $\sigma\in S_{n+1}$ ותהא $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ תמורה בסדר חוקי אזי $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$

 $f[x_0 \dots x_n] = f[x_{\sigma(0)} \dots x_{\sigma(n)}]$

. רציפה $f\left[x_0\dots x_n,x
ight]$ אזי אזי $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ רציפה רעינה $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$

 $(rac{ ext{d}}{ ext{d}x}f\left[x_0\ldots x_n,x
ight])\left(x
ight)=f\left[x_0\ldots x_n,x,x
ight]$ איי $x_0\ldots x_n\in\mathbb{R}$ ותהיינה $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ איי

אזי $x_0 \dots x_n \in \mathbb{R}$ ותהיינה $f \in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$ אזי

 $e_{f'}(x) = f[x_0 \dots x_n, x, x] \prod_{i=0}^n (x - x_i) + f[x_0 \dots x_n, x] \frac{d}{dx} (\prod_{i=0}^n (x - x_i))$

עבורם $\zeta, \xi \in (a,b)$ מסקנה: תהא f אזי קיימים $f \in C^1\left([a,b], x_0 \ldots x_n \in [a,b], n$ תהיינה $f \in C^1\left([a,b], x_n \in [a,b], x_n \in [a,b], x_n \in C^1\left([a,b], x_n \in [a,b], x_n \in C^1\left([a,b], x_n \in$

```
|e_{f'}\left(a
ight)| \leq Ch^p המקיימים h \in \left[\min_{i \neq j} \left|x_i - x_j\right|, \max \left|x_i - x_j\right|\right]
  הוא השיטה הקירוב אל הקירוב מעל הנקודות החא שיטת היחק מקסימלי a בין המסימלי הקירוב של הקירוב של הנקודות a סדר הקירוב של השיטה הוא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |e\left(x
ight)|=\mathcal{O}\left(h^{p}
ight) מינימלי עבורו p\in\mathbb{N}
  טענה: תהא \{x_0\dots x_n\} סימטריות סביב a\in\mathbb{R}\setminus\{x_0\dots x_n\} ותהא ותהא x_0\dots x_n\in\mathbb{R} סימטריות סביב f\in C^1(\mathbb{R})
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left( \prod_{i=0}^{n} (x - x_i) \right) (a) = 0
  מתקיים p\in\Pi_n מתקיים מקסימלי עבורו לכל שגיאה של נוסחת איזי פורו שגיאה של וותהא וותהא f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} מתקיים מדר איזי אלגברי: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                .e_p = 0
                                                                                                                                                                                                                                         טענה: תהא f פ"א של p ויהי x_0 \ldots x_n \in \mathbb{R} מענה: תהא f \in C^m\left(\mathbb{R}
ight)
 f''(x) = p''(x) + f[x_0 \dots x_n, x, x, x] \prod_{i=0}^n (x - x_i) + 2f[x_0 \dots x_n, x, x] \frac{d}{dx} \left( \prod_{i=0}^n (x - x_i) \right) + f[x_0 \dots x_n, x] \frac{d^2}{dx^2} \left( \prod_{i=0}^n (x - x_i) \right)
                                     עבורם \zeta,\xi,\chi\in(a,b) מסקנה: תהא f\in C^2\left([a,b]\right) תהיינה f\in C^2\left([a,b]\right) ויהי f\in C^2\left([a,b]\right) אזי קיימים f\in C^2\left([a,b]\right) עבורם f''(x)=p''(x)+\frac{f^{(n+3)}(\zeta)}{(n+3)!}\cdot\prod_{i=0}^n(x-x_i)+\frac{f^{(n+2)}(\xi)}{(n+2)!}\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\prod_{i=0}^n(x-x_i)\right)+\frac{f^{(n+1)}(\chi)}{(n+1)!}\cdot\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left(\prod_{i=0}^n(x-x_i)\right) כלל הפרש קדמי לקירוב נגזרת: תהא f\in C^2\left(\mathbb{R}\right) יהי f\in C^2\left(\mathbb{R}\right) אזי f\in C^2\left(\mathbb{R}\right)
                                \mathscr{O}(h) טענה: תהא f\in C^{2}(\mathbb{R}) ויהי a\in \mathbb{R} באשר קיימת סביבה u\in \mathcal{U} של a\in \mathbb{R} ויהי
                                                                                                                                              rac{f(a+h)-f(a-h)}{2h} אזי h>0 ויהי a\in\mathbb{R} יהי f\in C^{2}\left(\mathbb{R}
ight) תהא נגזרת: תהא
                              p'(a)=rac{f(a+h)-f(a-h)}{2h} אזי \{a+h,a-h\} אזי a\in\mathbb{R} יהי a\in\mathbb{R} יהי a\in\mathbb{R} יהי a\in\mathbb{R} יהי
                      \mathscr{O}\left(h^2
ight) טענה: תהא f \in \mathcal{C}^3\left(\mathbb{R}
ight) ויהי באשר קיימת סביבה a \in \mathbb{R} של a \in \mathbb{R} ויהי ויהי ויהי איי סדר קירוב הפרש מרכזי הינו
                     .2 טענה: תהא f \in C^3\left(\mathbb{R}\right) ויהי באשר קיימת סביבה u של u בה u של ברי בעל סדר דיוק אלגברי u באשר קיימת סביבה u
 משפט ריצ'רדסון: תהא \mathcal{O}\left(h^{2k}\right) מסדר f'\left(a\right) מסדר f'\left(a\right) משפט היני a\in\mathbb{R} יהי f\in C^{1}\left(\mathbb{R}\right) מסדר ליצ'רדסון: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          .f^{\prime}\left(a
ight)=D\left(h
ight)+\sum_{i=0}^{\infty}C_{i}h^{2k+2i} נקודותיה אזי
 מסקנה f'(a) מסדר f'(a) מסדר h>0 יהי a\in\mathbb{R} יהי ותהא f\in C^1(\mathbb{R}) מסדר לינצ'רדסון: תהא
             f'(a) = \frac{4^k D(h) - D(2h)}{4^k - 1} + \mathcal{O}\left(h^{2k+2}\right) בין נקודותיה אזי f = \int_a^b f = \int_a^b f + \int_a^b f\left[x_0 \dots x_n, x\right] \prod_{i=0}^n (x-x_i) \, \mathrm{d}x טענה: תהא f = \int_a^b f + \int_a^b f\left[x_0 \dots x_n \in \mathbb{R}\right] ותהיינה f = \int_a^b f + \int_a^b f\left[x_0 \dots x_n + \int_a^b f\left[x
                                                               (x_a, y_a) איי \max_{i \in [n]} \max_{x \in [a,b]} |x-x_i| \leq k \, (b-a) באשר x_0 \dots x_n, k \in \mathbb{R} איי \sum_{i \in [n]} \max_{x \in [a,b]} |x-x_i| \leq k \, (b-a) באשר \left| \frac{f^{(n+1)}(x)}{(n+1)!} (b-a) \, (k \, (b-a))^{n+1} \right| מסקנה: תהא f \in C^{n+1} \left([a,b] \mid x-x_i \mid \leq k \, (b-a) \mid x_0 \dots x_n, k \in \mathbb{R} \right) ותהיינה f \in C^{n+1} \left([a,b] \mid x-x_i \mid \leq k \, (b-a) \mid x_0 \mid x_n \mid 
\{\xi\in(a,b) \mid x_0,\dots,x_n\in\mathbb{R}\} אזי קיים \{\xi\in(a,b) \mid x_0,\dots,x_n\in\mathbb{R}\} אזי \{\xi\in(a,b) \mid x_0,\dots,x_n\in\mathbb{R}\}
                                                                                                                                                                                                                                                (b-a)\,f\,(a) אזי f\in C^1\,([a,b]) תהא אינטגרל: תהא f\in C^1\,([a,b])
                                                                                  E\left(\int_a^b f
ight)=rac{(b-a)^2}{2}f'\left(\xi
ight) הינה כלל המלבן הינה \xi\in(a,b) אזי קיים אזי קיים \xi\in(a,b) עבורו
                                                                       .rac{b-a}{2}\left(f\left(a
ight)+f\left(b
ight)
ight) אזי f\in C^{2}\left([a,b]
ight) תהא f\in C^{2}\left([a,b]
ight) אזי קיים \xi\in(a,b) אזי קיים \xi\in(a,b) עבורו שגיאת כלל הטרפז הינה \xi\in C^{2}\left([a,b]
ight)
טענה: תהא \int_a^b \prod_{i=0}^{n-1} (x-x_i) וכן ותהיינה f \in C^{n+2}\left([a,b]\right) באשר \int_a^b \prod_{i=0}^n (x-x_i) \,\mathrm{d}x = 0 בעלת סימן קבוע \int_a^b \prod_{i=0}^n (x-x_i) \,\mathrm{d}x = 0 בעלת סימן f \in C^{n+2}\left([a,b]\right) אזי קיים f \in C^{n+2}\left([a,b]\right) עבורו f \in C^{n+2}\left([a,b]\right) אזי קיים f \in C^{n+2}\left([a,b]\right) עבורו f \in C^{n+2}\left([a,b]\right) אזי קיים f \in C^{n+2}\left([a,b]\right) עבורו f \in C^{n+2}\left([a,b]\right)
 בעלת סימן קבוע \prod_{i=0}^{n+1}{(x-x_i)} וכן \int_a^b \prod_{i=0}^n{(x-x_i)}\,\mathrm{d}x=0 באשר באשר x_0\dots x_{n+1}\in\mathbb{R} ותהיינה f\in C^{n+2}\left([a,b]\right)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        \left|E\left(\int_a^bf
ight)
ight|=\mathcal{O}\left(\left(b-a
ight)^{n+3}
ight) אזי [a,b] בקטע
                                                                                                                                                                                                     (b-a)\,f\left(rac{a+b}{2}
ight) אזי f\in C^2\left([a,b]
ight) מלל נקודת האמצע לקירוב אינטגרל: תהא
```

מסקנה: תהא $x_0 \dots x_n \in \mathbb{R}$ ותהיינה $f: [a,b] o \mathbb{R}$ אזי

 $.e_{f^{\prime}}\left(a
ight)=\mathcal{O}\left(\left(b-a
ight)^{n}
ight)$ אזי $\prod_{i=0}^{n}\left(a-x_{i}
ight)=0$ אם •

 $e_{f'}(a)=\mathcal{O}\left((b-a)^{n+1}
ight)$ אא $rac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_{i}
ight)
ight)(a)=0$ אם •

וקיים $C\in\mathbb{R}$ מקסימלי עבורו קיים $p\in\mathbb{N}$ אזי איז $x_0\dots x_n^{'}\in\mathbb{R}$ ותהיינה ותהא ותהיינה $f\in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$

```
.T_h(f) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{h}{2} (f(x_i) + f(x_{i+1}))
                   E\left(\int_a^b f\right) = -rac{(b-a)h^2}{12}f''\left(\xi
ight) הטרפז המורכב הינה \xi\in(a,b) אזי קיים \xi\in(a,b) עבורו שגיאת כלל הטרפז המורכב הינה f\in C^2\left([a,b]
ight)
     \left|E\left(\int_a^b f\right)
ight| \leq \frac{(b-a)h^2}{12}M אזי שגיאת כלל הטרפז המורכב הינה \left|f^{(2)}
ight| \leq M אזי שגיאר באשר f \in C\left([a,b]
ight) אזי אזי שגיאת כלל הטרפז המורכב לקירוב אינטגרל: תהא f \in C\left([a,b]
ight) ותהא f \in C\left([a,b]
ight) חלוקה בעלת הפרש קבוע f \in C\left([a,b]
ight) אזי f \in C\left([a,b]
ight)
           S_h\left(f
ight)=rac{4T_h(f)-T_{2h}(f)}{3} אזי איזי f\in C\left([a,b]
ight) אוזי תהא f\in C\left([a,b]
ight) ותהא
arepsilon\in\mathbb{R}^n מותהא קבוע הפרש בעלת הפרש חלוקה x_0\dots x_n תהא הפרש תהא הפרש לקירוב אינטגרל: תהא
                                                                                                                                                                                           \sum_{i=0}^{n-1}rac{h}{2}\left(f\left(x_{i}
ight)+arepsilon_{i}+f\left(x_{i+1}
ight)+arepsilon_{i+1}
ight) אזי
מסקנה: תהא \varepsilon\in\mathbb{R}^n אזי שגיאת הפרש קבוע x_0\dots x_n חלוקה בעלת הטרפז אזי שגיאת כלל הטרפז חלוקה בעלת הפרש קבוע \left|E\left(\int_a^bf\right)\right|\leq \frac{(b-a)h^2}{12}\left|f''\left(\xi\right)\right|+(b-a)\cdot\max_{i\in[n]}\left(\varepsilon_i\right) הינה n\in\mathbb{N} אזי המקדם הראשי של n\in\mathbb{N} הינו
                                                                                                                       \{T_n=0\}=\left\{\cos\left(\frac{2k+1}{n}\cdot\frac{\pi}{2}\right)\mid k\in\{0,\ldots,n-1\}\right\} אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                          |\{T_n=0\}|=n אזי n\in\mathbb{N} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                                   -1 < T_n < 1 אזי n \in \mathbb{N} טענה: יהי
                                                                             -\{\cos\left(rac{k\pi}{n}
ight)\mid k\in\{0,\dots,n\}\} איי נקודות הקיצון של דT_n בקטע של איי נקודות איי איי נקודות איי יהי מענה: יהי
פעמו. אוא נקווות ווקיבון t_n על פולינומים t_n על t_n על t_n על t_n על פולינומים t_n על פולינומים t_n על t_n על t_n על פולינומים t_n על פולינומים t_n על t_n על t_n על פולינומים t_n על פולינומים t_n אוי על פולינומים t_n באשר t_n באשר t_n על t_n על t_n על t_n על t_n על אוי כלל גאוס בעל סדר דיוק אלגברי t_n באשר t_n באשר t_n פסקנה: תהא t_n באשר t_n על ותהא t_n על t_n על אוי כלל גאוס בעל סדר דיוק אלגברי t_n על אוי באשר t_n באשר t_n באשר t_n על וותהא t_n על אוי כלל גאוס בעל סדר דיוק אלגברי t_n על אוי אוי באשר t_n על אוי באשר t_n באשר t_n באשר t_n אוי באשר t_n אוי באשר t_n אוי באשר t_n באשר t_n אוי באשר t_n אוי באשר t_n באשר t_n אוי באשר t_n באשר
                   .\|e\left(x
ight)\|_{\infty}=\left|rac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}
ight|\cdot\left\|\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_{i}
ight)
ight\|_{\infty} עבורו c\in(a,b) עבורו f\in C^{n+1}\left([a,b]
ight) ויהי f\in C^{n+1}\left([a,b]
ight)
                                                                                                                                                           \widehat{T}_{n}\left(x
ight)=rac{1}{2^{n-1}}T_{n}\left(x
ight) אזי n\in\mathbb{N} יהי מתוקן: יהי
 \|f\left(x
ight)-p\left(x
ight)\|_{\infty}\leq\|f\left(x
ight)-q\left(x
ight)\|_{\infty} מתקיים מתקיים מתקיים q\in\Pi_{n} אזי איז איז f\in C\left([a,b]
ight) אזי מתוקן עבורו לכל
                                                                                                   .\left\|\widehat{T}_n\right\|_\infty \leq \|p\|_\infty אזי [-1,1] אזי משפט משפט יהי יהי לפולינומים: יהי יהי p\in\Pi_n משפט המינימקס לפולינום יהי \widehat{T}_{n+1} של [-1,1] בקטע של הינו ממעלה ממעלה ממעלה של x^{n+1}
                   \widehat{T}_{n+1} מסקנה: יהי f \in R([-1,1]) פולינום מדרגה n+1 ויהי n+1 ויהי p \in \Pi_n פולינום המינימקס של
(קיימים איפיון כללי לפולינום המינימקס: תהא f \in C([a,b]) ויהי ויהי המינימקס של לפולינום המינימקס: תהא
                                                          f(t_i) - p(t_i) = \mathrm{sign}\left(e\left(t_0\right)\right) \cdot \left(-1\right)^i \cdot \left\|f - p\right\|_{\infty} עבורם t_0 \dots t_{n+1} \in [a,b]
                                                                               נורמה 
u_{	exttt{M}}:M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)
ightarrow\mathbb{R} אזי 
u:\mathbb{R}^{n}
ightarrow\mathbb{R} המוגדרת נורמה מושרית על מרחב המטריצות: תהא
                                                                                                                                                                                                                       .\nu_{\mathsf{M}}\left(A\right) = \max_{x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}} \left\{ \frac{\nu(Ax)}{\nu(x)} \right\}

u = 
u_{\mathsf{M}} נורמה אזי נסמן 
u : \mathbb{R}^n 	o \mathbb{R} נורמה אזי נסמן
                                                                                                                                                                M_n\left(\mathbb{R}
ight) טענה: תהא 
u:\mathbb{R}^n 	o \mathbb{R} נורמה אזי טענה: תהא
                                                                                            .
u\left(A
ight)=\max_{v\in\mathbb{S}^{n-1}}\left\{ 
u\left(Av
ight)
ight\} אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) נורמה ענה: 
u:\mathbb{R}^{n}
ightarrow\mathbb{R} אזי
                                                                         .
u\left(Ax
ight)\leq
u\left(A
ight)\cdot
u\left(x
ight) אזי x\in\mathbb{R}^{n} ותהא ותהא A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) נורמה תהא 
u:\mathbb{R}^{n}	o\mathbb{R} אזי וורמה תהא
```

 $E\left(\int_a^bf
ight)=rac{(b-a)^3}{24}f''\left(\xi
ight)$ האמצע הינה כלל נקודת האמצע עבורו שגיאת בורו שגיאת $\xi\in(a,b)$ אזי קיים $\xi\in(a,b)$ אזי קיים $f\in C^2\left([a,b]
ight)$ אזי (הכלל לקירוב $\sum_{i=0}^nA_if\left(x_i
ight)$ ההיינה $f\in R\left([a,b]
ight)$ תהיינה $f\in R\left([a,b]
ight)$ תהיינה ביא של $f\in R\left([a,b]
ight)$ היינה של לקירוב ביא של לאיי (הכלל לענה ביא של לאיי (הכלל לענה ביא של לאיי (הכלל לענה ביא של לאיי (ביא של לאירוב ביא של לאיי (ביא (ביא של לאיי (ביא של

 $\sum_{i=0}^n A_i f\left(x_i
ight)$ אזי והכלל $x_0 \dots x_n \in [a,b]$ ותהיינה ותהיינה $w \geq 0$ באשר באשר היינה $x_0 \dots x_n \in [a,b]$ אזי והכלל

.($A_{i}=\int_{a}^{b}\ell_{i}\left(x\right)w\left(x\right)\mathrm{d}x$ בעל סדר דיוק אלגברי של לפחות אלגברי של לפחות בעל סדר דיוק אלגברי לפחות בעל סדר דיוק אלגברי לפחות היים לפחות אלגברי לפחות היים בעל סדר דיוק אלגברי של לפחות היים לפחות אלגברי של לפחות היים לפחות אלגברי של לפחות היים אלגברי של היים אלגברי של לפחות היים אלגברי של היי

 $E\left(\int_a^bf
ight)=-\left(rac{b-a}{2}
ight)^5\cdotrac{f^{(4)}(\xi)}{90}$ הינה כלל סימפסון הינה $\xi\in(a,b)$ אזי קיים $\xi\in(a,b)$ אזי אינטגרל: תהא $f\in C^4\left([a,b]
ight)$ ותהא $f\in C^2\left([a,b]
ight)$ אזי הטרפז המורכב לקירוב אינטגרל: תהא $f\in C^2\left([a,b]
ight)$ ותהא

 $\int_a^b p\left(x
ight)\mathrm{d}x = \sum_{i=0}^n A_i p\left(x_i
ight)$ אינטגרל בעל סדר דיוק אלגברי של לפחות

.3 טענה: תהא דיוק אלגברי אזי כלל סימפסון אזי לל $f \in C\left([a,b]
ight)$ אהי טענה: תהא

 $.rac{b-a}{6}\left(f\left(a
ight)+4f\left(rac{a+b}{2}
ight)+f\left(b
ight)
ight)$ אזי $f\in C\left([a,b]
ight)$ תהא תהא לקירוב אינטגרל: תהא

```
\|A\|_{\infty}=\max_{i\in[n]}\sum_{j=1}^{n}|a_{i,j}| אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) טענה: תהא
                                                                                                                                            \|A\|_1=\max_{j\in[n]}\sum_{i=1}^n|a_{i,j}| אזי A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight) טענה: תהא
                                                     m\cdot\eta\left(A
ight)\leq
u\left(A
ight)\leq M\cdot\eta\left(A
ight) עבורם m,M>0 נורמות אזי קיימים 
u,\eta:\mathbb{R}^{n}	o\mathbb{R}
                                                                                                  \operatorname{spec}\left(A
ight)=\{\lambda\in\mathbb{R}\mid A שלי ע"ע של \lambda\} אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) מפקטורם של מטריצה: תהא

ho\left(A
ight)=\max_{\lambda\in\operatorname{spec}(A)}|\lambda| אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) תהא רדיוס ספקטראלי: תהא

ho\left(A
ight)\leq
u\left(A
ight) אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) נורמה ותהא 
u:\mathbb{R}^{n}
ightarrow\mathbb{R} אזי 
u:\mathbb{R}^{n}
ightarrow\mathbb{R}
                                                                                                                                                                            .
u\left(I
ight)=1 נורמה אזי 
u:\mathbb{R}^{n}
ightarrow\mathbb{R} טענה: תהא
                                                                    . מטקנה: הפונקציה f\left(A
ight)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left|a_{i,j}\right| המוגדרת f:M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)
ightarrow\mathbb{R} אינה נורמה משרית.
                                                                     .
u\left(A
ight)\leq
ho\left(A
ight)+arepsilon עבורה 
u:\mathbb{R}^{n}	o\mathbb{R} אזי קיימת נורמה A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) ותהא arepsilon>0 ותהא
                  A=x-x אזי A	ilde{x}=b+r וכן A=a=b באשר בשר A=b ותהיינה A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight) אזי A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight) אזי
                                                                  Ae=r אזי A	ilde{x}=b+r וכן Ax=b באשר באשר Ar=b ותהיינה A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight) אזי A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)
                   מסקנה: תהא \|\cdot\| נורמה מושרית תהא A=b+r הפיכה ותהיינה A,x=b+r באשר באשר A,x=b+r וכן A,x=b+r אזי \|\cdot\| נורמה מושרית תהא
                                                                                                                                                                                                                               ||b|| \le ||A|| \, ||x|| \bullet
                                                                                                                                                                                                                        ||x|| \le ||A^{-1}|| \, ||b|| \bullet
                                                                                                                                                                                                                               ||r|| < ||A|| \, ||e|| \bullet
                                                                                                                                                                                                                        .\|e\| \leq \left\|A^{-1}\right\| \|r\| \ \bullet
                      Ax=b+r טענה: תהא \|\cdot\| נורמה מושרית תהא A\in M_n(\mathbb{R}) הפיכה ותהיינה \|\cdot\| באשר באשר Ax=b+r וכן
\cdot \frac{1}{\|A\|} \le \frac{\|e\|}{\|r\|} \le \|A^{-1}\| • \cdot \frac{1}{\|A^{-1}\|} \le \frac{\|b\|}{\|r\|} \le \|A\| • \cdot \frac{1}{\|A^{-1}\|} \le \frac{\|b\|}{\|x\|} \le \|A\| • מסקנה: תהא \|\cdot\| נורמה מושרית תהא A\tilde{x} = b + r הפיכה ותהיינה b, r, x, \tilde{x} \in \mathbb{R}^n אזי
                                                            \cdot \frac{1}{\|A\|\|A^{-1}\|} \leq \frac{\|e\|}{\|r\|} \cdot \frac{\|b\|}{\|x\|} \leq \|A\| \|A^{-1}\| .cond (A) = \|A\| \|A^{-1}\| \|A^{-1}\| אזי A \in M_n(\mathbb{R}) אוורמה מושרית ותהא \|\cdot\| נורמה מטריצה: תהא
וכן Ax=b באשר b,r,x,	ilde{x}\in\mathbb{R}^n הפיכה ותהיינה A\in M_n\left(\mathbb{R}\right) בורמה מושרית תהא וורמה מושרית תהא
                                                                                                                                                                                                                                            אזי A\tilde{x} = b + r
                                                                                                                                                                                                                                     .\delta\left(x\right) = \frac{\|e\|}{\|x\|} \bullet.\delta\left(b\right) = \frac{\|r\|}{\|b\|} \bullet
טענה: תהא A	ilde{x}=b+r וכן Ax=b וכן הפיכה ותהיינה אזיי Ax=b+r נורמה מושרית תהא Ax=b+r הפיכה ותהיינה Ax=b+r באשר
                                                                                                                                                                                                        .\delta\left(x\right) \in \left[\frac{\delta\left(b\right)}{\operatorname{cond}\left(A\right)}, \operatorname{cond}\left(A\right)\delta\left(b\right)\right]
                                                                                    \operatorname{cond}\left(A
ight)\geq\left|rac{\max\operatorname{spec}(A)}{\min\operatorname{spec}(A)}
ight| נורמה מושרית ותהא A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) הפיכה אזי\|\cdot\| נורמה מושרית ותהא
                                                                                                                      \operatorname{cond}\left(A
ight)\geq 1 אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight) מסקנה: תהא \left\Vert \cdot 
ight
vert נורמה מושרית ותהא
                          \operatorname{cond}\left(A
ight)\geq \frac{\|A\|}{\|A-B\|} אזי A
eq B נורמה מושרית ותהיינה A,B\in M_n\left(\mathbb{R}
ight) באשר באשר וכן \|\cdot\| נורמה מושרית ותהיינה ותהיינה וכן
                                                           \operatorname{acond}(A) = \max\left\{ \frac{\|A\|}{\|A-B\|} \ \middle| \det(B) = 0 \right\} אאי A \in M_n\left(\mathbb{R}\right) אור מורמה מושרית נורמה מושרית ותהא A \in M_n\left(\mathbb{R}\right) אאי A \in M_n\left(\mathbb{R}\right) נורמה מושרית ותהא נורמה A \in M_n\left(\mathbb{R}\right) אאי A \in M_n\left(\mathbb{R}\right) נורמה מושרית ותהא ותהא A \in M_n\left(\mathbb{R}\right) איז נורמה מושרית ותהא ותהא ותהא
וכן A	ilde{x}=b+r וכן Ax=b וכן של אויע של Ax=b וכן Ax=b 
                                                                                                                   .\delta\left(x
ight)=\left|rac{\max\operatorname{spec}(A)}{\min\operatorname{spec}(A)}
ight|\cdot\delta\left(b
ight) איז \min\operatorname{spec}\left(A
ight) וכך r ו"ע של \max\operatorname{spec}\left(A
ight)
                                                                     (AB) \leq \mathrm{cond}\,(A) \cdot \mathrm{cond}\,(B) אזי A,B \in M_n\,(\mathbb{R}) טענה: תהא \|\cdot\| נורמה מושרית ותהיינה
    .e=	ilde{x}-x אאי (A+R)\,	ilde{x}=b וכן Ax=b באשר בשר b,x,	ilde{x}\in\mathbb{R}^n איז A,R\in M_n\left(\mathbb{R}
ight) אאי
                                             Ae=-R	ilde{x} אזי אוי (A+R)\,	ilde{x}=b וכן Ax=b באשר באשר b,x,	ilde{x}\in\mathbb{R}^n ותהיינה
(A+R)\,	ilde x=b וכן Ax=b באשר b,x,	ilde x\in\mathbb{R}^n והפיכה ותהיינה A,R\in M_n\,(\mathbb{R}) וכן Ax=b וכן b,x,	ilde x\in\mathbb{R}^n וביכה ותהיינה ווכן A
                                                                                                                                                                                                                  ||e|| \le ||A^{-1}|| \, ||R|| \, ||\tilde{x}|| אזי
(A+R)\,	ilde x=b וכן Ax=b באשר b,x,	ilde x\in\mathbb{R}^n באשר A הפיכה ותהיינה A,R\in M_n\,(\mathbb{R}) וכן Ax=b וכן נורמה מושרית תהיינה
                                                                                                                                                                                                                     \|e\| \cdot \|A\| \le \operatorname{cond}(A) איי
```

 $u\left(A\cdot B\right)\leq
u\left(A\right)\cdot
u\left(B\right)$ אזי $A,B\in M_{n}\left(\mathbb{R}\right)$ נורמה ותהיינה $u:\mathbb{R}^{n} o\mathbb{R}$ אזי $u:\mathbb{R}^{n} o\mathbb{R}$

 $(A+R)\, ilde{x}=b+r$ וכן Ax=b באשר בא $b,r,x, ilde{x}\in\mathbb{R}^n$ ותהיינה $A,R\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ ותהיינה

וכן Ax=b באשר $b,r,x, ilde{x}\in\mathbb{R}^n$ משפט: תהא $\|\cdot\|$ נורמה מושרית תהיינה $A,R\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ באשר $\|e\| \le \frac{\operatorname{cond}(A)}{1-\operatorname{cond}(A)\left(\frac{\|B\|}{\|A\|}\right)} \left(\frac{\|B\|}{\|A\|} + \frac{\|r\|}{\|b\|}\right)$ אא $\|B\| \le \frac{1}{\|A^{-1}\|}$ וכך (A+R) $\tilde{x} = b+r$

 $\mathcal{O}\left(n^{2}
ight)$ משולשית עליונה והפיכה אזי אלגוריתם גאוס לדירוג בעל סיבוכיות משולשית עליונה והפיכה אזי אלגוריתם אוס $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)$

 $\mathcal{O}\left(n^3
ight)$ טענה: תהא $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ הפיכה אזי אלגוריתם גאוס לדירוג בעל סיבוכיות זמן

1 משפט פירוק עליונה וכן L משולשית משולשית עליונה עם באשר L באשר L משפט הפיכה אזי קיימות הפיכה אזי קיימות באשר L באשר אוליונה וכן L משפט הפיכה אזי קיימות A=LU על האלכסון הראשי עבורן

. סימון: תהא המעקבלת אזי ע $M_A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ המטריצה המשולשית העליונה הראשונה אזי אזי באלגוריתם המטריצה $U_A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ הפיכה אזי

i>j באשר $(L_A)_{i,j}=rac{(U_A)_{i,j}}{(U_A)_{j,j}}$ המוגדרת המוגדרת הפיכה אזי $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ באשר באשר אוי רבים ווא המוגדרת הא

A של LU פירוק L_A,U_A אזי אזי $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ של

 $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ תהא הפיכה הצרה הצרה הפיכה אלגוריתם אוס עם הצרה חלקית:

משפט פירוק וכן R משולשית עליונה עבורן באשר $Q,R\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ הפיכה אזי קיימות אורתוגונלית וכן $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ הפיכה אזי קיימות A = QR

A של QR פירוק Q_A,R_A אזי הפיכה $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ של

. מענה: הסטנדרטית המושרית בנורמה cond (Q)=1 אורתוגונלית אזי אורתוגונלית אזי $Q\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$

 $.r_i = \sum_{j \in [n] \setminus \{i\}} ig|(A)_{i,j}$ איז $i \in [n]$ ויהי $A \in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ סימון: תהא

 $\left|\lambda-(A)_{i,i}
ight|\leq r_{i}$ עבורו עבורן $i\in[n]$ קיים $\lambda\in\mathrm{spec}\left(A
ight)$ אזי לכל $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)$ עבורו

אזי $\lambda\in\operatorname{spec}\left(A\right)$ ויהי ווא $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}\right)$ אזי $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}\right)$ ויהי ווו $i\in[n]\left(\left|\left(A\right)_{i,i}-r_{i}\right|\right)\leq\left|\lambda\right|\leq\rho\left(A\right)\leq\max_{i\in[n]}\left(\left|\left(A\right)_{i,i}-r_{i}\right|\right)=\|A\|_{\infty}$

 $\left.\left|\left(A
ight)_{i,i}
ight|>r_{i}$ מתקיים $i\in\left[n
ight]$ מטריצה בעלת אלכסון דומיננטי בשורות: מטריצה מטריצה $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)$ מטריצה בעלת אלכסון א

. הפיכה A אזי אזי בשורות אזי בעלת אלכסון בעלת אזי $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ הפיכה

. הפיכה $c\left(A-I\right)$ אזי $c\in\mathbb{R}\backslash\left\{0\right\}$ ויהי $ho\left(A\right)<1$ באשר $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ אזי $\sigma\left(x
ho\left(x
ight)=rac{x^TAx}{x^Tx}$ המוגדרת $\sigma:\mathbb{R}^n\backslash\left\{0\right\} o\mathbb{R}$ אזי $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ המוגדרת

 $\sigma(v)=\lambda$ יהי λ אזי של $v\in\mathbb{R}^n\setminus\{0\}$ ויהי $\lambda\in\mathrm{spec}\,(A)$ יהי $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ יהי טענה: תהא

 $\sigma(v) = v^T A v$ אזי $v \in \mathbb{S}^{n-1}$ ויהי $A \in M_n(\mathbb{R})$ אטנה: תהא

יהיו $v_1\dots v_m\in\mathbb{R}^n$ יהיו $|\lambda_1|>|\lambda_2|$ באשר איטת החזקה: יהיו $|\lambda_1|>|\lambda_2|$ באשר איטת החזקה: יהיו באשר באשר אור לכל לכל ואיי לכל לכל יהיו $i\in[m]$ אכל λ_i וויע של v_i ווייע איז מקסימלית אבורה $v_1\ldots v_m$ עבורה עבורה עבורה $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ ותהא וויע של הכל $C_1\ldots C_m\in\mathbb{R}$

 $. {\lim}_{k \to \infty} \sigma \left(A^k \cdot (\sum_{i=1}^m C_i v_i) \right) = \lambda_1 \quad \bullet$ $. k \in \mathbb{N} \quad |\sigma \left(A^k \cdot (\sum_{i=1}^m C_i v_i) \right) - \lambda_1| \le \alpha \cdot \left| \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right|^k$ לכל $\alpha \in \mathbb{R} \quad \varphi \in \mathbb{R} \quad \bullet$

 $a_i \cdot k \in \mathbb{N}$ לכל $\left|\sigma\left(A^k \cdot (\sum_{i=1}^m C_i v_i)
ight) - \lambda_1
ight| \leq lpha \cdot \left|rac{\lambda_2}{\lambda_1}
ight|^{2k}$ לכל $lpha \in \mathbb{R}$ אם A סימטרית אזי קיים $lpha \in \mathbb{R}$ עבורו

 $i\in[m]$ אני λ_i אני ו v_i באשר v_i באשר v_i ותהא $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ עבורה עבורה v_i קבוצת ו"ע בת"ל מקסימלית וכן ו"ע של $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ ותהא $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ ותהא $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ וווא איי וווא $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ וווא $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ איי עם ו"ע $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ איי איי עם החזקה ההפוכה: תהא $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ יהי $A\in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ איי איי

 $(A - \mu I)^{-1} v = \frac{1}{\sqrt{\mu}} v$