

**טופולוגיה:** תהא  $X$  קבוצה אזי  $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}(X)$  המקיימת

$$\bullet X, \emptyset \in \mathcal{T}$$

$$\bullet \text{תהיינה } \mathcal{T} \subseteq \{\mathcal{U}\}_{\alpha \in \Lambda} \text{ אזי } \bigcup_{\alpha \in \Lambda} \mathcal{U}_\alpha \in \mathcal{T}$$

$$\bullet \text{תהיינה } \mathcal{T} \subseteq \{\mathcal{U}_i\}_{i=1}^n \text{ אזי } \bigcap_{i=1}^n \mathcal{U}_i \in \mathcal{T}$$

**מרחב טופולוגי (מ"ט):** תהא  $X$  קבוצה ותהא  $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}(X)$  טופולוגיה על  $X$  אזי  $(X, \mathcal{T})$ .

**קבוצה פתוחה:** יהי  $(X, \mathcal{T})$  מרחב טופולוגיה אזי  $\mathcal{U} \subseteq X$  המקיימת  $\mathcal{U} \in \mathcal{T}$ .

**קבוצה סגורה:** יהי  $(X, \mathcal{T})$  מרחב טופולוגיה אזי  $E \subseteq X$  המקיימת  $X \setminus E \in \mathcal{T}$ .

**טענה:** תהא  $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}(X)$  עבורה  $X, \emptyset \in \mathcal{T}$  וכן  $(\bigcup_{\alpha \in \Lambda} \mathcal{U}_\alpha \in \mathcal{T}) \iff \forall \{\mathcal{U}\}_{\alpha \in \Lambda} \subseteq \mathcal{T}$  אזי  $(\mathcal{T}$  טופולוגיה)  $\iff$  (לכל  $\mathcal{U}, \mathcal{V} \in \mathcal{T}$  מתקיים  $\mathcal{U} \cap \mathcal{V} \in \mathcal{T}$ ).

**הטופולוגיה הטריטוראלית:** תהא  $X$  קבוצה אזי  $\{X, \emptyset\}$ .

**הטופולוגיה הבדידה/הדיסקרטית:** תהא  $X$  קבוצה אזי  $\mathcal{P}(X)$ .

**הטופולוגיה המושרית ממרחב מטרי:** יהי  $(X, \rho)$  מרחב מטרי אזי  $\{\mathcal{O} \subseteq X \mid \forall x \in \mathcal{O}. \exists r > 0. B_r(x) \subseteq \mathcal{O}\}$ .

**הטופולוגיה הקו-סופית:** תהא  $X$  קבוצה אזי  $\{\emptyset\} \cup \{A \subseteq X \mid |X \setminus A| < \aleph_0\}$ .

**משפט:** יהי  $(X, \mathcal{T})$  מ"ט ויהי  $\mathcal{C} = \{E \subseteq X \mid X \setminus E \in \mathcal{T}\}$  אזי

$$\bullet X, \emptyset \in \mathcal{C}$$

$$\bullet \text{תהיינה } \mathcal{C} \subseteq \{E\}_{\alpha \in \Lambda} \text{ אזי } \bigcap_{\alpha \in \Lambda} E_\alpha \in \mathcal{T}$$

$$\bullet \text{תהיינה } \mathcal{C} \subseteq \{E_i\}_{i=1}^n \text{ אזי } \bigcup_{i=1}^n E_i \in \mathcal{T}$$

**בסיס לטופולוגיה:** תהא  $X$  קבוצה אזי  $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{P}(X)$  המקיימת

$$\bullet \bigcup \mathcal{B} = X$$

$$\bullet \text{תהיינה } B_1, B_2 \in \mathcal{B} \text{ עבורן } B_1 \cap B_2 \neq \emptyset \text{ ותהא } B_1 \cap B_2 \in \mathcal{B} \text{ אזי קיימת } B_3 \in \mathcal{B} \text{ עבורה } x \in B_3 \text{ וכן } B_3 \subseteq B_1 \cap B_2.$$