הצרנה: הפיכת פסוק מילולי לשפה של צורות מתמטיות.

פסוק יסודי: טענה עצמית שיכולה להיות אמת או שקר.

קשר הדיסיונקציה/או: יהיו A, B פסוקים יסודיים אזי $A \vee B$.

קשר הקוניונקציה/גם: יהיו A, B פסוקים יסודיים אזי $A \wedge B$.

קשר האימפליקציה/גרירה: יהיו A, B פסוקים יסודיים אזי $A \Longrightarrow B$.

קשר השלילה: יהיו A, B פסוקים יסודיים אזי $\neg A$.

פסוק/טענה: יהיו $A_1 \ldots A_n$ פסוקים יסודיים אזי חיבור $A_1 \ldots A_n$ בעזרת קשרים בצורה חוקית.

רישא: יהי $A \Longrightarrow B$ פסוק אזי A.

סיפא: יהי $A \Longrightarrow B$ פסוק אזי B.

השמה: יהיו $A_1 \ldots A_n$ פסוקים יסודיים אזי קביעת ערך True או False לכל אחד מהם.

סימון: יהי A פסוק יסודי ותהא v השמה אזי $v(A) = \text{True}$ אם קבענו כי A מקבל ערך אמת בהשמה v.

סימון: יהי A פסוק יסודי ותהא v השמה אזי $v(A) = \text{False}$ אם קבענו כי A מקבל ערך שקר בהשמה v.

הערה: יהי A פסוק יסודי ותהא v השמה אזי $((v(A) = \text{True}) \wedge (v(A) \neq \text{False})) \vee ((v(A) = \text{False}) \wedge (v(A) \neq \text{True}))$.

טבלת אמת: יהיו A, B פסוקים יסודיים אזי טבלה המסכמת את כל ההשמות האפשריות.

טענה טבלאות אמת של קשרים: יהיו A, B פסוקים יסודיים אזי

A	B	$A \vee B$
True	True	True
True	False	True
False	True	True
False	False	False

A	B	$A \wedge B$
True	True	True
True	False	False
False	True	False
False	False	False

A	B	$A \Longrightarrow B$
True	True	True
True	False	False
False	True	True
False	False	True

A	$\neg A$
True	False
False	True

טענה: יהיו $A_1 \ldots A_n$ פסוקים יסודיים אזי קיימות 2^n השמות עבורם.

הערה: יהיו A, B פסוקים ותהא v השמה $(v(A) = \text{False}) \Longrightarrow (v(A \Longrightarrow B) = \text{True})$.

פסוקים שקולים: יהיו A, B פסוקים נאמר כי $A \equiv B$ אם לכל השמה v מתקיים $v(A) = v(B)$.

טענה: יהיו A, B פסוקים אזי

- $(A \Longrightarrow B) \equiv ((\neg A) \vee B)$.
- $(A \Longrightarrow B) \equiv ((\neg B) \Longrightarrow (\neg A))$.
- $(\neg(\neg A)) \equiv A$.
- $(A \wedge (B \vee C)) \equiv ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$.
- $(A \vee (B \wedge C)) \equiv ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$.
- $(\neg(A \Longrightarrow B)) \equiv (A \wedge (\neg B))$.
- $(A \wedge B) \equiv (B \wedge A)$.
- $(A \vee B) \equiv (B \vee A)$.
- $(A \wedge (B \wedge C)) \equiv ((A \wedge B) \wedge C)$.
- $(A \vee (B \vee C)) \equiv ((A \vee B) \vee C)$.

כללי דה מורגן: יהיו A, B פסוקים אזי

- $(\neg(A \wedge B)) \equiv ((\neg A) \vee (\neg B))$.
- $(\neg(A \vee B)) \equiv ((\neg A) \wedge (\neg B))$.

אם ורק אם (אם"ם): יהיו A, B פסוקים אזי $(A \Longleftrightarrow B) \equiv ((A \Longrightarrow B) \wedge (B \Longrightarrow A))$.

טאוטולוגיה: פסוק A עבורו לכל השמה v מתקיים כי $v(A) = \text{True}$.

סתירה: פסוק A עבורו לכל השמה v מתקיים כי $v(A) = \text{False}$.

מסקנה: יהי A פסוק אזי (A סתירה)$\Longleftrightarrow$($\neg A$ טאוטולוגיה).

טענה: יהי P פסוק אזי $P \Longrightarrow P$ טאוטולוגיה.

טענה: יהי P פסוק אזי $P \vee (\neg P)$ טאוטולוגיה.

פסוק נובע סמנטית: יהיו $\alpha_1 \ldots \alpha_n$ פסוקים אזי פסוק α המקיים כי לכל השמה עבורה $v(\alpha_1) = \ldots = v(\alpha_n) = \text{True}$ מתקיים כי $v(\alpha) = \text{True}$.

פרידיקט n־מקומי: פסוק ב־n משתנים.

כמת קיים: קיים אובייקט שמקיים את הפרידיקט.

סימון: כמת קיים מסומן $\exists$.

כמת לכל: לכל אובייקט מתקיים הפרידיקט.

סימון: כמת לכל מסומן $\forall$.

נוסחה יסודית: יהי p פרידיקט חד־מקומי אזי $\forall x.p(x)$ או $\exists x.p(x)$.

נוסחה: תהיינה $A_1 \ldots A_n$ נוסחאות וטענות יסודיות אזי חיבור $A_1 \ldots A_n$ בעזרת קשרים וכמתים בצורה חוקית.

תחום הכימות/עולם הדיון: קבוצת האובייקטים שמהווים את המקור להצבות של משתנים.

אינטרפרטציה של פרידיקט: תהא p נוסחה ויהי D עולם הדיון אזי השמה מ־D.

סימון: תהא p נוסחה ותהא v השמה מעולם דיון D אם לכל a ב־D מתקיים $p(a)$ אזי $D \models \forall x.p(x)$.

סימון: תהא p נוסחה ותהא v השמה מעולם דיון D אם קיים a ב־D עבורו $p(a)$ אזי $D \models \exists x.p(x)$.

נוסחאות שקולות: יהיו p, q נוסחאות עבורן לכל תחום כימות D מתקיים $D \models (p \Longleftrightarrow q)$.

סימון: יהיו p, q נוסחאות שקולות אזי $p \equiv q$.

טענה: יהיו p, q, φ, ψ נוסחאות אזי

- $(\neg(\exists x.p(x))) \equiv (\forall x.(\neg p(x)))$.
- $(\neg(\forall x.p(x))) \equiv (\exists x.(\neg p(x)))$.
- $(\forall x.\forall y.\varphi(x,y)) \equiv (\forall y.\forall x.\varphi(x,y))$.
- $\exists x.\exists y.\varphi(x,y) \equiv \exists y.\exists x.\varphi(x,y)$.
- $\forall x.(\varphi(x) \wedge \psi(x)) \equiv (\forall x.\varphi(x)) \wedge (\forall y.\psi(y))$.
- $\exists x.(\varphi(x) \vee \psi(x)) \equiv (\exists x.\varphi(x)) \vee (\exists y.\psi(y))$.

הוכחת טענת קיים: $\exists x.P(x)$ נציג x עבורו מתקיים $P(x)$.

הוכחת טענת לכל: $\forall x.P(x)$ נציג עבור x כללי בתחום הכימות.

קיים יחיד: תהא φ נוסחה אזי $(\exists! x.\varphi(x)) \equiv ((\exists x.\varphi(x)) \wedge (\forall x.\forall y.((\varphi(x) \wedge \varphi(y)) \Longrightarrow (x = y))))$.

כתיב יוטא: תהא φ נוסחה עבורה $\exists! x.\phi(x)$ אזי $\phi(\iota x.\phi(x))$ אמת.

הערה: אנו נעבוד מעל מערכת האקסיומות ZFC.

קבוצה: אוסף של איברים ללא חשיבות לסדר וללא חזרות.

שייך: תהא A קבוצה אזי $a \in A$ אם a נמצאת ב־A.

סימון: תהא A קבוצה ויהי a אזי $(a \notin A) \Longleftrightarrow (\neg(a \in A))$.

רישום קבוצה:

- רשימת איברים: $\{a_1, \ldots, a_n\}$ באשר $(a \in \{a_1, \ldots, a_n\}) \Longleftrightarrow ((a = a_1) \vee \ldots \vee (a = a_n))$.
- עקרון ההפרדה: $\{x \in A \mid \phi(x)\}$ באשר $(a \in \{x \in A \mid \phi(x)\}) \Longleftrightarrow ((a \in A) \wedge \phi(a))$.
- עיקון ההחלפה: $\{f(x) \mid x \in A\}$ באשר $(a \in \{f(x) \mid x \in A\}) \Longleftrightarrow (\exists x \in A.f(x) = a)$.

הקבוצה הריקה: $\varnothing = \{\}$.

הטבעיים: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

השלמים החיוביים: $\mathbb{N}_+ = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 0\}$.

הראשוניים: $\mathbb{P} = \{p \in \mathbb{N}_+ \mid \forall n \in \mathbb{N}_+.((1 < n < p) \Longrightarrow n \nmid p)\}$.

השלמים: $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

הרציונליים: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{N}_+\right\}$.

הממשיים: $\mathbb{R} =$"כל המספרים הממשיים".

הממשיים החיוביים: $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.

המרוכבים: $\mathbb{C} = \{a + ib \mid (a \in \mathbb{R}) \wedge (b \in \mathbb{R})\}$.

קטע/אינטרוול: יהיו $a, b \in \mathbb{R}$ באשר $a \leq b$ אזי

- $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$.

- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}\mid a<x\le b\}$.
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x<b\}$.
- $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x\le b\}$.

הכלה: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A\subseteq B)\iff(\forall x((x\in A)\implies(x\in B)))$.

טענה: תהא A קבוצה אזי $\varnothing\subseteq A$.

סימון: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A\nsubseteq B)\iff(\neg(A\subseteq B))$.

מוכל ממש: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A\subset B)\iff((A\subseteq B)\wedge(B\nsubseteq A))$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות אזי $((A\subseteq B)\wedge(B\subseteq C))\implies(A\subseteq C)$.

שיוויון/עקרון האקסטנציונליות: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A=B)\iff(\forall x((x\in A)\iff(x\in B)))$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A=B)\iff(A\subseteq B)\wedge(B\subseteq A)$.

טענה יחידות הקבוצה הריקה: $\forall X(\forall y.y\notin X\implies X=\varnothing)$.

חיתוך: תהיינה A,B קבוצות אזי $A\cap B=\{x\in A\mid x\in B\}$.

איחוד: תהיינה A,B קבוצות אזי $A\cup B=\{x\mid x\in A\vee x\in B\}$.

חיסור: תהיינה A,B קבוצות אזי $A\backslash B=\{x\in A\mid x\notin B\}$.

משלים: תהיינה A,B קבוצות אזי $A^{\mathcal{C}}=\{x\in\mathcal{U}\mid x\notin A\}$.

הפרש סימטרי: תהיינה A,B קבוצות אזי $A\triangle B=(A\backslash B)\cup(B\backslash A)$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות אזי

- $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$.
- $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$.
- $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$.
- $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$.
- $A\cup B=B\cup A$.
- $A\cap B=B\cap A$.
- $(A\cup B)^{\mathcal{C}}=A^{\mathcal{C}}\cap B^{\mathcal{C}}$.
- $(A\cap B)^{\mathcal{C}}=A^{\mathcal{C}}\cup B^{\mathcal{C}}$.

משפט האינדוקציה: יהי $P(x)$ פרידיקט אזי $(P(0)\wedge(\forall n\in\mathbb{N}.P(n)\implies P(n+1)))\implies(\forall n\in\mathbb{N}.P(n))$.

עוצמה: תהא A קבוצה אזי $|A|$ היא כמות האיברים ב־A.

קבוצת החזקה: תהא A קבוצה אזי $\mathcal{P}(A)=\{B\mid B\subseteq A\}$.

הערה: תהא A קבוצה סופית אזי $|\mathcal{P}(A)|=2^{|A|}$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות אזי $(A\subseteq B)\iff(\mathcal{P}(A)\subseteq\mathcal{P}(B))$.

חיתוך מוכלל: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i\in I$ אזי $\bigcap_{i\in I}A_i=\{x\mid\forall i\in I.x\in A_i\}$.

איחוד מוכלל: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i\in I$ אזי $\bigcup_{i\in I}A_i=\{x\mid\exists i\in I.x\in A_i\}$.

סימון: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i\in I$ אזי $\bigcap\{A_i\mid i\in I\}=\bigcap_{i\in I}A_i$.

סימון: תהא I קבוצה ותהא A_i קבוצה לכל $i\in I$ אזי $\bigcup\{A_i\mid i\in I\}=\bigcup_{i\in I}A_i$.

סימון: תהא A_i קבוצה לכל $i\in\mathbb{N}$ אזי $\bigcap_{i=0}^{\infty}A_i=\bigcap_{i\in\mathbb{N}}A_i$.

סימון: תהא A_i קבוצה לכל $i\in\mathbb{N}$ אזי $\bigcup_{i=0}^{\infty}A_i=\bigcup_{i\in\mathbb{N}}A_i$.

ערך שלם תחתון: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $\lfloor x\rfloor=\max(n\in\mathbb{Z}\mid n\le x)$.

ערך שלם עליון: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $\lceil x\rceil=\min(n\in\mathbb{Z}\mid x\le n)$.

משפט: קיימת טענה $\phi(x)$ כך ש־$\{x\mid\phi(x)\}$ איננה קבוצה.

פרדוקס ראסל: הקבוצה $\{x\mid x\notin x\}$ איננה מוגדרת.

מסקנה: קבוצת כל הקבוצות איננה מוגדרת.

זוג סדור: יהיו x,y אזי $\langle x,y\rangle=\{\{x\},\{x,y\}\}$.

טענה: יהיו a,b,c,d אזי $(\langle a,b\rangle=\langle c,d\rangle)\iff((a=c)\wedge(b=d))$.

מכפלה קרטזית: תהיינה A,B קבוצות אזי $A\times B=\{\langle a,b\rangle\mid a\in A\wedge b\in B\}$.

סימון: תהא A קבוצה אזי $A^1=A$.

חזקה: תהא A קבוצה אזי $A^n = A^{n-1} \times A$.

טענה: תהיינה A, B, C קבוצות אזי
- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.
- $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$.

איחוד זר: תהיינה A, B קבוצות עבורן $A \cap B = \varnothing$ אזי $A \uplus B = A \cup B$.

הערה: תהיינה $A_1 \ldots A_n$ קבוצות סופיות אזי $|A_1 \times \ldots \times A_n| = |A_1| \cdot \ldots \cdot |A_n|$.

המישור הממשי: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $\mathbb{R}^n$.

יחס: תהיינה A, B קבוצות אזי $R \subseteq A \times B$.

הגדרה:
- $<_{\mathbb{N}} = \left\{\langle n, m\rangle \in \mathbb{N}^2 \mid \exists k \in \mathbb{N}_+ . n + k = m\right\}$.
- $\leq_{\mathbb{N}} = \left\{\langle n, m\rangle \in \mathbb{N}^2 \mid \exists k \in \mathbb{N} . n + k = m\right\}$.
- $\mathrm{Id}_A = \{\langle n, n\rangle | \in A\}$.

סימון: תהיינה A, B קבוצות תהא $R \subseteq A \times B$ יהי $a \in A$ ויהי $b \in B$ אזי $(aRb) \iff (\langle a, b\rangle \in R)$.

מקור/תחום: יהי $R \subseteq A \times B$ אזי $\mathrm{Dom}(R) = \{a \in A \mid \exists b \in B . aRb\}$.

תמונה: יהי $R \subseteq A \times B$ אזי $\mathrm{Im}(R) = \{b \in B \mid \exists a \in A . aRb\}$.

יחס הופכי: יהי $R \subseteq A \times B$ אזי $R^{-1} = \{\langle b, a\rangle \mid aRb\}$.

טענה: יהי $R \subseteq A \times B$ אזי $\left(R^{-1}\right)^{-1} = R$.

טענה: יהי $R \subseteq A \times B$ אזי $\mathrm{Dom}\left(R^{-1}\right) = \mathrm{Im}(R)$.

הרכבה: יהי $R \subseteq A \times B$ ויהי $S \subseteq B \times C$ אזי $S \circ R = \{\langle a, c\rangle \in A \times C \mid \exists b \in B . aRb \wedge bSc\}$.

טענה: תהא $R \subseteq A \times B$ ותהא $S \subseteq C \times A$ אזי $(R \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ R^{-1}$.

טענה: תהא $R \subseteq A \times B$ אזי $R = R \circ \mathrm{Id}_A$.

טענה: תהא $R \subseteq A \times B$ אזי $R = \mathrm{Id}_B \circ R$.

יחס רפלקסיבי: יחס $R \subseteq A^2$ עבורו $\forall a \in A . aRa$.

יחס סימטרי: יחס $R \subseteq A^2$ עבורו $\forall a, b \in A . aRb \Longrightarrow bRa$.

יחס טרנזיטיבי: יחס $R \subseteq A^2$ עבורו $\forall a, b, c \in A . aRb \wedge bRc \Longrightarrow aRc$.

יחס שקילות: יחס $R \subseteq A^2$ באשר R רפלקסיבי סימטרי וטרנזיטיבי.

מחלק: יהיו $n, m \in \mathbb{Z}$ אזי $(n | m) \iff (\exists k \in \mathbb{Z} . kn = m)$.

משפט חלוקה עם שארית: יהי $n \in \mathbb{Z}$ ויהי $m \in \mathbb{Z} \backslash \{0\}$ אזי קיים ויחיד $r \in \{0, \ldots, m\}$ וקיים ויחיד $q \in \mathbb{Z}$ עבורם $n = m \cdot q + r$.

טענה: יהי $R \subseteq A^2$ אזי
- (R רפלקסיבי)$\iff$($\mathrm{Id}_A \subseteq R$).
- (R סימטרי)$\iff$($R^{-1} = R$).
- (R טרנזיטיבי)$\iff$($R \circ R \subseteq R$).

מחלקת שקילות: יהי $R \subseteq A^2$ יחס שקילות ויהי $x \in A$ אזי $[x]_R = \{y \in A \mid xRy\}$.

קבוצת מנה/מודולו: יהי $R \subseteq A^2$ יחס שקילות אזי $A/R = \{[x]_R \mid x \in A\}$.

טענה: יהי $R \subseteq A^2$ יחס שקילות ויהיו $a, b \in A$ אזי
- $\left([a]_R \cap [b]_R \neq \varnothing\right) \Longrightarrow [a]_R = [b]_R$.
- $aRb \iff b \in [a]_R \iff [a]_R = [b]_R \iff a \in [b]_R \iff bRa$.
- $\neg(aRb) \iff [a]_R \cap [b]_R = \varnothing$.

מערכת נציגים: יהי $R \subseteq A^2$ יחס שקילות אזי $C \subseteq A$ המקיימת $(\forall a, b \in C . [a] \cap [b] = \varnothing) \wedge (\forall a \in A . \exists b \in C . aRb)$.

חלוקה: תהא A קבוצה אזי $\Pi \subseteq \mathcal{P}(A) \backslash \{\varnothing\}$ עבורה $\left(\biguplus \Pi = A\right) \wedge (\forall X, Y \in \Pi . ((X \neq Y) \Longrightarrow (X \cap Y = \varnothing)))$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $k \in \mathbb{N}_+$ תהא $\langle a_1, \ldots, a_k\rangle \in A^k$ ויהי $i \in \{1, \ldots, k\}$ אזי $\left(\langle a_1, \ldots, a_k\rangle\right)_i = a_i$.

סימון: יהי $a \in \mathbb{N}^1$ אזי $\prod_{i=1}^{1} a_i = a_1$.

סימון: יהי $k \in \mathbb{N}_+$ ויהי $a \in \mathbb{N}^k$ אזי $\prod_{i=1}^{k} a_i = \left(\prod_{i=1}^{k-1} a_i\right) \cdot a_k$.

המשפט היסודי של האריתמטיקה: יהי $t \in \mathbb{N}_+$ אזי קיים ויחיד $k \in \mathbb{N}$ וקיים ויחיד $a \in \mathbb{P}^k$ עבורם $\prod_{i=1}^{k} a_i = t$.

משפט: לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים $|\mathbb{P}| \geq n$.

החלוקה המושרית מהיחס: תהא A קבוצה ויהי $R\subseteq A^{2}$ יחס שקילות אזי $\nicefrac{A}{R}$ חלוקה של A.

היחס המושרה מהחלוקה: תהא A קבוצה ותהא Π חלוקה של A אזי $R_{\Pi}=\biguplus_{X\in\Pi}X^{2}$.

טענה: תהא A קבוצה ותהא Π חלוקה של A אזי R_{Π} יחס שקילות מעל A.

משפט: תהא A קבוצה ויהי $S\subseteq A^{2}$ יחס שקילות אזי $R_{\left(\nicefrac{A}{S}\right)}=S$.

משפט: תהא A קבוצה ותהא Π חלוקה של A אזי $\nicefrac{A}{R_{\Pi}}=\Pi$.

יחס מלא: יחס $R\subseteq A\times B$ עבורו $\forall a\in A.\exists b\in B.aRb$.

פונקציה חלקית/יחס חד־ערכי (ח"ע): יחס $R\subseteq A\times B$ עבורו $\forall a\in A.\forall b_{1},b_{2}\in B.\left(\left(\left(aRb_{1}\right)\wedge\left(aRb_{2}\right)\right)\Longrightarrow\left(b_{1}=b_{2}\right)\right)$.

סימון: יהי $f\subseteq A\times B$ יחס חד־ערכי יהי $a\in A$ ויהי $b\in B$ אזי $\left(afb\right)\Longleftrightarrow\left(f\left(a\right)=b\right)$.

פונקציה: יחס $R\subseteq A\times B$ באשר R חד־ערכי ומלא.

הגדרה: תהיינה A,B קבוצות אזי $A\to B=\left\{ f\in\mathcal{P}\left(A\times B\right)\mid f\text{ פונקציה}\right\}$.

סימון: תהיינה A,B קבוצות אזי $A^{B}=A\to B$.

סימון: תהיינה A,B קבוצות אזי ${}^{B}A=A^{B}$.

הערה: תהיינה A,B קבוצות סופיות אזי $\left|A^{B}\right|=\left|A\right|^{\left|B\right|}$.

סימון: תהיינה A,B קבוצות ויהי $f\subseteq A\times B$ יחס אזי $\left(f\in A\to B\right)\Longleftrightarrow\left(f:A\to B\right)$.

כתיב למבדא: תהיינה A,B קבוצות ותהא $f:A\to B$ אזי

- $\left(\lambda x\in A.f\left(x\right)\right)=\left\{ \left\langle x,f\left(x\right)\right\rangle \mid x\in A\right\}$.
- יהי $a\in A$ אזי $\left(\lambda x\in A.f\left(x\right)\right)\left(a\right)=f\left(a\right)$.

שיוויון פונקציות: תהיינה f,g פונקציות אזי $\left(\left(\text{Dom}\left(f\right)=\text{Dom}\left(g\right)\right)\wedge\left(\forall x\in\text{Dom}\left(f\right).f\left(x\right)=g\left(x\right)\right)\right)\Longleftrightarrow\left(f=g\right)$.

תמונה: תהיינה A,B קבוצות תהא $f:A\to B$ יהי $a\in A$ ויהי $b\in B$ באשר $f\left(a\right)=b$ אזי b.

מקור: תהיינה A,B קבוצות תהא $f:A\to B$ יהי $a\in A$ ויהי $b\in B$ באשר $f\left(a\right)=b$ אזי a.

קבוצת התמונות: תהא $f:A\to B$ ותהא $X\subseteq A$ אזי $f\left[X\right]=\left\{ f\left(a\right)\mid a\in X\right\}$.

קבוצת המקורות: תהא $f:A\to B$ ותהא $Y\subseteq B$ אזי $f^{-1}\left[Y\right]=\left\{ a\in A\mid f\left(a\right)\in Y\right\}$.

טווח: תהיינה A,B קבוצות ותהא $f:A\to B$ אזי $\text{Range}\left(f\right)=B$.

סימון: $f\left(a,b\right)=f\left(\left\langle a,b\right\rangle \right)$.

פונקציית curry: תהיינה A,B,C קבוצות אזי $\text{curry}:C^{A\times B}\to\left(C^{B}\right)^{A}$ באשר $\text{curry}=\lambda f\in C^{A\times B}.\lambda a\in A.\lambda b\in A.f\left(\left\langle a,b\right\rangle \right)$.

צמצום: תהא $f:A\to B$ ותהא $X\subseteq A$ אזי $f_{\restriction_{X}}:X\to B$ באשר $f_{\restriction_{X}}=\lambda x\in X.f\left(x\right)$.

משפט: תהא $f\in A\to B$ ותהא $g\in B\to C$ אזי $\forall a\in A.\left(g\circ f\right)\left(a\right)=g\left(f\left(a\right)\right)$.

משפט: תהא $f\in A\to B$ ותהא $g\in B\to C$ אזי $g\circ f:A\to C$.

טענה: תהא $h:A\to B$ תהא $g:B\to C$ ותהא $f:C\to D$ אזי $f\circ\left(g\circ h\right)=\left(f\circ g\right)\circ h$.

פונקציה חד־חד־ערכית (חח"ע): פונקציה $f:A\to B$ עבורה $\forall a_{1},a_{2}.\left(f\left(a_{1}\right)=f\left(a_{2}\right)\right)\Longrightarrow\left(a_{1}=a_{2}\right)$.

פונקציה n־ערכית: פונקציה $f:A\to B$ עבורה $\forall b\in B.\left|f^{-1}\left[\left\{ b\right\} \right]\right|=n$.

פונקציה על: פונקציה $f:A\to B$ עבורה $\forall b\in B.\exists a\in A.f\left(a\right)=b$.

משפט: תהא $f:A\to B$ אזי

- (f חח"ע)$\Longleftrightarrow$(f^{-1} ח"ע).
- (f על)$\Longleftrightarrow$(f^{-1} מלאה).
- (f חח"ע ועל)$\Longleftrightarrow$($f^{-1}:B\to A$).

הפיכות: תהא $f:A\to B$ אזי

- הפיכה משמאל: $\exists g\in B\to A.g\circ f=Id_{A}$.
- הפיכה מימין: $\exists g\in B\to A.f\circ g=Id_{B}$.
- זיווג/הפיכה: f הפיכה מימין וכן הפיכה משמאל.

משפט: תהיינה $A,B\neq\varnothing$ ותהא $f:A\to B$ אזי

- (f חח"ע)$\Longleftrightarrow$(f הפיכה משמאל). אקסיומת הבחירה
- (f על)$\Longleftrightarrow$(f הפיכה מימין). אקסיומת הבחירה

מסקנה: תהיינה $A,B\neq\varnothing$ ותהא $f:A\to B$ אזי (f חח"ע ועל)$\Longleftrightarrow$(f הפיכה). אקסיומת הבחירה

משפט: יהיו $A,B\neq\varnothing$ תהא $f:A\to B$ ותהיינה $g,h:B\to A$ עבורן $g\circ f=\mathrm{Id}_A$ וכן $h\circ f=\mathrm{Id}_A$ וכן $f\circ g=\mathrm{Id}_B$ וכן $f\circ h=\mathrm{Id}_B$ אזי $g=h$.

חלוקה למקרים: תהיינה A,B,C קבוצות יהי q פרידיקט תהא $f:A\to C$ ותהא $g:B\to C$ אזי $h:A\cup B\to C$ עבורה

- לכל $x\in A\cup B$ אם $q\left(x\right)$ אזי $x\in A$ וכן $h\left(x\right)=f\left(x\right)$.
- לכל $x\in A\cup B$ אם $\neg q\left(x\right)$ אזי $x\in B$ וכן $h\left(x\right)=g\left(x\right)$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות יהי q פרידיקט תהא $f:A\to C$ ותהא $g:B\to C$ ותהיינה $h_1,h_2:A\cup B\to C$ חלוקות למקרים אזי $h_1=h_2$.

סימון: תהיינה A,B,C קבוצות יהי q פרידיקט תהא $f:A\to C$ ותהא $g:B\to C$ אזי $\lambda x\in A\cup.\begin{cases}f(x) & q(x)\\ g(x) & \text{else}\end{cases}$ חלוקה למקרים.

חלוקה למקרים: תהיינה $A_1\dots A_n,C$ קבוצות יהיו $q_1\dots q_{n-1}$ פרידיקטים ותהיינה $f_1\dots f_n$ פונקציות באשר $f_i:A_i\to C$ לכל $i\in\left\{1,\dots,n\right\}$ אזי $h:\bigcup_{i=1}^n A_i\to C$ עבורה

- לכל $x\in\bigcup_{i=1}^n A_i$ אם $q_i\left(x\right)\wedge\left(\forall j\in\left\{1,\dots,i-1\right\}.\left(\neg q_j\left(x\right)\right)\right)$ אזי $x\in A_i$ וכן $h\left(x\right)=f_i\left(x\right)$.
- לכל $x\in\bigcup_{i=1}^n A_i$ אם $\forall j\in\left\{1,\dots,n-1\right\}.\left(\neg q_j\left(x\right)\right)$ אזי $x\in A_n$ וכן $h\left(x\right)=f_n\left(x\right)$.

טענה: תהיינה $A_1\dots A_n,C$ קבוצות יהיו $q_1\dots q_{n-1}$ פרידיקטים תהיינה $f_1\dots f_n$ פונקציות באשר $f_i:A_i\to C$ לכל $i\in\left\{1,\dots,n\right\}$ ותהיינה $h_1,h_2:A\cup B\to C$ חלוקות למקרים אזי $h_1=h_2$.

סימון: תהיינה $A_1\dots A_n,C$ קבוצות יהיו $q_1\dots q_{n-1}$ פרידיקטים ותהיינה $f_1\dots f_n$ פונקציות באשר $f_i:A_i\to C$ לכל $i\in\left\{1,\dots,n\right\}$ אזי $\lambda x\in A\cup.\begin{cases}f_1(x) & q_1(x)\\ \vdots & \vdots\\ f_{n-1}(x) & q_{n-1}(x)\\ f_n(x) & \text{else}\end{cases}$ חלוקה למקרים.

הגדרה: תהיינה A,B קבוצות אזי

- $\left(|A|=|B|\right)\Longleftrightarrow$(קיימת $f:A\to B$ הפיכה).
- $\left(|A|\le|B|\right)\Longleftrightarrow$(קיימת $f:A\to B$ חח"ע).

סימון: תהיינה A,B קבוצות אזי

- $\left(|A|\neq|B|\right)\iff\left(\neg\left(|A|=|B|\right)\right)$.
- $\left(|A|<|B|\right)\iff\left(\left(|A|\le|B|\right)\wedge\left(|A|\neq|B|\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה אזי $|A|=|A|$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות עבורן $A\subseteq B$ אזי $|A|\le|B|$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות אזי$\left(|B|=|A|\right)\iff\left(|A|=|B|\right)$.

טענה: תהיינה A,B,C קבוצות עבורן $|A|\le|B|$ וכן $|B|\le|C|$ אזי $|A|\le|C|$.

משפט: תהיינה A,B קבוצות אזי $\left(|A|\le|B|\right)\Longleftrightarrow$(קיימת $f:B\to A$ על). אקסיומת הבחירה

טענה: תהיינה A,A',B,B' קבוצות עבורן $|A|=|A'|$ וכן $|B|=|B'|$ אזי

- $|A\times B|=|A'\times B'|$.
- $|\mathcal{P}\left(A\right)|=|\mathcal{P}\left(A'\right)|$.
- $|A^B|=\left|\left(A'\right)^{B'}\right|$.
- $|A\uplus B|=|A'\uplus B'|$.

משפט קנטור ברנשטיין שרדר (קש"ב): תהיינה A,B קבוצות עבורן $|A|\le|B|$ וכן $|B|\le|A|$ אזי $|A|=|B|$.

סימון: $|\mathbb{N}|=\aleph_0$.

קבוצה בת־מנייה: קבוצה A עבורה $|A|=\aleph_0$.

קבוצה סופית: קבוצה A עבורה $\exists n\in\mathbb{N}.\,|A|=n$.

מסקנה: $|\mathbb{Q}|=|\mathbb{Z}|=|\mathbb{N}^n|=|\mathbb{N}_{even}|=|\mathbb{N}_{odd}|=\aleph_0$.

משפט: תהא A קבוצה אזי

- (A סופית)$\Longleftrightarrow\left(|A|<\aleph_0\right)$.
- (A אינסופית)$\Longleftrightarrow\left(\aleph_0\le|A|\right)$. אקסיומת הבחירה
- (A אינסופית)$\Longleftrightarrow\left(\exists B\subset A.\,|A|=|B|\right)$. אקסיומת הבחירה

מסקנה: יהיו $n,m\in\mathbb{N}$ ותהיינה A,B קבוצות עבורן $|A|=n$ וכן $|B|=m$ אזי

- $\left(|A|\le|B|\right)\iff\left(n\le_{\mathbb{N}}m\right)$.
- $\left(|A|=|B|\right)\iff\left(n=_{\mathbb{N}}m\right)$.

- $(|A|<|B|)\iff(n<_{\mathbb{N}}m)$.

משפט איחוד לכל היותר בן־מנייה של קבוצות לכל היותר בנות־מנייה הוא לכל היותר בן־מנייה: תהא $\mathcal{A}$ קבוצה עבורה $|\mathcal{A}|\le\aleph_0$ וכן $\forall X\in\mathcal{A}.|X|\le\aleph_0$ אזי $|\bigcup\mathcal{A}|\le\aleph_0$. אקסיומת הבחירה

סימון: תהא $\mathbb{F}\subseteq\mathbb{C}$ אזי $\mathbb{F}_n\left[x\right]=\left\{\sum_{i=0}^{n}\alpha_ix^i\mid\forall i\in\mathbb{N}.\alpha_i\in\mathbb{F}\right\}$.

סימון: תהא $\mathbb{F}\subseteq\mathbb{C}$ אזי $\mathbb{F}\left[x\right]=\bigcup_{n=0}^{\infty}\mathbb{F}_n\left[x\right]$.

מספר אלגברי: מספר $a\in\mathbb{R}$ עבורו $\exists p\in\mathbb{Z}\left[x\right].p\left(a\right)=0$.

מסקנה: יהי $q\in\mathbb{Q}$ אזי q מספר אלגברי.

משפט: יהי $p\in\mathbb{R}\left[x\right]$ עבורו $\exists a\in\mathbb{R}.p\left(a\right)\neq0$ אזי $|\{x\in\mathbb{R}\mid p\left(x\right)=0\}|\le\deg\left(p\right)$.

טענה: $|\mathbb{Z}\left[x\right]|=\aleph_0$.

משפט האלכסון של קנטור: $\aleph_0<|\mathbb{N}\to\{0,1\}|$.

סימון: תהא A קבוצה אזי $2^{|A|}=|A\to\{0,1\}|$.

משפט: תהא A קבוצה אזי $2^{|A|}=|\mathcal{P}\left(A\right)|$.

עוצמת הרצף: $|\mathbb{R}|=\aleph=\mathfrak{c}$.

קבוצה מעוצמת הרצף: קבוצה A עבורה $|A|=\aleph$.

משפט: $|\mathbb{N}\to\{0,1\}|=|\mathbb{R}^n|=|\mathcal{P}\left(\mathbb{N}\right)|=\aleph$.

מסקנה: $2^{\aleph_0}=\aleph$.

פונקציית האינדיקטור: תהא A קבוצה אזי $\chi=\lambda A.\lambda B\in\mathcal{P}\left(A\right).\lambda a\in A.\left\{\begin{smallmatrix}1 & a\in B\\ 0 & \text{else}\end{smallmatrix}\right.$.

סימון: תהא A קבוצה ותהא $B\in\mathcal{P}\left(A\right)$ אזי $\chi_B^A=\chi\left(A\right)\left(B\right)$.

סימון: $\mathbb{1}=\chi$.

משפט קנטור: תהא A קבוצה אזי $|A|<|\mathcal{P}\left(A\right)|$.

מסקנה: יש אינסוף עוצמות אינסופיות.

משפט: תהא A קבוצה באשר $\aleph_0\le|A|$ אזי $|A^n|=|A|$.

משפט: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ באשר $a<b$ אזי $|(a,b)|=|[a,b)|=|(a,b]|=|[a,b]|=2^{\aleph_0}$.

השערת הרצף: $\neg\left(\exists a.\aleph_0<a<\aleph\right)$. זוהי לא טענה

משפט: ב־ZFC לא ניתן להוכיח ולא ניתן להפריך את השערת הרצף.

משפט אי השלמות הראשון של גדל: בכל מערכת אקסיומות T אם T מספיק איכותית כדי לתאר את $\mathbb{N}$ אז קיימת טענה α כך ש־T לא מוכיחה את α וגם T לא מוכיחה את $\neg\alpha$.

חשבון עוצמות: תהיינה A,B קבוצות אזי

- $|A|+|B|=|A\times\{0\}\uplus B\times\{1\}|$.
- $|A|\cdot|B|=|A\times B|$.
- $|A|^{|B|}=|B\to A|$.

טענה: תהיינה κ,λ,μ עוצמות אזי

- אסוציטיביות: $\kappa+(\lambda+\mu)=(\kappa+\lambda)+\mu$ וכן $(\kappa\cdot\lambda)\cdot c=\kappa\cdot(\lambda\cdot c)$.
- חילופיות: $\kappa+\lambda=\lambda+\kappa$ וכן $\kappa\cdot\lambda=\lambda\cdot\kappa$.
- חוק הפילוג והקיבוץ: $\kappa\cdot(\lambda+\mu)=\kappa\cdot\lambda+\kappa\cdot\mu$.
- יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $\kappa\cdot n=\sum_{i=1}^{n}\kappa$.

משפט: תהיינה κ,λ,μ,ν עוצמות עבורן $\kappa\le\lambda$ וכן $\mu\le\nu$ אזי

- $\kappa+\mu\le\lambda+\nu$.
- $\kappa\cdot\mu\le\lambda\cdot\nu$.
- $\kappa^\mu\le\lambda^\nu$.

משפט: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי

- $\aleph_0+n=\aleph_0$.
- $\aleph_0\cdot n=\aleph_0$.
- $\aleph+n=\aleph$.
- $\aleph\cdot n=\aleph$.

משפט: תהיינה κ,λ עוצמות אינסופית אזי $\kappa\cdot\lambda=\max\left(\kappa,\lambda\right)$.

משפט: יהיו κ,λ עוצמות אינסופית אזי $\kappa+\lambda=\max\left(\kappa,\lambda\right)$.

מסקנה:

- $\aleph_0+\aleph_0=\aleph_0$.
- $\aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0$.
- $\aleph+\aleph=\aleph$.
- $\aleph\cdot\aleph=\aleph$.
- $\aleph_0+\aleph=\aleph$.
- $\aleph_0\cdot\aleph=\aleph$.

משפט: תהיינה κ,λ,μ עוצמות אזי

- $\kappa^{\lambda+\mu}=\kappa^\lambda\cdot\kappa^\mu$.
- $\left(\kappa^\lambda\right)^\mu=\kappa^{\lambda\cdot\mu}$.
- $\left(\kappa\cdot\lambda\right)^\mu=\kappa^\mu\cdot\lambda^\mu$.

מסקנה: תהא κ עוצמה באשר $\kappa\geq\aleph_0$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\kappa+n=\kappa$.

מסקנה: $|\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}|=\aleph$.

מסקנה: $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ צפופה ב־$\mathbb{R}$.

יחס אנטי סימטרי חלש: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.\left(\left(aRb\wedge bRa\right)\Longrightarrow\left(a=b\right)\right)$.

יחס אנטי סימטרי חזק: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.\left(aRb\Longrightarrow\left(\neg bRa\right)\right)$.

יחס אנטי רפלקסיבי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a\in A.\left(\neg aRa\right)$.

יחס סדר חלש: יחס $R\subseteq A^2$ באשר R רפלקסיבי אנטי סימטרי חלש וטרנזיטיבי.

יחס סדר חזק: יחס $R\subseteq A^2$ באשר R אנטי רפלקסיבי אנטי סימטרי חזק וטרנזיטיבי.

טענה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס אזי (R אנטי סימטרי חזק)$\Longleftrightarrow$(R אנטי סימטרי חלש אנטי רפלקסיבי).

מסקנה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס סדר חזק אזי $R\cup\mathrm{Id}_A$ יחס סדר חלש.

מסקנה: יהי $R\subseteq A^2$ יחס סדר חלש אזי $R\backslash\mathrm{Id}_A$ יחס סדר חזק.

הערה: תהא A קבוצה ויהי $R\subseteq A^2$ יחס אזי $\langle A,R\rangle$ מסמן את היחס R על A.

היחס המילוני: תהא A קבוצה יהי $\prec$ יחס סדר חזק על A ויהיו $x,y,z,w\in A$ אזי $\left(\langle x,y\rangle\prec_{\mathrm{Lex}}\langle z,w\rangle\right)\Longleftrightarrow\left(\left(x\prec z\right)\vee\left(\left(x=z\right)\wedge\left(y\prec w\right)\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה ויהי $\prec$ יחס סדר חזק על A אזי $\prec_{\mathrm{Lex}}$ יחס סדר חזק.

יחס השליטה בכל מקום: תהיינה $f,g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי $\left(f\leq g\right)\Longleftrightarrow\left(\forall n\in\mathbb{N}.f\left(n\right)\leq g\left(n\right)\right)$.

טענה: $\langle\mathbb{N}\to\mathbb{N},\leq\rangle$ יחס סדר חלש.

יחס השליטה כמעט בכל מקום: תהיינה $f,g:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ אזי $\left(f<^* g\right)\Longleftrightarrow\left(\exists N\in\mathbb{N}.\forall n\geq N.f\left(n\right)<g\left(n\right)\right)$.

טענה: $\langle\mathbb{N}\to\mathbb{N},<^*\rangle$ יחס סדר חזק.

יחס קווי/טוטלי/לינארי: יחס $R\subseteq A^2$ עבורו $\forall a,b\in A.\left(\left(aRb\right)\vee\left(bRa\right)\vee\left(a=b\right)\right)$.

איבר מקסימלי/מירבי: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left(\left(\neg\left(xRy\right)\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

מקסימום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left(\left(yRx\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ מקסימומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ המקסימום של X אזי $\max_R\left(X\right)=x$.

איבר מינימלי: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left(\left(\neg\left(yRx\right)\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

מינימום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $x\in X$ עבורו $\forall y\in X.\left(\left(xRy\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ מינימומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ המינימום של X אזי $\min_R\left(X\right)=x$.

חסם עליון/מלעיל: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ עבורו $\forall x\in X.\left(\left(yRa\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

סופרמום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ חסם מלעיל של X עבורו לכל $b\in A$ חסם מלעיל מתקיים $\left(aRb\right)\vee\left(a=b\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^2$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ סופרמומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ הסופרמום של X אזי $\sup_{R}\left(X\right)=x$.

חסם תחתון/מלרע: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ עבורו $\forall x\in X.\left(\left(aRy\right)\vee\left(y=x\right)\right)$.

אינפימום: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ חסם מלרע של X עבורו לכל $b\in A$ חסם מלרע מתקיים $\left(bRa\right)\vee\left(a=b\right)$.

טענה: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהיו $x,y\in X$ אינפימומים של X אזי $x=y$.

סימון: תהא A קבוצה יהי $R\subseteq A^{2}$ יחס תהא $X\subseteq A$ ויהי $x\in X$ האינפימום של X אזי $\inf_{R}\left(X\right)=x$.

משפט שלמות הממשיים: תהא $X\subseteq\mathbb{R}$ באשר $X\neq\varnothing$ אזי

- (קיים ל־X חסם מלעיל)$\Longleftarrow$(קיים ל־X סופרמום).
- (קיים ל־X חסם מלרע)$\Longleftarrow$(קיים ל־X אינפימום).

הומומורפיזם/פונקציה שומרת סדר: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle$ יחסים אזי פונקציה $f:A\to B$ עבורה $\forall a,b\in A.\left(\left(aRb\right)\Longleftrightarrow\left(f\left(a\right)Sf\left(b\right)\right)\right)$.

טענה: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle ,\left\langle C,T\right\rangle$ יחסים תהא $f:A\to B$ פונקציה שומרת סדר ותהא $g:B\to C$ פונקציה שומרת סדר אזי $g\circ f$ פונקציה שומרת סדר.

איזומורפיזם: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle$ יחסים אזי פונקציה $f:A\to B$ באשר f הומומורפיזם וזיווג.

סימון: יהיו $\left\langle A,R\right\rangle ,\left\langle B,S\right\rangle$ יחסים עבום קיים איזומורפיזם $f:A\to B$ אזי $\left\langle A,R\right\rangle \cong\left\langle B,S\right\rangle$.

יחס סדר טוב: יחס $\left\langle A,R\right\rangle$ עבורו R יחס סדר חזק קווי וכן לכל $\varnothing\neq X\subseteq A$ קיים מינימום.

אינדוקציה טרנספיניטית: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב ויהי $P\left(x\right)$ פרדיקט אזי $\left(P\left(\min\left(A\right)\right)\wedge\left(\forall a,b\in A.\left(P\left(a\right)\wedge aRb\right)\Longrightarrow P\left(b\right)\right)\right)\Longrightarrow\left(\forall a\in A.P\left(a\right)\right)$.

קבוצה טרנזיטיבית: קבוצה A עבורה $\forall B\in A.\forall x\in B.x\in A$.

סודר: קבוצה α עבורה α טרנזיטיביות וכן $\left\langle \alpha,\in\right\rangle$ יחס סדר טוב.

סודר עוקב: יהי α סודר אזי $S\left(\alpha\right)=\alpha\cup\left\{ \alpha\right\}$.

טענה: יהי α סודר אזי $S\left(\alpha\right)$ סודר.

מסקנה: יהי α סודר אזי $\alpha\in S\left(\alpha\right)$.

סודר גבולי: סודר α עבורו לכל סודר β מתקיים $S\left(\beta\right)\neq\alpha$.

סימון: $0=\varnothing$.

סימון: $n+1=S\left(n\right)$.

סודר סופי: סודר α עבורו קיים $n\in\mathbb{N}$ המקיים $\alpha=n$.

סימון: $\omega=\mathbb{N}$.

טענה: ω סודר גבולי.

טיפוס סדר: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב אזי סודר α עבורו $\left\langle \alpha,\in\right\rangle \cong\left\langle A,R\right\rangle$.

טענה: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב ויהיו α,β טיפוסי סדר אזי $\left\langle \alpha,\in\right\rangle \cong\left\langle \beta,\in\right\rangle$.

סימון: יהי $\left\langle A,R\right\rangle$ יחס סדר טוב אזי טיפוס הסדר של $\left\langle A,R\right\rangle$ הוא $\mathrm{ord}\left(A,R\right)$.

טענה: תהא A קבוצה של סודרים אזי $\bigcap A$ סודר.

טענה: תהא A קבוצה של סודרים אזי $\min_{\subseteq}\left(A\right)=\bigcap A$.

עוצמה: תהא A קבוצה אזי $\left|A\right|=\min_{\subseteq}\left\{ \mathrm{ord}\left(A,R\right)\mid A\text{ יחס סדר טוב על }R\right\}$.

הגדרה אקסיומת הבחירה: $\forall A.\left(\forall X\in A.X\neq\varnothing\right)\Longrightarrow\left(\exists F:A\to\bigcup A.\forall X\in A.F\left(X\right)\in X\right)$. זוהי לא טענה

הגדרה עיקרון הסדר הטוב: לכל קבוצה A קיים סדר טוב R על A. זוהי לא טענה

קבוצות חופפות בחלקים: קבוצות $X,Y\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורן קיימות $X_{1},\ldots X_{k},Y_{1},\ldots,Y_{k}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ באשר $X=X_{1}\uplus\ldots\uplus X_{k}$ וכן $Y=Y_{1}\uplus\ldots\uplus Y_{k}$ וקיימות איזומטריות $\varphi_{1},\ldots,\varphi_{k}$ עבורן $\forall1\leq j\leq k.Y_{j}=\varphi_{j}X_{j}$.

הגדרה פרדוקס בנך טרסקי: תהיינה $X,Y\subseteq\mathbb{R}^{n}$ חסומות עבורן $\mathrm{int}\left(X\right),\mathrm{int}\left(Y\right)\neq\varnothing$ אזי X,Y חופפות בחלקים. זוהי לא טענה

טענה: (אקסיומת הבחירה)$\equiv$(עיקרון הסדר הטוב)$\equiv$(פרדוקס בנך טרסקי).

כדור: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ תהא $a\in\mathbb{R}^{n}$ ויהי $r>0$ אזי $B_{r}^{n}\left(a\right)=\left\{ x\in\mathbb{R}^{n}\mid\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i}-a_{i}\right)^{2}<r^{2}\right\}$.

מסקנה: (אקסיומת הבחירה)$\Longleftarrow$($B_{1}^{3}\left(0\right),B_{2}^{3}\left(0\right)$ חופפות בחלקים).

שרשרת: יהי $\left\langle \Sigma,R\right\rangle$ יחס אזי $C\subseteq\Sigma$ עבורה $\left\langle C,R\right\rangle$ יחס לינארי.

הגדרה הלמה של צורן: יהי $\langle \Sigma, R\rangle$ יחס סדר באשר $\Sigma \neq \varnothing$ וכן לכל שרשרת $X \subseteq \Sigma$ יש חסם עליון אזי קיים איבר מקסימלי ב־Σ.
זוהי לא טענה

טענה: (אקסיומת הבחירה)$\equiv$(הלמה של צורן).

מסקנה: (אקסיומת הבחירה)$\Longleftarrow$$(\forall A, B. ((|A| \le |B|) \vee (|B| \le |A|)))$.

סימון: $[n] = \{1, \ldots, n\}$.

עיקרון החיבור: תהיינה $A_1 \ldots A_n$ קבוצות סופיות אזי $|\biguplus_{i=1}^{n} A_i| = \sum_{i=1}^{n} |A_i|$.

עיקרון המשלים: תהיינה A, B קבוצות סופיות באשר $A \subseteq B$ אזי $|A| + |B \backslash A| = |B|$.

עיקרון הכפל: תהיינה $A_1 \ldots A_n$ קבוצות סופיות זרות באשר לכל $i, j \in [n]$ מתקיים $|A_i| = |A_j|$ אזי $|\biguplus_{i=1}^{n} A_i| = n \cdot |A_1|$.

עיקרון הכפל: תהא A קבוצה סופית יהי $R \subseteq A^2$ יחס שקילות עבורו לכל $x, y \in A$ מתקיים $|[x]_R| = |[y]_R|$ אזי $\forall x \in A. (|A| = |[x]_R| \cdot |{}^{A}/{}_{R}|)$.

עיקרון הכפל: תהא A קבוצה סופית תהא $\Pi \subseteq \mathcal{P}(A)$ חלוקה עבורה לכל $X, Y \in \Pi$ מתקיים $|X| = |Y|$ אזי $\forall X \in \Pi. (|A| = |\Pi| \cdot |X|)$.

עיקרון החלוקה/שיקולי סימטריה: תהיינה $A_1 \ldots A_n$ קבוצות סופיות זרות באשר לכל $i, j \in [n]$ מתקיים $|A_i| = |A_j|$ אזי $\frac{|\biguplus_{i=1}^{n} A_i|}{n} = |A_1|$.

תמורה/פרמוטציה: תהא A קבוצה סופית אזי פונקציה $f : A \to A$ חח"ע ועל.

טענה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $|[k] \to [n]| = n^k$.

הערה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי n^k זו ספירה עם חשיבות לסדר ועם חזרה.

עצרת: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $n! = \prod_{k=1}^{n} k$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $|\{f \in [n] \to [n] \mid f \text{ חח"ע ועל}\}| = n!$.

עצרת: תהא A קבוצה אזי $A! = |\{f \in A \to A \mid f \text{ חח"ע ועל}\}|$.

טענה: תהיינה A, B קבוצות עבורן $|A| = |B|$ אזי $A! = B!$.

טענה: $\aleph_0! = \aleph$.

חליפות: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $P(k, n) = |\{f \in [k] \to [n] \mid \text{חח"ע} f\}|$.

טענה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $P(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!}$.

הערה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $P(n, k)$ זו ספירה עם חשיבות לסדר ובלי חזרה.

הגדרה: תהא A קבוצה ויהי $k \in \mathbb{N}$ אזי $\mathcal{P}_k(A) = \{B \in \mathcal{P}(A) \mid |B| = k\}$.

צירופים: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $C(n, k) = |\mathcal{P}_k([n])|$.

מקדם בינומי: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

טענה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $C(n, k) = \binom{n}{k}$.

הערה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $C(n, k)$ זו ספירה בלי חשיבות לסדר ובלי חזרה.

חלוקות: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $S(n, k) = |\{x \in \mathbb{N}^n \mid \sum_{i=1}^{n} x_i = k\}|$.

טענה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $S(n, k) = \binom{k+n-1}{k}$.

הערה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $S(n, k)$ זו ספירה בלי חשיבות לסדר ועם חזרה.

מולטי־קבוצה: תהא A קבוצה ותהא $f : A \to \mathbb{N}_+$ אזי (A, f).

עוצמה של מולטי־קבוצה: תהא (A, f) מולטי־קבוצה אזי $|(A, f)| = |A| \cdot \sum_{a \in A} f(a)$.

סימון: תהא A קבוצה ויהי $k \in \mathbb{N}$ אזי $\mathcal{P}_k^{\text{Multi}}(A) = \{(B, f) \mid (B \subseteq A) \wedge (f : B \to \mathbb{N}_+) \wedge (|(B, f)| = k)\}$.

טענה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $|\mathcal{P}_k^{\text{Multi}}([n])| = S(n, k)$.

הערה סידור עצמים בשורה: כמות האפשרויות לסדר n עצמים בשורה הינה $n!$.

הערב סידור עצמים במעגל: כמות האפשרויות לסדר n עצמים במעגל הינה $(n-1)!$.

הערה בחירה: כמות האפשרויות לבחור k עצמים מתוך n עצמים הינה $\binom{n}{k}$.

הערה חלוקת כדורים לתאים: כמות האפשרויות לחלק k כדורים זהים לתוך n תאים שונים הינה $S(n, k)$.

טענה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ באשר $k \le n$ אזי $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

זהות פסקל: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ ויהי $k \in \mathbb{N}_+$ אזי $k \cdot \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} \cdot n$.

טענה: יהיו $n, k \in \mathbb{N}$ אזי $\binom{n}{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} = \binom{n}{\lceil \frac{n}{2} \rceil}$.

משפט: יהיו $n,k\in\mathbb{N}$ אזי $\binom{n}{k}\le\binom{n}{\lfloor\frac{n}{2}\rfloor}$.

משפט הבינום של ניוטון: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^kb^{n-k}$.

משפט: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $\left|\left\{X\in\mathcal{P}([n]) \mid |X|\in\mathbb{N}_{\text{even}}\right\}\right|=2^{n-1}$.

מסקנה: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $\left|\left\{X\in\mathcal{P}([n]) \mid |X|\in\mathbb{N}_{\text{odd}}\right\}\right|=2^{n-1}$.

מקדם מולטינומי: יהיו $n,k_1\ldots k_\ell\in\mathbb{N}$ באשר $\sum_{i=1}^{\ell}k_i=n$ אזי $\binom{n}{k_1,\ldots,k_\ell}=\frac{n!}{k_1!\cdot\ldots\cdot k_\ell!}$.

אלפבית: עולם הדיון.

טענה: יהיו $\ell,n\in\mathbb{N}$ ויהיו $k_1\ldots k_\ell\in\mathbb{N}$ באשר $\sum_{i=1}^{\ell}k_i=n$ אזי $\binom{n}{k_1,\ldots,k_\ell}=\left\{f:[n]\to[\ell] \mid \forall i\in[\ell].f^{-1}\left[\{i\}\right]=k_i\right\}$.

נוסחת המולטינום: יהיו $\ell,n\in\mathbb{N}$ ויהיו $x_1\ldots x_\ell\in\mathbb{R}$ אזי
$$(x_1+\ldots+x_\ell)^n=\sum_{\substack{k\in\mathbb{N}^\ell\\ \sum_{i=1}^{\ell}k_i=n}}\left(\binom{n}{k_1,\ldots,k_\ell}\prod_{i=1}^{\ell}x_i^{k_i}\right).$$

עצרת נופלת: יהי $r\in\mathbb{R}$ ויהי $k\in\mathbb{N}$ אזי $r^{\underline{k}}=\prod_{i=0}^{k-1}(r-i)$.

מקדם בינומי מוכלל: יהי $\alpha\in\mathbb{R}$ ויהי $k\in\mathbb{N}$ אזי $\binom{\alpha}{k}=\frac{\alpha^{\underline{k}}}{k!}$.

הבינום השלילי: יהיו $x,y,\alpha\in\mathbb{R}$ אזי $(x+y)^\alpha=\sum_{k=0}^{\infty}\binom{\alpha}{k}x^ky^{\alpha-k}$.

טענה: תהיינה A,B קבוצות אזי $|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|$.

נוסחת ההכלה וההדחה: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ ותהיינה $A_1\ldots A_n$ קבוצות אזי $\left|\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right|=\sum_{\varnothing\ne I\subseteq[n]}\left((-1)^{|I|+1}\left|\bigcap_{i\in I}A_i\right|\right)$.

נוסחת ההכלה וההדחה הסימטרית: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ ותהיינה $A_1\ldots A_n$ קבוצות עבורן לכל $k\in[n]$ ולכל $I,J\in\mathcal{P}_k([n])$ מתקיים $\left|\bigcap_{i\in I}A_i\right|=\left|\bigcap_{i\in J}A_i\right|$ אזי $\left|\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right|=\sum_{k=1}^{n}\left((-1)^{k+1}\binom{n}{k}\left|\bigcap_{i=1}^{k}A_i\right|\right)$.

נקודת שבת: תהא A קבוצה ותהא $f:A\to A$ פונקציה אזי $a\in A$ עבורה $f(a)=a$.

משפט: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\left|\{f:[n]\to[n] \mid \text{תמורה } f\}\right|=\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\frac{n!}{k!}$.

עיקרון שובך היונים: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ ותהא $f:[n+1]\to[n]$ אזי קיימים $i,j\in[n+1]$ שונים עבורם $f(i)=f(j)$.

עיקרון שובך היונים המוכלל: יהיו $n,m\in\mathbb{N}_+$ ותהא $f:[m]\to[n]$ אזי קיים $i\in[n]$ עבורו $\left|f^{-1}\left[\{i\}\right]\right|\ge\left\lceil\frac{m}{n}\right\rceil$.

פונקציית מידה: פונקציה $\mu:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}_+$ באשר $\mu(A)$ זה "השטח" של A.

הערה: $\mu\left(\biguplus_{i=1}^{m}A_i\right)=\sum_{i=1}^{m}\mu(A_i)$.

טענה: תהיינה $A,B\subseteq\mathbb{R}^2$ באשר $A\subseteq B$ אזי $\mu(A)\le\mu(B)$.

שובך היונים הגאומטרי: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^2$ ותהיינה $A_1,\ldots,A_m\subseteq A$ קבוצות עבורן $\sum_{i=1}^{m}\mu(A_i)>\mu(A)$ אזי קיימים $i,j\in[m]$ שונים עבורם $A_i\cap A_j\ne\varnothing$.

טענה: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^2$ קבוצה באשר $|A|\le\aleph_0$ אזי $\mu(A)=0$.

טענה: תהא $\mathcal{U}$ קבוצה ותהיינה $A_1\ldots A_n\subseteq\mathcal{U}$ קבוצות אזי $\left|\bigcap_{i=1}^{n}A_i^{\mathcal{C}}\right|=|\mathcal{U}|+\sum_{\varnothing\ne I\subseteq[n]}\left((-1)^{|I|}\left|\bigcap_{i\in I}A_i\right|\right)$.

מספר קטלן: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $C_n=\frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}=\binom{2n}{n}-\binom{2n}{n-1}$.

מסקנה: $C_0=C_1=1$.

סימון: תהיינה A,B קבוצות יהי $k\in\mathbb{N}_+$ תהא $f:A\to B^k$ תהא $i\in[k]$ ויהי $a\in A$ אזי $f_i(a)=(f(a))_i$.

מסלול חוקי על הסריג: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $f:[n]\to\mathbb{N}^2$ עבורו לכל $i\in[n]$ מתקיים כי $f(i+1)\in\left\{\langle f_1(i)+1,f_2(i)\rangle,\langle f_1(i),f_2(i)+1\rangle\right\}$.

מסלולים חוקיים בין נקודות על הסריג: יהיו $a,b\in\mathbb{N}^2$ אזי
$\text{Path}(a,b)=\bigcup_{n=0}^{\infty}\left\{f:[n]\to\mathbb{N}^2 \mid (\text{מסלול חוקי על הסריג } f)\wedge(f(1)=a)\wedge(f(n)=b)\right\}$.

סימון: יהיו $a,b\in\mathbb{N}^2$ אזי $\text{PC}(a,b)=\bigcup_{n=0}^{\infty}\{f\in\text{Path}(a,b) \mid \exists i\in[n].f_1(i)<f_2(i)\}$.

למה: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $\text{Path}(\langle 0,0\rangle,\langle n-1,n+1\rangle)=\text{PC}(\langle 0,0\rangle,\langle n,n\rangle)$.

סימון: יהיו $a,b\in\mathbb{N}^2$ אזי $\text{PB}(a,b)=\bigcup_{n=0}^{\infty}\{f\in\text{Path}(a,b) \mid \forall i\in[n].f_1(i)\ge f_2(i)\}$.

משפט: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $\text{PB}(\langle 0,0\rangle,\langle n,n\rangle)=C_n$.

משפט: $C_n=\sum_{i=1}^{n}(C_{i-1}\cdot C_{n-i})$.

סדרות מאוזנות: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי
$\text{BS}(n)=\left\{f:[2n]\to\{0,1\} \mid \left(\left|f^{-1}\left[\{0\}\right]\right|=\left|f^{-1}\left[\{1\}\right]\right|\right)\wedge\left(\forall k\in[n].\left|\left(f_{\restriction_{[k]}}\right)^{-1}(\{0\})\right|\le\left|\left(f_{\restriction_{[k]}}\right)^{-1}(\{1\})\right|\right)\right\}$.

משפט: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $|\text{BS}(n)|=C_n$.

מצולע קמור: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי $K\subseteq\mathbb{R}^{n}$ עבורו לכל $a,b\in K$ ולכל $t\in[0,1]$ מתקיים כי $ta+(1-t)\,b\in K$.

מצולע קעור: הי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי $K\subseteq\mathbb{R}^{n}$ שאינו קמור.

קבוצת סידון: קבוצה $A\subseteq\mathbb{N}$ עבורה לכל $a,b,c,d\in A$ מתקיים $a+b\neq x+y$.

סימון: אם $f:A\to B$ חח"ע נסמן $f:A\overset{1-1}{\to}B$.

סימון: אם $f:A\to B$ על נסמן $f:A\underset{\text{onto}}{\to}B$.

משפט ארדש סקרש: יהיו $a,b\in\mathbb{N}$ ותהא $f:[a\cdot b+1]\to\mathbb{R}$ חח"ע אזי אחד מהבאים מתקיים

- קיימים $k_{1}<\ldots<k_{a+1}$ כך ש־ $f_{\restriction\{k_{1},\ldots,k_{a+1}\}}$ מונוטונית עולה.
- קיימים $k_{1}<\ldots<k_{b+1}$ כך ש־ $f_{\restriction\{k_{1},\ldots,k_{b+1}\}}$ מונוטונית יורדת.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי $x\in\mathbb{R}\backslash\{1\}$ אזי $\sum_{i=0}^{n}x^{i}=\frac{1-x^{n+1}}{1-x}$.

טענה טור הנדסי: יהי $x\in(-1,1)$ אזי $\sum_{i=0}^{\infty}x^{i}=\frac{1}{1-x}$.

סדרה: פונקציה a המקיימת $\mathrm{Dom}\,(a)=\mathbb{N}$.

סדרה ממשית: פונקציה $a:\mathbb{N}\to\mathbb{R}$.

טור חזקות: תהא a סדרה ממשית אזי $\sum_{n=0}^{\infty}a_{n}x^{n}$.

טור חזקות יוצרת סדרה: יהי $\sum_{n=0}^{\infty}a_{n}x^{n}$ טור חזקות אזי $\lambda n\in\mathbb{N}.a_{n}$.

טענה: יהי $m\in\mathbb{N}$ אזי $\frac{1}{(1-x)^{m}}=\sum_{n=0}^{\infty}S\,(m,n)\,x^{n}$.

הגדרה גזירת טור: יהי $f\,(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_{n}x^{n}$ טור חזקות אזי $f'\,(x)=\sum_{n=1}^{\infty}na_{n}x^{n-1}$.

הגדרה אינטגרציית טור: יהי $f\,(x)=\sum_{n=0}^{\infty}a_{n}x^{n}$ טור חזקות אזי $\int f\,(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_{n}}{n+1}x^{n+1}$.

משפט: יהיו f,g טורים באשר $f\,(x)$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.a_{n}$ וכן $g\,(x)$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.b_{n}$ אזי

- $f\,(x)+g\,(x)$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.a_{n}+b_{n}$.
- $f\,(x)-g\,(x)$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.a_{n}-b_{n}$.
- יהי $c\in\mathbb{R}$ אזי $cf\,(x)$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.c\cdot a_{n}$.
- יהי $m\in\mathbb{N}$ אזי $x^{m}f\,(x)$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\left\{\begin{smallmatrix}0 & n<m\\ a_{n-m} & \text{else}\end{smallmatrix}\right.$.
- $f\,(x)\,g\,(x)$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\sum_{k=0}^{n}a_{k}b_{n-k}$.
- $\frac{f(x)}{1-x}$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\sum_{k=0}^{n}a_{k}$.

טענה: יהיו $\alpha,a,c\in\mathbb{R}$ ויהי $m\in\mathbb{N}$ אזי

- $\lambda x\in\mathbb{R}.x^{m}$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\left\{\begin{smallmatrix}1 & n=m\\ 0 & n\neq m\end{smallmatrix}\right.$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.\frac{1}{1-x}$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.1$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.\frac{1}{1+x}$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\,(-1)^{n}$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.\frac{1}{1-cx}$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.c^{n}$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.\,(1+x)^{\alpha}$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\binom{\alpha}{n}$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.\frac{1}{(1-x)^{\alpha}}$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\binom{\alpha+n-1}{n}$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.\frac{x}{(1-x)^{2}}$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.n$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.\,(-\ln\,(1-x))$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\left\{\begin{smallmatrix}0 & n=0\\ \frac{1}{n} & \text{else}\end{smallmatrix}\right.$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.e^{\alpha x}$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\frac{\alpha^{n}}{n!}$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.\cosh\,(\alpha x)$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\left\{\begin{smallmatrix}\frac{\alpha^{n}}{n!} & n\in\mathbb{N}_{\text{even}}\\ 0 & \text{else}\end{smallmatrix}\right.$.
- $\lambda x\in\mathbb{R}.\sinh\,(\alpha x)$ יוצרת את $\lambda n\in\mathbb{N}.\left\{\begin{smallmatrix}\frac{\alpha^{n}}{n!} & n\in\mathbb{N}_{\text{odd}}\\ 0 & \text{else}\end{smallmatrix}\right.$.

פונקציה רציונלית: יהיו $p,q\in\mathbb{R}\,[x]$ באשר $\exists a\in\mathbb{R}.q\,(a)\neq0$ אזי $\frac{p}{q}$.

פירוק לשברים חלקיים: יהי $P\in\mathbb{C}_{n}\,[x]$ ויהיו $\alpha_{1},\ldots\alpha_{n}\in\mathbb{C}$ אזי $A_{1},\ldots A_{n}$ עבורם $\frac{P(x)}{\prod_{i=1}^{n}(x-\alpha_{i})}=\sum_{i=1}^{n}\frac{A_{i}}{x-\alpha_{i}}$.

פונקציה יוצרת מעריכית: תהא $\lambda n\in\mathbb{N}.a_{n}$ אזי $\sum_{n=0}^{\infty}a_{n}\frac{x^{n}}{n!}$.

כלל/נוסחת נסיגה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי פונקציה $f:\mathbb{R}^{n}\to\mathbb{R}$.

סדרה נוצרת מכלל נסיגה: יהי $n\in\mathbb{N}$ ותהא $f:\mathbb{R}^{i}\to\mathbb{R}$ נוסחת נסיגה אזי סדרה a עבורה לכל $n\geq i$ מתקיים $a_{n}=f\,(a_{n-1},\ldots a_{n-i})$.

עומק הרקורסיה/נוסחאת הנסיגה: יהי $i\in\mathbb{N}$ ותהא $f:\mathbb{R}^{n}\to\mathbb{R}$ נוסחת נסיגה אזי $k\in[n]$ מינימלי עבורו קיימת $g:\mathbb{R}^{k}\to\mathbb{R}$ המקיימת $f\,(x_{1}\ldots x_{n})=g\,(x_{1}\ldots x_{k})$ לכל $x\in\mathbb{R}^{n}$.

הערה: מכאן והלאה נניח כי כל נוסחאות הנסיגה $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ הן מעומק n.

תנאי התחלה: יהי f כלל נסיגה עם עומק $n\in\mathbb{N}$ אזי $p\in\mathbb{R}^n$.

בעיית התחלה: יהי f כלל נסיגה עם עומק $i\in\mathbb{N}$ ויהי $p\in\mathbb{R}^i$ תנאי התחלה אזי סדרה ממשית a עבורה $a_n=p_n$ לכל $n\in[i]$ וכן $a_n=f(a_{n-1},\ldots a_{n-i})$ לכל $n>i$.

סדרת פיבונאצ'י: $F_0=0$ וכן $F_1=1$ וכן $F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$.

נוסחת נסיגה לינארית: נוסחת נסיגה $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ עבורה קיימים $\alpha_1\ldots\alpha_{n+1}\in\mathbb{R}$ המקיימים $f(x)=\left(\sum_{i=1}^n\alpha_ix_i\right)+\alpha_{n+1}$.

נוסחת נסיגה לינארית הומוגנית: נוסחת נסיגה $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ עבורה קיימים $\alpha_1\ldots\alpha_n\in\mathbb{R}$ המקיימים $f(x)=\sum_{i=1}^n\alpha_ix_i$.

הפולינום האופייני: תהא $f:\mathbb{R}^{n-1}\to\mathbb{R}$ נוסחת נסיגה הומוגנית באשר $f(x)=\sum_{i=1}^{n-1}\alpha_ix_i$ אזי $p_f(x)=x^n-\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_ix^i$.

משפט קיום ויחידות פתרון לבעיית נסיגה לינארית הומוגנית: תהא $f:\mathbb{R}^{n-1}\to\mathbb{R}$ נוסחת נסיגה הומוגנית ויהי $p\in\mathbb{R}^{n-1}$ תנאי התחלה אזי קיים ויחיד פתרון לבעיית ההתחלה.

משפט פתרון לבעיית ההתחלה: תהא $f:\mathbb{R}^{i-1}\to\mathbb{R}$ נוסחת נסיגה לינארית הומוגנית ויהיו $\{\beta_1,\ldots,\beta_i\}$ הפתרונות של p_f אזי קיימים $A_1\ldots A_i\in\mathbb{R}$ עבורם $a_n=\sum_{j=1}^iA_j\beta_j^n$ פתרון לבעיית ההתחלה.

הערה: המשפט מלעיל הוא רק כאשר יש i פתרונות שונים ל־p_f.

משפט פתרון לבעיית ההתחלה: תהא $f:\mathbb{R}^{i-1}\to\mathbb{R}$ נוסחת נסיגה לינארית הומוגנית יהיו $\{\beta_1,\ldots,\beta_k\}$ הפתרונות של p_f ויהי $r:[k]\to[i]$ באשר $r(j)$ הריבוי של β_j בפתרונות של p_f אזי קיימים $A_1\ldots A_i\in\mathbb{R}$ עבורם $a_n=\sum_{j=1}^k\sum_{\ell=0}^{r(j)-1}n^\ell A_j\beta_j^n$ פתרון לבעיית ההתחלה.

מסקנה: הסדרה $F_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)$ הינה פתרון לבעיית ההתחלה של סדרת פיבונאצ'י.

יחס הזהב: $\phi=\lim_{n\to\infty}\frac{F_{n+1}}{F_n}$.

טענה: $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

משפט: תהנא $S_0,\ldots,S_k\subseteq\mathbb{N}$ נסמן ב־a_n את מספר הפתרונות של $n=\sum_{i=0}^kx_i$ בעבור $x_i\in S_i$ אזי $\sum_{n=0}^\infty a_nx^n=\prod_{i=1}^k\left(\sum_{\ell=0}^\infty\mathbb{1}_{S_i}(\ell)\,x^\ell\right)$.

סימון: תהא $A\subseteq\mathbb{N}$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $p_A(n)=\left|\bigcup_{i=1}^n\left\{a\in A^i\;\middle|\;\left(\sum_{j=1}^ia_i=n\right)\wedge(\text{עולה }a)\right\}\right|$.

מספר החלוקות של מספר: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $p(n)=p_{\mathbb{N}}(n)$.

מספר החלוקות השונות של מספר: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $p_{\text{dist}}(n)=\left|\bigcup_{i=1}^n\left\{a\in\mathbb{N}^i\;\middle|\;\left(\sum_{j=1}^ia_i=n\right)\wedge(\text{עולה ממש }a)\right\}\right|$.

מספר החלוקות האי־זוגיות של מספר: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $p_{\text{odd}}(n)=p_{\mathbb{N}_{\text{odd}}}(n)$.

משפט אוילר: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $p_{\text{odd}}(n)=p_{\text{dist}}(n)$.

גרף מכוון: תהא V ותהא $E\subseteq V^2$ אזי $\langle V,E\rangle$.

גרף לא מכוון: תהא V ותהא $E\subseteq\mathcal{P}_2(V)$ אזי $\langle V,E\rangle$.

קודקודים/צמתים: יהי $\langle V,E\rangle$ גרף אזי $V(G)=V$.

קשתות/צלעות: יהי $\langle V,E\rangle$ גרף אזי $E(G)=E$.

לולאה: יהי G גרף מכוון ויהי $v\in V(G)$ אזי $\langle v,v\rangle\in E(G)$.

גרף פשוט: גרף מכוון חסר לולאות.

הערה: בקורס מדובר רק על גרפים לא מכוונים אלא אם כן מצויין אחרת.

גרף שרוך: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\langle[n],\{\{k,k+1\}\mid k\in[n-1]\}\rangle$.

גרף מעגל: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $C_n=\langle[n],\{\{k,k+1\}\mid k\in[n-1]\}\cup\{\{0,n\}\}\rangle$.

גרף n־צדדי: יהי $n\in\mathbb{N}$ תהיינה $V_1\ldots V_n$ קבוצות זרות אזי גרף $\langle\biguplus_{i=1}^nV_i,E\rangle$ עבורו לכל $e\in E$ קיימים $i,j\in[n]$ שונים עבורם $|e\cap V_i|=|e\cap V_j|=1$.

גרף n־צדדי מלא: יהי $n\in\mathbb{N}$ ותהיינה $V_1\ldots V_n$ קבוצות זרות אזי $K_{|V_1|,\ldots|V_n|}=\left\langle\biguplus_{i=1}^nV_i,\bigcup_{i=1}^n\bigcup_{j=i+1}^n\{\{v,u\}\mid(v\in V_i)\wedge(u\in V_j)\}\right\rangle$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ ותהיינה $V_1\ldots V_n$ קבוצות זרות אזי $K_{|V_1|,\ldots|V_n|}$ גרף n־צדדי.

קליקה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי K_n.

קבוצת השכנים: יהי G גרף ויהי $v\in V(G)$ אזי $N_G(v)=\{u\in V(G)\mid\{u,v\}\in E(G)\}$.

דרגה: יהי G גרף ויהי $v\in V(G)$ אזי $\deg(v)=d_G(v)=|N(v)|$.

קודקוד מבודד: יהי G גרף אזי $v\in V(G)$ עבורו $d(v)=0$.

עלה: יהי G גרף אזי $v\in V(G)$ עבורו $d(v)=1$.

טענה: יהי G גרף אזי $\forall v\in V\left(G\right).0\le d\left(v\right)\le\left|V\left(G\right)\right|-1$.

נוסחת לחיצות הידיים: יהי G גרף אזי $2\left|E\left(G\right)\right|=\sum_{v\in V\left(G\right)}\left(d\left(v\right)\right)$.

תת־גרף: יהי G גרף אזי גרף T עבורו $\left(V\left(T\right)\subseteq V\left(G\right)\right)\wedge\left(E\left(T\right)\subseteq E\left(G\right)\cap\mathcal{P}_{2}\left(V\left(T\right)\right)\right)$.

סימון: יהי G גרף ויהי T תת־גרף של G אזי $T\lhd G$.

תת־גרף נפרש: יהי G גרף ותהא $U\subseteq V\left(G\right)$ אזי $G\left[U\right]=\left\langle U,\mathcal{P}_{2}\left(U\right)\cap E\left(G\right)\right\rangle$.

גרף משלים: יהי G גרף אזי $\overline{G}=\left\langle V\left(G\right),\mathcal{P}_{2}\left(V\left(G\right)\right)\backslash E\left(G\right)\right\rangle$.

טיול: יהי G גרף ויהיו $v,u\in V\left(G\right)$ אזי $a\in V\left(G\right)^{n}$ באשר $a_{1}=v$ וכן $a_{n}=u$ וכן $\forall i\in\left[n-1\right].\left\{ a_{i},a_{i+1}\right\} \in E\left(G\right)$.

אורך טיול: יהי G גרף ויהי $\sigma\in V\left(G\right)^{n}$ טיול אזי $\ell\left(\sigma\right)=n-1$.

מסלול: יהי G גרף אזי טיול σ עבורו לכל $i,j\in\left[\ell\left(\sigma\right)\right]$ שונים מתקיים $\left\{ \sigma_{i},\sigma_{i+1}\right\} \neq\left\{ \sigma_{j},\sigma_{j+1}\right\}$.

תת־מסלול: יהי G גרף ויהי $\left\langle a_{1},\ldots,a_{n}\right\rangle$ מסלול אזי $\left\langle a_{i},\ldots,a_{j}\right\rangle$ עבור $i,j\in\left[n\right]$ באשר $i<j$.

מעגל: יהי G גרף ויהי $v\in V\left(G\right)$ אזי מסלול בין v ל־v.

מסלול פשוט: יהי G גרף אזי מסלול σ עבורו כל תת־מסלול של σ אינו מעגל.

מעגל פשוט: מעגל $\left\langle a_{1},\ldots,a_{n},a_{1}\right\rangle$ המקיים $\left\langle a_{1},\ldots,a_{n}\right\rangle$ מסלול פשוט.

משפט: יהי G גרף ויהיו $v_{1},v_{2}\in V\left(G\right)$ אזי

- (קיים מסלול פשוט מ־v_{1} ל־v_{2})$\Longleftrightarrow$(קיים טיול מ־v_{1} ל־v_{2}).
- (קיים מעגל פשוט מ־v_{1} ל־v_{1})$\Longleftrightarrow$(קיים מעגל מ־v_{1} ל־v_{1}).

משפט: יהי G גרף חסר מעגלים אזי $\left|E\left(G\right)\right|<\left|V\left(G\right)\right|$.

למה: יהי G גרף חסר מעגלים אזי קיימים $v,u\in V\left(G\right)$ שונים כך ש־v,u עלים.

יחס הקשירות: יהי G גרף אזי $\underset{G}{\rightarrow}\subseteq V\left(G\right)^{2}$ עבורו לכל $u,v\in V\left(G\right)$ מתקיים (קיים טיול מ־v ל־u)$\Longleftrightarrow$($v\underset{G}{\rightarrow}u$).

טענה: יהי G גרף אזי $\underset{G}{\rightarrow}$ יחס שקילות.

רכיב קשירות: יהי G גרף אזי $\left[v\right]_{\underset{G}{\rightarrow}}$ עבור $v\in V\left(G\right)$.

מסקנה: יהי G גרף ויהי $K\in{}^{V\left(G\right)}/_{\underset{G}{\rightarrow}}$ אזי $\forall v\in K.d_{G\left[K\right]}\left(v\right)=d_{G}\left(v\right)$.

גרף קשיר: גרף G עבורו $\left|{}^{V\left(G\right)}/_{\underset{G}{\rightarrow}}\right|=1$.

הגדרה: יהי G גרף ותהא $F\subseteq\mathcal{P}_{2}\left(V\left(G\right)\right)$ אזי $G+F=\left\langle V\left(G\right),E\left(G\right)\cup F\right\rangle$.

הגדרה: יהי G גרף ותהא $F\subseteq\mathcal{P}_{2}\left(V\left(G\right)\right)$ אזי $G-F=\left\langle V\left(G\right),E\left(G\right)\backslash F\right\rangle$.

טענה: יהי G גרף ויהיו $v,u\in V\left(G\right)$ אזי

1. $\left(v\underset{G}{\rightarrow}u\right)\Longrightarrow\left(\left[v\right]_{\underset{G}{\rightarrow}}=\left[v\right]_{\underset{G+\left\{ \left\{ v,u\right\} \right\} }{\longrightarrow}}\right)$.
2. $\left(\neg\left(v\underset{G}{\rightarrow}u\right)\right)\Longrightarrow\left(\left[v\right]_{\underset{G}{\rightarrow}}\uplus\left[u\right]_{\underset{G}{\rightarrow}}=\left[v\right]_{\underset{G+\left\{ \left\{ v,u\right\} \right\} }{\longrightarrow}}\right)$.

מסקנה: יהי G גרף אזי $\left|{}^{V\left(G\right)}/_{\underset{G}{\rightarrow}}\right|\ge\left|V\left(G\right)\right|-\left|E\left(G\right)\right|$.

מסקנה: יהי G גרף עבורו $\left|V\left(G\right)\right|-1>\left|E\left(G\right)\right|$ אזי G לא קשיר.

מסקנה: יהי G גרף קשיר אזי $\left|E\left(G\right)\right|\ge\left|V\left(G\right)\right|-1$.

טענה: יהי G גרף חסר מעגלים אזי $\left|E\left(G\right)\right|\le\left|V\left(G\right)\right|-1$.

עץ: גרף T באשר T קשיר וחסר מעגלים.

טענה: יהי G גרף ויהי $K\in{}^{V\left(G\right)}/_{\underset{G}{\rightarrow}}$ אזי K עץ.

מסקנה: יהי T עץ אזי $\left|E\left(T\right)\right|=\left|V\left(T\right)\right|-1$.

עץ פורש: יהי G גרף אזי עץ $\left\langle V\left(G\right),F\right\rangle$ באשר $F\subseteq E\left(G\right)$.

יער: גרף T באשר T חסר מעגלים.

קשיר מינימלי: גרף G עבורו לכל $e\in E\left(G\right)$ מתקיים כי $G-\left\{ e\right\}$ אינו קשיר.

חסר מעגלים מקסימלי: גרף G עבורו לכל $v,u\in V\left(G\right)$ מתקיים כי $G+\left\{ \left\{ v,u\right\} \right\}$ בעל מעגל.

משפט העצים: יהי G גרף התב"ש

- G עץ.
- (G חסר מעגלים)$\wedge$($\left|E\left(G\right)\right|=\left|V\left(G\right)\right|-1$).
- (G קשיר)$\wedge$($\left|E\left(G\right)\right|=\left|V\left(G\right)\right|-1$).

- G קשיר מינימלי.
- G חסר מעגלים מקסימלי.
- בין כל שני קודקודים ב־G קיים מסלול יחיד.

גרף מישורי: גרף G באשר G בעל דיאגרמה בה כל קשתות הגרף אינן נחתכות.

הגדרה: יהי G גרף אזי $\Delta\left(G\right)=\max\left(d_{G}\left(v\right)\mid v\in V\left(G\right)\right)$.

הגדרה: יהי G גרף אזי $\delta\left(G\right)=\min\left(d_{G}\left(v\right)\mid v\in V\left(G\right)\right)$.

מסלול המילטוני/המילטון: יהי G גרף אזי מסלול פשוט σ עבורו לכל $v\in V\left(G\right)$ מתקיים $v\in\sigma$.

מעגל המילטוני/המילטון: יהי G גרף אזי מעגל פשוט σ עבורו לכל $v\in V\left(G\right)$ מתקיים $v\in\sigma$.

משפט דיראק: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי G גרף באשר $V\left(G\right)=\left[n\right]$ אזי ($\delta\left(G\right)\geq\frac{n}{2}$)$\Longleftarrow$(קיים מעגל המילטון ב־$G$).

הגדרה: יהי G גרף ויהי $v\in V\left(G\right)$ אזי $G+\left\{ v\right\} =\left\langle V\left(G\right)\cup\left\{ v\right\} ,E\left(G\right)\right\rangle$.

הגדרה: יהי G גרף ויהי $v\in V\left(G\right)$ אזי $G-\left\{ v\right\} =\left\langle V\left(G\right)\backslash\left\{ v\right\} ,E\left(G\right)\backslash\left\{ \left\{ v,u\right\} \mid u\in V\left(G\right)\right\} \right\rangle$.

טענה: יהי T עץ ויהי $v\in V\left(T\right)$ עלה אזי $G-\left\{ v\right\}$ עץ.

גרף ממושקל: גרף G ופונקציה $f:E\left(G\right)\to\mathbb{R}$.

משפט קיילי: כמות העצים על n קודקודים הוא $n^{\left(n-2\right)}$.

מסלול אוילר: מסלול העובר על כל הקשתות בגרף.

מסלול אוילר: יהי G גרף אזי מסלול σ עבורו לכל $e\in E\left(G\right)$ מתקיים $e\in\sigma$.

מעגל אוילר: יהי G גרף אזי מעגל σ באשר σ מסלול אוילר.

משפט אוילר: יהי G גרף קשיר אזי

- (ב־G יש מעגל אוילר)$\Longleftrightarrow$($\forall v\in V\left(G\right).d\left(v\right)\in\mathbb{N}_{\text{even}}$).
- (ב־G יש מסלול אוילר)$\Longleftrightarrow$($\left|\left\{ v\in V\left(G\right)\mid d\left(v\right)\in\mathbb{N}_{\text{odd}}\right\} \right|\in\left\{ 0,2\right\}$).

הומומורפיזם: יהיו G,S גרפים אזי $f:V\left(G\right)\to V\left(S\right)$ עבורה לכל $v,u\in V\left(G\right)$ מתקיים $\left(\left\{ v,e\right\} \in E\left(G\right)\right)\Longleftrightarrow\left(\left\{ f\left(v\right),f\left(u\right)\right\} \in E\left(S\right)\right)$.

איזומורפיזם: יהיו G,S גרפים אזי הומומורפיזם $f:V\left(G\right)\to V\left(S\right)$ באשר f זיווג.

גרפים איזומורפיים: יהיו G,S גרפים ויהי $f:V\left(G\right)\to V\left(S\right)$ איזומורפיזם אזי $G\cong S$.

סימון: יהיו G,S גרפים יהי $f:V\left(G\right)\to V\left(S\right)$ איזומורפיזם יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $\sigma\in V\left(G\right)^{n}$ אזי $f\left(\sigma\right)=\left\langle f\left(\sigma_{1}\right),\ldots,f\left(\sigma_{n}\right)\right\rangle$.

טענה: יהיו G,S גרפים ויהי $f:V\left(G\right)\to V\left(S\right)$ איזומורפיזם אזי

- $\left|V\left(G\right)\right|=\left|V\left(S\right)\right|$.
- $\left|E\left(G\right)\right|=\left|E\left(S\right)\right|$.
- לכל $v\in V\left(G\right)$ מתקיים $d_{G}\left(v\right)=d_{S}\left(f\left(v\right)\right)$.
- יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $\sigma\in V\left(G\right)^{n}$ אזי (σ טיול ב־G) $\Longleftrightarrow$ ($f\left(\sigma\right)$ טיול ב־S).
- (G קשיר) $\Longleftrightarrow$ (S קשיר).

מסקנה: יהיו G,S גרפים איזומורפיים אזי

- (G עץ) $\Longleftrightarrow$ (S עץ).
- (G חסר מעגלים) $\Longleftrightarrow$ (S חסר מעגלים).

טענה: יהיו G,S גרפים יהי $f:V\left(G\right)\to V\left(S\right)$ איזומורפיזם יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ ויהי $\sigma\in V\left(G\right)^{n}$ אזי

- (σ מסלול ב־G)$\Longleftrightarrow$($f\left(\sigma\right)$ מסלול ב־S).
- (σ מסלול פשוט ב־G)$\Longleftrightarrow$($f\left(\sigma\right)$ מסלול פשוט ב־S).
- (σ מעגל ב־G)$\Longleftrightarrow$($f\left(\sigma\right)$ מעגל ב־S).
- (σ מעגל פשוט ב־G)$\Longleftrightarrow$($f\left(\sigma\right)$ מעגל פשוט ב־S).
- (σ מסלול אוילר ב־G)$\Longleftrightarrow$($f\left(\sigma\right)$ מסלול אוילר ב־S).
- (σ מעגל אוילר ב־G)$\Longleftrightarrow$($f\left(\sigma\right)$ מעגל אוילר ב־S).
- (σ מסלול המילטון ב־G)$\Longleftrightarrow$($f\left(\sigma\right)$ מסלול המילטון ב־S).
- (σ מעגל המילטון ב־G)$\Longleftrightarrow$($f\left(\sigma\right)$ מעגל המילטון ב־S).

הגדרה: תהא V קבוצה אזי $\text{Graph}\left(V\right)=\left\{ \left\langle V,E\right\rangle \mid E\subseteq\mathcal{P}_{2}\left(V\right)\right\}$.

גרף לא מסומן: תהא V קבוצה אזי $K\in{}^{\text{Graph}\left(V\right)}/_{\cong}$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}_{+}$ אזי $\frac{2^{\binom{n}{2}}}{n!}\le\left|{}^{\mathrm{Graph}([n])}/_{\cong}\right|\le2^{\binom{n}{2}}$.

צביעת קשתות: תהא A קבוצה ויהי G גרף אזי פונקציה $f:E\left(G\right)\to A$.

תת־גרף מונוכרומטי: יהי G גרף ותהא f צביעה אזי $S\lhd G$ עבורו $\forall e_1,e_2\in E\left(S\right).f\left(e_1\right)=f\left(e_2\right)$.

מספר ראמזי: יהיו $s,t\ge2$ אזי $R\left(s,t\right)$ הוא ה־$n\in\mathbb{N}$ המינימלי עבורו לכל צביעת קשתות $f:E\left(K_n\right)\to\{0,1\}$ מתקיים כי (קיימת ב־K_n קליקה K_s מונוכרומטית 0)$\vee$(קיימת ב־K_n קליקה K_t מונוכרומטית 1).

משפט: $R\left(3,3\right)=6$.

משפט: יהיו $s,t\ge2$ אזי $R\left(s,t\right)=R\left(t,s\right)$.

משפט ראמזי: יהיו $s,t\ge2$ אזי קיים $n\in\mathbb{N}$ עבורו $R\left(s,t\right)=n$.

הגדרה: תהא κ עוצמה ותהא V קבוצה באשר $|V|=\kappa$ אזי $K_\kappa=\langle V,\{X\subseteq V\mid|X|=2\}\rangle$.

עוצמה מסוג רמזי: עוצמה κ עבורה לכל צביעת קשתות $f:E\left(K_\kappa\right)\to\{0,1\}$ קיימת ב־K_κ קליקה K_κ מונוכרומטית.

משפט קונינג: תהא $f\in\mathcal{P}_2\left(\mathbb{N}\right)\to\{0,1\}$ אזי קיימת $H\subseteq\mathbb{N}$ בת־מנייה עבורה $|f\left[\mathcal{P}_2\left(H\right)\right]|=1$.

מסקנה: $\aleph_0$ הינה עוצמה מסוג רמזי.

משפט ארדש־ראדו: יהי G גרף באשר $\aleph<|V\left(G\right)|$ ותהא $f:\mathcal{P}_2\left(V\left(G\right)\right)\to\mathbb{N}$ אזי קיימת $B\subseteq A$ מונוכרומטית המקיימת $\aleph_0<|B|$.

משפט: ב־ZFC לא ניתן להוכיח ולא ניתן להפריך את קיומם של עוצמות גדולות מ־$\aleph_0$ מסוג רמזי.

צביעת קודקודים: יהי G גרף אזי $f:V\left(G\right)\to A$.

צביעת קודקודים חוקית: יהי G גרף אזי צביעת קודקודים $f:V\left(G\right)\to A$ עבורה לכל $v,u\in V\left(G\right)$ באשר $\{v,u\}\in E\left(G\right)$ מתקיים $f\left(v\right)\neq f\left(u\right)$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\{f:[n]\to[n]\mid f\text{ צביעה חוקית}\}=n!$.

גרף k־צביע: גרף G עבורו קיימת צביעה חוקית של G ב־k צבעים.

הערה: יהי G גרף אזי

- (G 1־צביע)$\Longleftrightarrow$($E\left(G\right)=\varnothing$).
- (G 2־צביע)$\Longleftrightarrow$(G גרף דו צדדי).

משפט: יהי G גרף אזי (G גרף דו צדדי)$\Longleftrightarrow$(אין ב־G מעגלים באורך אי־זוגי).

מספר הצביעה: יהי G גרף אזי $\chi\left(G\right)=\min\{n\in\mathbb{N}\mid G\text{ הינו }n\text{־צביע}\}$.

מסקנה: יהי G גרף שמקיים $E\left(G\right)\neq\varnothing$ אזי $2\le\chi\left(G\right)\le|V\left(G\right)|$.