טופולוגיה: תהא $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה קבוצה תהא טופולוגיה: טופולוגיה $X, \emptyset \in \mathcal{T} \bullet$ $\cup \mathcal{U} \in \mathcal{T}$ אזי $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{T}$ תהיינה • $\bigcap_{i=1}^n U_i \in \mathcal{T}$ אוי $\{U_i\}_{i=1}^n \subseteq \mathcal{T}$ תהיינה \bullet (X,\mathcal{T}) אזי א איי טופולוגיה על טופולוגיה על $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ מרחב טופולוגיה על איי תהא $U\in\mathcal{T}$ המקיימת $U\subseteq X$ אזי טופולוגי מרחב (X,\mathcal{T}) המי יהי $.X \, \backslash E \in \mathcal{T}$ המקיימת $E \subseteq X$ אזי טופולוגי מרחב ($X,\,\mathcal{T})$ יהי יהי קבוצה קבוצה קבוצה \mathcal{T} אזי אזי אינ $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{T}.$ ($\mathcal{U}\in\mathcal{T}$) וכן $\mathcal{X},\mathcal{\varnothing}\in\mathcal{T}$ עבורה עבורה $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}$ (\mathcal{X}) אזי (. $(U \cap V \in \mathcal{T}$ מתקיים $U, V \in \mathcal{T}$ טופולוגיה) $\{X,\varnothing\}$ הטופולוגיה הטריוואלית: תהא איי קבוצה איי $\mathcal{P}\left(X
ight)$ אזי קבוצה אזי תהא X קבוצה אזי הטופולוגיה הבדידה/הדיסקרטית: $.\mathcal{T}(X,\rho) = \{ U \subseteq X \mid \forall x \in U.\exists r > 0.B_r(x) \subseteq U \}$ טופולוגי מטריז מטריז מטריז מטריז קיים ($X, \,
ho$) עבורו עבור מטריז מרחב מטרי מרחב מטריז מטריזבילית: $\{A\subseteq X\mid |X\backslash A|<\aleph_0\}\cup\{\varnothing\}$ אזיי קבוצה תהא תקריסופית: תהא הקויסופית: תהא אזי $\mathcal{C}=\{E\subseteq X\mid Xackslash E\in\mathcal{T}\}$ משפט: יהי (X,\mathcal{T}) אזי משפט: יהי $X, \emptyset \in C \bullet$ $\bigcap_{\alpha\in\Lambda} E_{\alpha}\in\mathcal{C}$ אזי אזיי אוי $\{E\}_{\alpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{C}$ תהיינה • $\bigcup_{i=1}^{ar{n}} E_i \in \mathcal{C}$ אזיי $\{E_i\}_{i=1}^{ar{n}} \subseteq \mathcal{C}$ תהיינה ulletבסיס לטופולוגיה: תהא א $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה אזי תהא בסיס לטופולוגיה: המקיימת $| | | \mathcal{B} = X | \bullet$ אזי $x\in B_1\cap B_2$ ותהא א ותהא $B_1\cap B_2
eq \varnothing$ עבורן א עבורן של $B_1,B_2\in \mathcal{B}$ תהיינה $B_3\subseteq B_1\cap B_2$ וכן $x\in B_3$ עבורה $B_3\in \mathcal{B}$ הטופולוגיה הנוצרת מבסיס: תהא X קבוצה ויהי מב $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ בסיס אזי $.\mathcal{T}(\mathcal{B}) = \{ U \subseteq X \mid \forall x \in U. \exists B \in \mathcal{B}. (x \in B) \land (B \subseteq U) \}$ X טופולוגיה על $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}
ight)$ אזי בסיס אזי ב $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ ויהי קבוצה על למה: תהא וכן $\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}} = \{[a,b) \mid a < b\}$ וכן $\mathcal{B}_{E} = \{(a,b) \mid a < b\}$ וכן $\mathcal{B}_K = \mathcal{B}_E \cup \left\{ (a, b) \setminus \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}_+ \right\} \mid a < b \right\}$ \mathbb{R} טענה: \mathcal{B}_E , $\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}}$, \mathcal{B}_K בסיסים של $\mathbb{R}=(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{E}
ight))$:הטופולוגיה האוקלידית/הסטנדרטית $\mathbb{R}_{Sorg} = (\mathbb{R},\,\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{Sorg}
ight))$ הישר של זורגנפריי: $\mathbb{R}_{K}=\left(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{K}
ight)
ight):K$ טופולוגיית משפט אפיון שקול לטופולוגיה נוצרת: יהי $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ בסיס אזי $\mathcal{T}(\mathcal{B}) = \{ U \subseteq X \mid \exists A \subseteq \mathcal{B}.U = \bigcup A \}$ $\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_1
ight)$ וכן $\mathcal{B}_1\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_2
ight)$ בסיסים עבורם $\mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ יהיו $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{1}\right)=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{2}\right)$ איי $\mathcal{T}_1 \subseteq \mathcal{T}_2$ טופולוגייה עדינה לטופולוגיה: תהא א קבוצה ותהיינה תהא לותהיינה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה אינה תהא א קבוצה ותהיינה אינה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה אינה אינה ותהיינה אינה אינה עדינה לטופולוגיה עדינה עדינה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה עדינה לטופולוגיה עדינה עדי \mathcal{T} אזי \mathcal{A} בסיס של ($x\in A$) \wedge ($A\subset U$) המקיימת סימוו: תהא X קבוצה אזי $\mathcal{B}_{\, <} \, = \, \{(a,b) \mid a < b\} \, \cup \, \{[a,b) \mid a \leq X\} \, \cup \, \{(a,b] \mid X \leq b\}$.סיס. $\mathcal{B}_{<}$ מענה: תהא אזי קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי לבסיס. $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{<}
ight)$ טופולוגיית הסדר: תהא X קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי . מצוייד בטופולוגיית הסדר זהה ל־ $\mathbb R$ מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית. .
 $\bigcup \mathcal{S} = X$ עבורה $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה אזי
 Xתת בסיס: תהא תרבסיס אזי $\mathcal{S} \subset \mathcal{P}\left(X
ight)$ ויהי קבוצה תהא תתרבסיס: תרבסיס אזי אווירת מתתרבסיס: תהא $\mathcal{T}(\mathcal{S}) = \left\{ U \subseteq X \mid \exists A_1 \dots A_k \subseteq \mathcal{S}.U = \bigcup \left(\bigcap_{i=1}^k A\right) \right\}$ X למה: תהא X קבוצה ויהי $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P} (X)$ תת־בסיס אזי $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{F}$ טופולוגיה על טופולוגיית זריצקי: יהי \mathbb{F} שדה ויהי אריצקי: טופולוגיית זריצקי $.\mathcal{T}\left(\left\{\left\{a\in\mathbb{F}^{n}\mid f\left(a\right)\neq0\right\}\mid f\in\mathbb{F}\left[x_{1},\ldots,x_{n}\right]\right\}\right)$ $x \in U$ עבורה ע $U \in \mathcal{T}$ אזי א מ"ט ויהי מ"ט מ"ט (X,\mathcal{T}) עבורה סביבה: .int $(A)=\mathring{A}=igcup_{U\subset A}U$ איז איז איז מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) פנים של קבוצה: יהי .cl $(A)=\overline{A}=\bigcap \ A\subseteq E$ אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) מייט יהי (X,\mathcal{T}) $E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{T}$ $.\partial A=\overline{A}ackslash \mathrm{int}\,(A)$ אזי א $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) אזי יהי $A\subseteq A\subseteq \overline{A}$ אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא אינ הי טענה: יהי $A\subseteq X$ ותהא מ"ט ($X,\,\mathcal{T})$ יהי יהי .int $(A) = \max_{\subset} \{ \mathcal{U} \in \mathcal{T} \mid \mathcal{U} \subseteq A \}$ • $\overline{A} = \min_{\subset} \{ E \mid (A \subseteq E) \land (E^{C} \in \mathcal{T}) \} \bullet$ $x\in X$ ויהי ווהי $X\in X$ התב"ש משט תהא מ"ט מענה: יהי ווהי א מ"ט תהא $U\cap A
eq \emptyset$ מתקיים $x\in U$ המקיים $U\in \mathcal{T}$ לכל • $B\cap A \neq \emptyset$ מתקיים $x\in B$ המקיים $B\in \mathcal{B}$ אזי לכל \mathcal{T} אזי יהי $x\in \mathcal{B}$ המקיים $.\partial A=\overline{A}\cap\left(\overline{Xackslash}Aackslash A$ אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא $A\subseteq X$ מ"ט ותהא אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא $U\in\mathcal{T}$ מסקנה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט תהא $X\in X$ ויהי $A\subseteq X$ אזי תהא מסקנה: יהי (X,\mathcal{T}) מסקנה $U\cap A^{\mathcal{C}}
eq\emptyset$ וכן $U\cap A\neq\emptyset$ מתקיים $x\in U$ המקיימת $x\in U$ המקיימת $X=\overline{A}$ המקיימת $A\subset X$ מ"ט אזי (X,\mathcal{T}) המקיימת קבוצה צפופה: יהי

אזי $p \in X$ אזי קבוצה ותהא אוני $p \in X$ אזי אופולוגיית הנקודה הייחודית:

 $T_p = \{U \subseteq X \mid p \in U\} \cup \{\emptyset\}$

x של U סביבה לכל סביבה אזי $x\in X$ אזי אזי ותהא עבורו (X,\mathcal{T}) יהי יהי נקודת הצטברות: . עבורה f העתקת מנה $.U \cap A \setminus \{x\} \neq \emptyset$ מתקיים y של U שבורו לכל סביבה אזי $y\in X$ אזי $x\in X^{\mathbb{N}}$ מ"ט ותהא מתכנסת/גבול: יהי עבורו לכל סביבה $y\in X$. על A עבורה f העתקת מנה $.x_n \, \in \, U$ החל ממקום מסוים טענה: יהי $A\subseteq X$ ותהא מ"ט ($X,\,\mathcal{T})$ יהי יהי $A\subseteq\left\{ x\in X\mid x$ המתכנסת אל $a\in A^{\mathbb{N}}$ קיימת $a\in A$ אזי אונית עם טופולוגיית אזיי אוי אזי אזי אזי אזי $f\left(x\right)=[x]_{\sim}$ $A\cup\{x\in X\mid A$ טענה: תהא $A\subseteq X$ אזי א נקודת הצטברות של $x\}=\overline{A}$ אזי אזי א ע אוי קיימת Y oup g קבועה לכל $y \in Y$ אוי קיימת $y \in Y$ עבורה $f^{-1}(\{y\})$ $\{x\in X\mid A$ נקודת הצטברות של $\{x\in X\mid A$ אזי ($\{x\in X\mid A\}$ נקודת הצטברות אזי ($\{x\in X\mid A\}$). f:X o Y אזי $x\in X$ מייטים ותהא מייטים ואזי (X,\mathcal{T}) אזי יהיו $g = h \circ f \bullet$ $f\left(\mathcal{U}
ight)\subseteq\mathcal{V}$ של x של עבורה לכל $\mathcal{U}\subseteq X$ סביבה של ל $f\left(x
ight)$ קיימת סביבה לכל עבורה לכל g) (רציפה) רציפה) • עבורה f:X o Y אוי מייטים אזי (X,\mathcal{T}) , (Y,\mathcal{S}) יהיו פונקציה רציפה: .(העתקת מנה) \iff (מנה) העתקת מנה). $\forall U \in \mathcal{S}.f^{-1}(U) \in \mathcal{T}$ עבורה $g:X\to Z$ תהא מנה העתקת $f:X\to Y$ תהא מסקנה: תהא התב"ש $f:X\to Y$ התב ותהא ($X,\mathcal{T})$, (Y,\mathcal{S}) יהיו משפט: יהיו . רציפה f .(רציפה) $(g \circ f^{-1})$ רציפה) $g \circ f^{-1}$. פתוחה $f^{\,-\,1}\;(U)$ כי מתקיים פתוחה ע $U\subseteq Y$ לכל • .(העתקת מנה) $g \circ f^{-1}$ העתקת מנה) $g \circ f^{-1}$ סגורה מתקיים כי $f^{-1}\left(E\right)$ סגורה מתקיים לכל $E\subset Y$ $f\left(\overline{A}\right)\subseteq\overline{f\left(A\right)}$ מתקיים $A\subseteq X$ לכל • . העתקת מנה אזי ($g \circ f^{-1}$) הומיאומורפיזם (העתקת מנה אזי $x \in X$ לכל $x \in X$ הפונקציה $x \in X$ לכל רבורה חח"ע ועל עבורה איי f:X o Y אייטים איי איי ועל ועל ועל ועל עבורה רציפה איי יהיו אם $y \in Y$ עבורה לכל אזי אזי $A \subseteq X$ אזי אזי $f: X \to Y$ אח $f^{-1}(\{y\}) \subseteq A \bowtie A \cap f^{-1}(\{y\}) \neq \emptyset$ טענה: יהיו אועל התב"ש ועל התב"ש (X,\mathcal{T}) אח"ע ועל התב"ש טענה: יהיו אועל התב"ש (X,\mathcal{T}) אועל התב"ש . תהא $Y \subseteq Y$ אזי (U פתוחה) איי ($U \subseteq Y$ פתוחה). . תהא $E\subseteq Y$ אזי (E) מגורה) אזי $E\subseteq Y$ מגורה). $f\left(\overline{A}\right) = \overline{f(A)}$ מתקיים $A \subseteq X$ • f:X o Y מ"ט ותהא (Y,\mathcal{S}) הטופולוגיה המושרית על קבוצה מפונקציה: תהא $\mathcal{T}_f = \left\{ f^{-1} \left(U \right) \mid U \in \mathcal{S} \right\}$ איי .סגורה f $_{f}-1$ רציפה. מסקנה: תהא $f: \stackrel{\checkmark}{X} o Y$ מ"ט ותהא $f: \stackrel{\checkmark}{X} o Y$ מ"ט ותהא על ov טענה: תהא f:X o Y ועל התב"ש $(X, \mathcal{T}_f), (Y, \mathcal{S})$. הומיאומורפיזם fתת מרחב טופולוגי (ת"מ): יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא $A\subseteq X$ אזי . רציפה ופתוחה f $\mathcal{T}_A = \left\{ U \subseteq A \mid \exists V \in \mathcal{T}.U = \mathrm{Id}^{-1}(V) \right\}$ רציפה וסגורה. f^{-1} .טענה: יהי (A,\mathcal{T}_A) מ"ט ותהא $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) מ"ט. טענה: תהא f:X o Y העתקת מנה. f:X o Y $\mathcal{T}_A = \{A \cap U \mid U \in \mathcal{T}\}$ איי או $A \subseteq X$ ותהא מ"ט (X,\mathcal{T}) יסענה: יהי יהי מנה. העתקת fאזי $f:X\to Y$ אזי העתקת מנה. רציפה $f:X\to Y$ טענה: יהי של מ"ט ויהי $\mathcal{B}_A = \{A \cap B \mid B \in \mathcal{B}\}$ אוי \mathcal{T} אוי בסיס של מ"ט ויהי (X,\mathcal{T}) סענה: יהי $\mathbb{RP}^{n-1} = (\mathbb{R}^n \setminus \{0\}) / \sim n$ אי מכפלה של קבוצות: תהיינה $\{X_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}$ קבוצות אזי עבורה ל־T עבורה ביחס לU פתוחה עווימת ל $U\subseteq A$ עבורה ביחס ל־T עבורה עוויה עווימת עבורה עבורה פיחס ל־ $\prod_{\alpha \in \Lambda} X_{\alpha} = \left\{ f : \Lambda \to \bigcup_{\alpha \in \Lambda} X_{\alpha} \mid f(\alpha) \in X_{\alpha} \right\}$ $U \cap A = U$ עבורה $E\subseteq A$ אזי (E סגורה ביחס ל־ \mathcal{T}_A) \Longleftrightarrow (קיימת E סגורה ביחס ל־ \mathcal{T} עבורה $\operatorname{cl}_X(D)\cap A=\operatorname{cl}_A(D)$ אזי $D\subseteq A$ תהא Φ $\mathcal{T}_{\mathrm{box}}=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{\mathrm{box}}
ight)$ איי מים אזי איינ $\{(X_{lpha}\,,\,\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda}$ יהיו $\operatorname{int}_{X}\left(D\right)\cap A\subseteq\operatorname{int}_{A}\left(D\right)$ אזי $D\subseteq A$ תהא • טענה: יהי (Y,\mathcal{T}_Y) מ"ט ויהי (X,\mathcal{T}_X) ת"מ אזי $\hat{\pi_{\beta}}\left(f\right)=f\left(\beta\right)$ Xפתוחה ב־ אזי א פתוחה ב־ א פתוחה ב־ א אזי א פתוחה ב־ א נניח כי Yטענה: יהיו $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ טענה: יהיו Xבית סגורה ב־ אזי א סגורה ב־ א סגורה ב־ אזי א סגורה ב־ סגורה ב־ X $.\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha}$ תת־בסיס של $\mathcal{S}_{\mathrm{prod}}=\bigcup_{\alpha\in\Lambda}\left\{\pi_{\alpha}^{-1}\left(\mathcal{U}_{\alpha}\right)\mid\mathcal{U}_{\alpha}\in\mathcal{T}_{\alpha}\right\}$ f:X o Z איי איי איי f:X o Y ת"מ ותהא איי א ת"ט יהי איי א מ"ט יהי א ת"מ ותהא איי א ת"מ ותהא $\mathcal{T}_{ ext{prod}}=\mathcal{T}\left(\mathcal{S}_{ ext{prod}}
ight)$ מיפולוגיית המכפלה: יהיו $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ מיטים אזי $\mathcal{T}_{ ext{prod}} = \mathcal{T}_{ ext{box}}$ איי $|\Lambda| < leph_0$ מייטים באשר מסקנה: יהיו $\{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha \in \Lambda}$ איי $f_{{
estriction}A}:A o Y$ איי היי f:X o Y ת"מ ותהא $A\subseteq X$ היי מ"ט היי X,Y ראיפה: יהיו $\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\subseteq\mathcal{T}_{\mathrm{box}}$ אזי $|\Lambda|\geq lpha_0$ משקנה: יהיי $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda}$ משקנה: יהיי טענה: יהיו X,Z מ"ט יהי $Y\subseteq Z$ ת"מ ותהא $Y\mapsto f:X$ רציפה עבורה X $(קיימות) \Longleftrightarrow (איי היי <math display="inline">f: X \to Y$ אזיי ותהא איי להיי יהיי אזיי איי מ"ט ותהא איי ותהא אזיי ותהא מסקנה: יהיו $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda}$ מסקנה: יהיו רציפה לכל $f \upharpoonright_{U_{\alpha}}$ וכן $\bigcup_{\alpha \in \Lambda} U_{\alpha} = X$ פתוחות עבורן $\{U_{\alpha}\}_{\alpha \in \Lambda} \subseteq \mathcal{P}(X)$ $\mathcal{T}_{prod} = \left\{ \prod_{\alpha \in \Lambda} \mathcal{U}_{\alpha} \mid (\mathcal{U}_{\alpha} \in \mathcal{T}_{\alpha}) \land (|\{\mathcal{U}_{\alpha} \neq X_{\alpha}\}| \in \mathbb{N}) \right\}$ $g\ :\ Y\ \to\ Z$ ותהא רציפה $f\ :\ X\ \to\ Y$ מ"ט תהא א מ"ט תהא ל $f\ :\ X\ \to\ Y$ מ"ט תהא א מ"ט תהא ותהא טענה: תהא $\aleph_0 lpha \mid \Lambda \mid \lambda \mid \mathbb{R}^{N}$ אינה מטריזבילית. $|\Lambda| \geq lpha$ $X = A \cup B$ סגורות עבורן אסגורות משפט למת ההדבקה: יהיו אX,Yיהיו יהיו למת משפט למת משפט למת ההדבקה: יהיו טענה: תהא $\mathbb{R}^{\Lambda},\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}$ אזיי $|\Lambda|\geq leph_0$ אינה מטריזבילית. תהא $A \cap B$ על f = g רציפה עבורן g: B o Y על f: A o Y אזי רציפה. $f \cup g: X o Y$ קר $\hat{f}:X o f(X)$ סימון: יהיו X,Y מ"ט ותהא לf:X o Y חח"ע ורציפה נגדיר יהיו . מ"ט אזי \hat{f} הומיאומורפיזם חח"ע ורציפה עבורה \hat{f} הומיאומורפיזם מ"ט אזי X,Y יהיו בטופולוגיית התיבה. $\overline{A}_{lpha}=\overline{\prod_{lpha\in\Lambda}A_{lpha}}$ בטופולוגיית התיבה. $lpha\in\Lambda$ $f\left(X\right)$ בתור בתור מיט אזי שיכון אינ אינ ויהי אויה מ"ט ויהי א מ"ט ויהי אינ איכון אינ אינ מ"ט ויהי א מ"ט ויהי א מ"ט ויהי א מ f:X o מ"טים עבורם קיים (X,\mathcal{T}) , (Y,\mathcal{S}) מלטים עבורם קיים P של מ"ט באשר לכל $\mathcal{U},\mathcal{V}
eq \varnothing$ וכן $\mathcal{U}\cup\mathcal{V}=X$ וכן (P,\mathcal{S}) מקיים ($Y,\mathcal{S})$ מקיים (X,\mathcal{T}) מקיים מתקיים Yמרחב טופולוגי קשיר: מרחב טופולוגי $(X,\,\mathcal{T})$ עבורו לא קיימת הפרדה. מרחב טופולוגי בעל תכונת ערך הביניים: מרחב טופולוגי (X,\mathcal{T}) עבורו לכל $f:X o \mathbb{R}$ רציפה מרחב טופולוגי אי־קשיר: מרחב טופולוגי $(X,\,\mathcal{T})$ עבורו קיימת הפרדה. $f\left(c
ight)=t$ עבורו עבור קיים $t\in\left[f\left(a
ight),f\left(b
ight)
ight]$ אבורו לכל מל .(קשיר) אוי איי אוא הומיאומורפיזם f:X o Y קשיר). משפט: יהי טענה: תכונת ערך הביניים הינה תכונה טופולוגית. מסקנה: קשירות הינה תכונה טופולוגית. המקיימת על פונקציה $f:Y\to X$ אזי מ"ט מ"ט אזי פונקציה פונקציה העתקת מנה: יהיו טענה: יהי X מרחב מטרי התב"ש $\forall U \subseteq X. (U \in T_X) \iff (f^{-1}(U) \in T_Y)$. אי־קשיר $X \bullet$ תיפה. אזי f רציפה הערה: הייו X,Y מ"ט ותהא אזי f:Y o X מ"ט ותהא

 $X=E\cup F$ קיימות לא ריקות ארות ארות סגורות $E,F\subseteq X$ קיימות \bullet

. סגורה ופתוחה $D \in \mathcal{P}\left(X\right) \setminus \{X,\varnothing\}$ סגורה פתוחה.

העתקת פנה g:Y o Z העתקת מנה העתקת f:X o Y מ"ט תהא א מנה מנה יהיו יהיו

. אזי $g\circ f:X o Z$ אזי אזי

```
סענה: יהי X מ"ט קשיר ותהא f:X	o Y האזי מ"ט קשיר מ"ט קשירה.
                                                                                                                                                          על \mathcal{T}_A על הייט תהא א קיימת ויחידה על אוו א הוא הא קבוצה ותהא קבוצה ותהא א לf:X\to Aותהא קבוצה על משפט: יהי
                                 ( \mathsf{quin}) \Longleftrightarrow ( \mathsf{quin}) אזי אזי אזי תת־מרחב אזי אייקשיר) מייט ויהי א מ"ט ויהי אזי תת־מרחב אזי אזי מייט ויהי
  \overline{H} \cap K = H \cap \overline{K} = \emptyset וכן Y = H \cup K עבורן H, K \in \mathcal{P}(X) \setminus \{X, \emptyset\}
                                                                                                                                                           \mathcal{T}_A טופולוגיית המנה המושרית: יהי X מ"ט תהא A קבוצה ותהא f:X	o A על אזי טופולוגיית טופולוגיית המנה המושרית: יהי
                                       טענה: תהא תר־מרחב של Y\subseteq X ויהי אל הפרדה הפרחב השיר אזי תהא (\mathcal{U},\mathcal{V}) אזי
                                                                                                     .(Y \subseteq U) \oplus (Y \subseteq V)
                                                                                                                                                            כך f:X 	o X/\sim ונגדיר X ונגדיר המנה: יהי X מ"ט יהי יחס שקילות מעל X
                      .
טענה: תהיינה A\subseteq B\subseteq \overline{A}וכן קשירה באשר Aבאשר <br/> A,B\subseteq Xאזי תהיינה טענה: עענה
                                                                              מסקנה: תהא \overline{A} קשירה אזי \overline{A} קשירה.
                                                                                                                                                            עבורה g:X	o Z משפט התכונה האוניברסילית: תהא f:X	o Y תהא עבורה
וכן \bigcap \mathcal{A} \neq \varnothing וכן קשירה וכן A \in \mathcal{A} מתקיים כי A \subseteq \mathcal{P}\left(X\right) עבורה לכל
                                וכן אפיר ואר באשר \{X_n\}_{n=0}^{\infty}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)\setminus\{\varnothing\} באשר מסקנה: תהיינה
                                                                  לכל X אזי X קשיר. X_n \cap X_{n+1} 
eq \emptyset
                                                                                 מסקנה: 🎗 עם הטופולוגיה הסטנדרטית קשיר.
                                            . עם הינו קשיר מ־\mathbb{R} סטנדרטי הינו קשיר (-1,1) מסקנה:
עם עם (a,b) , [a,b] , (a,b] , [a,b) אזי a < b באשר a,b \in \mathbb{R} יהיו מסקנה: יהיו
                                                                                               הטופולוגיה המושרית מ־

ℝ סטנדרטי.
(-\infty,a)\,,(-\infty,a]\,,(-\infty,\infty)\,,[a,\infty)\,,(a,\infty) אויי a~\in~\mathbb{R} מסקנה: יהי a~\in~\mathbb{R}
                                                                              קשירים עם הטופולוגיה המושרית מ־₪ סטנדרטי.
                                                                                                                                                            f:X	o \left\{g^{-1}\left(\{z\}
ight)\mid z\in Z
ight\} מסקנה: תהא g:X	o Z הא תהא g:X
                                                                                                           .טענה: R<sub>Sorg</sub> איננה קשירה
.(א קשיר) מייטים אזי א מייטים אזי א איי (\alpha\in\Lambda קשיר לכל א מייטים אזי א מייטים אזי א מייטים אזי א אייר).
                                                                                    טענה: \left(\prod_{i=1}^{\infty}\mathbb{R},\,\mathcal{T}_{\mathrm{box}}\right) איננה קשירה.
                                                מסקנה: יהי \mathbb{R}^n אזי \mathbb{R}^n קשיר עם הטופולוגיה הסטנדרטית.
                                                                                                                                                           טענה: תהא \mathcal{U} \in \mathcal{T}_X על ולכל איי (f העתקת מנה) האיי איי הציפה רציפה איי האיf: X \to Y על ולכל
. פתוחה. f\left(\mathcal{U}
ight) מתקיים כי מתוחה: עבורה לכל f:X	o Y מתקיים כי פתוחה.
וכן f\left(0
ight)=x מסילה: יהי X מ"ט ויהיו x,y\in X אזי א איז יהי \gamma:\left[0,1
ight]	o X אזי א איז איז איז איז מסילה: יהי א מ"ט ויהיו
                                                                                                                                                                . סגורה מתקיים כי f:X	o Y סגורה מתקיים כי E\subseteq X סגורה לכל f:X	o Y
xמסילה מסילה אקיימת קשיר מבורו לכל עבורו עבורו (X,\mathcal{T}) אופולוגי מרחב מסילתית: מרחב מופולוגי קשיר מסילתית:
                                                                            . סענה: יהי X מ"ט קשיר מסילתית אזי X קשיר
                                                                   \mathbb{R}^n איננו הומיאומורפי ל־\mathbb{R}^n אזי n>1 יהי
           מסילתית. קשיר אזי אf\left(X\right) אזי היי אf:X\to Yותהא ותהא מסילתית מ"ט מ"ט למה: אזי היי למה:
                                                                             מסקנה: קשירות מסילתית הינה תכונה טופולוגית.
                               p:\mathbb{C}^n	o\mathbb{C} עם הטופולוגיה הסטנדרטית על \mathbb{R}^{2n} ויהי עם הטופולוגיה אזי עם הטופולוגיה אזי
                                                                 תית. מסילתית. \{x \in \mathbb{C}^n \mid p(x) = 0\}
תר־מרחב קשיר GL_n (\mathbb C) אזי \mathbb C^{n^2} אזי שולוגיה הטופולוגיה מסקנה: יהי אזי אזי אזי אזי אווווא אזי וואר מסקנה: יהי
                                                                                                                                                             \sim=\left\{(x,y)\in (\mathbb{R}^n\setminus\{0\})^2\;\middle|\;\exists \lambda\in\mathbb{R}\,(x=\lambda y)
ight\}המרחב הפרויקטיבי הממשי: נגדיר
 קשירה עבורה D\subseteq X קיימת (קיימת x,y\in X אזי עבורה עבורה אזי יהי x,y\in X אזי יהי סימון: יהי אי
                                                                      .X טענה: יהי אזי קשיר השיט אזי מיט אזי טענה: יהי אזי אזי 
                                                                                  X/\!\!\sim_{\mathsf{TWP}} אזי קשיר אזי יהי א מ"ט אזי השיר
                                                                                                                                                            סטענה: יהיו \mathcal{B}_{\mathrm{box}}=\left\{\prod_{lpha\in\Lambda}\mathcal{U}_{lpha}\mid\mathcal{U}_{lpha}\in\mathcal{T}_{lpha}
ight\}מיטים איי \{(X_{lpha},\mathcal{T}_{lpha})\}_{lpha\in\Lambda} בסיס
(y^-) אזי מסילה מ־x, מיט ויהיו א מ"ט ויהיו א אזי אזי אזי מסילתית אזי מסילתית אזי אזי (x \sim x, y \in X).
                                                       X טענה: יהי א מ"ט אזי קשיר מסילתית יחס שקילות מעל מטענה: יהי א
                                                       X/{\sim}רכיבי קשירות מסילתית: יהי א מ"ט אזי קשיר מסילתית רכיבי קשירות
                                                                                                                                                             המוגדרת \pi_{eta}: \prod_{lpha \in \Lambda} X_{lpha} 	o X_{eta} קבוצות אזי קבוצות אזי קבוא המוגדרת ההיינה המינה
                                                                 משפט: יהיו אX להים רכיבי רכיבי אזי אוי רביבו אזי יהיו אX
                                                                       . מתקיים כי D_{\alpha} קשירה \alpha \in \Lambda לכל
                                      .D_{\alpha}\cap D_{\beta}=\varnothing אזי \alpha\neq\betaבאשר \alpha,\beta\in\Lambdaיהיו •
                                                                                 .X = \bigcup_{\alpha \in \Lambda} D_{\alpha} מתקיים •
                   .Y\subseteq D_{\alpha}עבורו \alpha\in\Lambdaויחיד קשיר קיים תת־מרחב א לכל א לכל \bullet
                                                משפט: יהיו או רכיבי הקשירות רכיבי \{D_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda} יהיו משפט: יהיו
                                                                        לכל \Lambda \in \Lambda מתקיים כי \alpha \in \Lambda קשירה. •
                                      .D_{\alpha}\cap D_{\beta}=arnothing אזי lpha
eq eta באשר lpha,\,eta\in\Lambda יהיו יהיו .
                                                                                                                                                            \pi_lpha מסקנה: יהיו \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\} מ"טים ותחא מי"טים ותחא יהיו \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda} טופולוגיה עבורה רציפה לכל \alpha\in\Lambda אוי \alpha\in\Lambda
                                                                                 X = \bigcup_{\alpha \in \Lambda} D_{\alpha} מתקיים •
                    .Y\subseteq D_{\alpha}עבורו \alpha\in\Lambda ויחיד קשיר קשיר תת־מרחב א לכל לכל \bullet
                                                                          מסקנה: יהי D רכיב קשירות של X אזי D סגור.
של ערכב אופינים לכל סביבה x\in X מייט אזי מייט מייט לכל סביבה ערכב של של מרחב מופולוגי מקומית מקומית: יהי אייט אזי ערכב מייט אזי איי
                                                                       x \in \mathcal{V} קיימת סביבה עבורה ע\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U} קיימת קיימת מ
                                                                                                                                                              \pi_{lpha}\circ f) אזי \pi_{lpha}\circ f אזי \pi_{lpha}\circ f אזי \pi_{lpha}\circ f רציפה לכל \pi_{lpha}\circ f אזי \pi_{lpha}\circ f
מרחב אופולוגי קשיר מקומית: מרחב טופולוגי א עבורו לכל מבורו א מתקיים כי Xקשיר מקומית מרחב מרחב אופולוגי איז מרחב טופולוגי איז מרחב מחומית: מרחב אופולוגי איז מרחב מחומית: מרחב מומית: מרחב מומ
                                                                                 טענה: קשירות מקומית הינה תכונה טופולוגית.
מרחב טופולוגי קשיר מסילתית מקומית נקודתית: יהי X מ"ט אזי x \in X המקיים לכל סביבה
                                   x \in \mathcal{V} של של מסילתית מביבה \mathcal{V} \subseteq \mathcal{U} קיימת שבירה מסילתית עבורה \mathcal{U} \subseteq X
                                                                                                                                                           טענה: יהיו A_{lpha}\subseteq X_{lpha} ש"טים ותהיינית A_{lpha}\cap A_{lpha} באשר A_{lpha}\cap A_{lpha} לכל A_{lpha}\cap A_{lpha} אוי A_{lpha}\cap A_{lpha}\cap A_{lpha} בחופולוניית המכפלה.
מתקיים כי X מתקיים כי עבורו לכל א בורו מסילתית מקומית: מרחב טופולוגי מבורו מסילתית מקומית: מרחב אופולוגי מבחב אופולוגי איים בי
                                                                                                                                                            לכל A_lpha\subseteq X_lpha באשר \{A_lpha\}_{lpha\in\Lambda} לכל מ"טים ותהיינה \{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda} לכל יהיו
                                                                   טענה: קשירות מקומית מסילתית הינה תכונה טופולוגית.
                                                                                                  . איננו קשיר מקומית איננו איננו \mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}
                                                                                                                                                            \mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{D} וכן \mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T} באשר מרחב מייט אזי (X,\mathcal{T}) מייט אזי מרחב של מרחב של מרחב מופולוגי: יהי
טענה: יהי X מ"ט אזי (X קשיר מקומית) אולכל \mathcal{U} \in \mathcal{T} ולכל קשיר מקומית) אזי מ"ט אזי מ"ט אזי אזי (מקיים
טענה: יהי X מ"ט אזי (X) קשיר מסילתית מקומית)\iff (לכל \mathcal{T} ) ולכל חביב קשירות
                                       . משיר מסילתית אזי א קשיר מסילתית מקומית אזי א קשיר מסילתית מסילתית אזי א מ"ט משיר וקשיר מסילתית מקומית אזי א מ
סביבות של \{\mathcal{U}_n\}_{n=0}^\infty בסיימות עבורו אזי אזי x\in X מ"ט אזי זהי מנייה בנקודה: יהי אזי מיימות
                                                    \mathcal{U}_n \subseteq \mathcal{V} עבורן לכל סביבה x של של ע עבורן לכל עבורן עבורן x
```

מרחב טופולוגי המקיים את אקסיומת המניה הראשונה: מרחב טופולוגי א עבורו לכל $x \in X$ קיים מרחב טופולוגי מקיים את אקסיומת המניה הראשונה:

xבסיס סביבות בו מנייה ב

. מטקנה: יהי X מ"ט מושרה ממרחב מטרי אזי X מניה ו

```
.I מניה \mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}} מניה
                                                                                                                                X מניה מניה בדידה מניה X
                                                                                                        ענה: ℝ המצוייד עם הטופולוגיה הקו־בת־מניה אינו מניה
                                                                                                        משפט: יהי X מ"ט מניה ו ותהא A \subset X תת־קבוצה אזי
                                                                                                       \overline{A} = \{x \in X \mid x  המתכנסת אל a \in A^{\mathbb{N}}
(לכל)לכים אוי (f) אוי (f) אוי (f) אוי (f) אוי (f) אוי (f) אוי (f)
            \{f(a)\} מתכנסת ל־\{f(x_n)\} מתקיים כי \{f(a)\} מתכנסת ל־\{x_n\}
מרחב טופולוגי X עבורו היים את אקסיומת המניה השנייה: מרחב טופולוגי X עבורו היים בסיס לכל היותר
                                                                                                                                                                                                     רו מנייה היוצר את T
                                                                                                                                                  .
I מניה אזי אזי מניה אזי מניה אזי מניה וו מסקנה: יהי מיט מניה אזי מ
                                                                                                                                                                                                             .II טענה: \mathbb{R}^n מניה
                                                                                                                                                                                   \mathbb{R}^{lepho}_{0}=\prod_{i=1}^{\infty}\mathbb{R} סימון:
                                                                                                                                                                        .II מניה \left(\mathbb{R}^{\aleph}0\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\right) מניה
                                                                                                                                                                  .I אינו מניה (\mathbb{R}^{\aleph_0}, \mathcal{T}_{\mathrm{box}}) אינו מניה
                                                                                                                                                                                           .II אינו מניה R<sub>Sorg</sub> :טענה:
                                     (\aleph_0 \geq |X|) \Longleftrightarrow (ו מניה אזי (X מניה המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X מניה אזי (מ
                                                                                                                     ענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית מניה
                                                                                                                                     טענה: נגדיר u:\mathbb{R}^{leph0}	imes\mathbb{R}^{leph0}	o\mathbb{R} כך
                                                מטריקה. d_u איי d_u ((a_k) , (b_k)) = \min \left\{ \sup \left| a_k - b_k \right| , 1 \right\}
                                                                         . II וכן אינו מניה וו וכן אינו מניה (\mathbb{R}^{\aleph 0}\,,\,\mathcal{T}\,(d_u)) הינו מניה ווכן אינו מניה
                                                                                   A מניה A מניה A מניה A מניה A וויהי A
                                                                                 .
II מניה אזי א תת־מרחב אזי א מניה וו ויהי א<br/> A\subseteq Xויהי מניה מ"ט מניה אזי א מניה וו
                                        f\left(X\right) מניה f\left(X\right) מניה ופתוחה אזי ותהא f:X	o Y מניה ותהא
                                    II מניה מניה f\left(X\right) מניה ופתוחה אזי f:X	o Y מניה ווותהא מיט מניה X
                                        מרחב טופולוגי ספרבילי: מרחב טופולוגי X עבורו קיימת A\subseteq X צפופה בת מנייה.
                                  מרחב טופולוגי לינדלוף: מרחב טופולוגי X עבורו לכל המקיימים \{\mathcal{U}_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{T} המקיימים
                                                                       \bigcup_{i=0}^\infty \mathcal{U}_{f(i)} = X עבורה f: \mathbb{N} 	o \Lambda קיימת \bigcup \mathcal{U}_{lpha} = X
                                  (leph_0 \geq |X|)טענה: יהי X המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי סענה: יהי א המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי
למה: יהי \mathcal{B} בסיס של (X,\mathcal{T}) אזי (X לינדלוף)\iff(לכל \mathcal{B} בסיס של המקיימים אזי (X,\mathcal{T}) אזי (X,\mathcal{T}) אזי (X,\mathcal{T})
                                                                     (igcup_{i=0}^\infty \mathcal{B}_{f(i)} = X עבורה f: \mathbb{N} 	o \Lambda קיימת \mathcal{B}_lpha = X
                                                  טענה: יהי f\left(X
ight) מייט ספרבילי ותהא f:X	o Y ותהא ספרבילי מ"ט ספרבילי והי אזי
                                                                                 . סענה: יהי X מ"ט ספרבילי ותהא A \subset X פתוחה אזי A ספרבילי מענה: יהי X
                                                                                     . טענה: יהי אזי Eמ"ט לינדלוף ותהא בE\subseteq Xותהא לינדלוף מ"ט מ"ט לינדלוף יהי אזי 
      .I מניה (\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}) אזי|\Lambda|\leq lpha מניה מסקנה: יהיו \{X_lpha\,\}_{lpha\in\Lambda} מניה מסקנה: יהיו
    .II מטקנה: יהיו \{X_{lpha}, \mathcal{T}_{
m prod}\} מ"טים מניה [X_{lpha}, X_{lpha}] אוי [X_{lpha}, \mathcal{T}_{
m prod}] מניה [X_{lpha}, X_{lpha}] מניה מטקנה: יהיו
 \left(\prod X_lpha,\mathcal{T}_{	ext{prod}}
ight) אזי |\Lambda| \leq lpha אזי מסקנה: יהיו \{X_lpha\}_{lpha \in \Lambda} מישטים ספרבילים באשר
                                                                                                                                                                         מענה: יהי X מרחר מטרי החר"ע
                                                                                                                                                                                                .II. מניה X \bullet
עבורה עבורה סביבה קיימת שונים אונים עבורו לכל עבורו עבורו עבורו אונים אונים אונים מרחב בורה אונים עבורה עבורו עבורו לכל עבורה אונים אונים אונים אונים עבורה עבורו עבורה עבור
                                                                                                                      x \notin \mathcal{V} או קיימת סביבה \mathcal{V} של ע עבורה u \notin \mathcal{U}
עבורה עבורה עבורה סביבה \mathcal{U} שונים קיימת שונים עבורה לכל עבורו לכל עבורה עבורה מרחב מופולוגי \mathcal{U} של אינים עבורה עבורה עבורה אינים שונים עבורה ע
                                                                                                                     x 
otin \mathcal{V} וגם קיימת סביבה \mathcal{V} של עבורה y 
otin \mathcal{U}
```

 $\mathcal U$ מרחב שונים קיימת שונים $x,y\in X$ עבורו לכל עבורו מרחב מרחב קיימת מרחב מופולוגי

 $\mathcal{U} \cap \mathcal{V} = \emptyset$ של y של y של סביבה x וכן סביבה y

מסקנה: T_0 , T_1 , T_2 הינן תכונות טופולוגיות.

 T_0 אזי X מרחב טופולוגי T_1 אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי

 T_1 אזי א מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי ליהי אזי א מחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי

 $.T_2$ מרחב אזי אזי מושרה מושרה מיט מ"ט מ"ט מיהי אזי מרחב מיט מושרה מיט מיט מיט מ

 (X,\mathcal{S}) איי איי מרחב (X,\mathcal{T}) וכן \mathcal{T} וכן איינה על X באשר איי טענה: תהיינה \mathcal{T} , טופולוגיות על איינה באשר איינה מ־

 T_i מרחב

מסקנה: $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ האוסדורף.

 T_2 וכן אינו T_1 וכן אינו בטופולוגיה הקו־סופית הינו T_1 וכן אינו

 T_2 וכן אינו וכן המצוייד בטופולוגיה הקו־בת־מניה הינו T_1 וכן אינו T_{2} הינו $(X,\mathcal{T}\left(d
ight))$ הינו מטרי מירו מרחב (X,d) הינו

 T_i מרחב אזי $A \subseteq X$ ויהי ויהי א מרחב אזי $A \subseteq X$ ויהי מייטענה: יהי א מייט מייט ויהי

 $ig(\prod X_lpha,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}ig)$ ל איזי ($lpha\in\Lambda$ לכל לכל לכל מרחב אזי $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ משענה: יהיו איזי איזי איזי אזיי אזיי אויי עם הטופולוגיה המושרית מ־ \mathbb{R}^2 הסטנדרטית ויהי $\mathbb{R} imes \{0,1\}$ הסטנדרטית ויהי

עם $\mathbb{R} \times \{0,1\}/\sim \mathbb{R} \times \{0,1\}$ אזי $\mathbb{R} \times \{0,1\}/\sim \mathbb{R} \times \{0,1\}$ עם שקילות על $\sim = \mathrm{Id} \cup \{(\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}) \mid a \neq 0\}$ $(\overline{\{a\}}
eq \overline{\{b\}})$ טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (\mathcal{T} הוא (T_0)) \Longrightarrow (לכל (X,\mathcal{T}) שונים מתקיים (X,\mathcal{T})).

 $(x \in X)$ טענה: יהי ((X, \mathcal{T}) מ"ט אזי ((X, \mathcal{T}) הוא קבוצה סגורה לכל ((X, \mathcal{T}) טענה: . $(A=\bigcap_{A\subset\mathcal{U}}\mathcal{U}$ מתקיים $A\subseteq X$ לכל לכל הוא $(T_1$ הוא (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (הי עענה: יהי יהי

 $y\in X$ מ"ט האוסדורף ותהא $\{x_n\}\subseteq X$ סדרה מתכנסת אזי קיים ויחיד $y\in X$ עבורו

 T_i מרוב מופולוגי T_i מקומית: מ"ט X עבורו לכל $X \in x$ קיימת סביבה $\mathcal U$ של x עבורה $\mathcal U$ הינה $x \in \mathcal X$ T_0 טענה: יהי X מ"ט מקומית אזי X הינו T_0

 $.T_1$ טענה: יהי X מ"ט T_1 מקומית אזי א הינו מענה:

 T_2 טענה: הישר עם הראשית הכפולה הינו T_2 מקומית וכן אינו קבוצה מסוג G_{δ} : יהי X מ"ט אזי $X\subseteq A\subseteq A$ עבורה קיימת $\mathcal{T}_{n-1}\subseteq G$ המקיימת

 $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} U_n$ G_{δ} טענה: יהי X מ"ט T_1 מניה T_1 מניה אזיי T_1 מינו

לכל $r\left(a
ight)=a$ רביפה עבורה r:X o A אזי $A\subseteq X$ אזי מ"ט ותהא מסג: יהי א מ"ט ותהא

נסג. r:X o A עבורה קיימת $A\subseteq X$ מ"ט אזי אזי רוכג. אבורה קיימת אוי אזי מ"ט אזי אזי מ"ט אזי אזי מ"ט אזי אזי א

סענה: יהי א האוסדורף ותהא $A\subseteq X$ נסג אזי A סגורה. (A)טענה: יהי X מ"ט T_1 תהא $A \subseteq X$ ויהי $A \subseteq X$ אזי ($x \in X$ נקודת הצטברות של

 $|A \cap \mathcal{U}| \geq leph_0$ מתקיים x מתקיים \mathcal{U} . סענה: יהי X מ"ט אזי ($(a,a) \mid a \in X$) אוסדורף קבוצה אוסדורף מרחב מ"ט אזי ($(a,a) \mid a \in X$) x
otin E סגורה באשר $E \subseteq X$ מרחב טופולוגי X עבורו לכל א בורו לכל מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי א עבורו לכל

 $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{D}$ וכן $E\subseteq\mathcal{V}$ וכן $x\in\mathcal{U}$ עבורן עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ קיימות $E\cap F=arnothing$ סגורות באשר באשר ד $E,F\subseteq X$ מרחב טופולוגי מרחב טופולו

 T_1 מרחב טופולוגי T_3 : מרחב טופולוגי אולרי וכן מרחב

 T_1 נורמלי וכן X נורמלי מרחב מרחב T_4 : מרחב טופולוגי

מסקנה: T_3 , T_4 הינן תכונות טופולוגיות. T_2 אזי א מרחב טופולוגי T_3 אזי א מרחב מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי

 T_3 אזי א מרחב טופולוגי T_4 אזי א מרחב טופולוגי א מסקנה: יהי

. טענה: \mathbb{R}_K הינו T_2 וכן אינו רגולרי טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף: נגדיר $\{(a,\infty)\mid a\in\mathbb{R}\}\cup\{\varnothing,\mathbb{R}\}$ אזי $\mathcal{T}=\{(a,\infty)\mid a\in\mathbb{R}\}$

טענה: \mathbb{R} המצוייד עם טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף הינו T_0 וכן אינו רגולרי וכן אינו רגולרי וכן

 $.T_4$ טענה: $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ הינו

 $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U}$ אזי $\overline{\mathcal{V}} \subset \mathcal{U}$ וכן $\mathcal{V} \subset \mathcal{U}$ אזי $\mathcal{U}, \mathcal{V} \subset \mathcal{X}$ סימון: תהיינה טענה: יהי X מ"ט אזי (X רגולרי) \Longleftrightarrow (לכל $x\in X$ ולכל $x\in X$ סביבה של x קיימת סביבה ענה: $\mathcal{U} \Subset \mathcal{U}$ עבורה $\mathcal{U} \otimes \mathcal{V}$

 $U \subseteq X$ סענה: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי) \Longleftrightarrow (לכל $E \subseteq X$ סגורה ולכל $U \subseteq X$ פתוחה באשר

 $E\subset\mathcal{V}\subset\mathcal{U}$ פתוחה עבורה $\mathcal{V}\subset X$ קיימת $E\subset\mathcal{U}$ משפט הלמה של אוריסון: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי) \Longleftrightarrow (לכל $A,B\subset X$ סגורות וזרות ולכל

. (
 $f_{\mathop{|} B} = b$ וכן וכן $f_{\mathop{|} A} = a$ עבורה עבורה
 $f: X \to [a,b]$ קיימת קיימת וכן $[a,b] \subseteq \mathbb{R}$

. רגולרי. אזי א מ"ט רגולרי ויהי א $A \subset X$ אזי א רגולרי. מענה: יהי א מ"ט רגולרי ויהי . טענה: יהי אזי E מור אזי איזי נורמלי ויהי איזי $E \subset X$ יהי מ"ט נורמלי יהי

 $(\prod X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ל אייטים אוי (X_{lpha} רגולרי לכל א $(\alpha\in\Lambda)$ מ"טים אוי (X_{lpha}) מ"טים אוי לענה: יהיו

 $(\prod X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ לכל ($lpha\in\Lambda$ לכל לכל T_3 מ"טים אזי (X_{lpha}) מ"סים אזי (X_{lpha}) מסקנה: יהיו

 T_3 הינו

מסקנה: $\mathbb{R}^2_{\mathrm{Sorg}}$ הינו רגולרי וכן אינו נורמלי. טענה: יהי X מ"ט מטריזבילי אזי X נורמלי.

. נורמלי, יחס סדר טוב אזי X המצוייד עם טופולוגיית הסדר נורמלי, (X,\prec) יהי . מרחב טופולוגי נורמלי לחלוטין: מ"ט X עבורו לכל מתקיים כי A מתקיים כי A נורמלי.

 $\overline{A}\cap B=arnothing$ וכן $A\cap \overline{B}=arnothing$ עבורן $A,B\subset X$ מ"ט אזי X מ"ט אזי א עבורן אבורן אבורן אבורן אזי $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ מופרדות קיימות $A,B\subset X$ לכל (לכל לחלוטין) אזי אזי (X נורמלי לחלוטין) אזי מ"ט אזי (אזי מ"ט אזי לחלוטין) גרות עבורן $A\subset\mathcal{U}$ וכן $A\subset\mathcal{U}$ זרות

 $\mathcal{B}_{\text{moore}}^{1} = \left\{ B_r\left(p\right) \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{\geq 0}\right) \wedge \left(p_2 > r > 0\right) \right\}$ סימון:

 $\mathcal{B}^2_{ ext{moore}} = \left\{ B_{p_2}\left(p\right) \cup \left\{ \left(p_1,0\right) \right\} \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}\right) \right\}$ סימון: $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{ ext{moore}}^1\cup\mathcal{B}_{ ext{moore}}^2
ight)$ המישור של מור: $\mathbb{R} imes\mathbb{R}_{>0}$ מצוייד עם הטופולוגיה

טענה: המישור של מור הינו קשיר האוסדורף רגולרי וכו אינו נורמלי.

טענה: יהי X מ"ט רגולרי ומניה I אזי X נורמלי. מסקנה: יהי X מ"ט רגולרי לינדלוף אזי X נורמלי.

 $d' \leq 1$ עבורה X של d' של אזי קיימת מטריקה א אזי מושרית מושרית מושרית מייט באשר אזי יהי מ"ט באשר אזי מ"ט באשר אזי מ"ט באשר אזי מ \mathcal{T}_X את משרה d' וכן

 $ig(\prod X_n\,,\,\mathcal{T}_{ exttt{prod}}ig)$ למה: יהיו $(n\in\mathbb{N})$ מיטים אזי (X_n) מיטים אזי אוי (X_n) מטריזבילי לכל מטריזבילי).

מטריזבילי. מסקנה: $\left(\mathbb{R}^{\aleph}0\;,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\right)$

משפט המטריזציה של אוריסון: יהי X מ"ט T_0 רגולרי ומניה T_0 מטריזבילי. $\mathcal U$ עבורה x של x של x עבורה טופולוגי מטריזבילי מקומית: מ"ט x עבורו לכל עבורה x קיימת סביבה של עבורה עבורה מרחב טופולוגי מטריזבילי מקומית:

. מטריזבילי מקומית אזי אזי X מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מיט

מרחב טופולוגי קומפקטי: מרחב טופולוגי X עבורו לכל lpha המקיימים מרחב טופולוגי קומפקטי: $\bigcup_{i=0}^n \mathcal{U}_{f(i)} = X$ עבורה $f:[n] o \Lambda$ וקיימת $n \in \mathbb{N}$ קיים ע $\cup \mathcal{U}_{lpha} = X$ טענה: יהי \mathcal{B} בסיס של (X,\mathcal{T}) אזי אזי (X,\mathcal{T}) אזי המקיימים (X,\mathcal{T}) המקיימים \mathbb{R}^n ו0 = N אבורה א קיים \mathbb{R}^n וקיימת א וקיימת $f:[n] o \Lambda$ וקיימת וקיים א וקיים א פיים $\mathcal{B}_{lpha} = X$ טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית קופקטי.

> $(X) \Longleftrightarrow ($ טענה: יהי $(X) \Longrightarrow ($ סופים אזי אזי וועם הטופולוגיה הבדידה אזי וועם המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי ווע טענה: תהא X קבוצה סופית ותהא \mathcal{T} טופולוגיה על X אזי (X, \mathcal{T}) קומפקטי.

. טענה: יהיו אזי $a,b\in\mathbb{R}$ אזי המצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי.

.($Y\subseteq\bigcup_{i=0}^{\bar{n}}\mathcal{U}_{f(i)}$ עבורה $f:[n]\to\Lambda$ וקיימת $n\in\mathbb{N}$ קיים $Y\subseteq\bigcup\mathcal{U}_{\alpha}$

Y סענה: יהי X מ"ט קומפקטי ותהא $Y\subseteq X$ סגורה אזי Y קומפקטי.

עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}_X$ אזי קיימות $x\notin Y$ ווהי קומפקטי אויהי או $Y\subseteq X$ תהא תהא האוסדורף אזי יהי יהי $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{Q}$ וכן $Y\subseteq\mathcal{V}$ וכן $x\in\mathcal{U}$

. נורמלי. X יהי אזי אוסדורף קומפקטי אזי X נורמלי.

טענה: יהי $f\left(X
ight)$ קומפקטי ותהא f:X
ightarrow Y קומפקטי קומפקטי והי f:X
ightarrow Y

מסקנה: יהי X קומפקטי יהי Y האוסדורף ותהא Y o f: X o Y רציפה וחח"ע אזי f שיכון. תכונת החיתוך הסופי: יהי א מ"ט אזי (A_{lpha}) המקיימת לכל מ"ט אזי (היה אי מ"ט אזי אזי אונכל ולכל ווכל החיתוך הסופי: יהי

 $igcap_{i=1}^n A_{f(i)}
eq \emptyset$ מתקיים $f:[n] o \Lambda$ $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(X)$ טענה: יהי X משפחה של קבוצות סגורות המקיימת (לכל $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(X)$ משפחה של קבוצות סגורות המקיימת

. מטריזבילי אזי א מטריזבילי מקומית מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי מטריזבילי אוסדורף קומקפטי מטריזבילי

 $(II \ automath{^{\circ}} X) \iff (X) \ automath{^{\circ}} X$ מניה וו).

 $\Gamma_f)$ לשנה: f:X o Y אוי קומפקטי ותהא f:X o Y אוי קומפקטי ותהא Y האוי למיט יהי

ללא X imes Y כיסוי פתוח של $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}\left(X imes Y
ight)$ מיט ויהי למת: יהי למת: יהי למת: יהי למת תת־כיסוי סופי אזי קיימת $X \in X$ עבורה לכל $u \in X$ מתקיים כי $u \in X$ אינה ניתנת $u \in X$

למה: יהיו $A \subset \mathcal{P}\left(X \times Y \times Z\right)$ יהי קומפקטי יהי מ"טים יהי X,Z יהיו של מתקיים מxשל סביבה לכל עבורה לכל עבורה $x\in X$ מתקיים סופי ותרכיסוי ללא ללא עביבה עבורה לכל עבורה לכל עבורה ל סביבה $\mathcal U$ סביבה לכל $y\in Y$ אינה אזי קיימת על ידי סופי על ידי לכיסוי ניתנת עבורה לכל $\mathcal U$ אינה ניתנת לכיסוי אינה על ידי אברי של u ולכל v סביבה של u מתקיים כי v אינה ניתנת לכיסוי סופי. $\left(\prod_{i=1}^n X_i, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}}
ight)$ לשענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^n$ מ"טים אזי $\{X_i\}_{i=1}^n$ קומפקטי לכל

 $(\prod_{i=1}^{\infty}X_i,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ ישענה: יהיו $(X_i)_{i=1}^{\infty}X_i$ מ"טים אזי $(X_i)_{i=1}^{\infty}$ איי יהיו יהיו

 X_{lpha}) מ"טים מתקיים (אקסיומת הבחירה) איטים (אכל ארכל ארכל ארכל ארכל אקסיומת הבחירה) מענה: קומפקטי)). $(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ קומפקטי לכל א $(\alpha \in \Lambda)$

 \iff $(lpha\in\Lambda$ סטקנה משפט טיכונוב: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ מ"טים אזי מסקנה משפט טיכונוב: יהיו קומפקטי). $\left(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{prod}\right)$

טענה: יהי $\{0,1\}$ המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי $\{0,1\}$ קומפקטי וכן אינו קומפקטי. $\left(\prod_{n=1}^{\infty}\left\{ 0,1\right\} ,\mathcal{T}_{\mathrm{box}}
ight)$

רציפה f:X o Y ותהא א די ותהא Y מ"ט מצוייד עם טופולוגיית הסדר ותהא א קומפקטי יהי ל מ"ט מצוייד עם טופולוגיית הסדר $x\in X$ לכל $f\left(a\right)\leq f\left(x\right)\leq f\left(b\right)$ עבורם $a,b\in X$ אזי קיימים אזי קיימים אוי

עבורו $\delta>0$ אזי אזי פתוח של X כיסוי פתוח אזי $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ איזי קומפקטי אזי מספר לבג: יהי $A\subseteq\mathcal{U}$ עבורה עבורה אז קיימת אז איז איז איז או diam $(A)<\delta$ אם א $A\subseteq X$ לכל טענה: יהי X מרחב מטרי קומפקטי ויהי $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ כיסוי פתוח של אזי קיים מספר לבג.

רציפה f:X o Y מרחב מטרי הוי Y מרחב מטרי קומפקטי הוי f:X o Y מרחב מטרי הוי Y מרחב מטרי קומפקטי הוי ל $D \subset X$ היימת $x \in X$ אבחב טופולוגיה קומפקטי מקומית: מרחב טופולוגי X עבורו לכל

 $x \in \mathcal{U}$ פתוחה המקיימת ע $\subseteq D$ פתוחה המקיימת קומפקטית ענה: יהי X מ"ט קומפקטי אזי X מ"ט קומפקטי מקומית.

טענה: יהי X האוסדורף התב"ש

X קומפקטי מקומית. . מימת $\overline{\mathcal{U}}$ קומפקטית, של $x \in X$ לכל $x \in X$ היימת $x \in X$

וכן קומפקטית עבורה $\overline{\mathcal{V}}$ עבורה x עבורה של x קיימת x סביבה של $x \in X$ לכל $x \in X$.v ∈ u

מספוב: יהי X האוסדורף הוחפהנו מהומים אזי X בנולרי

. מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי מקומית \mathbb{R}^n

. סענה: $(\mathbb{R}^{lepho}0\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ קומפקטי מקומית

טענה: () מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית אינו קומפקטי מקומית. $f\left(X
ight)$ אזי ופתוחה אזי f:X o Y אזי ותהא מ"ט ותהא אזי קומפקטי אזי היי א קומפקטי מקומית אזי ותהא

מסקנה: קומפקטיות מקומית הינה תכונה טופולוגית.

. סענה: יהי X קומפקטית מקומית ותהא $Y \subset X$ סגורה אזי Y קומפקטית מקומית ענה:

טענה: יהי X האוסדורף קומפקטי מקומית ותהא $Y \subset X$ פתוחה אזי Y קומפקטית מקומית.

 \iff $(i \in [n]$ טענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^n$ מ"טים אזי ל X_i מ"טים אזי אזי $\{X_i\}_{i=1}^n$ (חמפקטי מקומית) קומפקטי ($\prod_{i=1}^{n} X_i, \mathcal{T}_{prod}$

עבורה לכל $C\subseteq Y$ קומפקטית מתקיים כי f:X o Y מ"טים אזי איי היו X,Y קומפקטית מתקיים כי

אין על רציפה ונאותה f:X o Y חח"ע על רציפה ונאותה איט מהיט מיסי מיסי היי מיט יהי מיט יהי מיסי מהומית ותהא

f:X o Y מ"ט אזי מ"ט הומפקטי והאוסדורף עבורו היים שיכוו א מ"ט אזי מ"ט הומפקטי איז עבורו היים שיכוו עבורו מ"ט אזי מ"ט הומפקטי האוסדורף איז מ"ט אזי מ"ט אזי מ"ט הומפקטי איז מ"ט האוסדורף איז מ"ט הוא מ"ט היים איז מ"ט הוא מ"ט $\overline{f(X)} = Y$ המקיים

מערה: הומפהטיפיקציה היא לעיתים מ"ט ולעיתים השיכון.

האסרונים אינון הוחיקה על X האסרונים הוחיקה שאינו הוחיקה אינון X הוחיקה הוחיקה אינות X

אוסדורף לכל מ"ט האוסדורף i:X o Y מ"ט אזי קומפקטיפיקציה א עבורה לכל מ"ט האוסדורף X $g\circ i=f$ רציפה עבורה g:Y o Z רציפה קיימת f:X o Z ולכל

. סענה: אזי אזי אזי אזי אזי א קומפקטיפיקציות קומפקטיפיקציות מ"ט ותהיינה אזי מ"ט ותהיינה אזי א קומפקטיפיקציות קומפקטיפיקציות אזי אזי א a_{k_m} מרחב אפיימת תת־סדרה קומפקטי מדרתית: מרחב טופולוגי א עבורו לכל מדרה a_n קיימת תת־סדרה מרחב

למה: יהיו מייטים $a:\mathbb{N} \to \prod_{lpha \in \Lambda} X_lpha$ תהא מ"טים תהא למה: יהיו אייטים תהא אייטים תהא לכל $\pi_{lpha}\left(a\right)$ אזי (a מתכנסת ל־ (a_{n})) מתכנסת ל־ (a_{n}) אזי מתכנסת ל־ (a_{n}) אזי לכל $b\in\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{lpha}$

טענה: $\{x \in [0,1]
ightarrow \{0,1\} \mid |\{x_{\alpha}=1\}| \leq leph_0\}$ קומפקטית סדרתית וכן אינה

. טענה: [0,1] o [0,1] קומפקטית וכן אינה קומפקטית סדרתית

. טענה: $[0,1]^2$ מצוייד עם טופולוגיית הסדר המילוני הינו קומפקטי וכן קומפקטי סדרתית

. מענה: יהי א קומפקטי מניה אזי אזי קומפקטי סדרתית ענה: יהי א קומפקטי מניה ו

סודר מצוייד עם מאינו בן־מניה אזי $\omega_1 imes [0,1]$ אמיני עם הסדר המינימלי אינו ב ω_1 יהי יהי הארוך: יהי ω_1 אחודר המינימלי האינו

סופית עבורה $(\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ \iff $(eta\in\Lambda\setminus\Delta)$ קומפקטי קומפקטי קומפקטי לכל מקומית).

טענה: יהי (A,d)כארה מטרי שלם ותהא $A\subset X$ אווי שלם מטרי מרחב מטרי אוי מרחב מטרי יהי יהי . מרחב מטרי שלם ($X, \min{\{d,1\}})$ אזי שלם מטרי מטרי מרחב מטרי יהי אזי (X, d) אזי יהי

 $ho\left(d
ight):X^{\Lambda} imes X^{\Lambda}
ightarrow\mathbb{R}$ אזי קבוצה אזי מרחב מטרי מרחב (X,d) אזי המטריקה המטריקה המטריקה מחידה: אזי $.
ho\left(d
ight)\left(x,y
ight)=\sup_{lpha\in\Lambda}\left\{\min\left\{d\left(x_{lpha},y_{lpha}
ight),1
ight\}
ight\}$ המוגדרת

 $ho\left(d
ight)<1$ וכן X^{Λ} וכן אור מטריקה מעל $ho\left(d
ight)$ מטריקה מטרי ותהא מטרי ותהא אזי קבוצה אזי $ho\left(d
ight)$ טענה: יהי $\left(X^{\Lambda},
ho\left(d
ight)
ight)$ מרחב מטרי שלם ותהא Λ קבוצה אזי $\left(X^{\Lambda},
ho\left(d
ight)
ight)$ מרחב מטרי שלם. ותהיינה $f: \stackrel{.}{X} \rightarrow Y$ מרחב מטרי (Y, d) ותהיינה מ"ט יהי למה: יהי א

רציפה. איי $f_n \xrightarrow{u} f$ רציפות עבורן איי $f_n \xrightarrow{u} f$ רציפות רציפות רציפות רציפה איי $f_n \xrightarrow{u} f$ טענה: יהי $C\left(X,Y\right)$ אזי מטרי מטרי מרחב מרחב מ"ט ויהי מ"ט ויהי מיטרי מטרי מטרי מטרי מיטרי מיטר $(Y^X, \rho(d))$

מרחב מטרי שלם. $C\left(X,Y\right)$ אזי מ"ט ויהי (Y,d) מרחב מטרי שלם אזי מסקנה: יהי מיט ויהי מיט ויהי מרחב מטרי שלם מטרי שלם מסקנה: