

**מטריקה אוקלידית:** תהייה  $x, y \in \mathbb{R}^n$  אזי  $d_2(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$

**הגדרה:** תהייה  $X, Y \subseteq \mathbb{R}^n$  אזי  $d_2(X, Y) = \inf_{\substack{x \in X \\ y \in Y}} d_2(x, y)$

**נקודה קרובה ביותר לנקודה:** תהא  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  ויהי  $a \in \mathbb{R}^n \setminus X$  אזי  $x \in X$  עבורו לכל  $y \in X$  מתקיים  $d_2(x, a) \leq d_2(y, a)$

**טענה:** תהא  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  יהי  $a \in \mathbb{R}^n \setminus X$  ותהא  $x \in X$  אזי הנקודה הקרובה ביותר ל- $a$  ב- $X$   $\iff (d_2(a, x) = d_2(a, X))$

**משפט הנקודה הקרובה ביותר:** תהא  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  ויהי  $a \in \mathbb{R}^n \setminus X$  אזי קיימת נקודה קרובה ביותר ל- $a$  ב- $X$ .

**טענה:** תהא  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  קמורה ויהי  $a \in \mathbb{R}^n \setminus X$  אזי קיימת ויחידה נקודה קרובה ביותר ל- $a$  ב- $X$ .

**היפר-משטח:** יהי  $\alpha \in \mathbb{R}^n$  ויהי  $\beta \in \mathbb{R}$  אזי  $H(\alpha, \beta) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle \alpha, x \rangle = \beta\}$

**חצי מרחב נוצר על ידי היפר-משטח:** יהי  $\alpha \in \mathbb{R}^n$  ויהי  $\beta \in \mathbb{R}$  אזי

• עליון:  $H^+(\alpha, \beta) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle \alpha, x \rangle \geq \beta\}$

• תחתון:  $H^-(\alpha, \beta) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle \alpha, x \rangle \leq \beta\}$

**טענה:** יהי  $\alpha \in \mathbb{R}^n$  ויהי  $\beta \in \mathbb{R}$  אזי  $H^+(\alpha, \beta) = H^-(\alpha, -\beta)$

**טענה:** יהי  $\alpha \in \mathbb{R}^n$  ויהי  $\beta \in \mathbb{R}$  אזי  $H^+(\alpha, \beta) \cap H^-(\alpha, \beta) = H(\alpha, \beta)$

**היפר-משטח מפריד:** תהא  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  ויהי  $x \in \mathbb{R}^n$  אזי היפר-משטח  $H(\alpha, \beta)$  המקיים אחד מהבאים

•  $S \subseteq H^-(\alpha, \beta)$  וכן  $x \in H^+(\alpha, \beta)$

•  $S \subseteq H^+(\alpha, \beta)$  וכן  $x \in H^-(\alpha, \beta)$

**היפר-משטח מפריד ממש:** תהא  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  ויהי  $x \in \mathbb{R}^n$  אזי היפר-משטח מפריד  $H(\alpha, \beta)$  המקיים אחד מהבאים

•  $S \subseteq H^-(\alpha, \beta) \setminus H(\alpha, \beta)$  וכן  $x \in H^+(\alpha, \beta) \setminus H(\alpha, \beta)$

•  $S \subseteq H^+(\alpha, \beta) \setminus H(\alpha, \beta)$  וכן  $x \in H^-(\alpha, \beta) \setminus H(\alpha, \beta)$

**משפט ההפרדה על ידי היפר-משטח:** תהא  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  סגורה וקמורה ויהי  $a \in \mathbb{R}^n \setminus S$  אזי

• תהא  $x \in \mathbb{R}^n$  הנקודה הקרובה ביותר ל- $a$  ב- $S$  אזי  $H(a - x, \langle a - x, x \rangle)$  היפר-משטח מפריד בין  $S$  ל- $a$ .

• קיים  $\alpha \in \mathbb{R}^n$  וקיים  $\beta \in \mathbb{R}$  עבורם  $H(\alpha, \beta)$  היפר-משטח מפריד ממש בין  $S$  ל- $a$ .