```
. טענה: תהיינה A,B בת מנייה אזיA\cup B בת מנייה
                                                                      \bigcup_{i=1}^n A_i בת מנייה אזי בנות מנייה אזי בת מנייה. אוי בת מנייה.
טענה: תהא \langle f_n \mid n \in \mathbb{N} 
angle חדרת פונקציות באשר או בת מנייה לכל A_i סדרת פונקציות באשר או סענה:
                                                                            על לכל n\in\mathbb{N} אזי סופית או בת מנייה. f_n:\mathbb{N}	o A_n
                                                    A 	imes B = \{\langle a,b 
angle \mid (a \in A) \land (b \in B)\} מכפלה קרטזית: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                                                       טענה: תהיינה A,B בת מנייה אזי A \times B טענה:
                                                                       . בת מנייה A_1 \times \ldots \times A_n בנות מנייה אזיA_1 \ldots A_n בת מנייה
                                                                                                           A^1=A הגדרה: תהא A קבוצה אזי
                                                                                A^n=A	imes A^{n-1} אזי n\in\mathbb{N}_+ ויהי קבוצה A הגדרה: תהא
                                                                                                                      .טענה: \bigcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{N}^n בת מנייה
                                                                                                          |\{A \subseteq \mathbb{N} \mid A\}| = \aleph_0 מסקנה: |\{A \subseteq \mathbb{N} \mid A\}|
                                                                                                                                  |\mathbb{Z}|=leph_0 :טענה
                                                                                                                                  |\mathbb{Q}|=\aleph_0 :טענה
                                                                     p\left(a
ight)=0 מספר אלגברי: מספר a\in\mathbb{C} עבורו קיים a\in\mathbb{C} מספר
                                                                p\left(a
ight)
eq0 מתקיים p\in\mathbb{Z}\left[x
ight] עבורו לכל a\in\mathbb{C} מספר מספר
                                                                                                    |\{a\in\mathbb{C}\mid A אלגברי a\}|=leph_0 משפט קנטור:
                                                                       יחס סדר חלקי/חלש: תהא A קבוצה ויהי A אזי A באשר יחס סדר חלקי/חלש:
                                                                                                    x \preccurlyeq x אזי x \in A יהי •
                                                                 x \preccurlyeq z אזי y \preccurlyeq z וכן x \preccurlyeq y עבורם x,y,z \in A אזי יהיו x \preccurlyeq y
                                                        x=y אזי y \preccurlyeq x וכן x \preccurlyeq y עבורם x,y \in A אזי יהיו חלשה: x = y אנטי סימטריות חלשה:
                                                                               יחס סדר חזק: תהא A קבוצה ויהי A^2 אזי A באשר יחס סדר חזק: תהא
                                                                                         \neg \left( x \prec x \right) אזי אזי יהי יהי פלקסיביות: •
                                                                 x\prec z אזי y\prec z וכן x\prec y עבורם x,y,z\in A אזי יהיו
                                                                 \neg (y \prec x) אזי x \prec y עבורם x,y \in A יהיו חזקה: \bullet
                                   (x\preccurlyeq y)\lor(y\preccurlyeq x) מתקיים x,y\in A אבורו לכל (A,\preccurlyeq) עבורו סדר חלקי יחס סדר אווי האקיים מדר קווי
                               (x \prec y) \lor (y \prec x) \lor (x = y) מתקיים x, y \in A עבורו לכל (x, x) עבור חזק יחס סדר חזק יחס עבורו לכל
                                                                                                            טענה: \langle \mathbb{N}, <_{\mathbb{N}} \rangle יחס סדר קווי חלקי.
                                                                                      . יחס סדר חלקי \langle \mathcal{P}\left(A\right),\subseteq \rangle יחס סדר חלקי ענה: תהא
(aRb) \Longleftrightarrow (f(a)Sf(b)) מתקיים a,b \in A מתקיים (A,R), \langle B,S \rangle מדרים אזי (A,R), \langle B,S \rangle מתקיים
                                   . סדרים הפיכה \pi:A	o B הפימת \langle A,R \rangle, עבורם סדרים הפיכה שומרת הפיכה \pi:A	o B
                                                                    \langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle איזומורפיים איזו סדרים \langle A,R \rangle , \langle B,S \rangle סדרים איזומורפיים
```

 $|X| \leq |Y|$ חח"ע אזי f: X o Y הגדרה: תהיינה X, Y קבוצות ותהא $Y \mapsto f: X \to Y$ חח"ע ועל אזי |X| = |Y| הגדרה: תהיינה $X, Y \mapsto X$

|X|<|Y| אזי אזי $|X|\neq |Y|$ וכן $|X|\leq |Y|$ אזי קבוצות עבורן אזי |X|<|Y|

 $|A|=|\{0,\ldots,n-1\}|$ המקיים $n\in\mathbb{N}$ עבורה עבורה עבורה חופית:

 $.|A|=|\{0,\dots,n-1\}|$ המקיים $n\in\mathbb{N}$ קיים לא עבורה A קבוצה אינסופית: קבוצה אינסופית

טענה: תהא B סופית או בת מנייה תהא f:A o B ותהא קבוצה ותהא מנייה מנייה מנייה מנייה

|X|=|Y| אאי $|Y|\leq |X|$ וכן $|X|\leq |Y|$ אאי און |X|=|Y| משפט קנטור־שרדר־ברנשטיין (קש"ב): תהיינה

 $|X| \neq |Y|$ אזי $\neg (|X| = |Y|)$ איזי קבוצות עבורן תהיינה X,Y איזי

טענה: תהא B בת מנייה ותהא $B\subseteq A$ אינסופית אזי B בת מנייה. מסקנה: תהא A בת מנייה ותהא $B\subseteq A$ אזי B סופית או בת מנייה.

X העוצמה של |X| העוצמה של

 $|X|=\aleph_0$ קבוצה X עבורה קבוצה בת מנייה:

 $|\{0,\ldots,n-1\}|=n$ אזי $n\in\mathbb{N}$ סימון: יהי

סימון: $|\mathbb{N}|=0$ %.

```
(aRb) \lor (a=b) מתקיים b \in A מתקיים a \in A עבורו קיים a \in A עבורו קיים a \in A מתקיים סדר קווי
                                                                      \min(A) = a אזי a \in A איבר ראשון בעל איבר קווי בעל סדר קווי אזי \langle A, R \rangle יהי
        . טענה: יהי \langle B,S \rangle אזי \langle B,S \rangle אזי איבר ראשון ויהי \langle B,S \rangle סדר קווי באשר סענה: יהי \langle A,R \rangle \simeq \langle B,S \rangle סדר איבר ראשון ויהי
       (aRb) \lor (a=b) מתקיים a \in A מתקיים b \in A מתקיים סדר קווי \langle A,R \rangle עבורו קיים a \in A באשר לכל
                                                                     \max(A) = a אזי a \in A אזיבר אחרון בעל איבר סדר קווי בעל איבר אחרון יהי
        . טענה: אזי \langle B,S \rangle אזי אזי איבר אחרון ויהי יבעל איבר אחרון איבר אחרון ויהי יהי אוי סענה: יהי יהי אוי בעל איבר אחרון ויהי
                         zRy וכן xRz עבורו z\in A קיים xRy המקיימים xRy המקיימים עבורו z\in A עבורו ווע z\in A וכן
                                      טענה: יהי \langle A,R
angle\simeq \langle B,S
angle סדר קווי באשר \langle B,S
angle אזי \langle B,S
angle צפוף.
                                                                    טענה: \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון.
                                                                                                                        \mathbb{N}, \leq_{\mathbb{N}} \not\simeq \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} \rangle מסקנה:
      \langle A, \preccurlyeq 
angle \simeq \langle \mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}} 
angle אזי |A| = leph_0 משפט קנטור: יהי \langle A, \preccurlyeq 
angle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר
       \langle A, \prec 
angle \simeq \langle \mathbb{Q}, <_{\mathbb{Q}} 
angle אזי משפט קנטור: יהי \langle A, \prec 
angle סדר קווי חזק צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר משפט קנטור: משפט קנטור:
                            (xRa) \lor (x=a) מתקיים x \in X מתקיים X \subseteq A אזי X \subseteq A מדר קווי ותהא A \subseteq A
                                                  \overline{B}_X = \{a \in A \mid X סדר קווי ותהא X \subseteq A אזי X \subseteq A סדר קווי ותהא סימון: יהי
                                                                   \overline{B}_X 
eq \emptyset עבורה X \subseteq A אזי אזי X \subseteq A סדר קווי אזי יהי
                            (xRa) \lor (x=a) מתקיים x \in X מתקיים מלרע: יהי אזי X \subseteq A אזי אזי X \subseteq A מחסם מלרע: יהי
                                                   \underline{B}_X = \{a \in A \mid X סדר קווי ותהא X \subseteq A אזי ותהא סדר קווי יהי לא סדר קווי ותהא סדר אזי אזי לימון: יהי
                                                                    \underline{B}_X 
eq \varnothing עבורה X \subseteq A אזי אזי A \subseteq A סדר יהי יהי מלרע: יהי
                                                           . סדר חסם מלרע חסם מלרע חסם מלרע אזי איזי X\subseteq A סדר קווי אזי \langle A,R \rangle יהי
                                                                      \operatorname{sup}(X) = \min\left(\overline{B}_X\right) אזי X \subseteq A אדר קווי ותהא A, R סדר קווי ותהא
                                                                       \inf\left(X
ight)=\max\left(\underline{B}_{X}
ight) אזי אזי X\subseteq A סדר קווי ותהא אוי לאזי \langle A,R
angle
                                                    \operatorname{sup}\left(X
ight) אינים סדר קווי אלם: סדר קווי \left\langle A,R
ight
angle עבורו לכל
                             (\sup(X),\inf(X),\inf(X)) סדר קווי אזי איי שלם)(A,R) סדר שלם) סטענה: יהי
            המקיים \langle L,\sqsubseteq \rangle סדר הוון אזי סדר ללא איבר האשון וללא איבר איבר חלקי: יהי הי\langle P,\preccurlyeq \rangle סדר הווי חלקי ללא איבר השוו וללא איבר איבר חלקי: יהי
                                                                                                                                           .P \subseteq L \bullet
                                                                                            (x \preccurlyeq y) \Longleftrightarrow (x \sqsubseteq y) מתקיים x, y \in P לכל
                                                                              . סדר קווי שלם ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון. \langle L, \Box \rangle
                                                                                                                         \langle L, \sqsubseteq \rangle צפוף ב־ \langle P, \preccurlyeq \rangle \bullet
משפט יחידות השלמה: יהי \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון ותהיינה \langle P, \preccurlyeq \rangle סדר סדר קווי חלקי צפוף איבר ראשון ולא איבר אחרון ותהיינה משפט יחידות השלמה:
                                                                                    p \in P לכל \pi\left(p\right) = p עבורו \pi:L 	o L^* לכל
                      משפט קיום השלמה: יהי \langle P, \preccurlyeq 
angle סדר קווי חלקי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון אזי קיימת לו השלמה.
                                                    באשר \langle A,B \rangle אזי אזי A,B \subseteq P ויהיו חלקי ויהיו סדר קווי אזי אזי \langle P,\preccurlyeq \rangle באשר התך דדקינד: יהי
                                                                                                                                     A \cap B = \emptyset •
                                                                                                                                     A \cup B = P \bullet
                                                                                                     a \preccurlyeq b מתקיים b \in B ולכל •
                                                                                                                      ללא איבר אחרון. \langle A, \preccurlyeq \rangle
```

 $[p] = \langle (-\infty,p)\,,[p,\infty)
angle$ אזי $p\in P$ ויהי חלקי חלקי סדר קווי חלקי אזי $\langle P,\preccurlyeq \rangle$ יהי

.Ded $(P)=\{\langle A,B\rangle \mid$ חתך דדקינד $\langle A,B\rangle \}$ סדר קווי חלקי אזי מימון: יהי $\langle P,\preccurlyeq \rangle$

 $\langle A,B
angle \preccurlyeq \langle C,D
angle$ אזי $A\subseteq C$ חתכי דדקינג באשר $\langle A,B
angle ,\langle C,D
angle$ וויהיו חלקי ויהיו איזי $\langle A,B
angle ,\langle C,D
angle$ חתכי מהגדרה: יהי

טענה: יהי $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי ויהי $p \in P$ אזי $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ חתך דדקינד.

 $.\langle\{[p]\mid p\in P\}\,,\preccurlyeq\rangle\simeq\langle P,\preccurlyeq\rangle$ טענה: יהי יהי יהי סדר קווי חלקי אזי יהי ענה: יהי יהי ערה פחתכי בהתאמה מעל בתור שיכון של $P,\preccurlyeq\rangle$ בחתכי הדדקינד שלה.

טענה: יהי $\langle \mathrm{Ded}\,(P)\,,\preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי אזי סענה: יהי $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי אזי סענה: יהי $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי אזי $\langle \mathrm{Ded}\,(P)\,, \preccurlyeq \rangle$

```
\mathcal{C}=igcap_{i=0}^\infty C_i אזי n\in\mathbb{N} לכל C_{n+1}=\left(rac{1}{3}C_n
ight)\cup\left(rac{2}{3}+rac{1}{3}C_n
ight) ונגדיר ונגדיר C_0=[0,1] לכל
                                                                                                                           .(\mathcal{C},<_{\mathbb{R}})\simeq\left(^{\mathbb{N}}\left\{ 0,1
ight\} ,<_{\mathsf{lex}}
ight) טענה:
|A\cup B|=|C\cup D| אזי און |B|=|D| וכן |A|=|C| סענה: תהיינה |A\cup B|=|C\cup D| אזי אזי ותהיינה לבוצות ארות ותהיינה
                                                                                    |A|+|B|=|A\cup B| הגדרה: תהיינה A,B קבוצות זרות אזי
                                                                                                              |A \times \{0\}| = |A| טענה: תהא A קבוצה אזי
                                                            |A| + |B| = |A \times \{0\}| + |B \times \{1\}| הגדרה חיבור: תהיינה A, B קבוצות אזי
                                      |A \times B| = |C \times D| אזי |B| = |D| וכן |A| = |C| אזי |A, B, C, D| טענה: תהיינה
                                                                                       |A|\cdot |B| = |A	imes B| הגדרה כפל: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                                            |A|=\kappa עבורה עבורה קבוצה אם קיימת עוצמה א היא עוצמה הערה: נאמר כי היא אוצמה אם היא
                                                                                                                   \kappa + \kappa = 2 \cdot \kappa טענה: תהא א עוצמה אזי \kappa
                                                                                   \kappa \cdot (\lambda + \mu) = \kappa \cdot \lambda + \kappa \cdot \mu טענה: תהיינה \kappa, \lambda, \mu עוצמות אזי
                                                                                       A = \{f \mid f: B \to A\} הגדרה: תהיינה A, B קבוצות אזי
                                               |BA|=|DC| אזי אזי |B|=|D| וכן |A|=|C| אזי אזי |A,B,C,D| טענה: תהיינה
                                                                                                      |A|^{|B|}=|^BA| הגדרה: תהיינה A,B קבוצות אזי
                                                                                                                                                 |\mathbb{R}|=2^{\aleph_0} מסקנה:
                                                                                                                        \kappa \cdot \kappa = \kappa^2 טענה: תהא א עוצמה אזי
                          (\kappa \cdot \lambda)^{\mu} = (\kappa^{\mu}) \cdot (\lambda^{\mu}) וכן (\kappa^{\lambda})^{\mu} = \kappa^{(\lambda \cdot \mu)} וכן \kappa^{(\lambda + \mu)} = \kappa^{\lambda} \cdot \kappa^{\mu} עוצמות אזי \kappa, \lambda, \mu וכן \kappa, \lambda, \mu
                                                                                             .\aleph_0+\aleph_0=\aleph_0 וכן אזי n\in\mathbb{N} וכן n\in\mathbb{N} יהי אזי יהי
                                                                                              \aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0 טענה: יהי n\in\mathbb{N}_+ אזי n\in\mathbb{N}_+ וכן וכן
                                                                                                                             \aleph_0^n=leph_0 אזי n\in\mathbb{N}_+ טענה: יהי
                                                       2^{\aleph_0}+2^{\aleph_0}=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}+\aleph_0=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}+n=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                          2^{\aleph_0}\cdot 2^{\aleph_0}=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}\cdot \aleph_0=2^{\aleph_0} וכן 2^{\aleph_0}\cdot n=2^{\aleph_0} אזי n\in \mathbb{N}_+ יהי יהי n\in \mathbb{N}_+
                                                                                        (2^{\aleph_0})^{\aleph_0}=2^{\aleph_0} וכן (2^{\aleph_0})^n=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי יהי
                                                                                                  \mathfrak{K}_0^{leph_0}=2^{leph_0} וכן n^{leph_0}=2^{leph_0} אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} יהי יהי
                                                                                                                                        (2^{\aleph_0})^{\left(2^{\aleph_0}\right)} > 2^{\aleph_0} :טענה
                                          |\mathbb{N}\mathbb{N}|=2^{\aleph_0} וכן |\mathbb{N}	o\mathbb{R}|=2^{\aleph_0} וכן וכן |\mathbb{C}|=2^{\aleph_0} וכן |\mathbb{R}^n|=2^{\aleph_0} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי וכן
                                          |B \backslash A| = 2^{\aleph_0} אזי |A| \leq \aleph_0 באשר A \subseteq B ותהא ותהא |B| = 2^{\aleph_0} אזי באשר שנה: תהא
                                                                                                      |\{a\in\mathbb{C}\mid מסקנה: a\}|=2^{leph_0} מספר טרנסצנדנטי
                                                                                                                  |\{a\in\mathbb{R}\midמסקנה: |\{a\in\mathbb{R}\mid a\}|=2^{leph_0} מסקנה:
                                                                                                    |\{f\mid (f:\mathbb{R}	o\mathbb{R})\wedge (f)\}|=2^{\aleph_0} מסקנה:
                                                                                                |\{f\mid (f:\mathbb{R}	o\mathbb{R})\wedge (f)\}|=2^{leph_0} מסקנה: |\{f\mid (f:\mathbb{R}	o\mathbb{R}) + (f)\}|=2^{leph_0}
                                                                                                           |\{A\mid (A\subseteq\mathbb{R})\land (פתוחה|A|\}|=2^{leph_0} טענה:
                                           יחס סדר טוב: סדר קווי \langle W, \prec 
angle עבורו לכל A 
eq \varnothing באשר איבר קטן ביותר. עבורו לכל
```

f:A o B עבורו קיימת $\langle B,\sqsubset
angle$ עבור איבר אחרון וללא איבר קווי חזק אזי קיים סדר קווי חזק צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון

 $\langle P, \preccurlyeq
angle \simeq \langle \mathbb{R}, \leq_{\mathbb{R}}
angle$ משפט: יהי $\langle P, \preccurlyeq
angle$ סדר קווי חלקי ללא איבר ראשון ואחרון בעל קבוצה בת־מנייה צפופה בו אזי

 $\langle {
m Ded}\,(P)\,,\preccurlyeq \rangle$ טענה: יהי $\langle P,\preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי אזי פופה אזי $\langle P,\preccurlyeq \rangle$ טענה: יהי $\langle P, \preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי אזי $\langle {
m Ded}\,(P)\,, \preccurlyeq \rangle$ סדר קווי חלקי אזי

 $(\mathbb{Q},\leq_{\mathbb{Q}})$ מספרים ממשיים: $(\mathbb{R},\leq_{\mathbb{R}})$ הינה ההשלמה של

 $|\mathcal{P}\left(X
ight)|=\left|^X2
ight|$ אזי קבוצה א קבוצה איזי אינה: תהא $|X|<|\mathcal{P}\left(X
ight)|$ משפט קנטור: תהא $|X|<|\mathcal{P}\left(X
ight)|$

 $\mathcal{P}\left(X\right)=\left\{Y\mid Y\subseteq X\right\}$ אזי קבוצה החזקה: תהא קבוצה אזי תהא Xקבוצה החזקה: סימון: תהא אזי Xקבוצה אזי X

שומרת סדר.

 $|\mathbb{R}|
eq \aleph_0$ טענה:

 $|\mathbb{R}|=|\mathbb{N}2|$:טענה

```
W[a] = \{b \in W \mid b \prec a\} אזי a \in W יחס סדר טוב ויהי \langle W, \prec \rangle יחי יחס סדר טוב ויהי
                                                                       Wבישה ב־W רישה ב־W יחס סדר טוב ויהי ויהי A\in W יחס סדר טוב ויהי
                                               S=W\left[x
ight] אזי קיים x\in W טענה: יהי X\in W יחס סדר טוב ותהא ותהא S רישה ב־
                     x \in W טענה: יהי (X \prec f(x)) \lor (x = f(x)) אומרת סדר אזי f: W \to W לכל לכל על יהי (W, \prec) יחס סדר טוב ותהא
                                                                              W \not\simeq W \left[ a 
ight] אזי a \in W יחס סדר טוב ויהי \langle W, \prec 
angle אזי מסקנה: יהי
                                                              f=\mathrm{Id} איזומורפיזם אזי f:W	o W יחס סדר טוב ויהי יהי איזימורפיזם אזי
                                          f=g איזומורפיזמים אזי f,g:W	o A ויהיו סדר טובים אזי \langle W, \prec 
angle, \langle A, 
angle מסקנה: יהיו
                                                 משפט ההשוואה: יהיו מהבאים מתקיים סדר טובים אזי משפט ההשוואה: יהיו \langle W, \prec 
angle \, , \langle A, \sqsubset 
angle יחסי סדר טובים אזי
                                                                                                                               .\langle W, \prec \rangle \simeq \langle A, \Box \rangle \bullet
                                                                                                \langle W[w], \prec \rangle \simeq \langle A, \Box \rangle עבורו w \in W •
                                                                                                   \langle W, \prec \rangle \simeq \langle A[a], \sqsubseteq \rangle עבורו a \in A סיים •
                                                             y \in X מתקיים y \in A ולכל A \in X עבורה עבורה לכל קבוצה ארנזיטיבית:
                                                                                      סדר טוב. \langle X, \in 
angle יחס סדר טוב. \langle X, \in 
angle
                                                                                                               טענה: יהי \alpha \cup \{\alpha\} סודר אזי \alpha \cup \{\alpha\}
                                                                                                                         \alpha \notin \alpha טענה: יהי \alpha סודר אזי טענה:
                                                                                                         . סודר x אזי אזי x \in \alpha סודר ויהי \alpha סודר מענה: יהי
                                                                                                \alpha \notin \beta אזי \beta \in \alpha טענה: יהיו \alpha, \beta סודרים באשר
                                                                                                \alpha \in \beta אזי \alpha \subseteq \beta טענה: יהיו \alpha, \beta סודרים באשר
                                                                   טענה משפט ההשוואה: יהיו lpha,eta סודרים אזי בדיוק אחד מהבאים מתקיים
                                                                                                                                             \alpha = \beta \bullet
                                                                                                                                             \alpha \in \beta \bullet
                                                                                                                                             .\beta \in \alpha \bullet
                                                                                  . סענה: \min{(S)} אזי סודרים אל ריקה לא ריקה לא קבוצה S קבוצה לא יים.
                                                                                                                         \mathcal{O}_n = \{ \alpha \mid סודר \alpha \} הגדרה:
                                                                                                                                       \mathcal{O}_n = \mathrm{Ord} : סימון
                                                                                                      טענה פרדוקס גוראלי־פורטי: מינה קבוצה. טענה
                                                              (\alpha \cup \{\alpha\} \in \beta) \lor (\alpha \cup \{\alpha\} = \beta) אזי \alpha \in \beta סודרים באשר \alpha, \beta אזי יהיו
                                                                                                          \alpha + 1 = \alpha \cup \{\alpha\} סודר אזי \alpha סודר מימון: יהי
                                                         eta \in \alpha טענה: תהא eta \in S מתקיים אזי קיים סודר אזי קיים מודרים אזי קבוצת סודרים אזי קיים סודר
                                            \langle lpha, \in 
angle \simeq \langle W, \prec 
angle עבורו מידר אזי סדר טוב יהי יהי יהי יהי טיפוס סדר של יחס סדר טוב: יהי
                                                                     \langle W, \prec 
angleיחס משפט: יהי \langle W, \prec 
angleיחס סדר טוב אזי קיים ויחיד סודר טיפוס ל־
                                                  \operatorname{cotp}\left(\langle W, \prec 
angle
ight) = lpha אזי אזי אזי סודר טיפוס מודר טיפוס מדר טוב ויהי \langle W, \prec 
angle אזי מימון: יהי
אזי לכל קבוצה P אזי לכל קבוצה Y אזי לכל קבוצה X קיימת קבוצה לכל קבוצה אקסיומת ההחלפה: תהא P אזי לכל קבוצה אקסיומת החלפה:
                                                                           באשר לכל P\left(a,b
ight) קיים b\in B קיים a\in A זוהי אינה טענה B
                           קבוצה. אקסיומת ההפרדה: תהא P נוסחה אזי לכל קבוצה A מתקיים כי \{a \in A \mid P\left(a\right)\} קבוצה. אוהי אינה טענה
משפט עיקרון האינדוקציה: תהא P נוסחה באשר לכל סודר \alpha מתקיים משפט עיקרון האינדוקציה: תהא P מוסחה באשר לכל סודר מתקיים
                                                                                                                                                      .P(\gamma)
                                                                             lpha=eta+1 סודר עוקב: סודר eta עבורו קיים סודר עוקב סודר lpha
                                                                              משפט אינדוקציה טרנספיניטית: תהא P נוסחה המקיימת
```

.טענה: $\langle \mathbb{N}, <_{\mathbb{N}} \rangle$ סדר טוב

 $.S \neq W \bullet$

טענה: יהי $\langle \mathbb{N}_{\leq n}, <_{\mathbb{N}_{\leq n}}
angle$ אזי $n \in \mathbb{N}$ סדר טוב.

 $b \in S$ אזי $b \prec a$ אם $b \in W$ ולכל $a \in S$

רישה של יחס סדר טוב: יהי $\langle W, \prec
angle$ יחס סדר טוב אזי $S \subseteq W$ רישה של יחס סדר טוב:

```
.P(\varnothing) \bullet
P(\alpha) \Longrightarrow P(\alpha+1) מתקיים \alpha סודר •
```

 $(\forall \beta \in \alpha.P(\beta)) \Longrightarrow (P(\alpha))$ מתקיים α מתקיים •

 $.P\left(\gamma\right)$ מתקיים אזי לכל סודר

אקסיומת האינסוף: קיימת קבוצה S באשר S וכן לכל $\emptyset \in S$ מתקיים $x+1 \in S$ זוהי אינה טענה

טענה: תהא S קבוצה באשר $\delta \notin S$ וכן לכל $x \in S$ מתקיים מתקיים $x \in S$ ויהי δ הסודר הראשון באשר $\delta \notin S$ אזי δ סודר גבולי.

 ω סימון: הסודר הגבולי הראשון שאינו

סימון: $\emptyset = 0$.

 $\mathbb{N} = \omega$:הגדרה

 $n \in \mathbb{N}$ לכל $n+1=n \cup \{n\}$ הערה: בהגדרה מלעיל נשתמש בהתאמה

 $\alpha < \beta$ אזי $\alpha \in \beta$ סודרים באשר α, β אזי מימון: יהיו

הגדרה חיבור: יהי lpha סודר אזי

 $\alpha + 0 = \alpha \bullet$

 $\alpha + (\beta + 1) = (\alpha + \beta) + 1$ יהי β סודר אזי •

 $\alpha + \beta = \bigcup_{\gamma < \beta} (\alpha + \gamma)$ יהי β סודר גבולי אזי •

 $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$ אזי (α, β, γ יהיו יהיו מענה: יהיו

 $.\gamma + \alpha < \gamma + \beta$ אזי $\alpha < \beta$ סודרים באשר α, β, γ יהיו יהיו

 $\alpha+\gamma\leq \beta+\gamma$ אזי $\alpha<\beta$ סודרים באשר α,β,γ אזי יהיו

 $lpha+\gamma=eta$ טענה: יהיו lpha, סודרים באשר lpha<eta אזי קיים ויחיד סודר lpha, סודרים באשר

 $\omega + 1 > \omega$ וכן $1 + \omega = \omega$ וכן $0 + \omega = \omega$

הגדרה כפל: יהי α סודר אזי

 $\alpha \cdot 0 = 0$

 $\alpha \cdot (\beta + 1) = (\alpha \cdot \beta) + \alpha$ יהי β סודר אזי •

 $.\alpha \cdot \beta = \bigcup_{\gamma < \beta} (\alpha \cdot \gamma)$ יהי β סודר גבולי אזי •

 $.\gamma \cdot \alpha < \gamma \cdot \beta$ אזי $\gamma \neq 0$ וכן $\alpha < \beta$ סודרים באשר α, β, γ יהיו

 $lpha\cdot\gamma<eta\cdot\gamma$ אזי lpha<eta טענה: יהיו $lpha,eta,\gamma$ סודרים באשר

 $lpha\left(b+\gamma
ight)=lpha\cdoteta+lpha\cdot\gamma$ סענה: יהיו $lpha,eta,\gamma$ סודרים אזי

 $\omega\cdot 2=\omega+\omega$ וכן $\omega=\omega$ וכן $1\cdot\omega=\omega$ וכן $0\cdot\omega=0$

 $\omega + \omega > \omega + n$ אזי $n < \omega$

טענה: יהי α סודר אזי $\alpha+\omega$ סודר גבולי.

הגדרה חזקה: יהי lpha סודר אזי

 $\alpha^0 = 1 \bullet$

 $.lpha^{eta+1}=lpha^eta\cdotlpha$ יהי eta סודר אזי יהי \bullet

 $\alpha^{\beta} = \bigcup_{\gamma < \beta} (\alpha^{\gamma})$ יהי β סודר גבולי אזי •

 $lpha < \gamma^{lpha} < \gamma^{eta}$ אזי $1 < \gamma$ וכן lpha < eta סענה: יהיו $lpha, eta, \gamma$ סודרים באשר

 $lpha^{\gamma} \leq eta^{\gamma}$ אזי lpha < eta אזי $lpha, eta, \gamma$ סענה: יהיו

 $lpha^{eta}\cdotlpha^{\gamma}=lpha^{eta+\gamma}$ טענה: יהיו $lpha,eta,\gamma$ סודרים אזי

 $(lpha^eta)^\gamma=lpha^{eta\cdot\gamma}$ טענה: יהיו $lpha,eta,\gamma$ סודרים אזי

 $\omega^2>2^\omega$ וכן $\omega^2=\omega\cdot\omega$ וכן $\omega^1=\omega$ וכן $\omega^2=\omega$ וכן $\omega^1=\omega$

 $\omega^{\alpha} > \alpha$ טענה: יהי α סודר אזי

טענה צורת קנטור נורמלית: יהי lpha סודר אזי קיים ויחיד $k<\omega$ קיימים ויחיד סודר אזי קיים היהי סודר אזי קיים ויחיד א קיימים ויחידים אויחידים אויחידים מענה צורת פוטור נורמלית: יהי $lpha = \sum_{i=1}^k \omega^{eta_i} \cdot n_i$ עבורם $n_1 \dots n_k \in \mathbb{N}_+$ ויחידים

 $\xi < lpha$ וכן $eta = lpha \cdot \delta + \xi$ עבורם ξ, δ עבורם ויחידים ויחידים אזי קיימים וכן lpha < eta וכן lpha < eta

|eta|<|lpha| מתקיים eta<lpha עבורו לכל lpha

 $\aleph_0 = \omega$:סימון

```
טענה: יהיו \alpha, \beta סודרים בני מנייה אזי \alpha + \beta, \alpha \cdot \beta, \alpha^{\beta} סודרים בני מנייה.
                                                                                       . טענה: קיים סודר \alpha המקיים \omega < \alpha המקיים \alpha אינו בן מנייה
                                                                                                    .\delta < \kappa טענה: יהי \delta סודר אזי קיים מונה \kappa באשר
                                                                                   lpha < lpha^+ סודר אזי lpha^+ הינו המונה הראשון עבורו lpha^+ סימון: יהי
                                                                                                                \aleph_{\alpha+1} = \aleph_{\alpha}^+ אזי \alpha סודר אזי מודר \alpha: יהי מודר הגדרה
                                                                                                    \aleph_{\alpha} = \bigcup_{\beta < \alpha} \aleph_{\beta} אזי גבולי סודר מודר \alpha יהי : איז הגדרה
                                                                                                                          טענה: יהי \alpha סודר אזי \alpha מונה.
                                                                                          \kappa=\aleph_{lpha} עבורו סיענה: יהי מונה אזי קיים ויחיד סודר מונה א
                                                                                                                        \omega_{\alpha}=\aleph_{\alpha} סודר אזי סודר מימון: יהי סימון:
                                                                              |\delta|=leph_lpha אזי אוי|\delta|=|lpha_lpha| אזי אינסופיים באשר אינסופיים סימון: יהיו
הערה: כאשר מבצעים פעולות בין מונים הכוונה היא לפי ההגדרה של עוצמות, כאשר מבצעים פעולות בין סודרים הכוונה היא לפי
                                                                                                                                         ההגדרה של סודרים.
הגדרה: יהי \alpha סודר אזי יחס סדר \langle \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \rangle באשר לכל \langle \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha} \rangle באשר לכל הגדרה: יהי \alpha סודר אזי יחס סדר אי
                                                                                                                                                         מתקיים
                                                                                                                         \max(\beta, \gamma) < \max(\delta, \kappa) \bullet
                                                                                                           .\beta < \delta וכן \max(\beta, \gamma) = \max(\delta, \kappa) •
                                                                                             .\gamma < \kappa וכן \beta = \delta וכן \max(\beta, \gamma) = \max(\delta, \kappa)
                                                                                                טענה: יהי \alpha סודר אזי \langle \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha}, \lhd \rangle יחס סדר טוב.
                                                                                                  .otp (\langle \aleph_{\alpha} \times \aleph_{\alpha}, \lhd \rangle) = \aleph_{\alpha} משפט: יהי \alpha סודר אזי משפט:
                                                                                                                \aleph_{\alpha}\cdot\aleph_{\alpha}=\aleph_{\alpha} מסקנה: יהי \alpha סודר אזי מסקנה:
                                                                                                                   משפט: יהיו \kappa,\lambda מונים אינסופיים אזי
                                                                                                                              .\kappa + \lambda = \max\{\kappa, \lambda\} \bullet
                                                                                                                                .\kappa \cdot \lambda = \max\{\kappa, \lambda\} \bullet
                                                                                                                             מסקנה: יהיו lpha,eta סודרים אזי
                                                                                                                            \aleph_{\alpha} + \aleph_{\beta} = \aleph_{\max\{\alpha,\beta\}} \bullet
                                                                                                                             \aleph_{\alpha} \cdot \aleph_{\beta} = \aleph_{\max\{\alpha,\beta\}} \bullet
                                f\left(X
ight)\in X מתקיים X\in S מתקיים f:S	o A מוק באשר S פונקציית בחירה: תהא
                             אקסיומת הבחירה (AC): תהא S קבוצה באשר קבוצה באיר אינה טענה S אווי אינה אינה טענה אקסיומת הבחירה (AC).
                                                               g:\mathbb{N}	o A אזי (קיימת f:A	o\mathbb{N} חח"ע) אזי (קיימת f:A	o\mathbb{N} אזי (קיימת מענה: תהא
         A משפט הסדר הטוב/משפט צרמלו: תהא A קבוצה עבורה קיימת פונקציית בחירה על
                                                         הגדרה משפט הסדר הטוב: תהא A קבוצה אזי קיים סדר טוב על A. זוהי אינה טענה
                                                                                                                   משפט: (AC)\Longleftrightarrow(AC)
                                                          AC טענה: תהא A קבוצה אינסופית אזי קיים ויחיד סודר lpha עבורו A קבוצה אינסופית אזי קיים ויחיד
                                                                               אינה טענה ,AC דורש .2^{\aleph_0}=leph_1:(CH) השערת הרצף הפרטית
                                                     אינה טענה ,AC אורי אינה אינה אינה מודר אזי (GCH): יהי lpha סודר איזי יהי אינה אינה מערת הרצף הכללית
                                                                                                                             .ZFC בלתי תלויה ב־CH
                                                                                                                           .ZFC בלתי תלויה ב־GCH
                                                                                                                              הערה: AC בלתי תלויה ב־ZF.
                                                                        AC טענה: תהא B\subseteq A בת מנייה. דורש אזי קיימת אורט קבוצה אינסופית אזי קיימת
  AC טענה: תהא (A_n\mid n\in\mathbb{N}) סופית או בת מנייה. דורש או בת מנייה לכל A_i סופית או בת מנייה. דורש
          (b \leq a) \Longrightarrow (b=a) מתקיים b \in A באשר לכל a \in A עבורו קיים a \in A עבורו קיים עבור מינימלי: סדר חלקי סדר חלקי עבורו קיים
           a\in A מתקיים (b\leq a) א מתקיים מדר קווי באל איבר מקסימלי: סדר קווי (A,\leq) עבורו קיים b\in A
הגדרה הלמה של צורן: יהי \langle P, \leq 
angle יחס סדר טוב עבורו לכל שרשרת A \subseteq P קיים חסם מלעיל אזי קיים ב־P יחס סדר טוב עבורו
                                                                                                                         (AC) \Longleftrightarrow (AC)משפט:
```

```
אסיומת הבחירה הבת־מנייה ((AC_{\omega}): תהא S קבוצה בת־מנייה באשר g אזי קיימת פונקציה בחירה עבור S. זוהי אינה טענה
n<\omega לכל x_n\in X באשר x_n\mid m<\omega באשר אזי קיימת מעל אין יחס מלא מעל א לכל תהא לכל תהא לכל אור תהא x_n\in X לכל לכל
                                                                                                      עבורה n<\omega לכל לכל x_nRx_{n+1} אינה טענה
                                                                              (DC)\Longrightarrow (AC_{\omega}) וכן (AC)\Longrightarrow (DC)\Longrightarrow (AC_{\omega}) טענה:
                                                                                                   מסיימת F\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)אזי קבוצה X המקיימת
                                                                                                                               X \in F וכן \varnothing \notin F •
                                                                                                           A \cap B \in F אזי A, B \in F תהיינה
                                                                                   B\in F אזי A\subseteq B באשר B\subseteq X ותהא A\in F תהא
                                    X\backslash Y\in F אזי מסנן Y\in F מתקיים Y\subseteq X עבורו לכל אזי מסנן F\subseteq \mathcal{P}\left( X
ight) אזי מסנן אזי מסנן
                                AC איז וורש F\subseteq G באשר באשר G\subseteq \mathcal{P}\left(X
ight) מסנן איז קיים על־מסגן F\subseteq \mathcal{P}\left(X
ight) באשר בוצה ויהי
      F=\{Y\subseteq X\mid A\subseteq Y\} המקיימת A
eq\varnothing באשר A
eq\emptyset באשר A
eq\emptyset עבורו קיימת אזי מסנן וור אזי מסנן אזי מסנן וור אשי: תהא
                                   F=\{Y\subseteq X\mid a\in Y\} עבורו a\in X מסנן ראשי אזי קיים F\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight) טענה: תהא א קבוצה ויהי
                                          AC אינסופית אזי קיימת F\subseteq \mathcal{P}\left(X
ight) באשר באשר לא ראשי. דורש
         \prod_{i\in I}X_i=\left\{f\mid \left(f:I	o igcup_{i\in I}X_i
ight)\wedge (orall i\in I(f(i)\in X))
ight\} קבוצות אזי \left(X_i\mid i\in I
ight) קבוצה ותהיינה קבוצה אזי
                        AC טענה: תהא I קבוצה ותהיינה X_i \neq \emptyset קבוצות באשר X_{lpha} \neq \emptyset אזי קבוצה ותהיינה לX_i \mid i \in I
                                 .(AC) \longleftarrow (\prod_{i \in I} X_i \neq \varnothing איז \alpha \in I לכל X_\alpha \neq \varnothing טענה: (לכל קבוצה X_i \mid i \in I) טענה: (לכל קבוצה X_i \mid i \in I)
                                                                          .(AC) \leftarrow(|A| \geq |B| או |A| \leq |B| מתקיים A,B מענה: (לכל קבוצות
                                                                    AC טענה: יהי \mathbb F שדה ויהי \langle V,+,\cdot 
angle מ"ו מעל \mathbb F אזי קיים בסיס ל
|A_i|=|B_i| סטענה: תהא |A_i|=|B_i| קבוצה תהיינה אזיי אוות זרות ותהיינה ותהיינה אזיי לכל ווא קבוצה תהיינה אזיי
                                                                                                                    AC דורש .\left|\bigcup_{i\in I}A_i\right|=\left|\bigcup_{i\in I}B_i\right|
לכל |A_i|=\kappa_i אזי ארות באשר |A_i|=\kappa_i מונים ותהיינה אזי מונים ותהיינה אזי אונים ותהיינה אזי אונים ותהיינה אזי אזיי מונים והא
                                                                                                                      AC דורש .\sum_{i \in I} \kappa_i = \left| \bigcup_{i \in I} A_i \right|
                  |A_i|=|B_i| לכל האינה אזיי אזיי ותהיינה ל|A_i|=|B_i| לכל קבוצות ההיינה ל|A_i|=|B_i| לכל לכל אזיי
                                                                                                                    AC דורש .\left|\prod_{i\in I}A_i\right|=\left|\prod_{i\in I}B_i\right|
             הגדרה בפל מונים: תהא |A_i|=\kappa_i לכל |A_i|=\kappa_i מונים ותהיינה אזיי מונים ותהיינה אזיי לכל וווות באשר ווווות לכל לכל וווים אזיי
                                                                                                                      AC דורש .\prod_{i \in I} \kappa_i = \left| \prod_{i \in I} A_i \right|
                                                                                    AC הערה: מכאן והלאה לא ייסומן כאשר הטענות יסתמכו על
                                                                    \sum_{i<\lambda}\kappa=\kappa\cdot\lambda אזי \kappa\geq 1 מונה אינסופי ויהי מונה מונה באשר למה: יהי \lambda
                \sum_{i<\lambda}\kappa_i=\sup\left\{\kappa_i\mid i<\lambda
ight\}\cdot\lambda אזי i<\lambda לכל האינסופי ויהיו \left\{\kappa_i\mid i<\lambda
ight\} מונים באשר מונה \lambda מונים אינסופי ויהיו
                                                                                                                              \sum_{1 \le n < \aleph_0} n = \aleph_0 טענה:
                                                                                                                              .\prod_{1\leq n<\aleph_0}n=2^{\aleph_0} טענה:
  \sum_{i\in I} \kappa_i < \prod_{i\in I} \lambda_i אזי i\in I לכל האר \kappa_i < \lambda_i מונים ויהיו \lambda_i \mid i\in I משפט קניג: תהא
לכל a>lpha_i סודר גבולי אזי הסודר המינימלי \delta עבורו קיימת סדרה עולה \langle lpha_i \mid i<\delta \rangle המקיימת lpha לכל a>lpha_i
                                                                                                                                              \alpha = \bigcup_{i < \delta} \alpha_i
                                                                                         \operatorname{cof}(\alpha) סודר גבולי אזי הסופיות של \alpha הינה סודר גבולי
                                                                                      \operatorname{cof}(\aleph_\omega)=\omega וכך \operatorname{cof}(\omega+\omega)=\omega וכך \operatorname{cof}(\omega)=\omega
                                                                                                     \alpha = \cos(\alpha) סודר סדיר: סודר גבולי \alpha המקיים
```

 $(\kappa=\sum_{i<\lambda}\kappa_i$ עבורם $i<\lambda$ לכל $\kappa_i<\kappa$ טענה: יהי κ מונה אזי (κ חריג) $(\kappa=1)$ וקיימים $\kappa=1$ וקיימים אונה $\kappa=1$

 $lpha
eq \cot(lpha)$ סודר גבולי lpha המקיים lpha סודר חריג: טענה: יהי lpha סודר גבולי אזי lpha סודר lpha מונה lpha יהי lpha מונה אזי lpha סודר גבולי.

AC טענה: יהי α סודר אזי lpha סדיר. דורש lpha יהי lpha סודר גבולי אזי lpha סטענה: יהי lpha סודר גבולי אזי lpha

 $\cos(\cos(\alpha)) = \cos(\alpha)$ טענה: יהי α סודר גבולי אזי $\cos(\alpha)$ מונה סדיר. יהי α סודר גבולי אזי $\cos(\alpha)$

```
2^{<\kappa} = \sup\left\{2^{\lambda} \mid (מונה \lambda) \wedge (\lambda < \kappa)
ight\} סימון: יהי \kappa מונה אזי
                                                                                                                                                                                               \gimel(\kappa)=\kappa^{\mathrm{cof}(\kappa)} סימון: יהי \kappa מונה אזי
                                                                                                                                                                                           .2^{\kappa}= \mathbb{J}(\kappa) אזי עוקב אזי מונה \kappa מונה עוקב אזי
2^{\aleph_lpha}=\gamma<lpha אזי איזי איזי איזי איזי אונה גבולי וכן קיים eta<lpha וקיים מונה \lambda<\kappa עבורם lpha לכל מונה גבולי וכן קיים
                                                                                                                                                                                                                                                 .2^{<\aleph_{\alpha}}\cdot \gimel(\aleph_{\alpha})
.2^{leph_lpha}= בורו eta^{leph_lpha} אזי eta^{leph_\gamma}
eq \lambda עבורו eta\leq\gamma<lpha עבורו eta<\kappa חלכל מונה eta<\kappa ולכל מונה eta<\kappa חלכל מונה אזי ולכל מונה מונה אזי
                                                                                                                                                                                                \aleph_{\alpha} יהי גבולי אזי מונה גבולי: יהי
                                                                                                                                                                                                \mathbb{N}_{\alpha} יהי עוקב אזי מונה עוקב: יהי \alpha
                                                                                                                                                                              מסקנה: יהי \aleph_{\alpha} מונה עוקב אזי מונה סדיר.
                                                                                                                                                     \aleph_{\alpha}=\alpha טענה: יהי 	au סודר אזי קיים סודר lpha
                                                                                                                     . מונה אי נשיג חלש: יהי lpha סודר אזי מונה אי באשר מונה גבולי וסדיר מונה אי נשיג חלש: יהי
                                             .((GCH) מתקיים (\aleph_{\alpha}) אי נשיג חלש) מתקיים (\alpha אי נשיג חזק) (ф(GCH) טענה:
                                                                                                                           V_{\omega}=igcup_{n\in\mathbb{N}}V_n וכן n\in\mathbb{N} לכל ליכל V_{n+1}=\mathcal{P}\left(V_{n}
ight) וכן V_{0}=\varnothing :הגדרה
                                                                                                                                                            A \in V_\omega באשר A באשר קבוצה חופית באופן תורשתי:
                                                                                               . טענה: תהא V_{\omega} קבוצה טרנזיטיבית הסופיות האופן תורשתי אזי קבוצה טרנזיטיבית.
                                                                               x\in V_\omega אאי סופית אזיx\subseteq V_\omega חופיות באופן תורשתי ותהא על קבוצת הקבוצות הסופיות באופן אורשתי
                                                                                                                                                 טענה: תהא V_{\omega} קבוצת הקבוצות הסופיות באופן תורשתי אזי
                                                                                                                         "אקסיומת האינסוף. לא מקיימת את אזי x \in V_\omega אזי אזי x \in V_\omega תהא
                                                                                                                     "אקסיומת הזיווג את אקסיומת הזיווג \{x,y\}\in V_\omega אזיx,y\in V_\omega מקיימת \bullet
                                                                                                              "מקיימת את אקסיומת קבוצת החזקה. \mathcal{P}\left(x
ight)\in V_{\omega} אזי x\in V_{\omega} תהא x\in V_{\omega}
                                                                                "מקיימת את אקסיומת ההחלפה. Im (f) \in V_\omega אזי f: x 	o V_\omega ותהא x \in V_\omega תהא x \in V_\omega
                                                 V=igcup_{lpha\in\mathcal{O}_n}V_lpha וכן אזי V_eta=igcup_{\gamma<eta}V_\gamma אזי אזי V_lpha=1=\mathcal{P}\left(V_lpha
ight) וכן יהי V_{lpha+1}=\mathcal{P}\left(V_lpha
ight) וכן הגדרה: יהי v_lpha=1
                                                                                                                                                                                                    מסקנה: V מודל של תורת הקבוצות.
                                                                                                                                                                                           \operatorname{cof}(2^{\aleph_{\alpha}}) > \aleph_{\alpha} טענה: יהי \alpha סודר אזי
                                                                                                                                                                  \operatorname{cof}(2^{\kappa}) > \aleph_{\alpha} אזי סודר מסקנה: יהי מונה ויהי \alpha מונה ויהי
                                                                                                                                                          \mathfrak{K}^{\aleph_{eta}}_{\alpha}=2^{\aleph_{eta}} אזי lpha\leqeta סענה: יהיו lpha,eta סודרים באשר
                                                                                                             |\{X\subseteq\aleph_lpha\mid |X|=\aleph_eta\}|=\aleph_lpha^{\aleph_eta} אזי eta\leqlpha סענה: יהיו lpha,eta סודרים באשר
                                                                                  .(\aleph_{lpha}^{\aleph_{eta}}=\aleph_{lpha} סענה: מתקיים איים אונה אוכן eta<lpha סודרים באשר lpha,eta (GCH) טענה:
                                                                              (\mathrm{GCH}) מסקנה: א\beta < \mathrm{cof}(\aleph_{lpha}) מסקנה: איים באשר \alpha, \beta סודרים באשר אוכן (של)
                                                        (GCH) מסקנה: (GCH) אורים באשר (\alpha, \beta אורים באשר (\alpha, \beta אורים באשר (\alpha, \beta אורים מחקנה: (GCH) מסקנה: (\alpha, \beta סודרים באשר (\alpha, \beta סודרים מתקיים (\alpha, \beta מתקיים (\alpha, \beta) אורים (\alpha, \beta) אורים מחקנה: (\alpha, \beta) אורים מתקיים (\alpha, \beta) אורים מחקנה: (\alpha, \beta) אורים מחנה: יהי \alpha מונה סדיר באשר \alpha, \beta אורים אורים מרכורה מחנה \alpha, \beta המקיים \alpha, \beta המקיים \alpha, \beta המקיים \alpha, \beta
לכל lpha_i < lpha_j באשר אזי באשר לכל ולכל לכל עבורה לכל אזי קבוצה אזי קבוצה אזי קבוצה אזי אזי אזי אזי קבוצה אזי אזי לכל אזי אזי לכל לC \subseteq \kappa אזי קבוצה אזי קבוצה אזי מונה סדיר באשר
                                                                                                                                                                                                                  \bigcup_{i < \tau} \alpha_i \in C מתקיים i < j
              , אינה חסומה (סל"ח): יהי C מונה סדיר באשר איי קבוצה איי קבוצה האורה וכן אינה אינה חסומה (סל"ח): יהי מונה סדיר באשר איי קבוצה האורה ולא חסומה (סל"ח): יהי א
                                                                                         . סל"ח. סענה: יהי C_0 \cap C_1 אזי מונה סדיר באשר אותהיינה אות ותהיינה אותהיינה \kappa מונה סדיר באשר טענה: יהי מונה סדיר באשר
             . סל"ח. C_i \subseteq \kappa סל"ח לכל C_i \subseteq \kappa טענה: יהי א מונה סדיר באשר אזי \lambda < \kappa יהי א ותהא \lambda < \kappa יהי אמונה סדיר באשר אזי מונה סדיר באשר
                                      S\cap C
eq \emptyset מתקיים מונה סדיר באשר איז קבוצה איז קבוצה איז קבוצה איז באשר היה מונה סדיר באשר איז קבוצה אי
                                                                                                         . אינה אזי Y אינה חסומה אזי אינה אותהא אות אותהא אותה אזי אינה שבת. אינה שבת מונה אוי אינה שבת אינה שבת
```

. שבת. $X \subseteq X$ אזי אוי $C \subseteq X$ מונה סדיר באשר $X \subseteq \kappa$ ותהא אוי $X \subseteq \kappa$ עבורה קיים סל"ח מונה סדיר באשר אוי $K \subseteq K$

. שבת $X \cap C$ סל"ח אזי $C \subseteq \kappa$ שבת ויהי $X \subseteq \kappa$ תהא א $0 < \kappa$ שבת באשר סדיר מונה סדיר באשר

 $\operatorname{cof}\left(2^{\aleph_0}\right) > \aleph_0$:טענה