```
אזי a,b\in\mathbb{R} אזי אינטרוול: יהיו
                                                                                                                                (a,b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} \bullet
                                                                                                                                (a,b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\} \bullet
                                                                                                                                [a,b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} \bullet
                                                                                                                                 [a,b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\} \bullet
                                                                                                                                    .(a,\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\} \bullet
                                                                                                                                     .[a,\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x\} \bullet
                                                                                                                                  .(-\infty,b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\} \bullet
                                                                                                                                  (-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le b\} \bullet
                                                                                                                                                      .(-\infty,\infty)=\mathbb{R} •
                                                                                                          \mathbb{F} אימס סדר חזק על \mathbb{F} המקיימים
                                                                               \forall x,y \in \mathbb{F}. \ (x < y) \lor (x > y) \lor (x = y) :טריכוטומיה/לינאריות
                                                                               \forall x,y,z \in \mathbb{F}.x < y \Longrightarrow x+z < y+z : קומפטביליות עם חיבור
                                                                           \forall x,y \in \mathbb{F}. \forall z > 0_{\mathbb{F}}. x < y \Longrightarrow x \cdot z < y \cdot z פומפטביליות עם כפל: •
                                                                               .\forall x \in \mathbb{F}. \exists n \in \mathbb{N}. x < \sum_{i=0}^n 1 עבורו \mathbb{F} שדה בעל תכונת ארכימדס: שדה שדה בעל עבורו
                                                                                                                                 טענה: \mathbb{R} מקיים את תכונת ארכימדס.
                                                                |x|=[x]=\max{(n\in\mathbb{Z}\mid n\leq x)} אזי x\in\mathbb{R} יהי שלם ערך שלם תחתון: יהי
                                                                                                                      \{x\}=x-[x] אזי x\in\mathbb{R} הערך השברי: יהי
                                                                                                                    \lfloor x \rfloor = \min (n \in \mathbb{Z} \mid x \le n) ערך שלם עליון:
                                                                                                                                                     .\nexists q\in\mathbb{Q}.q^2=2 :טענה
                           a\leq x\leq b מתקיים b^2\geq 2 מתקיים b\in\mathbb{Q}_+ ולכל a^2\leq 2 המקיים a\in\mathbb{Q} מתקיים a\in\mathbb{Q} טענה: לא קיים
                                                                                                              . orall y \in A.y \leq x המקיים x \in \mathbb{R} חסם מלעיל:
                                                                   .\overline{B}_A=\{x\in\mathbb{R}\mid A קבוצת החסמים מלעיל: תהא A\subseteq\mathbb{R} אזי אזי קבוצת החסמים מלעיל: תהא
                                                                                                    .\overline{B}_A 
eq arnothing המקיימת A \subseteq \mathbb{R} קבוצה מלעיל: קבוצה חסומה מלעיל
                                                                                                               \forall y \in A.x < y המקיים x \in \mathbb{R} הספר
                                                                    \underline{B}_A=\{x\in\mathbb{R}\mid A קבוצת החסמים מלרע: תהא A\subseteq\mathbb{R} אזי A\subseteq \mathbb{R} אזי קבוצת החסמים מלרע
                                                                                                     A\subseteq\mathbb{R} קבוצה חסומה מלרע: קבוצה A\subseteq\mathbb{R} המקיימת
                                                                           עבורה A חסומה מלעיל וכן A \subseteq \mathbb{R} חסומה מלרע. A \subseteq \mathbb{R}
                                                                                                 . \forall y \in A. y \leq x מקסימום: תהא A \subseteq \mathbb{R} אזי אזי מקסימום: תהא
                                                                \max{(A)} = x אזי \forall y \in A.y \leq x המקיים x \in A אזי A \subseteq \mathbb{R} אזי A \subseteq \mathbb{R}
                                                                                                   . \forall y \in A.x \leq y מינימום: תהא A \subseteq \mathbb{R} אזי אזי מינימום: תהא
                                                                 \min\left(A
ight)=x אזי orall y\in A.x\leq y המקיים x\in A אזי A\subseteq\mathbb{R} אזי A\subseteq \mathbb{R}
\exists c \in \mathbb{R}. \forall x \in X. \forall y \in Y. x \leq c \leq y אזי \forall x \in X. \forall y \in Y. x \leq y עבורן X, Y \in \mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right) \setminus \{\varnothing\} איי שלמות: תהיינה
                                                                                   טענה: תהא (\overline{B}_A) \setminus M אזי \overline{B}_A 
eq \emptyset עבורה A \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \setminus \{\emptyset\} אזי
                                                                                 . קיים \max\left(\underline{B}_A\right) אזי אזי \underline{B}_A 
eq arnothing עבורה עבורה A \in \mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right) \setminus \{\varnothing\} אזי מסקנה: תהא
                                                                                              \mathbb{Q} את הינו השדה הסדור השלם הקטן ביותר המכיל את \mathbb{R}
                                                                                             \sup\left(A
ight)=\min\left(\overline{B}_A
ight) אזי A\subseteq\mathbb{R} אוני תהא
                                                                                            \inf\left(A
ight)=\max\left(\underline{B}_A
ight) אזי A\subseteq\mathbb{R} אינפימום/חסם תחתון: תהא
                                                                                       \inf\left(A
ight)=\min\left(A
ight) איים אזי \min\left(A
ight) עבורה A\subseteq\mathbb{R} טענה: תהא
```

 $\operatorname{sup}(A) = \max(A)$ איים אזי $\operatorname{max}(A)$ עבורה $A \subseteq \mathbb{R}$

טענה: תהא $A\subseteq\mathbb{R}$ חסומה מלעיל ויהי $b\in\mathbb{R}$ חסומה מלעיל של

 $\inf\left((a,b)
ight)=a$ אזי a< b עבורם $a,b\in\mathbb{R}$ יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ טענה: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ עבורם $a,b\in\mathbb{R}$ טענה: יהיו

 $.b = \sup(A) \bullet$ $.\forall d \in \overline{B}_A.b \le d \bullet$

```
. \forall \varepsilon > 0. \exists a \in A. (\sup(A) - \varepsilon < a < \sup(A)) מסקנה: תהא A \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \setminus \{\emptyset\} מסקנה: תהא
                         (b = \sup(A)) \Longleftrightarrow ((\forall x \in A.x \le b) \land (\forall \varepsilon > 0.\exists x \in A.x > b - \varepsilon)) אזי A \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \setminus \{\varnothing\} מסקנה: תהא
                                                                                                                           טענה: תהיינה A,B\in\mathcal{P}\left(\mathbb{R}\right)\setminus\{\varnothing\} חסומות אזי
                                                                                                                                      \inf (A + B) = \inf (A) + \inf (B) \bullet
                                                                                                                                   .\sup(A+B) = \sup(A) + \sup(B) \bullet
                                                                                                                                                        .\sup(-A) = -\inf(A) \bullet
                                                                                                                       b^2=c עבורו b\in\mathbb{R}_+ אזי קיים מענה: יהי c\in\mathbb{R}_+ יהי
                                                                                                  b^n=c טענה: יהי b\in\mathbb{R}_+ אזי קיים b\in\mathbb{R}_+ אזי יהי c\in\mathbb{R}_+ יהי
                                               . orall b \in B. orall arepsilon > 0. \exists a \in A. \ |b-a| < arepsilon המקיימת A \subseteq B אזי קבוצה B \subseteq \mathbb{R} אזי קבוצה אפופה: תהא
                                                       .(orall a,b\in\mathbb{R}.\,((a< b)\Longrightarrow ((a,b)\cap S
eq arnothing))) \Longleftrightarrow (\mathbb{R}^-טענה: תהא S\subseteq\mathbb{R} אזי S\subseteq S
                                                                                                            |a,b) \cap \mathbb{Q}| = \aleph_0 אזי a < b עבורם a,b \in \mathbb{Q} טענה: יהיו
                                                                                                  \exists r \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}. \, (a < r < b) אזי a < b עבורם a, b \in \mathbb{Q} יטענה: יהיו
                                                                                                     \exists q \in \mathbb{Q}. \, (x < q < y) אזי x < y עבורם x, y \in \mathbb{R} יהיו
                                                                                                                                                                    \mathbb{R}מסקנה: \mathbb{Q} צפופה ב
                                                                                   .[a,b] \cap \mathbb{Q} בפופה ב־ a,b \in \mathbb{R} צפופה בי מסקנה: לכל מסקנה: לכל
                                                                                                                                 .n! = \left\{egin{array}{ll} 1 & n=0 \ (n-1)! \cdot n & 	ext{else} \end{array}
ight. אזי n \in \mathbb{N} אנרת: יהי
                                                                                                     .\binom{n}{k}=rac{n!}{k!\cdot(n-k)!}איי n,k\in\mathbb{N} איי איי n,k\in\mathbb{N} בחר: יהיו איי n,k\in\mathbb{N} איי איי n,k\in\mathbb{N} טענה זהות פסקל: יהיו n,k\in\mathbb{N}_+ איי n,k\in\mathbb{N}_+
                                                    a,b\in\mathbb{R} משפט נוסחת הבינום של ניוטון: יהיו a,b\in\mathbb{R} ויהיa,b\in\mathbb{R} אזי משפט נוסחת הבינום של ניוטון:
                                                                                                                                        [n]=\{1\dots n\} אזי n\in\mathbb{N}_+ סימון: יהי
              \sum_{i=1}^n a_i \geq n אזי א\prod_{i=1}^n a_i = 1 וכן i \in [n] למה: יהיו a_1 \ldots a_n \in \mathbb{R} עבורם a_1 \ldots a_n \in \mathbb{R} למה: יהיו a_1 \ldots a_n \in \mathbb{R} עבורם a_1 \ldots a_n \in \mathbb{R} עבורם a_1 \ldots a_n \in \mathbb{R} אזי a_1 \ldots a_n \in \mathbb{R} משפט אי־שיוויון הממוצעים: יהיו a_1 \ldots a_n \in \mathbb{R} עבורם a_1 \ldots a_n \in \mathbb{R}
.\left(rac{\sum_{i=1}^{n}a_{i}}{n}=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}a_{i}}=rac{n}{\sum_{i=1}^{n}rac{1}{a_{i}}}
ight) \Longleftrightarrow (orall i,j\in[n].a_{i}=a_{j}) אזי i\in[n] אזי a_{i}\geq0 עבורם a_{1}\ldots a_{n}\in\mathbb{R} טענה: יהיו
                                                                                  (1+x)^n \geq 1+nאזי אזי n \in \mathbb{N} ויהי x > -1 טענה אי־שיוויון ברנולי: יהי
                                                                                                                            |x|=\left\{egin{array}{ll} x&x\geq 0\ -x&x\leq 0 \end{array}
ight.אזי x\in\mathbb{R} איזי המוחלט: יהי
                                                                                                    (|a| > b) \Longleftrightarrow ((b < a) \lor (a < -b)) אזי a, b \in \mathbb{R} טענה: יהיו
                                                                                                                .(|a| \le b) \Longleftrightarrow (-b \le a \le b) אזי a,b \in \mathbb{R} טענה: יהיו
                                                                                     |a+b| \leq |a| + |b| אזי a,b \in \mathbb{R} טענה אי־שיוויון המשולש (אש"מ): יהיו
                                                                    |\sum_{i=1}^n x_i| \leq \sum_{i=1}^n |x_i| אזי איזי|x_1 \dots x_n \in \mathbb{R} טענה אי־שיוויון המשולש המוכלל: יהיו
                                                                                                                               |a-b| \leq |a| + |b| אזי a,b \in \mathbb{R} מסקנה: יהיו
                                                                                                           |x-y| \leq |x-z| + |z-y| אזי x,y,z \in \mathbb{R} מסקנה: יהיו
                                                                                     |a|-|b|| \leq |a-b| אזי a,b \in \mathbb{R} טענה אי־שיוויון המשולש ההפוך: יהיו
                                                                                                          a=b אזי orall arepsilon>0. |a-b|<arepsilon עבורם a,b\in\mathbb{R} אזי
                                                                                                                 \sum_{i=0}^n r^i = rac{1-r^{n+1}}{1-r}טענה: יהיr \in \mathbb{R} ויהיr \in \mathbb{R} אזי
                                                                                                                                                            a:\mathbb{N}	o\mathbb{R} סדרה: פונקציה
```

 $\forall n \in \mathbb{N}. a_n > 0$:סדרה חיובית

 $a_n = a\left(n\right)$ סימון: תהא a סדרה אזי $a=(a_n)_{n=0}^\infty$ סימון: תהא a סדרה אזי

הגדרה: תהא a_n סדרה אזי

 $\forall n \in \mathbb{N}. a_n > 0$:סדרה אי שלילית

 $\forall a \in \mathbb{R}. ((a < b) \Longrightarrow (a \notin \overline{B}_A)) \bullet$

 $\forall n \in \mathbb{N}. a_n < 0$:סדרה שלילית

 $\forall n \in \mathbb{N}. a_n \leq 0$ סדרה אי חיובית: •

סדרה מונוטונית: תהא a סדרה אזי

```
a_n 	o L אזי \lim_{n 	o \infty} a_n = L אזי חותהא סדרה עבורה L \in \mathbb{R} יהי
                                                                                                                        \lim_{n	o\infty}r=r אזי r\in\mathbb{R} טענה: יהי
                                                                                                                                          \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0 טענה:
                                                                                                                             g^n 	o 0טענה: יהי q \in (0,1) אזי
                                                                                                                                 \sqrt[n]{c} 	o 1 אזי c>0 טענה: יהי
                                                                                                                                                    \sqrt[n]{n} \rightarrow 1 :טענה
                                                                                                                              rac{1}{n^{lpha}} 	o 0 אזי lpha \in \mathbb{Q}_+ טענה: יהי
               L_1=L_2 אזי \lim_{n	o\infty}a_n=L_2 וכן ווו\lim_{n	o\infty}a_n=L_1 ותהא סדרה עבורה L_1,L_2\in\mathbb{R} אזי איי
                                                           \lim_{n	o\infty}|a_n|=|L| אזי \lim_{n	o\infty}a_n=L משפט: יהי L\in\mathbb{R} אוני ותהא סדרה עבורה
                                                                            .(\lim_{n\to\infty}a_n=0)\Longleftrightarrow (\lim_{n\to\infty}|a_n|=0) טענה: תהא סדרה אזי (מינה תהא
                         a_n = L (\lim_{n \to \infty} a_n = L) אזי a_n = L אזי a_n = L סענה: תהיינה a_n = L סדרות עבורן a_n \neq b_n
                                                         a_{n-1}(\lim_{n \to \infty} a_n = L) \Longleftrightarrow (\lim_{n \to \infty} a_{n+k} = L) אזי k \in \mathbb{N} טענה: תהא
סדרה מתבדרת לאינסוף/גבול אינסופי/גבול במובן הרחב: תהא M>0.\exists N\in\mathbb{N}. \forall n>N.M< a_n סדרה מתבדרת לאינסופי/גבול אינסופי/גבול הרחב:
                                                                                                                                                 \lim_{n\to\infty} a_n = \infty
סדרה מתבדרת למינוס אינסוף/גבול אינסופי/גבול במובן הרחב: תהא מדרה עבורה M>0.\exists N\in\mathbb{N}. \forall n>N. אזי אזי
                                                                                                                                              \lim_{n\to\infty} a_n = -\infty
                                                                                                                    \lim_{n\to\infty}a^n=\infty אזי a>1 טענה: יהי
                                                                                                                                         \lim_{n\to\infty} n=\infty טענה:
                                                                 \lim_{n	o\infty}rac{1}{a_n}=\infty אזי אוו\lim_{n	o\infty}a_n=0 טענה: תהא
                                                                        . אזי a אזי a חסומה a אזי a חסומה a ותהא a סדרה המקיימת a
                                                                                                                   מסקנה: סדרה לא חסומה איננה מתכנסת.
                     a_n \in \mathbb{R} טענה: יהי \mathbb{R} = \{a_n \notin (L-\varepsilon, L+\varepsilon)\} ענה: יהי a_n \in \mathbb{R} ותהא a_n \in \mathbb{R} טענה: יהי a_n \in \mathbb{R} טענה: יהי
                           . orall r \in (0,|L|)\,. \exists N \in \mathbb{N}. orall n > N.\, |a_n| > r אזי אזי \lim_{n \to \infty} a_n = L סדרה המקיימת L \in \mathbb{R} יהי למה: יהי
                                                                        a_n \downarrow L אזי אזי a_n \to L ממש עבורה יורדת מחש סדרה ותהא ותהא ותהא L \in \mathbb{R}
                                                                          a_n \uparrow L אזי א a_n \to L מימון: יהי חדרה עולה ממש סדרה עולה מדרה ותהא L \in \mathbb{R}
                                                                              a_n \searrow L אזי אa_n \to L סדרה יורדת עבורה a אזי ותהא ותהא L \in \mathbb{R}
                                                                                 a_n 
ewline L אזי אזי עבורה עבורה סדרה ותהא חדרה a אזי אזי אזי יהי סימון: יהי
                                                                  .b_n 
\uparrow x וכן a_n \searrow x עבורן a,b: \mathbb{N} 	o \mathbb{Q} וכן אזי קיימות סדרות x \in \mathbb{R}
                    x=n+\sum_{i=-\infty}^{-1}a_i\cdot 10^i עבורם a:\mathbb{Z}\backslash\mathbb{N}	o\{0,\dots,9\} וקיימת n\in\mathbb{N} טענה ייצוג עשרוני: יהי
                                                               m\%n=\ell אזיn=km+\ell עבורם \ell\in\{0\dots n\} ויהיn,m,k\in\mathbb{N} איי
           \overline{d_1\dots d_n}=a אזי a\left(i
ight)=d_{i\%n} כך a:\mathbb{N}	o\{d_1\dots d_n\} נגדיר d_1\dots d_n\in\{0\dots 9\} אזי היו
                     (q\in\mathbb{Q})\Longleftrightarrow \left(\exists n,k,\ell\in\mathbb{N}.\exists a_1\ldots a_k,b_1\ldots b_\ell\in\{0\ldots 9\}\,.\,\left(q=n.a_1\ldots a_k\overline{b_1\ldots b_\ell}
ight)
ight) איי q\in\mathbb{R} טענה: יהי
                                                                                                            משפט אוקלידס: \mathbb{P} חסומה מלרע אך לא מלעיל.
                                   n\in\mathbb{N}_+ לכל p_n\in\left\{p\in\mathbb{P}\mid p|\left(1+\prod_{i=1}^{n-1}p_i
ight)
ight\} וכן p_1\in\mathbb{P} לכל p_n\in\{p_i\in\mathbb{P}\mid p|\left(1+\prod_{i=1}^{n-1}p_i
ight)
                                                                  \left|\left\{\langle p,q
angle\in\mathbb{Q}	imes\mathbb{N}\;\middle|\; \left|	heta-rac{p}{q}
ight|<rac{1}{q^2}
ight\}
ight|\geqleph_0 אזי 	heta\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q} משפט דריכלה: יהי
                 \exists c\in\mathbb{R}.rac{c}{q^2}<\left|	heta-rac{p}{q}
ight| מתקיים מספר \left|	heta-rac{p}{q}
ight|<rac{1}{q^2} עבורם עבורם q\in\mathbb{N} עבורו לכל p\in\mathbb{Q} אזי a\in\mathbb{R} אזי a,y\in\mathbb{R} אזי a,y\in\mathbb{R} אזי ותהיינה a,b מענה חשבון גבולות: יהיו
```

 $\lim_{n o\infty}a_n=L$ אזי א $arphi>0.\exists N\in\mathbb{N}. orall n>N.$ $|a_n-L|<arepsilon$ חותהא a סדרה עבורה $L\in\mathbb{R}$ אזי אזי

. $\forall n,m \in \mathbb{N}. ((n < m) \Longrightarrow (a_n < a_m))$ שעולה ממש: . $\forall n,m \in \mathbb{N}. ((n < m) \Longrightarrow (a_n \le a_m))$ שעולה: . $\forall n,m \in \mathbb{N}. ((n < m) \Longrightarrow (a_n > a_m))$ שיורדת ממש: . $\forall n,m \in \mathbb{N}. ((n < m) \Longrightarrow (a_n \ge a_m))$ שיורדת: •

 $\exists M \in \mathbb{R}. \forall n \in \mathbb{N}. a_n < M$ סדרה חסומה מלעיל: סדרה המקיימת $\exists M \in \mathbb{R}. \forall n \in \mathbb{N}. M < a_n$ סדרה חסומה מלרע: סדרה a באשר a חסומה מלעיל. סדרה חסומה: סדרה a באשר a חסומה מלעיל.

```
a_n + b_n \to x + y \bullet
```

$$.a_n \cdot b_n \to x \cdot y \bullet$$

 $rac{a_n}{b_n} o rac{x}{y}$ אזי $orall n \in \mathbb{N}.b_n
eq 0$ וכן y
eq 0 אם •

 $L \geq 0$ אזי $d_n o L$ אזי עבורה אי־שלילית אזי $L \in \mathbb{R}$ אזי למה: יהי

 $a_n o \sqrt[k]{a_n} o \sqrt[k]{L}$ אזי $k \in \mathbb{N}_+$ ויהי $a_n o L$ טענה: תהא שלילית המקיימת

 $a \preccurlyeq b$ אזי $\exists N \in \mathbb{N}. \forall n \geq N. a_n \leq b_n$ סדרות עבורן a,b אזי מימון: תהיינה

 $a \prec b$ אזי $\exists N \in \mathbb{N}. \forall n \geq N. a_n < b_n$ סדרות עבורן a,b אזי מימון: תהיינה

 $\lim_{n \to \infty} a_n \leq \lim_{n \to \infty} b_n$ אזי א מתכנסות מתכנסות מתכנסות תהיינה a,b סדרות: תהיינה מונוטוניות גבולות:

a,c o L אאי a,c o L וכן $b \preccurlyeq c$ וכן $a \preccurlyeq b$ סדרות עבורן סדרות אותהיינה a,b,c אונ ותהיינה משפט הסנדוויץ': יהי

 $a\cdot b o 0$ אזי איי שענה: תהא b o 0 אזי סדרה חסומה ותהא סדרה סדרה סטענה:

 $rac{a}{n} o 0$ מסקנה: תהא a סדרה חסומה אזי

 $a.b o \sup{(B)}$ אבורה $b:\mathbb{N} o B$ משפט: תהא חסומה מלעיל אזי קיימת

 $ab \to \inf{(B)}$ חסומה $b: \mathbb{N} \to B$ מסקנה: תהא $B \subseteq \mathbb{R}$ חסומה מלרע אזי קיימת

 $a,b o \infty$ אזי $a \preccurlyeq b$ וכן $a o \infty$ סדרות עבורן a,b אזי מענה: תהיינה

 $a,b o -\infty$ אזי $b \preccurlyeq a$ וכן $a o -\infty$ סדרות עבורן a,b סדרות מענה:

a o 0 אזי $a o lpha^n$ המקיים $lpha \in [0,1)$ משפט מבחן השורש: תהא סדרה אי שלילית עבורה קיים משפט מבחן השורש הגבולי: יהי $p\in\mathbb{R}$ ותהא סדרה אי שלילית המקיימת $p\in\mathbb{R}$ אזי

- $.(0 \le p < 1) \Longrightarrow (a_n \to 0) \bullet$
 - $.(p>1) \Longrightarrow (a_n \to \infty) \bullet$

 $\sup\left(a_{n}
ight)=\sup\left(\operatorname{Im}\left(a
ight)
ight)$ אזי מדרה חסומה מדרה סדרה מלעיל אזי מימון: תהא

 $\inf\left(a_{n}
ight)=\inf\left(\operatorname{Im}\left(a
ight)
ight)$ איי מלרע סדרה חסומה סדרה סדרה מלרע מיימון: תהא

משפט: תהא a סדרה אזי

- $a_n
 sup (a_n)$ אם a_n מונוטונית עולה וחסומה מלעיל אזי
 - $a_n
 egthinspace \infty$ אם מונוטונית עולה ולא חסומה מלעיל אזי מונוטונית •
- $a_n \searrow \inf \left(a_n \right)$ אם a_n מונוטונית יורדת וחסומה מלרע a_n
- $a_n \searrow -\infty$ אם מונוטונית יורדת ולא חסומה מלרע אזי a_n

משפט מבחן המנה הגבולי: תהא a סדרה חיובית המקיימת a אזי אזי משפט מבחן המנה הגבולי

- $(L < 1) \Longrightarrow (a_n \to 0) \bullet$

 $(L>1)\Longrightarrow (a_n\to\infty)$ • $(C)\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{i=0}^{n-1}a_i}{n}$ מדרה אזי a סדרה אזי a סדרה אזי a

 $a_n = a$ במובן הרחב אזי ביזארו/התכנסות ממוצע חשבוני: תהא מדרה המקיימת $a_n \to a$ סדרה המקיימת משפט צ'זארו/התכנסות ממוצע חשבוני: $a_n o a_n$ במובן הרחב אזי $a_n o a_n$ סדרה חיובית המקיימת ממוצע הנדסי: תהא משפט התכנסות ממוצע הנדסי:

 $\sqrt[n]{a_n} o c$ במובן הרחב אזי $a_n o c$ במובן הרחב משפט ד'אלאמבר: תהא a סדרה חיובית המקיימת $a_n o c$ במובן הרחב אזי $a_n o c$ סדרה חיובית המקיימת $a_n o c$ במובן הרחב ותהא $a_n o c$ אזי $a_n o c$ אזי $a_n o c$ במובן הרחב ותהא $a_n o c$ במובן הרחב ותהא $a_n o c$ סדרה נניח כי $a_n o c$ סדרה ותהא $a_n o c$ סדרה נניח כי $a_n o c$

טענה: $(1+\frac{1}{n})^n$ מונוטונית עולה וחסומה.

 $\lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \in (2,3]$ מסקנה:

 $e=\lim_{n o\infty}\left(1+rac{1}{n}
ight)^n$:קבוע אוילר

 $.\Big(1+rac{1}{a_n}\Big)^{a_n} o e$ אזי $a_n o\infty$ המקיימת $a\in\mathbb{N}^\mathbb{N}$ אזי a_n אזי a_n המקיימת $a\in\mathbb{N}^\mathbb{N}$ עולה אזי a_n עולה אזי a_n 0. תת סדרה חלקית (ת"ס): תהא a_n 0 סדרה ותהא

משפט הירושה: תהא a סדרה ותהא b תת סדרה של אזי

- aסומה מלעיל) מלעיל) חסומה מלעיל).
- .(א חסומה מלרע) מלרע) חסומה מלרע).
 - $(a \to L) \Longrightarrow (b \to L) \bullet$
 - .(מונוטונית) מונוטונית) מונוטונית) a

```
.|\bigcap_{n=0}^{\infty}\left[a_{n},b_{n}\right]|=1 אזי \mathcal{C}=\left[0,1\right]\setminus\bigcup_{n=0}^{\infty}\bigcup_{k=0}^{3^{n}-1}\left(rac{3k+1}{3^{n+1}},rac{3k+2}{3^{n+1}}
ight) קבוצת קנטור:
                                                                 משפט בולצאנו ויירשטראס: תהא a סדרה חסומה אזי קיימת תת סדרה מתכנסת.
                                           משפט בולצאנו ויירשטראס המוכלל: תהא a סדרה אזי קיימת תת סדרה מתכנסת במובן הרחב.
                                                                                                                                            \mathbb{R}_{\infty} = \mathbb{R} \cup \{\infty, -\infty\} סימון:
                                             . במובן b 	o x עבורה עבורה b 	o x עבורה עבורה עבורה a עבורה עבורה עבורה a עבורה אזיx \in \mathbb{R}_\infty
                     \widehat{\mathcal{P}}\left(a
ight)=\{L\in\mathbb{R}_{\infty}\mid a סדרה אזי L\} גבול חלקי של של לLו\mathcal{P}\left(a
ight)=\{L\in\mathbb{R}\mid a סימון: תהא a סדרה אזי L
                                                                                                                                                      טענה: תהא a סדרה אזי
                                                                                                                        (\infty \in \widehat{\mathcal{P}})אינה חסומה מלעיל a
                                                                                                                      (-\infty \in \widehat{\mathcal{P}}) \Longleftrightarrowענה חסומה מלרע) •
                                                                                                                                       \left|\widehat{\mathcal{P}}
ight|>0 טענה: תהא a סדרה אזי
                                                               (\forall \varepsilon > 0. \ |\{a_n \mid |a_n - L| < \varepsilon\}| = \aleph_0) \Longleftrightarrow (L \in \mathcal{P}) משפט: תהא סדרה אזי
                                                                                          \widehat{\mathcal{P}}=\mathcal{P}\subseteq\left[\inf\left(a
ight),\sup\left(a
ight)
ight]מסקנה: תהא a סדרה חסומה אזי
                                                                                                             .\lim (\sup (a)) = \sup (\mathcal{P}) סדרה אזי a סדרה מימון: תהא
                                                                                                              \operatorname{lim}(a) = \operatorname{lim}(\sup(a)) סימון: תהא a סדרה אזי
                                                                                                               .\lim (\inf (a)) = \inf (\mathcal{P}) אזי a סדרה a סדרה מימון: תהא
                                                                                                               \underline{\lim}\left(a\right)=\lim\left(\inf\left(a\right)\right)אזי סדרה a סדרה מימון: תהא סדרה מימון
                                                                               (\widehat{\mathcal{P}}=\mathcal{P}) \wedge (\left|\widehat{\mathcal{P}}\right|=1)איי משפט: תהא a סדרה אזי (a מתכנסת)
                                                                                             משפט: תהא \min\left(\mathcal{P}\right), \max\left(\mathcal{P}\right) אזי סדרה חסומה אזי סדרה משפט
\widehat{\mathcal{P}}(a)=ig|_{i=1}^m\widehat{\mathcal{P}}\left(a_{b_i}
ight) איי סענה: יהיו a סדרה אזי b_1\ldots b_m:\mathbb{N}	o\mathbb{N} ותהא a סדרה אזי וותהא b_1\ldots b_m:\mathbb{N}	o\mathbb{N}
                                                                              . orall x \in A. \exists arepsilon > 0. \ (x-arepsilon, x+arepsilon) \subseteq A המקיימת המחה: A \subseteq \mathbb{R}
                                                             . פתוחה \bigcup_{i=1}^\infty A_i אזי i\in\mathbb{N} פתוחה לכל \{A_i\}_{i=1}^\infty\subseteq\mathcal{P}\left(\mathbb{R}
ight) פתוחה.
                                                                                  . פתוחה \bigcap_{i=1}^n A_i אזי A_1 \ldots A_n \subseteq \mathbb{R} פתוחה סענה: תהיינה
                                                                                                              קבוצה סגורה: קבוצה B\subseteq\mathbb{R} פתוחה.
                                                              . סגורה \bigcap_{i=1}^\infty B_i אזי i\in\mathbb{N} סגורה לכל B_i באשר באשר \{B_i\}_{i=1}^\infty\subseteq\mathcal{P}\left(\mathbb{R}
ight)
                                                                                   סענה: תהיינה A_1 \ldots A_n \subseteq \mathbb{R} סגורות אזי סגורה. A_1 \ldots A_n \subseteq \mathbb{R}
                                                   .\exists a\in (S\backslash\left\{x
ight\})^{\mathbb{N}}\,.\lim_{n	o\infty}a_n=x המקיימת x\in\mathbb{R} אזי אזי S\subseteq\mathbb{R} נקודת הצטברות: תהא
                                                                                                                                                 טענה: תהא B\subseteq\mathbb{R} התב"ש
                                                                                                                                                        . קבוצה סגורה B \bullet
                                                                                                                                     \forall a \in B^{\mathbb{N}}. \lim_{n \to \infty} a_n \in B \bullet
                                                                                                                \{x \in \mathbb{R} \mid B  נקודת הצטברות של \{x \in \mathbb{R} \mid B \in B \bullet \}
                                                                                                 משפט: תהא a סדרה חסומה מתקיים \mathcal{P}\left(a\right) קבוצה סגורה.
                                                                                           \exists N \in \mathbb{N}. \forall n \geq N. P\left(n\right) במעט תמיד: פרידקט P\left(n\right) המקיים
```

 $orall n\in\mathbb{N}.$ $(a_n\leq b_n)\wedge([a_{n+1},b_{n+1}]\subseteq[a_n,b_n])$ וגם b-a o 0 וגם מקוננים: תהיינה a,b סדרות המקיימות

 $.(\exists N \in \mathbb{N}. \forall n > N. a_n \leq L) \Longrightarrow (\limsup a \leq L) \ \bullet$

 $|\{n\in\mathbb{N}\mid P\left(n
ight)\}|=leph_{0}$ שביח: פרידקט $P\left(n
ight)$ המקיים

 $(\forall N \in \mathbb{N}. \exists n > N. a_n \ge L) \Longrightarrow (\limsup a \ge L) \bullet$

 $a = \liminf a \iff$ משפט: תהא סדרה אזי (מתכנסת) משפט: משפט: משפט

.טענה: תהא a סדרה ללא מקסימום אזי קיימת תת סדרה מונוטונית עולה ממש.

טענה: תהא a סדרה אזי קיימת תת סדרה מונוטונית.

- $(\exists N \in \mathbb{N}. \forall n > N.a_n \ge L) \Longrightarrow (\liminf a \ge L) \bullet$
- $(\forall N \in \mathbb{N}. \exists n > N.a_n \leq L) \Longrightarrow (\liminf a \geq L) \bullet$

משפט: תהא a סדרה ויהי $L\in\mathbb{R}$ התב"ש

משפט: תהא $L \in [-\infty,\infty]$ אזי אדרה ויהי a אזי

 $\lim \sup a = L \bullet$

```
\forall \varepsilon > 0. (\exists N \in \mathbb{N}. \forall n \geq N. a_n < L + \varepsilon) \land (\forall \varepsilon > 0. \forall N \in \mathbb{N}. \exists n \geq N. a_n > L - \varepsilon) \bullet
                        a \leq \liminf a \leq \liminf b היינה (a,b = \limsup a \leq \limsup b) אזי (a_n \preccurlyeq b_n אזי המקיימות a,b = a
                                                             . orall arepsilon > 0. \exists N \in \mathbb{N}. orall m, n \geq N. \, |a_m - a_n| < arepsilon המקיימת a הדרת קושי: סדרה a
                                                                                                                      למה: תהא a סדרת קושי אזי a חסומה.
                                                                                         aמשפט: תהא a סדרת אזי (a מתכנסת) משפט: תהא a
                                                                                     \sum_{i=k}^{\infty}a_i=\lim_{n	o\infty}\sum_{i=k}^na_i אזי k\in\mathbb{Z} סכום אינטופי: יהי
                                                                                                     \sum_{i=0}^\infty a_i טור: תהא a סדרה אזי \sum_{i=0}^\infty a_i טור: תהא \sum_{n=0}^\infty a_n טור אזי \sum_{n=0}^\infty a_n יימון: יהי
                                                                                       S_n^a = \sum_{i=0}^n a_i סדרת הסכומים החלקיים: תהא סדרה אזי
                                                                                 .(S_n^a 	o L) \Longrightarrow (\sum_{i=0}^\infty a_i = L) טור מתכנס: תהא סדרה אזי
                                                                                                  \sum_{n=0}^{\infty} ar^n אזי r\in\mathbb{R} ויהי a
eq 0 אוי יהי יהי
                                                                                         (|r|<1) \Longleftrightarrowמשפט: יהי r\in\mathbb{R} אזי היי \sum_{n=0}^\infty ar^n מתכנס) משפט: יהי \sum_{n=1}^\infty rac{1}{n}=\infty טענה הטור ההרמוני:
(a_n 	o 0)כשפט: תהא a_n סדרה אזי (a_n 	o 0)כשתכנס). a_n 	o 0משפט: תהא a_n 	o 0סדרה אזי (a_n 	o 0) מתכנס) משפט קריטריון קושי: יהי a_n 	o 0טור אזי (a_n 	o 0) מתכנס) a_n 	o 0משפט קריטריון קושי: יהי a_n 	o 00 טור אזי (a_n 	o 0) מתכנס)
                                                                   טענה חשבון טורים: יהיו \sum_{n=0}^\infty a_n, \sum_{n=0}^\infty b_n אזיי יהיי טענה חשבון טורים: יהיו
                                                                                           מתכנס). מתכנס) מתכנס) \sum_{n=0}^{\infty} (a_n + b_n) (a_n + b_n)
                                                                                                    .(מתכנס) מתכנס) מתכנס) מתכנס) מתכנס) מתכנס) מתכנס) \sum_{n=0}^{\infty} \xi a_n
                                                                                                                                  טור אזי \sum_{n=0}^{\infty}a_n טור אזי
                                                                                                                             \forall n \in \mathbb{N}. a_n > 0 טור חיובי: •
                                                                                                                       \forall n \in \mathbb{N}. a_n \geq 0 טור אי שלילי: •
                                                                                                                            \forall n \in \mathbb{N}. a_n < 0 טור שלילי: •
                                                                                                                        \forall n \in \mathbb{N}. a_n \leq 0 טור אי חיובי: •
                                                                                 . טור בהחלט: טור \sum_{n=0}^{\infty}|a_n| המקיים המקנס טור מתכנס בהחלט: טור מתכנס
                                                                                 . טענה: יהי כנס טור מתכנס טור מתכנס טור כהחלט אזי יהי \sum_{n=0}^\infty a_n יהי יהי
                                        \sum a_n \preccurlyeq \sum b_n אזי a_n \leq b_n סיימון: יהיו \sum a_n, \sum b_n אזי אזי סיימון: יהיו
                                                                      משפט ההשוואה: יהיו\sum a_n, \sum b_n טורים המקיימים \sum a_n, \sum b_n אזי
```

. מתכנס) מתכנס) מתכנס) $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ מתכנס) $\sum_{n=0}^{\infty}b_n$ מתבדר). $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ מתבדר).

משפט מבחן במובן $rac{a_n}{b_n} o L$ משפט מבחן סדרות סדרות מחוביו: יהיו יהיו יהיו משפט מבחן ההשוואה הגבולי: יהיו

 $(L \in (0,\infty)) \Longrightarrow ((\sum b_n < \infty) \Longleftrightarrow (\sum a_n < \infty)) \bullet$

 $(L=0) \Longrightarrow ((\sum b_n < \infty) \Longrightarrow (\sum a_n < \infty)) \bullet$

 $(L = \infty) \Longrightarrow ((\sum b_n < \infty) \longleftarrow (\sum a_n < \infty)) \bullet$

. (מתכנס). $\sum a_n$ שלילי (קיים a_n) עבורו כמעט תמיד איז שלילי $\sum a_n$ מתכנס). משפט מבחן השורש: יהי

 $(\lim \left(\sup \left(a_n^{\frac{1}{n}}\right)\right) > 1)$ מתבדר $\sum a_n$

משפט מבחן המנה לטורים חיוביים: יהי $\sum a_n$ יהי משפט מבחן המנה לטורים חיוביים

- .(סמכנס) בורו $\sum a_n \rangle \Longleftarrow (\frac{a_{n+1}}{a_n} < q$ תמיד עבורו כמעט עבורו $q \in (0,1)$
 - (כמעט תמיד $\sum a_n$) \longleftarrow ($\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$ מתבדר).

משפט מבחן המנה הגבולי לטורים חיוביים: יהי $\sum a_n$ טור חיובי אזי $\sum a_n$ מתכנס) $\sum a_n$ מתכנס) $\sum a_n$ ($\lim \left(\sup\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)\right) < 1$) מתכנס) $\sum a_n$ $\sum a_n$ ($\lim \left(\inf\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)\right) > 1$) מתכנס) $\sum a_n$ משפט העיבוי: תהא $\sum a_n$ סדרה אי שלילית יורדת אזי $\sum a_n$ מתכנס).

(מסקנה: יהי $m \geq 2$ ותהא m סדרה אי שלילית יורדת אזי $\sum m^n a_m$ מתכנס) מסקנה: יהי $m \geq 2$

```
טור מתכנס בתנאי: טור \sum |a_n| מתכנס המקיים מתכנס טור טור טור טור טור מתכנס בתנאי
                                \sum_{k=m}^n a_k \left(b_{k+1}-b_k
ight) = \left(a_n b_{n+1}-a_m b_m
ight) - \sum_{k=m+1}^n b_k \left(a_k-a_{k-1}
ight) סענה: תהיינה a,b סדרות אזי
                              \sum_{k=1}^n a_k b_k = \sum_{k=1}^n a_k b_{n+1} + \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^k a_m (b_k - b_{k+1}) טענה התמרת אבל: תהיינה a,b סדרות אזי
                               . טענה \sum a_n b_n חסומה אזי \sum a_n b_n סדרה עבורה S^a_n חסומה אזי סדרה מונוטונית ותהא סדרה עבורה אזי \sum a_n b_n
                                               . טענה \sum a_n b_n טענה מונוטונית אזי אסדרה חסומה מתכנס ותהא אור מתכנס ותהא בל: יהי הי\sum a_n טענה אוי
                                                                  . \sum_{p\in\mathbb{P}}^\infty \frac{1}{p}=\infty משפט: \sum_{n=0}^\infty \sum_{k=b_n}^{b_{n+1}-1} a_k=L אולה ממש אזי b\in\mathbb{N}^\mathbb{N} טור ותהא אור \sum a_n=L משפט: יהי ותהא משפט: יהי
אזי \sum_{n=0}^\infty \sum_{k=b_n}^{b_{n+1}-1} a_k = L בעלי אותו סימן וגס (a_i)_{i=b_n}^{b_{n+1}-1} וכן ווכן b_0=0 וכן אזי b\in\mathbb{N}^\mathbb{N} אזי b\in\mathbb{N}^\mathbb{N} אזי
                                                                                                                                                                           \sum a_n = L
                                                                            \sum a_{p(n)} = \sum a_n איווג אזי p \in \mathbb{N}^\mathbb{N} משפט: יהי \sum a_n טור חיובי מתכנס ויהי
                                                                                                                              a_n^-=rac{|a_n|-a_n}{2} סימון: תהא a_n סדרה אזי a_n סימון: תהא a_n^+=rac{|a_n|+a_n}{2} סימון: תהא a_n סימון: תהא
                                                         .((סמתכנס) מתכנס) מתכנס מתכנס מתכנס מתכנס) מתכנס מתכנס מתכנס מתכנס) משפט: מהא סדרה אזי \sum a_n
                                                                         \sum a_{p(n)} = \sum a_n איווג אזי p \in \mathbb{N}^\mathbb{N} משפט: יהי יהי טור מתכנס בהחלט ויהי
                                                                           a_n^+ = \infty = \sum a_n^-משפט: תהא a_n סדרה אזי (משפט בתנאי) מתכנס בתנאי משפט: מדרה אזי (משפט בתנאי
                                                                                                                                                  \hat{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\} סימון:
                                                                                                                          משפט רימן: יהי\sum a_nטור מתכנס בתנאי אזי
                                                                                           \sum a_{\sigma(n)} = S קיימת \sigma: \mathbb{N} \to \mathbb{N} הפיכה עבורה S \in \hat{\mathbb{R}}
                                                                              . הרחב, במובן מתכנסת לא ב\sum a_{\sigma(n)} הפיכה עבורה \sigma:\mathbb{N}	o\mathbb{N} היימת ullet
           \sum a_{p(n)}b_{q(k)}=(\sum a_n)(\sum b_n) אזי היו אויי מתכנסים טורים מתכנסים ויהיו ויהיו p,q\in\mathbb{N}^\mathbb{N} משפט קושי: יהיו
                                                                                                 \sum a_k \left(x-x_0
ight)^k אזי x_0 \in \mathbb{R} סדרה ויהי a_n סדרה אזיוני. תהא
                                  x \in (-|q|,|q|) אוי בהחלט עבור \sum a_k x^k מתכנס מתכנס עבור אוי המתכנס עבור \sum a_k x^k משפט: יהי
                                                                                             עבורו R \in [0,\infty] אזי טור חזקות אזי \sum a_k x^k יהי יהי
                                                                                                      . מתכנס בהחלט \sum a_k x^k מתכנס בהחלט x \in (-R,R)
                                                                                                                  .מתבדר \sum a_k x^k מתקיים x \notin [-R,R] סתבדר
                                                                                                משפט אבל: יהי\sum a_k x^k טור חזקות אזי קיים רדיוס התכנסות.
                                               R=rac{1}{\limsup\left(|a_n|^{rac{1}{n}}
ight)} אזי איזי R אזי ההתכנסות בעל רדיוס טור חזקות טור טור בעל \sum a_n x^n משפט קושי הדמרד: יהי
                                       -\left(\limsup\left(|a_n|^{rac{1}{n}}
ight)=0
ight)\Longrightarrow(R=\infty)אזי אוי ההתכנסות בעל רדיוס האקות בעל רדיוס ההתכנסות האיי
                                     . \Big(\limsup \Big(|a_n|^{\frac{1}{n}}\Big)'=\infty\Big)\Longrightarrow (R=0) אזי אזי ההתכנסות בעל רדיוס בעל רדיוס ההתכנסות \sum a_nx^n יהי הערה: יהי \sum a_nx^n טורי חזקות אזי \sum a_nx^n טורי חזקות אזי יהיו
                        a_n מתכנס עבור \sum_{n=0}^\infty \sum_{k=0}^n a_k b_{n-k} x^n אזי מתכנס עבור טענה: יהיו שורי חזקות המתכנסים עבור אזי סענה:
        \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}a_{k}b_{n-k}q^{n} אוי q\in\mathbb{R} אויי חזקות המתכנסים עבור \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}a_{k}b_{n-k}q^{n} אויי \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{S_{i}^{a}}{s_{i}} טור אזי \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}a_{n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{i=0}^{n-1}S_{i}^{a}}{n} טענה: יהי \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}a_{n}=\sum_{i=0}^{\infty}a_{n}
                                                                                                                                פונקציה מונוטונית: תהא f \in \mathbb{R} 	o \mathbb{R} אזי
                                                                                                   \forall x, y \in \mathbb{R}. (x < y) \Longrightarrow (f(x) < f(y)) עולה ממש:
                                                                                                            \forall x, y \in \mathbb{R}. (x < y) \Longrightarrow (f(x) \le f(y)) • עולה:
                                                                                                  \forall x, y \in \mathbb{R}. (x < y) \Longrightarrow (f(x) > f(y)) יורדת ממש: •
                                                                                                          \forall x, y \in \mathbb{R}. (x < y) \Longrightarrow (f(x) \ge f(y)) יורדת: •
```

(x>1)מסקנה: יהי $x\in\mathbb{R}$ אזי $(\frac{1}{n^x})$ מתכנס)(x>1)משפט לייבניץ: תהא $(x>1)^n$ אזי $(x>1)^n$ מתכנס.

 $.[0,\infty)$ טענה: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $n\in\mathbb{N}_+$ אונית עולה ממש בקטע $.(f(x)=x^n)\Longrightarrow\left(f^{-1}(x)=x^{rac{1}{n}}
ight)$ אזי $n\in\mathbb{N}$ טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$

 $(x^m)^{rac{1}{n}}=\left(x^k
ight)^{rac{1}{\ell}}$ אזי $rac{m}{n}=rac{k}{\ell}$ טענה: יהיו $n,m,k,\ell\in\mathbb{N}$ המקיימים

```
\lim (c^{a_n}) = \lim (c^{b_n}) אזי a_n, b_n \searrow b המקיימות a, b \in \mathbb{Q}^{\mathbb{N}} תהיינה c \in \mathbb{R} טענה: יהי
                                                                         אזי b_n \searrow b המקיימת b \in \mathbb{Q}^\mathbb{N} ותהא b \in \mathbb{R} יהי n, m \in \mathbb{N} אזי הגדרה:
                                                                                                                                        .x^{-n} = \frac{1}{x^n} \bullet.x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}} \bullet
                                                                                                                                  a^b = \lim_{n \to \infty} a^{b_n} \bullet
                                                                      f\left(x
ight)=x^{lpha} כך f:\left[0,\infty
ight)
ightarrow\left[0,\infty
ight) נגדיר נגדיר 0<lpha יהי החזקה: יהי
                                                                      f(x)=x^{lpha} כך כך f:(0,\infty)	o(0,\infty) נגדיר 0>lpha יהי
                                                                                                                        \sqrt[n]{x}=x^{rac{1}{n}} אזי n\in\mathbb{N} שורש: יהי
                                                                                                        \left(yx
ight)^{a}=y^{a}x^{a} אזי a,b,x,y\in\mathbb{R} משפט: יהיו
                                                                                                              (x^a)^b=x^{ab} אזי a,b,x\in\mathbb{R} משפט: יהיו
                                                                                                             x^ax^b=x^{a+b} אזי a,b,x\in\mathbb{R} משפט: יהיו
                                                                                                       x^r < x^\ell אזי 0 < r < \ell ויהיו x > 1 טענה: יהי
                                                                                                 x^r > x^\ell אזי 0 < r < \ell ויהיו 0 < x < 1 טענה: יהי
                                                                      f(x)=a^x כך f\in (0,\infty)^\mathbb{R} הפונקציה המעריכית: יהי0<lpha
eq 1 נגדיר
                                          . בתור ישר אווית ליתר במשולש ישר אווית \sin:[0,2\pi] 	o [-1,1] בתור היחס בין הצלע ממול האווית ליתר במשולש ישר
                                                                                                      \sin(x+2\pi k)=\sin(x) אזי איזי k\in\mathbb{N}
                                         . אווית ישר אווית ליתר במשולש ישר אווית \cos:[0,2\pi] 	o [-1,1] קוסינוס: נגדיר
                                                                                                   \cos\left(x+2\pi k
ight)=\cos\left(x
ight) אזי k\in\mathbb{N} קוסינוס: יהי
                                                                         	an(x)=rac{\sin(x)}{\cos(x)} כך לוח: \mathbb{R}ackslash\left\{rac{\pi}{2}+\pi k\mid k\in\mathbb{Z}
ight\}
ightarrow\mathbb{R} טנגנס: נגדיר
                                                                              \cot{(x)}=rac{\cos(x)}{\sin(x)} ככ\tan{(x)} ככ\tan{(x)} ככל : \mathbb{R}\setminus\{\pi k\mid k\in\mathbb{Z}\}
                                                                                                                                טענה: זהויות טריגנומטריות.
                                                                                                                                    arcsin = sin^{-1} :הגדרה
                                                                                                                                   arccos = cos^{-1} :הגדרה
                                                                                                                                  \arctan = \tan^{-1}:
                                                                                                                                    arccot = cot^{-1} :הגדרה
                                                                                            f^{-1} = \log_a אזי f(x) = a^x נסמן a > 0 אזי לוגריתם: יהי
                                                                                                                    ln = \log_e :סימון (הלוגריתם הטבעי)
                                                                                                                                    טענה: זהויות לוגרתמיות.
                                                   f(x+a)=f(x) המקיים a\in\mathbb{R}_+ עבורה קיים f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} המקיים פונקציה מחזורית:
                                                                        \forall x \in \mathbb{R}. f(-x) = f(x) המקיימת f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} פונקציה זוגית: פונקציה f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}
                                                                  \forall x \in \mathbb{R}. f(-x) = -f(x) המקיימת f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} פונקציה אי־זוגית: פונקציה f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}
                                                                            I_{x,\delta}=(x-\delta,x+\delta)\setminus\{x\} אזי x\in\mathbb{R} ויהי \delta>0 ויהי
                                   פונקציה מתכנסת בנקודה: יהי L \in \mathbb{R} יהיו a < x_0 < b עבורם a < x_0 < b ותהא L \in \mathbb{R} יהי והיא
                                                                                         \forall \varepsilon > 0. \exists \delta > 0. \forall x \in I_{x_0, \delta}. |f(x) - L| < \varepsilon • פרושי:
                                                                                       \forall y \in (a,b)^{\mathbb{N}} . (y_n \to x_0) \Longrightarrow (f(y_n) \to L) :היינה
fלישי לפי קושי) אזי f:(a,b) 	o \mathbb{R} ויהיו a < x_0 < b עבורם a,b,x_0 \in A ויהיו a \in \mathbb{R} יסענה: יהי
                                                                                                                            מתכנסת ב־x_0 ל־L לפי היינה).
    \lim_{x	o x_0}f\left(x
ight)=L ווהא f:(a,b)	o \mathbb{R} ותהא a< x_0< b ותהא עבורם a,b,x_0\in A ויהיו a< x_0 ותהא ווהא a< x_0
                     פונקציה מתכנסת חד-צדדית מימין בנקודה: יהי L \in \mathbb{R} יהיו t \in \mathbb{R} עבורם t \in \mathbb{R} ותהא t \in \mathbb{R} אזי מימין בנקודה:
                                                                     \forall \varepsilon > 0. \exists \delta > 0. x \in (x_0, \min\{x_0 + \delta, b\}). |f(x) - L| < \varepsilon פושי:
                                                                                       \forall y \in (x_0, b)^{\mathbb{N}} . (y_n \downarrow x_0) \Longrightarrow (f(y_n) \to L) :היינה
Lלפי ליטענה: יהי L \in \mathbb{R} יהיו ליהי עבורם b, x_0 \in A עבורם ליx_0 \in A ותהא אזי t \in \mathbb{R} אזי ליבענה: יהי
                                                                                     (לפי היינה). לבי לבי מימין מימין חד־צדדית מתכנסת לפי היינה). f
```

L אזי ב־ x_0 לים מימין מימין הדיצדדית המתכנסת $f:(x_0,b) o \mathbb{R}$ ותהא אות עבורם $b,x_0\in A$ יהיו והיי בי יהי

 $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$

פונקציה מתכנסת חד-צדדית משמאל בנקודה: יהי $L\in\mathbb{R}$ יהיו $a< x_0$ עבורם $a,x_0\in A$ ותהא $f:(a,x_0) o \mathbb{R}$

- $\forall \varepsilon > 0. \exists \delta > 0. x \in (\max\{x_0 \delta, a\}, x_0). |f(x) L| < \varepsilon$ קושי:
 - $\forall y \in (a, x_0)^{\mathbb{N}} . (y_n \uparrow x_0) \Longrightarrow (f(y_n) \to L) :$

 $a< x_0$ טענה: יהי $a< x_0$ יהיו $a< x_0$ עבורם $a,x_0\in A$ יהיו $a< x_0$ שותהא $a< x_0$ עבורם $a,x_0\in A$ יהיו $a< x_0$ ל־a לפי היינה).

 $a,x_0 \in A$ יהיו משמאל בי $a,x_0 \in A$ יהיו המתכנסת הדצדדית משמאל בי $a,x_0 \in A$ ותהא ותהא המתכנסת היהיו היי $a,x_0 \in A$ יהיו וווה $a,x_0 \in A$ יהיו היי וווה $a,x_0 \in A$ יהיו היי וווה $a,x_0 \in A$ יהיו היי וווה

 $f:(a,\infty) o\mathbb{R}$ ותהא $a< x_0$ עבורם $a,x_0\in A$ יהיו והי עבור $a,x_0\in R$ אזי מתכנסת באינסוף: יהי

- $\forall \varepsilon > 0. \exists M \in \mathbb{R}. \forall x \geq M. |f(x) L| < \varepsilon$ קושי:
- $\forall y \in (a,\infty)^{\mathbb{N}} . (y_n \to \infty) \Longrightarrow (f(y_n) \to L) :$ היינה •

f)לפי קושי) לים לפי מתכנסת f אזי $f:(a,\infty)\to\mathbb{R}$ ותהא $a< x_0$ עבורם $a,x_0\in A$ יהיו ל $a< x_0$ ותהא באינסוף ל $a,x_0\in A$ יהיו לבי היינה).

 $\lim_{x o\infty}f\left(x
ight)=L$ יהיו $L\in\mathbb{R}$ יהי המתכנסת עבורם $a,x_0\in A$ ותהא $a< x_0$ ותהא $a< x_0$ אזי ותהא $a< x_0$ אזי ותהא $a< x_0$ יהיו a> a אזי ותהא $a< x_0$ יהיו a> a יהיו $a< x_0$ יהיו a< x

- $.\forall \varepsilon>0.\exists M\in\mathbb{R}.\forall x\leq M.\left|f\left(x\right)-L\right|<\varepsilon$ קושי: •
- $\forall y \in (a, x_0)^{\mathbb{N}} . (y_n \uparrow x_0) \Longrightarrow (f(y_n) \to L) :$ היינה.

fל לפי קושי) לים לבי מתכנסת במינוס אינסוף לים אזי $f:(-\infty,b)\to\mathbb{R}$ ותהא מתכנסת במינוס אינסוף לים ענה: $t\in\mathbb{R}$ אזי $t\in\mathbb{R}$ אזי לפי קושי) מתכנסת במינוס אינסוף לt לפי היינה).

 $\lim_{x \to -\infty} f\left(x
ight) = L$ אזי $L \in \mathbb{R}$ ויהיו $L \in \mathbb{R}$ אזי $x_0 < b$ ותהא $x_0 < b$ ווהיין עבורם $x_0, b \in A$ ויהיו ווהיין יהי אויהי במקום פונקציה מתכנסת נאמר גם כי היא בעלת גבול סופי.

אזי $f:(a,b) o \mathbb{R}$ ותהא $a < x_0 < b$ עבורם $a,b,x_0 \in A$ יהיו בנקודה: יהיו

- $\forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta > 0. \forall x \in I_{x_0, \delta}. f(x) > M$ קושי:
- $\forall y \in (a,b)^{\mathbb{N}} . (y_n \to x_0) \Longrightarrow (f(y_n) \to \infty)$ היינה: •

f מתבדרת (מתבדרת לאינסוף ב x_0 לפי קושי) אזי ($a,b,x_0\in A$ אזי לפי קושי) אות האז $a< x_0< b$ ותהא $a< x_0< b$ ותהא לאינסוף ב x_0 לפי היינה).

 $\lim_{x \to x_0} f\left(x
ight) = \infty$ אזי אזי $x_0 = a$ אזי המתבדרת המתבדרת לאינסוף ב $a,b,x_0 \in A$ ותהא $a < x_0 < b$ ותהא $a < x_0 < b$ פונקציה מתבדרת למינוס אינסוף בנקודה: יהיו $a,b,x_0 \in A$ עבורם $a,b,x_0 \in A$ ותהא

- $\forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta > 0. \forall x \in I_{x_0, \delta}. f(x) < M$ פושי:
- $\forall y \in (a,b)^{\mathbb{N}} . (y_n \to x_0) \Longrightarrow (f(y_n) \to -\infty)$ היינה: •

f)לפי קושי) לפי לפי אינסוף ב x_0 לפי אזי $f:(a,b) \to \mathbb{R}$ אזי ותהא $a < x_0 < b$ עבורם מתבדרת למינוס אינסוף ב $a,b,x_0 \in A$ ותהא למינוס אינסוף ב $x_0 \in A$ למינוס אינסוף ב $x_0 \in A$ למינוס אינסוף ב $x_0 \in A$

 $\lim_{x \to x_0} f\left(x
ight) = -\infty$ אזי אינסוף ב $x_0 = -\infty$ אזי אינסוף בהתוך: יהיו $a < x_0 < b$ עבורם $a, b, x_0 \in A$ ותהא $a < x_0 < b$ עבורם $a, b, x_0 \in A$ אזי פונקציה מתבדרת חד־צדדית מימין לאינסוף בנקודה: יהיו $a, b, x_0 \in A$ עבורם $a, b, x_0 \in A$ ותהא $a < x_0 < b$ אוי

- $\forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta > 0. \forall x \in (x_0, \min\{x_0 + \delta, b\}). f(x) > M$ סושי:
 - $\forall y \in (x_0, b)^{\mathbb{N}} . (y_n \downarrow x_0) \Longrightarrow (f(y_n) \to \infty)$ היינה: •

f)לפי קושי) לפי קושי ב־ $x_0 < b$ עבורם $b, x_0 \in A$ אזי לו $f: (x_0, b) \to \mathbb{R}$ אותהא אינסוף ב־ $x_0 < b$ עבורם לאינסוף ב־ $x_0 < b$ עבורם לפי היינה).

 $\lim_{x \to x_0^+} f\left(x
ight) = \infty$ אזי $x_0 = 0$ אזי אינסוף ב $x_0 = 0$ אזי אונתאא $f: (x_0, b) \to \mathbb{R}$ אונקציה מתבדרת חד־צדדית מימין למינוס אינסוף בנקודה: יהיו $x_0 < b$ עבורם $x_0 < b$ ותהא אינסוף בנקודה: יהיו $x_0 < b$ עבורם אינסוף בנקודה: יהיו א

- $\forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta > 0. \forall x \in (x_0, \min\{x_0 + \delta, b\}). f(x) < M$ פושי:
 - $. \forall y \in \left(x_0, b\right)^{\mathbb{N}}. \left(y_n \downarrow x_0\right) \Longrightarrow \left(f\left(y_n\right) \to -\infty\right) \; .$ היינה: •

f)לפי קושי) לפי לפי למינוס אינסוף ב $x_0 < b$ עבורם לפי לפי קושי) אזי ל $f: (x_0, b) \to \mathbb{R}$ אזי לפי קושי) אינסוף ב $t, x_0 \in A$ עבורם לפי קושי) מתבדרת חד־צדדית מימין למינוס אינסוף ב $t, x_0 \in A$ לפי היינה).

 x_0 יסימון מינוס אינסוף ב־ x_0 המתבדרת חד־צדדית ותהא אינסוף ב־ x_0 ותהא עבורם x_0 עבורם x_0 אינסוף בי x_0 ותהא ותהא x_0

פונקציה מתבדרת חד־צדדית משמאל לאינסוף בנקודה: יהיו $a< x_0$ עבורם $a,x_0\in A$ ותהא $f:(a,x_0) o \mathbb{R}$

- $\forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta > 0. \forall x \in (\max \{x_0 \delta, a\}, x_0). f(x) > M$ פרשי:
 - $\forall y \in (a, x_0)^{\mathbb{N}} . (y_n \uparrow x_0) \Longrightarrow (f(y_n) \to \infty)$:היינה

f)לפי קושי) לפי קושי ב־ x_0 עבורם $a,x_0\in A$ עבורת אזי ווהא $f:(a,x_0)\to\mathbb{R}$ ותהא ווהא $a< x_0$ עבורם $a,x_0\in A$ עבורת חד־צדדית משמאל לאינסוף ב־ x_0 לפי היינה).

סימון: יהיו משמאל לאינסוף ב $a,x_0\in A$ המתבדרת הדיצדדית ותהא מיון: $a,x_0\in A$ ותהא ותהא $a< x_0$ בורם ב $a,x_0\in A$ ותהא וו $\lim_{x\to x_0^-}f\left(x\right)=\infty$

אזי $f:(a,x_0) o\mathbb{R}$ ותהא $a< x_0$ ותהא מעבדרת אינסוף בנקודה: יהיו בנקודה: יהיו

- $\forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta > 0. \forall x \in (\max \{x_0 \delta, a\}, x_0). f(x) < M$ פושי:
 - $\forall y \in (a, x_0)^{\mathbb{N}} . (y_n \uparrow x_0) \Longrightarrow (f(y_n) \to -\infty)$:היינה:

טענה: יהיו $a,x_0 \in A$ עבורם $a,x_0 \in A$ ותהא $a < x_0$ ותהא $a < x_0$ ותהא $a < x_0$ עבורם $a,x_0 \in A$ אזי $f: (a,x_0) \to \mathbb{R}$ ותהא $a < x_0$ ותהא $a < x_0$ עבורם $a,x_0 \in A$ עבורם $a,x_0 \in A$ עבורם אינסוף ב־ $a,x_0 \in A$ לפי היינה).

a בי $a,x_0 \in A$ אזי משמאל למינוס אינסוף בי $a,x_0 \in A$ המתבדרת חד־צדדית משמאל למינוס אינסוף בי $a,x_0 \in A$ ותהא ווה $a < x_0$ ותהא . $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$

אזי $f:(a,\infty) o\mathbb{R}$ ותהא $a< x_0$ עבורם $a,x_0\in A$ יהיו אינסוף לאינסוף לאינסוף מתבדרת מתבדרת מתבדרת יהיו

- $\forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta \in \mathbb{R}. \forall x \geq \delta. f\left(x\right) > M$ קושי:
- $\forall y \in (a,\infty)^{\mathbb{N}}. (y_n \to \infty) \Longrightarrow (f(y_n) \to \infty) :$ היינה.

סענה: יהיו f) אזי f (מתבדרת באינסוף לפי קושי) אזי לפי תבדרת f (מתבדרת ההא $a < x_0$) אזי מתבדרת אזי לאינסוף לפי קושי מתבדרת באינסוף לפי היינה).

 $\lim_{x \to \infty} f\left(x
ight) = \infty$ אזי $x_0 = \infty$ אזי אזי הייו $a < x_0$ אזי הייו $a < x_0$ ותהא $a < x_0$ ותהא $a < x_0$ ותהא $a < x_0$ אזי $a < x_0$ פונקציה מתבדרת באינסוף למינוס אינסוף: יהיו $a < x_0 \in A$ עבורם $a, x_0 \in A$ ותהא

- $. \forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta \in \mathbb{R}. \forall x \geq \delta. f\left(x\right) < M$ קושי: •
- $\forall y \in (a,\infty)^{\mathbb{N}} . (y_n \to \infty) \Longrightarrow (f(y_n) \to -\infty)$ היינה: •

סענה: יהיו f לפינוס אינסוף לפי קושי) אזי ל $f:(a,\infty)\to\mathbb{R}$ אזי מתבדרת היינה לפי קושי) אזי לפי קושי מתבדרת מתבדרת אזי לפי קושי מתבדרת מתבדרת מתבדרת באינסוף לפי היינה).

 $\lim_{x o\infty}f\left(x
ight)=-\infty$ אזי אינסוף ב־ $a,x_0\in A$ אזי היין $a,x_0\in A$ אזי היין $a,x_0\in A$ ותהא $a< x_0$ ותהא $a< x_0$ עבורם $a,x_0\in A$ אזי פונקציה מתבדרת במינוס אינסוף לאינסוף: יהיו $a,x_0\in A$ עבורם $a,x_0\in A$ ותהא אינסוף לאינסוף לאינסוף: יהיו

- $\forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta \in \mathbb{R}. \forall x \leq \delta. f\left(x\right) > M$ קושי:
- $\forall y \in (-\infty, b)^{\mathbb{N}} . (y_n \to -\infty) \Longrightarrow (f(y_n) \to \infty)$ היינה: •

f) מתבדרת (שינסוף לפי קושי) אינסוף לאינסוף אינסוף לאינסוף לאינסוף לו ותהא $f:(-\infty,b)\to\mathbb{R}$ אזי ותהא אוי לו ותהא $f:(-\infty,b)\to\mathbb{R}$ ותהא במינוס אינסוף לאינסוף לפי היינה).

 $\lim_{x \to -\infty} f\left(x
ight) = \infty$ אינסוף אינסוף אינסוף המתבדרת המתנום אינסוף $f: (-\infty,b) \to \mathbb{R}$ ותהא המתבדרת עבורם $b,x_0 \in A$ אינסוף אינסוף למינוס אינסוף למינו

- $\forall M \in \mathbb{R}. \exists \delta \in \mathbb{R}. \forall x \leq \delta. f(x) < M$ קושי:
- $. \forall y \in \left(-\infty,b\right)^{\mathbb{N}}.\left(y_n o -\infty
 ight) \Longrightarrow \left(f\left(y_n
 ight) o -\infty
 ight) \;.$ היינה: •

f)לשינסוף לפי קושי) אינסוף למינוס אינסוף למינוס אזי ($f:(-\infty,b) \to \mathbb{R}$ ותהא אור למינוס אינסוף למינוס אינסוף לפי קושי) מתבדרת במינוס אינסוף למינוס אינסוף לפי היינה).

אינסוף אינסוף אינסוף אינסוף המתבדרת המינוס $f:(-\infty,b)\to\mathbb{R}$ ותהא אינסוף אינסוף אינסוף הייו יהיו יהיו אינסוף $x_0< b$ ותהא ווהא $\lim_{x\to -\infty} f\left(x\right)=-\infty$

הערה: במקום פונקציה מתבדרת לאינסוף או למינוס אינסוף נאמר גם כי היא בעלת גבול במובן הרחב או מתכנסת במובן הרחב.

 $f\left(x
ight) \xrightarrow[x o a]{} L$ יהי ווו $\lim_{x o a} f\left(x
ight) = L$ עבורה עבורה $f:I o \mathbb{R}$ ותהא ווההא $a \in \hat{\mathbb{R}}$ יהי ווה ווהא

 $((\lim_{x o a}f\left(x
ight)=L_1)\wedge(\lim_{x o a}f\left(x
ight)\overset{x o a}{=}L_2))\Longrightarrow(L_1=L_2)$ איי $a\in I$ ויהי $f:I o\mathbb{R}$ איי קטע פתוח תהא

 $\lim_{x o a^+}f\left(x
ight)=L$ וכן $\lim_{x o a^-}f\left(x
ight)=L$ אזי ויהי $f:I o\mathbb{R}$ תהא $L\in\hat{\mathbb{R}}$ תהא $L\in\hat{\mathbb{R}}$ אזי וכן $\lim_{x o a^+}f\left(x
ight)=L$. $\lim_{x o a}f\left(x
ight)=L$

```
h = f \cdot q \bullet
                                                                                                                                             .h = f^{-1} \bullet
                                                             \forall a \in \mathsf{Dom}\,(f)\,.\lim_{x \to a} f\left(x\right) = f\left(a\right) טענה: תהא f פונקציה אלמנטרית אזי
                                                                                                                 |\sin{(x)}| \leq |x| אזי x \in \mathbb{R} משפט: יהי
                                                             f(x) \preccurlyeq g(x) אזי \forall x \in I. f(x) \leq g(x) המקיימות המקיימות f,g:I \to \mathbb{R} איי
       \lim_{x	o a}f\left(x
ight)\leq\lim_{x	o a}g\left(x
ight) אזי f\left(x
ight)\preccurlyeq g\left(x
ight) המקיימות f,g:I	o\mathbb{R} ותהיינה a\in\hat{\mathbb{R}} ותהיינה
                             משפט כלל הסנדוויץ': יהי L\in\hat{\mathbb{R}} יהי a\in\hat{\mathbb{R}} ותהיינה f,g,h:\mathbb{R}^I המקיימות יהי L\in\hat{\mathbb{R}} אזי L\in\hat{\mathbb{R}}
                                                                                                   .\left(f\left(x
ight),h\left(x
ight) \xrightarrow[x 
ightarrow a]{} L
ight) \Longrightarrow \left(g\left(x
ight) \xrightarrow[x 
ightarrow a]{} L
ight) . \lim_{x 
ightarrow 0} rac{\sin(x)}{x} = 1 :
                                                                                                                             רציפות: תהא f:I	o\mathbb{R} אזי
                                                                                  \lim_{x\to a} f(x) = f(x_0) עבורה a\in I :פיפות בנקודה •
                                                           \lim_{x\to a^+} f(x) = f(x_0) עבורה a\in I נקודה: • רציפה חד צדדית מימין בנקודה:
                                                         \lim_{x\to a^-}f\left(x
ight)=f\left(x_0
ight) עבורה a\in I :פעודה משמאל בנקודה \bullet
                                             . orall a \in I. \lim_{x 	o a} f\left(x
ight) = f\left(a
ight) המקיימת f: I 	o \mathbb{R} פונקציה בצורת קושי: פונקציה המקיימת
   . orall a \in I. orall x \in I^{\mathbb{N}}. ((x_n 	o a) \Longrightarrow (\lim_{n 	o \infty} f\left(x_n
ight) = f\left(a
ight))) המקיימת f: I 	o \mathbb{R} המקיימת
                                                           fמשפט: תהא f:I	o\mathbb{R} אזי f:I	o\mathbb{R} אזי (f:I	o\mathbb{R} רציפה בצורת הנייה).
                             \forall x \in B. \exists arepsilon > 0. \ (x-arepsilon, x+arepsilon) \cap A \subseteq B המקיימת שוי איי A \subseteq \mathbb{R} ההיינה תהיינה A \subseteq \mathbb{R}
                                  (I^{-1}) פתוחה f^{-1}(B) פתוחה B\subseteq\mathbb{R} פתוחה על f:I	o\mathbb{R} פתוחה יחסית ל
                f_{\restriction(a,c)} אזי fרציפה על f_{\restriction(a,c)} רציפה על אזי fרציפה על fרציפה על אזי f:(a,b) \to \mathbb{R} טענה: תהא
                                                                                C\left(I
ight)=\{f:I
ightarrow\mathbb{R}\mid I דימון: תהא I\subseteq\mathbb{R} אזי I
                                                                                                 טענה: תהא f \in C\left((a,b)
ight) רציפה מונוטונית עולה
                                                                        \lim_{x\to b^-} f(x) = \sup f[(a,b)] חסומה מלעיל) • חסומה מלעיל)
                                                                               \lim_{x\to b^-} f(x) = \inftyאינה חסומה מלעיל) אינה f[(a,b)] •
                                                                          \lim_{x\to b^-} f(x) = \inf f[(a,b)] תסומה מלרע) • חסומה מלרע) •
                                                                             .(\lim_{x \to b^-} f(x) = -\infty) שינה מלרע) אינה f[(a,b)] •
                    \exists x \in I. f(x) > 0 טענה: תהא f(a) > 0 רציפה על f(a) > 0 המקיימת f(a) > 0 אזי קיימת סביבה וויר f(a) > 0
\forall x \in I.f\left(x
ight) > g\left(x
ight) בינה I של a עבורה f רציפות על a המקיימות בינה f איז קיימת סביבה f של g רציפות על a המקיימות איז קיימות פיימת סביבה f
                                                    (\forall q \in \mathbb{Q}.f(q) = g(q)) \Longrightarrow (\forall x \in \mathbb{R}.f(x) = g(x)) איז f,g \in C(\mathbb{R}) טענה: יהיו
                                                                                          נקודת אי־רציפות: תהא f:I	o\mathbb{R} אזי a\in I אזי f:I
```

אזי $\lim_{x o a}f\left(x
ight)=b$ המקיימת $f: ilde{I} o ilde{J}$ ותהא $g: ilde{J} o\mathbb{R}$ ותהא $a\in ilde{I}$ קטעים פתוחים יהי $a\in ilde{I}$ יהי יהיו

 $\mathbb{R}[x] \cup \{\sin,\cos\} \cup \{x^a \mid a \in \mathbb{R}\} \cup (\bigcup \{\{\log_a(x),a^x\} \mid a>0\})$ פונקציות אלמנטריות בסיסיות:

באטר מהבאים מתקיים $h:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ באשר אלמנטריות בסיסיות איז f,g פונקציות מהבאים מתקיים פונקציה אלמנטרית:

 $D\left(x
ight)=\left\{egin{array}{ll} 0 & x\in\mathbb{Q} & 1 & x
otin \end{array}
ight.$ כך כך $D:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ נגדיר נגדיר

 $\lim_{x \to a} p\left(x
ight) = p\left(a
ight)$ אזי $p \in \mathbb{R}\left[x
ight]$ ויהי $a \in \mathbb{R}$ מסקנה: יהי

טענה חשבון גבולות: יהי $I\subseteq \mathbb{R}$ קטע פתוח יהי $a\in ilde{I}$ אזי $f,g:I\to\mathbb{R}$ ויהיו וווו $m_{x o a}$ $(f(x)+g(x))=(\lim_{x o a}f(x))+(\lim_{x o a}g(x))$ • $\lim_{x o a}(f(x)g(x))=(\lim_{x o a}f(x))\cdot(\lim_{x o a}g(x))$ •

. a < b באשר $a,b \in \mathbb{R}$ אזיa

 $\lim_{x \to a} x = a$ אזי $a \in \mathbb{R}$ למה: יהי

 $\lim_{x\to a} g(f(x)) = \lim_{x\to b} g(x)$

 $.h = f \circ g \bullet$ $.h = f + g \bullet$

 $\underbrace{.(a,b)}_{.(a,\infty)} = [a,b] \bullet$ $\underbrace{.(a,\infty)}_{.(-\infty,b)} = [a,\infty] \bullet$ $.(-\infty,b) = [-\infty,b] \bullet$

```
R\left(x
ight)=\left\{egin{array}{l} rac{1}{q} & \exists p,q\in\mathbb{Z}.(\gcd(p,q)=1)\land\left(x=rac{p}{q}
ight) \ & 	ext{else} \end{array}
ight. כך R:\mathbb{R}
ightarrow\mathbb{R} בונקציית רימן: נגדיר
                                                                                                                        R(x) = R(x+1) אזי x \in \mathbb{R} טענה: יהי
                                                                                                                         \lim_{x\to a}R\left(x
ight)=0 אזי a\in\mathbb{R} טענה: יהי
                                       a טענה חשבון רציפות: יהי a\in\mathbb{R} ויהיו וa\in\mathbb{R} ויהיו ווא זייהי f+g,f\cdot g,f^g רציפות על
                                                a טענה: a אזי a אזי a רציפה על a רציפה על a רציפה על a רציפה על פענה: תהא
                                                                                                                              מסקנה: כל פונקציה אלמנטרית רציפה.
                                                    \lim_{x \to a} f\left(g\left(x
ight)
ight) = f\left(\lim_{x \to a} g\left(x
ight)
ight) אזי g: \mathbb{R} \to \mathbb{R} רציפה ותהא f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}}
                                                                                                                      rac{p}{a} אזי p,q\in\mathbb{R}\left[x
ight] אזי פונקציה רציונאלית: יהיו
                      . טענה: תהא f\in\mathbb{R}^\mathbb{R} עבורה f\in\mathbb{R} עבורה איי כמות נקודות אזי כמות נקודות האיר עבורה לכל היותר בת מנייה.
                                  (\forall x_{0}\in\mathbb{R}.\lim_{x
ightarrow x_{0}}f\left(x
ight)\in\mathbb{R})\Longrightarrow\left(\exists x_{0}\in\mathbb{R}.\lim_{x
ightarrow x_{0}}f\left(x
ight)=f\left(x_{0}
ight)
ight) איז f\in\mathbb{R}^{\mathbb{R}} איז מסקנה: תהא
                                                                                            . חסומה f אזי f \in C\left([a,b]\right) תהא תראשון: תהא הראשון
                                                   . פיימים \max\left(f\left([a,b]\right)\right),\min\left(f\left([a,b]\right)\right) אזי f\in C\left([a,b]\right) קיימים.
              \forall y \in (\min\left(f\left(a\right),f\left(b\right)\right),\max\left(f\left(a\right),f\left(b\right)\right) . \exists c \in (a,b) . f\left(c\right)=y איז f \in C\left([a,b]\right) משפט ערך הביניים: תהא
                                                                   \exists \zeta \in [a,b]. f(\zeta) = 0 אזי f(a) f(b) < 0 המקיימת f \in C([a,b]) אזי למה: תהא
                                                                 f([a,b]) = [\min(f([a,b])), \max(f([a,b]))] אאי f \in C([a,b]) מסקנה: תהא
                                                              . \forall x,y \in A. \forall \lambda \in [0,1] \,. \lambda x + (1-\lambda) \, y \in A המקיימת A \subseteq \mathbb{R} קטע מוכלל: קבוצה
                                                                                  . ממש. f מונוטונית ממש f יהי f \in C\left(I\right) מוכלל ותהא
                                (f^{-1} \in C\left(f\left(I
ight)
ight)) \wedge (קטע מוכלל) קטע אזי (f(I) משפט: יהי f \in C\left(I
ight) אונוטונית ממש אזי f \in C\left(I
ight)
                                         f\in C(I) (קטע מוכלל) קטע מונלל ממש אזי משפט: יהי f\in \mathbb{R}^I קטע מוכלל ותהא
                                                                                                                           x^a, a^x \in C\left(\mathbb{R}\right) אזי a>0 מסקנה: יהי
                                                                         a_n^{b_n} 	o a^b סדרה אזי b_n 	o b וכן סדרה חיובית מסקנה: תהא מסקנה: מסקנה
                                                                              .\exists \zeta \in \mathbb{R}. p\left(\zeta
ight)=0 אזי p\in\mathbb{R}_{n}\left[x
ight]ackslash\mathbb{R}_{n-1}\left[x
ight] ויהי ויהי n\in\mathbb{N}_{\mathrm{odd}}
A\subseteq \mathcal{D}_{<\aleph_0}\left(\Lambda\right).A\subseteq \bigcup_{n\in\mathcal{B}}I_n מתקיים מתקיים A\subseteq \bigcup_{n\in\Lambda}I_n קטעים פתוחים עבורם \{I_n\}_{n\in\Lambda} כך שלכל ל
                                                                                                        למה של היינה־בורל: יהיו a < b אזי קומפקטית.
   . orall arepsilon > 0. \exists \delta > 0. orall x \in A. orall y \in (x-\delta,x+\delta) . |f(x)-f(y)| < arepsilon המקיימת f \in \mathbb{R}^A המקיימת
                                                                                                               . רציפה f אזי fרציפה במ"ש רציפה f\in\mathbb{R}^A תהא
                                  . אוי \exists M>0. orall x,y\in A. \left|rac{f(x)-f(y)}{x-y}
ight|< M עבורה עביפה אוי f\in \mathbb{R}^A אוי f\in \mathbb{R}^A משפט תנאי ליפשיץ: תהא
                                                                                          [a,b] משפט קנטור: תהא f\in C\left([a,b]
ight) אזי איז קנטור: תהא
                                                                  (a,d) טענה: תהא f\in\mathbb{R}^A רציפה במ"ש על (a,b], [c,d) על על רציפה במ"ש על
. orall x \in D^\mathbb{N}. (\lim_{n 	o \infty} \in \mathbb{R}) \Longrightarrow (\lim_{n 	o \infty} f(x_n) \in \mathbb{R}) אזי אזי f \in \mathbb{R}^D ותהא ותהא D \subseteq \mathbb{R} ותהא
                                                                       .(\lim_{x	o a^+}f\left(x
ight)\in\mathbb{R}) שענה: תהא f\in C\left((a,b]
ight) אזי אזי f\in C\left((a,b]
ight)
                                            \lim_{x\to a^+}f(x),\lim_{x\to b^-}f(x)\in\mathbb{R} (שטקנה: תהא f\in C\left((a,b)\right) אזי אזי (f\in C\left((a,b)\right)
                                                   [a,\infty) איי א ו\lim_{x	o\infty}f\left(x
ight)\in\mathbb{R} המקיימת המשפט: תהא המקיימת המקיימת המקיימת
                                                                                                           טענה: תהא f\in\mathbb{R}^{(a,b)} רציפה במ"ש אזי f\in\mathbb{R}^{(a,b)}
                            \omega_f(\delta) = \sup\left\{|f\left(x_1
ight) - f\left(x_2
ight)||\left(x_1, x_2 \in I
ight) \wedge \left(|x_1 - x_2| < \delta
ight)
ight\} אזי f \in \mathbb{R}^I מודולוס הרציפות: תהא
                                                                                                                                            אזיf:I	o\mathbb{R} אזי
                                                f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} איז איז x_0\in I איז בקודה: תהא x_0\in I איז x_0\in I איז f'_+(x_0)=\lim_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} איז x_0\in I איז בקודה: תהא x_0\in I איז בדית משמאל בנקודה: תהא x_0\in I איז x_0\in I איז x_0\in I איז x_0\in I
```

 $\lim_{x\to a} f(x) \neq f(a)$ • סליקה:

 $\lim_{x\to a^-} f(x) \neq \lim_{x\to a^+} f(x)$:סוג ראשון/קפיצה •

. (לא קיים) לא $\lim_{x\to a^-}f(x))\lor($ לא לא לה $\lim_{x\to a^+}f(x))$ לא שני: סענה: תהא $f:I\to\mathbb{R}$ מונוטונית אזי כל נקודות האי־רציפות הן מסוג ראשון.

 $(\forall y \in \mathbb{N}^I.\,(y_n o a) \Longrightarrow ($ יים וסופי $) = \lim f(y_n)) ($ אזי $(a o x) \in \mathbb{N}^I.\,(y_n o a) = f: I o x$ טענה: תהא

```
(x_0 בנקודה f) (ביפה בנקודה f) אזי אינ x_0 \in \tilde{I} ותהא ותהא f \in \mathbb{R}^I הוהא
                            \lim_{x	o x_0}rac{f(x)-p(x)}{(x-x_0)^n}=0 המקיימת p\left(x
ight)\in\mathbb{R}_n\left[x
ight]\setminus\mathbb{R}_{n-1}\left[x
ight] אזי x_0\in I אחזי f\in\mathbb{R}^I המקיימת קירוב בנקודה: תהא
                                                                                        \deg\left(p
ight) אזי x_{0} קירוב בנקודה p\left(x
ight) ויהי ויהי f\in\mathbb{R}^{I} אזי
             (x_0) אזי f \in \mathbb{R}^I אזי איזי f \in \mathbb{R}^I אזי איזי אנינים קירוב מסדר ראשון של א איזי אניניאבילית בנקודה: תהא
                                                (x_0 אזי (x_0 )
                                                                                                   משפט חשבון גזירות: תהיינה f,g\in\mathbb{R}^I משפט חשבון גזירות: משפט
                                                                                                                                .(f \pm g)'(x_0) = f'(x_0) \pm g'(x_0) \bullet
                                                                                                             .(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) g(x_0) + f(x_0) g'(x_0) \bullet
                                                                                          (g(x_0) \neq 0) \Longrightarrow \left( \left( \frac{f}{g} \right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g(x_0)^2} \right) \bullet
                                   .\left(f^{-1}
ight)'(y_{0})=rac{1}{f'(f^{-1}(y_{0}))} אאי f^{-1}\left(y_{0}
ight) אונוטונית חזק אירה על f\in C\left(I
ight) אונוטונית הא x_{0}\in I אונוטונית חזק אירה על
                                                                                                                                                   .tan' (x) = \frac{1}{\cos^2(x)} מסקנה:
                                                                                                                                                               (e^x)' = e^x :מסקנה
                                                                                                                                   \left(x^{r}
ight)'=rx^{r-1} אזי r\in\mathbb{R} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                   \arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}מסקנה:
\left(g\circ f
ight)'(x_{0})=x אזי f\left(x_{0}
ight) אזי g\in C\left(f\left(I
ight)
ight) וכן x_{0} וכן x_{0} אזי x_{0}\in I אזי x_{0}\in I אזי x_{0}\in I טענה כלל השרשרת: תהא
                                                                                                                                                                  g'(f(x)) \cdot f'(x)
                                                                                                                                    f^{(0)}=f אזי f:I	o\mathbb{R} אהרה: תהא
                                                                                                     f^{(n+1)} = \left(f^{(n)}
ight)' אזי f:I 	o \mathbb{R} ותהא n \in \mathbb{N} יהי הגדרה: יהי
                                                                                      .(\Delta f)\left(x
ight)=f\left(x+1
ight)-f\left(x
ight) אזי f:\mathbb{R}
ightarrow\mathbb{R} תהא
                                                                                                                            \Delta^{(0)}f=\Delta f אזי f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} תהא
                                                                                            \Delta^{(k+1)} f = \Delta \left( \Delta^{(k)} f \right) אזי f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} ותהא k \in \mathbb{N} יהי הגדרה: יהי
                                                                                                      פונקציה f' בורה f:I \to \mathbb{R} ברציפות:
                                                                                                                                 .C^{0}\left( I
ight) =C\left( I
ight) אזי I\subseteq\mathbb{R} סימון: תהא
                                                                 .C^{n}\left(I
ight)=\left\{ f\in C^{n-1}\left(I
ight)\mid גזירה ברציפות f\left\} אזי ותהא I\subseteq\mathbb{R} ותהא n\in\mathbb{N} יהי
                                                                                                    .C^{\infty}\left(I
ight)=igcap_{n=0}^{\infty}C^{n}\left(I
ight) אזי I\subseteq\mathbb{R} תהא תהא
                           (f\cdot g)^{(n)}\left(x
ight)=\sum_{k=0}^{n}f^{(k)}\left(x
ight)\cdot g^{(n-k)}\left(x
ight) משפט כלל לייבניץ: יהי n\in\mathbb{N} ותהיינה ותהיינה f,g:I	o\mathbb{R}
                                                                                                              נקודת קיצון מקומית/אקסטרמום: תהא f:I	o\mathbb{R} אזי
                                                                      . \exists \delta>0. \forall x\in (x_0-\delta,x_0+\delta)\,. f\left(x\right)\leq f\left(x_0\right) עבורה x_0\in I מקסימום: •
                                                                        \exists \delta > 0. \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta). f(x_0) \le f(x) עבורה x_0 \in I מינימום:
                                            .f'\left(x_{0}
ight)=0 נקודת קיצון אזי x_{0}\in\left(a,b
ight) ותהא ותהא f\in C\left(\left[a,b
ight]
ight) אזירה על
                                          \exists c \in (a,b)\,.f'\left(c
ight) = 0 אזי f\left(a
ight) = f\left(b
ight) המקיימת f\left(a,b
ight) אזירה על f \in C\left([a,b]
ight) אזי המקיימת
                                                             \exists c \in (a,b)\,.f'\left(c
ight) = rac{f(b)-f(a)}{b-a} אזי f \in C\left([a,b]
ight) משפט לגרנז': תהא
                                                                                               .(עיפה במ"ש) במ"ש) איירה f \in \mathbb{R}^I רציפה במ"ש). f \in \mathbb{R}^I
                                                                                                                                                     .\forall x > 0.e^x > 1 + x טענה:
                                                                                                                      \forall x,y \in \mathbb{R}. \left| \sin (x) - \sin (y) \right| \leq |x-y| טענה:
                                                     \exists a \in \mathbb{R}. \forall x \in \mathbb{R}. f\left(x\right) = a אזי \forall x \in \mathbb{R}. f'\left(x\right) = 0 גזירה המקיימת f \in C\left(\mathbb{R}\right) אזי
                                                                                      a, \exists c \in \mathbb{R}. q = h + c אזי a' = h' המקיימות a, h \in \mathbb{R}^I מסקנה: תהיינה
                                                                                  \exists c \in \mathbb{R}. f\left(x\right) = e^{x} אזי f = f' אזירה המקיימת f \in C\left(\mathbb{R}\right) אזי
                         \exists x_0 \in (a,b) \cdot rac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = rac{f'(x_0)}{g'(x_0)} אזי (a,b) אזי f,g \in C\left([a,b]
ight) משפט הערך הממוצע של קושי: תהיינה
                                                                                                                                                משפט: תהא f \in \mathbb{R}^I גזירה אזי
                                                                                                      . אוי f אוי f'(x) > 0 מתקיים x \in I אוי f'(x) > 0
```

 $.f'\left(x_{0}
ight)=\lim_{h
ightarrow0}rac{f\left(x_{0}+h
ight)-f\left(x_{0}
ight)}{h}$ איז $x_{0}\in I$ ותהא $f:I
ightarrow\mathbb{R}$ אהא

 $x'\left(t
ight)=v\left(t
ight)$ אזי חלקיק ותהיינה $x,v\in\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ פונקציית מיקום ומהירות בהתאמה אזי

 $.f':I o\mathbb{R}$ אזי $f:I o\mathbb{R}$ נגזרת: תהא

 $\frac{df}{dx}\left(x
ight)=rac{d}{dx}f\left(x
ight)=f'\left(x
ight)$ אזי $f\in\mathbb{R}^{I}$ אינון: תהא

```
.f'_+(a)=\lim_{x	o a^+}f'(x) איי איי \lim_{x	o a^+}f'(x)\in\mathbb{R} משפט: תהא f\in C\left([a,b)
ight) גיירה על
    .\exists \delta>0. \forall x\in (x_0-\delta,x_0+\delta)\,.f'(x)>0 אזי f'(x_0)>0 אזי x_0\in [a,b] איזי f:[a,b]	o\mathbb{R} אזירה ברציפות ויהי
                                                                                                                                                           למה: תהא f:[a,b]	o\mathbb{R} גזירה אזי
                                                                                                                                         אזי מקומי מקומי a אזי f'_{+}\left(a\right)<0 אם •
                                                                                                                                      אזי b אזי מקסימום מקומי. f'_{-}(b)>0 אם
                       \exists y \in \left(\min\left(f'\left(a\right), f'\left(b\right)\right), \max\left(f'\left(a\right), f'\left(b\right)\right)\right). \exists c \in \left(a, b\right). f'\left(c\right) = y גזירה אזי f \in \mathbb{R}^{[a, b]} משפט דרבו: תהא
                                        מתכנס במובן מתכנס הוו\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} עבורה עבורה גזירות ותהא וותהא f,g \in \mathbb{R}^I משפט כלל לופיטל:
                                                                     (\lim_{x \to x_0} f(x) = 0 = \lim_{x \to x_0} g(x)) \Longrightarrow \left(\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}\right) \bullet 
                                                                                                \left(\lim_{x\to x_0} g\left(x\right) = \infty\right) \Longrightarrow \left(\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}\right) \bullet
\frac{1}{p}+\frac{y^q}{q}\geq xy איי איי \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1 המקיימים p,q>0 המקיימים x,y>0 ויהיו x,y>0 טענה אי־שיוויון יאנג: יהיו x,y>0 ויהיו x,y\in\mathbb{R}^n המקיימים \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1 איי \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1 איי x,y\in\mathbb{R}^n ויהיו x,y\in\mathbb{R}^n ויהיו x,y\in\mathbb{R}^n המקיימים \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1 איי שיוויון מינקובסקי: יהיו x,y\in\mathbb{R}^n ויהיו x,y\in\mathbb{R}^n המקיימים \frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1 איי
                                                                                                                          \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i + y_i|^p\right)^{\frac{1}{p}} \le \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^p\right)^{\frac{1}{p}} \left(\sum_{i=1}^{n} |y_i|^q\right)^{\frac{1}{q}}
                                                                                                      מחלקות שקילות אסימפטוטית: תהא f,g:I	o\mathbb{R} אזי אסימפטוטית: מחלקות אסימפטוטית
                                   f \leq g אינטואיטיבית f \in O\left(g
ight) אזי \exists c > 0. \exists \delta > 0. \forall x \in \left(x_0 - \delta, x_0 + \delta\right). |f\left(x
ight)| \leq c |g\left(x
ight)| אם
                                                                                                                     f\geq g אינטואיטיבית f\in\Omega\left(g
ight) איז אינ g\in O\left(f
ight) אי
                                                                                                        f < g אינטואיטיבית f \in o(g) איז \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0
                                                                                                                      f>g אזי f\in\omega\left(g
ight) איז אינטואיטיבית g\in\sigma\left(f
ight) אם
                                                                                            f=g אינטואיטיבית .f\in\Theta\left(g
ight) אזי אזי f\in\Omega\left(g
ight) וכן f\in\Omega\left(g
ight)
                                                                               אינטואיטיבית f=g אינטואיטיבית איז \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1 אם •
                                                             f\in\Theta\left(g
ight) אזי rac{f(x)}{g(x)} אזי x\to x_0 עבורה x\to x_0 ותהא x\to x_0 ותהא ותהא x\to x_0 אזי ותהא למה: יהי
                              . orall k \in \left\{0 \dots n
ight\}. f^{(k)}\left(a
ight) = g^{(k)}\left(a
ight) עבורן a עבורן a אזי a \in I אזי אזי a \in I מזדהה עד סדר: יהי
                                              f-g\in o\left(\left(x-x_0
ight)^n
ight) אזי איזי סדר n על סדר n המזדהות f,g\in\mathbb{R}^{(a,b)} ותהיינה x_0\in(a,b) טענה: יהי
                                    h^{(k)}\left(x_{0}
ight)=0 מסקנה: תהא h\in\mathbb{R}^{I} רציפה על x_{0} וכן x_{0} וכן x_{0} וכן h\in\mathbb{R}^{I} מסקנה: תהא
                           x_0 על סדר p\in\mathbb{R}_n\left[x
ight]\setminus\mathbb{R}_{n-1}\left[x
ight] אזי על p\in\mathbb{R}_n\left[x
ight]\setminus\mathbb{R}_{n-1}\left[x
ight] אזי על p\in\mathbb{R}_n\left[x
ight] שמזדהה עם p\in\mathbb{R}_n\left[x
ight]
                                    למה: יהי k\in\mathbb{N} ותהא x_0\in\mathbb{R} אזי x_0\in\mathbb{R} אזי x_0\in\mathbb{R} אזי t\in\mathbb{N} למה: יהי t\in\mathbb{N} ותהא t\in\mathbb{N} אזי t\in\mathbb{R} אזי קיים ויחיד פולינום טיילור שמזדהה עם t\in\mathbb{R} עד סדר t\in\mathbb{R} טענה: תהא t\in\mathbb{R}
                                      P_n\left(x
ight) = \sum_{k=0}^n rac{f^{(k)}(x_0)}{k!} \left(x-x_0
ight)^k אזי פולינום הטיילור הוא f\in\mathbb{R}^I אזי פעמים על סענה: תהא
                                                                                        R_n\left(x
ight)=f\left(x
ight)-P_n\left(x
ight) אזי על x_0 פעמים על t\in\mathbb{R}^I אזירה תהא
                                                                                    R_{n}\left(x
ight)\in o\left(\left|x-x_{0}
ight|^{n}
ight) אזי x_{0} אזירה t\in\mathbb{R}^{I} משפט פאנו: תהא
                                                                     למה: תהא \forall k \in \{0\dots n\}\,.g^{(k)}\left(x_0
ight) = 0 פעמים המקיימת n+1 גזירה אזירה מיירה תהא
                                                                                  \forall x \in (a,b) . \exists c \in (\min(x,x_0), \max(x,x_0)) . g(x) = \frac{g^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-x_0)^{n+1}
                                                                                                       משפט השארית של לגרנז': תהא f \in \mathbb{R}^{(a,b)} משפט השארית של לגרנז': משפט
                                                                              \forall x \in (a,b) . \exists c \in (\min(x,x_0), \max(x,x_0)) . R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-x_0)^{n+1}
                          . \forall x \in (a,b) \,. \left(\exists M \in \mathbb{R}. \forall k \in \mathbb{N}. \left| f^{(k)}\left(x\right) \right| < M \right) \Longrightarrow \left( R_n\left(x\right) \xrightarrow[n \to \infty]{} 0 \right) אזי f \in C^\infty\left((a,b)\right) מסקנה: תהא
                                f\left(x
ight)=\sum_{k=0}^{\infty}rac{f^{\left(k
ight)}\left(x_{0}
ight)}{k!}\left(x-x_{0}
ight)^{k} אזי \forall x\in\left(a,b
ight).R_{n}\left(x
ight)\xrightarrow[n
ightarrow\infty]{}0 עבורה f\in C^{\infty}\left(\left(a,b
ight)\right)
                                                              \forall x \in (a,b) . \left|f^{(m)}\left(x
ight)
ight| < a_m סדרה המקיימת f \in C^{\infty}\left((a,b)
ight) אזי
                                               \forall c \in \mathbb{R}. \left(\lim_{m \to \infty} \frac{a_m}{m!} c^m = 0\right) \Longrightarrow \left(\forall x \in \left[x_0 - c, x_0 + c\right]. f\left(x\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} \left(x - x_0\right)^k\right)
                                            \int_{0}^{\infty} \left(\cos\left(x\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-1\right)^{n} \frac{x^{2n}}{(2n)!}\right) \wedge \left(\sin\left(x\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-1\right)^{n} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\right) \wedge \left(e^{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n}}{n!}\right)
```

אם אכל f'(x)<0 מתקיים $x\in I$ אורדת ממש. $x\in I$ אם לכל אור לכל $f'(x_0)=0$ אזירה פעמיים על אורה פעמיים ל $f\in \mathbb{R}^I$ אזי

 $f''(x_0)>0$ אזי $f''(x_0)>0$ אם • $f''(x_0)>0$ אם • $f''(x_0)<0$ אם • אם $f''(x_0)<0$

```
e \notin \mathbb{Q}. מסקנה: 0 משפט השארית של קושי: תהא f \in \mathbb{R}^{(a,b)} גזירה f \in \mathbb{R}^{(a,b)} משפט השארית של קושי: תהא f \in \mathbb{R}^{(a,b)} גזירה f \in \mathbb{R}^{(a,b)} אזי f \in \mathbb{R}^{(a,b)} f \in \mathbb{R}^{(a,b)}
```

- . אזי f''(x) > 0 מתקיים $x \in I$ אזי אם לכל
- . אזי f''(x) < 0 מתקיים $x \in I$ אזי אם לכל

 $f \in C\left((a,b)
ight)$ אזי קמורה $f \in \mathbb{R}^{(a,b)}$ עענה: תהא