```
המקיימת \mathcal{F}\subseteq 2^\Omega המקיימת תהא \Omega המקיימת
                                                                                                                                                                \Omega \in \mathcal{F} \bullet
                                                                                                                                                 \forall E \in \mathcal{F}.E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{F} \bullet
                                                                                                                 .\bigcup E \in \mathcal{F} בת מנייה מתקיים E \subseteq \mathcal{F} לכל
                                                                                                                                \varnothing\in\mathcal{F} אזי \sigma אלגברה אזי '\sigma
                                                                                          A \cap E \in \mathcal{F} אזי אזי B \subset \mathcal{F} בת מנייה אזי \sigma
                                                                                            \Omega מעל מעל הינה אלגברה מעל \mathcal F הינה אלגברה מעל מעל \sigma
         \mu\left(\biguplus_{i=1}^nB_i
ight)=\sum_{i=1}^n\mu\left(B_i
ight) פונקציה אדטיבית: פונקציה \mu:\mathcal{A}	o\mathbb{R} המקיימת לכל פונקציה ארטיבית: פונקציה המקיימת לכל
                                                                                       . אדטיבית \mu:\mathcal{F} 	o [0,\infty] אזי אלגברה תהא אדטיבית אלגברה אלגברה אזי
       \mu(igoplus_{i=1}^\infty B_i) = \sum_{i=1}^\infty \mu(B_i) מתקיים מתקיים אזרות \{B_i\}_{i=1}^\infty \subseteq \mathcal{A} המקיימת לכל \mu: \mathcal{A} \to \mathbb{R} המקיים פונקציה \sigma-אדטיבית: פונקציה
                                                                            . אדטיבית: תהא \sigma \mu:\mathcal{F} 	o [0,\infty] אזי מידה על \sigma אדטיביה: תהא
                                                                                                           (\Omega, \mathcal{F}) אזי \Omega אזי מרחב מדיד: תהא \sigma \mathcal{F} אזי מרחב
                                                                                                        E \in \mathcal{F} אזי \Omega אזי אלגברה מדידה: תהא \sigma
                                                                               .\mu\left(arnothing
ight)=0 אזי \exists E\in\mathcal{F}.\mu\left(E
ight)<0 המקיימת \mathcal{F} המידה על
                                                                                                        . אדטיבית \mu אזי \mathcal F אזי מעל \sigma־אלגברה מעל מידה \mu
                                                                            \mu\left(A\right)\leq\mu\left(B\right) אזי A\subseteq B עבורן A,B\in\mathcal{F} למה: תהא \mu מידה ותהיינה
                                                                                            סדרת קבוצות מונוטונית: תהא \mathcal{A} קבוצה ותהא \mathcal{A}:\mathbb{N} 
ightarrow \mathcal{A} אזי
                                                                                                              \forall n \in \mathbb{N}. A_n \subseteq A_{n+1} שונוטונית עולה חלש: •
                                                                                                             \forall n \in \mathbb{N}. A_{n+1} \subseteq A_n מונוטונית יורדת חלש: •
                                                                                  \sup\left(A
ight)=igcup_{i=0}^{\infty}A_{i} אזי A:\mathbb{N}	o\mathcal{A} קבוצה ותהא \mathcal{A} קבוצה ותהא
                                                                                  \inf\left(A
ight)=igcap_{i=0}^{\infty}A_{i} אזי A:\mathbb{N}	o\mathcal{A} קבוצה ותהא \mathcal{A} קבוצה ותהא
                                                          \limsup_{n	o\infty}A_n=igcap_{n=0}^\inftyigcup_{i=n}^\infty A_i אזי A:\mathbb{N}	o\mathcal{A} קבוצה ותהא קבוצה ותהא ליון: תהא
                                                         \liminf_{n	o\infty}A_n=igcup_{n=0}^\inftyigcap_{i=n}^\infty A_i אזי איזי A:\mathbb{N}	o\mathcal{A} קבוצה ותהא קבוצה ותהא A:\mathbb{N}	o\mathcal{A}
        \lim_{n \to \infty} A_n = \liminf_{n \to \infty} A_n אזי \lim\inf_{n \to \infty} A_n = \limsup_{n \to \infty} A_n עבורה A: \mathbb{N} \to \mathcal{A} אזי A: \mathbb{N} \to \mathcal{A}
                 \lim_{n \to \infty} \mu\left(A_n
ight) = \mu\left(B
ight) אזי \lim_{n \to \infty} A_n = B עבורה A: \mathbb{N} 	o \mathcal{F} ותהא לגברה \sigma־אלגברה מעל מידה מעל
                                                              (\Omega, \mathcal{F}, \mu) אזי איזי \mathcal{F} מידה \mu מידה \mu מידה מעל \sigmaראלגברה אלגברה מידה: תהא
                                                   \mathbb{P}\left(\Omega
ight)=1 המקיימת \mathcal{F}:\mathcal{F}	o[0,\infty] האי מידה \sigma אזי מידה מעל \sigma המקיימת מידת הסתברות: תהא
                                                                                        מרחב הסתברות: מרחב מידה (\Omega, \mathcal{F}, \mu) עבורו \mu מידת הסתברות.
                                                                                                       \Omega אזי אזי \Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P} מרחב הסתברות אזי \Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}
                                                                                                            E \in \mathcal{F} מרחב הסתברות אזי (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}) מאורע: יהי
                                                                                                     \mathcal{F} אזי אחב הסתברות מרחב (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}) יהי
A+b\subseteq (0,1] באשר b\in (0,1] אינווריאנטיות להזזות: מרחב הסתברות b\in (0,1] עבורו לכל A\subseteq (0,1] עבורו לכל
                                                                                                                                                        \mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A+b)
                                                                 . טענה: לכל מרחב הסתברות ((0,1],2^{(0,1]},\mathbb{P}) לא מתקיימת אינווריאנטיות להזזות.
                                                                                     . \forall x \in A. \exists arepsilon > 0. \, (x-arepsilon, x+arepsilon) \subseteq A עבורה עבורה אבוצה פתוחה: A \subseteq \mathbb{R}
                                                                                                                           קבוצה סגורה: A\subseteq\mathbb{R} עבורה A^{\mathcal{C}} פתוחה.
                                                                \Omega טענה: תהיינה \sigma הינה \sigma אלגברה מעל מעל מעל מעל מעל -\sigma אלגברה היינה \cap
   \mathfrak{B}_{\mathbb{R}}=igcap_{i\in I}\mathcal{F}_i כל ה\sigma־אלגבראות מעל \mathbb{R} המכילות את כל הקבוצות הפתוחות אזי \{\mathcal{F}_i\}_{i\in I} כל ה\sigma-אלגבראות מעל מעל אויינה בורלית מעל
                                                                                                                                                 B \in \mathfrak{B}_{\mathbb{R}} :קבוצה בורלית
```

אלגברה: תהא Ω קבוצה אזי $\mathcal{F} \subseteq 2^\Omega$ המקיימת

. | או סופית מתקיים $E\subseteq\mathcal{F}$ לכל סופית סופית

 $A \cap E \in \mathcal{F}$ אוזי סופית אזי האא אלגברה ותהא למה: תהא

 $\Omega \in \mathcal{F} \bullet$

 $\forall E \in \mathcal{F}.E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{F} \bullet$

 $\varnothing \in \mathcal{F}$ אלגברה אזי \mathcal{F} אלגברה

```
A אוי הינה \sigma הינה \sigma הינה הינה G ותהא אוי A\subseteq\Omega ותהא G אוי הינה \sigma אלגברה מעל \sigma
                                                                                                        \mathfrak{B}_{(0,1]}=\{B\cap(0,1]\mid B\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}\}: (0,1] אלגברה בורלית מעל\sigma
                                                                            A(B)=\inf\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\left(b_i-a_i\right)\mid B\subseteq\bigcup_{i=1}^{\infty}\left(a_i,b_i\right)
ight\} אזי B\in\mathfrak{B} מידת לבג: תהא
                                                                                                            . מרחב הסתברות אינווריאנטי להזזות מרחב ((0,1],\mathfrak{B}_{(0,1]},\lambda) :
                                                                                                                                 A: (A, \mathfrak{B}_A, \lambda) אזי A\subseteq \mathbb{R} מרחב אחיד על
\sigma(\mathcal{T})=igcap_{i\in I}\mathcal{F}_i אזי \mathcal{T} אזי אויי המכילות מעל \Omega המכילות מעל \Omega המכילות את \mathcal{T} אזיי \mathcal{T}\subseteq 2^\Omega ותהיינה \mathcal{T} ותהיינה \mathcal{T} בל ה\sigma-אלגברה נוצרת:
                                                                                        \mathcal Tאזי \sigma\left(\mathcal T\right) אזי רס־אלגברה הנוצרת: תהא \sigma\left(\mathcal T\right) אזי אלגברה הנוצרת: תהא
                                                            נסמן lpha+1 נסמן, אכל סודר לכל \mathcal{F}_0=\mathcal{T}\cup\{\varnothing,\Omega\} נסמן לכל \mathcal{T}\subseteq 2^\Omega נסמן \Omega
באשר \sigma\left(\mathcal{T}\right)=\mathcal{F}_{\omega_{1}} אזי \mathcal{F}_{\lambda}=\bigcup_{\alpha<\lambda}\mathcal{F}_{\alpha} נסמן \lambda נסמן ולכל סודר \mathcal{F}_{\alpha+1}=\mathcal{F}_{\alpha}\cup\left\{A^{\mathcal{C}}\mid A\in\mathcal{F}_{\alpha}\right\}\cup\left\{\bigcap_{n=1}^{\infty}A_{n}\mid A_{n}\in\mathcal{F}_{\alpha}\right\}
                                                                                                                                       . הסודר הגבולי הקטן ביותר שאינו בן מניה \omega_1
    . orall A \in \sigma \left( \mathcal{T} 
ight). \omega \in A \Longleftrightarrow \kappa \in A אזי orall A \in \mathcal{T}. \omega \in A \Longleftrightarrow \kappa \in A טענה: תהא orall A \in \mathcal{T}. \omega \in A \Longleftrightarrow \kappa \in A ויהיו \mathcal{T} \subseteq 2^\Omega ויהיו
                           A : \mathcal{A} = \mathfrak{B}_{\mathbb{R}}.X^{-1} [B] \in \mathcal{F} עבורה X: \Omega \to \mathbb{R} אזי משתנה מקרי/פונקציה מדידה: יהי והי (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}) מרחב הסתברות אזי
                           \mathbb{P}_{X}\left(B
ight)=\mathbb{P}\left(X^{-1}\left[B
ight]
ight) כך \mathbb{P}_{X}:\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}	o\mathbb{R} מרחב הסתברות ויהי X:\Omega	o\mathbb{R} מ"מ נגדיר מ"מ נגדיר מרחב
                                                                                                                                    טענה: תהא A,B\subseteq\mathbb{R} ותהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} אזי
                                                                                                                                            f^{-1}[A \cup B] = f^{-1}[A] \cup f^{-1}[B] \bullet
                                                                                                                                            f^{-1}[A \cap B] = f^{-1}[A] \cap f^{-1}[B] \bullet
                                                                                                                                                                 .f^{-1}[A^{\mathcal{C}}] = f^{-1}[A]^{\mathcal{C}} \bullet
                                     \mathbb R אטענה: \sigma הינה \{E\subseteq\mathbb R\mid X^{-1}\left[E
ight]\in\mathcal F\} אזי X:\Omega	o\mathbb R מרחב מדיד ותהא מעל מענה: יהי
                                  (\forall t \in \mathbb{R}.X^{-1} \, [(-\infty,t)] \in \mathcal{F}) \Longleftrightarrowמשפט: יהי (\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P}) מרחב הסתברות ותהא X:\Omega \to \mathbb{R} אזי ותהא
        \sigma(X)=\sigma\left(\left\{X^{-1}\left[B
ight]\mid B\in\mathfrak{B}_{\mathbb{R}}
ight\}
ight) אזי (\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P}) אזי משתנה מקרי: יהי X מ"מ על מרחב הסתברות \sigma
                                                                                                                     (\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P}) אזי מימ על מרחב הסתברות מ"מ אX,Y טענה: יהיו
                                                                                                                                                                 יהי cX אזי c\in\mathbb{R} מ"מ. ullet
                                                                                                                                                                                  .מ"מ X+Y
                                                                                                                                                                                       מ"מ. XY \bullet
                                                                                                                                 מ"מ. f\circ X יהי Z מ"מ על (\mathbb{R},\mathfrak{B}_{\mathbb{R}},\mu) אזי G
                                                                                                      סענה: תהא f^{-1}\left[\mathcal{U}
ight] פתוחה \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R} פתוחה f\in C\left(\mathbb{R}
ight) פתוחה.
                                                                                                                            (\mathbb{R},\mathfrak{B}_{\mathbb{R}},\mu) מסקנה: תהא f\in C\left(\mathbb{R}
ight) אזי f מ"מ על
F_X(t)=\mathbb{P}\left(X\leq t
ight) המקיימת המטברת (פה"מ): יהיX מ"מ על מרחב הסתברות (\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P}) אזי(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P}) המקיימת מטברת (פה"מ): יהי
```

 $\lim_{t\to\infty} F_X(t) = 1 \bullet$

 $\lim_{t\to-\infty} F_X(t) = 0$ •

. מונוטונית עולה F_X

 $\lim_{t \to a^{+}} F_X(t) = F_X(a) \bullet$

 \mathbb{R} טענה: σ ־אלגברה בורלית הינה σ ־אלגברה מעל

 $\mathfrak{B}_{\mathbb{R}} \subset \mathcal{F}$ אוי הפתוחות אזי המכילה את את המכילה מעל המכילה אזי σ

 $\mathbb{P}_X = \mathbb{P}_Y$ משתנים מקריים שווי התפלגות: X,Y מ"מ עבורם

 $(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{P})$ אזי מימ על מרחב הסתברות מ"מ מ"מ טענה: יהי

למה: תהא $\mathcal{F}\subseteq 2^\Omega$ סגורה לחיתוכים סופיים עבורה $\mathcal{F}_0\subseteq 2^\Omega$ סגורה להפרשים סגורה למה: תהא $\Omega\in\mathcal{F}_0$ סגורה לחיתוכים סופיים עבורה למה: תהא $\mathcal{F}_0\subseteq\mathcal{F}$ סגורה לחיתוכים סופיים עבורה למה: אינסופיים עבורה להפרשים וסגורה לחיתוכים סופיים עבורה למהים עבורה למהי

 $.(\mathbb{P}_X=\mathbb{P}_Y)\Longleftrightarrow (F_X=F_Y)$ מ"מ אזי X,Y יהיו יהיו אינה: יהיו

 $\operatorname{supp}(X) = \{t \in \mathbb{R} \mid \forall \varepsilon > 0. \mathbb{P}(t - \varepsilon < X < t + \varepsilon) > 0\}$ תומך של משתנה מקרי: יהי X מ"מ אזי

 $\mathbb{R}\left(X\in\operatorname{supp}\left(X
ight)
ight)=1$ עבורה ב־ \mathbb{R} עבורה הקבוצה הסגורה הקבוצה הסגורה מ"מ אזי

 $\mathbb{P}\left(X=t
ight)>0$ אטום של משתנה מקרי: יהי X מ"מ אזי $t\in\mathbb{R}$ המקיים

 $A_X = \{t \in \mathbb{R} \mid X$ אטום של אזי מ"מ מ"מ מ"מ יהי יהי קבוצת האטומים: יהי

 $|A_X| \leq leph_0$ טענה: יהי X מ"מ אזי

 $\mathbb{P}\left(X\in A_X
ight)=1$ משתנה מקרי משתנה מקרי בדיד: משתנה מקרי בדיד

 $\int_{-\infty}^{\infty}f\left(x
ight)\mathrm{d}x=1$ וכן $f\geq0$ וכן המקיימת $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ וכן $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$

 $\mathbb{P}(a < X < b) = a < b$ מתקיים משתנה מקרי אפיפות עבורה לכל $f: \mathbb{R} o \mathbb{R}$ משתנה מקרי עבורו משתנה מקרי אינו עבורו קיימת $\int_a^b f(x) dx$

X פונקציית הצפיפות של אזי f_X מ"מ רציף אזי מ"מ מימון: יהי אי

טענה: יהי X מ"מ רציף אזי

- $\mathbb{P}\left(X=t
 ight)=0$ יהי $t\in\mathbb{R}$ יהי \bullet
 - $.F_X(t) = \int_{-\infty}^t f_X(x) dx \bullet$

 $.F_{X}^{\prime}\left(a
ight)=f_{X}\left(a
ight)$ אזי $f_{X}\in C\left(a
ight)$ עבורה $a\in\mathbb{R}$ אתי תציף ותהא מ"מ רציף יהי X

 $F_X\left(x_p
ight)=p$ אזי $x_p\in\mathbb{R}$ אזי איי $p\in(0,1)$ ויהי ויהי $F_X=1$ עולה ממש עד אשר אשר אשר ויהי F_X ויהי

 $x_p = \sup \{t \mid F_X(t) \leq p\}$ אזי $p \in (0,1)$ עולה ויהי עבורו F_X מ"מ עבורו הי"מ מ"מ אזי יהי

טענה: תהא $\lim_{x \to \infty} F\left(x
ight) = 1$ מונוטונית עולה רציפה מימין עבורה $\lim_{x \to -\infty} F\left(x
ight) = 1$ וכן $\lim_{x \to -\infty} F\left(x
ight) = 1$ איז קיים מ"מ X על $F_X = F$ עבורו $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ מרחב הסתברות

> אזי $\lim_{x\to\infty}F\left(x
> ight)=1$ וכן $\lim_{x\to\infty}F\left(x
> ight)=0$ אזי אזי $\lim_{x\to\infty}F\left(x
> ight)=1$ מונוטונית עולה רציפה מימין עבורה $.X^{\star}(s) = \sup\{t \mid F_X(t) < s\}$

. מיימ. K^\star אזי אונית עולה רציפה מימין עבורה $\lim_{x \to \infty} F\left(x\right) = 1$ וכן $\lim_{x \to \infty} F\left(x\right) = 0$ אזי איי איי מיימ. $.F_{X^\star}=F$ אזי $\lim_{x o\infty}F\left(x
ight)=1$ וכן $\lim_{x o\infty}F\left(x
ight)=0$ אזי אונוטונית עולה רציפה מימין עבורה $F:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ מונוטונית עולה רציפה מימין עבורה

אזי $p \in [0,1]$ אזי התפלגות ברנולי: יהי

- 1-p וסיכוי פישלון 1-p ומיכוי בעל סיכוי הצלחה אינדיקטור להצלחה בניסוי בעל הצלחה 1-p
 - $\mathbb{P}\left(X=0
 ight)=1-p$, $\mathbb{P}\left(X=1
 ight)=p$:פונקציית הסתברות
 - $X \sim \mathrm{Ber}(p)$:סימון

אזי $n \in \mathbb{N}_+$ ויהי $p \in [0,1]$ אזי התפלגות בינומית: יהי

- . ניסויי בתנולי בסיכוי הצלחה שצלחו בביצוע n ניסויי ברנולי בסיכוי הצלחה שצלחה שצלחו ביצוע n
 - $\mathbb{P}\left(X=k
 ight)=inom{n}{k}p^{k}\left(1-p
 ight)^{n-k}$ אזי $k\in\{0,\ldots,n\}$ יהי פונקציית הסתברות: יהי
 - $X\sim \mathrm{Bin}\left(n,p
 ight)$ סימון: •

אזי $p \in [0,1]$ אזי אומטרית: יהי

- . מספר ניסויי ברנולי בלתי תלויים בסיכוי הצלחה p שנדרשו עד הצלחה הראשונה כולל. מספר X
 - $\mathbb{P}\left(X=k
 ight)=\left(1-p
 ight)^{k-1}p$ אזי $k\in\mathbb{N}_{+}$ יהי הסתברות: ullet
 - $X\sim \mathrm{Geo}\left(p\right)$:סימון

התפלגות פואסונית: יהי $\lambda > 0$ אזי

- λ מספר האירועים בפרק אמן נתון בעל קצב אירועים בפרק אמן המשתנה מספר: X מספר האירועים שקרו פרק אמן אוז \bullet
 - $\mathbb{P}(X=k)=e^{-\lambda}rac{\lambda^k}{k!}$ אזי $k\in\mathbb{N}$ יהי הסתברות: ullet
 - $X\sim \mathrm{Poi}\left(\lambda
 ight)$ סימון: •

 $\mathbb{P}\left(X_n=k
ight) \xrightarrow[n o \infty]{} \mathbb{P}\left(X=k
ight)$ אזי איז איז איז מ"מ יהי איז מ"מ מ"מ יהי $X \sim \mathrm{Poi}\left(\lambda
ight)$ מענה: יהי $\lambda > 0$ יהיי איז יהי ווא מ"מ יהי מ"מ יהי t אמטפר האירועים בלתי תלויים שקרו עד אמן המ"מ המ"מ N_t המ"מ לו שלכל אלכל אלכל כך אלכל אלכל אונים מספר האירועים בלתי מקריים הארועים אלכל אונים אלכל אוני מספר האירועים בלתי מקריים אלכל אונים אונים אלכל אונים אונים אלכל אונים אונים אונים אלכל אונים אלכל אונים אוני . ומן. אירועים ליחידת ממוצע אשר $N_{t+s}-N_s\sim \mathrm{Poi}\left(\lambda t
ight)$ וכן וכן $N_0=0$ בפרט

התפלגות אחידה: יהיו a < b אזי

- (a,b) המשתנה המקרי: X בחירה אקראית של נקודה בקטע . $F_X(t)=\left\{egin{array}{ll} 0 & t\leq a \\ t\leq a & t\in(a,b) \end{array}
 ight.$ בונקציית התפלגות מצטברת: $t\geq b \\ 0 & t\in(a,b) \end{array}
 ight.$ בונקציית צפיפות: $f_X(t)=\left\{egin{array}{ll} \frac{1}{b-a} & t\in(a,b) \\ 0 & \text{else} \end{array}
 ight.$ $\int_{X} \times \mathrm{Uni}\left(a,b\right) = \mathrm{Uni}\left(a,b\right) \right\}$

התפלגות מעריכית: יהי $\lambda>0$ אזי

- . משך זמן יחידות אמן משל תהליך הנמשך א משך משך משך משך משרנה המקרי: א משך חיים א משרנה המשרנה המשרנה א משך חיים או
 - $.F_{X}\left(t
 ight)=\left\{egin{array}{ll} 1-e^{-\lambda x} & x\geq0 \ 0 & x<0 \end{array}
 ight.$ פונקציית התפלגות מצטברת: ullet
 - $f_{X}\left(t
 ight)=\left\{egin{array}{ll} \lambda e^{-\lambda x} & x\geq0 \ 0 & x<0 \end{array}
 ight.$ פונקציית צפיפות: \bullet

```
X \sim \operatorname{Exp}(\lambda) :סימון
```

 $\mathbb{P}\left(X>a+b\mid X>a
ight)=\mathbb{P}\left(X>b
ight)$ אזי a,b>0 ויהיו $X\sim \mathrm{Exp}\left(\lambda
ight)$ יהי $\lambda>0$ יהי $\lambda>0$

 $X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$ עבורו $\lambda > 0$ אזי קיים $\forall a,b > 0. \mathbb{P}(X>a+b \mid X>a) = \mathbb{P}(X>b)$ טענה: יהי X מ"מ המקיים

 $\operatorname{Exp}(\lambda)$ אמן מתפלג זמן מופעים ליחידת עם קצב א תהליך פואסון עם הבינמופעי של הבינמופעי של איז פואסון עם איז איז פואסון עם די פואסון איז איז הימן הבינמופעי של מופעים איז פואסון עם הבינמופעי של הבינמופעי של האיז פואסון עם האיז פואסון עם האיז פואסון איז פואסון איי

 $f_{arphi\circ X}\left(t
ight)=rac{f_X\left(arphi^{-1}(t)
ight)}{arphi'\left(arphi^{-1}(t)
ight)}$ על, עולה ממש וגזירה אזי $\varphi:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ ותהא $arphi:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ על, עולה ממש וגזירה אזי $f_{arphi\circ X}\left(t
ight)=-rac{f_X\left(arphi^{-1}(t)
ight)}{arphi'\left(arphi^{-1}(t)
ight)}$ על, יורדת ממש וגזירה אזי $f_{arphi\circ X}\left(t
ight)=-rac{f_X\left(arphi^{-1}(t)
ight)}{arphi'\left(arphi^{-1}(t)
ight)}$ על, יורדת ממש וגזירה אזי

 $X^{-} = \min\{X,0\}$, $X^{+} = \max\{X,0\}$ מ"מ אזי X^{-} מ"מ אזי

 $\mathbb{.E}\left[X\right] = \sum_{c \in A_X} c \cdot \mathbb{P}\left(X = c\right)$ אזי בדיד מ"מ בדיד מ"מ מהיהי יהי X

 $\mathbb{E}\left[X
ight]=\mathbb{E}\left[X^{+}
ight]+\mathbb{E}\left[X^{-}
ight]$ איי בדיד איי מ"מ בדיד מיהי מיהי מיהי מ

משתנה מקרי אינטגרבילי: מ"מ בדיד X עבורו $\mathbb{E}\left[X
ight]$ סופי.

 $. orall b \in \mathbb{R}. \mathbb{P}\left(X \geq a+k
ight) = \mathbb{P}\left(X \leq a-k
ight)$ משתנה מקרי סימטרי: יהי $a \in \mathbb{R}$ אזי מ"מ $a \in \mathbb{R}$

 $\mathbb{E}\left[X
ight]=a$ אזי $a\in\mathbb{R}$ אינטגרבילי סימטרי מ"מ בדיד מ"מ מ"מ מ"מ מ"מ מיים $a\in\mathbb{R}$

 $\mathbb{E}\left[aX+b
ight]=a\mathbb{E}\left[X
ight]+b$ טענה לינאריות התוחלת: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ ויהי $a,b\in\mathbb{R}$ טענה $\mathbb{E}\left[X
ight] \geq \mathbb{E}\left[Y
ight]$ אזי בדידים אזי איי יהיו אוי איי איי טענה מונוטוניות התוחלת: יהיו

תוחלת: יהי X מ"מ אזי

- $\mathbb{E}[X^+] = \sup \{ \mathbb{E}[Y] \mid (0 \le Y \le X^+) \land (Y^-) \} \bullet$
- $\mathbb{E}\left[X^{-}\right]=-\sup\left\{ \mathbb{E}\left[Y\right]\mid\left(0\leq Y\leq-X^{-}\right)\wedge\left(\mathbb{T}^{T}\right)\right\}$
 - $\mathbb{E}[X] = \mathbb{E}[X^+] + \mathbb{E}[X^-] \bullet$

משתנה מקרי אינטגרבילי: מ"מ X עבורו $\mathbb{E}\left[X
ight]$ סופי.

 $\mathbb{E}\left[aX+b
ight]=a\mathbb{E}\left[X
ight]+b$ טענה לינאריות התוחלת: יהיו $a,b\in\mathbb{R}$ ויהי והי לינאריות התוחלת: $\mathbb{E}\left[X
ight] \geq \mathbb{E}\left[Y
ight]$ מ"מ אזי $X \geq Y$ יהיו התוחלת: יהיו