```
a*b=*(a,b) אזי א איז פעולה A שימון: תהא A קבוצה ותהא A פעולה בינארית
                                            עבורו e \in G עבורה איי*: G 	imes G 	o G עבורה קיים *: G 	imes G 	o G
                                          a*(b*c)=(a*b)*c מתקיים a,b,c\in G אסוציאטיביות: לכל
                                                         a*e=e*a=a מתקיים a\in G איבר יחידה: לכל
                                              a*b=e=b*a עבורו b\in G קיים a\in G לכל לכל • איבר הופכי:
                                                   S(X) = \{f: X \to X \mid הפיכה f\} הפינה אזי קבוצה אזי
                                                                    (S(X), \circ) אזי קבוצה אזי תהא X קבורת התמורות:
                                                            טענה: תהא X קבוצה אזי חבורת התמורות הינה חבורה.
                                                                                   S_n = S\left([n]
ight) אזי n \in \mathbb{N} סימון: יהי
                                                                                       |S_n|=n! אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                         (\mathrm{GL}_n\left(\mathbb{F}
ight),\cdot) אזי n\in\mathbb{N} שדה ויהי \mathbb{F} שדה יהי אזי n\in\mathbb{N}
                                                  . מענה: יהי \mathbb{F} שדה ויהי n\in\mathbb{N} אזי חבורת המטריצות הינה חבורה.
                                                             \mathbb{F},+ אזי \mathbb{F}\in\{\mathbb{Z},\mathbb{Q},\mathbb{R},\mathbb{C}\} אזי החבורות החיבוריות: יהי
                                                                        A^*=A^{\times}=A\setminus\{0\} אזי A\subset\mathbb{C} סימון: תהא
                                                                \mathbb{F}(\mathbb{F},\cdot) אזי \mathbb{F}\in\{\mathbb{O}^*,\mathbb{R}^*,\mathbb{C}^*\} אזי יהי
                                                                             .(\{x\}, Id) אזי (החבורה הטריוואלית: יהי א
                                         (x\sim_n y)\Longleftrightarrow (n|\,(x-y)) המוגדרת \sim_n\subseteq\mathbb{Z}^2 אזי n\in\mathbb{N} הגדרה: יהי
                                                                                        .C_n=\mathbb{Z}_n אזי n\in\mathbb{N} סימון: יהי
                           [x]_{\sim} + [y]_{\sim} = [x+y]_{\sim} הגדרה: יהי n \in \mathbb{N} אזי n \in \mathbb{N} הגדרה: יהי
                                                                    (C_n,+) אזי n\in\mathbb{N} יהי החלוקה: חבורת שאריות
                                                         טענה: יהי n \in \mathbb{N} אזי חבורת שאריות החלוקה הינה חבורה.
                                                                                        |C_n|=n אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
              g*h=h*g מתקיים g,h\in G עבורה לכל חבורה (G,*) חבורה חבורה אבלית/חילופית/קומוטטיבית:
                                                                         . טענה: יהי (S_n,\circ) אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 3} אינה אבלית
                                                                    . אינה אבלית (GL_{n}\left(\mathbb{F}\right),\cdot) אזי n\in\mathbb{N}_{+} יהי יהי
                                                                               . אבלית (C_n,+) אזי n\in\mathbb{N}_+ אבלית טענה: יהי
                                                                         |G| \in \mathbb{N} חבורה עבורה חבורה חבורה חבורה
                                                                    |G| \geq \aleph_0 עבורה אינסופית: חבורה חבורה אינסופית:
                                                     .ord (G)=|G| אזי חבורה סופית הא (G,*) חבורה: תהא
                                                        \operatorname{ord}\left(G
ight)=\infty אינסופית אינ חבורה תהא G חבורה: תהא
                                                                     o\left(G
ight)=\operatorname{ord}\left(G
ight) חבורה אזי (G,st
ight) סימון: תהא
                                           (H,st_{H	imes H}) אזי H\subseteq G עבורה תהא (G,st) עבורה תהא
                                                              a*b\in H מתקיים a,b\in H סגירות לכפל: סגירות ש
                                                               a^{-1} \in H מתקיים a \in H סגירות להופכי: לכל
                                                           e\in H אזי איבר היחידה של e אזי יהי •
                         H \leq G עבורה (H,*_{\restriction_{H \times H}}) תת־חבורה ותהא H \subseteq G אזי חבורה ותהא סימון: תהא
.(a*b^{-1}\in H מתקיים a,b\in H מתקיים (לכל H\leq G) אזי H\in \mathcal{P}\left(G\right)\setminus\left\{ \varnothing\right\} מתקיים (G,*) למה: תהא
                    A*B=\{a*b\mid (a\in A)\land (b\in B)\} סימון: תהא A,B\subseteq G חבורה ותהיינה G,*
                                     g*H=\{q\}*H אזי אוני q\in G ויהי ויהי חבורה (G,*) אזי חבורה תהא
                                                                             (n\mathbb{Z},+)<(\mathbb{Z},+) אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                     (\mathrm{SL}_{n}\left(\mathbb{F}
ight),\cdot)\leq\left(\mathrm{GL}_{n}\left(\mathbb{F}
ight),\cdot
ight) שדה אזי n\in\mathbb{N} יהי ויהי n\in\mathbb{N}
                                                                      R_n=\{z\in\mathbb{C}\mid z^n=1\} אזי n\in\mathbb{N} דימון: יהי
```

A imes A o A פעולות בינאריות: תהא A קבוצה אזי

 $(R_n,\cdot) \leq (\mathbb{C}^*,\cdot)$ אזי $n \in \mathbb{N}$ טענה: יהי $G \leq G$ טענה: תהא $G \leq G$

```
\{e\} \leq G טענה: תהא (G,*) חבורה אזי
                                                     q^n=e המקיים n\in\mathbb{N}_+ איבר פיתול: תהא q\in G חבורה אזי חבורה (G,*)
                                                                      T\left(G
ight)=\left\{g\in G\mid T\left(G
ight) איבר אזי g\} חבורה אזי ותהא \left(G,st
ight)
                                                                                       T(G) < G טענה: תהא (G, *) חבורה אבלית אזי
                                               הערה: מכאן והלאה כאשר ברור מהי הפעולה של החבורה נסמנה על ידי הקבוצה בלבד.
                                               a*e=e*a=a עבורו a*e=e*a=a עבורו אזי קיים ויחיד אזי קיים ויחיד (G,*) אכל
                                               a*b=e=b*a עבורו b\in G אזי קיים ויחיד a\in G חבורה ויהי חבורה (G,*)
                                                      a^{-1}=b אזי a איבר הופכי ל־b\in G ויהי a\in G חבורה יהי חבורה (G,*) איבר הופכי
                                                                 (a*b)^{-1} = b^{-1}*a^{-1} אזי a,b \in G חבורה ויהיו (G,*) טענה: תהא
                                                                               (a^{-1})^{-1} = a אזי a \in G סענה: תהא (G,*) חבורה ויהי
                                    a*b=a*c אזיי a*b=a*c עבורם a,b,c\in G חבורה ויהי חבורה (G,*) אזיי משמאל:
                                      a,b=c אזי b*a=c*a עבורם a,b,c\in G חבורה ויהי חבורה (G,*) אזי
                                                                                       g^0=e אזי g\in G חבורה ויהי (G,*) אזי
                                                              g^n=g*g^{n-1} אזי g\in G ויהי חבורה יהי חבורה (G,*) אזי הגדרה: תהא
                                                                      g^{-n}=\left(q^{n}\right)^{-1} אזי q\in G ויהי חבורה יהי חבורה G אזי מימון: תהא
                                                                      g^{-n}=\left(q^{-1}\right)^n אזי q\in G ויהי n\in\mathbb{N} יהי חבורה G אחזי מענה: תהא
a,h'\in H אזי ולכל g,g'\in G לכל לכל (g,h)\cdot (g',h')=(g*g',h\otimes h') חבורות נגדיר המכפלה: תהיינה (G,*),(H,\otimes) חבורת המכפלה
                                                                                                                                   (G \times H, \cdot)
                                                                . חבורה הינה חבורת אזי חבורת (G,*),(H,\otimes) טענה: תהיינה
                                              .(חבורות אזי (חבורות אבליות) חבורות אזי חבורות אזי (חבורת (G,*), (H,\otimes) טענה: תהיינה
                                                 .(HK=KH) (H*K\leq G) אזי איזי אינה תהיינה חבורה ותהיינה חבורה ותהיינה ענה:
                                         .(H \cap K \in \{H,K\}) שענה: תהא (H \cup K \leq G) אזי H,K \leq G טענה: תהא (G,*) חבורה ותהיינה
                                           .Stab (Y)=\{\pi\in S\left(X\right)\mid \forall y\in Y.\pi\left(y\right)=y\} אזי Y\subseteq X אחר קבוצה ותהא X קבוצה ותהא
                                                                            .Stab (Y) \leq S\left(X\right) אזי Y \subseteq X אחר קבוצה תהא א קבוצה ותהא
                                    \bigcap_{i\in I}H_i\leq G אזי i\in I לכל לכל H_i\leq G באשר באשר \{H_i\}_{I\in I}\subseteq \mathcal{P}\left(G
ight) אזי חבורה תהא
                                                             \mathcal{F}(X) = \{H \leq G \mid X \subseteq H\} אזי X \subseteq G חבורה חבורה G תהא
                                         \langle X 
angle = igcap_{H \in \mathcal{F}(X)} H אזי X \subseteq G חבורה ותהא חבורה תהיקבוצה: תהא אזי תת־קבוצה
                                                                                       \langle X \rangle \leq G אזי אזי X \subseteq G אמר: תהא חבורה חבורה מהא
                      \langle X 
angle \subseteq H אזי איזי איזי עבורה H \leq G ותהא אות חבורה תהא חבורה תהא אזי א אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי
                          \langle X 
angle = \left\{\prod_{i=1}^k x_i^{s_i} \ \middle| \ (k \in \mathbb{N}) \land \left(x \in X^k
ight) \land \left(s \in \{\pm 1\}^k
ight)
ight\} אזי X \subseteq G אזי X \subseteq G אזי
                                                                \langle X 
angle = G עבורה אזי אורה איזי אורה: תהא חבורה תהא אבורה עבורה איזי אבורה קבוצת יוצרים של חבורה
                                                               חבורה נוצרת סופית (נ"ס): חבורה G עבורה קיימת קבוצת יוצרים סופית.
                                                                         \langle g \rangle = G המקיים g \in G המקיים עבורה עבורה ציקלית: חבורה
                                                                              \langle g \rangle = \{ g^k \mid k \in \mathbb{Z} \} אזי g \in G חבורה ויהי חבורה G אהי
                                                               g^{n+m}=g^n*g^m אזי g\in G ויהי n,m\in\mathbb{Z} חבורה יהיו
                                                                  \left(g^{n}
ight)^{m}=g^{n\cdot m} אזי g\in G ויהי היו n,m\in\mathbb{Z} חבורה יהיו
                                                    G=\{g^k\mid k\in\mathbb{Z}\} עבורו g\in G עבורו ציקלית) אזי (G=\{g^k\mid k\in\mathbb{Z}\} עבורו למה: תהא
                                                                                             מסקנה: תהא G חבורה ציקלית אזי G אבלית.
                                                                      \operatorname{ord}\left(g
ight)=\operatorname{ord}\left(\left\langle g
ight
angle אזי g\in G חבורה ויהי חבורה G אינבר: תהא
                                                            .ord (g)=\min\left\{n\in\mathbb{N}_+\mid g^n=e\right\} אזי g\in G חבורה ויהי חבורה G
                                                           \operatorname{ord}\left(g
ight)=\infty אזי \operatorname{ord}\left(g
ight) עבורו g\in G חבורה ויהי G חבורה מערה:
                                g \in G טענה: תהא G = e (ord G = e) איי ord G = e באשר באשר G \in \mathcal{S} ויהי n \in \mathbb{N}_+ ויהי חבורה יהי
                                                                         . (ירים) ויהי i,n)\Longleftrightarrowו(\langle i 
angle = \mathbb{Z}_n) אזי i \in \mathbb{Z}_n ויהי n \in \mathbb{N}_+ זרים).
                                                                             . אזי H ציקלית H \leq G אזי איקלית חבורה G אזי חבורה עיקלית
```

טענה: $(\mathbb{Q},+)$ אינה נ"ס.

```
q*H אזי q\in G ויהי ויהי H< G אזי חבורה תהא
                                                                     g ימני אזי קוסט ימני: תהא G חבורה ויהי של קוסט ימני אזי G
                                                               gH אזי אוי ממאלי: תהא G חבורה ויהי gH קוסט שמאלי
                                                         Hg=gH אזי g\in G ויהי ויהי H\leq G אחר חבורה אבלית תהא
                                                         (gH)^{-1}=Hg^{-1} אזי g\in G ויהי H\leq G מסקנה: תהא
                                                     (gH=H) \Longleftrightarrow (g \in H) אזי g \in G ויהי ויהי H \leq G טענה: תהא
                                                     (Hg=H) \Longleftrightarrow (g\in H) אזי g\in G ויהי H\leq G טענה: תהא
                                                                 G/H = \{gH \mid g \in G\} אזי H \leq G חבורה חבורה G חבורה תהא
                                                                A_H \setminus G = \{Hg \mid g \in G\} אזי H \leq G חבורה חבורה G איזי G
                                                                     G משפט: תהא G חבורה ותהא H \leq G חבורה חבורה משפט:
                                   (g_1H=g_2H)\Longleftrightarrow \left(g_2^{-1}g_1\in H
ight) אזי g_1,g_2\in G ויהיו H\leq G טענה: תהא G חבורה תהא
                                                                       .eH אזי אזי H \leq G הקוסט הטריוואלית: תהא
                                             G:H]=|G/H| אזי H\leq G אינדקס של תת־חבורה בחבורה: תהא
                                                                      G:H]=|_Hackslash_G| אזי H\leq G טענה: תהא G חבורה ותהא
                                                    \operatorname{ord}(G) = \operatorname{ord}(H) \cdot [G:H] אזי H < G סענה: תהא G חבורה סופית ותהא
                                                        .ord (H) \left| \mathrm{ord} \left( G \right) \right. אזי אזי חבורה סופית ותהא H \leq G משפט לגראנז': תהא
                                                                   .ord (g) | \mathrm{ord} \, (G) אזי g \in G מסקנה: תהא G חבורה סופית ויהי
                                           G:K]=[G:H]\cdot [H:K] אזי איזי H\leq G חבורה תהא חבורה G איזי ותהא
                            G=\langle q \rangle מתקיים g\in G\setminus \{e\} אזי לכל ord G=p מתקיים חבורה חבורה G מתקיים מסקנה: יהי
                                                      אזי G אזי G אזי G אזי G אזי G אזי G אזי אזי G אזי מסקנה: יהי
                                 n^{p-1}\equiv 1\mod p אזי \gcd(n,p)=1 באשר n\in\mathbb{N} ויהי p\in\mathbb{P} ויהי מסקנה משפט פרמה הקטן: יהי
                                                  |HK| = rac{|H|\cdot|K|}{|H\cap K|} אזי חבורות חבורה H,K \leq G למה: תהא
\operatorname{ord}(K)=p וכן \operatorname{ord}(H)=p באשר H,K\leq G אזי לכל ותהא G=p חבורה באשר G ותהא חבורה באשר אזי לכל
                                                                                                                  K=H מתקיים
                                                                (S_n/\mathsf{Stab}(1)) \cap (S_\mathsf{Stab}(1) \setminus S_n) = \{\mathsf{Stab}(1)\} אזי n \in \mathbb{N}_{\geq 3} יהי n \in \mathbb{N}_{\geq 3}
                                                            HqK אזי g \in G ויהי H, K < G אזי חבורה תהיינה
                                                   G טענה: תהא G חלוקה של H,K \leq G טענה: תהא חבורה ותהיינה
                                                                    המקיימת \varphi:G	o H אזי חבורות G,H המקיימת הומומורפיזם:
                                                                                          .arphi\left(e_{G}
ight)=e_{H} :שימור איבר יחידה
                                                               .\varphi\left(a\cdot b\right)=\varphi\left(a\right)\cdot\varphi\left(b\right)מתקיים a,b\in Gלכל לכל • שימור כפל
                                                                     .arphi\left(g^{-1}
ight)=arphi\left(g
ight)^{-1} מתקיים g\in G שימור הופכי: לכל
.(arphi\left(a\cdot b^{-1}
ight)=arphi\left(a
ight)\cdotarphi\left(b
ight)^{-1} מתקיים a,b\in G מתקיים a,b\in G אזי arphi אזי arphi הומומורפיזם) אזי מענה: תהיינה
             \ker(\varphi)=\{g\in G\mid \varphi(g)=e_H\} אזי הומומורפיזם \varphi:G	o H חבורות ויהי חבורות G,H הומומורפיזם: תהיינה
                                                                    למה: תהיינה G,H חבורות ויהי G,H חבורות למה:
                                                                                                               \operatorname{Im}(\varphi) \leq H \bullet
                                                                                                               \ker(\varphi) < G \bullet
                                                                                            (\ker(\varphi) = \{e_G\}) \iff (y \text{"nn } \varphi) \bullet
           \psi\circ \varphi אוווות היינה \psi:H	o K הומומורפיזם הומומורפיזם אזי הומומורפיזם אי\psi:G	o H הומומורפיזם סענה:
```

H*q אזי $q\in G$ ויהי H< G אזי חבורה תהא

טענה: תהא G חבורה אזי Id הינו הומומורפיזם. $g\in G$ לכל g(g)=e המוגדרת $g\in G$ לכל g(g)=e הינה הומומורפיזם. טענה ההומומורפיזם הטריוואלי: תהא $g\in G$ חבורה אזי $g\in G$ אזי $g\in G$ הינו הומומורפיזם. $g\in G$ טענה הומומורפיזם ההכלה: תהא $g\in G$ חבורה ותהא $g\in G$ אזי $g\in G$ אזי $g\in G$ הינו הומומורפיזם. $g\in G$ טענה: יהי $g\in G$ שזי מעל $g\in G$ אזי $g\in G$ אזי $g\in G$ המוגדרת $g\in G$ לכל $g\in G$ לכל $g\in G$ אזי $g\in G$ המוגדרת $g\in G$ המוגדרת $g\in G$ לכל $g\in G$

 $\operatorname{ord}(\varphi(q))|\operatorname{ord}(q)$ אזי $q\in G$ אויי הומומורפיאם ויהי $g\in G$ אויי הבורות יהי

```
ho:S_n	o \mathsf{GL}_n\left(\mathbb{R}
ight) אזי n\in\mathbb{N} הינה הומומורפיזם. 
ho:S_n	o \mathsf{GL}_n\left(\mathbb{R}
ight)
                                                                                    \det\left(
ho\left(\sigma
ight)
ight)\in\left\{\pm1
ight\} אזי \sigma\in S_n ותהא n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                              \operatorname{sign} = \det \circ 
ho המוגדרת sign : S_n 	o \{\pm 1\} אזי n \in \mathbb{N} המוגדרת סימן של תמורה: יהי
                                                                                                  מסקנה: יהי אזי sign אזי n\in\mathbb{N} יהי יהי
                                                  \operatorname{sign}(\sigma)=rac{\prod_{i< j}(\sigma(i)-\sigma(j))}{\prod_{i< j}(i-j)} אזי \sigma\in S_n אווי n\in\mathbb{N} טענה: יהי n\in\mathbb{N} ותהא \sigma\in S_n אווי n\in\mathbb{N} טענה: יהי n\in\mathbb{N} טענה: יהי n\in\mathbb{N} ותהא n\in\mathbb{N} אווי n\in\mathbb{N} אווי n\in\mathbb{N} טענה: יהי n\in\mathbb{N} ותהא
                                                                                    A_n = \ker\left(\operatorname{sign}
ight) אזי n \in \mathbb{N} חבורת התמורות הזוגיות: יהי
                                                                                                                    A_n \leq S_n אזי n \in \mathbb{N} טענה: יהי
                                                                    arphi:G	o H איזומורפיזם הפיך חבורות אזי חבורות היינה תהיינה איזומורפיזם: תהיינה
                                                                                         G \cong H אזי איזומורפיות איזומר G,H סימון: תהיינה
                                                         . למה: תהיינה G,H חבורות ויהי \varphi:G	o H ויהי חבורות מהיינה למה: תהיינה מיינה למה:
              למה: תהיינה \psi\circ \varphi איזומורפיזם איז \psi:H	o K איזומורפיזם ויהי \phi:G	o H איזומורפיזם איז למה: תהיינה
                                                                                  \mathcal{A} טענה: תהא \mathcal{A} קבוצה של חבורות אזי יחס שקילות על
                                                                                                                   .C_n\cong R_n אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
.arphi=\psi אזי arphi_S=\psi_{
estriction_S} חבורות תהא אזי arphi_S=\psi באשר באשר אזי arphi=G ויהיו ויהיו arphi=G באשר באשר באשר באשר באשר אזיי מענה:
                                                                   .arphi:G	o H מונומורפיזם: תהיינה G,H חבורות אזי הומומורפיזם תהיינה
                                                                       arphi:G	o H אפימורפיזם על אזי הומומורפיזם G,H חבורות אפימורפיזם:
                                                                                    arphi:G	o G אוטומורפיזם: תהא חבורה אזי איזומורפיזם: תהא
                                                                     .Aut (G)=\{\varphi:G	o G\mid סימון: תהא G חבורה אזי \{\varphi\} אוטומורפיזם
                                                                                                  חבורה (Aut (G), \circ) חבורה G חבורה G
                                                                                                                        K = C_2 \times C_2 חבורת קליין:
                                                                                                                    טענה: חבורת קלייו הינה אבלית.
                                                                                                                   טענה: חבורת קליין אינה ציקלית.
                                                                                                      .C_4טענה: חבורת קליין אינה איזומורפית ל־
                              c_{q}\left(x
ight)=gxg^{-1} המוגדרת c_{q}:G	o G אזי g\in G לכל לכל תהא חבורה תהא פונקציית הצמדה:
                                                                                         . טענה: תהא G אוטומורפיזם אזי g \in G טענה: תהא חבורה ויהי
                               \varphi=c_a המקיים פנימי: תהא g\in G עבורו קיים \varphi:G\to G אוטומורפיזם אוטומר תהא חבורה מיים פנימי: תהא
                                                                                            \operatorname{Inn}\left(G\right)=\left\{c_g\mid g\in G\right\} סימון: תהא חבורה אזי
                                             .c_{a}\left( H
ight) =H מתקיים g\in G מתקיים אזי חבורה אזי חבורה אזי חבורה מורמלית: תה
                                                                                    H \unlhd G נורמלית אזי H \subseteq G חבורה ותהא חבורה G נורמלית
                                                                                                      טענה: תהא G חבורה ותהא H \leq G טענה:
                                                                                                                                          .H \triangleleft G \bullet
                                                                                                          g^{-1}Hg=H מתקיים g\in G לכל
                                                                                                          .qHq^{-1}=H מתקיים q\in G לכל
                                                                                                             .qH=Hg מתקיים g\in G לכל
```

 $.
ho\left(\sigma
ight)\cdot v=\left(egin{array}{c} v_{\sigma(1)}\ dots\ v_{\sigma(n)} \end{array}
ight)$ אזי $v\in\mathbb{R}^n$ ויהי $\sigma\in S_n$ תהא $n\in\mathbb{N}$ אזי $n\in\mathbb{N}$

 $.g^{-1}Hg\subseteq H$ מתקיים $g\in G$ לכל • $.H\subseteq g^{-1}Hg$ מתקיים $g\in G$ לכל •

 $\operatorname{Inn}(G) \unlhd \operatorname{Aut}(G)$ טענה: תהא G חבורה אזי

 $H \triangleleft G$ אזי G:H = 2 באשר $H \triangleleft G$ אזי חבורה תהא

K char G אופיינית אזי $K \leq G$ חבורה ותהא חבורה G אופיינית

 $K \subseteq G$ אזי אזי K char G אזי חבורה חבורה מסקנה: תהא

 $arphi\left(K
ight)=K$ מתקיים $arphi\in\mathrm{Aut}\left(G
ight)$ עבורה לכל $K\leq G$ מתקיים חבורה אזי G

 $G/H = H \setminus G \bullet$

```
.(gN)*(hN)=(g*h)\,N כך *:G/N	imes G/N	o G/N נגדיר N	ext{ } \subseteq G נגדיר (G,*) חבורה ותהא M	ext{ } \subseteq G
                                                                                   (G/N,*) אזי אזי N \lhd G חבורה ותהא חבורת (G,*) אזי
                                                                             . חבורה המנה הינה חבורת אזי חבורת המנה הינה חבורה R אזי חבורת המנה הינה חבורה
                                                    q\left(g
ight)=gN המוגדרת q:G	o G/N אזי איזי N	olember G חבורה תהא
                                                                                   טענה: תהא G חבורה תהא N \lhd G ותהא G העתקת המנה אזי
                                                                                                                               הינה הומומורפיזם. q
                                                                                                                                        .\ker(q) = N \bullet
                        (H=\ker(arphi) עבורו arphi:G	o G עבור אוטומורפיזם אוטומורפיז אזי אזי אזי אזי אזי H\leq G עבורה ותהא חבורה תהא
                                                                                                                      \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}\cong\mathbb{Z}_n אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                G/\ker(arphi)\cong \mathrm{Im}\,(arphi) הומומורפיזם האיזומורפיזם איזי תהיינה G,H חבורות ויהי האיזומורפיזם אזי
                                                                                  טענה: תהא חבורה אין בדיוק אזי מתקיים מתקיים מחבאים מחבים G
                                                                                                                                               G \cong \mathbb{Z} \bullet
                                                                                                                     G \cong \mathbb{Z}_n עבורו n \in \mathbb{N} פיים
                                                                                                              |G/\mathcal{Z}(G)| \notin \mathbb{P} טענה: תהא G חבורה אזי
                                          G \cong H 	imes K אזי אH \cap K = \{e\} וכן וכן HK = G באשר אוי H, K \unlhd G טענה: תהא
                                                                   \mathbb{Z}_{nm}\cong\mathbb{Z}_n	imes\mathbb{Z}_m אוים אזי n,m\in\mathbb{N} יהיו הסיני: יהיו
טענה: יהי p\in \mathbb{P} תהא p\in M אזי H\neq M אזי אזי אווי היהי אוכן מאינדקס M מאינדקס אזי מאינדקס M באשר אווי אזי M
                                                                                                                                                  p^2 | \text{ord} (G)
                                            חבורת המכפלה החצי ישרה: תהיינה H,K חבורות ויהי arphi:K	o {\sf Aut}\,(H) חבורת המכפלה החצי ישרה:
                                                (H \times K, \cdot) איז k, k' \in K לכל h, h' \in H לכל (h, k) \cdot (h', k') = (h \cdot \varphi(k)(h'), k \cdot k')
                                   H 
ightarrow G איי חבורות ויהי G : K 
ightarrow H חבורות ויהי חבורות ויהי G : K 
ightarrow H חבורות ויהי
                                                             . הינה חבורה H \rtimes_{\omega} K אזי \varphi: K \to \operatorname{Aut}(H) חבורות ויהי חבורה H, K
                        H 
ightarrow_{arphi} K \cong H 
ightarrow K אזי איזי k \in K לכל \varphi\left(k\right) = \mathrm{Id}_{H} כך \varphi: K 
ightarrow \mathrm{Aut}\left(H\right) חבורות נגדיר חבורות נגדיר
                                        .Aff (\mathbb{F})=\{f:\mathbb{F}	o\mathbb{F}\mid\exists a\in\mathbb{F}^{	imes}\ (\exists b\in\mathbb{F}\ (\forall x\in\mathbb{F}\ (f\ (x)=ax+b)))\} יהי שדה אזי
                                                                                                            טענה: יהי \mathbb{F} שדה אזי (Aff (\mathbb{F}), \circ) טענה: יהי
                    Aff(\mathbb{F})\cong\mathbb{F}
times_{arphi}\mathbb{F}^{	imes} אזי b\in\mathbb{F} אזי אזי a\in\mathbb{F}^{	imes} לכל arphi(a) לכל arphi(a) לכל arphi(a) אזי arphi(a) אזי arphi(a)
                                  . Iso (P)=\left\{arphi:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R}^2\mid (מצולע משוכלל אזי arphi\wedge(arphi(P)=P)
ight\} איזומטריה מצולע משוכלל משוכלל אזי ריבוי איזומטריה מצולע משוכלל אזי
                                                      D_n = \operatorname{Iso}(P) אזי קודקודים אוי משוכלל משוכלל משוכלל יהי יהי יהי יהי יהי יהי מצולע משוכלל בעל
                                                                                                             . חבורה (D_n,\circ) אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} יהי
                          .\langle X\mid \varphi_1\ldots \varphi_n
angle=\{x\in \langle X
angle\mid igwedge_{i=1}^n arphi_i(x)\} אזי על X איזי \varphi_1\ldots \varphi_n ויהיו קבוצה ויהיו תהא
                                                                           D_n\cong\left\langle r,s\mid s^2=e,r^n=e,srs=r^{-1}
ight
angle אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} טענה: יהי
                                                                                                                                  משפט: יהי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} אזי
                              D_n אוי של החבורות הנורמליות אזי \{D_n,\langle sr,r^2\rangle,\langle s,r^2\rangle\}\cup\{H\leq\langle r\rangle\} אזי אזי n\in\mathbb{N}_{\mathrm{even}} אם •
```

 $K \lhd G$ אזי איר char H ותהא $H \lhd G$ אזי G חבורה תהא

 $\mathcal{Z}\left(G
ight) riangleq G$ טענה: תהא G חבורה אזי

 $A_n riangleleft S_n$ אזי $n \in \mathbb{N}$ טענה: יהי

מסקנה: יהי $p\in\mathbb{P}$ אזי $p\in\mathbb{P}$ פשוטה. $\mathrm{SL}_n\left(\mathbb{R}\right)$ אזי $n\in\mathbb{N}_{\mathrm{odd}}$ פשוטה.

טענה: יהי \mathbb{F} שדה סופי אזי $\mathcal{H}\left(\mathbb{F}
ight)$ חבורה.

 $\mathcal{Z}\left(\mathcal{H}\left(\mathbb{F}
ight)
ight)\cong\left(\mathbb{F},+
ight)$ טענה: יהי \mathbb{F} שדה סופי אזי

 $\mathcal{Z}\left(G
ight)=\left\{g\in G\mid \forall h\in G.gh=hg
ight\}$ מרכז של חבורה G חבורה אזי

 $\ker\left(arphi
ight) ext{\leq } G$ הומומורפיזם אזי arphi:G o H למה: תהיינה G,H חבורות ויהי

 $H \in \{\{e\},G\}$ מתקיים $H \unlhd G$ עבורה עבורה עבורה משוטה: חבורה

```
i \in [n] לכל G_{i-1} \triangleleft G_i
                                                                                          .i \in [n] אבלית לכל G_i/G_{i-1}
                                                                                 מענה: תהא G חבורה אבלית אזי G פתירה.
                                                     . אינה פעוטה פשוטה אינה אבלית אזיG אינה פשוטה באשר חבורה G אינה פתירה.
                                                                                           משפט: יהי S_n אזי n \in [4] פתירה.
                                      חבורה G_0 \dots G_n \leq G וקיימות וקיים עבורה עבורה עבורה G חבורה מיים חבורה וקיימות
                                                                                              G_0 = \{e\} וכן G_n = G \bullet
                                                                                               i \in [n] לכל G_{i-1} \unlhd G
                                                                                  i \in [n] לכל G_i/G_{i-1} \leq \mathcal{Z}\left(G/G_{i-1}\right) •
                                                                             פתירה. G אזי G חבורה נילפוטנטית אזי G פתירה.
                           A^{H/(H\cap N)}\cong {}^{(HN)/N} אזי M\unlhd G ותהא ותהא M\subseteq G משפט האיזומורפיזם השני: תהא
                                                 N/K \unlhd G/N אאי K \le N באשר N, K \unlhd G טענה: תהא חבורה ותהיינה
                   G/N\cong (G/K)/(N/K) אאי K\leq N משפט האיזומורפיזם השלישי: תהא G חבורה ותהיינה ותהיינה איזומורפיזם השלישי:
משפט ההתאמה: תהא M = \{H \leq G \mid N \leq H\} 	o \{H \mid H \leq G/N\} משפט ההתאמה: תהא M \subseteq G חח"ע ועל המקיימת משפט ההתאמה: תהא
                                                               \Phi\left(K
ight) 	ext{$\leq G/N$} מתקיים N \leq K המקיימת K 	ext{$\leq G$}
                                            M \subseteq K משמרת מנות: לכל G \supseteq K המקיימת K \subseteq G מתקיים משמרת מנות: לכל K \subseteq G
                                         .(פשוטה) אזי (N) \Longleftrightarrow (N) \Leftrightarrow (N) \Leftrightarrow N אזי אזי (N \bowtie N \bowtie G) פשוטה).
              המקיימת f:G	imes X	o T המקיימת קבוצה אזי פונקציה הא G המקיימת המאלית של חבורה על קבוצה: תהא
                                                                                    f(e,x)=x מתקיים x\in X •
                                                    f(g \cdot h, x) = f(g, f(h, x)) מתקיים x \in X ולכל g, h \in G לכל •
                                                               הערה: מכאן והלאה המונח פעולה יתאר פעולה שמאלית בלבד.
                            f\left(g,x
ight)=g.x אזי אזי G פעולה על f:G	imes X	o X פעולה ותהא קבוצה ותהא סימון: תהא
                                      G \curvearrowright X = \{f: G 	imes X 	o X \mid פעולה f\} פעולה ותהא G חבורה ותהא סימון: תהא
                                             f(g,x)=gx כך כך f\in G\curvearrowright G אזי חבורה נגדיר תהא
                                                                   . טענה: תהא G חבורה אזי הפעולה השמאלית הינה פעולה
                                             f אזי f\left(g,x
ight)=xg^{-1} כך כך f\in G\curvearrowright G אזי חבורה תהא חבורה G אזי הפעולה הימנית:
                                                                      . מענה: תהא G חבורה אזי הפעולה הימנית הינה פעולה.
                                                        הערה: מכאן והלאה נאמר כי G פועלת על X ונסמן G את הפעולה.
                   \operatorname{orb}_lpha(x)=\{g.x\mid g\in G\} אזי x\in X איזי lpha\in G\curvearrowright X חבורה תהא lpha חבורה תהא lpha
                                      o\left(x
ight)=\mathrm{orb}\left(x
ight) אזי x\in X אויהי אויהי חבורה הפועלת על חבורה הפועלת על X
              x\in X המקיים x\in X המקיים x\in X המקיים אזיx\in X המקיים אוי המקיים אזי
                     .\operatorname{Stab}_G(x)=\{g\in G\mid g.x=x\} אזי x\in X חבורה הפועלת על X חבורה הפועלת על מייצב: תהא
        \operatorname{Fix}_X(g) = \{x \in X \mid g.x = x\} אזי g \in G אויהי G חבורה הפועלת על G חבורה הפועלת על G
                                       \operatorname{Stab}_G(x) \leq G אזי x \in X ויהי א ויהי X אזי חבורה הפועלת על אזי X
            x \in X מתקיים x \in X מתקיים x \in X מנולה חופשית: תהא x \in X חבורה ותהא x \in X מבורה לכל
                                    lpha\left(g
ight)\in S\left(X
ight) אזי g\in G ויהי lpha\in G\curvearrowright X קבוצה תהא קבוצה תהא חבורה תהא
```

 $arphi(k)=c_k$ כך arphi:K o Aut (H) ונגדיר ווכן $H\cap K=\{e\}$ וכן באשר $H\subseteq G$ יהי יהי ויהי א כך יהי הבורה יהי ווכן איי יהי ווכן באשר ווכן איי

 D_n אזי $\{D_n\}\cup\{H\leq\langle r
angle\}$ הן כל תתי החבורות הנורמליות של $n\in\mathbb{N}_{\mathrm{odd}}$

חבורה $G_0 \dots G_n \leq G$ וקיימות אפיים עבורה עבורה עבורה עבורה אפיימות חבורה חבורה מתירה:

 $D_n\cong C_n$ איזי $k\in K$ לכל $arphi(k)=c_k$ כך $arphi:C_2 o {
m Aut}\,(C_n)$ ונגדיר ונגדיר $n\in \mathbb{N}_{\geq 2}$ יהי

 $i\in [n-1]$ לכל $G_{i+1}\unlhd G_i$ עבורן $G_0\ldots G_n \le G$ אזי איזי $n\in \mathbb{N}_+$ לכל לכל

 $\mathcal{H}\left(\mathbb{F}_{2}\right)\cong D_{4}$:טענה

 $.K \unlhd A_4$ טענה:

 $.G\cong H
times_{arphi}K$ איז $k\in K$

 $G_0 = \{e\}$ וכן $G_n = G \bullet$

```
. טענה: תהא \varphi_{lpha} אזי lpha\in G\curvearrowright X אוי קבוצה תהא A\in G\curvearrowright X חבורה תהא
lpha_{arphi}\left(g,x
ight)=arphi\left(g
ight)(x) המוגדרת lpha_{arphi}:G	imes X	o X הומומורפיזם אזי arphi:G	imes X המוגדרת הא
                                                 . פעולה lpha_{arphi} חבורה תהא \gamma:G	o S\left(X
ight) יהי קבוצה ויהי חבורה תהא \gamma:G	o S\left(X
ight)
                         |o\left(x
ight)|=[G:\mathsf{Stab}_{G}\left(x
ight)] אזי x\in X איזי חבורה הפועלת על חבורה תהא קבוצה תהא
           |\{o\left(x
ight)\mid x\in X\}|=rac{1}{|G|}\sum_{g\in G}|\mathsf{Fix}_{X}\left(g
ight)| איי איי חבורה חבורה G חבורה חבורה חבורה איז קבוצה ותהא
                  lpha\left(g,g'H
ight)=gg'H המוגדרת lpha\in G\curvearrowright {}^{G/H} אזי H\le G הפעולה על הקוסטים השמאליים: תהא
                                     . טענה: תהא G חבורה ותהא H \leq G אזי הפעולה על הקוסטים השמאליים הינה פעולה טרנזיטיבית.
           עבורן קיימת (\alpha,\beta)\in (G\curvearrowright X)	imes (G\curvearrowright Y) חבורה אזי חבורה G חבורות תהיינה X,Y עבורן קיימת עפולות. תהיינה
                                                  x\in X ולכל g\in G לכל לכל F\left(lpha\left(g,x
ight)
ight)=eta\left(g,F\left(x
ight)
ight) ולכל די חח"ע ועל המקיימת
טענה: תהא o\left(x
ight)=X עבורו x\in X טרנזיטיבית תהא lpha\in G\curvearrowright X אזי הפעולה על הקוסטים תהא עבורה תהא
                                                                                                       \alphaאקווריאנטית ל־G/_{Stab_G(x)} אקווריאנטית ל-
מסקנה: תהא עבורה הפעולה על הקוסטים השמאליים \alpha \in G \curvearrowright X טרנזיטיבית אי קיימת אינ קבוצה תהא מחבורה ותהא מסקנה: תהא אוי קיימת מסקנה:
                                                                                                                                      .\alphaאקווריאנטית ל־
                                                X טענה: תהא \{o\left(x\right)\mid x\in X\} אזי אוי חבורה חבורה G חלוקה של
                        .o\left(x
ight)=X מתקיים x\in X אוי לכל אזי טרנזיטיבית מסקנה: תהא חבורה חבורה ותהא מסקנה: תהא
                             איי p\in \bigcup_{i=1}^n arphi_i (P	imes\{0\}) איי ותהא של \mathbb{R}^3 ותהא \varphi_1\dots \varphi_n איי מצולע משוכלל יהיו איי מימון: יהי
                                                                                               .Poly (p) = |\{\varphi_i (P \times \{0\}) \mid p \in \varphi_i (P \times \{0\})\}|
עבורן \mathbb{R}^3 עבורה איזומטריות איזומטריות עבורה פיים מצולע משוכלל אוני: קבוצה איזומטריות איזומטריות עבורה אור עבורה אור אניחה אור עבורה איים מצולע עבורה איים מצולע אפלטוני: עבורה איזומטריות איזומטריות עבורה אור עבורה אור אפלטוני
                                                                                           \partial K = \bigcup_{i=1}^n \varphi_i \left( P \times \{0\} \right) פאות איזומטריות: •
                                             .Poly (v_1)=\operatorname{Poly}(v_2) מתקיים v_1,v_2\in K פודקודים לכל קודקודים הה כמות: לכל קודקודים
עבורן \mathbb{R}^3 עבורן arphi_1\ldotsarphi_n של arphi_1\ldotsarphi_n של איזומטריות איזומטריות אפלטוני: יהיK\subseteq\mathbb{R}^3 גוף אפלטוני אזיn\in\mathbb{N} מינימלי עבורו קיימות איזומטריות
                                                                                    באשר P\subseteq\mathbb{R}^2 באשר \partial K=\bigcup_{i=1}^n \varphi_i\left(P	imes\{0\}\right)
                                   . Iso (P)=\left\{arphi:\mathbb{R}^3	o\mathbb{R}^3\;\middle|\;היי איז אומטריה אוא אפלטוני אזי (arphi:K)=\{arphi:\mathbb{R}^3	o\mathcal{R}^3\;\middle|\; איזומטריה אוא גוף אפלטוני אזי K\subseteq\mathbb{R}^3
         \operatorname{Iso}_{+}\left(P
ight)=\left\{arphi:\mathbb{R}^{3}
ightarrow\mathbb{R}^{3}\mid\left(היינטציה משמרת אוריינטציה איז אומטריה איז G\left(\varphi\left(K
ight)=K
ight) גוף אפלטוני אזי G\left(\varphi\left(K
ight)=K
ight) איזומטריה משמרת אוריינטציה אוף אפלטוני אזי
                               \{n,\operatorname{Poly}(k)\} גוף אזי v\in K פאות ויהי v\in K פאות אזי גוף אפלטוני בעל אוף אפלטוני בעל אוף איז אוי v\in K
                                                                                                       הערה: סימון שלפלי אינו קבוצה אלא סימון.
                                                                                    \{5,3\} בעל סימון שלפלי K\subseteq\mathbb{R}^3 בעל אפלטוני גוף אפלטוני
                                                                                                     \operatorname{Iso}_+(D) \cong A_5 טענה: יהי D דודקהדרון אזי
                                                                                             .ord (Iso_+ (D)) = 60 מסקנה: יהי דודקהדרון אזי
                                                    G\cong H עבורה H\leq S\left( X
ight) וקיימת אוי קיימת חבורה אזי קיימת חבורה אזי קיימת עבורה אזי איי
                                                     G\cong H עבורה H\leq S\left(\mathbb{N}
ight) אזי קיימת G אזי איי סrd עבורה באשר G עבורה מסקנה:
                                    .ord (g)=p עבורו g\in G אזי קיים p|\mathrm{ord}\,(G) עבורו p\in\mathbb{P} עבורו סופית ויהי
                          .ord (H)=p איי פיימת H\leq G איי פיימת עבורה p|\operatorname{ord}(G) עבורו עבורה p\in\mathbb{P} איי קיימת עבורה מסקנה:
                                                                          G \cong S_3 או G \cong \mathbb{Z}_6 אזי G \cong G או סענה: תהא G חבורה באשר
                                                            lpha\left(g,h
ight)=c_{q}\left(h
ight) המוגדרת lpha\in G\curvearrowright G חבורה אזי חבורה מעולת ההצמדה: תהא
                                                                                        h^g=q^{-1}hq אזי אין אוי האיז חבורה ויהיו חבורה G אזי
                                                                                     a.h^{g\cdot k}=\left(h^g
ight)^k אזי a,h,k\in G טענה: תהא
                                                                A_{i}[h] = \left\{ghg^{-1} \mid g \in G
ight\} אזי i אזי חבורה תהא i חבורה i חבורה ויהי
                                                            a(h)=o(h) אזי a(h)=o(h) אזי איידת עם פעולת ההצמדה ויהי a(h)=o(h) אזי חבורה מצויידת עם
                                                                                       G של חלוקה \{[h] \mid h \in G\} חלוקה של מסקנה: תהא
                                                        .C_{G}\left(h
ight)=\left\{ g\in G\mid gh=hg
ight\} אזי h\in G חבורה חבורה G איבר: תהא
                                                 C_G(h) = \operatorname{Stab}_G(h) אזי h \in G טענה: תהא חבורה מצויידת עם פעולת ההצמדה ויהי
```

 $C_G\left(h
ight) \leq G$ אזי $h \in G$ חבורה ויהי G חבורה מסקנה: תהא $\mathcal{Z}\left(G\right) = \bigcap_{g \in G} C_G\left(g\right)$ אזי חבורה G

 $arphi_lpha\left(g
ight)(x)=lpha\left(g,x
ight)$ חבורה תהא X קבוצה ותהא $lpha\in G\curvearrowright X$ אזי $lpha\in G \hookrightarrow X$ חבורה תהא A

```
H=A_n אזי \pi\in H אזי שלוש בגודל שלוש מעגל \pi עבורה קיים עבורה H\unlhd A_n אזי ותהא ותהא למה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                    .למה: A_6 פשוטה
                                                                                                                                                                                                             משפט: יהי n\in\mathbb{N}_{>5} אזי משפט: יהי n\in\mathbb{N}_{>5}
                                                       \mathbb{FP}=(\mathbb{F}^2ackslash\{0\})/R אזי R=\left\{(x,y)\in\mathbb{F}^2ackslash\{0\}\;\middle|\;\exists\lambda\in\mathbb{F}^	imes(x=\lambda y)
ight\} אזי R=\left\{(x,y)\in\mathbb{F}^2ackslash\{0\}\middle|\;\exists\lambda\in\mathbb{F}^	imes(x=\lambda y)
ight\} הישר הפרויקטיבי: יהי
                                                                                                                                                         \mathcal{Z}\left(\mathrm{GL}_n\left(\mathbb{F}
ight)
ight)=\{\lambda I_n\mid\lambda\in\mathbb{F}^{	imes}\} אזי n\in\mathbb{N}_{\geq2} שדה ויהי \mathbb{F} שדה ויהי n\in\mathbb{N}_{\geq2}
                                                                                                                                                                    	ext{.PGL}_n\left(\mathbb{F}
ight)=	ext{GL}_n(\mathbb{F})/\mathcal{Z}_{\left(	ext{GL}_n(\mathbb{F})
ight)} אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} שדה ויהי \mathbb{F} שדה ויהי
                                                                                                                                                 |G|=p^n אזי המקיים n\in\mathbb{N} עבורה קיים G אזי חבורה p\in\mathbb{P} יהי יהי
                                                                                                                                                                                                \mathcal{Z}\left(G
ight)
eq\left\{e
ight\} אזי p\in\mathbb{P} ותהא חבורת־q אזי ותהא
                                                                                                                                                                                      G אזי p\in\mathbb{P} ותהא G חבורה מסדר p\in\mathbb{P} אזי אבלית.
                                                                                                                                                                                                  . נילפוטנטית G אזי G ותהא p\in\mathbb{P} ותהא טענה: יהי
תת־חבורתp סילו: יהי p\in\mathbb{P} יהיו m,k\in\mathbb{N} באשר m,k\in\mathbb{N} אזי p\in\mathbb{P} באשר אזי p\in\mathbb{P}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |H| = p^k
p חבורה K \leq G חבורה חובר חבורת H) חבורה חבורה H אאי ווא איי ווא חבורה חבור
                                                                                                                                                                                                                                                                                           |K| < |H|מתקיים
                                                (p \not\mid [G:H] טענה: יהי p : H חבורת חבורה ותהא H \le G אאי וענה: אהי H \in \mathbb{P} חבורה ותהא חבורה ותהא H : H
                                                                                 \operatorname{Syl}_n\left(G
ight)=\{H\leq G\mid G סימון: יהי p\in\mathbb{P} חבורה סופית אזי אזי H\} תת־חבורה חבורה חבורה p\in\mathbb{P}
                                                                                                                                                  n_p=\left|\mathrm{Syl}_p\left(G
ight)
ight| יהי חבורה חבורה חבורה חבורה חבורה p\in\mathbb{P} ותהא p\in\mathbb{P} אזי p\in\mathbb{P} למה: יהי p\in\mathbb{P} ויהיו p\in\mathbb{R} ויהיו חבורה ח
                                                   G של של pרה־חבורה תת־חבורה אזי קיימת אזי קיימת חבורה חבורה חבורה pרה ותהא חבורה חבורה שפט סילו הראשון: יהי
                                                                                                                                                                                                  n_p \geq 1 יהי חבורה חבורה p \in \mathbb{P} ותהא מסקנה: יהי
                                                                                               N_G\left(H
ight)=\left\{g\in G\mid gHg^{-1}=H
ight\} אזי אוי חבורה תהא חבורה: תהא חבורה G
                                                                                                                                              H \subseteq N_G\left(H
ight) וכן N_G\left(H
ight) \subseteq G אזי איי חבורה ותהא חבורה ותהא H \subseteq G
H,K \leq G ותהיינה m,k \in \mathbb{N} ותהיינה m,k \in \mathbb{N} חבורות־m,k \in \mathbb{N} ותהיינה למה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                      H \nsubseteq N_G(K) אזי H \neq K באשר
gHg^{-1}=K עבורו g\in G אוי קיים g\in G עבורו תהיינה H,K תת־חבורה סופית חבורה סופית תהא
                                                           (n_p=1)\Longleftrightarrow (H\unlhd G) אזי G איזי של תת־חבורה־H תת־חבורה סופית חבורה חבורה G תהא תהא
y\in Y ולכל g\in G אזי אינווריאנטית/שמורה לפעולה: תהא א קבוצה ותהא חבורה חבורה תהא א קבוצה אינווריאנטית/שמורה לפעולה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                   .g.y \in Y מתקיים
עבורה \mathcal{O}\subseteq X שמורה)\Longleftrightarrow(קיימת Y אזי ותהא Y\subseteq X ותהא על X ותהא חבורה הפועלת על אזי חבורה מענה:
                                                                                                                                                                                                                                                                                               \mathcal{A}Y = \bigcup_{x \in \mathcal{O}} o(x)
                                                  טענה: יהי \alpha עונה אזי \alpha חבורה סופית ונגדיר \alpha \in G \curvearrowright \mathrm{Syl}_n(G) כך אזי \alpha \in G אזי \alpha \in G טענה: יהי \alpha \in G
למה: R וכן H\in R וכן H\in R הינה אזי אויר תהיא R\subseteq \operatorname{Syl}_n(G) באשר H\subseteq G הינה H\subseteq G למה: R וכן R הינה R
                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |R| \equiv 1 \mod p
                                                                                                                                           n_p \equiv 1 \mod p אזי סופית חבורה חבורה p \in \mathbb{P} יהי משפט סילו השלישי: יהי
                                                            n_p \mid m אזי און און אזי G \mid p \mid m יהיו g אוווי אזי און אזי און אזי אזי און אזי איז איז אזי p \in \mathbb{R} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                         n_p|\mathrm{ord}\left(G
ight) אזי חבורה חבורה G ותהא ותהא מסקנה: יהי
```

 $\sum_{a \in C} rac{1}{|G_G(a)|} = 1$ אזי אזי $\{[h] \mid h \in G\}$ משפט משוואת מחלקות הצמידות: תהא חבורה סופית ותהא $C \subseteq G$ קבוצת נציגים של

למה: יהי $\beta=(m_{1,1}\cdots m_{1,\ell_1})\circ\ldots\circ(m_{b,1}\cdots m_{b,\ell_b})$ באשר $lpha,eta\in S_n$ תהיינה $n\in\mathbb{N}_+$ למה: יהי $n\in\mathbb{N}_+$

טענה: תהא G חבורה אזי $\mathcal{Z}(G)$ אופיינית. $\mathcal{Z}(G)\cong\operatorname{Inn}(G)$ טענה: תהא G חבורה אזי $\mathcal{Z}(G)$

. פשוטה A_5

 $|[g]| = [G:C_G\left(g
ight)]$ אזי $g \in G$ מסקנה: תהא חבורה סופית ויהי

 $\alpha\beta\alpha^{-1} = (\alpha(m_{1,1}) \dots \alpha(m_{1,\ell_1})) \circ \dots \circ (\alpha(m_{b,1}) \dots \alpha(m_{b,\ell_b}))$

 $|C_G(k)|=|C_G(h)|$ אזי $k=ghg^{-1}$ באשר g,h,k ויהיו חבורה G אחי

 $\mathcal{Z}\left(G
ight)=igcup\{[g]\mid(g\in G)\wedge(|[g]|=1)\}$ טענה: תהא G חבורה סופית אזי

```
.n_p \equiv 1 \mod p .3
                                   H=\langle\pi
angle עבורו \pi\in S_p אזי קיים p־מעגל H=p באשר באשר אבורו H\leq S_p ותהא ותהא ענה: יהי
                                                              (p-1)! \equiv -1 \mod p אזי p \in \mathbb{P} מסקנה משפט ווילסון: יהי
                                . אזי pq אזי אזי q \neq 1 \mod p וכן p < q אזי אזי p \neq q אזי אזי אזי מענה: יהיו
                                                   G \cong D_p או G \cong C_{2p} אזי אזי חבורה מסדר G אותהא p \in \mathbb{P}_{>2} יהי
                           N_{G}\left(N_{G}\left(P
ight)
ight)=N_{G}\left(P
ight) אזי איזי איזי אונה: תהא P\leq G ותהא p\in\mathbb{P} ותהא חבורה סופית יהי
                     g \in A וכן g^n = ng וכן x \in A וכן ולכל e_A = 0 וכן ולכל e_A = 0 ולכל אזי חבורה (A, +) תהא
. חבורה \prod_{i\in I}G_i אזי אחבורות \{G_i\mid i\in I\} חבורה ותהיינה קבוצה תהא
                                                חבורות אזי \{G_i \mid i \in I\} חבורות ותהיינה קבוצה תהא חבורות חבורות אזי
                                                                 .\bigoplus_{i\in I} G_n = \left\{g \in \prod_{i\in I} G_i \mid |\{i \in I \mid g_i \neq e_{G_i}\}| \in \mathbb{N}\right\}
G_i\cap\left(igoplus_{j
eq i}G_i
ight)=\{e\} באשר אשר \{G_i\unlhd G\mid i\in I\} חבורת סכום ישר פנימי: חבורה G עבורה קיימת קבוצה I באשר באשר באשר
                                                                                           G = \bigoplus_{i \in I} G_n לכל i \in I לכל
                                                                   הערה: נקרא לחבורת סכום ישר חיצוני חבורת סכום ישר.
                                              \bigoplus_{i\in I}G_n\leq\prod_{i\in I}G_i טענה: תהא \{G_i\mid i\in I\} חבורות אזי קבוצה ותהיינה
                                                                               T\left( G
ight) =G אבורת פיתול: חבורה G
                                                                   T\left(G
ight)=\left\{ e
ight\} אבורה לכל G חבורה חסרת פיתול:
                                                                     טענה: תהא A חבורה אבלית אזי A/T(A) חסרת פיתול.
                                                                     G/H אאי H \lhd G טענה: תהא G חבורה נ"ס ותהא
                                          G נ"ס). מסקנה: תהיינה G,H,K חבורות באשר מסקנה: תהיינה G,H,K מסקנה:
                                                                         \bigoplus_X \mathbb{Z} אזי קבוצה אזי תהא תופשית: תהא
                                  \|X\| חבורה אבלית חופשית: תהא אזי קבוצה ותהא אוי חבורה אבלית חופשית אזי אזי אוי דרגה של חבורה אבלית חופשית:
                x\mapsto e_x כך X כל בסיס כחופשית כחופשית האבלית בחופה אזי נשכן בצורה טבעית את X בתוך בחבורה האבלית החופשית עם בסיס
arphi:igoplus_X\mathbb{Z}	o G משפט התכונה האוניברסלית: תהא f:X	o G חבורה ותהא חבורה תהא קבוצה תהא קבוצה תהא
                                                                                         x \in X לכל \varphi(x) = f(x) עבורו
\psi:F	o B משפט תכונת ההרמה: תהא \varphi:A	o B חבורה אבלית חופשית תהיינה A,B חבורה אבלית חופשית חופשית היינה
                                                          .arphi\circ\hat{\psi}=\psi עבורו \hat{\psi}:F	o A הומומורפיזם אזי קיים הומומורפיזם
                      A \cong B \oplus A/B אבלית חופשית אזי B < A באשר A/B באשר אוי A
                                               משפט: תהא A אבלית נ"ס וחסרת פיתול אזי A אבלית חופשית עם בסיס סופי.
                                                   A \cong \mathbb{Z}^k עבורו k \in \mathbb{N} מסקנה: תהא אבלית נ"ס וחסרת פיתול אזי קיים
                                                                       . סופית A חבורת פיתול אבלית נ"ס אזי A סופית
                                                                                            משפט: תהא A אבלית נ"ס אזי
                                                                                             A \cong A/T(A) \oplus T(A) \bullet
```

מסקנה משפטי סילו: יהי $p\in\mathbb{P}$ ותהא חבורה סופית אזי $p\in\mathbb{P}$ באשר H< G סילו של .1

 $A/T(A)\cong \mathbb{Z}^k$ עבורו $k\in \mathbb{N}$ קיים

 $G_p = \{x \in G \mid p| \mathrm{ord}\,(x)\}$ אזי $p \in \mathbb{P}$ חבורה ויהי

 $A_p \leq A$ אזי $p \in \mathbb{P}$ טענה: תהא A חבורה אבלית ויהי $p \in \mathbb{P}$ אזי A_p חבורת־ A_p אזי $A \in \mathbb{P}$ חבורה אבלית ויהי $A \in \bigoplus_{p \in \mathbb{P}} A_p$ אזי תהא $A \cong \bigoplus_{p \in \mathbb{P}} A_p$ אזי אבלית סופית אזי

 $A\cong\mathbb{Z}^k\oplus B$ עבורם אבלית וקיים וקיים אוי סופית חבורה אזי קיימת מסקנה: תהא אבלית נ"ס אזי קיימת חבורה אבלית ו

. סופית $T(A) \bullet$

 $.gHg^{-1}=K$ עבורו $g\in G$ אזי קיים של g סילו של g סילו H,K תת־חבורות.

```
n_p=1 אזי p\in\mathbb{P} מסקנה: תהא A אבלית סופית ויהי
                                                         A=igoplus \{P\leq A\mid \exists p\in \mathbb{P}\left(P\in \mathrm{Syl}_{n}\left(A
ight)
ight)\} מסקנה: תהא A אבלית סופית אזי
עבורם a_1\dots a_{n+1}\in\mathbb{N} יהי x_1\dots x_{n+1}\in A ויהיו p^n ויהיו מסדר אבלית מחבר a_1\dots a_{n+1}\in\mathbb{N} יהי n\in\mathbb{N} יהי
                                                                                .a_i\not\equiv 0\mod pעבורו i\in [n+1] וכן קיים היים \sum_{i=1}^{n+1}a_ix_i=0
                            \pi_{{}^{\!}\!\!{}^{\!}\!\!\!\!/}}=\mathrm{Id}_H עבורו עבורו \pi:G	o H אזי הומומורפיזם אזי חבורות באשר חבורות באשר אזי חבורות באשר
                                                                                                     טענה: תהא G אבלית ותהא אבלית התב"ש
```

- A+B=G וכן $B\cap A=\{e\}$ עבורה $B\leq G$ קיימת B
- a=a+b עבורם $b\in B$ וקיים ויחיד $a\in A$ קיים ויחיד $g\in G$ עבורה לכל
- . העתקת המנה u:G o G/A באשר $u\circ \varphi=\mathrm{Id}_{G/A}$ עבורו $\varphi:G/A o G$ העתקת המנה.
 - $\pi:G o A$ קיימת נשג $\sigma:G o A$

 $(A\cong \mathbb{Z}^k/G$ עבורם $G<\mathbb{Z}^k$ וקיימת $k\in \mathbb{N}$ טענה: תהא A אבלית אזי A אבלית אזי A

.ord $(g) \in \{1,p\}$ מתקיים $g \in G$ אזי חבורה איזי חבורה $p \in \mathbb{P}$ אזי יהי חבורה לכל

משפט המבנה לחבורות־p אזי קיים ויחיד $k\in\mathbb{N}$ וקיימים $k\in\mathbb{N}$ אזי קיים ויחיד אבליות סופיות: יהי $n\in\mathbb{N}$ וקיימים $A\cong igoplus_{i=1}^k C_{p^{n_i}}$ עבורם $\sum_{i=1}^k n_i=n$ וכן $i\in [k-1]$ לכל $n_{i+1}\leq n_i$ באשר אשר $n_1\ldots n_k\in \mathbb{N}_+$ ויחידים

באשר $m_1 \dots m_k \in \mathbb{N}_+$ באשר ויחיד אבליות משפט המיון לחבורות אבליות סופיות: תהא א אבלית סופית אזי קיים ויחיד ויחיד אבליות סופיות: $A\cong igoplus_{i=1}^k C_{m_i}$ עבורם $i\in [k-1]$ לכל $m_i|m_{i+1}$

וקיימים $i\in [k-1]$ לכל $p_i\leq p_{i+1}$ באשר באשר אבלית סופית אזי קיים ויחיד א קיימים ויחידים א קיימים ויחידים אבלית סופית אזי קיים ויחיד $A\congigoplus_{i=1}^k C_{p_i^{t_i}}$ עבורם $t_1\dots t_k\in\mathbb{N}$ ויחידים

 $A \cong B$ אזי $A \oplus C \cong B \oplus C$ מסקנה: תהיינה A, B, C אזי אבליות סופיות באשר

 $A \cong B$ אזי $A \oplus A \cong B \oplus B$ מסקנה: תהיינה A, B אזי אזי

. ציקלית אזי A טופית אזי $A \leq \mathbb{F}^{\times}$ שדה ותהא שדה יהי \mathbb{F}

. מסקנה: יהי $p\in\mathbb{P}$ אזי ציקלית מסקנה:

 $C \cong A/B$ עבורה C < A אזי קיימת אזי סופית ותהא B < A אבלית סופית אבלית

 $\chi:A o\mathbb{S}^1$ קרקטר: תהא A אבלית אזי הומומורפיזם

 $\hat{A} = \left\{ \chi : A \to \mathbb{S}^1 \;\middle|\; \mathsf{קרקטר} \;\chi \right\}$ אזי אבלית חבורה A תהא תהא הדואלית: תהא

 $C_n\cong\widehat{C_n}$ אזי $n\in\mathbb{N}$ טענה: יהי

 $\widehat{A imes B} = \hat{A} imes \hat{B}$ טענה: תהיינה A,B אבליות סופיות אזי

 $A\cong \hat{A}$ מסקנה: תהא A אלבית סופית אזי

 $U(\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z})=\{a\in\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}\mid\exists b\in\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}\;(a\cdot b=1)\}$ אזי $p\in\mathbb{P}\setminus\{2\}$ יהי $p\in\mathbb{P}\setminus\{2\}$ יהי

. טענה: יהי $U\left(\mathbb{Z}/p^n\mathbb{Z}
ight)$ אזי $n\in\mathbb{N}$ ויהי $p\in\mathbb{P}ackslash\left\{2
ight\}$ ציקלית.

 $T \cong \bigoplus_{p \in \mathbb{P}} T_p$ משפט גאוס: תהא T חבורת פיתול אזי

 $\mathbb{Z}\left(p^{\infty}
ight)=\left\{rac{k}{p^{n}}\;\middle|\;(n\in\mathbb{N})\wedge(k\in\{0,\ldots,p^{n}-1\})
ight\}$ ההי $p\in\mathbb{P}$ אזי $p\in\mathbb{N}$ אזי $p\in\mathbb{N}$ הבורת פרופר: יהי $p\in\mathbb{N}$ נגדיר $p\in\mathbb{N}$ נגדיר $p\in\mathbb{N}$ אזי $p\in\mathbb{N}$ אזי $p\in\mathbb{N}$ אזי $p\in\mathbb{N}$ אזי $p\in\mathbb{N}$

. טענה: יהי $p\in\mathbb{P}$ אזי $p\in\mathbb{P}$ חבורה

 $\mathbb{Z}(p^\infty)\cong\left\{2^{\pi i\cdot rac{k}{p^n}}\;\Big|\;(n\in\mathbb{N})\wedge(k\in\{0,\dots,p^n-1\})
ight\}$ אזי $p\in\mathbb{P}$ אזי $p\in\mathbb{P}$ $\mathbb{Q}/\mathbb{Z} \overset{\sim}{=} \bigoplus_{p \in \mathbb{P}} \mathbb{Z}\left(p^{\infty}\right)$ טענה:

 $a\cdot b=a$ איבר מתחלק במספר: תהא $b\in G$ חבורה אבלית ויהי $a\in S$ אזי חבורה אבלית חבורה אבלית חבורה אבלית ויהי a מתקיים כי a מתחלק ב־ת. $a \in G$ מתחלק ב־ת חבורה אבלית $a \in G$ מתחלק ב־ת

מסקנה: \mathbb{Q}/\mathbb{Z} חליקה.

חליקה. (φ) אזי (φ) חבורות אבליות באשר (φ) חליקה ויהי (φ) חבורות אבליות באשר חליקה ויהי

 A_i טענה: תהא I קבוצה ותהא A_i חבורה אבלית לכל $i \in I$ אזי $i \in I$ אזי ($i \in I$ חליקה לכל

מסקנה: יהי $p \in \mathbb{P}$ אזי תליקה.

חבורה מצומצמת: חבורה לכל עבורה לכל עבורה עבורה אינה חבורה לכל $H \leq G$

טענה: תהא A אבלית תהא $B \leq A$ אבלית ויהי f:A o B הומומורפיזם נשג אזי קיימת $C \cap B = \{0\}$ באשר $C \cap B = \{0\}$ $A = C \oplus B$

```
A=D\oplus R וכן D\cap R=\{0\} מצומצמת באשר חליקה וקיימת D< A חליקה חליקה וקיימת מצומצמת באשר
                                                                                          טענה: תהא D אבלית חליקה אזי T\left(D\right) חליקה.
מסקנה: תהא A אבלית אזי קיימת A \leq D מצומצמת קיימת A \leq D חליקה וקיימת A \leq D חסרת פיתול באשר D \cap R = \{0\}
                                                A=T\left(D\right)\oplus F\oplus R וכן D=T\left(D\right)\oplus F וכן T\left(D\right)\cap F=\left\{ 0\right\} וכן A=D\oplus R
                                           F\cong \bigoplus_I \mathbb{Q} עבורה עבורה אבלית חליקה חסרת פיתול אזי קיימת קבוצה I עבורה אבלית
                             T\cong\bigoplus_I\mathbb{Z}(p^\infty) חבורה קבוצה קבוצה וקיים p\in\mathbb{P} היים אבלית חליקה פיתול חבורת חבורת משפט: תהא
                                                          \mathbb{P}\left(xy=yx
ight)\leq rac{5}{8} משפט ארדש־טוראן: תהא חבורה סופית לא אבלית אזי
                                                                     \mathbb{P}\left(xy=yx
ight)=rac{5}{8} עבורה עבורה סופית לא אבלית סופית לא סענה: קיימת
                                                                     [g,h]=g^{-1}h^{-1}gh אזי g,h\in G חבורה חבורה G חבורה מוטטור: תהא
                                                              .([g,h]=e)\Longleftrightarrow (gh=hg) אזי g,h\in G חבורה ויהיו
                                                                     [I+e_{i,j},I+e_{j,k}]=e_{i,k} אזי i,j,k\in[n] ויהיו n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                               I[I+e_{i,j},I+e_{j,\ell}]=I שונים אזי i,j,k,\ell\in[n] ויהיו n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                 Av=v עבורו v\in\mathbb{S}^2_+ אזי קיים ויחיד אזי קיים תהא אויילר: תהא אויילר: תהא
                     g\cdot\operatorname{Fix}(h)=\operatorname{Fix}(h) אזי(g,h]=e באשר g,h\in G ויהיו X חבורה הפועלת על חבורה G אזי
                                                                               [G,G] = \{[g,h] \mid g,h \in G\} הגדרה: תהא G חבורה אזי
                                                                                       G' = \langle [G,G] \rangle חבורה אזי (תהא תהא תבורת הנגזרת:
                                         .\langle X 
angle char G אזי \varphi \in \mathrm{Aut}\,(G) לכל לכל \varphi(X) = X עבורה X \subseteq G אזי חבורה תהא
                                                                                                       G' char G אזי חבורה G תהא
                                                                                    G^{ab}=G/G' אבליזציה של חבורה: תהא G חבורה אזי
                                                                                                G=G' עבורה מושלמת: חבורה מושלמת:
                                                                                 . מושלמת G חבורה פשוטה לא אבלית אזי G חבורה פשוטה לא
                                                                                                    מסקנה: יהיn\in\mathbb{N}_{>5} מושלמת.
                                                                                                . מושלמת SL_{n}\left(\mathbb{R}
ight) אזי n\in\mathbb{N}_{\geq2} יהי יהי
                                                       x=[\pi,\sigma] עבורן \pi,\sigma\in S_n אזי קיימות x\in A_n ויהי ויהי n\in\mathbb{N}_{\geq 5}
                                                                                                         למה אבליזציה: תהא G חבורה אזי
                                                                                                                           .אבלית G^{ab}
                                         .(G' \leq \ker(\varphi))\Longleftrightarrow(אבלית) מתקיים \varphi: G \to H ולכל אפימורפיזם שלכל פלכל חבורה G' \in \ker(\varphi)
                                                                                 (G' < N) \Longleftrightarrowאבלית) אבלית מתקיים N \lhd G לכל •
                              מסקנה: תהא G חבורה מושלמת תהא G חבורה אבלית ויהי G חבורה מושלמת תהא G מסקנה: תהא מסקנה: תהא משקנה: תהא G
                                                                                                        .S_n'=A_n אזי n\in\mathbb{N}_+ מסקנה: יהי
                                                                                                    S_n^{ab}\cong \{\pm 1\} אזי n\in \mathbb{N}_+ מסקנה: יהי
                                                                                        \left(\mathrm{GL}_{n}\left(\mathbb{R}
ight)
ight)'=\mathrm{SL}_{n}\left(\mathbb{R}
ight) אזי n\in\mathbb{N}_{\geq2} יהי הי
                                                                                           \left( \mathsf{GL}_{n}\left( \mathbb{R}
ight) 
ight) ^{ab}=\mathbb{R}^{	imes} אזי n\in\mathbb{N}_{\geq2} יהי
                                                     a \in \mathbb{N} לכל G^{(n+1)} = \left(G^{(n)}
ight)' וכן וכן G^{(0)} = G לכל חבורה אזי תהא
                                                       . פתירה G אזי אזי G^{(n)}=\{e\}המקיים המקיים קיים קבורה עבורה עבורה מסקנה: תהא מסקנה:
                                                           (G^{(n)}=\{e\} עבורו n\in\mathbb{N} משפט: תהא G חבורה אזי (G פתירה)
                                                                                                       .טענה: יהי D_n אזי n\in\mathbb{N}_{\geq 2} פתירה
                                                                                           G^{(2)} = \{e\} חבורה מטאבלית: חבורה מטאבלית:
                                             .(קיימת G/N אבלית עבורה M \triangleleft G אבלית) מטאבלית) מטאבלית אזי (G מטאבלית) אבלית חבורה אזי (
                                            M 
ot \leq N מתקיים N \leq G עבורה לכל M \subseteq G מתקיים חבורה אזי חבורה מקסימלית: תהא
```

 $\Phi\left(G\right)=\bigcap_{\substack{M\leq G\\\text{ מקסימלית}}}M\leq M$ אזי חבורה חברה G תהא פרטיני: תהא תרחבורת פרטיני

 $\Phi\left(G
ight)=\left\{g\in G\mid \mathsf{G}$ טענה: תהא G חבורה אזי לא־יוצר חבורה מיי

 $\Phi\left(G
ight)$ char G חבורה אזי G חבורה G

 $\langle X
angle = G$ מתקיים איבר לא־יוצר: תהא חבורה אזי $g \in G$ עבורו לכל עבורו לכל אינבר אייוצר: תהא

 $A=D\oplus K$ מסקנה: תהא A אבלית ותהא $D\leq A$ חליקה אזי קיימת $K\leq A$ באשר $C\leq A$ וכן

. אבלית אזי G אבלית אזי $G/\mathcal{Z}(G)$ אבלית חבורה G אבלית

הרחבה של חבורה אבלית עבורה אבלית: תהא חבורה אבלית ותהא חבורה אבלית עבורה אבלית: תהא אבלית: תהא אבלית: תהא אבלית ותהא אבלית ותהא אבלית אבלית: $\ker\left(\varphi\right)\cong L$ המקיים $\varphi:G\to K$

 $Q\cong G/N$ וכן $N\unlhd G$ עבורה אזי חבורה אזי חבורה חבורה ערהא וכן N וכן N וכן N וכן N משפט: תהא חבורה חבורה סופית אזי

- . מתקיים כי $H \leq G$ סופית. $H \leq G$
- . מתקיים כי G/N סופית $N \unlhd G$ סופית •
- . סופית אים כי H סופית מתקיים כי H סופית •

משפט: תהא G חבורת פיתול אזי

- . מתקיים כי $H \leq G$ מתקיים לכל
- . מתקיים כי G/N פיתול $N ext{ } ext{ }$
- . פיתול אים מתקיים כי H פיתול פיתול לכל הרחבה H

משפט: תהא G חבורה פתירה אזי

- . מתקיים כי $H \leq G$ פתירה $H \leq G$
- . מתקיים כי G/N פתירה $N \unlhd G$ פתירה
- . פתירם H פתירם מתקיים כי H פתירה לכל •