כדור פתוח: יהי $a\in\mathbb{R}^n$ ויהי $r\in\mathbb{R}$ אזי $B_r(a)=\{x\in\mathbb{R}\mid\|x-a\|<r\}$.

כדור סגור: יהי $a\in\mathbb{R}^n$ ויהי $r\in\mathbb{R}$ אזי $\overline{B}_r(a)=\{x\in\mathbb{R}\mid\|x-a\|\le r\}$.

ספירה: יהי $a\in\mathbb{R}^n$ ויהי $r\in\mathbb{R}$ אזי $S_r(a)=\{x\in\mathbb{R}\mid\|x-a\|=r\}$.

תיבה פתוחה: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^n$ אזי $\Pi_{a,b}=\{x\in\mathbb{R}^n\mid\forall j\in[n].a_j<x_j<b_j\}$.

תיבה סגורה: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^n$ אזי $\overline{\Pi}_{a,b}=\{x\in\mathbb{R}^n\mid\forall j\in[n].a_j\le x_j\le b_j\}$.

נקודה פנימית: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ ותהא $x\in M$ המקיימת $\exists r>0.B_r(x)\subseteq M$ אזי x נקודה פנימית.

פנים של קבוצה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי $\overset{\circ}{M}=\{x\in M\mid M \text{ נקודה פנימית של } x\}$.

קבוצה פתוחה: קבוצה $M\subseteq\mathbb{R}^n$ עבורה $M=\overset{\circ}{M}$.

נקודה חיצונית: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ ותהא $x\in\mathbb{R}^n$ המקיימת $\exists r>0.B_r(x)\subseteq\mathbb{R}^n\backslash M$ אזי x נקודה חיצונית.

נקודה מבודדת: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ ותהא $x\in M$ המקיימת $\exists r>0.B_r(x)\cap M=\{x\}$ אזי x נקודה מבודדת.

נקודת שפה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ ותהא $x\in\mathbb{R}^n$ לא נקודה פנימית ולא נקודה חיצונית אזי x נקודת שפה.

שפה של קבוצה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי $\partial M=\{x\in M\mid M \text{ נקודת שפה של } x\}$.

קבוצה סגורה: קבוצה $M\subseteq\mathbb{R}^n$ עבורה $\partial M\subseteq M$.

סגור של קבוצה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי $\overline{M}=\overset{\circ}{M}\cup\partial M$.

טענה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי (x נקודה חיצונית של M)$\iff$(x נקודה פנימית של $\mathbb{R}^n\backslash M$).

מסקנה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי (M פתוחה)$\iff$($M^{\mathcal{C}}$ סגורה).

קבוצה חסומה: קבוצה $M\subseteq\mathbb{R}^n$ המקיימת $\exists r>0.M\subseteq B_r(0)$.

קבוצה קומפקטית: קבוצה $K\subseteq\mathbb{R}^n$ סגורה וחסומה.

טענה היינה בורל: תהא $K\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי (K קומפקטית)$\iff$(לכל $\{I_n\}_{n\in\Lambda}$ קבוצות פתוחות עבורן $A\subseteq\bigcup_{n\in\Lambda}I_n$ מתקיים $\exists\mathcal{B}\in\mathcal{P}_{<\aleph_0}(\Lambda).A\subseteq\bigcup_{n\in\mathcal{B}}I_n$).

סימון: תהא $a\in(\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי $a^{(k)}=a(k)$.

גבול: תהא $a\in(\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ ותהא $L\in\mathbb{R}^n$ עבורן $\lim_{k\to\infty}\left\|a^{(k)}-L\right\|=0$ אזי $\lim_{k\to\infty}a^{(k)}=L$.

הערה: נשתמש באותם סימני גבול כמו במשתנה יחיד, כלומר $\lim_{x\to a}$ וכן $\xrightarrow[x\to a]{}$.

משפט: תהא $a\in(\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ ויהי $b\in\mathbb{R}^n$ אזי $\left(a^{(k)}\xrightarrow[k\to\infty]{}b\right)\iff\left(\forall j\in[n].a_j^{(k)}\xrightarrow[k\to\infty]{}b_j\right)$.

מסקנה: כל מניפולציות הגבול של סדרה מחדו"א1 מתקיימות.

משפט קושי: תהא $a\in(\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי (a מתכנסת)$\iff\left(\forall\varepsilon>0.\exists k\in\mathbb{N}.\forall m,p>k.\left\|a^{(m)}-a^{(p)}\right\|<\varepsilon\right)$.

מסקנה: תהא $a\in(\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי (a מתכנסת)$\iff\left(\forall j\in[n].\forall\varepsilon>0.\exists k\in\mathbb{N}.\forall m,p>k.\left\|a_j^{(m)}-a_j^{(p)}\right\|<\varepsilon\right)$.

משפט בולצאנו ויירשטראס: לכל סדרה חסומה קיימת תת־סדרה מתכנסת.

משפט: תהא $K\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי (K קומפקטית)$\iff$(לכל $a\in K^{\mathbb{N}}$ קיימת תת־סדרה $a^{(k_i)}$ המקיימת $\lim_{k\to\infty}a^{(k_i)}\in K$).

הערה: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ נחשוב על f כוקטור של פונקציות $f=\langle f_1,\ldots,f_m\rangle$ כאשר $f_i:A\to\mathbb{R}$.

גבול: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ תהא $a\in\mathbb{R}^n$ ותהא $L\in\mathbb{R}^m$ אזי

- היינה: אם $\forall x\in A^{\mathbb{N}}.\left(x^{(k)}\to a\right)\Longrightarrow\left(f\left(x^{(k)}\right)\to L\right)$ אזי $\lim_{x\to a}f(x)=L$.
- קושי: אם $\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall x\in A\backslash\{a\}.\|x-a\|<\delta\Longrightarrow\|f(x)-L\|<\varepsilon$ אזי $\lim_{x\to a}f(x)=L$.

מסקנה: כל מניפולציות הגבול של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.

רציפות בנקודה: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ אזי $a\in A$ עבורה $f(a)=\lim_{x\to a}f(x)$.

סימון: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ ותהא $B\subseteq A$ אזי (f רציפה נקודתית עבור כל $b\in B$)$\iff(f\in C(B))$.

משפט: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ ותהא $B\subseteq A$ אזי $(f\in C(b))\iff(f_1,\ldots,f_m\in C(b))$.

מסקנה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.

פונקציה הומאומורפית: תהיינה $A\subseteq\mathbb{R}^n$ וכן $B\subseteq\mathbb{R}^m$ אזי $f:A\to B$ הפיכה עבורה f,f^{-1} רציפות.

עקומה פרמטרית: יהי $I\subseteq\mathbb{R}$ קטע אזי $\gamma:I\to\mathbb{R}^m$.

מסילה: עקומה פרמטרית רציפה.

מסילה של קו ישר: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^m$ נגדיר $\gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^m$ כך $\gamma(t)=(1-t)a+tb$.

טענה: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^m$ ותהא $\gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^m$ מסילה של קו ישר בין a ל־b אזי γ מסילה.

סימון: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^m$ ותהא $\gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^m$ מסילה של קו ישר בין a ל־b אזי $[a,b]=\mathrm{Im}(\gamma)$.

קבוצה קמורה: קבוצה $M\subseteq\mathbb{R}^n$ המקיימת $\forall a,b\in M.[a,b]\subseteq M$.

טענה: יהי $a\in\mathbb{R}^n$ ויהי $r\in\mathbb{R}$ אזי $B_r(a),\overline{B}_r(a)$ קבוצות קמורות.

קבוצה קשירה: $M\subseteq\mathbb{R}^n$ עבורה לכל $x,y\in M$ קיימת מסילה $\gamma:[0,1]\to M$ המקיימת $\gamma(0)=x$ וכן $\gamma(1)=y$.

תחום: קבוצה פתוחה וקשירה מסילתית.

טענה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ פתוחה אזי קיימת $\mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}_{\leq\aleph_0}(\mathbb{R}^n)$ קבוצה של תחומים זרים עבורה $\biguplus\mathcal{A}=M$.

תכונת דרבו: $f:A\to\mathbb{R}$ המקיימת לכל $a,b\in A$ עבורן $f(a)<f(b)$ מתקיים $[f(a),f(b)]\subseteq f([a,b])$.

טענה: תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ קשירה ותהא $f\in C(\mathcal{U},\mathbb{R})$ אזי f מקיימת את תכונת דרבו.

משפט ווירשטראס: תהא $\mathcal{K}\subseteq\mathbb{R}^n$ קומפקטית ותהא $f\in C(\mathcal{K},\mathbb{R})$ אזי קיימים $x,y\in\mathcal{K}$ עבורם $f(\mathcal{K})=[f(x),f(y)]$.

רציפה במידה שווה (במ"ש): תהא $\mathcal{M}\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי $f:\mathcal{M}\to\mathbb{R}^n$ המקיימת $\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\forall x,y\in\mathcal{M}.\|x-y\|<\delta\Longrightarrow\|f(x)-f(y)\|<\varepsilon$.

טענה: תהא $\mathcal{K}\subseteq\mathbb{R}^n$ קומפקטית ותהא $f\in C(\mathcal{K},\mathbb{R}^m)$ אזי f רציפה במ"ש.

נורמה: יהי L מרחב וקטורי נוצר סופית מעל $\mathbb{R}$ אזי $\upsilon:L\to\mathbb{R}$ עבורה לכל $a\in L$ ולכל $\lambda\in\mathbb{R}$ מתקיים

- $(\upsilon(a)\geq0)\wedge((\upsilon(a)=0)\iff(a=0))$.
- הומוגניות: $\upsilon(\lambda a)=|\lambda|\cdot\upsilon(a)$.
- אי שיוויון המשולש (אש"מ): $\upsilon(a+b)\leq\upsilon(a)+\upsilon(b)$.

טענה: תהא $\upsilon:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ נורמה אזי קיים $c>0$ עבורו $\forall x\in\mathbb{R}^n.\upsilon(x)\leq c\|x\|$.

טענה: תהא $\upsilon:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ נורמה אזי $\upsilon\in C(\mathbb{R}^n)$.

טענה: תהא $\upsilon:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ נורמה אזי קיים $c>0$ עבורו $\forall x\in\mathbb{R}^n.c\|x\|\leq\upsilon(x)$.

נורמות שקולות: $\upsilon,\eta:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ נורמות עבורן קיימים $a,b>0$ המקיימים $a\cdot\eta\leq\upsilon\leq b\cdot\eta$.

טענה: שקילות נורמות הינו יחס שקילות.

מסקנה: תהא $\upsilon:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ נורמה אזי $\upsilon,\|\cdot\|$ שקולות.

מסקנה: תהיינה $\upsilon,\rho:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ נורמות ותהא $x\in(\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי $\left(\upsilon\left(x^{(k)}\right)\to0\right)\iff\left(\rho\left(x^{(k)}\right)\to0\right)$.

נורמה ℓ_p: עבור $p\in\mathbb{N}_+$ נגדיר נורמה $\|\cdot\|_p:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ כך $\|v\|_p=\left(\sum_{i=1}^n|v_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}$.

נורמה ℓ_∞: נגדיר נורמה $\|\cdot\|_\infty:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}$ כך $\|v\|_\infty=\max_{1\leq i\leq n}|v_i|$.

דיפרנציאל של עקומה: תהא $\gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^m$ ויהי $a\in(0,1)$ אזי $\gamma'(a)=\lim_{h\to0}\frac{\gamma(a+h)-\gamma(a)}{h}$.

מסקנה: תהא $\gamma:[0,1]\to\mathbb{R}^m$ ויהי $a\in(0,1)$ אזי $\gamma'(a)=\begin{pmatrix}\gamma_1'(a)\\ \vdots\\ \gamma_m'(a)\end{pmatrix}$.

פונקציה דיפרנציאבילית: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ עבורה קיימת $L\in\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n,\mathbb{R})$ המקיימת $f(x)=f(a)+L(x-a)+o(\|x-a\|)$.

סימון: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ דיפרנציאבילית על $a\in\mathcal{U}$ אזי $f\in\mathcal{D}(a)$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $f\in\mathcal{D}(a)\Longrightarrow f\in C(a)$.

גרדיאנט: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום יהי $a\in\mathcal{U}$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ דיפרנציאבילית אזי $\mathrm{grad}f(a)=[L]_{\mathrm{st}}$.

סימון: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום יהי $a\in\mathcal{U}$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ דיפרנציאבילית אזי $\nabla f(a)=\mathrm{grad}f(a)$.

נגזרת חלקית: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)=\lim_{h\to0}\frac{f(a+hx_i)-f(a)}{h}$.

משפט: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ המקיימת $f\in\mathcal{D}(a)$ אזי $\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)=(\nabla f(a))_i$.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ המקיימת $f\in\mathcal{D}(a)$ אזי $\nabla f(a)=\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}(a),\ldots,\frac{\partial f}{\partial x_n}(a)\right)$.

הערה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $(\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)$ קיימת לכל $i)\not\Longrightarrow(f\in\mathcal{D}(a))$.

פונקציה דיפרנציאבילית: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ עבורה קיימת $L\in\mathrm{Hom}(\mathbb{R}^n,\mathbb{R}^m)$ המקיימת $f(x)=f(a)+L(x-a)+o(\|x-a\|)$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $(f\in\mathcal{D}(a))\iff(\forall i\in\{1\ldots m\}.f_i\in\mathcal{D}(a))$.

דיפרנציאל: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ המקיימת $f\in\mathcal{D}(a)$ אזי $\mathcal{D}_f(a)=\begin{pmatrix}-\nabla f_1(a)-\\ \vdots\\ -\nabla f_m(a)-\end{pmatrix}$.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ המקיימת $f\in\mathcal{D}(a)$ אזי $(\mathcal{D}_f(a))_{i,j}=\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(a)$.

משפט: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום תהיינה $f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ יהי $a\in\mathcal{U}$ ויהי $c\in\mathbb{R}^m$ אזי

- אם $f\in\mathcal{D}(a)$ אזי $f\in C(a)$.
- אם $f,g\in\mathcal{D}(a)$ אזי $cf,f+g\in\mathcal{D}(a)$.
- $(\forall x\in\mathcal{U}.f(x)=c)\Longrightarrow(\forall x\in\mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x)=0)$.
- תהא $A\in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ אזי $(\forall x\in\mathcal{U}.f(x)=Ax+c)\Longrightarrow(\forall x\in\mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x)=A)$.

פונקציה גזירה ברציפות: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום אזי $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ המקיימת $f\in\mathcal{D}(\mathcal{U})$ וכן $\mathcal{D}_f\in C(\mathcal{U})$.

סימון: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ גזירה ברציפות אזי $f\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}^m)$.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ותהא $f\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}^m)$ אזי $\forall i\in[m].\forall j\in[n].\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\in C(\mathcal{U})$.

משפט: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ עבורה $\forall i\in[m].\forall j\in[n].\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\in C(\mathcal{U})$ אזי $f\in\mathcal{D}(\mathcal{U})$.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ אזי $\left(f\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}^m)\right)\iff\left(\forall i\in[m].\forall j\in[n].\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\in C(\mathcal{U})\right)$.

נגזרת כיוונית: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ יהי $v\in\mathbb{S}^{n-1}$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $\frac{\partial f}{\partial v}(a)=\lim_{h\to0}\frac{f(a+hv)-f(a)}{h}$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום יהי $v\in\mathbb{S}^{n-1}$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ המקיימת $f\in\mathcal{D}(a)$ אזי $\frac{\partial f}{\partial v}(a)=\nabla f(a)\cdot v$.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום יהי $v\in\mathbb{S}^{n-1}$ ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ המקיימת $f\in\mathcal{D}(a)$ אזי $\frac{\partial f}{\partial v}(a)=\mathcal{D}_f(a)\cdot v$.

טענה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום אזי ($\mathcal{U}$ קשירה מסילתית)$\Longleftrightarrow$($\mathcal{U}$ קשירה פוליגונלית).

משפט: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ ויהי $c\in\mathbb{R}^m$ אזי $(\forall x\in\mathcal{U}.f(x)=c)\Longleftarrow(\forall x\in\mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x)=0)$.

מסקנה: יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ תחום ותהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ ויהי $c\in\mathbb{R}^m$ אזי $(\forall x\in\mathcal{U}.f(x)=c)\Longleftrightarrow(\forall x\in\mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x)=0)$.

טענה: תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ תהא $A\in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ ויהי $c\in\mathbb{R}^m$ אזי $(\forall x\in\mathcal{U}.f(x)=Ax+c)\Longrightarrow(\forall x\in\mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x)=A)$.

מסקנה: תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ תהא $A\in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ ויהי $c\in\mathbb{R}^m$ אזי $(\forall x\in\mathcal{U}.f(x)=Ax+c)\Longleftrightarrow(\forall x\in\mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x)=A)$.

סימון: תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ ויהי $i\in\{1\ldots n\}$ באשר $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ גזירה אזי $\frac{\partial\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)}{\partial x_i}=\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}$.

נגזרת מעורבת: תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ ויהיו $i,j\in\{1\ldots n\}$ באשר $\frac{\partial f}{\partial x_j}$ גזירה אזי $\frac{\partial\left(\frac{\partial f}{\partial x_j}\right)}{\partial x_i}=\frac{\partial^2 f}{\partial x_i\partial x_j}$.

הערה: הסימון מלעיל מוכלל לנגזרת מסדר k בצורה $\frac{\partial^k f}{\partial x_{i_1}\ldots\partial x_{i_k}}$.

משפט: תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ יהיו $i,j\in\{1\ldots n\}$ עבורן $\frac{\partial f}{\partial x_i},\frac{\partial f}{\partial x_j}\in C^1(\mathcal{U})$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i\partial x_j}(a)=\frac{\partial^2 f}{\partial x_j\partial x_i}(a)$.

סימון: יהי $K\in\mathbb{N}^n$ אזי $|K|=\sum_{i=1}^n K_i$ וכן $\partial x^K=\partial x_1^{K_1}\ldots\partial x_n^{K_n}$.

מסקנה: יהי $K\in\mathbb{N}^n$ תהא $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}$ עבורה $\mathcal{D}_f\in C^k(\mathcal{U})$ ויהי $a\in\mathcal{U}$ אזי כל פרמוטציה של הנגזרות החלקיות הוא $\frac{\partial^{|K|}}{\partial x^K}(a)$.