```
(f=g)\Longleftrightarrow (\forall i.a_i=b_i) אזי פולינומים f(x)=\sum a_ix^i,g(x)=\sum b_ix^i אייוויון פולינומים: יהיו
           .(f+g)\left(x
ight)=\sum\left(a_{i}+b_{i}
ight)x^{i} אזי אוי f\left(x
ight)=\sum a_{i}x^{i},g\left(x
ight)=\sum b_{i}x^{i} איבור פולינומים: יהיו
c(fg)\left(x
ight)=\sum_{k}\left(\sum_{m=0}^{k}a_{m}b_{k-m}
ight)x^{k} פולינומים אזי f\left(x
ight)=\sum a_{i}x^{i},g\left(x
ight)=\sum b_{i}x^{i} כפל פולינומים: יהיו
                                                                   \mathbb{F}[x] = \left\{\sum_{i=0}^n a_i x^i \mid a_0, \dots, a_n \in \mathbb{F}
ight\} הגדרה: יהי \mathbb{F} שדה אזי
                                                                                                            \mathbb{F}[x] משפט: (\mathbb{F}[x] חוג)(\mathbb{F}[x]) משפט:
                                                             .\exists h\in\mathbb{F}\left[x
ight].gh=f עבורו g\in\mathbb{F}\left[x
ight]\setminus\{0\} אזי f\in\mathbb{F}\left[x
ight]
                                 g\in\mathbb{F}[x] מחלק אזי g\in\mathbb{F}[x] ויהי f\in\mathbb{F}[x] ויהי f\in\mathbb{F}[x] מחלק אזי g\in\mathbb{F}[x] איזי f\in\mathbb{F}[x] מחלק אזי f\in\mathbb{F}[x] . \deg\left(\sum_{i=0}^n a_ix^i\right)=\begin{cases} -\infty & f=0\\ \max\left\{k\mid a_k\neq 0\right\} & else \end{cases}
    (\deg(fg) = \deg(f) + \deg(g)) \wedge (\deg(f+g) \leq \max\{\deg(f), \deg(g)\}) אזי f,g \in \mathbb{F}[x] למה: יהיו
                                                            (g\mid f)\Longrightarrow (\deg (g)\leq \deg (f)) אזי f,g\in \mathbb{F}\left[x
ight]\setminus \{0\} מסקנה: יהיו
                                                                 .\left(rac{1}{f}\in\mathbb{F}\left[x
ight]
ight)\Longleftrightarrow\left(f\in\mathbb{F}\backslash\left\{0
ight\}
ight) אזי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] מסקנה: יהי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] אזי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] תחום שלמות: חוג קומוטטיבי A המקיים A המקיים.
                                                                                                      משפט: יהי \mathbb{F} שדה אזי \mathbb{F}[x] תחום שלמות.
\exists !q,r\in\mathbb{F}\left[x
ight].\left(f=gq+r
ight)\wedge\left(\deg\left(r
ight)\leq\deg\left(r
ight)
ight) אזי \deg\left(g
ight)\leq\deg\left(f
ight) עבורם f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight] משפט: יהיו
                                      (f=gq+r) \wedge (\deg(r) \leq \deg(r)) עבורו r \in \mathbb{F}[x] אזי f,g \in \mathbb{F}[x] שארית: יהיו
                               (f=gq+r) \wedge (\deg{(r)} \leq \deg{(r)}) עבורו q \in \mathbb{F}[x] אזי f,g \in \mathbb{F}[x] מנה חלקית: יהיו
                                                                            . אזי במקום מנה חלקית נאמר מנה שלמה אזי במקום מנה r=0
              . \forall a \in I. \ (\forall b \in I.a+b \in I) \land (\forall c \in R.ca \in I) אידיאל: יהי A חוג קומוטטיבי איז A \subseteq I המקיים המקיים
                                     \langle f_1 \dots f_n \rangle = \{\sum_{i=1}^n f_i g_i \mid g_1 \dots g_n \in R\} איי f_1 \dots f_n \in R האידיאל הנוצר: יהיו
                                                        . אידיאל \langle f_1 \dots f_n \rangle אזי אזי f_1 \dots f_n \in R טענה: יהי חוג קומוטטיבי ויהיו
                           \langle f_1 \dots f_n 
angle \subseteq R אזי אזי f_1, \dots, f_n \in I אידיאל המקיים ויהי ויהי ויהי f_1 \dots f_n \in R למה: יהיו
                                                                                \exists f \in R. I = \langle f 
angleהמקיים וI \subseteq R אידיאל ראשי: אידיאל
                                                                                      R עבורו כל אידיאל ראשי. תחום שלמות R
                                                                                                      . משפט: יהי I\subseteq \mathbb{F}\left[x
ight] אידיאל אזי ו
                                                    .\forall i.g \mid f_i המקיים g \in \mathbb{F}\left[x
ight] \setminus \{0\} אזי f_1 \dots f_n \in \mathbb{F}\left[x
ight] המיים מחלק משותף: יהיו
                                                 \max_{\deg}\left\{g\mid orall i.\left(g\mid f_i
ight)
ight\} אזי f_1\ldots f_n\in\mathbb{F}\left[x
ight] מחלק משותף מקסימלי: יהיו
                                                                    משפט: מחלק משותף מקסימלי קיים ויחיד עד כדי כפילה בסקלר.
                                         \gcd\left(f_1\dots f_n
ight) אזי המחלק המשותף המקסימלי אזי f_1\dots f_n\in\mathbb{F}\left[x
ight] יהיו
                                                       g\mid\gcd\left(f_{1}\ldots f_{n}
ight) איי מחלק משותף איי f_{1}\ldots f_{n}\in\mathbb{F}\left[x
ight] טענה: יהיו
                                      \exists h_1\dots h_n\in \mathbb{F}\left[x
ight].\gcd\left(f_1\dots f_n
ight)=\sum_{i=1}^n h_i f_i איז איז f_1\dots f_n\in \mathbb{F}\left[x
ight] משפט: היו
                   \gcd(f,g)=\gcd(g,r) אזי r
eq 0 וכן f=pg+r עבורם f,g\in\mathbb{F}[x] יהיו
                                                                                  \gcd\left(f,g
ight)=1 המקיימים f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight] פולינומים זרים:
                                     (h \neq 0) \land (h \mid fg) \land (\gcd(f,h) = 1) \Longrightarrow (h \mid g) אזי f,g,h \in \mathbb{F}[x] מסקנה: יהיו
                                                                              u \mid 1 המקיים u \in R \setminus \{0\} המקיים שלמות הפיך: יהי
                                                                              R^* = \{u \in R \mid (u \mid 1)\} הגדרה: יהי R תחום שלמות אזי
                                     . orall a,b \in R.\,(p=ab) \Longrightarrow (a \in R^*) \lor (b \in R^*) המקיים p \in R \backslash R^* אי־פריק (א"פ):
                                                         \forall a,b \in R. (p \mid ab) \Longrightarrow (p \mid a) \lor (p \mid b) המקיים p \in R \setminus \{0\} ראשוני:
                                                                                                            למה: יהי p\in\mathbb{F}\left[x
ight] א"פ אזי p\in\mathbb{F}\left[x
ight]
```

 $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ אזי $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{F}$ פולינום: יהי \mathbb{F} שדה ויהיו

 $\exists u\in R^*.fu=g$ המקיימים $f,g\in R$ חברים/שקולים: טענה: יהיו $f,g\in R$ אזי $f,g\in R$ איזי טענה: יהיו להיו להיו להיו היי

 $\prod p_i=f$ משפט: יהי $p_i=f$ אזי קיימים ויחידים ויחידים $p_i=f$ איי אייפ עבורם אייפ $f\in\mathbb F[x]$ איי $g\in\mathbb F[x]\setminus\{0\}$ אזי $f\in\mathbb F[x]$ המקיים מפולה משותפת: יהיו

```
\mathrm{lcm}\left(f_1\dots f_n
ight) אזי הכפולה המשותפת אזי הכפולה אזי f_1\dots f_n\in\mathbb{F}\left[x
ight] יהיו
                                                                                 \operatorname{lcm}\left(f_{1}\dots f_{n}
ight)\mid g יהי g כפולה משותפת אזי f_{1}\dots f_{n}\in\mathbb{F}\left[x
ight] טענה: יהיו
                                                                                                f(lpha)=0 המקיים lpha\in\mathbb{F} אזי f\in\mathbb{F}[x] אוי שורש: יהי \mathbb{F} שדה ויהי
                                                                                                                                   משפט בז'ו: יהי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] ויהי משפט בז'ו:
                                                                                              f(\alpha) = r(\alpha) אזי f(x) = p(x)(x - \alpha) + r(x) • נניח כי
                                                                            (x-lpha)\mid fואט של אל שורש של אל). הארע של אל שורש של אלייט שורש: יהי וויהי איי איי f\in\mathbb{F}\left[x
ight] ויהי ויהי שורש: יהי ויהי ויהי איי
                                                      \sum_{i=1}^n r_i \leq \deg(f) משפט: יהי f \in \mathbb{F}[x] \setminus \{0\} ויהיו f \in \mathbb{F}[x] \setminus \{0\} משפט: יהי
                                                                                        f=g אזי orall lpha \in \mathbb{F}.f\left(lpha
ight)=g\left(lpha
ight) אזי שדה אינסופי עבורו
                                                                                     \forall f \in \mathbb{F}_{\geq 1}\left[x
ight]. \exists lpha \in \mathbb{F}. f\left(lpha
ight) = 0 שדה סגור אלגברית: שדה המקיים
                                                                                                                 המשפט היסודי של האלגברה: \mathbb C שדה סגור אלגברית.
                                                                                        a(f(lpha)=0)\Longleftrightarrow (f(\overline{lpha})=0) אזי a\in\mathbb{C} ויהי f\in\mathbb{R}[x] משפט: יהי
מסקנה: יהי ללא שורש ממשי הורש ממשי המקיימים וכן p_1\dots p_n\in\mathbb{R}[x] אזי קיימים ממשי המקיימים לינאריים וכן וכן p_1\dots p_n\in\mathbb{R}[x] אזי קיימים
                                                                                                                                                                        f = \prod p_i \prod q_i
                      אזי \gcd(p,q)=1 עבור lpha=rac{p}{a} ויהי a_na_0
eq 0 וכך \gcd(a_0\dots a_n)=1 המקיים f=\sum a_ix^i\in\mathbb{Z}\left[x
ight] אזי איי
                                                                                                                              (f(\alpha) = 0) \Longrightarrow (p \mid a_0) \land (q \mid a_n) \bullet
                                                                                                                                       (\alpha \neq 1) \Longrightarrow ((p-q) \mid f(1)) \bullet
                                                                                                                                 (\alpha \neq -1) \Longrightarrow ((p+q) \mid f(-1)) \bullet
                               עבורו p\in\mathbb{P} ויהי a_na_0
eq 0 וכן \gcd(a_0\dots a_n)=1 המקיים f=\sum a_ix^i\in\mathbb{Z}\left[x
ight] ויהי יהי
                                                              \mathbb{Q}\left[x
ight] אזי f אינו פריק מעל (\gcd(a_n,p)=1) \wedge (orall 0 \leq i \leq n-1.p \mid a_i) \wedge \left(p^2 \nmid a_0\right)
                                                                                                    f'=\sum_{i=1}^n ia_ix^{i-1} אזי f=\sum_{i=0}^n a_ix^i\in\mathbb{F}[x] נגזרת: יהי
                                                                                                                        \mathcal{D}\left(f
ight)=f' כך \mathcal{D}:\mathbb{F}\left[x
ight]
ightarrow\mathbb{F}\left[x
ight] סימון: נגדיר
                                                                                                                       \mathcal{D}(fg) = g\mathcal{D}(f) + f\mathcal{D}(g) \wedge (\mathcal{D}(fg)) \wedge (\mathcal{D}(fg))טענה: (\mathcal{D}(fg) = g\mathcal{D}(f) + f\mathcal{D}(g) \wedge (\mathcal{D}(fg))
                                                                                                                                             שורש פשוט: שורש שהריבוי שלו 1.
                                                                                                                               שורש מרובה: שורש שהריבוי שלו גדול מ־1.
                                                                      (f') שורש מרובה (שורש \alpha) שורש אזי \alpha \in \mathbb{F} ויהי ויהי f \in \mathbb{F}[x] משפט: יהי
                                        .char (\mathbb{F})=0 ואם אינו מוגדר אזי היי \mathbb{F}=\min\{m\in\mathbb{N}\mid m\cdot 1=0\} ואם אינו מוגדר אזי היי \mathbb{F} שדה אזי
                                    (f') שורש מריבוי r-1 של \alpha)שורש מריבוי \alpha של איז (\alpha שורש מריבוי ר\alpha של המקיים (\alpha של רבוי ווי \alpha של איז (\alpha
                                                                                                            A_{\mathrm{can}}^{\mathbb{F}} אזי הצורה הקנונית היא A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight) תהא
                                                                                                                              arphi\in \mathrm{Hom}\,(L) :loop closed/אופרטור לינארי
                                                                                                                                                  \varphi \in \operatorname{Hom}(\mathcal{L}, \mathcal{M}): loop open
                                                                                                                          .GL(n,\mathbb{F})=\{A\in M_n(\mathbb{F})\mid |A|\neq 0\} סימון:
                                                                             . \exists C\in \mathrm{GL}\left(n,\mathbb{F}\right). B=C^{-1}AC מטריצות המקיימות A,B\in M_{n}\left(\mathbb{F}\right)
                                                                        \exists v \in L \setminus \{0\} \ . \varphi(v) = \lambda v עבורו \lambda \in \mathbb{F} אזי \varphi \in \operatorname{Hom}(L) יהי יהי ערד עצמי (ע"ע): יהי
                                                                                      \operatorname{Spec}_{\mathbb{F}}\left(A
ight)=\{\lambda\in\mathbb{F}\mid A אזי \lambda\} אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) יהי יהי
                                                                        \exists \lambda \in \mathbb{F}. \varphi\left(v
ight) = \lambda v עבורו עצמי (ו"ע): יהי \varphi \in \mathrm{Hom}\left(L
ight) יהי יהי
                                                        L_{\lambda}=\{v\in L\mid arphi\left(v
ight)=\lambda v\} תת מרחב עצמי (מ"ע): יהי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) יהי יarphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) יהי
                                                                                                                          L_{\lambda} = \ker (\varphi - \lambda I) \wedge (L_{\lambda} = \ker (\varphi - \lambda I)).
                                                                              arphi אזי בסיס אז המורכב מוקטורים עצמיים של arphi\in {
m Hom}\,(L) היי יהי
                                                                              . אלכסונית [arphi] אלכסונית בסיס \mathcal{B} אלכסונית עבורה קיים arphi אלכסונית אלכסונית אלכסונית
                                                           משפט: יהי L מ"ו נ"ס ויהי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) אזי אזי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)
                                                                                                       . צורה אלכסונית אזי A_{\operatorname{can}} לכסינה אזי A \in M_n\left(\mathbb{F}\right) אלכסונית.
                                                                                                                              \bigoplus_{i=1}^n L_{\lambda_i} אזי שונים אזי \lambda_1,\ldots,\lambda_n למה: יהיו
```

 $\min_{\deg} \left\{ g \mid orall i.\, (f_i \mid g)
ight\}$ אזי $f_1 \dots f_n \in \mathbb{F}[x]$ יהיו

משפט: כפולה משותפת מינימלית קיימת ויחידה עד כדי כפילה בסקלר.

```
.p_{A}\left(x
ight)=\det\left(xI-A
ight) אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) תהא
                                                                                                                                                       p_A \in \mathbb{F}\left[x
ight] אזי A \in M_n\left(\mathbb{F}
ight) טענה: תהא
                                                                                               .p_{\left[arphi
ight]_{\mathcal{B}_{1}}}\left(x
ight)=p_{\left[arphi
ight]_{\mathcal{B}_{2}}}\left(x
ight) אזי בסיסים \mathcal{B}_{1},\mathcal{B}_{2} ויהיו arphi\in\mathrm{Hom}\left(L
ight)
                                                                                                   p_{arphi}(x)=p_{[arphi]_R}(x) אזי בסיס אזי arphi\in \mathrm{Hom}\,(L) פולינום אופייני: יהי
                                                                                                                                        a_n=1 עבורו\sum_{i=0}^n a_i x^i \in \mathbb{F}\left[x
ight] פולינום מתוקן:
                                                                                             (\deg(p_{arphi}) = \dim(L)) \wedgeמשפט: יהי arphi \in \operatorname{Hom}(L) אזי אזי arphi \in \operatorname{Hom}(L) משפט: יהי
                                                                                                                                  טענה: תהא p_{arphi} = \sum_{i=0}^n a_i x^i עבורו A \in M_n\left(\mathbb{F}
ight) אזי
                                                                                                                                                                                 .a_{n-1} = -\operatorname{trace}(A) \bullet
                                                                                                                                                                                a_0 = (-1)^n \det(A) \bullet
                                                                                                              (p_A=p_{A^t}) \wedge (p_{AB}=p_{BA}) אזי A,B \in M_n\left(\mathbb{F}\right) למה: תהיינה
                                                                                                                 .trace (AB)= trace (BA) אזי A,B\in M_n\left(\mathbb{F}\right) מסקנה: תהיינה
                                                                                        A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight) \iff (\lambda\in \mathrm{Spec}\left( A
ight) משפט: תהא A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight) ויהי \lambda\in \mathbb{F} ויהי
                                                     (x\in\ker\left(\lambda I-A
ight))\Longleftrightarrow (\lambda איי של ע"ע אל איי \lambda\in\mathbb{F} ויהי A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) משפט: תהא A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) יהי
                                                                    \langle a,b \rangle +_{\mathbb{C}} \langle c,d \rangle = \langle a+c,b+d \rangle אזי a,b,c,d \in L ויהיו \mathbb{R} מ"ו מעל מרוכב: יהי מרוכב: יהי
                                                                 \langle a,b \rangle \cdot_{\mathbb{C}} \langle c,d \rangle = \langle ac-bd,ad+bc \rangle אזי a,b,c,d \in L ויהיו \mathbb{R} ויהיו מעל מרוכב: יהי A מ"ו מעל
                                                                                                                                      L_{\mathbb C}=\langle L^2,+_{\mathbb C},*_{\mathbb C}
angle אזי \mathbb R מירכוב: יהי ל מ"ו מעל מיר
                                                                                                                                                   a+ib=\langle a,b \rangle אזי \langle a,b \rangle \in L_{\mathbb{C}} סימון: יהי
                                                                                                                                                   \mathbb C טענה: יהי L מ"ו מעל \mathbb R אזי מ"ו מעל מ"ו מעל
                                          A = (Au = \alpha u - \beta v) \wedge (Av = \beta u + \alpha v) אזי u + iv ע"ע עבור ו"ע עבור \alpha + i\beta ויהי ויהי A \in M_n\left(\mathbb{R}\right) משפט: תהא
A_{\mathrm{can}}^{\mathbb{R}} = \mathrm{Diag}\left(\lambda_{1}\dots\lambda_{m}, \left(egin{array}{c} lpha_{1} & eta_{1} & eta_{1} \ -eta_{\ell} & lpha_{\ell} \end{array}
ight) \dots \left(egin{array}{c} lpha_{\ell} & eta_{\ell} \ -eta_{\ell} & lpha_{\ell} \end{array}
ight) אזי A_{\mathrm{can}}^{\mathbb{C}} = \mathrm{Diag}\left(\lambda_{1}\dots\lambda_{m}, lpha_{1} + ieta_{1}\dotslpha_{\ell} + ieta_{\ell} \right) הא A_{\mathrm{can}}^{\mathbb{C}} = \mathrm{Diag}\left(\lambda_{1}\dots\lambda_{m}, lpha_{1} + ieta_{1}\dotslpha_{\ell} + ieta_{\ell} \right) אזי A_{\mathrm{can}}^{\mathbb{C}} = \mathrm{Diag}\left(\lambda_{1}\dots\lambda_{m}, lpha_{1} + ieta_{1}\dotslpha_{\ell} + ieta_{\ell} \right)
                  \mathbb{R} מסקנה: תהא \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) אזי u_1+iv_1,\ldots,u_\ell+iv_\ell עם ו"ע עם ו"ע \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) אזי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)
                                                                                                        r_q(\lambda)=\dim\left(L_\lambda\right) ויהי \lambda ע"ע אזי \varphi\in \operatorname{Hom}\left(L\right) ריבוי גאומטרי: יהי
                                                             .r_a\left(\lambda
ight)=\max\left(n\in\mathbb{N}\mid\left(\left(x-\lambda
ight)^n\left|f_A\left(x
ight)
ight)
ight) ויהי \lambda ע"ע אזי arphi\in\mathrm{Hom}\left(L
ight) ריבוי אלגברי: יהי arphi\in\mathrm{Hom}\left(L
ight)
                                                                                                                              r_{q}\left(\lambda
ight)\leq r_{a}\left(\lambda
ight) איי ע"ע איי arphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight) למה: יהי
                       (r_a(\lambda) = r_a(\lambda) אזי (\varphi \in \text{Hom}(L)) מתפרק לגורמים לינאריים) אוי (לכל ע"ע לכסין מעל (\mathbb{F}) מסקנה: יהי
                                                   פעמים. פעמים איזי איזי בצורה הקנונית ל\lambda_i מסקנה: יהיו איזי איזי והיו א\gamma\in {\sf Hom}\,(L) פעמים. מסקנה: יהי
                                                  (מסקנה: איזי האיברים על האלכסונית מידה עד כדי תמורת האיברים על האלכסון. \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)
                                                                                       p\left(A
ight)=\sum_{i=0}^{n}a_{i}A^{i} אזי A\in M_{m}\left(\mathbb{F}
ight) ותהא ותהא p\left(x
ight)=\sum_{i=0}^{n}a_{i}x^{i} אזי
                                                                                                        [f(\varphi)]_{\mathcal{B}}=f([\varphi]_{\mathcal{B}}) אזי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) ויהי L בסיס של
                                                                                       m_{arphi}=\min_{\deg}\left(p\in\mathbb{F}\left[x
ight]\mid p\left(arphi
ight)=0
ight) אזי arphi\in\mathrm{Hom}\left(L
ight) היי יהי
                                                                                                                                                              הערה: הפולינום המינימלי הינו מתוקן.
                                                                                                                                          משפט: יהי m_{arphi}\left(x
ight) אזי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) משפט: יהי
                                                                                                      m_{arphi}|p אזי p\left(arphi
ight)=0 המקיים p\in\mathbb{F}\left[x
ight] אזי arphi\in\mathrm{Hom}\left(L
ight) משפט: יהי
                                                                                                    \mathbb{F}[x] אידיאל של \{p\in\mathbb{F}[x]\mid p\left(arphi
ight)=0\} אידיאל של ההי יהי
                                                                                                               \langle m_{arphi} 
angle = \{ p \in \mathbb{F}[x] \mid p\left(arphi
ight) = 0 \} אזי arphi \in \mathrm{Hom}\,(L) מסקנה: יהי
                                                                                                                           .p_{A}\left(A
ight)=0 אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) משפט קיילי המילטון: תהא
                                                                                                                                                          m_A|p_A אזי A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) מסקנה: תהא
                                                                                                                                     m_{\omega}\left(\lambda
ight)=0 ויהי \lambda ע"ע אזי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) למה: יהי
                                                                                                                                                        .p_{A}\mid m_{A}^{n} אזי A\in M_{n}\left( \mathbb{F}
ight) מסקנה: תהא
                                                                                                     ארים אזי f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight] ויהיו arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) ארים אזי משפט הפירוק הפרימרי: תהא
                                                                                                                                             \ker ((f \circ g)(\varphi)) = \ker (f(\varphi)) \oplus \ker (g(\varphi))
                                               \ker\left(\prod f_i\left(arphi
ight)
ight)=igoplus\ker\left(f_i\left(arphi
ight)
ight) ארים באגות אזי ויהיו f_1\ldots f_n\in\mathbb{F}\left[x
ight] ויהיו arphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight) ארים באגות אזי
                                   A(m_A(x)=\prod_{i=1}^k (x-\lambda_i)) \Longleftrightarrow (משפט: תהא A) לכסינה לA\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) כל הע"ע אזי לA\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) משפט: תהא
                                p_{g(A)}\left(x
ight)=\prod\left(x-g\left(\lambda
ight)
ight) אזי g\in\mathbb{F}\left[x
ight] ויהי ויהי p_{A}\left(x
ight)=\prod\left(x-\lambda_{i}
ight) למה: תהא
```

. מסקנה: יהי arphi בעל arphi בעל $\lambda_1,\dots,\lambda_{\dim(L)}$ ע"ע שונים אזי arphi ניתן ללכסון arphi

```
.מתכנס G(A) מתכנס
                                                                                                     .Spec(F(A)) = \{F(\lambda) \mid \lambda \in Spec(A)\} \bullet
                                                                 (A_{can} = C^{-1}AC) \Longrightarrow (F(A)_{can} = C^{-1}F(A)C = F(A_{can})) \bullet
                             לכסוניות. [arphi]_{\mathcal{B}}, [\psi]_{\mathcal{B}} עבורו \mathcal{B} לכסינות המקיימות לכסינות לכסינות לכסיניות \varphi, \psi \in \operatorname{Hom}(L)
                                                                       למה: תהא A מטריצת בלוקים אלכסונית לכסינה אזי כל בלוק לכסין.
                                           (\varphi\psi=\psi\varphi)\Longleftrightarrowמשפט: יהיו (\varphi,\psi) לכסינות אזי ((\varphi,\psi) לכסינות אזי ((\varphi,\psi) לכסינות אזי ((\varphi,\psi)
                                          .arphi\left(M
ight)\subseteq M המקיים M\subseteq L אזי תמ"ו איי היי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) יהי יהי
                                                            . מסקנה: יהי אזי איזי \varphi \in \mathrm{Hom}\,(L)יהי מרחב איווריאנטי ויהי \varphi \in \mathrm{Hom}\,(L)יהי מסקנה:
                                                                           למה: יהי \{0\}, L, \ker(\varphi), \operatorname{Im}(\varphi) אזי \varphi \in \operatorname{Hom}(L) איווריאנטים.
                                                                                          . משפט: יהי L_\lambda איווריאנטי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) משפט: יהי
                                     [arphi]_{\mathcal{B}}=\left(egin{array}{c} [arphi_{M}]_{\mathcal{B}} & P \\ A \end{array}
ight) עבורה עבורה איווריאנטי אזי קיים בסיס \mathcal{B} עבורה arphi\in \mathrm{Hom}\,(L) למה: יהי
L=igoplus_{i=1}^k L_i משפט: יהיו L=igoplus_{i=1}^k L_i איווריאנטים אזי קיים בסיס איז קיים בסיס ווריאנטים אזי L=igoplus_{i=1}^k L_i משפט: יהיו
                                                               .Diag (J_{k_1}\left(\lambda_1
ight)\ldots J_{k_n}\left(\lambda_n
ight)) אזי איזי k_1\ldots k_n וכן \lambda_1\ldots \lambda_n\in\mathbb{F} יהיו
          . מטריצת [arphi]_{\mathcal{B}} עבורו בסיס \mathcal{B} עבורו אזי קיים בסיס p_{arphi}(x)=\prod_{i=1}^n (x-\lambda_i) עבורו arphi\in \mathrm{Hom}\,(L) משפט ג'ורדן: יהי
                                                                       טענה: צורת ג'ורדן מוגדרת באופן יחיד עדי כדי תמורת תיבות ג'ורדן.
                                                                          . צורת ג'ורדן אזי A_{\operatorname{can}} צורת ג'ורדן בעלת צורת ג'ורדן A \in M_n\left(\mathbb{F}\right)
                                                                          A,B אזי (A_{	ext{can}}=B_{	ext{can}}) אוי (A,B\in A,B\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) מסקנה: יהיו
                                                                                                      A אוי A^t דומה אל A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight) דומה אל
                                                            .\eta\left(A
ight)=\min\left(n\in\mathbb{N}\mid A^{n}=0
ight) אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) תהא תהא
                                                                               J_n\left(J_n\left(\lambda
ight)
ight)=nטענה: יהי n\geq 2 אזי אינה לכסינה) אינה לכסינה:
                                                                                     m_{J_n(\lambda)} = (x-\lambda)^n = p_{J_n(\lambda)}(x) אזי n \geq 2 מסקנה: יהי
                                                          L_{u}^{(k)}=\ker \left(arphi-\mu I
ight)^{k} ויהי ע"ע אזי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight) ויהי עצמי מוכלל: יהי arphi\in \mathrm{Hom}\left(L
ight)
                                                                                                               L_{\mu}=L_{\mu}^{(1)}\subseteq\ldots\subseteq L_{\mu}^{(r_g(\lambda))}=L למה:
                                                                                                         L_{\mu}^{(i)} אינבריאנטי ביחס אל L_{\mu}^{(i)} .dim \left(L_{\mu}^{(k)}
ight)\leq r_a\left(\mu
ight) אזי k\in\mathbb{N}_+ למה: יהי
                                             L=igoplus_{i=1}^n L_{\lambda_i}^{(k_i)} אזי \lambda_1
eq\ldots
eq\lambda_n עבור עבור p_{arphi}(x)=\prod_{i=1}^n (x-\lambda_i)^{k_i} למה: נניח כי
. orall lpha \in \mathbb{F}^k. (\sum lpha_i v_i \in M \Longrightarrow lpha = 0) המקיימת v_1 \dots v_k \in L אזי אזי M \subseteq L יהי תמ"ו מרחב: יהי תמ"ו
                                                    \max_{|A|} \{A \subseteq L \mid M אזי בלתי תלוייה ביחס אל M \subseteq L אזי אזי אזי הוי יהי יהי יהי יהי אזי
                                                       L עם בסיס של הוא השלמה \mathcal C הוא קו־בסיס אזי עם בסיס M\subseteq L יהי תמ"ו יהי תמ"ו
                           L_{\mu}^{(k-1)} אל היהי L_{\mu}^{(k)} ביחס של e_1\dots e_m ויהי ויהי k\in\mathbb{N}_+ יהי ע"ע יהי \varphi\in\mathrm{Hom}\,(L) למה: יהי
                                                                                                (\varphi - \mu I)(e_1) \dots (\varphi - \mu I)(e_m) \in L_{\mu}^{(k-1)} \bullet
                                                                  L_{\mu}^{(k-2)} אל ביחס הלויים ביחס בלתי \left( arphi - \mu I 
ight) \left( e_1 
ight) \ldots \left( arphi - \mu I 
ight) \left( e_m 
ight)
אזי I\left(\lambda_{i}
ight)=\mathrm{Diag}\left(J_{k_{1}^{i}}\left(\lambda_{i}
ight)\ldots J_{k_{n_{i}}^{i}}\left(\lambda_{i}
ight)
ight) באשר \left[arphi
ight]_{B}=\mathrm{Diag}\left(I\left(\lambda_{1}
ight)\ldots I\left(\lambda_{k}
ight)
ight) אזי arphi\in\mathrm{Hom}\left(L
ight) אזי למה: תהא
```

 $G\left(A
ight) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k A^k$ אזי |x| < R מתכנס בתחום $G\left(x
ight) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ אנליטית עבורה אוזי $G\left(x
ight)$

אזי $\forall i \in [n] \, . \, |\lambda_i| < R$ המקיימים

 $\lambda_1,\ldots,\lambda_k$ הם φ של •

 $.r_a(\lambda_i) = \sum_{j=1}^{n_i} k_j^i \bullet .r_a(\lambda_i) = n_i \bullet$

 $\lambda_1 \dots \lambda_n$ ע"ע עבורה לכסינה עם אנליטית אנליטית אנליטית מתכנס מתכנס $G(x) = \sum_{k=0}^\infty a_k x^k$ אנליטית עבורה אנליטית עבורה אנליטית עבורה אנליטית מתכנס מתכנס מתכנס אנליטית אנליטית עבורה אנליטית עבורה אנליטית מתכנס בתחום אנליטית עבורה אוניים עבורה אניטית עבורה אוניטית עבורה אניטית עבורה אוניטית עבורה אוניטית עבורה אניטית עבורה אוניטית עבורה אוניטית עבורה אניטית עבור

```
\max\left(k_1^i,\dots,k_{n_i}^i
ight) הריבוי של \lambda_i בפולינום המינימלי הוא
|\{j\mid k_j^i\geq r\}|=\dim\left(\ker\left((T-\lambda_iI)\right)
ight)-\dim\left(\ker\left((T-\lambda_iI)\right)
ight) . J_n\left(a+ib,a-ib
ight)_{\mathrm{can}}^{\mathbb{R}}=egin{pmatrix} \left(egin{array}{c} a&b\\ -b&a \end{array}
ight) & \left(egin{array}{c} a&b\\ -c&b&a \end{array}
ight) & \left(egin{array}{c} a&b&a\\ -c&b&a \end{array}
ight) & \left(egin{arr
                                                       \left|\left\{j \mid k_i^i \ge r\right\}\right| = \dim\left(\ker\left(\left(T - \lambda_i I\right)^r\right)\right) - \dim\left(\ker\left(\left(T - \lambda_i I\right)^{r-1}\right)\right) \bullet
                                                                                                                                                                            \forall a,b \in L. (a,b) = (b,a) סימטריות:
                                                               \forall a,b,c \in L. \forall \alpha,\beta \in \mathbb{R}. (\alpha a + \beta b,c) = \alpha (a,c) + \beta (b,c) דו־לינאריות: •
                                                                                                                                                                                                     \forall a \in L. (a,a) > 0 חיוביות:
                                                                                                                                    \forall a \in L. ((a,a)=0) \Longleftrightarrow (a=0) מיוביות ממש:
                                                                                מכפלה פנימית מרוכבת (מ"פ): יהי L מ"ו נ"ס אזי L המקיימת מרוכבת מרוכבת מכפלה פנימית מרוכבת (מ"פ)
                                                                                                                                                                            \forall a,b \in L. (a,b) = \overline{(b,a)} :הרמיטיות
                                                                        \forall a,b,c \in L. \forall \alpha,\beta \in \mathbb{R}. (\alpha a + \beta b,c) = \alpha(a,c) + \beta(b,c) • לינאריות:
                                                                                                                                                                                                \forall a \in L. (a, a) \in \mathbb{R}_+ :חיוביות
                                                                                                                                    \forall a \in L. ((a,a)=0) \Longleftrightarrow (a=0) ממש: • חיוביות ממש
                            (\cdot,\cdot)) מכפלה פנימית ממשית). מרחב אוקלידי: (L,+,*,(\cdot,\cdot)) באשר באשר ((L,+,*,(\cdot,\cdot)) מכפלה פנימית
                           (\cdot,\cdot)\wedge(\mathbb{C}) מרחב אוניטרי: (L,+,*,\cdot) באשר באשר ((L,+,*,\cdot)) מייו מעל (L,+,*,\cdot) מכפלה פנימית מרוכבת).
                                                                                                                  מרחב מכפלה פנימית (ממ"פ): (מרחב אוניטרי) ∨(מרחב אוקלידי).
                                                                                                                                                       \langle L_{\mathbb{R}},+,\cdot
angle יהי אוניטרי אוניטרי מרחב \langle L,+,\cdot
angle מרחב מימוש:
                                                                           (L_{\mathbb{R}}) מ"פ על מ"נ (a,b)_{\mathbb{R}}=\operatorname{Re}\left(a,b
ight)מ"נ משפט: יהי L מרחב אוניטרי אזי (L_{\mathbb{R}}) מ"נ על
                                                                                                                                  \dim_{\mathbb{R}}\left(L_{\mathbb{R}}
ight)=2\dim_{\mathbb{C}}\left(L
ight) אזי אוניטרי אוניטרי מרחב מרחב למה: יהי
                                                                                                                                                     (a,b)_{\mathsf{st}} = \sum_{i=1}^n a_i \overline{b_i} נגדיר a,b \in \mathbb{C}^n הגדרה: יהיו
                                                                                                              A,B)_{\mathrm{st}}=\mathrm{trace}\left(A^{t}\overline{B}
ight) נגדיר A,B\in M_{m	imes n}\left(\mathbb{C}
ight) הגדרה: יהיו
                                                                                                       (f,g)_{
m st}=\int_{lpha}^{eta}f\left(x
ight)\overline{g\left(x
ight)}dx נגדיר f,g\in C_{\mathbb{C}}\left(\left[lpha,eta
ight]
ight) נגדירה: יהיו
                                                                                \left((a,b)^2 \le (a,a)\cdot (b,b) אזי (a,b) \in L משפט קושי שוורץ: יהי (a,b)^2 \le (a,a) משפט קושי שוורץ: יהי
                                                                                      .ig((a,b)^2=(a,a)\cdot(b,b)ig)\Longleftrightarrow(a\in\mathrm{span}\,(b)) אזי a,b\in L טענה: יהיו
                                                                                                       נורמה/אורך: יהי a\in L אזי a\in L נורמה/אורך: יהי נורמה a\in L אזי a\in L נורמה מווית: יהיו a,b\in L\setminus\{0\} אזי ווית: יהיו
                                                                                                                                                              a,b סימון: יהיוa,b\in Lackslash\{0\} אזי מימון: יהיו
                                                                                                                                                                   .dist (a,b) = \|a-b\| אזי a,b \in L מרחק: יהיו
                                                                                                                                                              למה: יהי \lambda ממ"פ יהיו a,b\in L ויהי ממ"ב למה:
                                                                                                                                                                  .(||a|| \ge 0) \land ((||a|| = 0) \iff (a = 0)) \bullet
```

```
\|\lambda a\| = |\lambda| \cdot \|a\| \bullet
```

 $\|a\| - \|b\| \| \le \|a + b\| \le \|a\| + \|b\|$ אי שיוויון המשולש (אש"מ): $\|a\| - \|b\| \le \|a + b\| \le \|a\|$

למה: יהי L ממ"פ ויהיו $a,b\in L\setminus\{0\}$ אזי

$$-1 \le \cos\left(\hat{ab}\right) \le 1 \bullet$$

$$\left(\cos\left(\widehat{ab}\right) = 1\right) \iff (\exists t > 0.b = ta) \bullet$$

$$.\left(\cos\left(\widehat{ab}\right) = -1\right) \Longleftrightarrow (\exists t < 0.b = ta) \bullet$$

 $.\left(\cos\left(\widehat{ab}\right)'=-1
ight) \Longleftrightarrow (\exists t<0.b=ta)$ • .(a,b)=0 המקיימים $a,b\in L$:(א"ג):

 $a \perp b$ ניצבים אזי a,b יהיו סימון: יהיו

 $a\perp b \Longleftrightarrow \left\|a+b
ight\|^2 = \left\|a
ight\|^2 + \left\|b
ight\|^2$ אזי $a,b\in L$ משפט פיתגורס: יהיו

למה: יהי L ממ"פ ויהיו למה: יהי L

- .dist (a,b) =dist (b,a) : סימטריות
 - .dist $(a,b) \geq 0$:חיוביות
- .(dist (a,b)=0) \iff (a=b) מיוביות ממש:
- .dist $(a,b) \leq \operatorname{dist}(a,c) + \operatorname{dist}(c,b)$: אי שיוויון המשולש (אש"מ)

שחזור מכפלה פנימית מנורמה: יהי L ממ"פ ויהיו מנורמה שחזור מכפלה פנימית מנורמה

- $.(a,b)=rac{\|a+b\|^2-\|a-b\|^2}{4}$ מרחב אוקלידי אזי מרחב ב הוקלידי אזי מרחב ב L $.(a,b)=rac{\|a+b\|^2-\|a-b\|^2}{4}+irac{\|a+ib\|^2-\|a-ib\|^2}{4}$ מרחב אוניטרי אזי L •

מרחב בעל נורמה: יהי L מ"ו נ"ס אזי $U:L o \mathbb{R}$ מרחב בעל נורמה:

- $(v(a) > 0) \land ((v(a) = 0) \iff (a = 0)) \bullet$
 - $.\upsilon(\lambda a) = |\lambda| \cdot \upsilon(a) \bullet$
- $\upsilon(a+b) < \upsilon(a) + \upsilon(b)$:(אש"מ): אי שיוויון המשולש

. טענה: יהי L ממ"פ אזי L מרחב בעל נורמה

. $\forall a,b\in L. \upsilon\left(a+b\right)^{2}+\upsilon\left(a-b\right)^{2}=2\left(\upsilon\left(a\right)^{2}+\upsilon\left(b\right)^{2}\right)$ שיוויון המקבילית: נורמה υ המקיימת

משפט: יהי u מרחב בעל נורמה v אזי (v מקיימת שיוויון המקבילית) מרחב בעל נורמה v אזי (v מקיימת שיוויון המקבילית)

. מענה: מעל $v\left(f\right)=\max_{x\in\left[lpha,eta
ight]}\left|f\left(x
ight)
ight|$ הנורמה $C\left(\left[lpha,eta
ight]
ight)$ אינה מושרת ממכפלה פנימית.

 $(G\left(a_1\ldots a_k
ight))_{i,j}=(a_i,a_j)$ כך כך כך $G\left(a_1\ldots a_k
ight)\in M_k\left(\mathbb{C}
ight)$ אזי $a_1\ldots a_k\in L$ מטריצת גראם: יהי A מטריצת גראם: יהי

 $A^{t}=\overline{A}$ המקיימת $A\in M_{n}\left(\mathbb{C}
ight)$ מטריצה הרמיטית:

 $.G\left(a_1\ldots a_k
ight)^t=\overline{G\left(a_1\ldots a_k
ight)}$ איזי $a_1\ldots a_k\in L$ יהיי ממ"פ L יהי טענה: יהי

 $G(a_1 \ldots a_k)^t = G(a_1 \ldots a_k)$ אזי $a_1 \ldots a_k \in L$ מסקנה: יהי A מרחב אוקלידי ויהיו

 $(\det (G(a_1\ldots a_k))
eq 0) \Longleftrightarrow$ משפט: יהיו $a_1\ldots a_k$ אזי $a_1\ldots a_k\in L$ משפט: יהיו

 $\det G\left(\mathcal{B}
ight)
eq0$ בסיס אזי בסיכ ביהי יהי מסקנה: יהי

 $a_i(a_i,a_i)=\delta_{i,j}$ המקיימים $a_1\dots a_n\in L$:(א"נ) וקטורים אורתונורמלים

 $G\left(a_1\ldots a_n
ight)=I_n$ אורתונורמלים אזי $a_1\ldots a_n\in L$ מסקנה: יהיו

. בת"ל. $a_1 \dots a_n$ אזי אזי אורתונורמליים $a_1 \dots a_n \in L$ מסקנה: יהיו

 $a(a,b)=\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n\left([a]_{\mathcal{B}}\right)_i\overline{\left([b]_{\mathcal{B}}
ight)_j}\left(\mathcal{B}_i,\mathcal{B}_j
ight)$ אזי $a,b\in L$ אזי ויהיו בסיס ויהי

 $a,b,b = [a]_{\mathcal{B}}^t \, G \, (\mathcal{B}) \, \overline{[b]_{\mathcal{B}}}$ אזי $a,b \in L$ יהיי בסיס ויהיו

 $C(\mathcal{D})=C^tG(\mathcal{B})$ משפט: יהיו \mathcal{B},\mathcal{D} בסיסים ותהא מטריצת מעבר בין הבסיסים אזי בסיסים ותהא

תופפות. חופפות למרחב בסיסים למרחב אוקלידי אזי $G\left(\mathcal{B}\right),G\left(\mathcal{D}\right)$ חופפות.

 $\exists C \in \mathsf{GL}\left(n,\mathbb{F}\right).C^tBC = A$ מטריצות חופפות: $A,B \in M_n\left(\mathbb{F}\right)$

 $\mathcal{L}(\mathcal{D}_i,\mathcal{B}_j)=\delta_{i,j}$ המקיים \mathcal{D} המיס אזי בסיס המיט יהי בסיס בסיס דואלי: יהי

 \mathcal{B}^* בסיס דואלי. \mathcal{B} בסיס דואלי.

משפט: יהי \mathcal{B} בסיס ויהי $a \in L$ אזי

- . קיים ויחיד \mathcal{B}^*
 - $.\mathcal{B}^{**}=\mathcal{B}$ •
- $a = \sum_{i=1}^{n} (a, \mathcal{B}_i^*) \mathcal{B}_i \bullet$

.span $\{e_1\dots e_m\}=$ span $\{a_1\dots a_k\}$ אורתונורמליים עבורם $e_1\dots e_m\in L$ אזי קיימים $a_1\dots a_k\in L$ למה: יהיו כך GS $(a_1 \ldots a_k) = \{e_1 \ldots e_k\}$ בת"ל נגדיר $a_1 \ldots a_k \in L$ יהיו יהיו שמידט: יהיו

- $.e_1 = \frac{a_1}{\|a_1\|}$ $2 \le i \le k$ לכל

$$2 \le i \le k$$
 52
$$.a'_{i} = a_{i} - \sum_{j=1}^{i-1} (a_{i}, e_{j}) e_{j} - e_{i} = \frac{a'_{i}}{\|a'_{i}\|} - e_{i}$$

$$e_i = rac{a_i'}{\|a_i'\|}$$
 -

. $(\mathrm{span}\,\{\mathrm{GS}\,(a_1\ldots a_k)\}=\mathrm{span}\,\{a_1\ldots a_k\})$ אורתונורמליים) אורתונורמליים בת"ל אזי מענה: יהיו $a_1\ldots a_k\in L$ אורתונורמליים

מסקנה: יהי L ממ"פ אזי קיים בסיס $\mathcal B$ אורתונורמלי.

 $a,b\in L$ יהיי ממ"פ יהי \mathcal{B} בסיס אורתונורמלי יהי ממ"ב למה:

- $a = \sum_{i=1}^{n} (a, \mathcal{B}_i) \mathcal{B}_i \bullet$

$$\begin{aligned} .a &= \sum_{i=1}^{n} (a, \mathcal{B}_i) \mathcal{B}_i \\ .\|a\| &= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} ([a]_{\mathcal{B}})_i^2} \bullet \\ .(a, b) &= \sum_{i=1}^{n} ([a]_{\mathcal{B}})_i (\overline{[b]_{\mathcal{B}})_i} \bullet \\ .\text{dist } (a, b) &= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (([a]_{\mathcal{B}})_i - ([b]_{\mathcal{B}})_i)^2} \bullet \\ .\text{cos } \left(\widehat{ab} \right) &= \frac{\sum_{i=1}^{n} ([a]_{\mathcal{B}})_i ([b]_{\mathcal{B}})_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} ([a]_{\mathcal{B}})_i^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} ([b]_{\mathcal{B}})_i^2}} \bullet \\ .\text{det } (G(a_1 \dots a_k)) &\geq 0 \text{ in } a_1 \dots a_k \in L \text{ in } \text{in } \text$$

 $\det\left(G\left(a_1\ldots a_k
ight)
ight)>0$ בת"ל אזי $a_1\ldots a_k\in L$ מסקנה: יהיו

 $P(a_1\dots a_k)=\left\{\sum_{i=1}^k\lambda_ia_i\mid orall i\in [k]\,.\lambda_i\in [0,1]
ight\}$ מקבילון: יהי L מרחב אוקלידי ויהיו $a_1\dots a_k\in L$ מקבילון: יהי

. $\operatorname{Vol}\left(P\left(a_1\ldots a_k
ight)
ight)=\sqrt{\det\left(G\left(a_1\ldots a_k
ight)
ight)}$ נפת מקבילון: יהיו $a_1\ldots a_k\in L$ יהיו

.Vol $(P(a_1 \dots a_k)) = \prod_{i=1}^k \|a_i\|$ אורתוגונליים אזי $a_1 \dots a_k \in L$ למה: יהיו

 $\operatorname{Vol}\left(P\left(\mathcal{D}
ight)
ight)=\left|\det\left(C
ight)
ight|$ בסיס אורתונורמלי יהי $\mathcal D$ בסיס ותהא מטריצת מעבר אזי

 $\operatorname{sign}\left(\det\left(C\right)\right)$ אוריינטציה: יהיו \mathcal{B},\mathcal{D} בסיסים ותהא מטריצת מעבר אזי

C בסיסים אורתונורמליים במרחב במרחב בסיסים אורתונורמליים בסיסים המעבר \mathcal{B}, \mathcal{D} יהיו

C בסיסים אורתונורמליים במרחב אוניטרי $oldsymbol{\pi}$: היו $oldsymbol{\mathcal{B}}, \mathcal{D}$ בסיסים אורתונורמליים

 $C^t = I \iff$ משפט: תהא $C \in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ אזי משפט: תהא $C \in M_n\left(\mathbb{R}\right)$

 $C^t(C^t\overline{C}=I) \Longleftrightarrow$ משפט: תהא $C \in M_n\left(\mathbb{C}
ight)$ אזי משפט: תהא

 $O(n) = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid A^t A = I\}$ סימון:

 $.U\left(n\right)=\left\{ A\in M_{n}\left(\mathbb{C}\right)\mid A^{t}\overline{A}=I\right\}$ סימון:

 $|\det\left(C
ight)|=1$ אזי $C\in O\left(n
ight)\cup U\left(n
ight)$ משפט: תהא

 $C \in O(n) \iff (\mathbb{R}^n)$ אזי (עמודות בסיס בסיס אורתונורמלי של $C \in M_n(\mathbb{R})$ אאי (עמודות משפט: תהא

 $C\in U(n)$ אזי (עמודות בסיס אורתונורמלי של $C\in M_n(\mathbb{C})$ אאי (עמודות $C\in M_n(\mathbb{C})$ איזי (עמודות

 $SO(n) = \{A \in O(n) \mid \det(A) = 1\}$ מטריצות אורתוגונליות מיוחדות:

 $SU\left(n
ight)=\left\{ A\in U\left(n
ight)\mid\det\left(A
ight)=1
ight\}$ מטריצות אוניטריות מיוחדות:

. משפט: $\langle SU(n),\cdot \rangle$ חבורה) $\langle U(n),\cdot \rangle$ חבורה) משפט: $\langle SO(n),\cdot \rangle$ חבורה) חבורה) חבורה) חבורה)

 $M^{\perp}=\{a\in L\mid orall b\in M.\, (a,b)=0\}$ משלים ניצב: יהי $M\subseteq L$ יהי משלים משלים משלים מיצב:

 $M \in M^\perp = L$) \wedge (משפט: יהי $M \subseteq L$ תמ"ו אזי ($M \oplus M^\perp = L$).

למה: יהי $M\subseteq L$ תמ"ו

- $.(M^{\perp})^{\perp} = M \bullet$
- $\dim (M^{\perp}) = \dim (L) \dim (M) \bullet$
 - $(M+U)^{\perp} = M^{\perp} \cap U^{\perp} \bullet$
 - $(M \cap U)^{\perp} = M^{\perp} + U^{\perp}. \bullet$

. $\operatorname{dist}(a,M)=\inf\left\{\operatorname{dist}(a,b)\mid b\in M\right\}$ אזי $a\in L$ יהי $M\subseteq L$ יהי $M\subseteq L$ מרחק: יהי

 $a=a_{\perp}+a_{M}$ סימון: יהי $a=a_{\perp}+a_{M}$ אזי $a\in L$ אזי $a\in L$ סימון: יהי

 $\operatorname{pr}_M(a) = a_M$ המוגדרת $\operatorname{pr}_M \in \operatorname{Hom}(L,M)$ איי איי $M \subseteq L$ יהי $M \subseteq L$ הטלה אורתוגונלית: יהי

אזי $a\in L$ משפט: יהי $M\subseteq L$ אזי משפט:

```
.dist (a, M) = ||a_{\perp}|| \bullet
```

$$.dist(a, a_M) = \min \left\{ dist(a, b) \mid b \in M \right\} \bullet$$

$$\forall b \in M \setminus \{a_M\} . \operatorname{dist}(a,b) > \operatorname{dist}(a,a_M) \bullet$$

$$\operatorname{dist}(a, M) = \sqrt{\frac{\det(G(a, \mathcal{B}))}{\det(G(\mathcal{B}))}} \bullet$$

 $A(a,b)=(a_M,b_M)+(a_\perp,b_\perp)$ אזי $A,b\in L$ משפט: יהי $M\subseteq L$ יהי $M\subseteq L$ משפט: יהי

 $\dim_{\mathbb{R}}(L) = \dim_{\mathbb{C}}(L_{\mathbb{C}})$ למה: יהי L מרחב אוקלידי אזי

 $L_{\mathbb{C}}$ מעל פנימית מעל מרחב אוקלידי אזי מרחב אוקלידי מרחב משפט: יהי מרחב מוקלידי אזי

 $\sum_{n=1}^{\infty} rac{1}{n^2} = rac{\pi^2}{6}$:משפט אויילר־פורייה־פרסבל

 $f \in \operatorname{Hom}\left(V, \mathbb{F}
ight)$ אזי \mathbb{F} אזי מ"ו מעל V יהי פונקציונל ליניארי: יהי

 $.V^* = \operatorname{Hom}(V, \mathbb{F})$ המרחב הדואלי:

 $.arphi_a\left(b
ight)=\left(b,a
ight)$ המוגדרת $arphi_a:L o\mathbb{F}$ אזי $a\in L$ ויהי והי ממ"פ על ממ"ב ממ"ב הגדרה: הגדרה

 $.arphi_a\in L^*$ אזי $a\in L$ ממ"פ ויהי ממ"ב למה: יהי

ע ועל. $f\left(a
ight)=arphi_{a}$ המוגדרת $f\left(L
ightarrow L^{*}$ המ"פ נ"ס אזי L משפט: יהי

. העתקה הפיכה $f\left(a\right)=\varphi_{a}$ המוגדרת $f:L\to L^{*}$ נ"ס אזי נ"ס אוקלידי מסקנה: יהי מסקנה: היי מחב אוקלידי נ"ס היי

 $\forall a,b \in L_1. \ (\varphi\left(a\right),\varphi\left(b\right)) = (a,b)$ המקיים $\varphi \in \operatorname{Hom}\left(L_1,L_2\right)$ איזומטריה: איזומטריה בת"ל אזי $\mathcal{D} \subseteq L_1$ ותהא $a,b \in L_1$ בת"ל איזי איזומטריות $\varphi,\phi \in \operatorname{Hom}(L_1,L_2)$ בת"ל אזי

.(איזומטריה) איזומטריה) איזומטריה) $\varphi \circ \phi$

- $$\begin{split} .(\|\varphi\left(a\right)\| &= \|a\|) \wedge \left(\mathrm{dist}\left(\varphi\left(a\right), \varphi\left(b\right)\right) = \mathrm{dist}\left(a, b\right)\right) \ \bullet \\ .\left(\widehat{a,b} = \varphi\left(\widehat{a}\right), \varphi\left(b\right)\right) \wedge \left(a \perp b \Longleftrightarrow \varphi\left(a\right) \perp \varphi\left(b\right)\right) \ \bullet \\ .\mathrm{Vol}\left(P\left(\mathcal{D}\right)\right) &= \mathrm{Vol}\left(P\left(\varphi\left(\mathcal{D}\right)\right)\right) \ \bullet \end{split}$$

. איזומטריים $L, \mathbb{F}^{\dim L}$ אזי $L, \mathbb{F}^{\dim L}$ אוי מסקנה: יהי ממ"פ נ"ס מעל

 $.([\varphi]_{\mathcal{R}}\cdot\overline{[\varphi]_{\mathcal{R}}}^t=I$ עבורו בסיס א"ג משפט: איי איי (φ איי איי איי איי איי איינ איינ איינ $\varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)$ משפט: יהי

משפט: יהי $\varphi\in \operatorname{Hom}\left(L
ight)$ התב"ש

- . איזומטריה φ
- $\forall a \in L. \|\varphi(a)\| = \|a\| \bullet$
- עבורו $\varphi(\mathcal{B})$ בסיס א"נ. \mathcal{B} בסיס א"נ. •

 $. orall a,b \in L.\widehat{a,b} = \varphi(\widehat{a)}, \varphi(b)$ המקיים $\varphi \in \operatorname{Hom}(L)$ אזי מרחב אוקלידי היי מרחב מרחב אוקלידי אזי

 $(\exists \lambda \in \mathbb{R}\setminus \{0\}\,.\,[arphi]_{\mathcal{B}} \in O\,(n)$ משפט: יהי איי ($\varphi \in \mathrm{Hom}\,(L)$ אזי איי ($\varphi \in \mathrm{Hom}\,(L)$) משפט: יהי

 $\det\left(arphi
ight)=\det\left(\left[arphi
ight]_{\mathcal{B}_{2}}^{\mathcal{B}_{1}}$ יהי בהתאמה אזי ל $arphi\in\operatorname{Hom}\left(L_{1},L_{2}
ight)$ איזומורפיזם ויהיו בסיסים א"ג בהתאמה אזי $arphi\in\operatorname{Hom}\left(L_{1},L_{2}
ight)$

למה: יהי כדי אוריינטציה. $\det\left(\varphi\right)$ אזי $\varphi\in\operatorname{Hom}\left(L_{1},L_{2}
ight)$ למה: יהי

 $\operatorname{Vol}\left(P\left(arphi\left(\mathcal{B}
ight)
ight)
ight)=\left|\det\left(arphi
ight)
ight|$ איז L_{1} בסיס של בסיס איזומורפיזם ויהי $arphi\in\operatorname{Hom}\left(L_{1},L_{2}
ight)$ איזומורפיזם ויהי

 $.Vol(P(\varphi(\mathcal{B}))) = Vol(P(\mathcal{B}))$

 $(\det(\varphi)=1)\Longleftrightarrow$ מסקנה: יהי $\varphi\in \operatorname{Hom}(L_1,L_2)$ איזומורפיזם אזי ($\varphi\in \operatorname{Hom}(L_1,L_2)$

 $. orall a, b \in L. (arphi\left(a,\phi\left(b
ight),b
ight) = (a,\phi\left(b
ight))$ עבורו $\phi \in \operatorname{Hom}\left(L
ight)$ אזי $\phi \in \operatorname{Hom}\left(L
ight)$ ממ"פ ויהי a ממ"פ ויהי

משפט: יהי L ממ"פ ויהי $\varphi\in \mathrm{Hom}\,(L)$ אזי העתקה צמודה קיימת ויחידה.

 φ^* אזי ההעתקה הצמודה ל $\varphi\in \operatorname{Hom}\,(L)$ אינ היא L יהי ממ"פ ויהי

למה: יהי \mathcal{B} ממ"פ יהיו $\varphi,\psi\in \mathrm{Hom}\,(L)$ יהי ממ"פ למה: יהי L ממ"ב אזינ אזי

 $[\varphi]_{\mathcal{B}}^* = \overline{[\varphi]_{\mathcal{B}}}^{\iota} \bullet$

- $.(\varphi^*)^* = \varphi \bullet$ $.(\varphi + \psi)^* = \varphi^* + \psi^* \bullet$
 - $(\lambda \varphi)^* = \overline{\lambda} \varphi^* \bullet$
 - $(\varphi\psi)^* = \psi^*\varphi^* \bullet$

. מסקנה: יהי $f\left(arphi
ight)=arphi^{*}$ המוגדרת $f\in L^{L}$ היא אוטומורפיזם מסקנה: יהי L מרחב אוקלידי אזי $\left(\ker\left(\varphi\right)=\left(\operatorname{Im}\left(\varphi^{*}\right)\right)^{\perp}\right)\wedge\left(\operatorname{Im}\left(\varphi\right)=\left(\ker\left(\varphi^{*}\right)\right)^{\perp}\right)$ משפט:

```
.arphiarphi^*=arphi^*arphi המקיים arphi\in {
m Hom}\,(L) ממ"פ אזי ממ"ב העתקה נורמלית: יהי
                                                            (a עם ו"ע \varphi^* עם ו"ע של \overline{\lambda} עם ו"ע של \varphi עם ו"ע אזי אזי (\varphi \in \operatorname{Hom}(L) עם ו"ע סענה: תהא
                                                                                                            L_{\lambda}\perp L_{\mu} אזי איזי \mu
eq\lambda נורמלית ויהיו \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) טענה: תהא
                                                                          . (תמ"ז \varphi שמור) ענה: תהא M^{\perp}) שמור) עמה: \varphi \in \operatorname{Hom}(L) עמור) טענה: תהא
                           (arphi arphi^* = arphi^* arphi) \Longleftrightarrow (arphi'' בבסים א"נ) אזי אזי arphi \in \operatorname{Hom}(L) משפט הפירוק הספקטרלי: יהי
                                           משפט שור: יהי [arphi]_{\mathcal{B}} מחולשית עליונה. arphi\in \mathrm{Hom}\,(L) מחולשית עליונה. משפט שור: יהי מרחב אוניטרי ויהי
                                                                 (\varphi=arphi^t)\Longleftrightarrowמשפט: יהי L מרחב אוקלידי ויהי \varphi\in \mathrm{Hom}\,(L) אזי מרחב L משפט: יהי
                                   . מסקנה: תהא U^{-1}AU אוניטרית עבורה אוניטרית אזי קיימת אזי קיימת אזי הרמיטית אוניטרית אוניטרית אוניטרית אלכסונית ממשית.
                                                                                                               \|\lambda\|=1 אוניטרית ויהי \lambda ע"ע אזי A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) למה: תהא
.(\forall \lambda \in \operatorname{Spec}\left(\varphi\right). \, \|\lambda\| = 1) \Longleftrightarrow (\operatorname{cos}(\beta) \, \operatorname{sin}(\beta)) נורמלי אזי \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right) נורמלי אזי (\varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right) משפט: יהי \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right) ממ"פ ויהי \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right) מורמלי אזי קיים בסיס א"נ \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right) המקיים \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right) המקיים \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right) איזומטריה אזי קיים בסיס א"נ \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right) המקיים \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L\right)
                                                                                                                                            מסקנה: תהא \varphi \in \operatorname{Hom}\left(L
ight) איזומטריה אזי
                                                                                                                        L=\mathbb{R}, אזי (\varphi שיקוף ביחס לראשית). L=\mathbb{R}
                                                           .(ע שיקוף ביחס לקו ישר שעובר דרך הראשית)\vee(\varphi) סיבוב סביב הראשית). L=\mathbb{R}^2
                          אזי (\varphi) שיקוף ביחס לקו ישר שעובר דרך הראשית) עובר דרך הראשית) שיקוף ביחס לקו ישר שעובר דרך הראשית), L=\mathbb{R}^3
                               אנק ועובר דרך הראשית ושיקוף ביחס למישור שעובר דרך הראשית ושיקוף ביחס לקו ישר שאנד למישור ועובר דרך הראשית \wp).
                                                          תבנית בילינארית (ת"ב): יהיו L,M מ"ו מעל \mathbb F ויהיו מעל \mathfrak G המקיימת \Phi:L	imes L 	imes M 	o \mathbb F המקיימת
                                    \Phi\left(\alpha v+\beta u,w
ight)=lpha\Phi\left(v,w
ight)+eta\Phi\left(u,w
ight) אזי w\in M ויהי v,u\in L יהי פרכיב ראשון: יהיו v,u\in L
                                          \Phi(v, \alpha u + \beta w) = \alpha \Phi(v, u) + \beta \Phi(v, w) אזי u, w \in M ויהיו v \in L היהי פני: יהי
                                                                B(L,M)=\{\Phi:L	imes M	o \mathbb{F}\ |\ ימון: יהיו D,M מ"ו מעל \mathbb{F} אזי D,M אזי D,M מ"ו מעל D,M מ"ו מעל D,M
                                                                                                                                  B\left(L
ight)=B\left(L,L
ight) אזי מעל \mathbb F מ"ו מעל מ"ו מימון: יהי
                                       .\left([\Phi]_{\mathcal{B}_L,\mathcal{B}_M}
ight)_{i,i}=\Phi\left(\left(\mathcal{B}_L
ight)_i,\left(\mathcal{B}_M
ight)_j
ight) בסיסים אזי \Phi\in B\left(L,M
ight) תהא מטריצה מייצגת: תהא
                          \Phi\left(a,b
ight)=\left[a
ight]_{\mathcal{B}_{L}}^{t}\left[\Phi
ight]_{\mathcal{B}_{L},\mathcal{B}_{M}}\left[b
ight]_{\mathcal{B}_{M}} אזי b\in M ויהי a\in L בסיסים יהי \mathcal{B}_{L},\mathcal{B}_{M} יהיו \Phi\in B\left(L,M
ight) יהיו \Phi\in B\left(L,M
ight)
                                                                                           \operatorname{L}(\dim\left(B\left(L,M
ight)
ight)=\dim\left(L
ight)\dim\left(M
ight)משפט: B\left(L,M
ight) משפט: B\left(L,M
ight)
                                   [\Phi]_{\mathcal{B}'_L,\mathcal{B}'_M} = \left([\operatorname{Id}]^{\mathcal{B}_L}_{\mathcal{B}'_L}\right)^t [\Phi]_{\mathcal{B}_L,\mathcal{B}_M} [\operatorname{Id}]^{\mathcal{B}_M}_{\mathcal{B}'_M} משפט: תהא \Phi \in B(L,M) ויהיו \Phi \in B(L,M) בסיסים אזי
                                                                                                           \operatorname{Lank}\left(\Phi
ight)=\operatorname{Rank}\left(\left[\Phi
ight]_{\mathcal{B}_{L},\mathcal{B}_{M}}
ight) אזי \Phi\in B\left(L,M
ight) דרגה: תהא
                                                                                                                        מוגדרת היטב. \Phi \in B(L,M) מוגדרת היטב.
                                                                           \Phi_{1}\left(a\right)\left(b\right)=\Phi\left(a,b\right) כך \Phi_{1}\in\operatorname{Hom}\left(L,M^{st}
ight) נגדיר \Phi\in B\left(L,M
ight) כד הגדרה: תהא
                                                                            \Phi_{2}\left(b
ight)\left(a
ight)=\Phi\left(a,b
ight) כך \Phi_{2}\in\operatorname{Hom}\left(M,L^{st}
ight) נגדיר \Phi\in B\left(L,M
ight) כך
                                                                                                  \operatorname{rank}(\Phi) = \operatorname{rank}(\Phi_1) = \operatorname{rank}(\Phi_2) אזי \Phi \in B(L,M) משפט: תהא
                                                                                                                            תבנית אי־מנוונת: \Phi \in B\left(L,M
ight) הפיכה.
                                                                                                                                                      משפט: תהא \Phi \in B\left( L,M
ight) התב"ש
                                                                                                                                                                                 אי־מנוונת. \Phi
                                                                                                                                                                 . איזומורפיזמים \Phi_1,\Phi_2
                                                                                                                                               \operatorname{.rank}(\Phi) = \dim(M) = \dim(L) \bullet
                                                                     .(orall a\in L\setminus\{0\}\,.\exists b\in L.\Phi\,(a,b)
eq 0)\Longleftrightarrowמשפט: תהא \Phi\in B\,(L) אזי שי־מנוונת
```

עבורם $\psi_1\dots\psi_r\in M^*$ וכן $\varphi_1\dots\varphi_r\in L^*$ אזי קיימים rank $(\Phi)=r$ באשר $\Phi\in B(L,M)$ ותהא M
eq L יהיו

 $A=[\Phi]_{\mathcal{B}_L,\mathcal{B}_M}=\mathrm{Diag}\,(I_r,0)$ אזי $\Phi\in B\,(L,M)$ ותהא M
eq L ותהא משפט: יהיו

 $.\Phi = \varphi_1 \psi_1 + \ldots + \varphi_r \psi_r$

 $arphi=arphi_1+iarphi_2$ אזי קיימים ויחידים $arphi_1,arphi_2\in \mathrm{Hom}\,(L)$ צמודים לעצמם המקיימים $arphi=\omega$ אזי קיימים ויחידים $arphi=\omega$ צמודים לעצמם אוניטרי ויהי

 $(\varphi \varphi^* = I) \Longleftrightarrow$ משפט: יהי $\varphi \in \operatorname{Hom}(L)$ אזי $\varphi \in \operatorname{Hom}(L)$

 $(arphi=arphi^*) \Longleftrightarrow ig([arphi]_{\mathcal{B}} = \overline{[arphi]_{\mathcal{B}}}^t ig)$ למה: יהי \mathcal{B} בסיס א"ג אזי

 $arphi=arphi^*$ המקיימת $arphi\in \mathrm{Hom}\,(L)$ ממ"פ אזי ממ"ב העתקה צמודה לעצמה: יהי

 $(\varphi=\varphi^*)\Longleftrightarrow (\forall a\in L.\,(\varphi\left(a\right),a)\in\mathbb{R})$ אזי $\varphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight)$ אזי ברחב אוניטרי ויהי $\varphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight)$ אזי $\varphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight)$ אזי $\varphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight)$ משפט: יהי $\varphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight)$ אזי $\varphi\in\operatorname{Hom}\left(L
ight)$

```
Q\left(a
ight)=\Phi\left(a,a
ight) המוגדרת Q:L
ightarrow\mathbb{F} אזי \Phi\in B\left(L
ight) ההא
                                                                                   אזי a\in L ויהי \Phi\in B\left(L
ight) אזי עבור ת"ב Q:L	o\mathbb{F} ויהי אזי למה:
                                                                                                                                          Q(\lambda a) = \lambda^2 Q(a) אזי \lambda \in \mathbb{F} יהי
                                                                                         .Q\left(a+b
ight)=Q\left(a
ight)+Q\left(b
ight)+\Phi\left(a,b
ight)+\Phi\left(b,a
ight) אזי b\in L יהי •
                                   .Q\left(a\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(\left[\Phi\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i,i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}^{2} + \sum_{1 \leq i < j \leq n}\left(\left(\left[\Phi\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i,j} + \left(\left[\Phi\right]_{\mathcal{B}}\right)_{j,i}\right)\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{i}\left(\left[a\right]_{\mathcal{B}}\right)_{j} \cdot \Phiיהי \mathcal{B} יהי \mathcal{B} יהי \mathcal{B} יהי \mathcal{B}
                      למה: היים שימטרית מתאימה לתבנית אזי קיימת ויחידה \Phi\in B\left(L
ight) סימטרית עבנית תבנית תבנית עבנית Q:L	o\mathbb{F} חותהא למה: יהי
                                                     \Phi\left(a,b
ight)=rac{Q(a+b)-Q(a)-Q(b)}{2} יהי אזי Q:L	o\mathbb{F} ותהא ותהא לוהה char (\mathbb{F}) 
eq 2
                                                                                         [Q]_{\mathcal{B}}=[\Phi]_{\mathcal{B}} יהי אזי ריבועית תבנית Q:L	o\mathbb{F} הגדרה: יהי \mathcal{B} בסיס ותהא
                                                                                                                [Q]^t = [Q] מסקנה: תהא Q:L	o \mathbb{F} מסקנה: תהא
                                                               Q(a)=[a]^t_{\mathcal{B}}\,[Q]_{\mathcal{B}}\,[a]_{\mathcal{B}} אזי אזי ריבועית תבנית תבנית ותהא Q:L	o\mathbb{F} ותהא ותהא להמינה: יהי
                                                                         A,B' \in \operatorname{GL}(n,\mathbb{F}) A,B' \in \operatorname{GL}(n,\mathbb{F}) בסיסים אזי A,B' \in \operatorname{GL}(n,\mathbb{F}) בסיסים אזי A,B \in M_n(\mathbb{F}) מטריצות חופפות: A,B \in M_n(\mathbb{F})
                    Q(a)=\sum_{i=1}^{\mathrm{rank}(Q)}lpha_ix_i^2 עבורו \mathcal{B} עבורו אזי קיים בסיס Q:L	o\mathbb{F} תבנית ריבועית Q:L	o\mathbb{F} ותהא
                                                                 Q\left(a
ight)=\sum_{i=1}^{\mathrm{rank}\left(Q
ight)}x_{i}^{2} עבורו פיים בסיס \mathcal{B} עבועית אזי קיים תכנית ריבועית Q:L	o\mathbb{C}
                                               C^tAC=\mathrm{Diag}\left(I_{\mathrm{rank}(A)},0
ight) עבורה עבורה עבורה אזי קיימת איי קיימת אזי סימטרית אזי סימטרית אזי A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight)
                                              Q(a)=\sum_{i=1}^p x_i^2-\sum_{i=p+1}^{\mathrm{rank}(Q)} x_i^2 עבורו משפט: תהא Q:L	o\mathbb{R} תבנית ריבועית אזי קיים בסיס
                                               .C^{t}AC=\mathrm{Diag}\left(I_{p},-I_{q},0
ight) עבורה עבורה אזי קיימת איי קיימת אזי סימטרית אזי סימטרית A\in M_{n}\left(\mathbb{C}
ight)
                                                                        A \underset{\mathtt{Desp}}{\sim} \mathrm{Diag}\left(I_p, -I_q, 0
ight) עבורם (p,q) אזי סימטרית אזי A \in M_n\left(\mathbb{C}
ight)
                                                                   p אזי (p,q) אזי עם סיגנטורה A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) אזי תהא ציון/אינדקס ההתמדה החיובי: תהא
                                                                   (p,q) אזי סימטרית עם סיגנטורה A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) אזי אינדקס ההתמדה השלילי: תהא
[Q]_{\mathcal{B}'}=\mathrm{Diag}\,(I_{p'},-I_{q'},0) וכן וכן [Q]_{\mathcal{B}}=\mathrm{Diag}\,(I_p,-I_q,0) משפט ההתמדה של סילבסטר: תהא Q:L	o\mathbb{R} תבנית ריבועית עבורה
                                                                                                                                                                          (p,q)=(p',q') אזי
                                  \Delta_k^A = \det\left(B
ight) אזי \left(B
ight)_{i,j} = \left(A
ight)_{i,j} המקיים B \in M_k\left(\mathbb{F}
ight) ויהי והי A \in M_n\left(\mathbb{F}
ight) אזי A \in M_n\left(\mathbb{F}
ight) מינור ראשי: תהא
                                                    A=\left(egin{array}{cc}1& & *\ & & \\ & & & 1\end{array}
ight) המקימת A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) :(unitriangular upper) מטריצה יחידה משולשית עליונה
                                                              \Delta_{k}^{C^{t}AC}=\Delta_{k}^{A} יחידה משולשית עליונה אזי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight) ותהא ותהא A\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight)
 אזי קיימת \Delta_{\mathrm{rank}(A)+1},\ldots,\Delta_n=0 וכן \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}\neq 0 סימטרית עבורה A\in M_n\left(\mathbb{F}\right) האזי היי A\in M_n\left(\mathbb{F}\right) אזי קיימת char A\in M_n\left(\mathbb{F}\right)
                                                          .C^{t}AC=\mathrm{Diag}\left(\Delta_{1},rac{\Delta_{2}}{\Delta_{1}}\ldotsrac{\Delta_{\mathrm{rank}\left(A
ight)}}{\Delta_{\mathrm{rank}\left(A
ight)-1}},0\ldots0
ight) יחידה משולשית עליונה עבורה C\in M_{n}\left(\mathbb{F}
ight)
                                                                                                                                    הגדרה: תהא Q:L	o\mathbb{R} תבנית ריבועית אזי
                                                                                                     \forall v \in L \backslash \left\{0\right\}.Q\left(v\right) > 0 (תחל"ח): לחלוטין חיובית חיובית לחלוטין (תחל"ח): •
                                                                                                                           \forall v \in L \setminus \{0\} . Q(v) \ge 0 . תבנית אי־שלילית:
                                                                                                                           \forall v \in L \setminus \{0\} . Q(v) \leq 0 . תבנית אי־חיובית:
                                                                                                                   \forall v \in L \setminus \{0\} . Q(v) < 0 . תבנית שלילית לחלוטין:
                                                                                                                                           הגדרה: תהא A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight) סימטרית אזי
                                                                                                                \forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\} . x^t A x > 0 (חל"ח): • חיובית לחלוטין
                                                                                                                                   \forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\} . x^t A x \ge 0 אי־שלילית: •
```

 $\Phi=arphi_1\psi_1+\ldots+arphi_r$ עבורם $arphi_1\ldotsarphi_r,\psi_1\ldots\psi_r\in L^*$ איי קיימים איי קיימים $\Phi\in B\left(L
ight)$ עבורם $\Phi\in B\left(L
ight)$

 $\operatorname{rank}\left(arphi_1\psi_1+\ldots+arphi_r\psi_r
ight)\leq r$ אזי $arphi_1\ldotsarphi_r,\psi_1\ldots\psi_r\in L^*$ למה: יהיו

 $\forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\} . x^t A x \le 0$ אי־חיובית: • $\forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\} . x^t A x < 0$ שלילית לחלוטין: •

 $A: (orall i \in [n] . \Delta_i > 0) \Longleftrightarrow$ משפט סילבסטר: תהא $A \in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ סימטרית אזי משפט סילבסטר: תהא

(כל הע"ע של $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ משפט: תהא $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ סימטרית אזי ($A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$

 $\exists!B\in M_n\left(\mathbb{R}
ight).B^2=A$ איי חל"ח אזי $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ למה: תהא

 $A:=\{n: (-1)^i \ \Delta_i>0\}$ שלילית לחלוטין) שלילית אזי איי ווא סימטרית אזי ווא סימטרית אזי וואיי ווא סימטרית אזי וואיי

```
תבנית אחד־וחצי־לינארית: יהי L מ"ו מעל U ויהיו U המקיימת \Psi:L 	imes L 	o \mathbb{C} אזי U המקיימת
                                                                \Psi\left(\alpha v+\beta u,w\right)=\alpha\Psi\left(v,w\right)+\beta\Psi\left(u,w\right) אזי v,u,w\in L יהיו ברכיב ראשון: יהיו פינאריות ברכיב ראשון: יהיו
                                                                                                                  \Psi(v,\alpha u+\beta w)=\overline{\alpha}\Psi(v,u)+\overline{\beta}\Psi(v,w) אזי v,u,w\in L יהיי
                                                                       ([\Psi]_{\mathcal{B}})_{i,j} = \Psi\left(\mathcal{B}_i,\mathcal{B}_j
ight) אזי בסיס אזי תבנית אחד־וחצי־לינארית תבנית עבנית עבנית \Psi
                                         \Psi(a,b)=[a]^t_{\mathcal{B}}\,[\Phi]_{\mathcal{B}}\,\overline{[b]_{\mathcal{B}}} אזי b\in M ויהי a\in L בסיס יהי בסיס לינארית אחד־וחצי־לינארית יהי \mathcal{B}
                                                                [\Psi]_{\mathcal{B}'} = \left([\mathrm{Id}]_{\mathcal{B}'}^{\mathcal{B}}\right)^t [\Psi]_{\mathcal{B}} \, \overline{[\mathrm{Id}]_{\mathcal{B}'}^{\mathcal{B}}} משפט: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית ויהיו \mathcal{B},\mathcal{B}' בסיסים אזי
                                                                                                                       .rank (\Psi)=\mathrm{rank}\left([\Psi]_{\mathcal{B}}\right) אזי אויילינארית אחד־וחצי־לינאר תבנית עבנית עבנית עדי
                                                                                                                          מוגדרת היטב. rank (\Psi) מוגדרת אחד־וחצי־לינארית אחד\Psi תבנית אחד־וחצי
                                             . orall a,b \in L.\Psi\left(a,b
ight) = \overline{\Psi\left(b,a
ight)} תבנית אחד־וחצי־לינארית המקיימת \Psi\left(b,a
ight) תבנית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית:
                                                                                                       \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית אזי (\Psi הרמיטית) הרמיטית). למה: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית אזי
                                                   [\Psi]_{\mathcal{B}} = \mathrm{Diag}\left(I_p, -I_q, 0
ight) עבורו \Psi עבורו אזי היים הרמיטית אזי הרמיטית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית אזי קיים בסיס
                                    p אזי [\Psi]_{\mathcal{B}}=\mathrm{Diag}\left(I_p,-I_q,0
ight) אזי ההתמדה החיובי: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית עם
                                    [\Psi]_{\mathcal{B}}=\mathrm{Diag}\left(I_{p},-I_{q},0
ight) אזי עם עם עם עם עבנית אחד־וחצי־לינארית תבנית עבנית עם עם \Psi
                                    וכן [Q]_{\mathcal{B}}=	ext{Diag}\,(I_p,-I_q,0) משפט ההתמדה של סילבסטר: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית עבורה
                                                                                                                                                                (p,q)=(p',q') איז [Q]_{\mathcal{B}'}=\mathrm{Diag}\,(I_{p'},-I_{q'},0)
                                                                                                                                                   \Delta_1 \ldots \Delta_n \in \mathbb{R} למה: תהא A \in M_n\left(\mathbb{C}
ight) הרמיטית אזי
יחידה C\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) אזי קיימת \Delta_{\mathrm{rank}(A)+1},\ldots,\Delta_n=0 וכן \Delta_1,\ldots,\Delta_{\mathrm{rank}(A)}
eq 0 יחידה A\in M_n\left(\mathbb{C}
ight) אזי קיימת
                                                                                                                   .C^tA\overline{C}=	ext{Diag}\left(\Delta_1,rac{\Delta_2}{\Delta_1}\dotsrac{\Delta_{	ext{rank}(A)}}{\Delta_{	ext{rank}(A)-1}},0\dots0
ight) משולשית עליונה עבורה
                                                                                                                                                    הגדרה: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית אזי \Psi
                                                                                                                                             \forall v \in L \setminus \{0\} . \Psi(v,v) > 0 (חל"ח): סיובית לחלוטין (חל"ח): •
                                                                                                                                                                      \forall v \in L \setminus \{0\} . \Psi(v,v) \geq 0 אי־שלילית: •
                                                                                                                                                                      \forall v \in L \setminus \{0\} . \Psi(v,v) < 0 אי־חיובית:
                                                                                                                                                           \forall v \in L \setminus \{0\} . \Psi(v,v) < 0 שלילית לחלוטין: •
                                                                            (orall i \in [n]. \Delta_i > 0) \Longleftrightarrowמשפט: תהא \Psi תבנית אחד־וחצי־לינארית הרמיטית אזי שפט
                       . אלכסוניות. [\Psi_1]_{\mathcal{B}}, [\Psi_2]_{\mathcal{B}} עבורו \mathcal{B} עבורו \Psi_1 אלכסוניות אחד־וחצי־לינאריות עבורן \Psi_1 חל"ח אזי קיים בסיס
                                                             . orall a,b \in L.\Phi\left(a,b
ight) = -\Phi\left(b,a
ight) המקיימת \Phi \in B\left(L
ight) אזי \Phi \in B\left(L
ight) אזי רובנית אנטי סימטרית: יהי
                                                                                                                                     . orall a \in L. \Phi \left( a,a 
ight) = 0 אזי סימטרית אנטי תבנית \Phi תבנית למה:
                                                                                                                                           למה: תהא \Phi תבנית אנטי סימטרית אזי \Phi אנטי סימטרית.
                                              .[\Phi]_{\mathcal{B}}=\mathrm{Diag}\left(\left(\begin{smallmatrix}0&1\\-1&0\end{smallmatrix}\right)\ldots\left(\begin{smallmatrix}0&1\\-1&0\end{smallmatrix}\right),0\ldots0\right) עבורו בסיס \mathcal{B} עבורו אזי קיים אנטי סימטרית אזי קיים בסיס אזי קיים בסיס בסיס פור עבורו לעבורו פון פור שנית אנטי סימטרית אזי קיים בסיס
                                                                                                                                 .<br/>rank (A)\in\mathbb{N}_{\mathrm{even}} אזי סימטרית אנטי אנטי A\in M_{n}\left(\mathbb{F}\right) תהא
   \det\left(A
ight)=p\left((A)_{1,1}\ldots(A)_{n,n}
ight)^{2} המקיים p\in\mathbb{F}\left[x_{1}\ldots x_{n^{2}}
ight] אנטי סימטרית אי־מנוונת אזי מוונת אזי וויא אוני ארמנום אוני אנטי סימטרית אי־מנוונת איזי אי־מנוונת אזי רבו אוני אי־מנוונת איזי אי־מנוונת איזי אי־מנוונת איזי אי־מנוונת איזי וויא איי־מנוונת איזי אי־מנוונת איזי אי־מנוונת איזי אי־מנוונת איזי אי־מנוונת איי־מנוונת איי־מנו
                                                                                                           .pfaff מסקנה: תהא איי קיים פולינום אנטי סימטרית אנטי פולינום אנטי פולינום מסקנה: תהא A\in M_n\left(\mathbb{F}
ight)
                                                                                                                                                             \mathbb{R}_{2}[x,y] = \{ f \in \mathbb{R}[x,y] \mid \deg(f) = 2 \} הגדרה:
                                                                                                                          p, q \Longleftrightarrow \exists \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} אזי p, q \in \mathbb{R}_2 [x, y] הגדרה: יהיו
                                                                                                                     .C_{2}\left(\mathbb{R}
ight)=\mathbb{R}_{2}[x,y]/_{\sim}:2 קבוצת העקומות האלגבריות המישוריות ממעלה
                                                                                                            p \in \mathbb{R}_2[x,y] אזיp \in \mathbb{R}_2[x,y] יהיp \in \mathbb{R}_2[x,y] אזי
                                                             . באופן יחיד. ממעלה 2 מגדירה עקומה אלגברית מישורית ממעלה 2 באופן יחיד.
                                                 f(u)=Qu+v המוגדרת f\in\mathbb{R}^2	o\mathbb{R}^2 אזי פונקציה v\in\mathbb{R}^2 המוגדרת Q\in O(2) תנועה במישור במישור
                                                                                                                                                         למה: תהא f תנועה במישור \mathbb{R}^2 אזי f שומרת מרחק.
                                                                            אזי p\left(x,y
ight)=ax^{2}+2bxy+cy^{2}+2dx+2ey+f המוגדרת p\in\mathbb{R}_{2}\left[x,y
ight] אזי הגדרה: תהא
                                                                                                                                                                           A_p=\left(egin{array}{c} a&b\\b&c\end{array}
ight) המטריצה המצומצמת: • \widehat{A}_p=\left(egin{array}{c} a&b&d\\b&c&e\\d&e&f\end{array}
ight) המטריצה המורחבת: •
```

D=QR איז קיימים ויחידים $R\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ סימטרית חל"ח וכן $D\in \mathrm{GL}(n,\mathbb{R})$ עבורם עבורם $Q\in \mathrm{GL}(n,\mathbb{R})$

. אלכסוניות $[Q_1]_{\mathcal{B}}, [Q_2]_{\mathcal{B}}$ עבורו בסיס \mathcal{B} עבורו $Q_2:L o\mathbb{R}$ אחלייח ותהא עבורו $Q_1:L o\mathbb{R}$

. אלכסונית $C \in O(n)$ אלכסונית אזי קיימת $A \in M_n(\mathbb{R})$ אלכסונית משפט: תהא

```
.Spec (A_p)= Spec (A_{p\circ f}) אזי \mathbb{R}^2 אזי p\in\mathbb{R}_2 [x,y] השפט: תהא p\in\mathbb{R}_2 [x,y] אזי p\in\mathbb{R}_2 ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא
                                                                            וכן \det\left(\widehat{A_p}
ight)=\det\left(\widehat{A_q}
ight) דומות וכן p,q\in\mathbb{R}_2\left[x,y
ight] וכן יהיו
                p=q\circ T אזי קיימת T תנועה במישור \left(\det\left(\widehat{A_p}
ight)=\det\left(\widehat{A_q}
ight)
eq 0
ight)\lor\left(\det\left(A_p
ight)=\det\left(A_q
ight)
eq 0
ight)
                                    מסקנה: תהא עבורה C הינה אחת תנועה ב-\mathbb{R}^2עבורה אזי לפנ \det\left(\widehat{A_p}\right) 
eq 0 עבורה עבורה C \in C_2\left(\mathbb{R}\right)
                                                                                                                                                               .rac{x^2}{a^2}+rac{y^2}{b^2}=-1 :קבוצה ריקה: .rac{x^2}{a^2}+rac{y^2}{b^2}=1 . אליפטה: .rac{x^2}{a^2}-rac{y^2}{b^2}=1 . היפרבולה: .rac{x^2}{a^2}-rac{y^2}{b^2}=1
                                                                                                                            \mathbb{R}_{2}[x,y,z] = \{ f \in \mathbb{R}[x,y,z] \mid \deg(f) = 2 \} הגדרה:
                                                                                                p \sim q \Longleftrightarrow \exists \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} . q = \alpha p אזי p, q \in \mathbb{R}_2 \left[x, y, z\right] הגדרה: יהיו
                                                                                                                 .S_{2}\left(\mathbb{R}
ight)=\mathbb{R}_{2}[x,y,z]/_{\sim}:2 קבוצת המשטחים האלגבריים ממעלה
                                                                                                                      (p) אזי p \in \mathbb{R}_2 [x,y,z] אזי משטח גאומטרי ממעלה (2) יהי
                                                                                        . משטח אלגברי ממעלה 2 מגדיר משטח גאומטרי ממעלה 2 באופן יחיד.
                                  f(u)=Qu+v המוגדרת f\in\mathbb{R}^3	o\mathbb{R}^3 אזי פונקציה v\in\mathbb{R}^3 וכן Q\in O(3) המוגדרת וכועה במישור q\in Q(3)
                                                                                                                                 למה: תהא f תנועה במישור \mathbb{R}^3 אזי f שומרת מרחק.
אזי p\left(v
ight)=v^{t}Av+2B^{t}v+c המוגדרת ההא p\in\mathbb{R}_{2}\left[x,y,z
ight] ותהא ותהא B\in M_{3	imes1}\left(\mathbb{R}
ight) הימטרית תהא A\in M_{3}\left(\mathbb{R}
ight) המינה הא
                                                                                                                                                          A_p=A :המטריצה המצומצמת ullet
                                                                                                                                                   \widehat{A_p} = \left(egin{array}{c} A & B \ B^t & c \end{array}
ight) :המטריצה המורחבת
                                                                 .Spec (A_p)= Spec (A_{p\circ f}) אזי \mathbb{R}^3 אוי p\in\mathbb{R}_2 [x,y,z] משפט: תהא p\in\mathbb{R}_2 [x,y,z] אוי .det (\widehat{A_p})= det (\widehat{A_{p\circ f}}) אזי p\in\mathbb{R}_2 ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא p\in\mathbb{R}_2 ותהא
                                                                        וכן \det\left(\widehat{A_p}
ight)=\det\left(\widehat{A_q}
ight) דומות וכן A_p,A_q עבורן p,q\in\mathbb{R}_2\left[x,y,z
ight] יהיו
                p=q\circ T עבורה \mathbb{R}^3 עבורה תנועה במישור \left(\det\left(\widehat{A_p}\right)=\det\left(\widehat{A_q}\right)
eq 0
ight)\lor\left(\det\left(A_p\right)=\det\left(A_q\right)
eq 0
ight)
                                      מסקנה: תהא S עבורה S עבורה אזי קיימת תנועה אזי קיימת מהבאות אורה אחת עבורה S\in S_2\left(\mathbb{R}
ight)
                                                                                                                                   .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1: קבוצה ריקה: .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1: אליפסויד: .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1: • היפרבולויד חד־יריעתי: .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1: • היפרבולויד אליפטי: .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=z: • פרבולויד היפרבולי: .\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=z:
```