פעולות בינאריות: תהא A קבוצה אזי $A\times A\to A$.

סימון: תהא A קבוצה ותהא $*$ פעולה בינארית על A אזי $a*b=*(a,b)$.

חבורה: תהא G קבוצה אזי $*:G\times G\to G$ עבורה קיים $e\in G$ עבורו

- אסוציאטיביות: לכל $a,b,c\in G$ מתקיים $a*(b*c)=(a*b)*c$.
- איבר יחידה: לכל $a\in G$ מתקיים $a*e=e*a=a$.
- איבר הופכי: לכל $a\in G$ קיים $b\in G$ עבורו $a*b=e=b*a$.

הגדרה: תהא X קבוצה אזי $S(X)=\{f:X\to X\mid \text{הפיכה } f\}$.

חבורת התמורות: תהא X קבוצה אזי $(S(X),\circ)$.

טענה: תהא X קבוצה אזי חבורת התמורות הינה חבורה.

סימון: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $S_n=S([n])$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $|S_n|=n!$.

חבורת המטריצות: יהי $\mathbb{F}$ שדה ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}),\cdot)$.

טענה: יהי $\mathbb{F}$ שדה ויהי $n\in\mathbb{N}$ אזי חבורת המטריצות הינה חבורה.

החבורות החיבוריות: יהי $\mathbb{F}\in\{\mathbb{Z},\mathbb{Q},\mathbb{R},\mathbb{C}\}$ אזי $(\mathbb{F},+)$.

סימון: תהא $A\subseteq\mathbb{C}$ אזי $A^*=A\backslash\{0\}$.

החבורות הכפליות: יהי $\mathbb{F}\in\{\mathbb{Q}^*,\mathbb{R}^*,\mathbb{C}^*\}$ אזי $(\mathbb{F},\cdot)$.

החבורה הטריוואלית: יהי x אזי $(\{x\},\mathrm{Id})$.

הגדרה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\sim_n\subseteq\mathbb{Z}^2$ המוגדרת $(x\sim_n y)\iff(n|(x-y))$.

סימון: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $C_n=\mathbb{Z}/\sim_n$.

הגדרה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $+:C_n\times C_n\to C_n$ המוגדרת $[x]_{\sim_n}+[y]_{\sim_n}=[x+y]_{\sim_n}$.

חבורת שאריות החלוקה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $(C_n,+)$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי חבורת שאריות החלוקה הינה חבורה.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $|C_n|=n$.

חבורה אבלית/חילופית/קומוטטיבית: חבורה $(G,*)$ עבורה לכל $g,h\in G$ מתקיים $g*h=h*g$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}_{\ge3}$ אזי $(S_n,\circ)$ אינה אבלית.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}),\cdot)$ אינה אבלית.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $(C_n,+)$ אבלית.

חבורה סופית: חבורה $(G,*)$ עבורה $|G|\in\mathbb{N}$.

חבורה אינסופית: חבורה $(G,*)$ עבורה $|G|\ge\aleph_0$.

סדר של חבורה: תהא $(G,*)$ חבורה סופית אזי $\mathrm{ord}(G)=|G|$.

סדר של חבורה: תהא G חבורה אינסופית אזי $\mathrm{ord}(G)=\infty$.

סימון: תהא $(G,*)$ חבורה אזי $o(G)=\mathrm{ord}(G)$.

תת־חבורה: תהא $(G,*)$ חבורה ותהא $H\subseteq G$ אזי $\left(H,*_{\restriction_{H\times H}}\right)$ עבורה

- סגירות לכפל: לכל $a,b\in H$ מתקיים $a*b\in H$.
- סגירות להופכי: לכל $a\in H$ מתקיים $a^{-1}\in H$.
- איבר יחידה: יהי e איבר היחידה של G אזי $e\in H$.

סימון: תהא $(G,*)$ חבורה ותהא $H\subseteq G$ עבורה $\left(H,*_{\restriction_{H\times H}}\right)$ תת־חבורה אזי $H\le G$.

למה: תהא $(G,*)$ חבורה ותהא $H\in\mathcal{P}(G)\setminus\{\varnothing\}$ אזי $(H\le G)\iff$(לכל $a,b\in H$ מתקיים $a*b^{-1}\in H$).

סימון: תהא $(G,*)$ חבורה ותהיינה $A,B\subseteq G$ אזי $A*B=\{a*b\mid(a\in A)\wedge(b\in B)\}$.

סימון: תהא $(G,*)$ חבורה תהא $H\subseteq G$ ויהי $g\in G$ אזי $g*H=\{g\}*H$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $(n\mathbb{Z},+)\le(\mathbb{Z},+)$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי $\mathbb{F}$ שדה אזי $(\mathrm{SL}_n(\mathbb{F}),\cdot)\le(\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}),\cdot)$.

סימון: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $R_n=\{z\in\mathbb{C}\mid z^n=1\}$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $(R_n,\cdot)\le(\mathbb{C}^*,\cdot)$.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה אזי $G\le G$.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה אזי $\{e\}\le G$.
הערה: מכאן והלאה כאשר ברור מהי הפעולה של החבורה נסמנה על ידי הקבוצה בלבד.
טענה: תהא $(G,*)$ חבורה אזי קיים ויחיד $e\in G$ עבורו $a*e=e*a=a$ לכל $a\in G$.
טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a\in G$ אזי קיים ויחיד $b\in G$ עבורו $a*b=e=b*a$.
סימון: תהא $(G,*)$ חבורה יהי $a\in G$ ויהי $b\in G$ איבר הופכי ל־a אזי $a^{-1}=b$.
טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ויהיו $a,b\in G$ אזי $(a*b)^{-1}=b^{-1}*a^{-1}$.
טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a\in G$ אזי $\left(a^{-1}\right)^{-1}=a$.
מסקנה כלל צמצום משמאל: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a,b,c\in G$ עבורם $a*b=a*c$ אזי $b=c$.
מסקנה כלל צמצום מימין: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a,b,c\in G$ עבורם $b*a=c*a$ אזי $b=c$.
סימון: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $g\in G$ אזי $g^0=e$.
הגדרה: תהא $(G,*)$ חבורה יהי $n\in\mathbb{N}_+$ ויהי $g\in G$ אזי $g^n=g*g^{n-1}$.
סימון: תהא G חבורה יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי $g\in G$ אזי $g^{-n}=(g^n)^{-1}$.
טענה: תהא G חבורה יהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי $g\in G$ אזי $g^{-n}=\left(g^{-1}\right)^n$.
חבורת המכפלה: תהיינה $(G,*),(H,\otimes)$ חבורות נגדיר $(g,h)\cdot(g',h')=(g*g',h\otimes h')$ לכל $g,g'\in G$ ולכל $h,h'\in H$ אזי $(G\times H,\cdot)$.
טענה: תהיינה $(G,*),(H,\otimes)$ חבורות אזי חבורת המכפלה הינה חבורה.
טענה: תהיינה $(G,*),(H,\otimes)$ חבורות אזי (חבורת המכפלה אבלית)$\Longleftrightarrow$(H,G אבליות).
טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ותהיינה $H,K\le G$ אזי ($H*K\le G$)$\Longleftrightarrow$($HK=KH$).
טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ותהיינה $H,K\le G$ אזי ($H\cup K\le G$)$\Longleftrightarrow$($H\cap K\in\{H,K\}$).
הגדרה: תהא X קבוצה ותהא $Y\subseteq X$ אזי $\text{Stab}(Y)=\{\pi\in S(X)\mid\forall y\in Y.\pi(y)=y\}$.
טענה: תהא X קבוצה ותהא $Y\subseteq X$ אזי $\text{Stab}(Y)\le S(X)$.
מסקנה: תהא G חבורה ותהא $\{H_i\}_{I\in I}\subseteq\mathcal{P}(G)$ באשר $H_i\le G$ לכל $i\in I$ אזי $\bigcap_{i\in I}H_i\le G$.
הגדרה: תהא G חבורה ותהא $X\subseteq G$ אזי $\mathcal{F}(X)=\{H\le G\mid X\subseteq H\}$.
החבורה שנוצרת על ידי תת־קבוצה: תהא G חבורה ותהא $X\subseteq G$ אזי $\langle X\rangle=\bigcap_{H\in\mathcal{F}(X)}H$.
למה: תהא G חבורה ותהא $X\subseteq G$ אזי $\langle X\rangle\le G$.
טענה מינימליות החבורה הנוצרת: תהא G חבורה תהא $X\subseteq G$ ותהא $H\le G$ עבורה $X\subseteq H$ אזי $\langle X\rangle\subseteq H$.
קבוצת יוצרים של חבורה: תהא G חבורה אזי $X\subseteq G$ עבורה $\langle X\rangle=G$.
חבורה נוצרת סופית (נ"ס): חבורה G עבורה קיימת קבוצת יוצרים סופית.
חבורה ציקלית: חבורה G עבורה קיים $g\in G$ המקיים $\langle g\rangle=G$.
למה: תהא G חבורה ויהי $g\in G$ אזי $\langle g\rangle=\left\{g^k\mid k\in\mathbb{Z}\right\}$.
טענה: תהא G חבורה יהיו $n,m\in\mathbb{Z}$ ויהי $g\in G$ אזי $g^{n+m}=g^n*g^m$.
טענה: תהא G חבורה יהיו $n,m\in\mathbb{Z}$ ויהי $g\in G$ אזי $(g^n)^m=g^{n\cdot m}$.
למה: תהא G חבורה אזי (G ציקלית)$\Longleftrightarrow$(קיים $g\in G$ עבורו $G=\left\{g^k\mid k\in\mathbb{Z}\right\}$).
מסקנה: תהא G חבורה ציקלית אזי G אבלית.
סדר של איבר: תהא G חבורה ויהי $g\in G$ אזי $\text{ord}(g)=\text{ord}(\langle g\rangle)$.
טענה: תהא G חבורה ויהי $g\in G$ אזי $\text{ord}(g)=\min\{n\in\mathbb{N}_+\mid g^n=e\}$.
הערה: תהא G חבורה ויהי $g\in G$ עבורו $\text{ord}(g)$ לא קיים אזי $\text{ord}(g)=\infty$.
קוסט ימני: תהא G חבורה תהא $H\le G$ ויהי $g\in G$ אזי $H*g$.
קוסט שמאלי: תהא G חבורה תהא $H\le G$ ויהי $g\in G$ אזי $g*H$.
נציג של קוסט ימני: תהא G חבורה ויהי Hg קוסט ימני אזי g.
נציג של קוסט שמאלי: תהא G חבורה ויהי gH קוסט שמאלי אזי g.
מסקנה: תהא G חבורה אבלית תהא $H\le G$ ויהי $g\in G$ אזי $Hg=gH$.
מסקנה: תהא G חבורה תהא $H\le G$ ויהי $g\in G$ אזי $(gH)^{-1}=Hg^{-1}$.
טענה: תהא G חבורה תהא $H\le G$ ויהי $g\in G$ אזי ($g\in H$)$\Longleftrightarrow$($gH=H$).
טענה: תהא G חבורה תהא $H\le G$ ויהי $g\in G$ אזי ($g\in H$)$\Longleftrightarrow$($Hg=H$)

סימון: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי $G/H = \{gH \mid g \in G\}$.

סימון: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי $H \backslash G = \{Hg \mid g \in G\}$.

משפט: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי G/H חלוקה של G.

טענה: תהא G חבורה תהא $H \le G$ ויהיו $g_1, g_2 \in G$ אזי $\left(g_2^{-1} g_1 \in H\right) \iff (g_1 H = g_2 H)$.

הקוסט הטריוואלית: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי eH.

אינדקס של תת־חבורה בחבורה: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי $[G : H] = |G/H|$.

טענה: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי $[G : H] = |H \backslash G|$.

משפט לגראנז': תהא G חבורה סופית ותהא $H \le G$ אזי $\text{ord}(H) | \text{ord}(G)$.

מסקנה: תהא G חבורה סופית ויהי $g \in G$ אזי $\text{ord}(g) | \text{ord}(G)$.

מסקנה: יהי $p \in \mathbb{P}$ תהא G חבורה סופית באשר $\text{ord}(G) = p$ אזי לכל $g \in G \backslash \{e\}$ מתקיים $G = \langle g \rangle$.

מסקנה: יהי $p \in \mathbb{P}$ תהא G חבורה סופית באשר $\text{ord}(G) = p$ אזי G ציקלית.

מסקנה משפט פרמה הקטן: יהי $p \in \mathbb{P}$ ויהי $n \in \mathbb{N}$ באשר $\gcd(n, p) = 1$ אזי $n^{p-1} \equiv 1 \mod p$.