פעולות בינאריות: תהא A קבוצה אזי $A \times A \to A$.

סימון: תהא A קבוצה ותהא $*$ פעולה בינארית על A אזי $a * b = * (a, b)$.

חבורה: תהא G קבוצה אזי $* : G \times G \to G$ עבורה קיים $e \in G$ עבורו

- אסוציאטיביות: לכל $a, b, c \in G$ מתקיים $a * (b * c) = (a * b) * c$.
- איבר יחידה: לכל $a \in G$ מתקיים $a * e = e * a = a$.
- איבר הופכי: לכל $a \in G$ קיים $b \in G$ עבורו $a * b = e = b * a$.

הגדרה: תהא X קבוצה אזי $S(X) = \{f : X \to X \mid \text{הפיכה } f\}$.

חבורת התמורות: תהא X קבוצה אזי $(S(X), \circ)$.

טענה: תהא X קבוצה אזי חבורת התמורות הינה חבורה.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $S_n = S([n])$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $|S_n| = n!$.

חבורת המטריצות: יהי $\mathbb{F}$ שדה ויהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}), \cdot)$.

טענה: יהי $\mathbb{F}$ שדה ויהי $n \in \mathbb{N}$ אזי חבורת המטריצות הינה חבורה.

החבורות החיבוריות: יהי $\mathbb{F} \in \{\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}\}$ אזי $(\mathbb{F}, +)$.

סימון: תהא $A \subseteq \mathbb{C}$ אזי $A^* = A^\times = A \backslash \{0\}$.

החבורות הכפליות: יהי $\mathbb{F} \in \{\mathbb{Q}^*, \mathbb{R}^*, \mathbb{C}^*\}$ אזי $(\mathbb{F}, \cdot)$.

החבורה הטריוואלית: יהי x אזי $(\{x\}, \mathrm{Id})$.

הגדרה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $\sim_n \subseteq \mathbb{Z}^2$ המוגדרת $(x \sim_n y) \iff (n | (x - y))$.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $C_n = \mathbb{Z}_n$.

הגדרה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $+ : C_n \times C_n \to C_n$ המוגדרת $[x]_{\sim_n} + [y]_{\sim_n} = [x + y]_{\sim_n}$.

חבורת שאריות החלוקה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(C_n, +)$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי חבורת שאריות החלוקה הינה חבורה.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $|C_n| = n$.

חבורה אבלית/חילופית/קומוטטיבית: חבורה $(G, *)$ עבורה לכל $g, h \in G$ מתקיים $g * h = h * g$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_{\geq 3}$ אזי $(S_n, \circ)$ אינה אבלית.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $(\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}), \cdot)$ אינה אבלית.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $(C_n, +)$ אבלית.

חבורה סופית: חבורה $(G, *)$ עבורה $|G| \in \mathbb{N}$.

חבורה אינסופית: חבורה $(G, *)$ עבורה $|G| \geq \aleph_0$.

סדר של חבורה: תהא $(G, *)$ חבורה סופית אזי $\mathrm{ord}(G) = |G|$.

סדר של חבורה: תהא G חבורה אינסופית אזי $\mathrm{ord}(G) = \infty$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה אזי $o(G) = \mathrm{ord}(G)$.

תת־חבורה: תהא $(G, *)$ חבורה ותהא $H \subseteq G$ אזי $\left(H, *_{\restriction_{H \times H}}\right)$ עבורה

- סגירות לכפל: לכל $a, b \in H$ מתקיים $a * b \in H$.
- סגירות להופכי: לכל $a \in H$ מתקיים $a^{-1} \in H$.
- איבר יחידה: יהי e איבר היחידה של G אזי $e \in H$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה ותהא $H \subseteq G$ עבורה $\left(H, *_{\restriction_{H \times H}}\right)$ תת־חבורה אזי $H \leq G$.

למה: תהא $(G, *)$ חבורה ותהא $H \in \mathcal{P}(G) \backslash \{\varnothing\}$ אזי $(H \leq G) \iff ($לכל $a, b \in H$ מתקיים $a * b^{-1} \in H)$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה ותהיינה $A, B \subseteq G$ אזי $A * B = \{a * b \mid (a \in A) \wedge (b \in B)\}$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה תהא $H \subseteq G$ ויהי $g \in G$ אזי $g * H = \{g\} * H$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(n\mathbb{Z}, +) \leq (\mathbb{Z}, +)$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ ויהי $\mathbb{F}$ שדה אזי $(\mathrm{SL}_n(\mathbb{F}), \cdot) \leq (\mathrm{GL}_n(\mathbb{F}), \cdot)$.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $R_n = \{z \in \mathbb{C} \mid z^n = 1\}$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(R_n, \cdot) \leq (\mathbb{C}^*, \cdot)$.

טענה: תהא $(G, *)$ חבורה אזי $G \leq G$.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה אזי $\{e\} \le G$.

הערה: מכאן והלאה כאשר ברור מהי הפעולה של החבורה נסמנה על ידי הקבוצה בלבד.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה אזי קיים ויחיד $e \in G$ עבורו $a * e = e * a = a$ לכל $a \in G$.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a \in G$ אזי קיים ויחיד $b \in G$ עבורו $a * b = e = b * a$.

סימון: תהא $(G,*)$ חבורה יהי $a \in G$ ויהי $b \in G$ איבר הופכי ל־a אזי $a^{-1} = b$.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ויהיו $a, b \in G$ אזי $(a * b)^{-1} = b^{-1} * a^{-1}$.

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a \in G$ אזי $\left(a^{-1}\right)^{-1} = a$.

מסקנה כלל צמצום משמאל: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a, b, c \in G$ עבורם $a * b = a * c$ אזי $b = c$.

מסקנה כלל צמצום מימין: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $a, b, c \in G$ עבורם $b * a = c * a$ אזי $b = c$.

סימון: תהא $(G,*)$ חבורה ויהי $g \in G$ אזי $g^0 = e$.

הגדרה: תהא $(G,*)$ חבורה יהי $n \in \mathbb{N}_+$ ויהי $g \in G$ אזי $g^n = g * g^{n-1}$.

סימון: תהא G חבורה יהי $n \in \mathbb{N}$ ויהי $g \in G$ אזי $g^{-n} = (g^n)^{-1}$.

טענה: תהא G חבורה יהי $n \in \mathbb{N}$ ויהי $g \in G$ אזי $g^{-n} = \left(g^{-1}\right)^n$.

חבורת המכפלה: תהיינה $(G,*), (H,\otimes)$ חבורות נגדיר $(g,h) \cdot (g',h') = (g * g', h \otimes h')$ לכל $g, g' \in G$ ולכל $h, h' \in H$ אזי $(G \times H, \cdot)$.

טענה: תהיינה $(G,*), (H,\otimes)$ חבורות אזי חבורת המכפלה הינה חבורה.

טענה: תהיינה $(G,*), (H,\otimes)$ חבורות אזי (חבורת המכפלה אבלית)$\Longleftrightarrow$(H, G אבליות).

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ותהיינה $H, K \le G$ אזי ($H * K \le G$)$\Longleftrightarrow$($HK = KH$).

טענה: תהא $(G,*)$ חבורה ותהיינה $H, K \le G$ אזי ($H \cup K \le G$)$\Longleftrightarrow$($H \cap K \in \{H, K\}$).

הגדרה: תהא X קבוצה ותהא $Y \subseteq X$ אזי $\text{Stab}(Y) = \{\pi \in S(X) \mid \forall y \in Y.\pi(y) = y\}$.

טענה: תהא X קבוצה ותהא $Y \subseteq X$ אזי $\text{Stab}(Y) \le S(X)$.

מסקנה: תהא G חבורה ותהא $\{H_i\}_{I \in I} \subseteq \mathcal{P}(G)$ באשר $H_i \le G$ לכל $i \in I$ אזי $\bigcap_{i \in I} H_i \le G$.

הגדרה: תהא G חבורה ותהא $X \subseteq G$ אזי $\mathcal{F}(X) = \{H \le G \mid X \subseteq H\}$.

החבורה שנוצרת על ידי תת־קבוצה: תהא G חבורה ותהא $X \subseteq G$ אזי $\langle X \rangle = \bigcap_{H \in \mathcal{F}(X)} H$.

למה: תהא G חבורה ותהא $X \subseteq G$ אזי $\langle X \rangle \le G$.

טענה מינימליות החבורה הנוצרת: תהא G חבורה תהא $X \subseteq G$ ותהא $H \le G$ עבורה $X \subseteq H$ אזי $\langle X \rangle \subseteq H$.

טענה: תהא G חבורה ותהא $X \subseteq G$ אזי $\langle X \rangle = \left\{\prod_{i=1}^{k} x_i^{s_i} \;\middle|\; (k \in \mathbb{N}) \wedge \left(x \in X^k\right) \wedge \left(s \in \{\pm 1\}^k\right)\right\}$.

קבוצת יוצרים של חבורה: תהא G חבורה אזי $X \subseteq G$ עבורה $\langle X \rangle = G$.

חבורה נוצרת סופית (נ"ס): חבורה G עבורה קיימת קבוצת יוצרים סופית.

חבורה ציקלית: חבורה G עבורה קיים $g \in G$ המקיים $\langle g \rangle = G$.

למה: תהא G חבורה ויהי $g \in G$ אזי $\langle g \rangle = \left\{g^k \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

טענה: תהא G חבורה יהיו $n, m \in \mathbb{Z}$ ויהי $g \in G$ אזי $g^{n+m} = g^n * g^m$.

טענה: תהא G חבורה יהיו $n, m \in \mathbb{Z}$ ויהי $g \in G$ אזי $(g^n)^m = g^{n \cdot m}$.

למה: תהא G חבורה אזי (G ציקלית)$\Longleftrightarrow$(קיים $g \in G$ עבורו $G = \left\{g^k \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$).

מסקנה: תהא G חבורה ציקלית אזי G אבלית.

סדר של איבר: תהא G חבורה ויהי $g \in G$ אזי $\text{ord}(g) = \text{ord}(\langle g \rangle)$.

טענה: תהא G חבורה ויהי $g \in G$ אזי $\text{ord}(g) = \min\{n \in \mathbb{N}_+ \mid g^n = e\}$.

הערה: תהא G חבורה ויהי $g \in G$ עבורו $\text{ord}(g)$ לא קיים אזי $\text{ord}(g) = \infty$.

טענה: תהא G חבורה יהי $n \in \mathbb{N}_+$ ויהי $g \in G$ באשר $\text{ord}(g) < \infty$ אזי $(\text{ord}(g) | n) \iff (g^n = e)$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ ויהי $i \in \mathbb{Z}_n$ אזי ($\langle i \rangle = \mathbb{Z}_n$)$\Longleftrightarrow$($i, n$ זרים).

טענה: תהא G חבורה ציקלית ותהא $H \le G$ אזי H ציקלית.

טענה: $(\mathbb{Q}, +)$ אינה נ"ס.

קוסט ימני: תהא G חבורה תהא $H \le G$ ויהי $g \in G$ אזי $H * g$.

קוסט שמאלי: תהא G חבורה תהא $H \le G$ ויהי $g \in G$ אזי $g * H$.

נציג של קוסט ימני: תהא G חבורה ויהי Hg קוסט ימני אזי g.

נציג של קוסט שמאלי: תהא G חבורה ויהי gH קוסט שמאלי אזי g.
מסקנה: תהא G חבורה אבלית תהא $H \le G$ ויהי $g \in G$ אזי $Hg = gH$.
מסקנה: תהא G חבורה תהא $H \le G$ ויהי $g \in G$ אזי $(gH)^{-1} = Hg^{-1}$.
טענה: תהא G חבורה תהא $H \le G$ ויהי $g \in G$ אזי $(g \in H) \Longleftrightarrow (gH = H)$.
טענה: תהא G חבורה תהא $H \le G$ ויהי $g \in G$ אזי $(g \in H) \Longleftrightarrow (Hg = H)$
סימון: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי $G/H = \{gH \mid g \in G\}$.
סימון: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי $_H\backslash^G = \{Hg \mid g \in G\}$.
משפט: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי G/H חלוקה של G.
טענה: תהא G חבורה תהא $H \le G$ ויהיו $g_1, g_2 \in G$ אזי $(g_1H = g_2H) \iff \left(g_2^{-1}g_1 \in H\right)$.
הקוסט הטריוואלית: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי eH.
אינדקס של תת־חבורה בחבורה: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי $[G:H] = |G/H|$.
טענה: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי $[G:H] = |_H\backslash^G|$.
טענה: תהא G חבורה סופית ותהא $H \le G$ אזי $\text{ord}(G) = \text{ord}(H) \cdot [G:H]$.
משפט לגראנז': תהא G חבורה סופית ותהא $H \le G$ אזי $\text{ord}(H) | \text{ord}(G)$.
מסקנה: תהא G חבורה סופית ויהי $g \in G$ אזי $\text{ord}(g) | \text{ord}(G)$.
טענה: תהא G חבורה תהא $H \le G$ ותהא $K \le H$ אזי $[G:K] = [G:H] \cdot [H:K]$.
מסקנה: יהי $p \in \mathbb{P}$ תהא G חבורה סופית באשר $\text{ord}(G) = p$ אזי לכל $g \in G \backslash \{e\}$ מתקיים $G = \langle g \rangle$.
מסקנה: יהי $p \in \mathbb{P}$ תהא G חבורה סופית באשר $\text{ord}(G) = p$ אזי G ציקלית.
מסקנה משפט פרמה הקטן: יהי $p \in \mathbb{P}$ ויהי $n \in \mathbb{N}$ באשר $\gcd(n,p) = 1$ אזי $n^{p-1} \equiv 1 \mod p$.
למה: תהא G חבורה ותהיינה $H, K \le G$ חבורות סופיות אזי $|HK| = \frac{|H| \cdot |K|}{|H \cap K|}$.
טענה: יהיו $p, q \in \mathbb{P}$ באשר $p > q$ ותהא G חבורה באשר $|G| = pq$ אזי לכל $H, K \le G$ באשר $\text{ord}(H) = p$ וכן $\text{ord}(K) = p$ מתקיים $K = H$.
טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_{\ge 3}$ אזי $\{\text{Stab}(1)\} = \left({}_{\text{Stab}(1)}\backslash^{S_n}\right) \cap \left(S_n/\text{Stab}(1)\right)$.
קוסט כפול: תהא G חבורה תהיינה $H, K \le G$ ויהי $g \in G$ אזי HgK.
טענה: תהא G חבורה ותהיינה $H, K \le G$ אזי $\{HgK \mid g \in G\}$ חלוקה של G.
הומומורפיזם: תהיינה G, H חבורות אזי $\varphi : G \to H$ המקיימת
- שימור איבר יחידה: $\varphi(e_G) = e_H$.
- שימור כפל: לכל $a, b \in G$ מתקיים $\varphi(a \cdot b) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$.
- שימור הופכי: לכל $g \in G$ מתקיים $\varphi(g^{-1}) = \varphi(g)^{-1}$.

טענה: תהיינה G, H חבורות ותהא $\varphi : G \to H$ אזי (φ הומומורפיזם)$\Longleftrightarrow$(לכל $a, b \in G$ מתקיים $\varphi(a \cdot b^{-1}) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)^{-1}$).
גרעין של הומומורפיזם: תהיינה G, H חבורות ויהי $\varphi : G \to H$ הומומורפיזם אזי $\ker(\varphi) = \{g \in G \mid \varphi(g) = e_H\}$.
למה: תהיינה G, H חבורות ויהי $\varphi : G \to H$ הומומורפיזם אזי
- $\text{Im}(\varphi) \le H$.
- $\ker(\varphi) \le G$.
- (φ חח"ע)$\Longleftrightarrow$($\ker(\varphi) = \{e_G\}$).

טענה: תהיינה G, H, K חבורות יהי $\varphi : G \to H$ הומומורפיזם ויהי $\psi : H \to K$ הומומורפיזם אזי $\psi \circ \varphi$ הומומורפיזם.
טענה: תהיינה G, H חבורות יהי $\varphi : G \to H$ הומומורפיזם ויהי $g \in G$ אזי $\text{ord}(\varphi(g)) | \text{ord}(g)$.
טענה: תהא G חבורה אזי Id הינו הומומורפיזם.
טענה ההומומורפיזם הטריוואלי: תהא G חבורה אזי $\varphi : G \to \{e\}$ המוגדרת $\varphi(g) = e$ לכל $g \in G$ הינה הומומורפיזם.
טענה הומומורפיזם ההכלה: תהא G חבורה ותהא $H \le G$ אזי $\text{Id} : H \to G$ הינו הומומורפיזם.
טענה: יהי $\mathbb{F}$ שדה ויהי V מ"ו מעל $\mathbb{F}$ אזי $\det : \text{GL}(V) \to \mathbb{F}^*$ הינו הומומורפיזם.
מטריצת תמורה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $\rho : S_n \to \text{GL}_n(\mathbb{R})$ המוגדרת $(\rho(\sigma))_{i,j} = \begin{cases} 1 & j = \sigma(i) \\ 0 & \text{else} \end{cases}$ לכל $i, j \in [n]$.
מסקנה: יהי $n \in \mathbb{N}$ תהא $\sigma \in S_n$ ויהי $v \in \mathbb{R}^n$ אזי $\rho(\sigma) \cdot v = \begin{pmatrix} v_{\sigma(1)} \\ \vdots \\ v_{\sigma(n)} \end{pmatrix}$.
טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $\rho : S_n \to \text{GL}_n(\mathbb{R})$ הינה הומומורפיזם.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ ותהא $\sigma\in S_n$ אזי $\det\left(\rho\left(\sigma\right)\right)\in\left\{ \pm1\right\}$.

סימן של תמורה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $\text{sign}:S_n\to\left\{ \pm1\right\}$ המוגדרת $\text{sign}=\det\circ\rho$.

מסקנה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי sign הינה הומומורפיזם.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ ותהא $\sigma\in S_n$ אזי $\text{sign}\left(\sigma\right)=\frac{\prod_{i<j}\left(\sigma\left(i\right)-\sigma\left(j\right)\right)}{\prod_{i<j}\left(i-j\right)}$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ ותהא $\sigma\in S_n$ אזי $\text{sign}\left(\sigma\right)=\left(-1\right)^{\left|\left\{ \left(i,j\right)\in\left[n\right]^2\mid\left(i<j\right)\wedge\left(\sigma\left(i\right)>\sigma\left(j\right)\right)\right\} \right|}$.

חבורת התמורות הזוגיות: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $A_n=\ker\left(\text{sign}\right)$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $A_n\le S_n$.

איזומורפיזם: תהיינה G,H חבורות אזי הומומורפיזם הפיך $\varphi:G\to H$.

סימון: תהיינה G,H חבורות איזומורפיות אזי $G\cong H$.

למה: תהיינה G,H חבורות ויהי $\varphi:G\to H$ איזומורפיזם אזי φ^{-1} איזומורפיזם.

למה: תהיינה G,H,K חבורות יהי $\varphi:G\to H$ איזומורפיזם ויהי $\psi:H\to K$ איזומורפיזם אזי $\psi\circ\varphi$ איזומורפיזם.

טענה: תהא $\mathcal{A}$ קבוצה של חבורות אזי $\cong$ יחס שקילות על $\mathcal{A}$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $C_n\cong R_n$.

מונומורפיזם: תהיינה G,H חבורות אזי הומומורפיזם חח"ע $\varphi:G\to H$.

אפימורפיזם: תהיינה G,H חבורות אזי הומומורפיזם על $\varphi:G\to H$.

אוטומורפיזם: תהא G חבורה אזי איזומורפיזם $\varphi:G\to G$.

חבורת קליין: $K=C_2\times C_2$.

טענה: חבורת קליין הינה אבלית.

טענה: חבורת קליין אינה ציקלית.

טענה: חבורת קליין אינה איזומורפית ל־C_4.

פונקציית הצמדה: תהא G חבורה ויהי $g\in G$ אזי $c_g:G\to G$ המוגדרת $c_g\left(x\right)=g^{-1}xg$ לכל $x\in G$.

טענה: תהא G חבורה ויהי $g\in G$ אזי c_g איזומורפיזם.

תת־חבורה נורמלית: תהא G חבורה אזי $H\le G$ עבורה לכל $g\in G$ מתקיים $c_g\left(H\right)=H$.

סימון: תהא G חבורה ותהא $H\le G$ נורמלית אזי $H\trianglelefteq G$.

טענה: תהא G חבורה ותהא $H\le G$ התב"ש

- $H\trianglelefteq G$.
- לכל $g\in G$ מתקיים $g^{-1}Hg=H$.
- לכל $g\in G$ מתקיים $gHg^{-1}=H$.
- לכל $g\in G$ מתקיים $gH=Hg$.

מסקנה: תהא G חבורה ותהא $H\le G$ אזי $H\trianglelefteq G$.

למה: תהיינה G,H חבורות ויהי $\varphi:G\to H$ הומומורפיזם אזי $\ker\left(\varphi\right)\trianglelefteq G$.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $A_n\trianglelefteq S_n$.

חבורה פשוטה: חבורה G עבורה לכל $H\trianglelefteq G$ מתקיים $H\in\left\{ \left\{ e\right\} ,G\right\}$.

מסקנה: יהי $p\in\mathbb{P}$ אזי C_p פשוטה.

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}_{\text{odd}}$ אזי $\text{SL}_n\left(\mathbb{R}\right)$ פשוטה.

הגדרה: תהא $\left(G,*\right)$ חבורה ותהא $N\trianglelefteq G$ נגדיר $*:{}^{G}/_{N}\times{}^{G}/_{N}\to{}^{G}/_{N}$ כך $\left(gN\right)*\left(hN\right)=\left(g*h\right)N$.

חבורת המנה: תהא $\left(G,*\right)$ חבורה ותהא $N\trianglelefteq G$ אזי $\left({}^{G}/_{N},*\right)$.

טענה: תהא G חבורה ותהא $N\trianglelefteq G$ אזי חבורת המנה הינה חבורה.

העתקת המנה: תהא G חבורה ותהא $N\trianglelefteq G$ אזי $q:G\to{}^{G}/_{N}$ המוגדרת $q\left(g\right)=gN$.

טענה: תהא G חבורה תהא $N\trianglelefteq G$ ותהא q העתקת המנה אזי

- q הינה הומומורפיזם.
- $\ker\left(q\right)=N$.
- q על.

משפט: תהא G חבורה ותהא $H\le G$ אזי $\left(H\trianglelefteq G\right)\Longleftrightarrow$(קיים אוטומורפיזם $\varphi:G\to G$ עבורו $G=\ker\left(\varphi\right)$).

טענה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי ${}^{\mathbb{Z}}/_{n\mathbb{Z}}\cong\mathbb{Z}_n$.

משפט האיזומורפיזם הראשון: תהיינה G,H חבורות ויהי $\varphi : G \to H$ הומומורפיזם אזי $\left.G\middle/\ker(\varphi)\right. \cong \mathrm{Im}\left(\varphi\right)$.