```
טענה: יהי a\in\mathcal{U} יהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subset\mathbb{R}^n יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                           B_r\left(a
ight) = \{x \in \mathbb{R} \mid \|x-a\| < r\} אזי r \in \mathbb{R} ויהי והי a \in \mathbb{R}^n יהי היו פתוח: יהי
                                                                                                      (f \in \mathcal{D}(a)) \iff (\forall i \in \{1 \dots m\} . f_i \in \mathcal{D}(a))
                                                                                                                                                                                                                                                                                                  Sr\left(a
ight)=\{x\in\mathbb{R}\mid\|x-a\|=r\} אוי r\in\mathbb{R} ווהי a\in\mathbb{R}^n יהי יהי ספירה: יהי
                                                          אזי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m תחום ותהא תחום אזי יהי דיפרנציאל/יעקוביאן: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                   .int (M)=\stackrel{\circ}{M}=\{x\in M\mid \exists r>0.B_{r}\left(x
ight)\subseteq M\} אזי M\subseteq\mathbb{R}^{n} אויה מנים של קבוצה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        M=\stackrel{\circ}{M} עבורה M\subset\mathbb{R}^n קבוצה פתוחה:
                                                                                                                                                                                                                                                  נקודה חיצונית. \exists r>0.B_{r}\left(x
ight)\subset\mathbb{R}^{n}\setminus M המקיימת x\in\mathbb{R}^{n} אזי x נקודה חיצונית. תהא M\subset\mathbb{R}^{n}
                                                                                                                                                                                                                                             נקודה מבודדת. תהא M\subseteq\mathbb{R}^n אזי x נקודה מבודדת. תהא M\subseteq\mathbb{R}^n אזי x נקודה מבודדת. תהא
                    \left(\mathcal{D}_{f}\left(a
ight)
ight)_{i,j}=rac{\partial f_{i}}{\partial x_{j}}\left(a
ight)איז f\in\mathcal{D}\left(a
ight) איז f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקנינת: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}
                                                                                                                                                                                                                                                                          . נקודת שפה: תהא x נקודה אזי א נקודה מנימית לא נקודה על תהא ותהא ותהא ותהא ותהא M\subseteq\mathbb{R}^n נקודת שפה: מקודת שפה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                   .\partial M=\{x\in M\mid M שפה של קבוצה: תהא M\subseteq\mathbb{R}^n אזי M\subseteq\mathbb{R}^n אזי קבוצה
                                                               מאיי c\in\mathbb{R}^m ויהי a\in\mathcal{U} יהי f,g:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m משפט: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n ויהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     .\partial M\subseteq M עבורה M\subseteq\mathbb{R}^n קבוצה סגורה: קבוצה סגורה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              \overline{M}=\stackrel{\circ}{M}\cup\partial M אזי M\subseteq\mathbb{R}^n סגור של קבוצה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          M^{\mathcal{C}}מסקנה: תהא M \subseteq \mathbb{R}^n אזי (M פתוחה) אזי מסקנה: תהא
                           \mathcal{D}_f\in C\left(\mathcal{U}
ight) וכן f\in\mathcal{D}\left(\mathcal{U}
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m מונק אזי מייה ברציפות: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        \exists r>0.M\subset B_{r}\left(0
ight) המקיימת M\subset\mathbb{R}^{n} קבוצה קבוצה קבוצה
                             \forall i \in [m] \ . \ orall j \in [n] \ . \ rac{\partial f_i}{\partial x_j} \in C \ (\mathcal{U}) אוי f \in C^1 \ (\mathcal{U},\mathbb{R}^m) תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n יהי שסקנת: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          , סגורה חסומה אינרה הבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה קבוצה אינרה חסומה.
                                                                                                                                                                                                                           טענה היינה בורל: תהא A\subseteq\bigcup_{n\in\Lambda}I_n אוי (A\subseteq\bigcup_{n\in\Lambda}I_n קומפקטית) קבוצות פתוחות עבורן אוי אוי (A\subseteq\bigcup_{n\in\Lambda}I_n אוי אוי (לכל אוי לכל לכל אוי לכל לכל אוי אוי בורל: תהא
             f\in\mathcal{D}\left(\mathcal{U}
ight) אוי \forall i\in\left[m
ight]. orall j\in\left[n
ight]. rac{\partial f_{i}}{\partial x_{s}}\in C\left(\mathcal{U}
ight) עבורה f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R}^{m} אוי ששפט: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} אוי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 (\exists \mathcal{B} \in \mathcal{P}_{\leq \aleph_0} (\Lambda) . A \subseteq \bigcup_{n \in \mathcal{B}} I_n
                                                                                                                                מסקנה: יהי f:\mathcal{U} 
ightarrow \mathbb{R}^m ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n אזי
                                                                                                                                                                                                                                           \lim_{k	o\infty}a^{(k)}=L אוי \lim_{k	o\infty}\left\|a^{(k)}-L
ight\|=0 עבורן עבורן L\in\mathbb{R}^n אוי a\in(\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} אמי גבול: תהא
                                                                    \left(\forall i \in [m] . \forall j \in [n] . \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \in C\left(\mathcal{U}\right)\right) \Longleftrightarrow \left(f \in C^1\left(\mathcal{U}, \mathbb{R}^m\right)\right)
                                                                                                                                                                                                                                      .\Big(\forall j\in[n]\,.a_j^{(k)}\xrightarrow[k\to\infty]{}b_j\Big) \Longleftrightarrow \Big(a^{(k)}\xrightarrow[k\to\infty]{}b\Big) \ \text{ in } b\in\mathbb{R}^n \text{ in } a\in(\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}} \text{ and } a\in(\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}
                                                             אזי a\in\mathcal{U} ווהי v\in\mathbb{S}^{n-1} יהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי וונית. ווהי ע
                                                                                                                                                                                                                                 .ig(orall arepsilon>0.\exists k\in\mathbb{N}.orall m,\,p>k.\, ig\|a^{(m)}-a^{(p)}ig\|<arepsilonig)\Longleftrightarrowמשפט קושי: תהא a\in(\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} אזי אזי a\in(\mathbb{R}^n)
                                                                                                                                \frac{\partial f}{\partial v}(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+hv) - f(a)}{h}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              וו
משפט בולצאנו ווירשטראס: לכל סדרה חסומה קיימת תת־סדרה מתכנסת.
      .rac{\partial f}{\partial v}\left(a
ight)=
abla f\left(a
ight)\cdot v אוי אי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} ותהא ענה: יהי U\subseteq\mathbb{R}^n אוי תחום יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                           המקיימת a^{\left(k_i\right)} אזי (א קומפקטית) אזי אוא (לכל הקיימת תת־סדרה אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי (לכל המקיימת) אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי אזי (
\dfrac{\partial f}{\partial v}(a)=\mathcal{D}_f\left(a
ight)\cdot v אוי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m התחום יהי v\in\mathbb{S}^{n-1} תחום יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n התחום יהי
                                                                                                                                                                                                                            f_i:A	o\mathbb{R} כאשר f=\langle f_1,\ldots,f_m
angle הערה: תהא לf:A	o\mathbb{R}^m כאשר f:A	o\mathbb{R}^m כאשר להיה: תהא
                                                                                            אזי c \in \mathbb{R}^m ויהי f: \mathcal{U} \to \mathbb{R}^m תחום תחום \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n יהי מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                    L\in\mathbb{R}^m ותהא a\in\mathbb{R}^n תהא f:A	o\mathbb{R}^m תהא A\subseteq\mathbb{R}^n ותהא גבול: תהא
                                                                                                     .(\forall x \in \mathcal{U}.f\left(x\right) = c) \Longleftrightarrow \left(\forall x \in \mathcal{U}.\mathcal{D}_{f}\left(x\right) = 0\right)
                                                                                                                                                                                                                                                \lim_{x\to a} f(x) = L איי \forall x \in A^{\mathbb{N}}. \left(x^{(k)} \to a\right) \Longrightarrow \left(f\left(x^{(k)}\right) \to L\right) היינה: אם \bullet
                                                                                אזי c\in\mathbb{R}^m ויהי A\in M_{m	imes n}\left(\mathbb{R}
ight) תהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^{m} ויהי מסקנת: תהא
                                                                                                                                                                                                                            אזיי \forall arepsilon > 0. \exists \delta > 0. \forall x \in A \backslash \left\{a\right\}. \|x - a\| < \delta \implies \|f\left(x\right) - L\| < \varepsilon אזי \bullet
                                                                                     (\forall x \in \mathcal{U}.f(x) = Ax + c) \iff (\forall x \in \mathcal{U}.\mathcal{D}_f(x) = A)
                                                                                                                                                                                                                                                             .f\left(a\right)=\lim_{x\,\to\,a}\,f\left(x\right) עבורה עבורה a\in A אזי אf:A\to\mathbb{R}^{m} תהא A\subseteq\mathbb{R}^{n} תהא רציפות בנקודה: רציפות בי
                  \dfrac{\partial \left(\dfrac{\partial f}{\partial x_j}
ight)}{\partial x_i}=\dfrac{\partial^2 f}{\partial x_i\partial x_j} גוירה איז \dfrac{\partial f}{\partial x_j} גוירה אוי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} גוירה אוי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} גוירה אוי גוירה אוי הייו
                                                                                                                                                                                                                                   (f_1,\ldots,f_m\in C\,(b))\Longleftrightarrow (f\in C\,(b)) אזי אוB\subseteq A ותהא f:A	o \mathbb{R}^m תהא A\subseteq \mathbb{R}^n משפט: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        . רציפה \gamma:I 
ightarrow \mathbb{R}^m קטע אזי והי והי רציפה יהי קטע אזי
                                                                                                 . \frac{\partial^k f}{\partial x_{i_1} \ldots \partial x_{i_k}} בצורה בצורה מסדר א בערה מלעיל מוכלל לנגזרת הסימון היים אינו מ
                                                                                                                                                                                                                                                                         .\gamma\left(t
ight)=\left(1-t
ight)a+tb כך כך \gamma:\left[0,1
ight]
ightarrow\mathbb{R}^{m} נגדיר a,b\in\mathbb{R}^{m} נאדיר של קו של קו שר: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                [a,b]=\mathrm{Im}\,(\gamma) אזי bל איז בין aל קו ישר קו מסילה \gamma:[0,1] \to \mathbb{R}^m ותהא a,b \in \mathbb{R}^m יהיו
a~\in~\mathcal{U} יהיי rac{\partial f}{\partial x_i}, rac{\partial f}{\partial x_j}~\in~C^1\left(\mathcal{U}
ight) עבורן i,j~\in~\{1\dots n\} יהי f~:~\mathcal{U}~\to~\mathbb{R} אזיי f~:~\mathcal{U}~\to~\mathbb{R}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   .
<br/>לa,b\in M. [a,b]\subseteq Mהמקיימת M\subseteq\mathbb{R}^nקבוצה קמורה: קבוצה ק<br/>מורה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   טענה: יהי B_{r}\left(a
ight),\overline{B}_{r}\left(a
ight) אזי r\in\mathbb{R} יהי a\in\mathbb{R}^{n} קבוצות קמורות.
                                                                                                                                                  .\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} (a) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} (a)
                                                                                                                                                                                                                              \gamma\left(1
ight)=y וכן \gamma\left(0
ight)=x המקיימת \gamma:\left[0,1
ight]
ightarrow M קיימת מסילה x,y\in M וכן M\subseteq\mathbb{R}^n קבוצה קשירה: M\subseteq\mathbb{R}^n
                                                              \partial x^K=\partial x_1^{K_1}\,\ldots\partial x_n^{K_n} וכן |K|=\sum_{i=1}^n K_i איי אוי K\in\mathbb{N}^n סימון: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                          .\big| \mathcal{A}=M פתוחה איי קיימת \mathcal{A}\subseteq\mathcal{P}_{<\aleph_0} (\mathbb{R}^n) פתוחה איי קיימת M\subseteq\mathbb{R}^n שענה: תהא
מסקנות הוא הנגזרות של פרמוטציה אזי כל פרמוטציה עבורה עבורה עבורה עבורה \mathcal{D}_f\in C^k עבורה עבורה עבורה אזי אזי אזי אזי אזי מסקנות: יהי K\in\mathbb{N}^n יהי
                                                                                                                                                                                                                                     f(a),f(b)\subseteq f(a,b) מתקיים f(a)< f(b) בורן a,b\in A המקיימת לכל f(a)\in A המקיימת לכל f(a)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                    . מקיימת את תכונת f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) קשירה תכונת דרבו אזי f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) קשירה ותהא
                                                                                                                                                                                                                                                                         עבורם x,y\in\mathcal{K} אזיי קיימים אזי קיימים ווירשטראס: תהא א קומפקטית ותהא אווי קומפקטית תהא אוי קיימים אוירשטראס:
                                                                   .\|Av\|_{\mathrm{st}} \leq \|A\|_{\mathrm{st}} \cdot \|v\|_{\mathrm{st}} איי אי v \in \mathbb{R}^n ויהי A \in M_{m 	imes n} (\mathbb{R}) טענה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            .f\left(\mathcal{K}\right)=\left[f\left(x\right),f\left(y\right)\right]
וכן g:\mathcal{V}	o\mathbb{R}^k ,f:\mathcal{U}	o\mathcal{V} ותהיינה a\in\mathcal{U} תחומים תהא עבורן g:\mathcal{V}	o\mathbb{R}^k ,f:\mathcal{U}	o\mathcal{V} ותהיינה ע
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 רמיימת f:\mathcal{M} 	o \mathbb{R}^n אזי \mathcal{M} \subset \mathbb{R}^n המקיימת (במ"ש): תהא f:\mathcal{M} 	o \mathbb{R}^n המקיימת
                                                          \mathcal{D}_{g\circ f}\left(a\right)=\mathcal{D}_{g}\left(f\left(a\right)\right)\cdot\mathcal{D}_{f}\left(a\right)וכן g\circ f\in\mathcal{D}\left(a\right)אזי g\in\mathcal{D}\left(f\left(a\right)\right)
                                                                                                                                                                                                                                                                                      .\forall \varepsilon > 0. \exists \delta > 0. \forall x,y \in \mathcal{M}. \, \|x-y\| < \delta \Longrightarrow \|f\left(x\right) - f\left(y\right)\| < \varepsilon
משוואת המישור המשיק לגרף הפונקציה בנקודה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n תחום יהי a\in\mathcal{U} ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} עבורה עבורה f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                         . טענה: תהא f\in C\left(\mathcal{K},\mathbb{R}^m
ight) אויי קומפקטית רציפה במ"ש. איי f\in C\left(\mathcal{K},\mathbb{R}^m
ight)
                                                                                                                           y - f(a) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(a) (x_i - a_i)
                                                                                                                                                                                                                                                                  מתקיים \lambda \in \mathbb{R} ולכל a \in L עבורה לכל v:L 	o \mathbb{R} אזי אזי סופית מעל מרחב וקטורי נוצר מרחב מורמה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            .(\upsilon\:(a)\ge 0) \land ((\upsilon\:(a)=0) \Longleftrightarrow (a=0)) \quad \bullet
אזי f \in \mathcal{D}\left(a
ight) עבורה f: \mathcal{U} 	o \mathbb{R} אווי a \in \mathcal{U} תחום יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n אזי יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          .\upsilon\left(\lambda a\right)=\left|\lambda\right|\cdot\upsilon\left(a\right) הומוגניות: •
                                                                                                                                                                    .N_{a} = (-\nabla f(a), 1)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    .\upsilon\left(a+b
ight)\leq\upsilon\left(a
ight)+\upsilon\left(b
ight) אי שיוויון המשולש (אש"מ): •
                             . \nabla f\left(a
ight)\perp\Pi_{f\left(a
ight)} איזי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) עבורה f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} ותהא a\in\mathcal{U} יהי היי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} איזי והיי
                                                                                                                                                                                                                                                                     a\cdot\eta\leq v\leq b\cdot\eta המקיימים a,b>0 הימים עבורן פיימים v,\eta:\mathbb{R}^n	o\mathbb{R} הורמות שקולות:
                                                                                                                   נקודת קיצון: יהי f:\mathcal{U} 
ightarrow \mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^n אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 טענה: שקילות נורמות הינו יחס שקילות.
                                  . \forall x \in \mathcal{O}. f\left(x\right) \geq f\left(a\right) המקיימת סביבה עבורה עבורה עבורה מינימום מקומי: a \in \mathcal{U} אבורה מינימום מקומי: •
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  . שקולות v, \|\cdot\| אזי v: \mathbb{R}^n 	o \mathbb{R} שקולות מסקנה: תהא
                                . \forall x \in \mathcal{O}. f\left(x\right) \leq f\left(a\right) המקיימת סביבה עבורה קיימת עבורה קיימת מקומי: a \in \mathcal{U} . עבורה קיימת מקסימום מקומי: •
                                                                                                                                                                                                                                      \left(v\left(x^{(k)}
ight)
ightarrow0
ight)\Longleftrightarrow\left(
ho\left(x^{(k)}
ight)
ightarrow0 איז איז x\in(\mathbb{R}^n)^\mathbb{N} נורמות ותהא v,
ho:\mathbb{R}^n
ightarrow\mathbb{R} מסקנת: תהיינה
                                                      .
abla f\left(a
ight)=0 אזי קיצון אזי a\in\mathcal{U} ותהא ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n משפט פרמה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                        . \|v\|_p=\left(\sum_{i=1}^n|v_i|^p\right)^{\frac{i}{p}} עבור p\in\mathbb{N}_+ עבור עבור p\in\mathbb{N}_+ נורמת נורמת וומת אווי פורמת וורמת וורמת אווי עבור וורמת וו
                                                        \mathcal{D}_f\left(a
ight)=0 קיצון אזי a\in\mathcal{U} ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                              \|v\|_{\infty}=\max_{1\leq i\leq n}|v_i| כך כך \|v\|_{\infty}:\mathbb{R}^n	o\mathbb{R} נגדיר נורמה \ell_{\infty}:\ell_{\infty}
                         \mathcal{D}_f\left(a
ight)=0 המקיימת a\in\mathcal{U} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R}^m תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי היימת לקיצון: יהי
                                                                             נגדיר a,b\in\mathbb{R}^n ויהיו f\in C^k\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n ויהיו הגדרה: יהי
                                                                        . \mathcal{D}^k_{(a,b)}f = \sum_{\substack{V \in \mathbb{N}^n \\ |V| = k}} \binom{k!}{V_1,...,V_n} \prod_{i=1}^n (a_i - b_i)^{V_i} \frac{\partial^k}{\partial x^V} f
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              מסקנת: תהא a\in(0,1) ויהי \gamma:[0,1]	o\mathbb{R}^m אזי
                                                                                 טענה: יהי a,b\in\mathbb{R}^n ויהיו f\in C^k\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי
                                                                                                                                                                                                                           L\in 	ext{Hom }(\mathbb{R}^n,\mathbb{R}) עבורה קיימת f:\mathcal{U}	o \mathbb{R} אזי a\in \mathcal{U} תחום ויהי \mathcal{U}\subseteq \mathbb{R}^n המקיימת
                                                                                                                          \mathcal{D}_{(a,b)}^{k} f = \left(\sum_{i=1}^{n} (a_i - b_i) \frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^{k}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 f(x) = f(a) + L(x - a) + o(||x - a||)
                                                                                                                                                                                                                                                                                    f\in\mathcal{D}\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} איזי f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subset\mathbb{R}^n דיפרנציאבילית על
משפט טיילור: יהי u\subseteq \mathcal{U} תחא u\in \mathcal{U} תחום יהי u\in \mathcal{U} תחום u\in \mathcal{U} עבורה u\in \mathcal{U} עבורה u\in \mathbb{R}^n
                                                                                                                                                                                                                                                                        f\in\mathcal{D}\left(a
ight)\Longrightarrow f\in C\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} יהי והי f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} אזי יהי
    f\left(x\right)=\sum_{i=0}^{k}\frac{1}{i!}\mathcal{D}_{\left(x,a\right)}^{i}f\left(a\right)+\frac{1}{\left(k+1\right)!}\mathcal{D}_{\left(x,a\right)}^{k+1}f\left(c\right) של x\in\mathcal{O} אוי קיים x\in\mathcal{O} אוי קיים בורו
                                                                                                                                                                                                                                                                   .gradf\left(a
ight)=[L]_{	ext{st}} איזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} ותהא a\in\mathcal{U} ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n דיפרנציאבילית איזי
                                                                                                                                                                                                                                                                .
abla f\left(a
ight)=\mathrm{grad}f\left(a
ight) אזי אזי f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} ותהא a\in\mathcal{U} תחום הי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי שימון: יהי
                                        .ig(H_fig)_{i,j}=f_{x_i,x_j}'' יהי אזי פעמיים אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי הסיאן: יהי
                                                                                                                                                                                                                                 rac{\partial f}{\partial x_i}\left(a
ight)=\lim_{h	o 0}rac{f(a+hx_i)-f(a)}{h} אוי a\in\mathcal{U} אוי f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n נגזרת חלקית: יהי
                                       עבורו c\in[x,a] איי קיים אזי קיים אותהא ותהא f\in C^2 (\mathcal{U},\mathbb{R}) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n יהי יהי
                                                                                                                                                                                                                                                              df:\mathcal{U}	o\mathbb{R} משפט: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n תחום ותהא \mathcal{U}:\mathcal{U}	o\mathbb{R} המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{R} אזי תחום ותהא
                                                                                                                     f(x) = f(a) + (x - a)^{t} H_{f}(c) (x - a)
                                                                                                                                                                                                                           .
abla f\left(a
ight) = \left(rac{\partial f}{\partial x_1}\left(a
ight),\ldots,rac{\partial f}{\partial x_n}\left(a
ight)
ight) אוי f\in\mathcal{D}\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}
ightarrow\mathbb{R} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n מסקנה: יהי
                                                                                קריטית אזי a\in\mathcal{U} ותהא f\in C^2\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^2 יהי יהי
                                                         . נקודת מינימום). (\det\left(H_f\left(a\right)\right)>0)\land\left(f_{x,x}^{\prime\prime}\left(a\right)>0\right)
                                                                                                                                                                                                                                                    \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} ווהי \mathcal{U} אוי אוי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} אוי \mathcal{U} היהי \mathcal{U} ווהי \mathcal{U} אוי היהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U}
                                                       a ( ( \det\left(H_{f}\left(a\right)\right)>0 ) \wedge\left(f_{x,x}^{\prime\prime}\left(a\right)<0\right) •
                                                                                                                                                                                                                            המקיימת L\in {
m Hom}\,(\mathbb{R}^n,\mathbb{R}^m) עבורה קיימת f:\mathcal{U}	o \mathbb{R}^m אזי a\in \mathcal{U} תחום ויהי \mathcal{U}\subseteq \mathbb{R}^n יהי יפרנציאבילית: יהי
                                                      (לא אחד מהמקרים מלעיל)) \wedge \left(\det\left(H_f\left(a\right)\right) \neq 0\right) (לא אחד מהמקרים מלעיל)) •
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 f(x) = f(a) + L(x - a) + o(||x - a||)
```

```
\det\left(H_{f}\left(a
ight)
ight)
eq0 קריטית לא מנוונת: יהי a\in\mathcal{U} תחום ותהא f\in C^{2}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n} אוי
משפט פונקציה סתומה: יהי F'_u(a) 
eq 0 תחום תהא F \in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}) משפט פונקציה סתומה: יהי F'_u(a) \neq 0 תחום תהא אויי F'_u(a) \neq 0 וכן חוב איי
 (x,y)\in I_x	imes I_y עבורה לכל עבורה עבורם f\in C^1\left(I_x,I_y
ight) וקיימת a_2\in I_y וכן a_1\in I_x פיימים ובורס עבורה עבורה לכל עבורה לכל אינים וכן מיימים וכן מיימים אוני מיימים וכן מ
                                                                                                                                                                                                                                                                                     (F(x,y)=0)\Longleftrightarrow (y=f(x)) מתקיים
 I_x, I_y\subseteq\mathbb{R} יהיו F_y'(a)
eq 0 וכן F(a)=0 אבורה a\in\mathcal{U} תהא תהא F\in C^1(\mathcal{U},\mathbb{R}) יהיו \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^2 יהיו יהי
 פתחיים עבורה לכל I_x 	imes I_y ותהא f \in C^1\left(I_x,I_y
ight) ותהא a_2 \in I_y וכן a_1 \in I_x מתקיים עבורם עבורם אותה
                                                                                                                                            I_{x} על f'\left(x\right)=-rac{F_{x}'\left(x,f\left(x
ight)
ight)}{F_{x}'\left(x,f\left(x
ight)
ight)} אא \left(F\left(x,y
ight)=0
ight)\Longleftrightarrow\left(y=f\left(x
ight)
ight)
```

. $\mathcal{D}_{f}\left(a
ight) \ = \left(F_{x}^{\prime}\left(a
ight),F_{y}^{\prime}\left(a
ight)
ight)$ איי $a\in\mathcal{U}$ ותהא $f\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}
ight)$ תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n+m}$ סימון: יהי וכן $F\left(a
ight)=0$ בורה $a\in\mathcal{U}$ ותהא אור $F\in C^{k}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}
ight)$ תחום תהא תחום עבורה $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n+m}$ וכן אונקציה סתומה כללי: יהי

ולכל $a_i\in I_{x_i}$ מתקיים מוחים עבורם לכל $i\in [n]$ מתחים אוי פתוחים עבורם לכל הואי קיימים היים ולכל הפיכה אוי קיימים היים ולבל החורים עבורם לכל החורים עבורם לכל החורים ולביע החורים ולב עבורה לכל $f\in C^k\left(\prod_{i=1}^nI_{x_i},\prod_{j=1}^mI_{y_i}
ight)$ וקיימת $a_{j+n}\in I_{y_j}$ מתקיים $j\in [m]$ $(F\left(x,y
ight)=0)\Longleftrightarrow\left(y=f\left(x
ight)
ight)$ מתקיים $(x,y)\in\left(\prod_{i=1}^{n}I_{x_{i}}
ight) imes\left(\prod_{j=1}^{m}I_{y_{j}}
ight)$

 הפיכה $F_{y}^{\prime}\left(a\right)$ וכן $F\left(a\right)=0$ עבורה $a\in\mathcal{U}$ ותהא ותהא $F\in C^{k}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}\right)$ וכן $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n+m}$ הפיכה מסקנה: יהי יהיו $j\in[m]$ ולכל $a_i\in I_{x_i}$ מתקיים $i\in[n]$ מתקיים עבורם לכל $I_{x_1},\ldots,I_{x_n},I_{y_1}\ldots I_{y_m}\subseteq\mathbb{R}$ מתקיים עבורה לכל $f \in C^k\left(\prod_{i=1}^n I_{x_i}, \prod_{j=1}^m I_{y_i}
ight)$ עבורה עבורה לכל

אזי $(F(x,y)=0) \iff (y=f(x))$ מתקיים $(x,y) \in \left(\prod_{i=1}^n I_{x_i}\right) \times \left(\prod_{i=1}^m I_{y_i}\right)$ $\prod_{i=1}^{n} I_{x_i}$ על $\mathcal{D}_f(x) = -F'_y(x, f(x))^{-1} \cdot F'_x(x, f(x))$

 הפיכה אזי אוין F'(a)=0 וכן F(a)=0 ותהא תהא ותהא אוי הפיכה המיכה ותהא וכך הפיכה אזי היי היF'(a)=0 וכן המיכה אזי הפיכה אזי הפיכה אזי הפיכה אזי $\sum_{i=1}^{n}F_{x_{i}}^{\prime}\left(a
ight)\left(x_{i}-a_{i}
ight)=0$ משוואת המשטח המשיק לגרף ב־a הינו

 הפיכה אזי קיימת סביבה $\mathcal{D}_f\left(a
ight)$ עבורה $f\in C^k\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^n
ight)$ ותהא ותחם יהי ע $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ הפיכה אזי קיימת סביבה משפט פונקציה הפוכה: יהי \mathcal{O} של a עבורה a דיפאומורפיזם על $\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U}$ a עבורה של $\mathcal{O}\subseteq\mathcal{U}$ מסיבה ותהא $\mathcal{O}_f(a)$ עבורה עבורה $f\in C^k(\mathcal{U},\mathbb{R}^n)$ עבורה מסקנה: יהי עבורה עבורה עבורה מסקנה: יהי

 \mathcal{O} על $\mathcal{D}_{f}-1$ $(f\left(x\right))=\mathcal{D}_{f}\left(x\right)^{-1}$ אזי דיפאומורפיזם אזי fטענה: יהיו $f:\mathcal{U}\to\mathcal{V}$ ותהא $A\subseteq\mathcal{U}$ תהא $\mathcal{U},\mathcal{V}\subseteq\mathbb{R}^n$ יהיו

- .(מתוחה) f(A) פתוחה) A
- .(א סגורה) (A) סגורה) סגורה).
- .(א קומפקטית) קומפקטית) f(A) קומפקטית).
- $.\partial\left(f\left(A
 ight)
 ight)=f\left(\partial A
 ight)$ איז $\partial A\subseteq\mathcal{U}$ אם \bullet

. פתוחה מתקיים $\widetilde{\mathcal{U}}\subseteq \mathcal{U}$ פתוחה מתקיים $f:\mathcal{U}\to\mathbb{R}^m$ פתוחה מתקיים $\mathcal{U}\subseteq \mathbb{R}^n$ פתוחה. $\mathcal{U}\subseteq \mathbb{R}^n$ אזי קיימת rank $ig(\mathcal{D}_f(a)ig)=m$ עבורה $f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight)$ ותהא $a\in\mathcal{U}$ תחום יהי $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי קיימת משפט פונקציה פתוחה: יהי ${\mathcal O}$ של פתוחה fעבורה של ${\mathcal O}\subseteq {\mathcal U}$ סביבה סביבה

תהא $a\in\mathcal{U}$ אזי $g\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m\right)$ תהא $f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}\right)$ תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי אזי $g\in\mathcal{U}$ נקודה קריטית בתנאי: יהי . $\nabla f\left(a
ight)\in\operatorname{span}\left\{
abla g_{i}\left(a
ight)
ight\}$ וכן $g\left(a
ight)=0$

 $g\left(a
ight)=0$ המקיימת $a\in\mathcal{U}$ ותהא $g\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^{m}
ight)$ תהא $f\in C^{1}\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight)$ תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^{n}$ וכן בתנאי sols $(g) \cap \mathcal{O}$ בתנאי עבורה a עבורה עבורה a עבורה של ס ביבה אזיי בקבוצה אזיי בת"ל בתנאי $\{ \nabla g_i \ (a) \}$

 $L\in C^1\left(\mathcal{U} imes\mathbb{R}^m,\mathbb{R}
ight)$ נגדיר $g\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight)$ ותהא $f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight)$ תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ נגדיר מולקציית לגראנז': יהי $L\left(x_1\ldots x_n,\lambda_1,\ldots\lambda_m
ight)=f\left(x_1\ldots x_n
ight)-\sum_{i=1}^m\lambda_ig_i\left(x_1\ldots x_n
ight)$ פרן

f מסקנה: יהי $a\in\mathcal{U}$ תחום תהא $a\in\mathcal{U}$ תחום $g\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}^m
ight)$ תהא $f\in C^1\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight)$ תחום תהא $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n$ יהי (L של קריטית (a,λ) נקודה עבורה (a,λ) עבורה א (קיימת של (a,λ) נקודה עבורה (קיימת של (a,λ).

 $.P_{a,b}=\left\{x\in\mathbb{R}^{n}\mid\forall j\in[n]\:.a_{j}\leq x_{j}\leq b_{j}
ight\}$ אוי $a,b\in\mathbb{R}^{n}$ תיבה סגורה: יהיו

 $[a_i.b_i]$ אוי אחלוקה של $\left\{t_i^0,\dots,t_i^{\ell_i}
ight\}$ אוי היינה $i\in[n]$ אלכל $a,b\in\mathbb{R}^n$ אוי היו

 $\left\{\prod_{i=1}^{n}\left[t_{i}^{m_{i}},t_{i}^{m_{i}+1}\right]\mid\forall i\in\left[n\right].m_{i}\in\left[\ell_{i}-1\right]\right\}$

 $.V\left(P
ight)=\mathrm{Vol}\left(P
ight)=\prod_{i=1}^{n}\left(b_{i}-a_{i}
ight)$ איזי $a,b\in\mathbb{R}^{n}$ איזי היים של תיבה: יהיי . Vol $(P)=\sum_{i=1}^k$ Vol (A_i) איז P אויקה של $\{A_1,\ldots,A_k\}$ ותהא $a,b\in\mathbb{R}^n$ טענה: יהיו

סכום רימן: יהיו $x^{(j)} \in A_j$ תהא $\Pi = \{A_1, \dots, A_k\}$ תהא $a,b \in \mathbb{R}^n$ אאי $x^{(j)}$

 $S\left(f,\Pi,\left\{x^{(i)}\right\}\right) = \sum_{j=1}^{k} f\left(x^{(j)}\right) \operatorname{Vol}\left(A_{j}\right)$ $d\left(M
ight)=\sup_{x,y\in M}\|x-y\|$ אזי $M\subseteq\mathbb{R}^n$ קוטר קבוצה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ אזי

. λ $(\Pi)=\max_{i< i< k}d$ (A_i) חלוקה אזי $\Pi=\{A_1,\ldots,A_k\}$ ותהא $a,b\in\mathbb{R}^n$ מדד העדינות: יהיו

 $\int_P f\left(x
ight) \mathrm{d}x = \lim_{\lambda(\Pi) o 0} S\left(f,\Pi,x^{\left(j
ight)}
ight)$ אינטגרביליות רימן: יהיו $a,b \in \mathbb{R}^n$ ותהא אינטגרביליות וימן: יהיו $f \in R\left(P
ight)$ אינטגרבילית רימן אזי $f:P o \mathbb{R}$ ותהא $a,b \in \mathbb{R}^n$ יהיו

P אזי $f\in R\left(P
ight)$ חסומה על אזי $f\in R\left(P
ight)$ חסומה על סכום דרבו עליון: תהא $\{A_1,\ldots,A_n\}$ חסומה חסומה $f:P o\mathbb{R}$ תיבה תהא חלוקה אזי

 $.\overline{S}(f,\Pi) = \sum_{i=1}^{n} \sup_{P_i} (f) \operatorname{Vol}(P_j)$

סכום דרבו תחתון: תהא $\{A_1,\ldots,A_n\}$ חסומה ותהא $\{A_1,\ldots,A_n\}$ חלוקה אזי $\underline{S}(f, \Pi) = \sum_{i=1}^{n} \inf_{P_i} (f) \operatorname{Vol}(P_j)$

טענה: תהא $x^{(j)}$ ויהיו חלוקה חסומה וחסומה $f:P o \mathbb{R}$ נקודות מתאימות אזי ענה: תהא $\underline{S}\left(f,\Pi\right) \leq S\left(f,\Pi,\left\{x^{\left(i\right)}\right\}\right) \leq \overline{S}\left(f,\Pi\right)$

טענה: תהא $\Pi_1 \subset \Pi_2$ חלוקות אזי $f:P o \mathbb{R}$ מענה: תהא P תיבה תהא P חלוקות אזי $\underline{S}(f,\Pi_1) \leq \underline{S}(f,\Pi_2) \leq \overline{S}(f,\Pi_2) \leq \overline{S}(f,\Pi_1)$

 $.\underline{S}\left(f,\Pi_{1}
ight)\leq\overline{S}\left(f,\Pi_{2}
ight)$ אזי חלוקות חלוקות חסומה ותהיינה $f:P
ightarrow\mathbb{R}$ תיבה תהא שענה: תהא $.\overline{I}\left(f
ight)=\inf_{\Pi}\overline{S}\left(f,\Pi
ight)$ אינטגרל דרבו עליון: תהא P תיבה ותהא $f:P o\mathbb{R}$ חסומה אזי

 $\underline{I}\left(f
ight)=\sup_{\Pi}\frac{1}{R}\left(f,\Pi
ight)$ אינטגרל דרבו תחתון: תהא P תיבה ותהא $f:P o\mathbb{R}$ תיבה ותהא $\underline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)\leq\underline{I}\left(f
ight)\leq\overline{I}\left(f
ight)\leq\overline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)$ איי חלוקה חלוקה חלומה $f:P o\mathbb{R}$ תיבה תהא מסקנה: תהא מסקנה: תהא חלומה ותהא חלוקה חלוקה איי

```
\sum_{i=0}^{\infty} \mathrm{Vol}\left(P_{i}
ight) < arepsilon וכן E \subseteq \bigcup_{i=0}^{\infty} P_{i} המקיימת \{P_{i}\}_{i=0}^{\infty} המקיימת היבות בורה לכל בכל פריטות לכל שנורה לכל בכל הייטות חיבות היבות המקיימת אומים בעוברה לכל בכל בכל הייטות היבות 
                              .Vol (E)=2\pi\iint_S 
hoל אזי אזי אינינטות ביב ציר z סיבוב S סיבוב בו תהא אוי איזי אינינות הא סיבוב ביב ציר בקואורדינטות אוי איזי אינינות ביב ביב פיב ביב איני אינינות הא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        .Vol (T\left(A
ight))= Vol (A) וכן T\left(A
ight)\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) איז A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אורתוגונלית ותהא T\in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) משפט: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight)=\left\{ E\subseteq\mathbb{R}^{n}\mid זניחה E
ight\}
מסקנה נפח גוף סיבוב: E \subseteq \mathbb{R}^3 תהא f \leq g עבורן עבורן f,g:[a,b] 	o \mathbb{R} סביב ציר אזי מסקנה נפח גוף סיבוב:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              קיים אזי f\in R(P	imes Q) תיבות ותהא עבורה Q\subseteq \mathbb{R}^m ,P\subseteq \mathbb{R}^n קיים אזי משפט פוביני: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 \{a\}\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) איזי a\in\mathbb{R}^n יהי, arnothing\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) טענה:
                                                                                                                                                                                                               .Vol (E)=\pi\int_{a}^{b}\left(g^{2}\left(x\right)-f^{2}\left(x\right)\right)\mathrm{d}x
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           .\bigcup_{i=0}^{\infty}E_{i}\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אניחות אזי \{E_{i}\}_{i=0}^{\infty} טענה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        קיימים ובפרט \int_{P}\int_{Q}f\left(x,y
ight)\mathrm{d}y\mathrm{d}x,\int_{Q}\int_{P}f\left(x,y
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y
                                                                 \iint_{P\times Q} f = \iint_{P} \iint_{Q} \widetilde{f}(x,y) \,\mathrm{d}y \mathrm{d}x = \iint_{Q} \iint_{P} f(x,y) \,\mathrm{d}x \mathrm{d}y
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      וכן E\subseteq \bigcup_{i=0}^\infty int (P_i) המקיימת \{P_i\}_{i=0}^\infty קיימות תיבות הביא אזי (E אוי אוי היא היימות אוי היימות הביא היימות הביא המקיימת האוי ולכל היימות 
                                                                                                                                                                                     .cבוב סיבוב רדיוס רדיוס אטר אטר Vol (E) = 2\pi R_{\mathcal{C}} \cdot \mathrm{Vol}\left(S\right)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         a\in P מסקנה: תהיינה \int_Q f\left(a,y
ight) \mathrm{d}y אזי או f\in R\left(P	imes Q
ight) תיבות ותהא עיבות תיבות תהיינה Q\subseteq \mathbb{R}^m , P\subseteq \mathbb{R}^n
                                                     \bigcup_{k=1}^\infty E_k=E מוצר אורדן: תוא E\subseteq\mathbb{R}^n אור E\subseteq\mathbb{R}^n סדרת קבוצות מדידות אורדן: תוא E\subseteq\mathbb{R}^n אור E\subseteq\mathbb{R}^n טענה: תוא E\subseteq\mathbb{R}^n אור E\in\mathbb{R}^n אור E\in\mathbb{R}^n טענה: תוא E\in\mathbb{R}^n אור E\in\mathbb{R}^n אורדן של E\in\mathbb{R}^n אורדן של E\in\mathbb{R}^n
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      וכן E\subseteq \bigcup_{i=0}^n int (P_i) המקיימת המיבות \{P_i\}_{i=0}^n קיימות אזי לכל arepsilon>0 קיימות אזי לכל arepsilon>0 קיימות אזי לכל פריימות אזי לכל arepsilon>0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 תהא arphi_1,arphi_2:B	o\mathbb{R} חסומה תהיינה B\subset\mathbb{R}^{n-1} תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 אוי f\in R (A) אחיי A=\{(x,y)\in B\times \mathbb{R}\mid \varphi_1(x)\leq y\leq \varphi_2(x)\} \int_A f=\int_B\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)}f(x,y)\,\mathrm{d}y\mathrm{d}x
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     \sum_{i=0}^{n} \operatorname{Vol}(P_i) < \varepsilon
         \lim_{k	o\infty}\int_{E_k}f=\int_Ef אוי f\in R\left(E
ight) מיצוי לורדן של מיצוי מיצוי מיצוי בו הא ער האוי f\in R\left(E
ight) מיצוי לורדן איר מיצוי לורדן אוי מיצוי לורדן אוי האוי ווהא מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      A\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אזיA\subseteq E ותהא E\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אזיA\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 P
otin \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) איי מנוונת אזי P\subseteq\mathbb{R}^n תהא תהא ,\mathbb{Q}^n\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight)
                                                      מתקיים E מיצוי ז'ורדן של E מיצוי מיצוי לכל עבורם לכל f:E	o\mathbb{R} ותהא ותהא בורה מתקיים לכל מתקיים אינטגרל א אמיתי: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            מסקנה: תהא A\cap\left(\mathbb{R}^{n-1}	imes\{y\}
ight)\in J\left(\mathbb{R}^{n-1}
ight) איי תיבה A\subseteq\prod_{i=1}^nP_i תהא A\in J\left(\mathbb{R}^n
ight) מסקנה: תהא מסקנה: תהא אויי ביי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       M \notin \mathcal{N}\left(\mathbb{R}^n
ight) איזי נקודה פנימית עבורה עבורה עבורה M \subseteq \mathbb{R}^n עבורה טענה: תהא
                                                                  \int_{E}f=\lim_{k	o\infty}\int_{E_{k}}fיים ושווה אזיי \lim_{k	o\infty}\int_{E_{k}}f וכן \forall k\in\mathbb{N}.f\in R\left(E_{k}
ight)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              .int (M)=arnothing אזי M\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight) מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  .Vol (A)=\int_{P_n} Vol \left(A\cap\left(\mathbb{R}^{n-1}	imes\{y\}
ight)
ight) dy ובפרט y\in P_n
                                                      \Gamma_f\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n+1}
ight) אזי f\in C\left(\mathcal{U},\mathbb{R}
ight) פתוחה ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{R}^n אזי \mathcal{U}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      S\left(D
ight)=\iint_{D}\mathrm{d}x\mathrm{d}y אזי D\subseteq\mathbb{R}^{2} אחר: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              M\left(D
ight)=\iint_{D}
ho\left(x,y
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y אזי איזי 
ho:\mathbb{R}^{2}	o\mathbb{R}_{\geq0} ותהא ותהא D\subseteq\mathbb{R}^{2}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       סענה: תהא e_i\in\mathbb{N} עבור צלע e_i\in\mathbb{N} עבור צלע בעלות אורך אורך עבור קוביות קוביות קוביות קוביות ענה: תהא \{C_i\}_{i=0}^\infty
                                                                                                         \int_{\mathbb{R}^n} e^{-\|x\|^2} \mathrm{d}x = \left(\int_{-\infty}^\infty e^{-t^2} \mathrm{d}t\right)^n = \pi^{rac{n}{2}} אוי n \in \mathbb{N}_+ יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               אזי 
ho:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R}_{>0} ותהא ותהא ביפות אזי חמנט מסה: תהא ותהא חמנט מסה: חבא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        \mathcal{U} = \bigcup_{i=1}^{\infty} C_i int (P_i) \cap \operatorname{int}(P_i) = \emptyset
וכן |f| \leq g עבורן f,g: E 	o \mathbb{R} ותהיינה E \subseteq \mathbb{R}^n תהא אמיתיים: אמיתיים לא אמיתיים: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               M_x\left(D\right)=\iint_D y\cdot 
ho\left(x,y\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y איר ציר ציר פי מומנט מסה לפי ציר \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  מסקנה: \mathbb{R}^{n-1}\in\mathcal{N}\left(\mathbb{R}^{n}
ight), קבוצת קנטור זניחה.
             . מתכנסים \int_{E}f,\int_{E}\left|f\right| אזיי מתכנס אזיי \forall A\in\mathcal{P}\left(E\right)\cap J\left(\mathbb{R}^{n}\right). \left(f\in R\left(A\right)\right)\Longleftrightarrow\left(g\in R\left(A\right)\right)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              M_{x}\left(D
ight)=\iint_{D}x\cdot\rho\left(x,y
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y:ע מומנט מסה לפי ציר \Phi
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       מתקיים במעט לבל: תהא A\subset\mathbb{R}^n אם הייף אזי נאמר כי "\psi מתקיים כמעט על כל A" אם קיימת אוויה של פרידיקט אזי נאמר כי "ע פרידיקט אזי נאמר כי "ל
                                                                                                          . (מתכנס) מתכנס) ותהא f:E	o \mathbb{R} ותהא ותהא E\subseteq \mathbb{R}^n מתכנס) מתכנס) מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          \left(rac{M_y(D)}{m(D)},rac{M_x(D)}{m(D)}
ight) אזי D\subseteq\mathbb{R}^2 מרכז המסה: תהא
\int_E fי אזי אוירדן אי־רציפות איר בעלת קבוצת נקודות איE\subseteq\mathbb{R}^n משפט: תהא בעלת מיצוי ז'ורדן ותהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       רציפה ממעט על כל f:P	o\mathbb{R} חסומה אזי f:P	o\mathbb{R} חיבה סגורה תהא או רצים בתיבה: תהא רצים בתיבה תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            V\left(E
ight)=\iint_{E}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z או אי E\subseteq\mathbb{R}^{3} החא E\subseteq\mathbb{R}^{3} אות הוא E\subseteq\mathbb{R}^{3} אחת ווהא אוני בחור הוא הוא E\subseteq\mathbb{R}^{3} אחת הוא ביפוח אוי ביפוח אוים ביפוח ביפוח אוים ביפוח אוים ביפוח אוים ביפוח אוים ביפוח אוים ביפוח אוי
                                                                                                                                                                                                                                                                 מתכנס).f(f) מתכנס).
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    (f \in R(P)) \iff (P)
                  .\int_E (f+g) = \int_E f + \int_E g אנה: מתכנסים אזי f,g:E 	o R ותהיינה ווהיינה E \subseteq \mathbb{R}^n שענה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   . אניחה לורדן: \partial E חסומה עבורה E\subseteq\mathbb{R}^n אניחה לבוצה מדידת א'ורדן:
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                צפיפות אזי 
ho:\mathbb{R}^3	o\mathbb{R}_{\geq0} ותהא ותהא ביפות אזי ותהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      טענה: תהיינה E_1 , E_2\subseteq\mathbb{R}^n אזי
משפט: תהיינה f:B	o \mathbb{R} עבורה לכל g:A	o B ז'ורדן היינאומורפיזם ותהא א פתוחות יהי A,B\subseteq \mathbb{R}^n ז'ורדן
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      M_{xy}\left(E
ight)=\iiint_{E}z\cdot
ho\left(x,y,z
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z:\left\{z=\overline{0}
ight\} מומנט מסה לפי המישור ullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     .סגורה \partial E_1 lacktriangle
                                                             M_{xz}\left(E
ight)=\iiint_{E}y\cdot
ho\left(x,y,z
ight)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z:\left\{ y=0
ight\} מומנט מסה לפי המישור ullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              \partial (E_1 \backslash E_2), \partial (E_1 \cup E_2), \partial (E_1 \cap E_2) \subseteq \partial E_1 \cup \partial E_2 •
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     .M_{yz}\left( E
ight) = \iiint_{E}x\cdot 
ho\left( x,y,z
ight) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z:\left\{ x=0
ight\} מומנט מסה לפי המישור ullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            J\left(\mathbb{R}^{n}\right)=\left\{ E\subset\mathbb{R}^{n}\mid\text{ וורדן }E
ight\} שימון: E
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          \left(rac{Myz(E)}{m(E)},rac{M_{xz}(E)}{m(E)},rac{M_{xy}(E)}{m(E)}
ight) אוי D\subseteq\mathbb{R}^2 מרכז המסה: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      .A \backslash B,\, A \cup B,\, A \cap B \in J מסקנה: תהיינה A,\, B \in J אזי 
                                                                                                                                                                                                              \Gamma\left(n\right)=\left(n-1\right)!אזי n\in\mathbb{N}_{+}יהי טענה: יהי טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    \chi_A\left(x
ight)=\left\{egin{array}{ll} 1&x\in A\\ 0&x
otin A\end{array}
ight. בו כך אינד אפיון/אינדיקטור: תהא A\subseteq\mathbb{R}^n איז אינדיקטור: תהא אינדיקטור: אינדיקטו
                                                                                                                                                                                                                                                 . טענה: יהי t>0 אזי \Gamma\left(t
ight) מתכנס
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              .Par (v_1\dots v_n)=\left\{\sum_{i=1}^n lpha_iv_i\mid orall i\in [n]\,.lpha_i\in [0,1]
ight\} איי v_1\dots v_n\in \mathbb{R}^n מקבילון: יהיו
                                                                                                                   B\left(t,s
ight)=\int_{0}^{\infty}x^{t-1}\left(1-x
ight)^{s-1}\mathrm{d}x אזי t,s>0 אזי יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         \chi_A\in C\left(\mathbb{R}^nackslash A
ight) וכן \chi_A\in C\left(\mathrm{int}\left(A
ight)
ight) איי אוי A\subseteq\mathbb{R}^n וכן
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        אזי f\cdot\chi_A\in R (P) עבורה f:\mathbb{R}^n	o\mathbb{R} אחסומה ותהא A\subseteq P תיבה סגורה תבה אינטגרביליות רימן: תהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    v_1 \ldots v_n \in \mathbb{R}^n טענה: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     \int_A f = \int_P f \cdot \chi_A
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              טענה: תהא A\subseteq P_1 , P_2 ותהא סגורות עבורן P_1 , P_2\subseteq \mathbb{R}^n אזי אוינה: תהא A\subseteq P_1 , חסומה תהיינה
                                                                                                                                                                            .Vol (B_1\ (0))=rac{n}{rac{n}{2}} איז n\in\mathbb{N}_+ איז n\in\mathbb{N}_+ משפט: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         טענה: תהיינה A,B\subset\mathbb{R}^n פתוחות וחסומות יהי G:A	o B אזי פתוחות ותהא א פתוחות מענה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          (f \cdot \chi_A \in R(P_1)) \iff (f \cdot \chi_A \in R(P_2)) •
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          \int_{P_1} f \cdot \chi_A = \int_{P_2} f \cdot \chi_A \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     .((Vol(\varphi(E)) = 0) \land (\overline{\varphi(E)} \subseteq B)) \Leftarrow ((Vol(E) = 0) \land (\overline{E} \subseteq A)) \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       .V\left(A
ight)=\mathrm{Vol}\left(A
ight)=\int_{A}\mathrm{d}x אוי A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) מידה/נפח של תיבה: תהא
                                                           \Delta_n = \left\{x \in \mathbb{R}^n \mid (orall i \in [n] \,. x_i \geq 0) \wedge \left(\sum_{i=1}^n x_i \leq 1
ight)
ight\} איי n \in \mathbb{N} סימפלקט: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              \varphi(E) א'ורדן)). (\overline{\varphi(E)} \subset B) א'ורדן)). (\overline{E} \subset A)
              \int \int \Delta_n \left( \prod_{i=1}^n x_i^{p_i-1} \right) \mathrm{d}x_1 \dots \mathrm{d}x_n = \frac{\prod_{i=1}^n \Gamma(p_i)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^n p_i\right)} \text{ with } p_1 \dots p_n > 0 \text{ with } p_i \dots p_n > 0 where the structure of the structure of the proof of the structure of the struct
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              משפט: תהא f,g\in R\left(A
ight) ותהיינה A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) אזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             f \in R\left(B
ight) מסקנה: G : A 	o B פתוחות וחסומות יהי A,B \subset \mathbb{R}^n דיפאומורפיזם ותהא
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      \int_{A}\left(af+bg\right)=a\int_{A}f+b\int_{A}gוכן af+bg\in R\left(A\right)אזי a,b\in\mathbb{R}יהיי יהיי \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 \int_A f \geq 0 נניח כי f \geq 0 אזי f \geq 0
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            (f \circ \varphi) | \det \mathcal{D}_{\varphi} | \in R(A)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          אזי f\in R\left(B
ight) אזי ההינה עה דיפאומורפיזם ותהא ההינה התוחות וחסומות וחסומות היהי א פתוחות החינה ותהא א פתוחות וחסומות וח
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     \int_A f \geq \int_A g אזי f \geq g נניח כי f \geq g
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             \int_{B} f = \int_{A} f(\varphi(t)) |\det \mathcal{D}_{\varphi}(t)| dt
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   .mVol (A) \leq \int_A f \leq MVol (A) אזי m \leq f \leq M נניח כי \bullet
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            מסקנה: תהיינה E\subseteq A עבורה A,B\subseteq \mathbb{R}^n ותהא מסקנה: תהיינה A,B\subseteq \mathbb{R}^n עבורה מסקנה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 f\in R\ (A\cup B) וכן f\in R\ (A\cap B) אזיי וכך f\in R\ (A\cap B) ותהא A,B\in J\ (\mathbb{R}^n) טענה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             \int_{A\cup B}f=\int_{A}f+\int_{B}f אזי \mathrm{Vol}\left(A\cap B
ight)=0 עבורן A,B\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) מסקנה: תהיינה
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             \int_{\varphi(E)}f=\int_{E}f\left(arphi\left(t
ight)
ight)\left|\det\mathcal{D}_{arphi}\left(t
ight)
ight| ובפרט לו f\in R\left(arphi\left(E
ight)
ight) אווי f\in R\left(arphi\left(E
ight)
ight)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           S\subseteq B^{'}ו, E^{'}\subseteq A מסקנה: תהיינה G בעל דיפרנציאל חסום תהיינה A,B\subseteq \mathbb{R}^n מסקנה: תהיינה
       שעמה: יהיו 0 p_i = p_i ותהא p_i = p_i וועה אוי \psi: [0,1] \to \mathbb{R} אוי p_i = p_i = p_i שעמה: יהיו 0 p_i = p_i = p_i וועה p_i = p_i = p_i וועה p_i = p_i = p_i איז p_i = p_i וועה אוי p_i = p_i איז p_i = p_i p_i = p_i
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               . \exists c \in A. \int_A f = f\left(c\right) Vol (A) אזי f \in C\left(A,\mathbb{R}
ight) תחום ותהא A \in J\left(\mathbb{R}^n
ight) משפט ערך הביניים: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           אזי f \in R\left(S
ight) ותהא A \backslash E אזי דיפאומורפיזם על \varphi כמו כן א פתוחות וכן A \backslash E ותהא אניחות עבורן
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |\int_A f| \leq \int_A |f| וכן |f| \in R ווכן f \in R ווהי A \in J\left(\mathbb{R}^n\right) טענה: תהא A \in J\left(\mathbb{R}^n\right) איזי
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           \int_{B}f=\int_{A}f\left( arphi\left( t
ight) \right) \left|\det\mathcal{D}_{arphi}\left( t
ight) \right|ובפרט (f\circarphi
ight) \left|\det\mathcal{D}_{arphi}
ight|\in R\left( A
ight)
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      \int_{A}f=\int_{A}g אזי א לכל המעט על כל f,g\in R\left(A
ight) ותהיינה A\in J\left(\mathbb{R}^{n}
ight) איזי סענה: תהא
```

 $J_{\mathrm{int}(A)} \ f = \int_A f = \int_{\overline{A}} f$ איז $A \in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$ משפט: תהא

.Vol $\left(\bigcup_{i=1}^kA_i\right)=\sum_{i=1}^n$ Vol $\left(A_i\right)$.Vol $\left(A\right)=$ Vol $\left(A+a\right)$ איז $a\in\mathbb{R}^n$ ותהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$

 $\bigcup_{i=1}^k A_i, \bigcap_{i=1}^k A_i \in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$ אזי $A_1 \ldots A_k \in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$ טענה: תהינה

טענה: תהא $T \ (A)$ אורתוגונלית ותהא $A \subset \mathbb{R}^n$ אורתוגונלית ותהא $T \in \operatorname{Hom} \ (\mathbb{R}^n)$ חסומה.

 $T\left(\partial A
ight)=\partial\left(T\left(A
ight)
ight)$ אזי $A\subset\mathbb{R}^{n}$ אורתוגונלית ותהא $T\in\mathrm{Hom}\left(\mathbb{R}^{n}
ight)$ מסקנה: תהא

. אניחה אזי $T \ (E)$ אזי אזי וחסומה אזי ביחה וחסומה אזי אורתוגונלית ותהא אזי וחסומה אזי אורתוגונלית ותהא מסקנה: תהא

אזיי Vol $\left(A_i\cap A_j
ight)=0$ מתקיים i
eq j מתקיים $A_1\dots A_k\in J\left(\mathbb{R}^n
ight)$ אזי

.u= Vol אאי איי ($[0,1]^n$) איי בורה u= אוי היישפט יחידות פונקציית נפח: תהא א א אדיטיבית אינווריאנטית אינווריאנטית אוי וויט אוי איי וויט איי איי וויט איי וויט א איי וויט איי וויט א איי וויט איי וו

 $.ig(\underline{I}\left(f
ight) = \overline{I}\left(f
ight) ig) \Longleftrightarrow (f \in R\left(P
ight)$ אזי חסומה אזי $f:P o\mathbb{R}$ תיבה תיבה תיבה תהא P

.Vol $(P) \leq \sum_{i=1}^n$ Vol (P_i) אזי תיבה איז $P \subseteq \bigcup_{i=1}^n P_i$ תיבות ותהא $P_1 \ldots P_n$ מסקנה: יהיו

 $igcup_{i=1}^n P_i$ וכן int $(P_i) \cap \operatorname{int} \left(P_j
ight) = arnothing$ מתקיים i
eq j מתקיים ווכן $P_1 \dots P_n$ וכן $P_1 \dots P_n$ תיבה אזי

 $.\int_{P}f=\underline{I}\left(f
ight)=\overline{I}\left(f
ight)$ אזי חסומה $f\in R\left(P
ight)$ תיבה תהא תיבה תהא מסקנה: תהא

.Vol $\left(P_{\lambda a,\lambda b}\right)=\lambda^n$ Vol $\left(P_{a,b}\right)$ אזי $\lambda>0$ ויהי $a,b\in\mathbb{R}$ יטענה: יהיו

 $.Vol\left(\bigcup_{i=1}^{n} P_i\right) = \sum_{i=1}^{n} Vol\left(P_i\right)$

סענה: יהיו $P_1 \cap P_2$ תיבות אזי ויבות P_1, P_2 תיבה.

. Vol $(P \setminus \operatorname{int}(P)) = 0$ תיבה אזי P תהא הערה: תהא

וכן $x=
ho\cos(\phi)$ עבורן $(
ho,\phi)\in(0,\infty] imes[0,2\pi]$ איי $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ יהי יהי קוטביות/פולריות: יהי

וכן $x=
ho\cos{(\phi)}$ עבורן עבורן $(
ho,\phi,\iota)\in(0,\infty] imes[0,2\pi] imes\{z\}$ אוי אוי $(x,y,z)\in\mathbb{R}^2$ יהי יהי

 $x=
ho\sin(heta)\cos(\phi)$ אווי $(
ho,\phi, heta)\in(0,\infty] imes[0,2\pi] imes[0,\pi]$ אוי $(x,y,z)\in\mathbb{R}^2$ אוי עבורן (x,y,z

 $|\det\mathcal{D}_{arphi}\left(t
ight)|=
ho$ אוי לפולריות אוקלידיות מעבר מקואורדינטות ענה: $arphi:\mathbb{R}^{2} o\mathbb{R}^{2}$ מעבר מקואורדינטות אוקלידיות לפולריות אוי

. $|\det\mathcal{D}_{arphi}\left(t
ight)|=
ho$ אזי לגליליות אוקלידיות מעבר מקואורדינטות מעבר $arphi:\mathbb{R}^{2} o\mathbb{R}^{2}$ אטענה: תהא

. $|\!\det\mathcal{D}_{arphi}\left(t
ight)|=
ho^{2}\sin\left(heta
ight)$ איי אוי לכדוריות אוקלידיות מעבר מקואורדינטות ענה: $arphi:\mathbb{R}^{2} o\mathbb{R}^{2}$ מעבר מקואורדינטות אוקלידיות אויי

 $y = \rho \sin(\phi)$

 $.z=\rho\cos\left(\theta\right)$ וכן $y=\rho\sin\left(\theta\right)\sin\left(\phi\right)$ וכן