נורמה: יהי L מרחב אוקלידי נוצר סופית אזי $\upsilon : L \to \mathbb{R}$ עבורה לכל $a \in L$ ולכל $\lambda \in \mathbb{R}$ מתקיים
- $(\upsilon(a) \geq 0) \wedge ((\upsilon(a) = 0) \iff (a = 0))$.
- הומוגניות: $\upsilon(\lambda a) = |\lambda| \cdot \upsilon(a)$.
- אי שיוויון המשולש (אש"מ): $\upsilon(a+b) \leq \upsilon(a) + \upsilon(b)$.

נורמת ℓ_p: עבור $p \in \mathbb{N}_+$ נגדיר נורמה $\|\cdot\|_p : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ כך $\|v\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |v_i|^p\right)^{\frac{1}{p}}$.

נורמת ℓ_∞: נגדיר נורמה $\|\cdot\|_\infty : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ כך $\|v\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |v_i|$.

כדור פתוח: יהי $a \in \mathbb{R}^n$ ויהי $r \in \mathbb{R}$ אזי $B_r(a) = \{x \in \mathbb{R} \mid \|x - a\| < r\}$.

כדור סגור: יהי $a \in \mathbb{R}^n$ ויהי $r \in \mathbb{R}$ אזי $\overline{B}_r(a) = \{x \in \mathbb{R} \mid \|x - a\| \leq r\}$.

ספירה: יהי $a \in \mathbb{R}^n$ ויהי $r \in \mathbb{R}$ אזי $S_r(a) = \{x \in \mathbb{R} \mid \|x - a\| = r\}$.

תיבה פתוחה: יהיו $a, b \in \mathbb{R}^n$ אזי $\Pi_{a,b} = \left\{x \in \mathbb{R}^n \mid \forall j \in [n] . a_j < x_j < b_j\right\}$.

תיבה סגורה: יהיו $a, b \in \mathbb{R}^n$ אזי $\overline{\Pi}_{a,b} = \left\{x \in \mathbb{R}^n \mid \forall j \in [n] . a_j \leq x_j \leq b_j\right\}$.

נקודה פנימית: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ותהא $x \in M$ המקיימת $\exists r > 0 . B_r(x) \subseteq M$ אזי x נקודה פנימית.

פנים של קבוצה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי $\mathring{M} = \{x \in M \mid M$ נקודה פנימית של $x\}$.

קבוצה פתוחה: קבוצה $M \subseteq \mathbb{R}^n$ עבורה $M = \mathring{M}$.

נקודה חיצונית: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ותהא $x \in \mathbb{R}^n$ המקיימת $\exists r > 0 . B_r(x) \subseteq \mathbb{R}^n \backslash M$ אזי x נקודה חיצונית.

נקודה מבודדת: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ותהא $x \in M$ המקיימת $\exists r > 0 . B_r(x) \cap M = \{x\}$ אזי x נקודה מבודדת.

נקודת שפה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ ותהא $x \in \mathbb{R}^n$ לא נקודה פנימית ולא נקודה חיצונית אזי x נקודת שפה.

שפה של קבוצה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי $\partial M = \{x \in M \mid M$ נקודת שפה של $x\}$.

קבוצה סגורה: קבוצה $M \subseteq \mathbb{R}^n$ עבורה $\partial M \subseteq M$.

סגור של קבוצה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי $\overline{M} = \mathring{M} \cup \partial M$.

טענה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי (x נקודה חיצונית של M)$\iff$(x נקודה פנימית של $\mathbb{R}^n \backslash M$).

מסקנה: תהא $M \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי (M פתוחה)$\iff$(M^C סגורה).

קבוצה חסומה: קבוצה $M \subseteq \mathbb{R}^n$ המקיימת $\exists r > 0 . M \subseteq B_r(0)$.

קבוצה קומפקטית: קבוצה $K \subseteq \mathbb{R}^n$ סגורה וחסומה.

טענה היינה בורל: תהא $K \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי (K קומפקטית)$\iff$(לכל $\{I_n\}_{n \in \Lambda}$ קבוצות פתוחות עבורן $A \subseteq \bigcup_{n \in \Lambda} I_n$ מתקיים $\exists B \in P_{<\aleph_0}(\Lambda) . A \subseteq \bigcup_{n \in B} I_n$).

סימון: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי $a^{(k)} = a(k)$.

גבול: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ ותהא $L \in \mathbb{R}^n$ עבורן $\lim_{k \to \infty} \left\|a^{(k)} - L\right\| = 0$ אזי $\lim_{k \to \infty} a^{(k)} = L$.

הערה: נשתמש באותם סימני גבול כמו במשתנה יחיד, כלומר $\lim_{x \to a}$ וכן $\xrightarrow[x \to a]{}$.

משפט: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ ויהי $b \in \mathbb{R}^n$ אזי $\left(a^{(k)} \xrightarrow[k \to \infty]{} b\right) \iff \left(\forall j \in [n] . a_j^{(k)} \xrightarrow[k \to \infty]{} b_j\right)$.

מסקנה: כל מניפולציות הגבול של סדרה מחדו"א1 מתקיימות.

משפט קושי: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי (a מתכנסת)$\iff \left(\forall \varepsilon > 0 . \exists k \in \mathbb{N} . \forall m, p > k . \left\|a^{(m)} - a^{(p)}\right\| < \varepsilon\right)$.

מסקנה: תהא $a \in (\mathbb{R}^n)^{\mathbb{N}}$ אזי (a מתכנסת)$\iff \left(\forall j \in [n] . \forall \varepsilon > 0 . \exists k \in \mathbb{N} . \forall m, p > k . \left\|a_j^{(m)} - a_j^{(p)}\right\| < \varepsilon\right)$
.

משפט בולצאנו ויירשטראס: לכל סדרה חסומה קיימת תת־סדרה מתכנסת.

משפט: תהא $K \subseteq \mathbb{R}^n$ אזי (K קומפקטית)$\iff$(לכל $a \in K^{\mathbb{N}}$ קיימת תת־סדרה $a^{(k_i)}$ המקיימת $\lim_{k \to \infty} a^{(k_i)} \in K$).

הערה: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ נחשוב על f כוקטור של פונקציות $f=\langle f_1,\ldots,f_m\rangle$ כאשר $f_i:A\to\mathbb{R}$.

גבול: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ ותהא $a\in\mathbb{R}^n$ ותהא $L\in\mathbb{R}^m$ אזי

- היינה: אם $\forall x\in A^{\mathbb{N}}.\left(x^{(k)}\to a\right)\Longrightarrow\left(f\left(x^{(k)}\right)\to L\right)$ אזי $\lim_{x\to a}f\left(x\right)=L$.
- קושי: אם $\forall\varepsilon>0.\exists\delta>0.\left\Vert x-a\right\Vert<\delta\Longrightarrow\left\Vert f\left(x\right)-L\right\Vert<\varepsilon$ אזי $\lim_{x\to a}f\left(x\right)=L$.

מסקנה: כל מניפולציות הגבול של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.

רציפות בנקודה: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ אזי $a\in A$ עבורה $f\left(a\right)=\lim_{x\to a}f\left(x\right)$.

סימון: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ ותהא $B\subseteq A$ אזי (f רציפה נקודתית עבור כל $b\in B$)$\Longleftrightarrow$($f\in C\left(B\right)$).

משפט: תהא $A\subseteq\mathbb{R}^n$ תהא $f:A\to\mathbb{R}^m$ ותהא $B\subseteq A$ אזי $\left(f\in C\left(b\right)\right)\Longleftrightarrow\left(f_1,\ldots,f_m\in C\left(b\right)\right)$.

מסקנה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.

עקומה פרמטרית: יהי $I\subseteq\mathbb{R}$ קטע אזי $\gamma:I\to\mathbb{R}^m$.

מסילה: עקומה פרמטרית רציפה.

מסילה של קו ישר: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^m$ נגדיר $\gamma:\left[0,1\right]\to\mathbb{R}^m$ כך $\gamma\left(t\right)=\left(1-t\right)a+tb$.

טענה: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^m$ ותהא $\gamma:\left[0,1\right]\to\mathbb{R}^m$ מסילה של קו ישר בין a ל־b אזי γ מסילה.

סימון: יהיו $a,b\in\mathbb{R}^m$ ותהא $\gamma:\left[0,1\right]\to\mathbb{R}^m$ מסילה של קו ישר בין a ל־b אזי $\left[a,b\right]=\mathrm{Im}\left(\gamma\right)$.

קבוצה קמורה: קבוצה $M\subseteq\mathbb{R}^n$ המקיימת $\forall a,b\in M.\left[a,b\right]\subseteq M$.

טענה: יהי $a\in\mathbb{R}^n$ ויהי $r\in\mathbb{R}$ אזי $B_r\left(a\right),\overline{B}_r\left(a\right)$ קבוצות קמורות.

קבוצה קשירה מסילתית: $M\subseteq\mathbb{R}^n$ עבורה לכל $x,y\in M$ קיימת מסילה $\gamma:\left[0,1\right]\to M$ המקיימת $\gamma\left(0\right)=x$ וכן $\gamma\left(1\right)=y$.

תחום: קבוצה פתוחה וקשירה מסילתית.

טענה: תהא $M\subseteq\mathbb{R}^n$ פתוחה אזי קיימים $A_1,A_2,\ldots$ תחומים זרים עבורם $\biguplus A_i=M$.