```
.Im (a+ib)=b אזי a,b\in\mathbb{R} החלק המדומה: יהיו
                                                                                                                    \overline{a+ib}=a-ib אזי a,b\in\mathbb{R} הצמוד: יהיו
                                                                                              |a+ib|=\sqrt{a^2+b^2} אזי a,b\in\mathbb{R} הערך המוחלט: יהיו
                                                                                                                \operatorname{Re}\left(z
ight)=0 עבורו z\in\mathbb{C} מספר מדומה טהור:
                                                                                                                  \operatorname{Im}\left(z
ight)=0 עבורו z\in\mathbb{C}:מספר ממשי טהור:
                                                                                                                                                            למה: יהיz\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                                                    .\overline{(\overline{z})} = z \bullet
                                                                                                                                                                  |\overline{z}| = |z| \bullet
                                                                                                                                                                .z\overline{z} = |z|^2 \bullet
                                                                                                                       .z^{-1}=rac{\overline{z}}{|z|^2} אזי z\in\mathbb{C}ackslash\{0\} מסקנה: יהי
                                                                                                         מסקנה: \mathbb C עם הפעולות שהוגדרו מלעיל הינו שדה.
                                                                                                                                                   טענה: יהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                                          .Re (z) = \frac{z + \overline{z}}{2} \bullet
                                                                                                                                                         \operatorname{Im}(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i} \bullet
                                                                                                                                                      \overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w} \bullet
                                                                                                                                                          .\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w} \bullet
                                                                                                                               \overline{\left(rac{z}{w}
ight)}=rac{\overline{z}}{\overline{w}} אזי w
eq 0 נניח כי
                                                                                                                              |z\cdot w|=|z|\cdot |w|י גיוח כי |z| = w אזי איז |z| = w.
                                                                                                                                             |z| \le \operatorname{Re}(z) \le |z| \bullet
                                                                                                                                              |z| \le \operatorname{Im}(z) \le |z| \bullet
.|z+w|\leq |z|+|w| איז z,w\in\mathbb{C} טענה אי שיוויון המשולש: יהיו z,w\in\mathbb{C} איז איז z,w\in\mathbb{C} טענה אי שיוויון קושי שוורץ: יהיו z_i=z_iw_i=\left(\sum_{i=1}^n|z_i|^2\right)\left(\sum_{i=1}^n|w_i|^2\right) איז z_1\ldots z_n,w_1\ldots w_n\in\mathbb{C} טענה אי שיוויון קושי שוורץ: יהיו
                                                                                                                       מסקנה: יהיו a,b\in\mathbb{R} ויהיו z,w\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                               |z| - |w| \le |z - w| •
                                                                                                                                               |a+ib| \leq |a|+|b|
                                                                       e^{i	heta}=\cos{(	heta)}+i\sin{(	heta)} אזי 	heta\in\mathbb{R} הצגה פולרית/הצגה קוטבית: יהי
                                                                                      \mathrm{arg}\left(z
ight)=\left\{	heta\in\mathbb{R}\mid z=|z|\,e^{i	heta}
ight\} אזי z\in\mathbb{C} הארגומנט: יהי
                                                                z=|z|\cdot e^{i	heta} עבורו 	heta\in(-\pi,\pi] אזי קיים ויחיד z\in\mathbb{C}ackslash\{0\} יהי
                                                    \operatorname{Arg}(z)=	heta אזי 	heta\in \operatorname{arg}(z)\cap (-\pi,\pi] ויהי z\in \mathbb{C}\setminus\{0\} אזי z\in \mathbb{C}\setminus\{0\}
                                                                                           . ויחיד קיים ויחיד אזי הארגומנט העיקרי קיים ויחיד z\in\mathbb{C}\backslash\left\{ 0
ight\} הערה: יהי
```

A=B+C אוי קיימות איי אוי פיימות 0 עבורן B באשר באר באשר באשר אנטי־קונפורמית או  $A\in M_2\left(\mathbb{R}\right)$  אוי קיימות איי קיימות ויחידות באשר באשר אווי באשר באשר באשר אנטי־קונפורמית או

. מעל  $\mathbb{R}^2$  עם הפעולות הסטנדרטיות מרוכבים: מרחב וקטורי

.i=(0,1) הגדרה וכן וכן  $1\mapsto (1,0)$  בהתאמה ב־D הערה: נשתמש ב־משקנה: אזי קיימים ויחידים  $a,b\in\mathbb{R}$  עבורם  $z\in\mathbb{C}$  אזי אזי קיימים ויחידים  $a,b\in\mathbb{R}$  עבורם מסקנה:  $\exists a,b\in\mathbb{R}.A=\left(egin{array}{c} a-b\\ b&a \end{array}\right)$  המקיימת  $0
eq A\in M_2\left(\mathbb{R}
ight)$ 

. היא איזומורפיזם  $T\left(a+ib\right)=\left(egin{array}{c} a-b \\ b \end{array}\right)$  המוגדרת  $T\in \mathrm{Hom}\left(\mathbb{C},O\left(2\right)\right)$  היא איזומורפיזם

(a+ib) (c+id)=(ac-bd)+i (ad+bc) אזי  $(a,b,c,d\in\mathbb{R}$  מרפלת מרוכבים: יהיו

טענה: תהא  $A \in M_2(\mathbb{R})$  אזי (A קונפורמית) אזי  $A \in M_2(\mathbb{R})$  הפיכה ושומרת אווית).  $\exists a,b \in \mathbb{R}. A = \left( \begin{smallmatrix} a & b \\ b & -a \end{smallmatrix} \right)$  המקיימת  $A \in M_2(\mathbb{R})$  אזי (A אנטי־קונפורמית) אווית).  $A \in M_2(\mathbb{R})$  הפיכה והופכת אווית). טענה: תהא  $A \in M_2(\mathbb{R})$ 

 $\mathbb C$  סימון: נסמן את המרוכבים בעזרת

 $.i^2 = -1$  :טענה

 $O\left(n
ight)=\left\{ A\in M_{2}\left(\mathbb{R}
ight)\mid$  קונפורמית  $A\}$ 

 $\operatorname{Re}\left(a+ib
ight)=a$  אזי  $a,b\in\mathbb{R}$  החלק הממשי: יהיו

```
\operatorname{arg}\left(zw
ight)=\operatorname{arg}\left(z
ight)+\operatorname{arg}\left(w
ight) אזי w,z\in\mathbb{C} מסקנה: יהיו
                                                                                                      (r \cdot e^{i\theta})^{-1} = \frac{1}{\pi} \cdot e^{-i\theta} אזי r > 0 ויהי \theta \in \mathbb{R} טענה: יהי
                                                                                       (r\cdot e^{i	heta})^n=r^n\cdot e^{in	heta} אזי n\in\mathbb{Z} ויהי r\geq 0 יהי 	heta\in\mathbb{R} יהי
                                        \left(\cos\left(	heta
ight)+i\sin\left(n	heta
ight)
ight)^{n}=\cos\left(n	heta
ight)+i\sin\left(n	heta
ight) אזי n\in\mathbb{Z} ויהי 	heta\in\mathbb{Z} ויהי 	heta\in\mathbb{Z}
                                             0.\sqrt[n]{re^{i	heta}}=\left\{\sqrt[n]{r}e^{i\left(rac{	heta+2\pi k}{n}
ight)}\mid k\in\{0,\dots,n-1\}
ight\} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי 0י יהי \theta\in\mathbb{R} יהי טענה: יהי
                                                                       0.\sqrt[n]{1}=\left\{e^{rac{2i\pi k}{n}}\mid k\in\{0,\dots,n-1\}
ight\} מסקנה שורשי יחידה: יהי n\in\mathbb{N}_+ אזי
                                                                     x\in\mathbb{C} אזי קיים x\in\mathbb{C} עבורוx\in\mathbb{C} המשפט היסודי של האלגברה: יהיx\in\mathbb{C} אזי קיים
                                                           a_0 = a_0 \prod_{i=1}^n (x-a_i) עבורם a_0 \dots a_n \in \mathbb{C} אזי קיימים p \in \mathbb{C}_{\geq 1}[x] יהי
                                                                                                                      N=(0,0,1) את \mathbb{R}^3הקוטב הצפוני: נסמן ב
                                                                                                       \mathbb{S}^n=\{x\in\mathbb{R}^{n+1}\mid \|x\|=1\} אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי יהי יהי
                                                                                         z>0 המקיימות (x,y,z)\in\mathbb{S}^2 הנקודות כל העליונה: כל
                                                                                       z<0 המקיימות (x,y,z) המקיימות כל הנקודות כל הנקודות ההמיספרה התחתונה:
                                     f\left(x+iy
ight)=\left(rac{2x}{x^2+y^2+1},rac{2y}{x^2+y^2+1},1-rac{2}{x^2+y^2+1}
ight) כאלה סטריאוגרפית: נגדיר וגדיר f:\mathbb{C}	o\mathbb{S}^2\setminus\{N\} הטלה סטריאוגרפית:
f(p) = \mathrm{line}_{p,N} \cap \mathbb{S}^1 נגדיר את \mathbb{C} להיות שני הצירים הראשונים, אז ההטלה הסטריאוגרפית היא מבחינה מעשית \mathbb{C}
                                                                                                                                                                .טענה: f רציפה
                                                                                                                                                          טענה: יהיz\in\mathbb{C} אזי
                                                                                                                                      (z \in \mathbb{S}^1) \iff (f(z) = z) \bullet
                                                                                                           (\mathbb{S}^1בהמיספרה העליונה) בהמיספרה f(z) •
                                                                                                            .(\mathbb{S}^1 בתוך בתוך בתוך התחתונה) בהמיספרה f(z)
                                                                   .f^{-1}\left(x,y,z
ight)=rac{x}{1-z}+irac{y}{1-z} כך כך f^{-1}:\mathbb{S}^2ackslash\{N\}	o\mathbb{C} טענה: f הפיכה ומתקיים
                                                                                                                                                       \widehat{\mathbb{C}}=\mathbb{C}\cup\{\infty\}\cup\widehat{\mathbb{C}}
                                                                                f\left(\infty
ight)=N וכן f:\widehat{\mathbb{C}}	o\mathbb{S}^2 הספירה של רימן: f ניתנת להרחבה רציפה
                                                                                    טענה: תהא f^{-1}[A] מעגל A\subseteq \mathbb{S}^2\setminus\{N\} מעגל או ישר).
                                        (N\in P) ישר) ישר f^{-1}[C] אזי וויהי C=P\cap\mathbb{S}^2 מישור עבורו C\subseteq\mathbb{S}^2\setminus\{N\} ישר מסקנה: יהי
                                      \lim_{n	o\infty}a_n=z אזי orallarepsilon\in\mathbb{C} אזי arthetaarepsilon>0. אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}
                                                                                    (a_n 	o z) \Longleftrightarrow (|a_n - z| 	o 0) אזי z \in \mathbb{C} ויהי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} אחי
                                           \lim_{n	o\infty}a_n=\infty אזי אM\in\mathbb{R}.\exists N\in\mathbb{N}. orall n\geq N. M<|a_n| עבורה a\in\mathbb{C}^\mathbb{N} אזי אזי
                                                                                                        (a_n 	o \infty) \Longleftrightarrow (|a_n| 	o \infty) אזי a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי טענה: תהא
                                                                               טענה: תהיינה a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} ויהיו a,b\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי מענה: תהיינה
                                                                                                                                                  .a_n + b_n \rightarrow z + w \bullet
                                                                                                                                                      .a_n \cdot b_n \to z \cdot w \bullet
```

 $.\overline{a_n} o \overline{z} ullet$ 

 $|a_n| \to |z| \bullet$ 

 $\operatorname{Re}\left(a_{n}\right) 
ightarrow \operatorname{Re}\left(z\right) \ ullet$ 

 $\operatorname{Im}(a_n) \to \operatorname{Im}(z) \bullet$ 

.(מתכנסות) Re (a) , Im (a)) אזי  $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$  אזי מתכנסות מענה: תהא  $a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ 

 $(orall arepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}. orall n, m\geq N. \ |a_n-a_m|<arepsilon)$  אזי ( $a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$  אזי ( $a\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$ 

 $a_n o 0$  אזי  $|a_n| o 0$  אזי  $a \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$  אזי מענה: תהא

 $.rac{a_n}{b_n} orac{z}{w}$  אאי w
eq 0 נניח כי ullet פענה:  $a_n o z$  ויהי  $z\in\widehat{\mathbb C}$  אאי  $a_n o z$  אויהי

 $\mathrm{Arg}\,(z)=\{\mathrm{Arg}\,(z)+2k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}$  הערה: אזי  $heta, \phi\in\mathbb{R}$  אזי טענה: יהיו

 $(r \cdot e^{i\theta}) \cdot (s \cdot e^{i\phi}) = rs \cdot e^{i(\theta + \phi)} \bullet$ 

 $\overline{r \cdot e^{i\theta}} = r \cdot e^{-i\theta} \bullet$ 

 $a_nb_n o 0$  אזי אזי  $b_n o 0$  באשר  $a,b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}$  מסקנה: תהיינה

```
אזי a\in\mathbb{C} ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי a\in\mathbb{C}
        \lim_{z \to a} f(z) = \infty אזי \forall M > 0. \exists \delta > 0. \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{a\} . |z-a| < \delta \Longrightarrow M < |f(z)| אזי אזי
                        \lim_{z\to\infty}f\left(z
ight)=a איז \forall arepsilon>0. \forall z\in\mathbb{C}. R<|z|\Longrightarrow |f\left(z
ight)-a|<arepsilon איז • שאיפה לנקודה באינטוף: אם
                       \lim_{z \to \infty} f\left(z
ight) = \infty אזי \forall M > 0. \exists R > 0. \forall z \in \mathbb{C}. R < |z| \Longrightarrow M < |f\left(z
ight)| שאיפה לאינסוף באינסוף: אם •
                                                      \lim_{z	o a}f\left(z
ight)=f\left(a
ight) המקיימת f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_2 פונקציה רציפה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1 פתוחה יהיa\in\mathcal{U} פונקציה רציפה:
                                                                                                                     מסקנה: כל מניפולציות הרציפות של פונקציה מחדו"א 1 מתקיימות.
                                                                   .f'\left(a
ight)=\lim_{z	o a}rac{f(z)-f(a)}{z-a} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{F}_2 ותהא a\in\mathcal{U} פתוחה יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}_1 אזי \mathcal{U}\subseteq\mathcal{F}_1
                                                                                                    \mathcal U כל כל גזירה הולומורפית: תהא \mathcal U\subseteq\mathbb C פתוחה אזי f:\mathcal U\to\mathbb C גזירה על כל
                                                                                                                       מסקנה: כל מניפולציות הנגזרת של פונקציה מחדו"א1 מתקיימות.
                                                                                                                     v,u:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} עבור u+iv=f נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} הערה: תהא
                                                                                                                                      .(גזירות) אזי (f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}) אזי אזי (f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}) טענה: תהא
                                                                                \mathcal{L}(\exists c\in\mathbb{C}.f=c)\Longleftrightarrow (f'=0) אזי גזירה f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי למה: יהי
                            .f'\left(a
ight)=rac{\partial u}{\partial x}\left(a
ight)+irac{\partial v}{\partial x}\left(a
ight)=rac{\partial v}{\partial y}\left(a
ight)-irac{\partial u}{\partial y}\left(a
ight) אזי a\in\mathcal{U} אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי
                                          \left(rac{\partial u}{\partial x}=rac{\partial v}{\partial y}
ight)\wedge\left(rac{\partial v}{\partial x}=-rac{\partial u}{\partial y}
ight) גזירה אזי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מסקנה משוואות קושי־רימן: יהי
                                                                                                                   הגדרה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 תחום ותהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^2 דיפרנציאבילית אזי
                                                                                                                                                                                      .\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                                                                                                                                      \frac{\partial f}{\partial \overline{z}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} \right) \bullet
                                                                           (rac{\partial f}{\partial \overline{z}}=0)\Longleftrightarrowתחום הולומורפית) אזי (f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                             .(\exists c \in \mathbb{R}. f = c) \Longleftrightarrowטענה: תהא f: \mathbb{C} \to \mathbb{R} אזי ענה: תהא
.\left(\left(u,v\in C^{1}\left(\mathcal{U}
ight)
ight)\wedge\left(\left(rac{\partial u}{\partial x}=rac{\partial v}{\partial y}
ight)\wedge\left(rac{\partial v}{\partial x}=-rac{\partial u}{\partial y}
ight)
ight)
ight) \iff משפט: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה ותהא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אזי
                                                                                                                    \Delta g=rac{\partial^2 g}{\partial x^2}+rac{\partial^2 g}{\partial y^2} אזי פעמיים g:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} לפלסיאן: תהא
                                                                                                                      \Delta q=0 בונקציה הרמונית: q:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} גזירה פעמיים המקיימת
                                                                                                                                                      . אזי u,v אזי f\in C^2\left(\mathbb{C},\mathbb{C}\right) הרמוניות טענה: תהא
                                                                          . הולומורפית: u+iv בורה v:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} אזי u:\mathbb{R}^2	o\mathbb{R} הולומורפית: תהא
                                                          u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} אזי א צמודה הרמונית ליu:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} ותהא u:\mathbb{R}^2 	o \mathbb{R} ותהא
                                                                                                                .(\sum_{i=0}^n a_i z^i)' = \sum_{i=1}^n a_i i z^{i-1} אזי \sum_{i=0}^n a_i z^i \in \mathbb{C}[z] טענה: יהי
                                                                                                                                                  \forall z \in \mathbb{C}. f\left(\overline{z}
ight) = \overline{f\left(z
ight)} אזי f \in \mathbb{R}\left[z
ight] טענה: יהי
                                                                 . מתכנסות \sum_{i=0}^n a_n אזי a_n = \sum_{i=0}^\infty a_n עבורה \sum_{i=0}^\infty a_n מתכנסת. f_n(a) אוי f \in \left(\mathbb{C}^\mathcal{U}\right)^\mathbb{N} אזי a \in \mathbb{C} אוי a \in \mathbb{C} מתכנסת. מתכנסות נקודתית: תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} פתוחה ויהי
                                                                עבורה g:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי f\in (\mathbb{C}^\mathcal{U})^\mathbb{N} אמי פתוחה תהא \mathcal{U}\subseteq \mathbb{C} עבורה עבורה במידה שווה (במ"ש): תהא
                                                                                                                                  \forall \varepsilon > 0. \exists N \in \mathbb{N}. \forall x \in \mathcal{U}. \forall n > N. |f_n(x) - g(x)| < \varepsilon
```

הערה: מכאן והלאה הסימון  $\mathbb F$  יתאר שדה מבין  $\mathbb R$  וכאשר נאמר כי  $\mathcal U$  פתוחה הכוונה היא ביחס לשדה.

 $(\lim_{z\to a}f\left(z
ight)=A)\Longleftrightarrow\left(orall b\in\mathbb{C}^\mathbb{N}.\left(b_n o a
ight)\Longrightarrow\left(f\left(b_n
ight) o A
ight)
ight)$  פתוחה אזי  $\lim_{z o a}g\left(z
ight)=B$  פתוחה ותהיינה  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  באשר  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  פתוחה ותהיינה מטענה: תהא

עבורה  $f:\mathcal{U} o\mathbb{F}_2$  ותהא  $A\in\mathbb{F}_2$  תהא תהא  $a\in\mathbb{F}_1$  עבורה עבול: תהא  $\mathcal{U}\subset\mathbb{F}_1$ 

 $\lim_{z o a}f\left(z
ight)=A$  באשר  $f:\mathcal{U} o\widetilde{\mathbb{C}}$  פתוחה ותהא  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{F}$  באשר  $\mathcal{U}\subseteq\mathcal{F}$ 

 $\lim_{z \to a} (f+g)(z) = A + B \bullet$  $\lim_{z \to a} (fg)(z) = AB \bullet$ 

 $\lim_{z \to a} \overline{f\left(z\right)} = \overline{A} \bullet$   $\lim_{z \to a} |f\left(z\right)| = |A| \bullet$   $\lim_{z \to a} \operatorname{Re}\left(f\left(z\right)\right) = \operatorname{Re}\left(A\right) \bullet$   $\lim_{z \to a} \operatorname{Im}\left(f\left(z\right)\right) = \operatorname{Im}\left(A\right) \bullet$ 

 $\lim_{z o a}\left(rac{f}{g}
ight)(z)=rac{A}{B}$  אזי B
eq 0 נניח B

 $\lim_{z\to a}f\left(z\right)=A$  אזי  $\forall \varepsilon>0.\exists \delta>0. \forall z\in\mathcal{U}\setminus\left\{a\right\}. \left|z-a\right|<\delta\Longrightarrow\left|f\left(z\right)-A\right|<arepsilon$ 

```
(\forall arepsilon>0.\exists N\in\mathbb{N}. \forall n,m\geq N. \forall z\in\mathcal{U}\, |f_n\left(z
ight)-f_m\left(z
ight)|<arepsilon )אזי איז f\in\left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}
ight)^\mathbb{N} איזי איזי מתכנסת במ"ש) פענה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה ותהא
                                              טענה מבחן M\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}} עבורה M_n<\infty עבורה M\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}} ותהא M\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}} וכן התכנסות: תהא
                                                                                                                 . אזי ובמ"ש. בהחלט בהחלט אזי \forall x \in \mathbb{R}. \forall n \in \mathbb{N}. |u_n\left(x\right)| \leq M_n
                                                     g\in C\left(\mathcal{U}
ight) אזי f_{n}\overset{u}{	o}g וכן \forall n\in\mathbb{N}.f_{n}\in C\left(\mathcal{U}
ight) עבורה f\in\left(\mathbb{C}^{\mathcal{U}}
ight)^{\mathbb{N}} אזי g:\mathbb{C}	o\mathbb{C} טענה: תהא
                                                                                                                           \sum_{i=0}^{\infty}a_{i}\left(z-b
ight)^{i} אזי b\in\mathbb{C} סדרה ויהי a\in\mathbb{C}^{\mathbb{N}} אזי מור חזקות: תהא
                                                                                                                        משפט אבל: יהי R \in [0,\infty] טור חזקות אזי קיים \sum_{i=0}^\infty a_i z^i משפט אבל: יהי
                                                                                                                                                                                    |z| < R הטור מתכנס בהחלט על
                                                                                                                                               |z| < 
ho אזי אמר מתכנס במ"ש על 0 \leq 
ho < R יהי
                                                                                                                                                                            . לא מתכנס אזי \sum a_n z^n אזי |z|>R יהי
         -\left(\sum_{i=1}^\infty a_i z^i
ight)' = \sum_{i=1}^\infty i a_i z^{i-1} טענה: יהי \sum_{i=0}^\infty a_i z^i טור חזקות אזי הפונקציה הולומורפית על
                                                     R=rac{1}{\limsup_{n	o\infty} \frac{1}{\sqrt{|a_n|}}} אזי ההתכנסות אזי ויהי \sum_{i=0}^\infty a_i z^i טור חזקות ויהי משפט קושי־הדמר: יהי
                                                                             g=h אאי (f'(z)=f(z))\wedge (f(0)=1) איי של המד"ר מענה: יהיו g,h:\mathbb{C}	o\mathbb{C} איי
                                                                (f'(z)=f(z))\wedge (f(0)=1) בונקציה מעריכית: נגדיר \exp:\mathbb{C}	o\mathbb{C} להיות פתרון של המד"ר
                                                                                                                                                                                                             \exp(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{z^i}{i!} טענה:
                                                                                                                                                                                                            \mathbb{C} מסקנה: exp מתכנסת על
                                                                                                                                                                                           \mathbb{C} טענה: (e^z)'=e^z ,e^0=1 טענה:
                                                                                                                                                                                                                       \exp(z) = e^z :מסקנה
                                                                                                                                                                               .e^{a+b}=e^a\cdot e^b אזי a,b\in\mathbb{C} מסקנה: יהיו
                                                                                                                                                                                                      .e^z 
eq 0 אזי איזי z \in \mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                    .e^{\overline{z}}=\overline{e^z} אזי z\in\mathbb{C} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                         \cos(z)=rac{e^{iz}+e^{-iz}}{2} אזי z\in\mathbb{C} קוסינוס: יהי\sin(z)=rac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i} אזי z\in\mathbb{C} סינוס: יהי
                                                                                e^z מסקנה: e^z הינה e^z-מחזורית, e^z-מחזורית, e^z-מחזורית, e^z-מחזורית, e^z-מחזורית, e^z-מטענה: על כל e^z-מתקיים e^z-מחזורית, e^z-מח
                                                                                                                                                            \log(w) = \operatorname{sols}(e^z = w) אזי w \in \mathbb{C} \setminus \{0\} יהי: \log(w) = \sup_{z \in \mathbb{C}} \{0\}
                                                                                                                       \log(w) = \{\log|w| + i\theta \mid \theta \in \arg(w)\} אזי w \in \mathbb{C} \setminus \{0\} טענה: יהי
                                                                                                                                                           a^b = e^{b \log a} אזי b \in \mathbb{C} ויהי a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} חזקה: יהי
                                                         . \forall z \in \mathcal{U}. \alpha\left(z\right) \in \arg\left(z\right) המקיימת \alpha \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}\right) אזי \emptyset \notin \mathcal{U} תחום עבורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי :arg של :arg
                                                             \forall z \in \mathcal{U}.\ell(z) \in \log(z) המקיימת \ell \in C(\mathcal{U},\mathbb{C}) אזי 0 \notin \mathcal{U} תחום עבורו \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי והי
                                                                                                \exists z \in \mathcal{U}. 
ho(z) \in \sqrt[p]{z} המקיימת 
ho \in C(\mathcal{U}, \mathbb{C}) תחום אזי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} יהי
                                                              \mathcal{U} על \log על ענף ענף של מדן על אזי (קיים ענף של 0 \notin \mathcal{U} על ערה: יהי \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} על אזי (קיים ענף של פורו
                                                                                                                                                                             .\log טענה: בתחום \mathbb{C}\setminus\{0\} לא קיים ענף של
                                                                                                                          \ell'(z)=rac{1}{z} טענה: יהי\ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ענף של \log אזי \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C}
                                                                                                            \ell'(z)=rac{1}{n\ell(z)^{n-1}} ענף של \ell' אזי \ell אוי אוי וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} יהי יהי
                                                                                              \mathcal{U} על \mathcal{U} על של (קיים ענף של \mathcal{U} על איי (קיים ענף של (קיים ענף של \mathcal{U} על איי יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} על איי
                                                                  \mathcal U על \log ענף של (קיים ענף של איי איי וקיים ענף של \mathcal U אזי וקיים ענף של ענף ענף של ענף ענף של ענף של ענף של ענף של
                                                                                                                                  .|z|<1 בתחום \log{(1+z)} ענף של \sum_{n=1}^{\infty}{\left(-1
ight)^{n-1}rac{z^n}{n}} :
                                                                            \int_{I}f\left(t
ight)\mathrm{d}t=\int_{I}u\left(t
ight)\mathrm{d}t+i\int_{I}v\left(t
ight)\mathrm{d}t אזי f\in C\left(I,\mathbb{C}
ight) קטע ותהא ותהא I\subseteq\mathbb{R}
                                                                                                         |\int_I f(t)\,\mathrm{d}t| \leq \int_I |f(t)|\,\mathrm{d}t אזי f\in C(I,\mathbb{C}) קטע ותהא I\subseteq\mathbb{R} טענה: יהי
                                                                                                                                                                              \gamma \in C\left(I,\mathbb{C}
ight) קטע אזי והיI\subseteq\mathbb{R} מסילה: יהי
                מסילה מקוטעין: מסילה אשר חלקה עד כדי מספר סופי של נקודות ובהן קיימות נגזרות חד־צדדיות מכל סדר. מסילה מסילה למקוטעין: מסילה \gamma
\int_{\mathbb{R}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)\gamma'\left(t
ight)\mathrm{d}t אינטגרל מסילתי: יהי I\subseteq\mathbb{R} קטע תהא \gamma\in C^{1}\left(I,\mathbb{C}
ight) מסילה ותהא
     \gamma\circ \varphi אזי \varphi\left(d
ight)=b וכן \varphi\left(c
ight)=a ועולה עבורה \varphi:[c,d]	o [a,b] אזי מסילה ותהא \gamma:[a,b]	o \mathbb{C} אזי מסילה ועולה עבורה
                                 \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{\gamma\circarphi}f\left(z
ight)\mathrm{d}z אזי אזירה ברציפות איי \gamma:\left(a,b
ight)	o\mathbb{C} מסילה ותהא \gamma:\left(a,b
ight)	o\mathbb{C}
```

```
 J_{-\gamma}\,f(z)\,\mathrm{d}z = -\int_{\gamma}f(z)\,\mathrm{d}z \, dz \, dz \, \gamma \, dz \, \gamma \, \gamma \, dz  ענה: תהא \gamma מסילה אזי \gamma מסילות: תהיינה \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} מסילות אזי \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} מסילה: תהיינה \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} מסילה \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} טענה: תהיינה \gamma_i:[a_i,a_{i+1}]\to\mathbb{C} מסילה
                                                                                                   \int_{\sum\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\sum\int_{\gamma_{i}}f\left(z
ight)\mathrm{d}z מסקנה: תהיינה \gamma_{i}:\left[a_{i},a_{i+1}
ight]	o\mathbb{C} מסקנה:
                                                                                                                                                  \gamma\left(a\right)=\gamma\left(b\right) המקיימת \gamma:\left[a,b\right]\rightarrow\mathbb{C} מסילה סגורה: מסילה מסילה אורה:
                                                                                                                          .\phi_{\gamma}\,f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z אזי סגורה סגורה \gamma:\left[a,b
ight]	o\mathbb{C} תהא
                                                                                                     \int_{\gamma}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z|=\int_{I}f\left(\gamma\left(t
ight)
ight)|\gamma'\left(t
ight)|\,\mathrm{d}t אינטגרל לפי אורך קשת: תהא אינסגרל מסילה אזי
                                                                                                                                                       \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}s=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight| הערה: מקובל מאוד גם הסימון
                                                                                                                                                                                               \int_{\gamma} |\mathrm{d}z| אורך מסילה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                               \int_{\gamma}\left(f+g
ight)\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight|=\int_{\gamma}f\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight|+\int_{\gamma}g\left(z
ight)\left|\mathrm{d}z
ight| אטענה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                               \int_{\gamma}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z|=\int_{\gamma\circarphi}f\left(z
ight)|\mathrm{d}z| אזי רפרמטריזציה אזי \gamma\circarphi מסילה ותהא \gamma
                                                                                                                                                          \left|\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z
ight|\leq\int_{\gamma}\left|f\left(z
ight)
ight|\left|\mathrm{d}z
ight| אינה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                     \left|\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z
ight|\leq\left(\int_{\gamma}\left|\mathrm{d}z
ight|
ight)\max_{z\in\gamma([a,b])}\left|f\left(z
ight)
ight| מסקנה: תהא \gamma:[a,b]	o\mathbb{C} מסילה אזי
                                                                                                                   \int_{-\infty}^{\infty}f\left(z
ight)\overline{\mathrm{d}z}=\overline{\int_{I}\overline{f}\left(\gamma\left(t
ight)
ight)\gamma^{\prime}\left(t
ight)\mathrm{d}t} אינטגרל על פי צמוד: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                                                                                                                              הגדרה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                                                                     \int_{\gamma} f(z) dx = \frac{1}{2} \left( \int_{\gamma} f(z) dz + \int_{\gamma} f(z) \overline{dz} \right) \bullet
                                                                                                                                                                   \int_{\gamma} f(z) \, \mathrm{d}y = \frac{1}{2i} \left( \int_{\gamma} f(z) \, \mathrm{d}z - \int_{\gamma} f(z) \, \overline{\mathrm{d}z} \right) \bullet
                                \int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}x-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}y
ight)+i\left(\int_{\gamma}u\left(x,y
ight)\mathrm{d}y-\int_{\gamma}v\left(x,y
ight)\mathrm{d}x
ight)טענה: תהא \gamma מסילה אזי
                                                                                                                               \mathrm{d}z = \mathrm{d}x + i\mathrm{d}y הערה: מהמשוואה מלעיל ניתן לחשוב על כך שמתקיים
סענה: יהי g'=f אזי לכל מסילה f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} מתקיים הולומורפית עבורה g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} ותהא ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} מתקיים
                                                                                                                                                                                                        \int_{\gamma} f(z) dz = g(\gamma(b)) - g(\gamma(a))
\int_{\partial R}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 אזי אוי הולומורפית אזי R\subseteq\mathcal{U} ותהא שפט קושי למלבן: יהי משפט מלבן סגור תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה עבורה עבורה משפט איי
ותהא \{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}\subseteq Rackslash\partial R יהיו יהי ווהא משפט קושי למלבן משופר: יהי מלבן סגור תהא משפט א פתוחה עבורה עבורה ווהא משפט אירי יהי ווהא
                       \int_{\partial R}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 אזי \lim_{z	o\zeta_{i}}\left(z-\zeta_{i}
ight)f\left(z
ight)=0 מתקיים i\in\left[k
ight] אזי לכל f:\mathcal{U}\setminus\left\{ \zeta_{1},\ldots,\zeta_{k}
ight\} 	o\mathbb{C}
                \int_{\gamma} rac{\mathrm{d}z}{z-a} = 2\pi i k עבורו איי קיים k\in\mathbb{Z} איי קיים מסילה חלקה למקוטעין ותהא מסילה \gamma:[lpha,eta]	o\mathbb{C} סגורה חלקה למקוטעין ותהא
a סביב \gamma סביב של \gamma:[lpha,eta]	o \mathbb{C} אזי מספר הליפופים של סביב \gamma:[lpha,eta]	o \mathbb{C} אזי מספר הליפופים של
                                                                                                                                                                                                                          .n\left(\gamma,a\right)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{\mathrm{d}z}{z-a} הינו
               . orall z \in \mathcal{U}. \ell\left(z
ight) \in \log\left(f\left(z
ight)
ight) המקיימת ותהא \ell \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) הולומורפית אזי ותהא \ell \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) הולומורפית אזי היי
                           . orall z \in \mathcal{U}. 
ho\left(z
ight) \in \sqrt[n]{f\left(z
ight)} המקיימת 
ho \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) הולומורפית אזי 
ho \in C\left(\mathcal{U},\mathbb{C}
ight) המקיימת 
ho \in \mathcal{U} תחום ותהא
\ell'(z)=rac{f'(z)}{f(z)} אזי \ell הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אנף של \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית וכן f:\mathcal{U}	o\mathbb{C}\setminus\{0\} אחום תהא
         \ell'(z)=rac{f'(z)}{n\ell(z)^{n-1}} אזי \ell הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} אזי \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C} הולומורפית וכן הולומורפית וכן \ell:\mathcal{U}	o\mathbb{C}
                                                                                                                                                              טענה: יהי \mathcal{U} \subset \mathbb{C} תחום ותהא f \in C^1(\mathcal{U}, \mathbb{C} \setminus \{0\}) אזי
                                  (n(f\circ\gamma,0)=0 על של \log(f) מסילה סגורה גזירה ברציפות למקוטעין מתקיים (לכל \gamma
                                      (n\ (f\circ\gamma,0)\in n\mathbb{Z} על אירה תקיים ענף של מסילה סגורה מסילה סגורה מסילה על על על על לייט ענף של פיים ענף של אירה מסילה על מסילה סגורה אירה מסילה סגורה אירה ברציפות ענף של איר על על על אירה ברציפות מסילה סגורה אירה מסילה על על על על על אירה ברציפות מסילה מס
                                                   rac{dF}{dt}=f אזי F אזי F אזי F אזי F (t) בך f כך כך כך f:[lpha,eta]	o \mathbb{C} נגדיר f\in C ([lpha,eta] אזי f\in C ([lpha,eta]
                                    . בעלת קדומה f\in C עבורה אזי יהי
                                            F'=f הולומורפית המקיימת הייסק הולומורפית אזי קיימת הייסק הולומורפית המקיימת הולומורפית המקיימת למה: יהי D\subseteq\mathbb{C}
\int_{\gamma}f\left(z
ight)\mathrm{d}z=0 מסילה סגורה אזי \gamma:[a,b]	o D הולומורפית הולומרפית תהא הולח דיסק פתוח תהא דיסק משפט קושי לדיסק: יהי
משפט קושי לדיסק משופר: יהי f:D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\}	o \mathbb{C} משפט קושי לדיסק משופר: יהי D\subseteq\mathbb{C} דיסק פתוח יהיו
               \int_{\mathbb{R}} f(z)\,\mathrm{d}z=0 מסילה סגורה אזי \gamma:[lpha,eta]	o D\setminus\{\zeta_1,\ldots,\zeta_k\} ותהא \lim_{z	o\zeta_i}(z-\zeta_i)\,f(z)=0 מסילה i\in[k]
                                                               n\left(\gamma,a
ight)=0 אזי a\in\mathbb{C}\backslash D אזי סענה: יהי מסילה מורה תהא \gamma:[lpha,eta]	o D אהי דיסק פתוח דיסק מסילה אזי
                              a,b \in \mathbb{C}ענה: תהא \gamma:[lpha,eta] אזי \gamma:[lpha,eta] או נחתכת עם \alpha:[lpha,eta] אינהיו \alpha:[lpha,eta] או מסילה ויהיו
```

 $-\gamma\left(t
ight)=\gamma\left(-t
ight)$  המטילה ההפוכה: תהא  $\gamma:[a,b] o\mathbb{C}$  מסילה אזי  $\gamma:[a,b] o\mathbb{C}$  המטילה ההפוכה: תהא

```
משפט נוסחת האינטגרל של קושי: יהי f:D	o\mathbb{C} דיסק פתוח תהא \gamma:[lpha,eta]	o D מסילה סגורה תהא דיסק D\subseteq\mathbb{C} הולומורפית ויהי
                                                                                                      n\left(\gamma,a\right)\cdot f\left(a\right)=rac{1}{2\pi i}\int_{\gamma}rac{f(z)}{z-a}\mathrm{d}z אזי a\in D\backslash\gamma\left(\left[\alpha,\beta
ight]
ight)
      a(a)=rac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f\left(a+re^{it}
ight)\mathrm{d}t אזי אוי הולומורפית הממוצע: יהי a\in\mathbb{C} יהי a\in\mathbb{C} יהי יהי ותהא a\in\mathbb{C}
                      נגדיר n\in\mathbb{N} ויהי arphi\in C\left(\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight),\mathbb{C}
ight) מסילה סגורה תהא \gamma:\left[lpha,eta
ight]	o D ויהי ויהי D\subseteq\mathbb{C} יהי
                                                                                                               .F_{n}\left(z
ight)=\int_{\gamma}rac{arphi(\zeta)}{(\zeta-z)^{n}}\mathrm{d}\zeta כך F_{n}:D
ightarrow\gamma\left(\left[lpha,eta
ight]
ight)
                        טענה: יהי \varphi\in C\left(\gamma\left([lpha,eta]
ight),\mathbb{C}
ight) מסילה סגורה תהא מסילה פתוח תהא \gamma:[lpha,eta]	o D ויהי ויהי D\subseteq\mathbb{C} יהי
                                                                                                                                                            .רציפה F_n ullet
                                                                                                                                                             .גזירה F_n ullet
                                                                                                                                                     .F'_n = n \cdot F_{n+1} \bullet
                                                                  f \in C^{\infty}\left(D
ight) אזי הולומורפית הוח ותהא דיסק פתוח ותהא ביסק הולומורפית היי ותהא ביסק מסקנה: יהי
  f^{(n)}\left(z
ight)=rac{n!}{2\pi i}\int_{C_{n}}rac{f(\zeta)}{(\zeta-z)^{n+1}}\mathrm{d}\zeta אאי מסקנה: יהי D\subseteq\mathbb{C} אאי הולומורפית ויהי f:D	o\mathbb{C} הולומורפית ויהי
                                                               מסקנה: יהי D\subseteq \mathbb{C} דיסק פתוח ותהא f:D\to \mathbb{C} בעלת קדומה אזי חולומורפית.
מסקנה משפט מוררה: יהי \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} תחום ותהא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} עבורה לכל \gamma:[lpha,eta]\to\mathcal{U} מתקיים \gamma:[lpha,eta]\to\mathcal{U} אזי f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אזי
                                                                                                                         \mathbb{C} פונקציה שלמה: פונקציה הולומורפית על
                                                                                         משפט ליוביל: תהא f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C} הלומורפית וחסומה אזי f:\mathbb{C} 	o \mathbb{C}
|f^{(n)}\left(z
ight)|\leq m אזי z מעגל סביב אזי מעגל חסם קושי לנגזרת: יהי אזי ביסק פתוח תהא ויהי f:D	o\mathbb{C} הולומורפית יהי
                                                \exists lpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight) = 0 אזי \deg\left(p
ight) \geq 1 עבורו p \in \mathbb{C}\left[x
ight] יהי האלגברה: יהי
                                   . נקודה יחודית/יחודיות/סינגולריות: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה אזי a\in\mathcal{U} עבורה הולומורפית. תהא
g:\mathcal{U}	o\mathbb{C} נקודת יחודיות סליקה: תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} פתוחה אזי של יחודיות של יחודיות של f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C} עבורה קיימת הרחבה הולומורפית
                                                                                                                              . \forall z \in \mathcal{U} \backslash \left\{a\right\}. g\left(z\right) = f\left(z\right) המקיימת
                           . הרחבה אזי קיימת אזי קיימת הרחבה f:\mathcal{U}\backslash\left\{a\right\}	o\mathbb{C} סליקה עבור סליקה פתוחה ותהא שנות פתוחה מערה: תהא
     (\lim_{z \to a} (z-a) \, f(z) = 0) פתוחה תהא \mathcal{U} \subseteq \mathbb{C} ותהא f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C} ותהא ותהא a \in \mathcal{U} פתוחה תהא שפט:
משפט טיילור: תהא \mathcal{U} = \mathbb{C} פתוחה תהא \mathcal{U} = \mathbb{C} משפט טיילור: תהא n \in \mathbb{N} אזי הולומורפית הא משפט טיילור: תהא משפט טיילור: תהא
                                                                                                 f(z) = \sum_{k=0}^{n-1} rac{f^{(k)}(a)}{k!} (z-a)^k + f_n(z) (z-a)^n עבורה
מתקיים z\in C אזי לכל סביב a מעגל סביב c ויהי n\in\mathbb{N} יהי הולומורפית החל a\in\mathcal{U} מתהא מעגל סביב מתקיים מענה:
                                                                                                                                      .f_n(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(\zeta)}{(\zeta - a)^n (\zeta - z)} d\zeta
                                                                 f(a)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אפס:יהי f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} הולומורפית
a\in\mathcal{U} אפט מסדר n\in\mathbb{N} יהי n\in\mathbb{N} יהי n\in\mathbb{N} תחום ותהא f:\mathcal{U}	o\mathbb{C} תחום ותהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C} יהי n\in\mathbb{N}_+ יהי
\overline{B_{r}\left(a
ight)}\subseteq\mathcal{U} עבורו איז \forall n\in\mathbb{N}.f^{\left(n
ight)}\left(a
ight)=0 עבורה תהא a\in\mathcal{U} הולומורפית הוא הולומורפית תהא \mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}
                                                                                                                                                             .f_{\upharpoonright_{B_n(a)}}=0 אזי
                            a\in\mathcal{U} אזי \forall n\in\mathbb{N}.f^{(n)} (a)=0 עבורה a\in\mathcal{U} אזי הולומורפית הולומורפית תהא \mathcal{U}=\mathbb{C} אזי אזי וענה: יהי
                           מסקנה: יהי \mathcal{U} \subset \mathbb{C} אפס אזי הסדר של f \neq 0 הולומורפית עבורה f: \mathcal{U} \to \mathbb{C} אפס אזי הסדר של \mathcal{U} \subset \mathbb{C}
        \exists r>0. \forall z\in B_r (a) \{a\} . f (z) 
eq 0 עבורו a\in\mathcal{U} עבירו a\in\mathcal{U} הולומורפית אזי אפס a\in\mathcal{U} הולומורפית ההא
                                  . אפס אזי a אפס אזי a\in\mathcal{U} יהי והי עבורה f\neq 0 הולומורפית הוא f:\mathcal{U}\to\mathbb{C} אפס אזי אפס מבודד.
על E על g על ביח נניח כי \mathcal{U}=g על נניח כי בעלת נקודת הצטברות האינה f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C} תחום תהיינה יהי
                    \mathcal U טענה: יהי \mathcal U = 0 על \mathcal U = 0 אזי f = 0 אזי ענה: יהי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי f = 0 אזי אזי f = 0 אזי \mathcal U \subseteq \mathbb C אזי
                              \mathcal U על f=0 על \gamma אזי f=0 על אוי מסילה עבורה f:\mathcal U	o\mathbb C על אזי f=0 על אזי יהי
נקודת קוטב: יהי \mathcal{U}\subseteq \mathcal{U} תחום אזי a\in \mathcal{U} יחודית של f:\mathcal{U}\setminus \{a\} 	o \mathcal{C} עבורה f:\mathcal{U}\setminus \{a\} מוגדרת מוגדרת \mathcal{U}\subseteq \mathcal{C} סביבה של מוגדרת קוטב: יהי
                                                                                                                  a-\frac{1}{f}\left(a
ight)=0 וכן aריטב בעלת יחודיות סליקה בי
```

הערה: יהי  $\mathcal{U}\subseteq \mathbb{C}$  תחום תהא  $a\in\mathcal{U}$  עבורה  $a\in\mathcal{U}$  מוגדרת היטב בעלת  $f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C}$  יחודית של  $a\in\mathcal{U}$  תחום תהא  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  יהי

 $(\lim_{z \to a} f(z) = \infty)$ אוי ( $f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C}$  אוי יחודית של  $a \in \mathcal{U}$  תחום תהא  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$  אוי יחודית של  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי  $f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C}$  אשר אפס מסדר  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$  יהי  $a \in \mathbb{N}_+$  אשר אפס מסדר  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי יהי  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי יהי  $a \in \mathcal{U}$  תחום אוי יהי יהי  $a \in \mathcal{U}$ 

aיחודיות סליקה ב־aוכן aוכן aול אזי aיחודית סליקה של יחודיות סליקה של

 $f:\mathcal{U}ackslash\{a\} o\mathbb{C}$  של 1 קוטב מסדר  $a\in\mathcal{U}$  תחום אזי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  קוטב פשוט: יהי

טענה: יהי  $\mathcal{U} \to \mathbb{C}$  אזי קיימת  $f: \mathcal{U} \setminus \{a\} \to \mathbb{C}$  של מסדר  $n \in \mathbb{N}$  הולומורפית עבורה  $n \in \mathbb{N}$  הולומורפית עבורה  $z \in \mathcal{U} \setminus \{a\}$  על  $f(z) = f_n(z)(z-a)^{-n}$ 

 $f:\mathcal{U}\setminus E o\mathbb{C}$  הינה קוטב של  $a\in E$  הינה מרומורפית עבורה בורה מותהא  $E\subseteq\mathcal{U}$  אזי הינה קוטב של

. מרומורפית אזי  $rac{f}{g}$  אזי אזי g
eq 0 אזי הולומורפיות היינה תחום ותהיינה תחום ותהיינה  $f,g:\mathcal{U} o\mathbb{C}$ 

מסקנה: יהי  $g \neq 0$  תחום ותהיינה  $f,g: \mathcal{U} \to \mathbb{C}$  מסקנה: יהי  $\mathcal{U} \subseteq \mathbb{C}$  אזי

- .(f מספר האפסים של  $\frac{f}{g}$ (מספר האפסים של  $\frac{f}{g}$ ). (g מספר האפסים של  $\frac{f}{g}$ ). (מספר הקטבים של  $\frac{f}{g}$ )

. מרומורפיות  $f+g,f\cdot g$  אזי מרומורפיות  $f,g:\mathcal{U}\to\mathbb{C}$  מרומורפיות ענה: יהי יהי

 $f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C}$  יחודיות של מיקה אינה סליקה אינה אינה של יחודיות של יחודיות של  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  יהי יהי

 $\mathbb{C}$ בפופה ב־ $f(\mathcal{O}\setminus\{a\})$ 

טענה: יהי  $\mathcal{U}\subseteq\mathbb{C}$  אזי בדיוק אחד מהבאים מתקיים מתקיים מתקיים ותהא  $f:\mathcal{U}\setminus\{a\}\to\mathbb{C}$  יחודיות מבודדת של

- $.f = 0 \bullet$
- $\lim_{z \to a} |z-a|^h \left| f\left(z
  ight) 
  ight| = \infty$  מתקיים k < k מתקיים k < k מתקיים k < k מתקיים א מתקיים k < k מתקיים k < k מתקיים k < k מתקיים
  - $\lim_{z\to a}|z-a|^h|f(z)|\notin\{0,\infty\}$  מתקיים  $h\in\mathbb{R}$  לכל

## בונוסים

 $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$  איז  $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$  מטריצת השכנויות: יהי G גרף על G קודקודים אזי  $A\in M_n\left(\mathbb{Z}_2
ight)$  איז מטריצת השכנויות: יהי

 $\operatorname{spec}\left(A\right)\subseteq\mathbb{R}$  טענה: יהי G גרף A־רגולרי אזי A לכסינה וכן G טענה: יהי A גרף A-רגולרי ויהי A גרף A-רגולרי ויהי A

 $.(r_{a}\left(k
ight)=1)\Longleftrightarrow$ משפט: יהי G גרף גרף אזי (משפט: יהי G גרף אזי (משפט: יהי

 $k \in \operatorname{spec}(A)$  טענה: יהי G גרף גרף א־רגולרי

 $f = (g+c) + \sum_{k=1}^n g_{\alpha_k}$  עבורו  $c \in \mathbb{C}$ 

S = (0,0,-1) את  $\mathbb{R}^3$ הקוטב הדרומי: נסמן ב

```
\mathbb{C}ב ב־ה אינה f אינה \forall z\in\mathbb{C}.f\left(z
ight)^{2}=z המקיימת המא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} אזי
                                                                                    \exists lpha \in \mathbb{C}. p\left(lpha
ight) = 0 אזי \deg\left(p
ight) \geq 1 עבורו p \in \mathbb{C}\left[x
ight] יהי האלגברה: יהי
                                                                                               \{a_i\} אזי p\left(z
ight)=a\prod (z-a_i)^{\ell_i} וכן \deg\left(p
ight)=k אזי איזי p\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי איזי
                                                    \ell_i יהי p(z)=a\prod (z-a_i)^{\ell_i} וכן וכן \deg(p)=k עבורו אפס אזי יהי והי פולינום: יהי
                                                                                                                                                                                                             \frac{p}{q} אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x\right] אזי יהיו
                                                                                                       \operatorname{ord}\left(rac{p}{q}
ight)=\max\left\{\deg\left(p
ight),\deg\left(q
ight)
ight\} אזי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] יהיו
                                                                                                                                                                                                     אזי a\in\mathbb{C} זרים ויהי p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] אזי
                                                                                                                                                                                          m מסדר q אפס של של של m מסדר •
                                                                                                                                                                                           m מסדר p אפס של של p אפס מסדר m אפס מסדר p
                                                                                                                                                                                                                                הגדרה: יהיו p,q\in\mathbb{C}\left[x
ight] זרים אזי
                                                                                                                               \deg\left(p
ight)-\deg\left(q
ight) מסדר של rac{p}{q} מסדר \deg\left(p
ight)>\deg\left(q
ight)
                                                                                                                                 \deg\left(q
ight)-\deg\left(p
ight) מסדר של rac{p}{a} מסדר איז \deg\left(p
ight)<\deg\left(q
ight)
                                                                                                                                       קב f:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} הגדרה: תהא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית אזי נרחיבה לפונקציה רציונקית f:\mathbb{C}	o\mathbb{C}
                                                                                                                                                                                                      f(z)=\infty יהי z\in\widehat{\mathbb{C}} קוטב של z
                                                                                                                                                                                                       f\left(\infty
ight)=0 נניח כי \infty אפס של f אזי \bullet
                                        . המקדמים אינו אפס איf\left(\infty\right)=rac{a_{n}}{b_{n}} באשר המקדמים המובילים של הפולינומים בהתאמה. \infty אינו קוטב ואינו אפס איז f\left(\infty\right)=\frac{a_{n}}{b_{n}}
                                                                                                 \operatorname{ord}(f)=\#\{f סענה: תהא f:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} רציונלית אזיf:\widehat{\mathbb{C}}	o\widehat{\mathbb{C}} סענה: תהא
                                                                                                                                                                                              טענה: תהא a\in \hat{\mathbb{C}} רציונלית ויהי f:\widehat{\mathbb{C}}	o \widehat{\mathbb{C}} אזי
                                                                                                                                                                                                    (\lim_{z\to a} f(z) = 0) \iff (f אפס של a) \bullet
                                                                                                                                                                                               .(\lim_{z\to a} f(z) = \infty) (f קוטב של f).
                                                                                                                                                                                          אזי a\in \hat{\mathbb{C}} אזי f:\widehat{\mathbb{C}}	o \widehat{\mathbb{C}} אזי מסקנה: תהא
                                                                                                                                                                     (k \ a) מסדר אפס של \frac{1}{f} אפס של אפס של \frac{1}{a} מסדר (k \ a)
                                                                                                                                                                  (k) מסדר מסדר \frac{1}{t} קוטב של \frac{1}{a} מסדר (k) מסדר (k)
 משפט פירוק וכן h:\mathbb{C} \to \mathbb{C} וכן אזי מקדם ויחיד ויחיד אזי קיים ויחיד הציונלית אזי רציונלית האא משפט f:\mathbb{C} \to \mathbb{C} רציונלית ללא מקדם משפט מירוק משפט מירוק אזי קיים ויחיד ויחיד ויחיד אזי קיים ויחיד ויחיד ויחיד אזי קיים ויחיד ויחיד ויחיד ויחיד ויחיד אזי קיים ויחיד וי
                                                                                                                                                                                                                                                         f = g + h ב־\infty עבורן
g_\infty=g פירוק סינגולרי אזי f=g+h בירוק רציונלית ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} החלק הסינגולרי ב־\infty: תהא f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} ויהי \tilde{f}=\tilde{g}+\tilde{h} ויהי \tilde{f}(z)=f\left(lpha+rac{1}{z}
ight) רציונלית נסמן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} רציונלית נסמן רציונלית נסמן בירוק סינגולרי ביf:\mathbb{C}	o\mathbb{C} החלק הסינגולרי בי
                                                         g_lpha\left(lpha
ight)=\infty טענ\hat{\mathbb{C}}\setminus\{lpha\} טענg_lpha בעלת ערך סופי על g_lpha\in\hat{\mathbb{C}} וכן f:\mathbb{C}	o\mathbb{C} טענf:\alpha
                                                                                                             lphaמסקנה: תהא f-g_lpha חסרת ויהי lpha\in\mathbb{C} היהי רציונלית ויהי f:\mathbb{C}	o\mathbb{C}
 משפט פירוק לשבריים חלקיים: תהא a_1\dots a_n\in\mathbb{C} ויהיו ויהיו פירוק פירוק רציונלית עם פירוק רציונלית ויהיו הא פירוק לשבריים הא
```

 $T\left(x+iy
ight)=\left(rac{2x}{x^2+y^2+1},rac{2y}{x^2+y^2+1},rac{1-x^2-y^2}{x^2+y^2+1}
ight)$  כך כך  $T:\mathbb{C} o\mathbb{S}^2\backslash\left\{S
ight\}$  הטלה סטריאוגרפית מהדרום: נגדיר הערה: במרחב  $\mathbb{R}^3$  נגדיר את  $\mathbb{C}$  להיות שני הצירים הראשונים, אז ההטלה הסטריאוגרפית מהדרום היא מבחינה מעשית $\mathbb{R}^3$ 

 $T(p) = line_{n,S} \cap \mathbb{S}^1$ 

 $p\left(x+iy
ight)=e^{i(x+iy)}$  בציפה כך  $p:\left[-rac{W}{2},rac{W}{2}
ight] imes\left[-\infty,\infty
ight] o\mathbb{S}^2ackslash\left\{N,S
ight\}$  היטל מרקטור: נגדיר .טענה:  $p_{\lceil (-rac{W}{M},rac{W}{M}] imes [-\infty,\infty]}$  חח"ע ועל

. פונקציה קונפורמית:  $f:\mathbb{R}^2 o\mathcal{D}_f(a)$  דיפרנציאבילית עבורה לכל  $a\in\mathbb{R}^2$  מתקיים כי  $f:\mathbb{R}^2 o\mathcal{D}_f(a)$  קונפורמית:

פונקציה קונפורמית:  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  דיפרנציאבילית עבורה לכל  $u\in\mathbb{R}^2$  קיימת  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  עבורה  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  דיפרנציאבילית עבורה לכל  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  קיימת  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$  עבורה  $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}$   $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb{R}$   $u\in\mathbb{R}^3\setminus\{0\}$   $u\in\mathbb$ 

 $f(p) imes egin{pmatrix} f_2(p) & = f_2(p)c - f_3(p)b \\ f_3(p)a - f_1(p)c \\ f_1(p)b - f_2(p)a \end{pmatrix}$  אונפורמית אזי  $f:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$  קונפורמית אזי  $g\circ f$  קונפורמית ותהא  $g:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$  קונפורמית ותהא  $g:\mathbb{R}^2 o\mathbb{S}^2$ 

. קונפורמית, T קונפורמית p קונפורמית.

מסקנה:  $T \circ p$  קונפורמית.

 $lpha_T(p) = \left\|rac{\partial T}{\partial x}(p)
ight\|\left\|rac{\partial T}{\partial y}(p)
ight\|$  איי  $p\in\mathbb{R}^2$  איי  $p\in\mathbb{R}^2$  איי  $\alpha_T(x,y) = rac{4}{(1+x^2+y^2)^2}$  איי  $\alpha_T(x,y)\in\mathbb{R}^2$  איי

. עבורה  $\gamma_{\restriction(a,b]},\gamma_{\restriction[a,b)}$  עבורה  $\gamma:[a,b] o\mathbb{C}$  מסילה מסילה מסילה

משפט ז'ורדן: תהא  $\Omega_1,\Omega_2\subseteq\mathbb{C}ackslash\gamma([a,b])$  מסילתית עבורם מסילתית מסילה מסילתית מסילתית אזי קיימים  $\gamma:[a,b] o\mathbb{C}$ 

. וכן  $\Omega_1$  אינו חסום  $\Omega_1$  וכן  $\Omega_1 \uplus \Omega_2 = \mathbb{C} \backslash \gamma\left([a,b]\right)$ 

 $\mathrm{Nol}\left(\Omega
ight)=rac{1}{2}\int_{\gamma}x\mathrm{d}y-rac{1}{2}\int_{\gamma}y\mathrm{d}x$  מסקנה: תהא  $\gamma$  מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי  $\Omega$  התחום הכלוא על ידי  $\gamma$  אזי מתקיים  ${
m Nol}\,(\Omega)=-rac{i}{2}\int_{\gamma}\overline{z}{
m d}z$  אזי איזי איזי איזי א רורה וחלקה למקוטעין ויהי  $\Omega$  התחום הכלוא על ידי  $\gamma$  אזי מסילה פשוטה סגורה וחלקה למקוטעין ויהי