```
(d_2\left(a,x
ight)=d_2\left(a,X
ight)יסענה: תהא X\subseteq\mathbb{R}^n יהי X\subseteq\mathbb{R}^n ותהא x\in X אזי x\in X אזי x\in X ותהא א
                                 A ב־עותר ל־a\in\mathbb{R}^n ויהי אזי קיימת נקודה הקרובה ביותר: תהא X\subset\mathbb{R}^n ויהי וויהי אזי קיימת נקודה הקרובה ביותר
                                            Xטענה: תהא קרובה ביותר ל־X\subseteq\mathbb{R}^n אזי קיימת ויחידה נקודה קרובה ביותר ל־X\subseteq\mathbb{R}^n טענה:
                                                   H(\alpha,\beta)=\{x\in\mathbb{R}^n\mid \langle \alpha,x\rangle=\beta\} אזי \beta\in\mathbb{R} ויהי \alpha\in\mathbb{R}^n ויהי היפר־משטח/על־מישור: יהי
                                                                                      אזי eta \in \mathbb{R} ויהי lpha \in \mathbb{R}^n אזי מרחב נוצר על ידי היפר־משטח:
                                                                                                     H^+(\alpha,\beta) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle \alpha,x \rangle > \beta\} עליון:
                                                                                                   H^-(\alpha,\beta) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \langle \alpha, x \rangle \leq \beta\} :תחתון
                                                                                   H^+\left(lpha,eta
ight)=H^-\left(-lpha,-eta
ight) אזי eta\in\mathbb{R}^n ויהי lpha\in\mathbb{R}^n אזי מענה: יהי
                                                                         H^+(\alpha,\beta)\cap H^-(\alpha,\beta)=H(\alpha,\beta) אזי \beta\in\mathbb{R} ויהי \alpha\in\mathbb{R}^n טענה: יהי יהי
                                          היפר־משטח מפריד: תהא S\subseteq\mathbb{R}^n ויהי ויהי אזי היפר־משטח מפריד: תהא S\subseteq\mathbb{R}^n המקיים אחד מהבאים
                                                                                                                S \subseteq H^-(\alpha,\beta) וכן x \in H^+(\alpha,\beta)
                                                                                                                 S \subseteq H^+(\alpha,\beta) וכן x \in H^-(\alpha,\beta)
                         היפרים אחד ממש: תהא H\left(lpha,eta
ight) אזי היפר־משטח מפריד ממש: תהא אויה S\subseteq\mathbb{R}^n איזי היפר־משטח מפריד ממש: תהא
                                                                                    S \subseteq H^{-}(\alpha,\beta) \setminus H(\alpha,\beta) וכן x \in H^{+}(\alpha,\beta) \setminus H(\alpha,\beta)
                                                                                    S \subseteq H^+(\alpha,\beta) \setminus H(\alpha,\beta) וכן x \in H^-(\alpha,\beta) \setminus H(\alpha,\beta)
Sב ביותר ל-aב ביותר ל-aב ביותר ל-aב ביותר לידה היפר־משטח: תהא היפר־משטח: תהא a\in\mathbb{R}^n\setminus S סגורה וקמורה יהי
                                                                                              aאזי S היפר־משטח מפריד בין H (a-x,\langle a-x,x\rangle) אזי
טענה: תהא B\subseteq \mathbb{R}^n סגורה ויהי A\in \mathbb{R}^n אזי קיים a\in \mathbb{R}^n וקיים B\subseteq \mathbb{R}^n עבורם אזי היפר־משטח מפריד ממש A\in \mathbb{R}^n
                                                                                                                                                            aביז S ביז
eta\in\mathbb{R} וקיים lpha\in\mathbb{R}^n וקיים lpha\in\mathbb{R}^n איז קיים lpha\in\mathbb{R}^n וקיים משפט: תהא S\subseteq\mathbb{R}^n אמי קיים lpha\in\mathbb{R}^n וקיים
                                                                                                   Tל לS עבורם מפריד ממש בין H\left( lpha,eta
ight) היפר־משטח היפריד א
                       \sup_{x\in X}\inf_{y\in Y}f\left(x,y
ight)\leq\inf_{y\in Y}\sup_{x\in X}f\left(x,y
ight) אזי f:X	imes Y	o \mathbb{R} משפט: תהיינה X,Y קבוצות ותהא
                                                                         המקיימת f:X	imes Y	o \mathbb{R} אזי \mathbb{R} אזי X,Y המקיימת פונקציה בילינארית: יהיו
                                       f(x, \lambda y + \mu z) = \lambda f(x, y) + \mu f(x, z) מתקיים y, z \in Y ולכל x \in X לכל \mu, \lambda \in \mathbb{R}
                                     f\left(\lambda x+\mu w,y
ight)=\lambda f\left(x,y
ight)+\mu f\left(w,y
ight) מתקיים y\in Y ולכל x,w\in X לכל לכל \mu,\lambda\in\mathbb{R}
                                                                                     \triangle_n=\left\{x\in\mathbb{R}^{n+1}_+\mid \sum_{i=1}^{n+1}x_i=1
ight\} אזי n\in\mathbb{N} יהי יהי n\in\mathbb{N} מימפלקס: יהי \{e_1,\ldots,e_{n+1}\} אזי n\in\mathbb{N} יהי יהי
([f])_{i,j}=f\left(e_i,e_j
ight) המוגדרת [f]\in M_{(n+1)	imes(m+1)}\left(\mathbb{R}
ight) בילינארית אזי f:\triangle_n	imes\triangle_m	o\mathbb{R} ותהא n,m\in\mathbb{N} ותהא
                  f(x,y)=x^T\cdot [f]\cdot y אזי y\in \triangle_m ויהי x\in \triangle_n בילינארית יהי f:\triangle_n	imes \triangle_m	o \mathbb{R} אזי n,m\in \mathbb{N} טענה: יהיו
                                                                       משפט המינמקט: יהיו ותהא f: \triangle_n \times \triangle_m 	o \mathbb{R} ותהא ותהא ותהא המינמקס: יהיו
                                                                                      \max_{x \in \Delta_n} \min_{y \in \Delta_m} f(x, y) = \min_{y \in \Delta_m} \max_{x \in \Delta_n} f(x, y)
          \max_{x\in\triangle_n}\min_{y\in\triangle_m}x^YAy=\min_{y\in\triangle_m}\max_{x\in\triangle_n}x^YAy אזי איזי A\in M_{(n+1)	imes(m+1)}\left(\mathbb{R}
ight) ותהא n,m\in\mathbb{N} מסקנה: יהיו
                                                                                                    \triangle_{\infty} = \left\{ \mu : \mathbb{N} \to [0,1] \mid \sum_{n \in \mathbb{N}} \mu(n) = 1 \right\} סימון:
מטריצה חסומה: יהיו i\in[n] אזי ולכל i\in[n] אזי עבורה קיים M>0 עבורה אזי A\in M_{n	imes m}\left(\mathbb{R}
ight) אזי n,m\in\mathbb{N}_+\cup\{\infty\} ולכל מעריצה חסומה: יהיו
   \max_{x\in \triangle_{\infty}}\min_{y\in \triangle_m}x^YAy=\min_{y\in \triangle_m}\max_{x\in \triangle_{\infty}}x^YAy חסומה אזי A\in M_{\infty	imes(m+1)}\left(\mathbb{R}
ight) ותהא n,m\in \mathbb{N} מסקנה: יהיו
       A_1,A_2,u אזיA_1	imes A_2	o \mathbb{R} משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס: תהיינה A_1,A_2 קבוצות סופיות ותהא
                             A_1 אזי אסטרטגיות של שחקן 1: יהי (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי (A_1,A_2,u) מעולות
                             A_2 אזי סכום־אפס אזי שני־שחקנים שני־שחקנים אזי (A_1,A_2,u) יהי יהי פעולות/אסטרטגיות שני־שחקנים יהי
                                                .u אזי סכום־אפס אכי־שחקנים שני־שחקנים בצורה משחק בצורה (A_1,A_2,u) יהי יהי
   A_1 משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי התפלגות על אסטרטגית יהי (A_1,A_2,u) יהי יהי התפלגות על
   A_2 משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי התפלגות על (A_1,A_2,u) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי התפלגות על
```

 $d_2\left(x,a
ight) \leq d_2\left(y,a
ight)$  מתקיים  $y \in X$  מתקיים  $x \in X$  אזי אויי  $a \in \mathbb{R}^n \backslash X$  ויהי  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  מתקיים עבורו לנקודה ביותר לנקודה: תהא

 $d_2\left(x,y
ight)=\sqrt{\sum_{i=1}^n\left(x_i-y_i
ight)^2}$  אזי  $x,y\in\mathbb{R}^n$  מטריקה אוקלידית: תהיינה  $d_2\left(X,Y
ight)=\inf_{x\in X}d_2\left(x,y
ight)$  אזי  $X,Y\subseteq\mathbb{R}^n$  הגדרה: תהיינה

 $. riangle (A) = ig\{ \mu : A o [0,1] \mid \sum_{a \in A} \mu \left( a 
ight) = 1 ig\}$  סימון: תהא A קבוצה סופית אזי

אזי  $\lambda \in \triangle\left(B
ight)$  משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס תהא (A,B,u) איזי מימון: יהי

 $.u(\mu, \lambda) = \sum_{a \in A} \sum_{b \in B} \mu(a) \cdot \lambda(b) \cdot u(a, b)$ 

ערך המקסמין של משחק: יהי  $(A_1,A_2,u)$  משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי

 $\underline{v} = \max_{x \in \triangle(A_1)} \min_{y \in \triangle(A_2)} u(x, y)$ 

ערך המינמקס של משחק: יהי  $(A_1,A_2,u)$  משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי

 $.\overline{v} = \min_{y \in \triangle(A_2)} \max_{x \in \triangle(A_1)} u(x, y)$ 

 $ar{v}=v$  מסקנה: יהי  $(A_1,A_2,u)$  משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי

 $v=\overline{v}$  אזי אכטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס אזי ( $A_1,A_2,u$ ) ערך של משחק: יהי

 $x\in\triangle\left(A_{1}
ight)$  אסטרטגיה מעורבת אופטימלית עבור יחסן 1: יהי יהי ( $A_{1},A_{2},u$ ) משחק בצורה אסטרטגיה מעורבת אופטימלית עבור יהי יחסן 2: יהי יהי יהי יחסן  $\min_{u\in\triangle\left(A_{2}
ight)}u\left(x,y\right)=v$  עבורה עבורה יחס

 $a\in A_1$  אאי משחק בור שולטת חזק על פעולה עבור אחקן 1: יהי ( $A_1,A_2,u$ ) משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס ותהא מעולה שולטת  $c\in A_1$  לכל u(b,c)< u(a,c) עבורה  $b\in A_1$ 

פעולה שולטת חלש על פעולה עבור אחקן 1: יהי  $(A_1,A_2,u)$  משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס ותהא מעולה שולטת של פעולה של  $b\in A_1$ 

- $u\left(b,c\right)\leq u\left(a,c\right)$  מתקיים  $c\in A_{2}$  לכל
- $u\left(b,c
  ight) < u\left(a,c
  ight)$  עבורו  $c \in A_{2}$  קיים •

פעולה שולטת חלש על פעולה עבור אחקן 2: יהי  $(A_1,A_2,u)$  משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס ותהא מעולה שולטת  $b\in A_2$ 

- $.u\left( c,a\right) \leq u\left( c,b\right)$  מתקיים  $c\in A_{1}$  לכל
- $u\left(c,a\right)\leq u\left(c,b\right)$  עבורו  $c\in A_{1}$  קיים •

x אחקן 1 ותהא עבור חזק עבור פעולה נשלטת משפט: יהי  $a\in A_1$  אחסטרטגית שני־שחקנים שני־שחקנים מטרטגית משחק בצורה אסטרטגית עבור שחקן  $a\in A_1$  אסטרטגיה מעורבת אופטימלית עבור שחקן  $a\in A_1$  אסטרטגיה מעורבת אופטימלית עבור אחקן אזי

משפט: יהי  $(A_1,A_2,u)$  משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים סכום־אפס ותהא משפט: יהי משחק בצורה אסטרטגית שני־שחקנים מכום־אפס

- $v((A_1, A_2, u)) = v((A_1 \setminus \{a\}, A_2, u)) \bullet$
- $(A_1\setminus\{a\}\,,A_2,u)$  אופטימלית במשחק אופטימלית במשחק אופטימלית במשחק אופטימלית במשחק  $(A_1,A_2,u)$  אופטימלית אופטימלית אופטימלית במשחק  $(A_1\setminus\{a\}\,,A_2,u)$