

הגדרה: תהיינה X, Y קבוצות ותהא $f : X \rightarrow Y$ חח"ע אזי $|X| \leq |Y|$.

הגדרה: תהיינה X, Y קבוצות ותהא $f : X \rightarrow Y$ חח"ע ועל אזי $|X| = |Y|$.

משפט קנטור-שרדר-ברנשטיין: תהיינה X, Y קבוצות עבורן $|X| \leq |Y|$ וכן $|Y| \leq |X|$ אזי $|X| = |Y|$.

סימון: $|\mathbb{N}| = \aleph_0$.

קבוצה בת מנייה: קבוצה X עבורה $|X| = \aleph_0$.

קבוצה סופית: קבוצה A עבורה קיים $n \in \mathbb{N}$ המקיים $|A| = |[n]|$.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $|[n]| = n$.

קבוצה אינסופית: קבוצה A עבורה לא קיים $n \in \mathbb{N}$ המקיים $|A| = |[n]|$.

טענה: תהא A בת מנייה ותהא $B \subseteq A$ אינסופית אזי B בת מנייה.

מסקנה: תהא A בת מנייה ותהא $B \subseteq A$ אזי B סופית או בת מנייה.

טענה: תהא A בת מנייה תהא B קבוצה ותהא $f : A \rightarrow B$ על אזי B סופית או בת מנייה.

טענה: תהיינה A, B בנות מנייה אזי $A \cup B$ בת מנייה.

טענה: תהיינה $A_1 \dots A_n$ קבוצות בנות מנייה אזי $\bigcup_{i=1}^n A_i$ בת מנייה.

טענה: תהא $\langle A_n \mid n \in \mathbb{N} \rangle$ סדרת קבוצות באשר A_i סופית או בת מנייה לכל $i \in \mathbb{N}$ ותהא $\langle f_n \mid n \in \mathbb{N} \rangle$ סדרת פונקציות באשר

$f_n : \mathbb{N} \rightarrow A_n$ על לכל $n \in \mathbb{N}$ אזי $\bigcup_{i=0}^\infty A_i$ סופית או בת מנייה.

טענה: תהיינה A, B בנות מנייה אזי $A \times B$ בת מנייה.

טענה: תהיינה $A_1 \dots A_n$ בנות מנייה אזי $A_1 \times \dots \times A_n$ בת מנייה.

הגדרה: תהא A קבוצה אזי $A^1 = A$.

הגדרה: תהא A קבוצה ויהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $A^n = A \times A^{n-1}$.

טענה: $\bigcup_{n=1}^\infty \mathbb{N}^n$ בת מנייה.

מסקנה: $|\{A \subseteq \mathbb{N} \mid A \text{ סופית}\}| = \aleph_0$.

טענה: $|\mathbb{Z}| = \aleph_0$.

טענה: $|\mathbb{Q}| = \aleph_0$.

מספר אלגברי: מספר $a \in \mathbb{C}$ עבורו קיים $p \in \mathbb{Z}[x]$ המקיים $p(a) = 0$.

מספר טרנסצנדנטי: מספר $a \in \mathbb{C}$ עבורו לכל $p \in \mathbb{Z}[x]$ מתקיים $p(a) \neq 0$.

משפט קנטור: $|\{a \in \mathbb{C} \mid a \text{ אלגברי}\}| = \aleph_0$.

יחס סדר חלקי: תהא A קבוצה ויהי $A^2 \subseteq A$ אזי $\langle A, \preceq \rangle$ באשר

• רפלקסיביות: יהי $x \in A$ אזי $x \preceq x$.

• טרנזיטיביות: יהיו $x, y, z \in A$ עבורם $x \preceq y$ וכן $y \preceq z$ אזי $x \preceq z$.

• אנטי סימטריות חלשה: יהיו $x, y \in A$ עבורם $x \preceq y$ וכן $y \preceq x$ אזי $x = y$.

יחס סדר קווי: יחס סדר חלקי $\langle A, \preceq \rangle$ עבורו לכל $x, y \in A$ מתקיים $(x \preceq y) \vee (y \preceq x)$.

טענה: $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$ יחס סדר קווי.

טענה: תהא A קבוצה אזי $\langle \mathcal{P}(A), \subseteq \rangle$ יחס סדר חלקי.

סדרים חלקיים איזומורפיים: סדרים חלקיים $\langle A, \preceq \rangle, \langle B, \sqsubseteq \rangle$ עבורם קיימת $\pi : A \rightarrow B$ הפיכה המקיימת

$a, b \in A \implies (a \preceq b) \iff (\pi(a) \sqsubseteq \pi(b))$.