

פעולות בינאריות: תהא A קבוצה אזי $A \times A \rightarrow A$.

סימון: תהא A קבוצה ותהא $*$ פעולה בינארית על A אזי $a * b = *(a, b)$.

חבורה: תהא G קבוצה אזי $G \times G \rightarrow G : *$ עבורה קיים $e \in G$ עבורו

- אסוציאטיביות: לכל $a, b, c \in A$ מתקיים $a * (b * c) = (a * b) * c$.
- איבר יחידה: לכל $a \in A$ מתקיים $a * e = e * a = a$.
- איבר הופכי: לכל $a \in A$ קיים $b \in A$ עבורו $a * b = e = b * a$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה יהי $a \in A$ ויהי $b \in A$ איבר הופכי ל- a אזי $a^{-1} = b$.

סימון: תהא X קבוצה אזי $\{f : X \rightarrow X \mid f \text{ הפיכה}\}$ $S(X)$.

חבורת התמורות: תהא X קבוצה אזי $(S(X), \circ)$.

טענה: תהא X קבוצה אזי חבורת התמורות הינה חבורה.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $S_n = S([n])$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $|S_n| = n!$.

חבורת המטריצות: יהי \mathbb{F} שדה ויהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(GL_n(\mathbb{F}), \cdot)$.

טענה: יהי \mathbb{F} שדה ויהי $n \in \mathbb{N}$ אזי חבורת המטריצות הינה חבורה.

החבורות החיבוריות: יהי $\mathbb{F} \in \{\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}\}$ אזי $(\mathbb{F}, +)$.

סימון: תהא $A \subseteq \mathbb{C}$ אזי $A^* = A \setminus \{0\}$.

החבורות הכפליות: יהי $\mathbb{F} \in \{\mathbb{Q}^*, \mathbb{R}^*, \mathbb{C}^*\}$ אזי (\mathbb{F}, \cdot) .

החבורה הטריטוראלית: יהי x אזי $(\{x\}, \text{Id})$.

הגדרה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $\sim_n \subseteq \mathbb{Z}^2$ המוגדרת $(x \sim_n y) \iff (n \mid (x - y))$.

סימון: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $C_n = \mathbb{Z} / \sim_n$.

הגדרה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $C_n \times C_n \rightarrow C_n : +$ המוגדרת $[x]_{\sim_n} + [y]_{\sim_n} = [x + y]_{\sim_n}$.

חבורת שאריות החלוקה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $(C_n, +)$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי חבורת שאריות החלוקה הינה חבורה.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}$ אזי $|C_n| = n$.

חבורה אבלית/חילופית/קומוטטיבית: חבורה $(G, *)$ עבורה לכל $g, h \in G$ מתקיים $g * h = h * g$.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_{\geq 3}$ אזי (S_n, \circ) אינה אבלית.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $(GL_n(\mathbb{F}), \cdot)$ אינה אבלית.

טענה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $(C_n, +)$ אבלית.

חבורה סופית: חבורה $(G, *)$ עבורה $|G| \in \mathbb{N}$.

חבורה אינסופית: חבורה $(G, *)$ עבורה $|G| \geq \aleph_0$.

סדר של חבורה: תהא $(G, *)$ חבורה סופית אזי $\text{ord}(G) = |G|$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה סופית אזי $\text{ord}(G) = o(G)$.

תת־חבורה: תהא $(G, *)$ חבורה ותהא $H \subseteq G$ אזי $(H, *|_{H \times H})$ עבורה

- סגירות לכפל: לכל $a, b \in H$ מתקיים $a * b \in H$.
- סגירות להופכי: לכל $a \in H$ מתקיים $a^{-1} \in H$.
- איבר יחידה: יהי e איבר היחידה של G אזי $e \in H$.

סימון: תהא $(G, *)$ חבורה ותהא $H \subseteq G$ עבורה $(H, *|_{H \times H})$ תת־חבורה אזי $H \leq G$.

למה: תהא $(G, *)$ חבורה ותהא $H \in \mathcal{P}(G) \setminus \{\emptyset\}$ אזי $H \leq G \iff (a * b^{-1} \in H \text{ מתקיים } a, b \in H)$ (לכל).