```
עבורם \sigma\in\{\pm 1\} וכן p\in\mathbb{Z} וכן a_1
eq 0 אזי איזי a_1\ldots a_t\in\mathbb{Z} איזי אויהי t\in\mathbb{N}_+ וכן \beta\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\} וכן \beta\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\}
                                                                                                                                                                        x = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^t \frac{a_i}{\beta^i}\right) \cdot \beta^p
                         .\sigma ייצוג בנקודה צפה אזי x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^trac{a_i}{eta^i}
ight)\cdoteta^p עבורו x\in\mathbb{R} ויהי ויהי t\in\mathbb{N}_+ בסיס יהי בסיס eta\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\}
מנטיסה/ספרות משמעותיות: יהי x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^t rac{a_i}{eta^i}
ight)\cdoteta^p עבורו x\in\mathbb{R} ויהי ויהי t\in\mathbb{N}_+ בסיס יהי הי eta\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\} ייצוג בנקודה צפה
                                                                                                                                                                                         (a_1 \dots a_t) אזי
           U  בפיס צפה על החזקה בנקודה צפה: יהי <math>\beta \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\} בסיס יהי ויהיו t \in \mathbb{N}_+ ויהיו צפה אפר יהי
טענה: יהי x\in\mathbb{R}\setminus\{0\} מספר בעל ייצוג נקודה צפה אזי t\in\mathbb{N}_+ יהיו בסיס יהי t\in\mathbb{N}_+ מספר בעל ייצוג נקודה צפה אזי
                                                                                                                                                                                  .\beta^{L-1} < |x| < \beta^U
                                                                              |x| > \beta^U :overflow •
                                                                                                                                                                |x| \le \beta^{L-1} :underflow •
קיצוץ נקודה צפה: יהי x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^\infty rac{a_i}{eta^i}
ight)\cdoteta^p בבסיס x\in\mathbb{R} ויהי ויהי t\in\mathbb{R}_+ ויהי בסיס \beta\in\mathbb{R}\setminus\{0,1\} בהיי
                                                                                                                                                                 .fl (x) = \sigma \cdot \left(\sum_{i=1}^{t} \frac{a_i}{\beta^i}\right) \cdot \beta^p
עיגול נקודה צפה: יהי x=\sigma\cdot\left(\sum_{i=1}^\infty rac{a_i}{eta^i}
ight)\cdoteta^p בבסים x\in\mathbb{R} ויהי ויהי ביסים x\in\mathbb{R} בבסים x\in\mathbb{R}
                                                                                                                                      .fl(x) = \begin{cases} \sigma \cdot \left( \sum_{i=1}^{t} \frac{a_i}{\beta^i} \right) \cdot \beta^p & 0 \le a_{t+1} < \frac{\beta}{2} \\ \sigma \cdot \left( \left( \sum_{i=1}^{t} \frac{a_i}{\beta^i} \right) + \frac{1}{\beta^t} \right) \cdot \beta^p & \frac{\beta}{2} \le a_{t+1} < \beta \end{cases}
                                                                                              A_{n}(x)=	ilde{x} אזי x\in\mathbb{R} אינ t\in\mathbb{N} בסיס יהי t\in\mathbb{N} בסיס יהי eta\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\} יהי
                                                                                                                                             e\left(x
ight)=x-\mathrm{fl}\left(x
ight) אזי x\in\mathbb{R} שגיאה: יהי
                                                                                                                                                   .|e\left(x
ight)| אזי x\in\mathbb{R} שגיאה מוחלטת: יהי
                                                                                                                                           \delta\left(x
ight)=rac{e\left(x
ight)}{x} אזי x\in\mathbb{R} שגיאה יחסית: יהי
                                                                                                                                       \operatorname{sfl}\left(x
ight)=x\left(1-\delta\left(x
ight)
ight) אזי x\in\mathbb{R} מסקנה: יהי
                                   |\delta\left(x
ight)|\leqeta^{-t+1} טענה: יהי |\delta\left(x
ight)|\leqeta^{-t+1} בסיס יהי ויהי t\in\mathbb{R}_+ ויהי ויהי t\in\mathbb{R}_+ בחיס יהי
                                 |\delta\left(x
ight)|\leq rac{1}{2}eta^{-t+1} איי צפה איי נקודה צפה איי ויהי x\in\mathbb{R} ויהי ויהי t\in\mathbb{N}_+ ויהי בעל ייצוג בעיגול נקודה צפה איי
                                                                                                                      |e(x+y)| \le |e(x)| + |e(y)| אזי x, y \in \mathbb{R} טענה: יהיו
                                                                                          |\delta\left(x+y
ight)|\leq\left|\delta\left(x
ight)|+\left|\delta\left(y
ight)
ight| מסקנה: יהיו x,y\in\mathbb{R} בעלי סימן זהה אזי
                                                                                  |\delta\left(x+y
ight)|\leq \max\left\{ \left|\delta\left(x
ight)\right|,\left|\delta\left(y
ight)
ight\} 
ight. טענה: יהיו x,y\in\mathbb{R} בעלי סימן זהה אזי
                                                                                                  |\delta\left(x-y
ight)|\leq \left|rac{e(x)}{x-y}
ight|+\left|rac{e(y)}{x-y}
ight| אזי x,y\in\mathbb{R} טענה: יהיו x,y\in\mathbb{R} אזי x,y\in\mathbb{R} טענה: יהיו x,y\in\mathbb{R} אזי x,y\in\mathbb{R} טענה: יהיו
```

 $|e\left(\frac{x}{y}\right)| \leq \frac{|x||e(y)|+|y||e(x)|}{|y\cdot f(y)|}$ אזי $x,y\in\mathbb{R}$ טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $x,y\in\mathbb{R}$ טענה: יהיו $x,y\in\mathbb{R}$ אזי $x,y\in\mathbb{R}$ טענה: יהיו

אזי $f\left(a_0
ight)f\left(b_0
ight)<0$ אזי $a_0< b_0$ אזי $f:[a,b] o\mathbb{R}$ אהא arepsilon תהא

function BisectionMethod(a_0, b_0, ε):

```
while \frac{b_0-a_0}{2^{n+1}} \geq \varepsilon do
    m_n \leftarrow \frac{a_n + b_n}{2}
    if f(m_n) = 0 then
         return m_n
     else if f(a_n) f(m_n) < 0 then
          (a_{n+1}, b_{n+1}) \leftarrow (a_n, m_n)
     else if f(m_n) f(b_n) < 0 then
          (a_{n+1},b_{n+1}) \leftarrow (m_n,b_n)
end
```

```
|lpha-m_n|\leq rac{b-a}{2^{n+1}} וכן m_n	olpha וכן m_n	olpha וכן m_n	olpha וכן m_n	olpha וכן f:[a,b]	o \mathbb{R} אזי באלגוריתם החצייה f:[a,b]	o \mathbb{R} אזי באלגוריתם p\in\mathbb{R}_+ אזי באלגוריתם p\in\mathbb{R}_+ אזי p\in\mathbb{R}_+ אזי p\in\mathbb{R}_+ אזי p\in\mathbb{R}_+ אזי בורה p\in\mathbb{R}_+ אזי p\in\mathbb{R}_+
                                                                                                              מסקנה: סדר ההתכנסות של שיטת החצייה היא לינארית.
               e_n=rac{f(x_n)}{f'(\zeta_n)} אזי טענה: תהא f גזירה ברציפות בעלת שורש פשוט lpha וכן lpha וכן f(x_n)=f(lpha)+f'(\zeta_n)\,e_n טענה: תהא
מסקנה: יהי f(x_n)=f(lpha)+f'(\zeta_n)\,e_n וכן שורש פשוט lpha וכן אזירה ברציפות גזירה ברציפות בעלת שורש פשוט הוכן arepsilon ביוק המכונה ותהא
                                                                                                                                            |e_n| \leq \left|rac{2arepsilon_M}{f'(\zeta_n)}
ight| אזי |f\left(x_n
ight)| \leq arepsilon_M
                                                                   \lim_{x	olpha}\left|rac{f(x)}{xf'(x)}
ight| מספר המצב: תהא f גזירה ברציפות בעלת שורש lpha מסדר שני אזי f מספר המצב: x_{n+1}=x_n-rac{f(x_n)}{f'(x_n)} אזי x_0\in\mathbb{R} ויהי f\in C^1\left(\left[a,b\right],\mathbb{R}\setminus\{0\}
ight) שיטת ניוטון: תהא
           . טענה: תהא x_0\in\mathbb{R} אזי שיטת ניוטון בעלת סדר התכנסות ריבועי. בעלת שורש פשוט יחיד בעלת פשוט יחיד בעלת f\in C^1\left([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}\right)
                                 x_{n+1}=x_n-f\left(x_n
ight)\cdotrac{x_n-x_{n-1}}{f(x_n)-f(x_{n-1})} אזי x_0,x_1\in\mathbb{R} ויהיו f\in C\left(\left[a,b
ight],\mathbb{R}\backslash\left\{0
ight\}
ight) איטת המיתרים: תהא
                                 אזי f\left(a_0\right)f\left(b_0\right)<0 עבורם a_0< b_0 אזי f:[a,b]	o\mathbb{R} אהא arepsilon יהי יהיי: regula falsi אלגוריתם שיטת
function RegulaFalsi(a_0, b_0, \varepsilon):
     n \leftarrow 0
      while \frac{b_0-a_0}{2^{n+1}} \geq \varepsilon do
           m_n = a_n - f(a_n) \cdot \frac{a_n - b_n}{f(a_n) - f(b_n)}
           if f(m_n) = 0 then
            else if f(a_n) f(m_n) < 0 then
                 (a_{n+1},b_{n+1}) \leftarrow (a_n,m_n)
            else if f(m_n) f(b_n) < 0 then
                 (a_{n+1}, b_{n+1}) \leftarrow (m_n, b_n)
                n \leftarrow n + 1
      end
x_0,x_1\in\mathbb{R} טענה: תהא f\in C\left([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}
ight) בעלת שורש פשוט יחיד lpha ויהיו lpha ויהיו lpha ויהיו
                                                                                              x_n=g\left(x_{n-1}
ight) אזי x_0\in\mathbb{R} ויהי g:I	o\mathbb{R} אזי תהא
                                                                                                                           x_n אזי x_0 \in \mathbb{R} ויהי g:I 	o \mathbb{R} אזי איטרציה: תהא
                                                                                          x_n 	o lpha עבורה g:I 	o \mathbb{R} איטרציה: שיטת איטרציה:
                                                                                                          g\left(a
ight)=a עבורה a\in\mathbb{R} אזי g:I	o\mathbb{R} נקודת שבת: תהא
                                                                     g\left(lpha
ight)=lpha אזי אינx_{n}
ightarrowlpha איטרציה מתכנסת איטרציה שיטת g\in C\left(I,\mathbb{R}
ight) איזי
                        g\in C\left(I,\mathbb{R}
ight) ותהא f:I	o\mathbb{R} ותהא שיטת איטרציה שיטת g\in C\left(I,\mathbb{R}
ight) ותהא ותהא
                                                                                   g\left(lpha
ight)=lpha עבורה lpha\in\left[a,b
ight] אזי קיימת g\in C\left(\left[a,b
ight],\left[a,b
ight]
ight)
                          g(\alpha)=\alpha עבורה lpha\in [a,b] אזי קיימת ויחידה עבורה g\in C^1\left([a,b],[a,b]
ight) אזי קיימת ויחידה g\in C^1\left([a,b],[a,b]
ight)
                        . מתכנסת לנקודת השבת g מתכנסת g מתכנסת אזי שיטת איי עבורו g \in C^1\left(\left[a,b\right],\left[a,b\right]\right) מסקנה: תהא
                                                               |e_n| \leq K |e_{n-1}| אזי |g'| \leq K עבורו K < 1 ויהי g \in C^1\left([a,b],[a,b]
ight) אזי אזי ויהי
                                                                      |g\left(x
ight)-g\left(y
ight)|\leq K\left|x-y
ight| עבורם K>0 וכן g:\mathbb{R}
ightarrow\mathbb{R} פונקציה פונקציה
                                                                                           K עבורם g:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} וכן g:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} עבורם g:\mathbb{R} 	o \mathbb{R}
                                                                                   |g'| \geq K > 1 וכן |g'| \geq K > 1 עבורם לישפיץ g \in C^1(\mathbb{R}) מנאי מתיחה: פונקציה
                   g\left(lpha
ight)=lpha עבורה lpha\in\left[a,b
ight] עבורה אזי קיימת איזי קיימת ויחידה איזי ענה: יהי אויהי K<1 עבורה אויהי ויהי
                 . מסקנה: g מתכנסת לנקודת השבת K אזי שיטת האיטרציה g ווהי g \in C\left(X\right) מתכנסת לנקודת השבת.
                                              .|e_{n}|\leq\frac{K^{n}}{1-K}\left|x_{1}-x_{0}\right| אזי אזי G ליפשיץ עבורו יההי g\in C\left(X\right) ההא סגור מסקנה: יהי אזי סגור ההא K<1יהי יהי יהי אוהי סגור ההא
מתקיים כי x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) ותהא g\in C^1 (ותהא g\in C^1 ותהא g\in C^1 מתקיים כי משפט: תהא
                                                                                                                                                                           \alphaמתכנסת ל־g
```

של $a \in [a,b]$ איי קיים שורש f(a) f(b) < 0 עבורם a < b של $a \in [a,b]$ של $a \in [a,b]$ איי היהי

.|BisectionMethod $(a, b, \varepsilon) - q$ | $< \varepsilon$

 $.e_n = lpha - x_n$ אזי $x_n o lpha$ עבורה $\{x_n\} \subseteq \mathbb{R}$ אזי אזי

```
|g'\left(lpha
ight)|<1 עבורה מושכת: תהא q\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}
ight) אזי נקודה מושכת: תהא
                                                                                        |g'(\alpha)|>1 עבורה אוי נקודת שבת אזי q\in C^1(I,\mathbb{R}) עבורה נקודה דוחה:
|g'\left(\mathcal{U}
ight)|<1 וכן lpha\in\partial\mathcal{U},\partial\mathcal{V} תחומים באשר \mathcal{U},\mathcal{V}\subseteq\mathbb{R} אזי נקודת שבת lpha עבורה קיימים g\in C^{1}\left(I,\mathbb{R}
ight) אזי נקודת שבת lpha
                                                                                                                                                                                  |g'(\mathcal{V})| > 1 וכן
\zeta = (\zeta - \varepsilon, \zeta + \varepsilon) אורש פשוט אזי קיים \varepsilon > 0 עבורו שיטת ניוטון מתכנסת בקטע \zeta \in [a,b] ויהי ויהי ויהי f \in C^1([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}) מסקנה:
מתקיים x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) עבורו לכל עבורה x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) מתקיים x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) מתקיים משפט: תהא
                                                                                                                                         כי g מתכנסת ל־\alpha בקצב התכנסות לינארי.
משפט: יהי p>1 לכל q^{(n)}(lpha)=0 וכן q^{(p)}(lpha)\neq 0 אזי קיים q ותהא q\in C^p(I,\mathbb{R}) לכל לכל משפט: יהי
                                                                        p מתכנסת ל־lpha בקצב התכנסות x\in(lpha-arepsilon,lpha+arepsilon) עבורו לכל
מסקנה: תהא arepsilon>0 עבורו שיטת ניוטון מתכנסת \zeta\in[a,b] ויהי f\in C^2\left([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}
ight) אזי קיים arepsilon>0 ויהי
                                                                                                                                                    (\zeta - \varepsilon, \zeta + \varepsilon) בקצב ריבועי בקטע
עבורו שיטת ניוטון arepsilon>0 אזי קיים f''(\zeta)\neq 0 וכן וכן f'(\zeta)=0 שורש עבורו \zeta\in [a,b] ויהי ויהי ויהי f\in C^2\left([a,b],\mathbb{R}\backslash\left\{0\right\}\right) אזי קיים מסקנה:
                                                                                                                                     \zeta - \varepsilon, \zeta + \varepsilonמתכנסת בקצב לינארי בקטע
                                                     g\left(x
ight)=x-m\cdotrac{f\left(x
ight)}{f'\left(x
ight)} אזי m\in\mathbb{N}_{+} יהי f\in C^{1}\left(\left[a,b
ight],\mathbb{R}ackslash\left\{0
ight\}
ight) שיטת ניוטון המתוקנת: תהא
n מסקנה: תהא arepsilon>0 עבורו שיטת מדרגה שורש מדרגה f\in C^\eta\left([a,b],\mathbb{R}\setminus\{0\}
ight) אזי קיים בורו שיטת ניוטון המתוקנת מסדר
aמתכנסת בקצב ריבועי בקטע (\zeta-arepsilon,\zeta+arepsilon). מתכנסת בקצב ריבועי בקטע (f\in C^1(\mathbb{R}) איי שיטת סטפנסן: תהא f\in C^1(\mathbb{R}) איי f\in C^1(\mathbb{R}) איי מקסימלי g:I\to \mathbb{R} שיטה איטרטיבית ותהא g:I\to \mathbb{R} נקודת שבת איי קטע מקסימלי g:I\to \mathbb{R}
                                                                                                                     lphaאיטר מתכנסת a המתחילה ביa מתכנסת לי a
K\subseteq J שיטה איטרטיבית תהא g\in C^1\left(I,\mathbb{R}
ight) תחום התכנסות שבת עם תחום איטרטיבית תהא מקסימלי g\in C^1\left(I,\mathbb{R}
ight)
                                                                                                                          \left|g'\left(x
ight)
ight|\leq1 מתקיים x\in K וכן לכל lpha\in K
                                                                              g\left(x
ight)=x-D_{f}\left(x
ight)^{-1}\cdot f\left(x
ight) אזי f\in C^{1}\left(\mathbb{R}^{n},\mathbb{R}^{n}
ight) תהא
טענה: תהא \zeta\in\mathbb{R}^n ויהי f\in C^1 ויהי ויהי שורש פשוט אזי קיימת ענה: תהא \zeta\in\mathbb{R}^n ויהי ויהי שורש שורש פשוט אזי קיימת
                                                                                                                                                                                                  ריבועי.
                                    בעלת סדר לינארי. regula falsi איזי ווegula falsi איזי f\left(a\right)f\left(b\right)<0 בעלת סדר לינארי. f\left(a\right)f\left(b\right)<0 איזי
                                                                                                                  \Pi_n = \{f \in \mathbb{R} \ | x \ | \ \deg(f) \le n \} אזי n \in \mathbb{N} יהי הי
                            a_0 \ldots a_n, b_0 \ldots b_n \in \mathbb{R} ויהיו n \in \mathbb{N} ויהיו n \in \mathbb{R} אזי a_0 \ldots a_n, b_0 \ldots b_n \in \mathbb{R} פולינום טריגונומטרי: יהי
                                                               a_n(x)=\sum_{k=0}^n a_k e^{b_k x} אזי a_0\dots a_n,b_0\dots b_n\in\mathbb{R} ויהיו n\in\mathbb{N} ויהיו אקספוננטי: יהי
       x_i \in \{0\dots n\} לכל p(x_i) = f(x_i) עבורו עבורו p \in \Pi_n אזיx_0 \dots x_n \in \mathbb{R} ותהיינה f: \mathbb{R} 	o \mathbb{R} לכל
                                 . משפט: תהא p\in\Pi_n פולינום אינטרפולציה. נקודות שונות אזי קיים ויחיד f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} פולינום אינטרפולציה. משפט
                                                              \ell_i\left(x
ight)=rac{\prod_{k\in\{0\ldots n\}\setminus\{i\}}(x-x_k)}{\prod_{k\in\{0\ldots n\}\setminus\{i\}}(x_i-x_k)} פולינום לגראנז': תהיינה x_0\ldots x_n\in\mathbb{R} נקודות שונות אזי
                                                                                                           \ell_i\left(x_i
ight) = \delta_{i,j} טענה: תהיינה x_0 \ldots x_n \in \mathbb{R} נקודות שונות אזי
                                                                  \Pi_n טענה בסיס לגראנז': תהיינה \{\ell_0\dots\ell_n\} נקודות שונות אזי x_0\dots x_n\in\mathbb{R} בסיס של
         מסקנה צורת לגראנז': תהא \mathbb{R} \to \mathbb{R} ותהיינה f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} אזי f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} בסיס של f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} בסיס של f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} טענה בסיס ניוטון: תהיינה f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} אזי f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}
טענה: תהא f:\mathbb{R}	o \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של \sum_{i=-1}^n A_{j+1}\prod_{i=0}^j (x-x_i) ויהי ויהי x_0\dots x_{n+1}\in\mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של
                                                          X_0,\dots,x_n אזי איזי X_0,\dots,x_n פולינום אינטרפולציה של X_0,\dots,x_n פולינום אינטרפולציה איזי איזי אזי X_0,\dots,x_n
מסקנה: תהא f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} ויהי x_0 \dots x_{n+1} \in \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} אזי x_0 \dots x_{n+1} 	o \sum_{j=-1}^{k-1} A_{j+1} \prod_{i=0}^j (x-x_i) אזי f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} אזי f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של f:\mathbb{R} 	o \mathbb{R}
מסקנה: תהא f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} יהי x_0 \dots x_{n+1} \in \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} בנקודות f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} מסקנה: תהא f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R} \to \mathbb{R} יהי x_0 \dots x_{n+1} \in \mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של x_0 \dots x_n \in \mathbb{R} אזי x_0 \dots x_{n+1}
                                                           \sum_{j=-1}^{n} A_{j+1} \prod_{i=0}^{j} (x - x_i) = \left( \sum_{j=-1}^{n-1} B_{j+1} \prod_{i=0}^{j} (x - x_i) \right) + A_{n+1} \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)
\{x_0\dots x_k\}ב־f פולינום אינטרפולציה של ב־\sum_{j=-1}^{k-1}A_{j+1}\prod_{i=0}^j{(x-x_i)} ויהי ויהי ויהי x_0\dots x_k\in\mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של ב־
                                                                                                                                                                      f[x_0 \dots x_k] = A_k אזי
              f[x_0\dots x_k]=f\left[x_{\sigma(0)}\dots x_{\sigma(k)}
ight] תמורה אזי \sigma\in S_{k+1} שונות ותהא x_0\dots x_k\in\mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R}
```

```
f מסקנה: תהא \sum_{j=-1}^{n-1}f\left[x_0\dots x_{j+1}
ight]\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_i
ight) אזי x_0\dots x_n\in\mathbb{R} פולינום אינטרפולציה של f:\mathbb{R}	o\mathbb{R}
                                                                 טענה נוסחה רקורסיבית להפרשים המחולקים: תהא f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} ותהיינה באשר באשר באשר להפרשים המחולקים: ענה נוסחה באור
                                                        f\left[x_0\dots x_k
ight]=rac{f\left[x_1\dots x_k
ight]-f\left[x_0\dots x_{k-1}
ight]}{x_k-x_0} .e f\left[x_0\dots x_k
ight]=rac{f\left[x_1\dots x_k
ight]-f\left[x_0\dots x_{k-1}
ight]}{x_k-x_0} תהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} פ"א אזי f:\mathbb{R}	o\mathbb{R}
                                                                                   משפט ביטוי לשגיאה באינטרפולציה: תהא f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R}	o\mathbb{R} ויהי פ"א אזי p\in\Pi_n ויהי
                                                                                                                                                                                                                                                             .e(x) = f[x_0 ... x_n, x] \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)
 f[x_0\dots x_k]=rac{f^{(k)}(c)}{k!} עבורה c\in(a,b) אזי קיימת c\in(a,b) איזי קיימת f\in C^k((a,b)) באשר באשר באשר
מסקנה נוסחת השגיאה בפולינום האינטרפולציה: תהא f\in C([a,b]) באשר באשר f\in C([a,b]) תהיינה x_0\dots x_n,x\in\mathbb{R} ויהי x_0\dots x_n,x\in\mathbb{R} באיז קיימת f\in C^{n+1}((a,b)) עבורה f\in C^{n+1}([a,b]) באשר f\in C^{n+1}([a,b]) באורה f\in C^{n+1}([a,b]) באשר f\in C^{n+1}([a,b]) באשר
 עבורה c\in(a,b) פ"א אזי קיימת p\in\Pi_n ויהי x_0\dots x_n, x\in\mathbb{R} תהיינה f\in C^{n+1}\left((a,b)
ight) באשר באשר באשר
                                                                                                                                                                                                                                                                                |e(x)| = \left| \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} \right| (b-a)^{n+1}
x_0\dots x_n, x\in\mathbb{R} מסקנה: תהא \left|f^{(n+1)}
ight|\leq M עבורה M\in\mathbb{R} עבורה f\in C^{n+1}\left((a,b)
ight) באשר באשר f\in C^{(a,b)} ויהי g\in\mathbb{R} באשר g\in\mathbb{R} באשר g\in\mathbb{R} תהא g\in\mathbb{R} בייא אזי g\in\mathbb{R}
 f_{\lceil [x_{i-1},x_i]}\in\Pi_k באשר f\in C^m\left([a,b]
ight) איזי f\in C^m\left([a,b]
ight) באשר אויהיו f\in C^m\left([a,b]
ight) באשר אויהיו בשליין: יהיו
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           i \in \{1 \dots n\} לכל
 וסדר k ממעלה k הינה פונקציית ספליין ממעלה \{x_0 \dots x_n\} חלוקה של חלוקה של וסדר אזי פונקציית ספליין ממעלה וסדר אזי וסדר ו\{x_0 \dots x_n\}
                         a.1 איי פונקציית ספליין ממעלה \{a,b\} איי פונקציית חלוקה של \{a,b\} איי פונקציית חלוקה a,b\in\mathbb{R} אינטרפולנט ליניארי למקוטעין: יהיו a,b\in\mathbb{R} איי חלוקה של \{a+\frac{b-a}{n}\cdot i\}_{i=0}^n = \frac{1}{n!(\frac{b-a}{n})^n}\left(\sum_{k=0}^n \left(-1\right)^k\binom{n}{k}f\left(a+\frac{b-a}{n}\cdot k\right)\right) איי איי f:[a,b]\to\mathbb{R} ותהא a,b\in\mathbb{R} ותהא a,b\in\mathbb{R} איי יהיו
                                                                                                                                                                                         f\left[x,x
ight]=f'\left(x
ight) אזי f\in C^{1}\left(\mathbb{R}
ight) תהא הפרש מחולק עם חזרה:
                                                                                                                                                                                                f\left[x,x
ight]=\lim_{h
ightarrow0}f\left[x,x+h
ight] אזי f\in C^{1}\left(\mathbb{R}
ight) טענה: תהא
f\left[x_0\dots x_n
ight] = \left\{egin{array}{ll} rac{f\left[x_1\dots x_n
ight] - f\left[x_0\dots x_{n-1}
ight]}{x_n-x_0} & x_0< x_n \end{array}
ight. בסדר עולה אזי x_0< x_n בסדר עולה אזי f\in C^n\left(\mathbb{R}
ight) ותהיינה f\in C^n\left(\mathbb{R}
ight) ותהיינה f\in C^n\left(\mathbb{R}
ight) ותהיינה f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} באשר f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} באשר f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} באשר f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} פולינום אינטרפולציית הרמיט: תהא f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} תהיינה f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}
```

 $i\in\left\{ 0\ldots g\left(x_{i}
ight)-1
ight\}$ ולכל $i\in\left\{ 0\ldots m
ight\}$ לכל לכל $p^{\left(j
ight)}\left(x_{i}
ight)=f^{\left(j
ight)}\left(x_{i}
ight)$ אזי $p\in\Pi_{n}$ משפט: תהא $\sum_{i=0}^m g\left(x_i
ight)=n+1$ אזי קיים ויחיד $g:\{x_0\dots x_m\} o\mathbb{N}_+$ ותהיינה $x_0\dots x_m\in\mathbb{R}$ אזי קיים ויחיד . פולינום אינטרפולציית הרמיט $p \in \Pi_n$

.1 חלקות k ויהי ספליין ממעלה איי פונקציית חלוקה של ויהי $a,b\in\mathbb{R}$ חלוקה של הרמיט: יהיו יהיו הרמיט: יהיו מעלה א חלוקה של הוא חלוקה של ויהי . פולינום אינטרפולציית הרמיט. $\sum_{j=-1}^{n-1}f\left[x_0\dots x_{j+1}
ight]\prod_{i=0}^{j}\left(x-x_i
ight)$ אזי אזי $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ פולינום אינטרפולציית הרמיט. $B_n^k\left(x
ight)=inom{n}{k}x^k\left(1-x
ight)^{n-k}$ המוגדר $B_n^k:[0,1] o\mathbb{R}$ אזי $k\in\{0\dots n\}$ ויהי $n\in\mathbb{N}$ ויהי ויהי Π_n טענה: יהי $\{B_n^k\}_{k=0}^n$ אזי $n\in\mathbb{N}$ בסיס של יהי

 $P_n^B\left(f,x
ight)=\sum_{k=0}^n B_n^k\left(x
ight)\cdot f\left(rac{k}{n}
ight)$ המוגדרת: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $n\in\mathbb{N}$ אזי $n\in\mathbb{N}$ למה: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי

- $P_n^B\left(\lambda f+\mu g,x
 ight)=\lambda P_n^B\left(f,x
 ight)+\mu P_n^B\left(g,x
 ight)$ אזי $\lambda,\mu\in\mathbb{R}$ ויהיו $f,g:[0,1] o\mathbb{R}$ תהיינה $\mathfrak{g}:[0,1]$
 - $B_n^k \geq 0$ מתקיים $k \in \{0 \dots n\}$ •
 - $P_n^B\left(c,x
 ight)=c$ אזי $c\in\mathbb{R}$ ויהי $f:[0,1] o\mathbb{R}$ תהא
 - $.P_{n}^{B}(x,x) = x \bullet$

 - $P_n^B(x^2, x) = x^2 + \frac{1}{n}(x x^2) \bullet$ $\sum_{k=0}^n B_n^k(x) \left(\frac{k}{n} x\right)^2 = \frac{x(1-x)}{n} \bullet$ $B_n^k(x) = x B_{n-1}^{k-1}(x) + (1-x) B_{n-1}^k(x) \bullet$

 $.f\left(x
ight)=\lim_{n
ightarrow\infty}P_{n_{.}}^{B}\left(f_{.}x
ight)$ אזי $x\in\left[0,1
ight]$ ותהא $f:\left[0,1
ight]
ightarrow\mathbb{R}$ איזי $\sup\left|f\left(x
ight)-P_{n}^{B}\left(x
ight)
ight|=\mathcal{O}\left(rac{1}{\sqrt{n}}
ight)$ אזי $x\in\left[0,1
ight]$ ותהא $f:\left[0,1
ight] o\mathbb{R}$ מסקנה: תהא חצי־מכפלה פנימית: יהי V מ"ו נ"ס אזי $H:V^2 o\mathbb{C}$ חצי־מכפלה פנימית:

 $\forall a,b \in V.H(a,b) = \overline{H(b,a)}$ הרמיטיות:

```
\forall a, b, c \in V. \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}. H (\alpha a + \beta b, c) = \alpha H (a, c) + \beta H (b, c) • לינאריות:
```

 $\forall a \in V.H (a,a) \in \mathbb{R}_+$:חיוביות

 $\|a\|=\sqrt{H\left(a,a
ight)}$ אזי V אזי אוי מושרית: יהי V מ"ו נ"ס ותהא חצי־מכפלה פנימית H על א

מכפלה פנימית H מיני**מליים**: יהי V מייני מייט מהא חצי־מכפלה פנימית H מעל V תהא V בת"ל באשר V מכפלה פנימית מכפלה פנימית $\arg\min_{v\in \operatorname{span}\{v_0\dots v_n\}} \left(\operatorname{dist}\left(u,v\right)\right)$ אזי $u\in L$ יהי $\operatorname{span}\left\{v_0\dots v_n\right\}$ מעל

משפט: יהי V מ"ט תהא חצי־מכפלה פנימית H מעל V תהא על תהא על מעל V מעל מעל מיט מיטי מיטי משפט: יהי א מ"ט מ"ט מ"ט מיטי מעל מעל מעל מעל מעל מעל מיטי מיטי מיטי מיטי מיטי מיטי מעל $k\in\{0\dots n\}$ אזי (u לכל מינימליים מינימליים אזי אזי הינו אזי אזי $\sum_{i=0}^n c_i v_i$) אזי אזי אזי אזי אזי $u\in L$ יהי span $\{v_0\dots v_n\}$ $c_i = \sum_{i=0}^n c_i(v_i, v_k) = (u, v_k)$ מתקיים

 $\operatorname{span}\left\{v_0\dots v_n
ight\}$ מכפלה פנימית מעל H מעל מעל באשר מעל באשר ער מענה: יהי V מ"ו נ"ס תהא מעל פנימית מעל מעל H מעל מעל מעל מעל מענה: יהי $(v-u) \perp \mathrm{span}\,\{v_0\dots v_n\}$ ויהי $u\in L$ קירוב ריבועים מינימליים אזי $v\in \mathrm{span}\,\{v_0\dots v_n\}$ יהי $u\in L$

מערכת משוואות נורמלית: יהי V מ"ו נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית H מעל V תהא מערכת משוואות נורמלית: יהי V מ"ו נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית מערכת משוואות נורמלית: יהי V מ"ו נ"ס תהא חצי־מכפלה פנימית $\sum_{i=0}^n c_i\left(v_i,v_k
ight)=(u,v_k)$ אזי איזי $c_0\ldots c_n\in\mathbb{R}$ ויהיו $u\in L$ יהי $\{v_0\ldots v_n\}$ מעל

 $\sum_{i=0}^n rac{H(f,v_i)}{H(v_i,v_i)}\cdot v_i$ מעל $u\in L$ ויהי $u\in L$ אזי הקירוב ריבועים מינימליים הוא אזי $u\in L$ מכפלה פנימית ממושקלת: תהא $u\in C^1\left([a,b]
ight)^2 o \mathbb{R}$ מכפלה פנימית ממושקלת: תהא $u\in C^1\left([a,b]
ight)$ חיובית ממש עד כדי קבוצה זניחה אזי $u\in C^1\left([a,b]
ight)$

 $H(f,g) = \int_a^b (f \cdot g \cdot w)$

 $C^1\left([a,b]
ight)$ אינ מכפלה פנימית ממש עד כדי קבוצה איניחה איז מכפלה פנימית ממושקלת $w\in C^1\left([a,b]
ight)$ חיובית ממש עד כדי קבוצה איניחה איז מכפלה פנימית ממושקלת סדרה אורתוגונלית של פולינומים: תהא $q_n\in\Pi_n$ מכפלה פנימית מעל $\mathbb{R}\left[x
ight]$ אזי אוי $\mathbb{R}\left[x
ight]$ באשר הא וכן לכל $q_n\in\Pi_n$ וכן לכל $q_n\in\Pi_n$

 $.P_{n+1}\left(x
ight)=rac{2n+1}{n+1}xP_{n}\left(x
ight)-rac{n}{n+1}P_{n-1}\left(x
ight)$ וכך $P_{1}\left(x
ight)=x$ וכך וכך $P_{0}\left(x
ight)=1$ וכך פולינומי לג'נדר:

. שענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת 1 בקטע [-1,1] אזי פולינומי לג'נדר מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים.

 $.P_{n+1}\left(x
ight)=x\cdot P_{n}\left(x
ight)-rac{\left(P_{n},P_{n}
ight)}{\left(P_{n-1},P_{n-1}
ight)}P_{n-1}\left(x
ight)$ אזי $n\in\mathbb{N}\backslash\left\{ 0,1
ight\}$ טענה: יהי $T_n(x) = \cos(n \cdot \arccos(x))$ פולינומי צ'בישב:

. שענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ בקטע [-1,1] אזי פולינומי צ'בישב מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים.

 $T_{n+1}\left(x
ight)=2xT_{n}\left(x
ight)-T_{n-1}\left(x
ight)$ וכך $T_{1}\left(x
ight)=x$ וכך $T_{1}\left(x
ight)=2xT_{n}\left(x
ight)-T_{n-1}\left(x
ight)$ וכך $T_{1}\left(x
ight)=2xT_{n}\left(x
ight)-T_{n-1}\left(x
ight)$ וכך $T_{1}\left(x
ight)=2xT_{n}\left(x
ight)-T_{n-1}\left(x
ight)$ וכך $T_{1}\left(x
ight)=1$ וכך T_{1

. טענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת e^{-x} בקטע בקטע (∞) אזי פולינומי לגר מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים.

 $H_{n+1}\left(x
ight)=2xH_{n}\left(x
ight)-2nH_{n-1}\left(x
ight)$ וכך $H_{1}\left(x
ight)=2x$ וכך $H_{0}\left(x
ight)=1$ פולינומי הרמיט:

. מסענה: תהא מכפלה פנימית ממושקלת e^{-x^2} בקטע $(-\infty,\infty)$ אזי פולינומי הרמיט מהווים סדרה אורתוגונלית של פולינומים. טענה: תהא של פולינומים אזי סדרה אורתוגונלית של פולינומים אזי $Q_{n+1}\left(x
ight)=xQ_{n}\left(x
ight)+\sum_{i=0}^{n}f\left(n+1,i
ight)\cdot Q_{i}\left(x
ight)$ ותהא ותהא לינומים אזי $f:\mathbb{N}^{2}
ightarrow\mathbb{R}$

 $f\left(n+1,i
ight)=-rac{(xQ_n,Q_i)}{(Q_j,Q_j)}$ • $f\left(n+1,i
ight)=0$ לכל $i\in\{0\dots n-2\}$ מתקיים

טענה: תהא $b'\in\mathbb{R}^m$ קירוב $b'\in\mathbb{R}^m$ ויהי $b\in\mathbb{R}^m$ וכן עמודות a>m>n וכן באשר באשר $a\in M_{m imes n}$ $A^TAx = A^Tb$ אזי קיים ויחיד פתרון למערכת $\{Ax \mid x \in \mathbb{R}^n\}$

 $f'(x)=p'(x)+rac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(f\left[x_0\ldots x_n,x
ight]\prod_{i=0}^n\left(x-x_i
ight)
ight)$ איזי f איזי $f\in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$ תהיינה $f\in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$ ויהי $f\in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$ איזי מענה: $.e_{\,f'}\,(x)=e'_f\,(x)$ אזי f אזי g ויהי $x_0\ldots x_n\in\mathbb{R}$ תהיינה $f\in C^1\,(\mathbb{R})$ אזי שגיאה בנגזרת:

 $\{x_i\dots x_i\}=\{x_i\}$ אזי איי $x_i=x_j$ עבורן אם אם $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ אזיי נקודות חוקי:

טענה: תמורה בסדר חוקי אזי $\sigma\in S_{n+1}$ ותהא $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ תמורה בסדר חוקי אזי $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$

 $f[x_0 \dots x_n] = f[x_{\sigma(0)} \dots x_{\sigma(n)}]$

. רציפה $f\left[x_0\dots x_n,x
ight]$ אזי איז $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ רציפה רעינה אות היינה $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$

 $(rac{ ext{d}}{ ext{d}x}f\left[x_0\ldots x_n,x
ight])\left(x
ight)=f\left[x_0\ldots x_n,x,x
ight]$ איי $x_0\ldots x_n\in\mathbb{R}$ ותהיינה $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ איי

אזי $x_0 \dots x_n \in \mathbb{R}$ ותהיינה $f \in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$ אזי

 $e_{f'}(x) = f[x_0 \dots x_n, x, x] \prod_{i=0}^n (x - x_i) + f[x_0 \dots x_n, x] \frac{d}{dx} (\prod_{i=0}^n (x - x_i))$

עבורם $\zeta, \xi \in (a,b)$ מסקנה: תהא f אזי קיימים $f \in C^1\left([a,b], x_0 \ldots x_n \in [a,b], n$ תהיינה $f \in C^1\left([a,b], x_n \in [a,b], x_n \in [a,b], x_n \in C^1\left([a,b], x_n \in [a,b], x_n \in C^1\left([a,b], x_n \in$

```
מסקנה: תהא x_0 \dots x_n \in \mathbb{R} ותהיינה f: [a,b] 	o \mathbb{R} אזי
```

 $.e_{f^{\prime}}\left(a
ight)=\mathcal{O}\left(\left(b-a
ight)^{n}
ight)$ אזי $\prod_{i=0}^{n}\left(a-x_{i}
ight)=0$ אם •

 $e_{f'}(a)=\mathcal{O}\left((b-a)^{n+1}
ight)$ אז $rac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\prod_{i=0}^{n}\left(x-x_{i}
ight)
ight)(a)=0$ אם •

וקיים $C\in\mathbb{R}$ מקסימלי עבורו קיים $p\in\mathbb{N}$ אזי איז $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ ותהיינה ותהא ותהיינה $f\in C^1\left(\mathbb{R}
ight)$

 $|e_{f'}\left(a
ight)| \leq Ch^p$ המקיימים $h \in \left[\min_{i \neq j} \left|x_i - x_j\right|, \max \left|x_i - x_j\right|\right]$

הוא השיטה הקירוב אל הקירוב מעל הנקודות החא שיטת היחק מקסימלי a בין המסימלי התרה. עם מרחק מעל הנקודות הקירוב של השיטה הוא $x_1 \dots x_n$ $\left| {e\left(x
ight)}
ight| = \mathcal{O}\left({{h^p}}
ight)$ מינימלי עבורו $p \in \mathbb{N}$

טענה: תהא $\{x_0\dots x_n\}$ סימטריות סביב $x_0\dots x_n$ ותהא ותהא $x_0\dots x_n\in\mathbb{R}$ סימטריות סביב אזי $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(\prod_{i=0}^{n} (x - x_i) \right) (a) = 0$

מתקיים $p\in\Pi_n$ מתקיים מקסימלי עבורו לכל שגיאה של נוסחת איזי פורו שגיאה של וותהא וותהא $f:\mathbb{R} o\mathbb{R}$ מתקיים מדר איזי אלגברי: תהא $.e_p = 0$

טענה: תהא p ייהי $x_0 \ldots x_n \in \mathbb{R}$ תהיינה $f \in C^m\left(\mathbb{R}
ight)$ ויהי של

$$f''(x) = p''(x) + \sum_{i=0}^{m} f\left[x_0 \dots x_n, \underbrace{x \dots x}_{m+1-i}\right] \frac{d^i}{dx^i} \left(\prod_{i=0}^{n} (x - x_i)\right)$$

עבורם $\{c_i\}_{i=0}^m\subseteq(a,b)$ מסקנה: תהא f אזי קיימים $x_0\dots x_n\in[a,b]$ תהיינה $f\in C^m$ ([a,b]) עבורם $f'(x)=p'(x)+\sum_{i=0}^m\frac{f^{(n+m+1-i)}(c_i)}{(n+m+1-i)!}\cdot\frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}x^i}\prod_{i=0}^n(x-x_i)$

 $\int rac{f(a+h)-f(a)}{h}$ אזי h>0 ויהי $a\in\mathbb{R}$ יהי $f\in C^{2}\left(\mathbb{R}
ight)$ תהא נגזרת: תהא

 $\mathcal{O}\left(h
ight)$ טענה: תהא $f\in C^{2}\left(\mathbb{R}
ight)$ ויהי $a\in\mathbb{R}$ באשר קיימת סביבה $a\in\mathbb{R}$ של $a\in\mathbb{R}$ חסומה אזי סדר קירוב הפרש קדמי הינו

 $a\in\mathbb{R}$ יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי ויהי $f\in C^{2}\left(\mathbb{R}
ight)$ תהא לקירוב נגזרת: תהא מרכזי לקירוב נגזרת: תהא $a,p'(a)=rac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$ אזי $\{a+h,a-h\}$ אזי $a\in\mathbb{R}$ יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי $a\in\mathbb{R}$ אזי $a\in\mathbb{R}$

 $\mathscr{O}\left(h^2
ight)$ טענה: תהא $f \in \mathcal{C}^3\left(\mathbb{R}
ight)$ ויהי $a \in \mathbb{R}$ באשר קיימת סביבה $a \in \mathbb{R}$ של של $a \in \mathbb{R}$ ויהי

.2 באשר קיימת סביבה $\mathcal U$ של $a\in\mathbb R$ ויהי $a\in\mathbb R$ ויהי בעל סדר דיוק אלגברי $a\in\mathbb R$ באשר קיימת סביבה $\mathcal U$ של בהי משפט ריצ'רדסון: תהא $\mathcal{O}\left(h^{2k}
ight)$ יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי $f\in C^{1}\left(\mathbb{R}
ight)$ מסדר f'(a) משפט ריצ'רדסון: תהא $.f'\left(a
ight)=D\left(h
ight)+\sum_{i=0}^{\infty}C_{i}h^{2k+2i}$ נקודותיה אזי

מסקנה $f'\left(a\right)$ מסדר $f'\left(a\right)$ מסדר h>0 יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי ותהא $f\in C^1\left(\mathbb{R}\right)$ מסדר ל־כעלת הפרש מסקנה קירוב ריצ'רדסון: $.f'\left(a\right)=\frac{4^{k}D\left(h\right)-D\left(2h\right)}{4^{k}-1}+\mathcal{O}\left(h^{2k+2}\right)$ אזי נקודותיה אזי h

 $\int_a^b f = \int_a^b p + \int_a^b f\left[x_0\dots x_n,x
ight]\prod_{i=0}^n\left(x-x_i
ight)\mathrm{d}x$ טענה: תהא $f\in R$ תהיינה $f\in R$ ווהיינה $f\in R$ ווהיינה $f\in R$ ותהיינה $f\in R$ ותחים $f\in R$

 $\max_{i\in[n]}\max_{x\in[a,b]}|x^{'}-x_i|\leq k\,(b-a)$ טענה: תהא $f\in C^{n+1}\left([a,b]
ight)$ ותהיינה ותהיינה $f\in C^{n+1}\left([a,b]
ight)$

 $\left| E\left(\int_a^b f\right) \right| \leq \max_{x \in [a,b]} \frac{\left| f^{(n+1)}(x) \right|}{(n+1)!} \left(b-a\right) \left(k\left(b-a\right)\right)^{n+1} }{\mathsf{מסקנה}}$ מסקנה: תהא $\left| x - x_i \right| \leq k \left(b-a\right)$ באשר $\left| x - x_i \right| \leq k \left(b-a\right)$ איי

 $|E\left(\int_a^b f\right)| = \mathcal{O}\left((b-a)^{n+2}
ight)$ טענה: תהא $|E\left(\int_a^b f\right)| = \mathcal{O}\left((b-a)^{n+2}
ight)$ באשר $|E\left(a,b\right)|$ באשר $|E\left(a,b\right)|$ אזי קיים $|E\left(a,b\right)| = \frac{1}{n}$ בעלת סימן קבוע בקטע $|E\left(a,b\right)| = \frac{1}{n}$ באשר $|E\left(a,b\right)| = \frac{1}{n}$ בעלת סימן קבוע בקטע $|E\left(a,b\right)| = \frac{1}{n}$ ותהיינה $|E\left(a,b\right)| = \frac{1}{n}$ ותהיינה $|E\left(a,b\right)| = \frac{1}{n}$ ותהיינה $|E\left(a,b\right)| = \frac{1}{n}$ בעלת סימן קבוע בקטע $|E\left(a,b\right)| = \frac{1}{n}$

 $. \left| E\left(\int_a^b f \right) \right| = \mathcal{O}\left((b-a)^{n+2} \right)$

 $(b-a)\,f\,(a)$ אזי $f\in C^1\,([a,b])$ תהא תהא לקירוב אינטגרל: תהא

 $E\left(\int_a^bf
ight)=rac{(b-a)^2}{2}f'\left(\xi
ight)$ הינה כלל המלבן הינה $\xi\in(a,b)$ אזי קיים $f\in C^1\left([a,b]
ight)$ מסקנה: תהא

 $.rac{b-a}{2}\left(f\left(a
ight)+f\left(b
ight)
ight)$ אזי $f\in C^{2}\left([a,b]
ight)$ תהא הטרפז לקירוב אינטגרל: תהא $f\in C^{2}\left([a,b]
ight)$ אזי קיים $\xi\in(a,b)$ עבורו שגיאת כלל הטרפז הינה $f\in C^{2}\left([a,b]
ight)$ אזי קיים לוחות אזי קיים אזי קיים לוחות שגיאת כלל הטרפז הינה לוחות אזי קיים לוחות אזי קיים לוחות שגיאת כלל הטרפז הינה לוחות אזי קיים לוחות אזי לוחות אומים ל

טענה: תהא $\int_a^b \prod_{i=0}^{n-1} (x-x_i) \, \mathrm{d}x = 0$ באשר $\int_a^b \prod_{i=0}^n (x-x_i) \, \mathrm{d}x = 0$ בעלת סימן קבוע $x_0 \dots x_{n+1} \in \mathbb{R}$ ותהיינה $f \in C^{n+2}\left([a,b]\right)$ אזי קיים $f \in C^{n+2}\left([a,b]\right)$ עבורו $f \in C^{n+2}\left([a,b]\right)$ אזי קיים $f \in C^{n+2}\left([a,b]\right)$ עבורו $f \in C^{n+2}\left([a,b]\right)$ אזי קיים $f \in C^{n+2}\left([a,b]\right)$ עבורו $f \in C^{n+2}\left([a,b]\right)$

מסקנה: תהא $\int_a^b \prod_{i=0}^{n+1} (x-x_i) \, \mathrm{d}x = 0$ באשר $\int_a^b \prod_{i=0}^n (x-x_i) \, \mathrm{d}x = 0$ בעלת סימן קבוע $x_0 \dots x_{n+1} \in \mathbb{R}$ בעלת היינה $\left|E\left(\int_a^bf
ight)
ight|=\mathcal{O}\left((b-a)^{n+3}
ight)$ אזי [a,b] בקטע

```
E\left(\int_a^b f\right)=rac{(b-a)^3}{24}f''\left(\xi
ight) האמצע הינה כלל נקודת האמצע הינה \xi\in(a,b) אזי קיים \xi\in(a,b) עבורו שגיאת כלל נקודת האמצע הינה f\in C^2\left([a,b]
ight) אזי (הכלל היינה f\in R\left([a,b]
ight) תהיינה f\in R\left([a,b]
ight) תהיינה f\in R\left([a,b]
ight) תהיינה איז (הכלל היינה איינה ביינה היינה איינה היינה היינה איינה ביינה היינה 
                                                                                                                              (\int_a^b p(x) dx = \sum_{i=0}^n A_i p(x_i)) \Longleftrightarrow (n אינטגרל בעל סדר דיוק אלגברי של לפחות
 \sum_{i=0}^{n}A_{i}f\left(x_{i}
ight) אזי והכלל x_{0}\ldots x_{n}\in\left[a,b
ight] ותהיינה ותהיינה w\geq0 באשר באשר המיינה מסקנה: תהיינה ותהיינה הכלל
                     (A_i = \int_a^b \ell_i\left(x\right)w\left(x\right)\mathrm{d}x בעל סדר דיוק אלגברי של לפחות לפחות אלגברי i \in \{0\dots n\} מתקיים בעל סדר דיוק אלגברי של לפחות
                                                                                                            c.rac{b-a}{6}\left(f\left(a
ight)+4f\left(rac{a+b}{2}
ight)+f\left(b
ight)
ight) אזי f\in C\left([a,b]
ight) תהא תהא
                                                                                                                                                               .3 אזי אלגברי דיוק אלגברי אזי כלל סימפסון אזי לf \in C\left([a,b]
ight) אהא ענה: תהא
                                   E\left(\int_a^bf
ight)=-\left(rac{b-a}{2}
ight)^5\cdotrac{f^{(4)}(\xi)}{90} מסקנה: תהא כלל סימפסון אזי קיים \xi\in(a,b) אזי קיים ל
                                                                כלל הטרפז המורכב לקירוב אינטגרל: תהא f\in C^{2}\left([a,b]
ight) ותהא x_{0}\ldots x_{n} חלוקה בעלת הפרש קבוע h אזי
                      T_h\left(f
ight) = \sum_{i=0}^{n-1} rac{h}{2} \left(f\left(x_i
ight) + f\left(x_{i+1}
ight)
ight)מסקנה: תהא f \in C^2\left([a,b]
ight) אזי קיים \xi \in (a,b) עבורו שגיאת כלל הטרפז המורכב הינה
      \left|E\left(\int_a^bf
ight)
ight| \leq \frac{(b-a)h^2}{12}M גזירה פעמיים באשר \left|f^{(2)}
ight| \leq M אזי שגיאת כלל הטרפז המורכב הינה f\in C\left([a,b]
ight) אזי אניארל: תהא f\in C\left([a,b]
ight) ותהא f\in C\left([a,b]
ight) חלוקה בעלת הפרש קבוע f\in C\left([a,b]
ight) אזי אינטגרל: תהא f\in C\left([a,b]
ight) ותהא
                                                                                                                                         S_h(f) = \frac{h}{3} \left( f(x_0) + f(x_{2M}) + 2 \sum_{i=1}^{M-1} f(x_{2i}) + 4 \sum_{i=1}^{M-1} f(x_{2i-1}) \right)
              E\left(\int_{a}^{b}f
ight)=-rac{(b-a)h^{4}}{180}f^{(4)}\left(\xi
ight) הינה הורכב הינה עבורו שגיאת בלל שימפסון עבורו שגיאת ללל אזי קיים \xi\in(a,b) אזי קיים
                                                                          .S_h\left(f
ight)=rac{4T_h(f)-T_{2h}(f)}{3} אזי אזי h אפרש קבוע חלוקה בעלת חלוקה x_0\dots x_n ותהא ותהא f\in C\left([a,b]
ight)
 arepsilon \in \mathbb{R}^n מלל הטרפז המורכב עם שגיאה לקירוב אינטגרל: תהא f \in C^2\left([a,b]
ight) תהא הפרש קבוע אינטגרל
                                                                                                                                                                                                                            \sum_{i=0}^{n-1} \frac{h}{2} \left( f\left(x_i\right) + \varepsilon_i + f\left(x_{i+1}\right) + \varepsilon_{i+1} \right) אזי
 \{T_n=0\}=\left\{\cos\left(rac{2k+1}{n}\cdotrac{\pi}{2}
ight)\;\middle|\;k\in\{0,\ldots,n-1\}
ight\} אזי n\in\mathbb{N} טענה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                             |\{T_n=0\}|=n אזי n\in\mathbb{N} מסקנה: יהי
                                                                                                                                                                                                                                                       -1 \leq T_n \leq 1 אזי n \in \mathbb{N} טענה: יהי
                                                                                           \{\cos\left(rac{k\pi}{n}
ight)\mid k\in\{0,\dots,n\}\} טענה: יהי n\in\mathbb{N} אזי נקודות הקיצון של דn\in\mathbb{N} הינן
\{a_i\}_{i=0}^\infty אור פולינומים פולי
                                                                                                                                                                                      \widehat{T}_{n}\left(x
ight)=rac{1}{2^{n-1}}T_{n}\left(x
ight) אזי n\in\mathbb{N} יהי מתוקן: יהי
  \|f\left(x
ight)-p\left(x
ight)\|_{\infty}\leq\|f\left(x
ight)-q\left(x
ight)\|_{\infty} מתוקן עבורו לכל q\in\Pi_{n} מתוקן עבורו אזי f\in C\left([a,b]
ight) אזי המינימקס: תהא
                                                                                                                     \left\|\widehat{T}_n
ight\|_{\infty} \leq \|p\|_{\infty} אזי [-1,1] משפט המינימקס לפולינומים: יהי p\in\Pi_n משפט המינימקס לפולינומים:
                                                                                                                      x^{n+1}-\widehat{T}_{n+1}\left(x
ight) הינו \left[-1,1
ight] בקטע x^{n+1} של x^{n+1} מסקנה: פולינום המינימקס ממעלה x^{n+1}
                       \widehat{T}_{n+1} מסקנה: יהי f \in R([-1,1]) פולינום מדרגה n+1 ויהי n+1 ויהי p \in \Pi_n פולינום המינימקס של
 משפט איפיון כללי לפולינום המינימקס של f\in C\left([a,b]
ight) ויהי והי f\in C\left([a,b]
ight) משפט איפיון כללי לפולינום המינימקס של
                                                                    f(t_i) - p(t_i) = \mathrm{sign}\left(e\left(t_0\right)\right) \cdot \left(-1\right)^i \cdot \left\|f - p\right\|_{\infty} עבורם t_0 \dots t_{n+1} \in [a,b]
```

נורמה $u_{ ext{M}}:M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)
ightarrow\mathbb{R}$ אזי $u:\mathbb{R}^{n}
ightarrow\mathbb{R}$ המוגדרת מושרית על מרחב המטריצות: תהא

 $u(A) = \max_{v \in \mathbb{S}^{n-1}} \left\{ \nu\left(Av\right) \right\}$ אזי $A \in M_n\left(\mathbb{R}\right)$ נורמה ותהא $u: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ אזי

 $.\nu_{\mathsf{M}}\left(A\right) = \max_{x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}} \left\{ \frac{\nu(Ax)}{\nu(x)} \right\}$

 $u =
u_{\mathsf{M}}$ נורמה אזי נסמן $u : \mathbb{R}^n o \mathbb{R}$ הערה: תהא

 $M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ טענה: תהא $u:\mathbb{R}^n o\mathbb{R}$ נורמה אזי $u:\mathbb{R}^n$

 $(b-a)\,f\left(rac{a+b}{2}
ight)$ אזי $f\in C^2\left([a,b]
ight)$ תהא תהא לקירוב אינטגרל: תהא

 $u\left(Ax
ight) \leq
u\left(A
ight) \cdot
u\left(x
ight)$ אזי $x \in \mathbb{R}^n$ ותהא $A \in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ נורמה תהא $u: \mathbb{R}^n o \mathbb{R}$ אזי $u: \mathbb{R}^n o \mathbb{R}$

 $.
u\left(A\cdot B
ight)\leq
u\left(A
ight)\cdot
u\left(B
ight)$ אזי $A,B\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)$ נורמה ותהיינה $u:\mathbb{R}^{n} o\mathbb{R}$ אזי $u:\mathbb{R}^{n}$

 $\|A\|_{\infty}=\max_{i\in[n]}\sum_{j=1}^{n}|a_{i,j}|$ איז $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)$ טענה: תהא

 $\|A\|_1=\max_{j\in[n]}\sum_{i=1}^n|a_{i,j}|$ איז $A\in M_n\left(\mathbb{R}
ight)$ טענה: תהא

 $m\cdot\eta\left(A
ight)\leq
u\left(A
ight)\leq M\cdot\eta\left(A
ight)$ עבורם m,M>0 נורמות אזי קיימים $u,\eta:\mathbb{R}^{n} o\mathbb{R}$ מסקנה: תהיינה

 $.
ho\left(A
ight)=\max_{i\in\left[n
ight]}\left|\lambda_{i}
ight|$ אזי A איי אייע של $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)$ באשר באיינ ספקטראלי: תהא

 $.
ho\left(A
ight)\leq
u\left(A
ight)$ אזי $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)$ נורמה ותהא $u:\mathbb{R}^{n} o\mathbb{R}$ אזי $u:\mathbb{R}^{n}$

 $.
u\left(I
ight)=1$ אזי נורמה $u:\mathbb{R}^{n}
ightarrow\mathbb{R}$ טענה: תהא

. מסקנה: הפונקציה $f\left(A
ight)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left|a_{i,j}\right|$ המוגדרת $f:M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)
ightarrow\mathbb{R}$ אינה נורמה מסקנה:

 $.
u\left(A
ight)\leq
ho\left(A
ight)+arepsilon$ עבורה $u:\mathbb{R}^{n} o\mathbb{R}$ אזי קיימת נורמה $A\in M_{n}\left(\mathbb{R}
ight)$ ותהא arepsilon>0 ותהא