```
F'=f אוירה המקיימת F\in\mathbb{R}^{(a,b)} אויf\in\mathbb{R}^{(a,b)} אוירה המקיימת פונקציה קדומה המקיימת
           G(G): \mathbb{R}ענה : תהא G': \mathbb{R} תהא G \in \mathbb{R} קדומה ותהא ותהא G \in \mathbb{R}^{(a,b)} אזי ותהא f \in \mathbb{R}^{(a,b)} תהא
                                         a = x_0 < x_1 \ldots < x_{n-1} < x_n = b המקיימות \Pi = \{x_0, \ldots, x_n\} אזי [a,b] הלוקה יהי
                                                                                         \Delta x_i = x_i - x_{i-1} אזי \{x_0, \dots, x_n\} סימון: תהא
                                                              \Lambda(\Pi) = \max_{i=1}^n |\Delta x_i| מדד העדינות: תהא \Pi = \{x_0, \dots, x_n\} מדד העדינות: תהא
                                                                                       \Pi_1 \subseteq \Pi_2 המקיימת חלוקה אזי חלוקה \Pi_1 המקיימת ו\Pi_1 תהא
                                                                                       \Lambda\left(\Pi_{2}
ight) \leq \lambda\left(\Pi_{1}
ight) אזי \Pi_{2} חלוקה וכן \Pi_{2} עידון אזי \Pi_{1} איזי חהא
                       . orall i \in \{1\dots n\}\,.t_i \in [x_{i-1},x_i] המקיימות המאימות חלוקה אזי וחלוקה אזי וחלוקה אזי המאימות תהא \{x_0,\dots,x_n\}
             S(f,\Pi,\{t_i\})=\sum f\left(t_i
ight)\Delta x_i אזי מתאימות אוי \{t_i\} נקודות חלוקה חלוקה ויהיו והא חלוקה f\in\mathbb{R}^{[a,b]}
\lambda\left(\Pi
ight)<\delta עבורה מקיימת \delta>0 לכל לכל \delta>0 קיימת לכל L\in\mathbb{R} עבורה קיים f\in\mathbb{R}^{[a,b]} לכל לכל
                                                                                        |S\left(f,\Pi,\left\{t_{i}
ight\}
ight)-L|<arepsilon מתקיים \left\{t_{i}
ight\} מתאימות
                                                        L=\int_{a}^{b}f\left(t
ight)dt אינטגרל רימן אזי אינטגרל אינטגרל היא f\in\mathbb{R}^{\left[a,b
ight]} אינטגרל הימן אזי
                                                                            .arphi אינטגרל על פי המשתנה \int_a^b f\left(arphi
ight) darphi אזי אזי f\in\mathbb{R}^{[a,b]} הערה יהיו
                                  \int_a^b f=\int_{[a,b]} f=\int_{[a,b]} f\left(t
ight)dt=\int_a^b f\left(t
ight)dt אינטגרביליות רימן אזי
                                                           הערה: כל עוד ברור מהו תחום האינטגרל וכן מהי הפונקציה כל הסימונים תקפים
                                                                                        R\left([a,b]
ight) = \left\{f \in \mathbb{R}^{[a,b]} \mid \mathcal{R}\left([a,b]
ight) אינטגרבילית רימן f 
ight\}
                                            \int_{a.}^{b}f\left(t\right)dt=\lim_{\lambda(\Pi)\rightarrow0}S\left(f,\Pi,\left\{ t_{i}\right\} \right) הערה ניתן להגדיר אינטגרביליות רימן בסימון הערה הערה 
                                            \int_{a}^{b}c\cdot dt=c\left(b-a
ight)טענה : יהי c\in\mathbb{R} תהא חלוקה ויהיו לt_{i} נקודות מתאימות היהי
                                                                                                                                          D(x) \notin R(\mathbb{R}) : טענה
                                                                                                               משפט: תהא f \in R([a,b]) אזי f חסומה.
                     \overline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)=\sum_{i=1}^{n}\sup_{[x_{i},x_{i-1}]}\left(f
ight)\cdot\Delta x_{i} סכום דרבו עליון : תהא f\in\mathbb{R}^{[a,b]} חסומה ותהא חלוקה אזי
                    \Delta \Sigma(f,\Pi) = \sum_{i=1}^n \inf_{[x_i,x_{i-1}]}(f)\cdot \Delta x_i סכום דרבו תחתון : תהא f\in\mathbb{R}^{[a,b]} חסומה ותהא חלוקה אזי
                                                                                                          למה: תהא \Pi חסומה ותהא f \in \mathbb{R}^{[a,b]} חלוקה
                                                                                                 .\overline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight) = \sup_{\text{ ann annial}} S\left(f,\Pi,\{t_i\}
ight) • .\underline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight) = \inf_{\text{ annial}} S\left(f,\Pi,\{t_i\}
ight) •
                                                                                         למה : תהא \Pi_1 \subseteq \Pi_2 חסומה ותהיינה f \in \mathbb{R}^{[a,b]} חלוקות
                                                                                                                              .\overline{\Sigma}(f,\Pi_1) > \overline{\Sigma}(f,\Pi_2) \bullet
                                                                                                                              \Sigma(f,\Pi_1) \leq \Sigma(f,\Pi_2) •
                                              \Sigma(f,\Pi_1)\leq \overline{\Sigma}\,(f,\Pi_2) מסקנה: תהא \Pi_1,\Pi_2 חסומה ותהיינה f\in\mathbb{R}^{[a,b]} מסקנה: תהא
                                                              .\overline{I}\left(f
ight)=\inf_{\Pi}\overline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight) חסומה אזי תהא f\in\mathbb{R}^{[a,b]} תהא האינטגרל העליון תהא
                                                           \underline{I}(f) = \sup_{\mathbf{n} \in \Pi} \underline{\Sigma}(f,\Pi) חסומה אזי f \in \mathbb{R}^{[a,b]} . תהא האינטגרל התחתון תהא
                                   \underline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)\leq \underline{I}\left(f
ight)\leq \overline{I}\left(f
ight)\leq \overline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)מסקנה : תהא f\in\mathbb{R}^{[a,b]} חסומה ותהא \Pi חלוקה אזי
קריטריון דרבו: תהא \delta>0 לכל \Pi חסומה אזי f\in\mathbb{R}^{[a,b]} איימת \delta>0 קיימת \delta>0 לכל חלוקה המקיימת
                                                                                                      .(\overline{\Sigma}\left(f,\Pi\right)-\underline{\Sigma}\left(f,\Pi\right)<arepsilon מתקיים \lambda\left(\Pi\right)<\delta
                                                                  \omega\left(f,J
ight)=\sup_{x,y\in J}\left(f\left(x
ight)-f\left(y
ight)
ight) אזי חסומה f\in\mathbb{R}^{J} תהא
                au(\lim_{\delta	o 0}\omega\left(f,[x_0-\delta,x_0+\delta]
ight)=0) שויי au(f,[x_0-\delta,x_0+\delta])=0 אזי איי au(f,[x_0-\delta,x_0+\delta])=0 משפט האא au(f,[x_0-\delta,x_0+\delta])=0
```

```
I.(orall I\subseteq J. orall arepsilon>0. \exists \delta> \mathrm{len}\left(I
ight). \omega\left(f,I
ight)<arepsilon
ight) \Longleftrightarrowמשפט וויים אזי שפט אזי f\in\mathbb{R}^J חסומה אזי משפט
                                                                תנודה כוללת של פונקציה חסומה ביחס לחלוקה : תהא לחלוקה חסומה ותהא \Pi חלוקה אזי
                                                                                                                                                                                     .\omega\left(f,\Pi\right)=\sum_{i=1}^{n}\omega\left(f,\left[x_{i-1},x_{i}\right]\right)\Delta x_{i}
                                                                         \omega\left(f,\Pi
ight)=\overline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)-\Sigma\left(f,\Pi
ight) מסקנה הא חסומה ותהא חסומה ותהא f\in\mathbb{R}^{[a,b]} חסומה מסקנה הא
                                                                                                                                  חלוקות \Pi_1 \cup \{p\} = \Pi_2 חסומה ותהיינה f \in \mathbb{R}^{[a,b]} חלוקות למה : תהא
                                                                                                                                                       \overline{\Sigma}(f,\Pi_1) \leq \overline{\Sigma}(f,\Pi_2) + \lambda(\Pi_1)\omega(f,[a,b]) \bullet
                                                                                                                                                      \underline{\Sigma}\left(f,\Pi_{1}\right) \geq \underline{\Sigma}\left(f,\Pi_{2}\right) - \lambda\left(\Pi_{1}\right)\omega\left(f,\left[a,b\right]\right) \bullet
                                                                                                         מסקנה : תהא \Pi_1 \cup \{p_1 ... p_m\} = \Pi_2 חסומה ותהיינה f \in \mathbb{R}^{[a,b]} חלוקות מסקנה : תהא
                                                                                                                                                 .\overline{\Sigma}(f,\Pi_1) < \overline{\Sigma}(f,\Pi_2) + m\lambda(\Pi_1)\omega(f,[a,b]) \bullet
                                                                                                                                                 \Sigma(f,\Pi_1) \geq \Sigma(f,\Pi_2) - m\lambda(\Pi_1)\omega(f,[a,b]) \bullet
                                                               טענה : תהא f\in\mathbb{R}^{[a,b]} חסומה אזי לכל arepsilon>0 קיים \delta>0 לכל \eta חלוקה t\in\mathbb{R}^{[a,b]} מתקיים
                                                                                                                                                                                   \Sigma(f,\Pi) \leq I(f) \leq \Sigma(f,\Pi) + \varepsilon
                                                                                                                                                                                   .\overline{\Sigma}(f,\Pi) > \overline{I}(f) > \overline{\Sigma}(f,\Pi) - \varepsilon
                                                                                                 f\in R\left(\left[a,b
ight]
ight) אזי אזי I\left(f
ight)=\overline{I}\left(f
ight) מסקנה: תהא f\in\mathbb{R}^{\left[a,b
ight]} אחטומה המקיימת
f\in R\left([a,b]
ight) אזי \overline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)-\Sigma\left(f,\Pi
ight)<arepsilon עבורה \Pi עבורה \sigma קיימת חסומה כך שלכל arepsilon>0 אזי היימת חלוקה חסומה בריטריון דרבו משופר \overline{\Sigma}\left(f,\Pi
ight)-\Sigma\left(f,\Pi
ight)<arepsilon
                                                                                                                                                                                                             C([a,b])\subseteq R([a,b]) :משפט
                                                                                                                                                         f \in R\left([a,b]
ight) משפט : תהא f \in \mathbb{R}^{[a,b]} מונוטונית אזי
                                                               f\in R\left([a,b]
ight) אזי f_{
estriction_{[a,b]}}\in R\left([a,b]
ight) עבורה b\in [a,c] אזי חסומה f\in \mathbb{R}^{[a,c]} אזי ימון: תהא
                   f\in R\left([a,c]
ight) אזי אזי f\in R\left([a,b]
ight) אזי אזי אזי (f\in R\left([a,b]
ight) תהא השפט האיז אזי אזי b\in [a,c] אזי אזי
                                                         a, f \in R\left([b,c]
ight) אזי f \in R\left([a,d]
ight) עבורה b < c \in [a,d] אזי חסומה ויהיו f \in \mathbb{R}^{[a,d]}
                                                                   f \in R\left([a,c]
ight) אזי לb \in (a,c) . f \in R\left([a,b]
ight) אזי חסומה המקיימת האא לb \in (a,c) . תהא
                                                                 f \in R\left([a,c]
ight) אזי לb \in (a,c) . f \in R\left([b,c]
ight) חסומה המקיימת f \in \mathbb{R}^{[a,c]} אזי
                                                                                           g\in R\left([a,c]
ight) אזי g\left(x
ight)=egin{cases} y & x=b \ f\left(x
ight) & 	ext{else} \end{cases} נגדיר f\in R\left([a,c]
ight) אזי f\in R\left([a,c]
ight)
                                                                                                                            .f\in R\left([-1,1]
ight) אזי f\left(x
ight)=egin{cases} \sin\left(rac{1}{x}
ight) & x
eq 0 \ 0 & x=0 \end{cases} אזי מסקנה: נגדיר
                                                          f \in R\left([a,b]
ight) אזי למקוטעין או רציפות מונוטוניות חסומה חסומה המקיימת המקיימת מסקנה: תהא
                                                                                                                                      c\in\mathbb{R} וכן H\in C\left(\mathbb{R}
ight) תהא f,g\in R\left(\left[a,b
ight]
ight) וכן
                                                                                                                                                                                                     (f+q), (cf) \in R([a,b]) \bullet
                                                                                                                                                                                    (f \cdot g), (H \circ f), |f| \in R([a, b]) \bullet
           A\subseteq \bigcup (a_i,b_i) עבורם \{(a_i,b_i)\}_{i=0}^\infty קיימים arepsilon>0 קיימים A\subseteq \bigcup (a_i,b_i) עבורם אפסיונה אפסיות לכל אפיימים A\subseteq \mathbb{R} וכן אפסיונה אפסיות אפסיות אפסיות לכל אפיימים ביימים אפיימים אפסיות לכל אפיימים אפסיות לכל אפיימים ביימים אפסיות אפסיות לכל אפיימים ביימים אפיימים אפיימים אפסיות לכל אפיימים אפיימים אפיימים ביימים אפיימים אורים אפיימים אפיימים אפיימים אפיימים אפיימים אפיימים אפיימים אפיימים אורים איימים איימים אפיימים אפיימים אורים איימים אפיימים אורים איימים איימים איימים איימים איימים אורים איימים איימים איימים איימים אורים איימים אורים איימים אורים אורים איימים איימים איימים אורים איימים אורים איימים איימים איימים איימים איימים אורים איימים איימים אורים איימים אי
                                                                                                                                           . טענה A\subseteq\mathbb{R} אזי A ממידה אפס A\subseteq\mathbb{R} אזי A\subseteq\mathbb{R} סענה המקיימת
                                                                 . orall b \in B. orall arepsilon > 0. \exists a \in A. \ |b-a| < arepsilon המקיימת A \subseteq B אזי אוי מוא בפופה תהא
                               \int_{a}^{b}f\left(x
ight)dx=\int_{a}^{b}g\left(x
ight)dx אזי אf_{
ho_{A}}=g_{
ho_{A}} אנה: תהיינה f,g\in R\left(\left[a,b
ight]
ight) עבורן קיימת עבורה צפופה עבורה אזי
                               \int_{a}^{c}f\left(x
ight)dx=\int_{a}^{c}g\left(x
ight)dxאוי איז g\left(x
ight)=egin{cases} y_{i} & x\in\left\{ b_{1}\ldots b_{m}
ight\} \ f\left(x
ight) & 	ext{else} \end{cases} נגדיר f\in R\left(\left[a,c
ight]
ight) אוי איז f\in R\left(\left[a,c
ight]
ight)
```

```
\int_a^b lpha f + eta g = lpha \int_a^b f + eta \int_a^b g אזי lpha, eta \in \mathbb{R} ויהיו f,g \in R\left([a,b]
ight) ההיינה האינטגרנד: תהיינה
                                        \int_a^b f + \int_b^c f = \int_a^c f אזי b \in (a,c) ויהי וf \in R\left([a,c]
ight) תהא האינטגרציה: תהא ויהי
                                                                                                                                                            \int_{a}^{b}f=-\int_{b}^{a}f אזי f\in R\left( \left[ a,b
ight] 
ight) הגדרה : תהא
                                             \int_a^b f\left(x\right)dx\geq 0 אזי f\geq 0 המקיימת f\in R\left([a,b]\right) המשפט חיוביות ההא משפט חיוביות המקיימת f\in R\left([a,b]\right) המקיימות האינטגרל החיינה f,g\in R\left([a,b]\right) המקיימות האינטגרל החיינה f,g\in R\left([a,b]\right) המקיימת האזי f\in R\left([a,b]\right) המקיימת שנה החא f\in R\left([a,b]\right) המקיימת המקיימת החא ווענה החא f\in R\left([a,b]\right)
                                 . \left|\int_a^b f\right| \leq \int_a^b |f| \leq \sup_{[a,b]}\left(|f|\right)(b-a) אזי f \in R\left([a,b]\right) מסקנה : תהא f \in C\left([a,b]\right) אזי אזי f \in C\left([a,b]\right) אזי אזי f \in C\left([a,b]\right) משפט רציפות האינטגרל המסויים : תהא f \in R\left([a,b]\right) נגדיר
                                            עבורו x_0 \in [a,b] אזי קיים 0 \leq g \in R\left([a,b]\right) ותהא ותהא f \in C\left([a,b]\right) אהי איי קיים משפט ערד ביניים ראשון אוי
                                                                                                                                                                             \int_{a}^{b} f(x) g(x) dx = f(x_0) \int_{a}^{b} g(x) dx
                                                                        עבורו x_0 \in [a,b] אזי קיים 0 \leq g \in R\left([a,b]\right) עבורו מונוטונית תהא מונוטונית ותהא
                                                                                                                            \int_{a}^{b} f(x) g(x) dx = f(a) \int_{a}^{x_{0}} g(x) dx + f(b) \int_{x_{0}}^{b} g(x) dx
 מקודת רציפות של f נגדיר ביפות אלי והאינטגרלי: תהא ותהא f \in R\left([a,b]
ight) ותהא המשפט היסודי של החשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי: תהא
                                                                                                                                                                      F'(x_0) = f(x_0) אזי F(x) = \int_0^x f(t) dt
        .\int_a^bf\left(x
ight)dx=F\left(b
ight)-F\left(a
ight) אזי [a,b] אזי f\in R\left([a,b]
ight) ותהא f\in R\left([a,b]
ight) אזי f\in R\left([a,b]
ight) אזי f\in R\left([a,b]
ight) יהיי f\in R\left([a,b]
ight) יהיי f\in R\left([a,b]
ight) אזי f\in R\left([a,b]
ight)
                                                                                                                                                       \|f\|_a^b = f\left(b
ight) - f\left(a
ight)אזי f \in \mathbb{R}^{[a,b]} תהא f \in \mathbb{R}^{[a,b]}
     \int_a^b f'g = [f\cdot g]\,|_a^b - \int_a^b fg' אזי f',g'\in R\left([a,b]
ight) גזירות עבורן f,g\in\mathbb{R}^{[a,b]} אזי היינה בחלקים היינה
                    עבורו x_0\in[a,b] אזי קיים g\in C\left([a,b]\right) ותהא ותהא g\in C\left([a,b]\right) אזי קיים f\in C([a,b]) עבורו f\in C^1((a,b)) אזי קיים \int_a^b f\left(x\right)g\left(x\right)dx=f\left(a\right)\int_a^{x_0}g\left(x\right)dx+f\left(b\right)\int_{x_0}^bg\left(x\right)dx
                              R_{n}\left(x
ight)=rac{1}{n!}\int_{a}^{x}f^{\left(n+1
ight)}\left(t
ight)\left(x-t
ight)^{n}dt טענה פיתוח טיילור P_{n} טביב אזי f\in C^{n+1}\left(\left[a,b
ight]
ight)
\int_a^b f\left(x
ight) dx = \int_lpha^eta f\left(arphi\left(t
ight)
ight) arphi'\left(t
ight) dt אוי אוי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} אוי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} אוי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} אוי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} אוי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} הוהי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת מקמדי פורייה בהינתן גזירות: תהא \sigma_{\alpha}^{(a)=a} ויהי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} אוי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} היהי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} היהי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} המקיימת מקמדי פורייה בהינתן גזירות: תהא \sigma_{\alpha}^{(a)=a} היהי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} היהי \sigma_{\alpha}^{(a)=a} היהי \sigma_{\alpha}^{(a)=a}
                                                         .k!! = \prod_{n=0}^{\left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor - 1} \left( k - 2n \right) אזי k \in \mathbb{N}_+ אזי k \in \mathbb{N}_+ יהי k \in \mathbb{N}_+ אזי k \in \mathbb{N}_+ אזי k \in \mathbb{N}_+ יהי k \in \mathbb{N}_+ אזי k \in \mathbb{N}_+
                                                                        . \lim_{n\to\infty} \frac{{\scriptstyle 2\cdot 2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6...(2n-2)\cdot (2n-2)\cdot 2n}}{{\scriptstyle 1\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 5...(2n-1)\cdot (2n-1)}} = \prod_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n-1}\cdot \frac{2n}{2n+1}\right) = \frac{\pi}{2}:משפט מכפלת ואליס
                                                                                                                                                 אזי f \in \mathbb{R}^I אזי I \subseteq \mathbb{R} אזי אינטגרל רימו לא אמיתי: יהי
                                                . \int_a^\infty f=\lim_{b	o\infty}\int_a^b f אזי \forall b\in[a,\infty) . f\in R\left([a,b]
ight) וכן I=[a,\infty) אזי I=[a,\infty) .
                                \int_{-\infty}^b f = \lim_{a 	o -\infty} \int_a^b f אזיי orall a \in (-\infty,b] . f \in R\left([a,b]
ight) וכן I = (-\infty,b] אזיי I = (-\infty,b]
                             \int_a^b f = \lim_{n \to b^-} \int_a^r fאזי לא חסום מימין : נניח I = [a,b) וכן I = [a,b) אזי •
```

 $R\left(I
ight) = \left\{f \in \mathbb{R}^{I} \;\middle|\;$ סימון: יהי $I \subseteq \mathbb{R}$ אזי $I \subseteq \mathbb{R}$ אזי

הערה: מכאן כל המשפטים יהיו חד צדדים ימינה אך תקפים לכל סוגי הקטעים עם שינויים קלים.

משפט : יהיו $\{\infty\}\cup\{\infty\}$ אזי $\omega,\eta\in\mathbb{R}\cup\{\infty\}$

 $\int_a^\omega \left(\alpha f+\beta g\right)=\alpha\int_a^\omega f+\beta\int_a^\omega g$ אזי מאוי $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ ויהיו ויהיו ויהיינה תהיינה האינטגרד • לינאריות האינטגרד ישריינה ויהיינה ויהיינה ויהיינה ישריינה ויהיינה ויהי

 $\int_a^\omega f=\int_a^c f+\int_c^\omega f$ אזי אזי $c\in(a,\omega)$ ויהי ויהי האינטגרציה האינטגרציה האינטגרציה ויהי לינאריות בתחום האינטגרציה ויהי

. $\int_a^\omega f \geq \int_a^\omega g$ אזי $f \geq g$ המקיימות ההיינה $f,g \in R\left([a,\omega)\right)$ המקיימות החיינה המנוטוניות ההיינה $f,g \in R\left([a,\omega)\right)$ המקיימות המנוטוניות ההיינה $f \in R\left([a,\omega)\right)$ המקיימות המנוטון לייבניץ: תהא $f \in R\left([a,\omega)\right)$ ותהא $f \in R\left([a,\omega)\right)$ עבורו $f \in R\left([a,\omega)\right)$ אזי היינה היינה מיוטון לייבניץ: תהא

 $\int_a^\omega f'g=\lim_{b o\omega}\left[f\cdot g
ight]|_a^b-\int_a^\omega fg'$ אינטגרציה בחלקים בתהיינה $f,g\in\mathbb{R}^{[a,\omega)}$ גזירות עבורן עבורן •

 $\int_a^\omega f=\int_c^\eta f\left(arphi\left(t
ight)
ight)arphi'\left(t
ight)dt$ אוי משתנה: תהא $f\in R\left([a,\omega)^{[c,\eta)}$ ותהא $f\in R\left([a,\omega)^{[c,\eta)}$ המקיימת המקנים שינוי משתנה: תהא $f\in R\left([a,\omega)^{[c,\eta)}\right)$ אוי ווהא $f\in R\left([a,\omega)^{[c,\eta)}\right)$ אוי ווהא $f\in R\left([a,\omega)^{[c,\eta)}\right)$ המקיימת $f\in R\left([a,\omega)^{[c,\eta)}\right)$ אוי ווהא משפט קריטריון קושי להתכנסות אינטגרל לא אמיתי: תהא $A_{1}\left(orall arepsilon>0.\exists B\in\left(a,\omega
ight).orall b_{1},b_{2}\in\left[B,\omega
ight).\left|\int_{b_{1}}^{b_{2}}f
ight|<arepsilon
ight)$ מתכנס

. מתכנס $\forall b \in (a,\omega)$. $f \in R([a,b])$ המקיימת $f \in \mathbb{R}^{[a,\omega]}$ עבורה $f \in \mathbb{R}^{[a,\omega]}$ מתכנס.

. מתכנס אך $\int_a^\omega f$ אינו מתכנס אך אינו $\int_a^\omega |f|$ אינו אבורה $\forall b \in (a,\omega) \, . f \in R \, ([a,b])$ מתכנס אך $f \in \mathbb{R}^{[a,\omega)}$

. טענה החלט אזי $\int_a^\omega f$ מתכנס בהחלט אזי $f\in\mathbb{R}^{[a,\omega)}$ מתכנס בהחלט אזי $f\in\mathbb{R}^{[a,\omega)}$ מתכנס . $\left|\int_a^\omega f
ight|\le \int_a^\omega |f|$ עבורה עבורה $\int_a^\omega f$ מתכנס בהחלט אזי $f\in\mathbb{R}^{[a,\omega)}$

 $F\left(x
ight)=\int_{a}^{x}f\left(t
ight)dt$ ליטענה: תהא $\left(\int_{a}^{\omega}f<\infty
ight)$ אזי $b\in\left(a,\omega
ight).f\in R\left(\left[a,b
ight]
ight)$ המקיימת $0\leq f\in\mathbb{R}^{\left[a,\omega
ight)}$ אזי (a,ω) חסומה על

 $.\left(\int_a^\omega g<\infty\right)\Longrightarrow\left(\int_a^\omega f<\infty\right)$ אזי $\forall b\in(a,\omega)\,.f,g\in R\left([a,b]\right)$ המקיימות $0\leq f\leq g\in\mathbb{R}^{[a,\omega)}$ מסקנה: תהיינה $0\leq f\leq g\in\mathbb{R}^{[a,\omega)}$ המקיימות $0\leq f\leq g\in\mathbb{R}^{[a,\omega)}$ מסקנה: תהיינה $0\leq f\leq g\in\mathbb{R}^{[a,\omega)}$ המקיימות $0\leq f\leq g\in\mathbb{R}^{[a,\omega)}$ $.ig(\int_1^\infty f<\inftyig)\Longleftrightarrowig(\sum_{n=1}^\infty f\left(n
ight)<\inftyig)$ יורדת אזי $0\leq f\in\mathbb{R}^{[1,\infty)}$ משפט ההא

 $\sum_{n=2}^{\infty}f\left(n
ight)\leq\int_{1}^{\infty}f\leq\sum_{n=1}^{\infty}f\left(n
ight)$ טענה: תהא $0\leq f\in\mathbb{R}^{[1,\infty)}$ יורדת אזי

 $\zeta(s)=\sum_{n=1}^\inftyrac{1}{n^s}$ כך $\zeta:(1,\infty) o\mathbb{R}$ פונקציית זטא של רימן: נגדיר

 $\lim_{s \to 1^+} \zeta(s)(s-1) = 1$: טענה

 $\int_a^\omega fg < \infty$ מונוטונית וחסומה אזי $g \in C\left([a,\omega)
ight) \cap R\left([a,\omega)
ight) \cap R\left([a,\omega)
ight)$ משפט אבל: תהא $f\in C^{1}\left([a,\omega)
ight)$ מונוטונית עבורה $G\left(x
ight)=\int_{a}^{x}g$ עבורה עבורה $g\in C\left([a,\omega)
ight)$ משפט דיריכלה משפט דיריכלה משפט דיריכלה אונוטונית עבורה משפט א $\lim_{x\to\infty}fg<\infty$ אזי וו $\lim_{x\to\infty}f(x)=0$

 $-\sqrt{2\pi}n^{n+rac{1}{2}}e^{-n} < n! \le \sqrt{2\pi}n^{n+rac{1}{2}}e^{-n}e^{rac{1}{12n}}$ אזי $n\in\mathbb{N}$ טענה נוסחאת סטירלינג: יהי

 $\lim_{n o\infty}rac{n!e^n}{n^{n+rac{1}{2}}}=\sqrt{2\pi}:$ מסקנה

 $\left(f_{n} \xrightarrow{ ext{pointwise}} g
ight) \Longleftrightarrow \left(orall x \in I. \lim_{n \to \infty} f_{n}\left(x
ight) = g\left(x
ight)
ight)$ אזי $f \in \left(\mathbb{R}^{I}
ight)^{\mathbb{N}}$ ויהי $g \in \mathbb{R}^{I}$ אזי קטע מוכלל תהא

 $.\left(f_n \xrightarrow{\text{p.w.}} f\right) \Longleftrightarrow \left(f_n \xrightarrow{\text{pointwise}} f\right):$ סימון

טענה : תהא $f \in \mathbb{R}^I$ ותהא ותהא $f \in \mathbb{R}^I$ מתכנסת נקודתית אל

- $(\forall n \in \mathbb{N}. f_n \in C(I)) \implies (f \in C(I)):$ רציפות •
- $.(\forall n\in\mathbb{N}.f_{n}\in R\left(I\right))\implies\left(f\in R\left(I\right)\right):$ אינטגרביליות רימן
- $-(\lim_{n o\infty}\int_I f_n=L)
 otimes (\int_I f=L)$ אזי אזי $f\in R(I)$ אזי נניח ינניח ינניח יאינטגרל אזי יאיי יאיי אזי יאיי
- $\left(\lim_{n\to\infty}f_n'\left(x
 ight)=L
 ight)$ בגזרת: יהי ולכל $x\in I$ מתקיים מתקיים מתקיים $x\in I$ מניח גזירה ולכל יהי נניח א

$$\begin{split} (f_n \xrightarrow{\text{uniform}} g) & \Longleftrightarrow \left(\lim_{n \to \infty} \sup_{x \in I} |f_n\left(x\right) - f\left(x\right)| = 0 \right) \text{ אוי } f \in (\mathbb{R}^I)^{\mathbb{N}} \text{ nin } g \in \mathbb{R}^I \text{ nin } g \in \mathbb{$$