```
. חבורה אבלית (R,+)
                                                             (a*b)*c=a*(b*c) מתקיים a,b,c\in R לכל לכל . \bullet
                                                     a*(b+c)=(a*b)+(a*c) מתקיים a,b,c\in R סכל לכל - חוג הפילוג משמאל:
                                                      a,b,c\in R מתקיים (b+c) a=(b*a)+(c*a) מתקיים a,b,c\in R מימין: לכל
                                                                      0_R=e אזי אוי (R,+,*) איבר היחידה של (R,+,*) אזי
                                                         a,b \in R לכל a*b=b*a המקיים (R,+,*) חוג אבלי/קומוטטיבי/חילופי:
                                                            m \neq 0_R וכן m וכן איבר יחידה עבעל איבר (R, +, *) עבורו
                                                                    A_R=m אזי (R,*) איבר היחידה של איבר (R,+,*) אזי (R,+,*)
                                                                . אזי בעל חוג אבלי וכן חוג אבלי חוג אבלי אזי \mathbb{Z}_n אזי חוג אבלי יחידה מענה: יהי n\in\mathbb{N}
                                                 . סענה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה ויהי n\in\mathbb{N}_+ אזי n\in\mathbb{N}_+ חוג אבלי בעל יחידה R
                                                      . סענה: יחיג אבלי בעל יחידה אזי \langle R[x], +,  קונבולוציה אזי בעל יחידה אבלי בעל יחידה אזי R
                                         ab=0 מתקיים ab=0 מתקיים a,b\in R עבורו לכל עבורו לכל
                                                                   . תחום שלמות R\left[x_1\dots x_n\right] אזי n\in\mathbb{N}_+ יהי שלמות שלמות היהי אזי יהי
                                                        R^{\times}=\{a\in R\mid \exists h\in R. ah=ha=1\} הגדרה: יהי חוג אבלי בעל יחידה אזי
                                                                                        למה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה אזי (R^{\times},*) חבורה.
                                                                                      (R[x])^{\times}=R^{	imes} טענה: יהי R חוג אבלי בעל יחידה אזי
                                                                                         \mathbb{F}^	imes = \mathbb{F}ackslash \{0\} המקיים \mathbb{F} העלי בעל אבלי בעל יחידה
                         \sim_{	ext{Frac}} = \left\{ \left( \left( a,b 
ight), \left( c,d 
ight) 
ight) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight)^2 \mid ad = bc 
ight\} אזי איני R 
eq \{ (a,b), (c,d) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight)^2 \mid ad = bc 
ight\} אזי היי R = \{ (a,b), (c,d) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight) 
ight\} אזי היי R = \{ (a,b), (c,d) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight) 
ight\} אזי היי R = \{ (a,b), (c,d) \in \left( R 	imes \left( R ackslash \left\{ 0 
ight\} 
ight) 
ight) 
ight\}
                                                                        .Frac (R)={}^R\!\!/\!\!\!\sim_{\scriptscriptstyle{	ext{Prac}}} אזי R
eq\{0\} איזי שלמות באשר תחום שלמות באשר
[(a,b)]_{	ext{Frac}}+[(c,d)]_{	ext{Frac}}=[(ad+cb,bd)]_{	ext{Frac}} אזי (a,b)\,,(c,d)\in R	imes (R\setminus\{0\}) ויהיו R
eq\{0\} ויהיו הגדרה: יהי
                                                                                                      [(a,b)]_{\text{Frac}} \cdot [(c,d)]_{\text{Frac}} = [(ac,bd)]_{\text{Frac}} וכן
                                                              שדה. Frac (R) אזי אזי R \neq \{0\} שדה. תחום שלמות באשר יהי
                                                                                                      . עענה: יהי \mathbb{K} שדה אזי \mathbb{K}[x] תחום שלמות
                                                                                   \mathbb{K}\left(x
ight)=\operatorname{Frac}\left(\mathbb{K}\left[x
ight]
ight) שדה אזי שדה איי רציונליות: יהי
                                                                                                             מסקנה: יהי \mathbb{K} שדה אזי (x) שדה.
                                                                          המקיימת 
u:R	o S חוגים אזי R,S המקיימת הומומורפיזם בין חוגים: יהיו
                                                                            .
u\left(ab
ight)=
u\left(a
ight)
u\left(b
ight) מתקיים a,b\in R לכל •
                                                                   .
u\left(a+b
ight)=
u\left(a
ight)+
u\left(b
ight) מתקיים a,b\in R לכל •
                                                           \operatorname{ker}(
u) = 
u^{-1}\left[\{0\}
ight] אזי R,S הומומורפיזם אזי ויהיR,S הוגים ויהי
                                                           למה: יהיו (
u), \operatorname{Im}(
u) אזי (
u) חוגים. 
u:R \to S חוגים ויהי (
u)
                                            (\ker(\nu)=0) חוגים ויהיR,S חוגים ויהי \nu:R\to S הומומורפיזם איז וויהי
                                             למה: יהיו R,S חוגים ויהיR 	o S 	o L הומומורפיזם אזי (ע אפימורפיזם) למה:
                                                                                               R \simeq S חוגים איזומורפיים אזי R,S חוגים איזומורפיים
                    למה: יהיו R,S חוגים ויהי \nu:R \to S הומומורפיזם אזי (ע איזומורפיזם וכן ע אפימורפיזם וכן \nu:R \to S הומומורפיזם).
                                                                   I+I\subseteq I וכן I\cdot R\subseteq I המקיימת וכן I\cdot R\subseteq I וכן אזי אבלי אזי
                                                                            I(I,+)<(R,+) טענה: יהי I\subset R חוג אבלי ויהי
                                                                  . אידאל \ker\left(\nu\right) אידאל אזי \nu:R	o S חוגים ויהי חוגים ויהי אידאל.
                                     I\subseteq\{\{0\},R\} משפט: יהי I\subseteq R מתקיים שדה) מדור אזי (I\in\{\{0\},R\} מתקיים ווג אבלי בעל יחידה אזי (לכל אידאל
                                                    (
u=0)ע מונומורפיזם אזי שדות ויהי \mathbb{F} 	o \mathbb{K} הומומורפיזם אזי 
u:\mathbb{F} 	o \mathbb{K} שדות ויהי
                                                                  R/I = \{a+I \mid a \in R\} אידאל אזי I \subseteq R ווהי חוג אבלי ויהי חוג אבלי ויהי
a(ab)+I=(cd)+I אזי b+I=d+I וכן a+I=c+I אזי a,b,c,d\in R אידאל ויהיו A אידאל ויהיו A איזי A
                                            A(a+I) (b+I)=(ab)+I אזי A,b\in R אידאל ויהיו אבלי יהי I\subseteq R חוג אבלי יהי
                                                                     משפט חוג מנה: יהי R/I חוג אבלי ויהי ויהי I\subseteq R חוג אבלי.
  \ker(p)=I טענה: יהי p הינו אפימורפיזם חוגים וכן p:R	o R/I כך אידאל ונגדיר וכן אידאל I\subseteq R הינו אפימורפיזם חוגים וכן
```

חוג: תהא R קבוצה ותהיינה *,+ פעולות בינאריות אזי R המקיים

```
R/\mathrm{ker}(
u)\simeq\mathrm{Im}\left(
u
ight) אזי חוגים אזי 
u:R	o S חוגים ויהי תוגים ויהי
                                                                     I 
eq R אידאל אמיתי: יהיI \subseteq R אידאל אוי אוי אבלי בעל אבלי אבלי אבלי יהי
                                                                (I\cap R^{\times}=\varnothing)אזי (ווא אמיתי) אויהי ויהי אבלי בעל יחידה ויהי חוג אבלי בעל יחידה ויהי
               S(S)=\{\sum_{i=1}^n r_i s_i \mid (n\in\mathbb{N}_+) \land (r\in R^n) \land (s\in S^n)\} איז איזאל נוצר: יהי S\subseteq R חוג אבלי בעל יחידה ותהא
                                                                                     . טענה: יהי S\subseteq R אזי ותהא אבלי בעל יחידה חוג אבלי אוי מיענה: יהי חוג אבלי אבלי אוי
                                                          I=(a) המקיים a\in R עבורו קיים I\subseteq R אידאל אזי אבלי אזי אבלי אזי יהי
                (a\in I)\lor(b\in I) מתקיים ab\in I מתקיימים a,b\in R עבורו לכל I\subseteq R עבורו איז אידאל אזי יהי A חוג אבלי אזי אידאל איז אידאל איז אידאל ועבורו לכל
                                         J\subseteq J אידאל מקסימלי: יהי R חוג אבלי אזי אידאל I\subseteq R עבורו לכל אידאל אוז אבלי ההי חוג אבלי אידאל
                                                                                              אידאל אזי I\subseteq R משפט: יהי אבלי אבלי אבלי חוג אבלי יהי
                                                                                                           .(תחום שלמות) אידאל ראשוני)\Longrightarrow (אידאל ראשוני) •
                                                                                                                   שדה). אידאל מקסימלי)\Longrightarrow(ו אידאל I) •
                                                              . ראשי: חוג אבלי בעל יחידה I\subseteq R עבורו לכל אידאל עבור בעל יחידה I\subseteq R מתקיים כי
    a,b\in R^{	imes} עבורו לכל a,b\in R^{	imes} מתקיים a,b\in R מתקיים איז a,b\in R^{	imes} עבורו לכל a,b\in R^{	imes} מתקיים אבלי בעל יחידה אזי
                                                                                                                                             משפט: יהי 🏿 שדה אזי
                                                                                                                                          תחום ראשי. \mathbb{K}[x]
                                                            (\mathbb{K}[x] אי־פריק ב־f) איי ראשוני) איי מקסימלי) מקסימלי) איי איי f \in \mathbb{K}[x] איי יהי
                   Aבורש I\subseteq M עבורו אבלי מקסימלי אידאל אזי קיים אידאל ויהי ויהי אבלי בעל יחידה ויהי חוג אבלי אידאל אזי אידאל אזי אידאל אזי דורש
    \gcd(f_1\dots f_n)=d וכן מתוקן אזי d)=(f_1\dots f_n) באשר באשר היהיו שדה ויהיו \mathbb{K} שדה ויהיו שדה f_1\dots f_n, d\in\mathbb{K} וכן מתוקן אזי
משפט חלוקה עם שארית: יהי R חוג אבלי בעל יחידה ויהיו f,g\in R\left[x
ight] באשר המקדם המוביל של p הפיך אזי קיימים ויחידים
                                                                                                 f = qg + r וכן \deg(r) < \deg(g) באשר q, r \in R[x]
                                                                             \gcd(f,g)=1 המקיימים f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight] שדה אזי \mathbb{F} שדה אזי f,g\in\mathbb{F}\left[x
ight]
                                                            \gcd(a_1\dots a_n)=1 המקיים \sum_{i=0}^n a_i x^i אזי a_0\dots a_n\in\mathbb{Z} היים פרימיטיבי: יהיו
 f=(rg)\,(sh) וכן sh,rg\in\mathbb{Z}\,[x] המקיימים r,s\in\mathbb{Q} האי קיימים g,h\in\mathbb{Q}\,[x] ויהיו f\in\mathbb{Z}\,[x]\setminus\{0\} ויהיו
                                                d\in\mathbb{Z}\left[x
ight] מסקנה גאוס: יהי d\in\mathbb{Z}\left[x
ight] מתוקן ויהי d\in\mathbb{Q}\left[x
ight] אי־פריק מתוקן באשר f\in\mathbb{Z}\left[x
ight]
                                                       \mathbb{Q}[x] וכן \mathbb{Q}[x] וכן \mathbb{Q}[x] אייפריק מעל אי־פריק (אי־פריק) אייפריק אייפריק וכן f
טענה קריטריון אייזנשטיין: יהיו a_0\ldots a_n\in\mathbb{Z} ויהי ויהי p^2\nmid a_0 וכן i< n לכל וכן p\nmid a_n ויהי ויהי ויהי a_0\ldots a_n\in\mathbb{Z} אי־פריק
                                                                                                                                                             \mathbb{Q}[x] מעל
                                                             a\in\mathbb{K} אזי lpha\in\mathbb{K} המקיים lpha\in\mathbb{K} שדה ויהי f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\} אזי שדה מקיים lpha\in\mathbb{K}
                                                                 \mathrm{sols}_{\mathbb{K}}\left(f
ight)=\left\{lpha\in\mathbb{K}\mid f\left(lpha
ight)=0
ight\} אזי f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\left\{0
ight\} שדה ויהי
                                                   ((x-lpha)\,|f) \Longleftrightarrow (lpha\in\mathrm{sols}_{\mathbb{K}}\,(f)) אזי lpha\in\mathbb{K} ויהי f\in\mathbb{K}\,[x] יהי שדה יהי
                                                                                |\operatorname{sols}_{\mathbb{K}}\left(f
ight)| \leq \deg\left(f
ight) אזי f \in \mathbb{K}\left[x
ight] \setminus \{0\} מסקנה: יהי \mathbb{K} שדה ויהי
                                                       (x-lpha)^2
mid f המקיים lpha\in\operatorname{sols}_{\mathbb{K}}(f) אזי f\in\mathbb{K}[x]\setminus\{0\} המקיים \mathbb{K} שורש פשוט: יהי
                                                       (x-lpha)^2\,|f המקיים lpha\in\mathrm{sols}_{\mathbb{K}}\,(f) אזי f\in\mathbb{K}\,[x]\setminus\{0\} המקיים שרה ויהי
                                        .(\sum_{i=0}^n a_i x^i)' = \sum_{i=1}^n a_i x^{i-1} אזי a_0 \dots a_n \in \mathbb{K} ויהיו n \in \mathbb{N} יהי שדה יהי \mathbb{K} שדה יהי
                                      (\gcd(f,f')=1)אזי (כל השורשים של f הם פשוטים) אזי (f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\} אזי ויהי \mathbb{K} שדה ויהי
                                                                                                                                 \mathbb{F}_p=\mathbb{Z}_p אזי p\in\mathbb{P} סימון: יהי
                                                                                                    \mathbb{K} \subseteq \mathbb{L} שדה אזי שדה \mathbb{L} המקיים אוי שדה \mathbb{K} יהי
                                                                                                \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי אזי \mathbb{K} אזי \mathbb{K} אזי \mathbb{K} שדות באשר באשר \mathbb{K}
                                                                             . כאובייקט \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי נתייחס לביטוי \mathbb{K},\mathbb{L} כאובייקט \mathbb{K},\mathbb{L} יהיו
   .
u_{\mathbb{F}}=\mathrm{Id}_{\mathbb{F}} המקיים 
u:\mathbb{K}/\mathbb{F}	o\mathbb{L}/\mathbb{F} שדות באשר \mathbb{K}/\mathbb{F} הרחבה וכן הרחבה אזי שיכון \mathbb{K},\mathbb{F},\mathbb{L} המקיים \mathbb{K}
                                                                                            \mathbb{K} \subset \mathbb{F} שדה פשוט: שדה \mathbb{K} עבורו לא קיים שדה עבורו א
                                                                                                טענה: יהי \mathbb{F} שדה אזי \mathbb{K} שדה \mathbb{K} שדה פשוט.
                                                                                                   \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} שדה אזי קיים ויחיד שדה פשוט \mathbb{F} מסקנה: יהי
                                                                                            \mathbb{P}(\mathbb{F} \simeq \mathbb{Q}) \vee (\exists p \in \mathbb{P}.\mathbb{F} \simeq \mathbb{F}_p) משפט: יהי \mathbb{F} שדה פשוט אזי
```

. חוגים אזי $R/\ker(
u)$ חוגים חוגים חוגים u:R o S חוגים ויהי רביז חוגים חוגים חוגים חוגים ויהי

```
\langle f_lpha
angle=0 בור lpha וכן lpha וחיד פולינום מינימלי lpha\in\mathbb{K}[x] אלגברי מעל איז קיים ויחיד פולינום מינימלי lpha\in\mathbb{K}[x] אבגברי מעל
                                                                                                                                                       \{f \in \mathbb{K}[x] \mid f(\alpha) = 0\}
                                                       f_lpha הינו של החבה המינימלי אזי הפולינום מעל אזי היהי אלגברי מעל lpha\in\mathbb{L} הרחבה ויהי lpha\in\mathbb{L}
                                                                                    . אי־פריק f_{\alpha} אזי מעל \mathbb{K} אלגברי היי הרחבה הרחבה \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי מסקנה: תהא
 \mathbb{F}/\mathbb{K} אזי lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F} וכן \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} וכן המקיים \mathbb{F}\subseteq\mathbb{L} הרחבה המינימלי המחבה נוצרת: תהא
                   \mathbb{K}\left(lpha_1\ldotslpha_n
ight)=\mathbb{F} אזי lpha_1\ldotslpha_n אזי שימון: תהא \mathbb{F}/\mathbb{K} הרחבה lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{L} אזי מימון: תהא
                                                                                                                                    \mathbb{Q}(\sqrt{2},\sqrt{3})=\mathbb{Q}(\sqrt{2}+\sqrt{3}) טענה:
                                                                                                              \mathbb{K}\left(lpha
ight)/\mathbb{K} אזי lpha\in\mathbb{L} ויהי \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי תהא
                                                                                             משפט מבנה של הרחבה פשוטה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי משפט מבנה של הרחבה משוטה:
                                                                                                    \mathbb{K}(\alpha)/\mathbb{K} \simeq \mathbb{K}(x)/\mathbb{K} אז אז \alpha טרנסצנדנטי מעל \alpha אם \alpha
                                                                                                     \mathbb{K}(\alpha)/\mathbb{K}\simeq \left(\mathbb{K}^{[x]}/\langle f_{lpha}
ight)/\mathbb{K} אז א אלגברי מעל lpha אם lpha

u:\mathbb{K}\left(lpha
ight)/\mathbb{K}	o\mathbb{K}\left(eta
ight)/\mathbb{K} שדה יהי \emptyset שדה יהי \emptyset אי־פריק ויהיו lpha,eta\in\mathbb{K} שורשים של \emptyset אזי קיים איזומורפיזם \emptyset
                                                                                                                                                                   .\nu\left(\alpha\right)=\beta באשר
     f(lpha_1\ldotslpha_n)=eta המקיים f\in\mathbb{K}\left[x_1\ldots x_n
ight] אזי קיים eta\in\mathbb{K}\left(lpha_1\ldotslpha_n
ight) הרחבה יהיו lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{L} ויהי
                                                                                                      \mathbb{L}/\mathbb{K} טענה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אזי הינו מרחב וקטורי מעל
                                                                                                      \mathbb{L}:\mathbb{K}=\dim_{\mathbb{K}}\left(\mathbb{L}
ight) הרחבה אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} תהא
                                                                                                                \mathbb{L}:\mathbb{K}]<\infty המקיימת הרחבה בחבה הרחבה הרחבה הרחבה הרחבה
                                                                   \mathbb{L}[\mathbb{K}\left(lpha
ight):\mathbb{K}]=\deg\left(f_{lpha}
ight) אזי מענה: תהא lpha\in\mathbb{L} הרחבה ויהי lpha\in\mathbb{L}
                                                                                                           \mathbb{F}_p\subseteq\mathbb{K} טענה: יהי p\in\mathbb{P} שדה סופי אזי קיים שדה עבורו
                                                                                  \|\mathbb{K}\|=p^n עבורם n\in\mathbb{N} וקיים וקיים אזי קיים אזי סופי אזי שדה סופי אזי יהי
                                                   [\mathbb{F}:\mathbb{K}]=[\mathbb{F}:\mathbb{L}]\cdot[\mathbb{L}:\mathbb{K}] משפט מולטיפליקטיביות של דרגה: תהיינה \mathbb{F}/\mathbb{L},\mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבות אזי
    . (קיים שדה \mathbb{F}/\mathbb{K} וכן \alpha\in\mathbb{F} הרחבה סופית). איז (\alpha\in\mathbb{E} אזי (\alpha\in\mathbb{E} אזי (\alpha\in\mathbb{E} אזי (\alpha\in\mathbb{E} אזי (\alpha\in\mathbb{E} אזי (\alpha\in\mathbb{E} אזי (\alpha\in\mathbb{E} הרחבה סופית).
הרחבה \mathbb{F}/\mathbb{K} וכן lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{F} המקיים שדה \mathbb{F}\subseteq\mathbb{L} המקיים מעל אזי אלגבריים מעל lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{L} הרחבה ויהיו
                                                                                 מסקנה: תהיינה \mathbb{F}/\mathbb{L}, \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אלגבריות אזי \mathbb{F}/\mathbb{L}, \mathbb{L}/\mathbb{K}
                                                                        \overline{\mathbb{K}_{\mathbb{L}}}=\{lpha\in\mathbb{L}\mid\mathbb{K} סגור אלגברי מעל lpha\} הרחבה אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} תהא
                                                                                                                                 מסקנה: תהא \mathbb{K}_{\mathbb{L}} הרחבה אזי שדה.
                                      f\left(lpha
ight)=0 המקיים lpha\in\mathbb{K} המקיים לפברית: שדה lpha\in\mathbb{K} עבורו לכל f\in\mathbb{K}\left[x
ight] באשר באשר
                                                                                   הרחבה סגורה אלגברית: הרחבה אלגברית \mathbb{L}/\mathbb{K} באשר ש סגור אלגברית:
         a_0, f=lpha_0\cdot\prod_{i=1}^n(x-lpha_i) אזי קיימים lpha_0,lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{K} אזי קיימים אזי קיימים f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\} המקיימים
                                    . הרחבה סגורה אלגברית ויהי \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} המקיים \mathbb{K}\subseteq\mathbb{F} הרחבה סגורה אלגברית ויהי שענה: תהא
                                                                                \mathbb{L}=\mathbb{K} אזי אלגברית אלגברית ותהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אלגברית אזי \mathbb{K}
```

מציין של שדה: יהי \mathbb{F} שדה ויהי $\mathbb{K} \subseteq \mathbb{F}$ שדה פשוט אזי

.char $(\mathbb{F})=p$ אז $\mathbb{K}\simeq\mathbb{F}_p$ עבורו $p\in\mathbb{P}$ אם קיים •

.char $(\mathbb{F})\cdot a=0$ מתקיים $a\in\mathbb{F}$ אזי לכל char $(\mathbb{F})>0$ שדה המקיים

 \mathbb{K} אלגברי מעל lpha כי מתקיים מתקיים לכל עבורה לכל עבורה הרחבה הרחבה הרחבה אלגברית:

. מונומורפיזם Fr_p יהי הבי $\mathrm{char}\left(\mathbb{K}\right)=p$ שדה המקיים שדה אזי ויהי $p\in\mathbb{P}$ מונומורפיזם יהי

 ${
m Kr}_p\left(a
ight)=a^p$ כך ${
m Kr}_p:\mathbb{K} o\mathbb{K}$ כגדיר איי נגדיר איי ברובניוס: יהי $p\in\mathbb{F}$ ויהי $p\in\mathbb{F}$ שדה המקיים רובניוס

. $\mathbb K$ אינו אלגברי מעל שדה: תהא $\mathbb L/\mathbb K$ הרחבת שדות אזי $lpha\in\mathbb L$ באשר א אינו אלגברי מעל

.sols $\left(ax^2+bx+c\right)=\left\{rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}
ight\}$ אזי a
eq 0 באשר $a,b,c\in\mathbb{F}$ ויהיו $a,b,c\in\mathbb{F}$ ויהיו $a,b,c\in\mathbb{F}$ ויהיו $a,b,c\in\mathbb{F}$ איבר אלגברי מעל שדה: תהא $a,b,c\in\mathbb{F}$ הרחבת שדות אזי $a,b,c\in\mathbb{F}$ עבורו קיים $a,b,c\in\mathbb{F}$ המקיים $a,b,c\in\mathbb{F}$ איבר אלגברי מעל שדה: תהא $a,b,c\in\mathbb{F}$ הרחבת שדות אזי $a,b,c\in\mathbb{F}$ עבורו קיים

בעל דרגה $f\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\}$ אזי פולינום מתוקן אזי בר אלגברי: תהא $\alpha\in\mathbb{L}$ הרחבה ויהי בר אלגברי מעל אזי פולינום מינימלי של איבר אלגברי: תהא

.char $(\mathbb{F})=0$ אז $\mathbb{K}\simeq\mathbb{Q}$ אם •

.טענה: \mathbb{C}/\mathbb{R} הרחבה אלגברית

 $f(\alpha) = 0$ מינימלית המקיים

 $sols_{\mathbb{L}}(f)
eqarnothing$ באשר $f\in\mathbb{K}\left[x
ight]$ אזי קיימת הרחבה סופית \mathbb{L}/\mathbb{K} המקיימת $f\in\mathbb{K}\left[x
ight]$ באשר המוני ויהי

f= המקיימים $lpha_0,lpha_1\ldotslpha_n\in\mathbb{L}$ עבורה קיימים עבורה אזי קיימת הרחבה אזי קיימת הרחבה אזי אזי קיימת הרחבה סופית למה: יהי $.\alpha_0 \cdot \prod_{i=1}^n (x - \alpha_i)$

 המקיימת $lpha\in M_{m imes(n+1)}\left(\mathbb{L}
ight)$ עבורה קיימת \mathbb{L}/\mathbb{K} אזי קיימת הרחבה אזי קיימת הרחבה $f_1\dots f_m\in\mathbb{K}\left[x
ight]\setminus\{0\}$ המקיימת $j \in [m]$ לכל $f_j = \alpha_{j,1} \cdot \prod_{i=1}^n (x - \alpha_{j,i+1})$

 \mathbb{L}/\mathbb{K} משפט: יהי au שדה תהא $au \in \mathcal{T}$ אזי קיימת הרחבה אלגברית באשר לכל לכל לכל לכל לכל $\deg(f_{ au}) \geq 1$ באשר ל $f_{ au} \in \mathbb{K}$ באשר לכל אזי קיימת הרחבה אלגברית $. au \in \mathcal{T}$ לכל sols $_{\mathbb{L}}\left(f_{ au}
ight)
eq arnothing$ המקיימת

 \mathbb{L}/\mathbb{K} שדה אזי קיימת הרחבה סגורה אלגברית שפט: יהי \mathbb{K}

משפט שטייניץ: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אלגברית יהי \mathbb{F} שדה סגור אלגברית ויהי $\mathbb{E} \to \mathbb{F}$ מונומורפיזם אזי קיים מונומורפיזם $\Phi_{
estriction_{\mathbb{K}}}=
u$ המקיים $\Phi:\mathbb{L} o\mathbb{F}$

 $\mathbb{F}\simeq\mathbb{L}$ אזי אלגברית סגורות הרחבות הרחבות $\mathbb{F}/\mathbb{K},\mathbb{L}/\mathbb{K}$ מסקנה: תהיינה

 $\overline{\mathbb{K}}=\mathbb{L}$ אזי אלגברית אזי \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה סגורה אלגברית אזי \mathbb{K}

 $L/\mathbb{K} o \overline{\mathbb{K}}/\mathbb{K}$ מסקנה: תהא \mathbb{L}/\mathbb{K} הרחבה אלגברית אזי קיים מונומורפיזם

 $\deg\left(a
ight)=\pi$ אזי $\gcd\left(f,g
ight)=1$ וכן $a=rac{f}{g}$ באשר באשר $f,g\in\mathbb{K}\left[x
ight]$ ויהיו $a\in\mathbb{K}\left(x
ight)$ שדה תהא $\max \{ \deg(f), \deg(g) \}$

משפט: יהי $\mathbb{K}\left(x\right)/\mathbb{K}\left(a\right)$ וכן $\mathbb{K}\left(a\right)$ וכן מדרגה אלגברית מדרגה באשר $a\in\mathbb{K}\left(a\right)\geq1$ באשר באשר $a\in\mathbb{K}\left(a\right)$ $\deg(a)$

.($a=rac{lpha x+eta}{\gamma x+\delta}$ וכן $lpha \delta-eta\gamma
eq 0$ המקיימים $lpha,eta,\gamma,\delta\in\mathbb{K}$ וכן (lpha) אזי (lpha) וכן lpha

.Aut $(\mathbb{K}\,(x))=\left\{rac{\alpha x+\beta}{\gamma x+\delta}\;\middle|\; (\alpha,\beta,\gamma,\delta\in\mathbb{K})\wedge(\alpha\delta-\beta\gamma\neq0)
ight\}$ שדה אזי שדה אזי .deg $(a)=\deg\left(arphi\left(a
ight)
ight)$ אזי $a\in\mathbb{K}\,(x)$ ויהי $arphi\in\mathrm{Aut}\left(\mathbb{K}\,(x)
ight)$ שדה יהי arphi שדה יהי $arphi\in\mathrm{Aut}\left(\mathbb{K}\,(x)
ight)$

משפט לורות: ???