קשירות	קומפקטי	הפרדה	מניה	טופולוגיה
מסילתית מסילתית מקומית	קומפקטי מקומית	T_4	П	\mathbb{R}^n
קשיר	-	T_2	П	\mathbb{R}_{K}
?	?	T_1	?	זריצקי
מסילתית מסילתית מקומית	קומפקטי קומפקטי סדרתית	T_1	ספרבילי לינדלוף	קו־סופי
קשיר קשיר מקומית	-	T_1	לינדלוף	קו־בת־מנייה
-	-	T_4	מניה ו ספרבילי לינדלוף	$\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$
מסילתית מסילתית מקומית	-	T_4	ספרבילי לינדלוף	\mathbb{R}/\mathbb{Z}
מסילתית מסילתית מקומית	-	T_4	П	R ^ℵ 0
קשיר	-	T_4	П	sin טופולוגי
קשיר קשיר מקומית	קומפקטי קומפקטי סדרתית	T_4	מניה I לינדלוף	מילוני $[0,1]^2$
מסילתית מסילתית מקומית	קומפקטי מקומית	T_0	מניה I ספרבילי	נקודה ייחודית
מסילתית מסילתית מקומית	קומפקטי מקומית	נורמלי+ T_0	מניה II	קרניים הולכות לאינסוף
מסילתית מסילתית מקומית	-	T_3	מניה I ספרבילי	מישור של מור
קשיר קשיר מקומית מסילתית מסילתית מקומית	קומפקטי מקומית קומפקטי סדרתית	T_4	I	הישר הארוך

$\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X ight)$ המקיימת קבוצה אזי תהא $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X ight)$

- $X, \emptyset \in \mathcal{T} \bullet$
- $U \in \mathcal{T}$ אזי $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{T}$. $U \in \mathcal{U}$.
- $\cap_{i=1}^n U_i \in \mathcal{T}$ איי $\{U_i\}_{i=1}^n \subseteq \mathcal{T}$ תהיינה \bullet
- (X,\mathcal{T}) אזי א איי טופולוגיה על טופולוגיה על $\mathcal{T}\subseteq\mathcal{P}\left(X
 ight)$ מרחב טופולוגיה על איי תהא $U\in\mathcal{T}$ המקיימת $U\subseteq X$ אזי אוי מרחב מרחב: יהי (X,\mathcal{T}) המקיימת
- $X \setminus E \in \mathcal{T}$ המקיימת $E \subseteq X$ מרחב טופולוגי אזי מרחב המקיימת מורה: יהי \mathcal{T} טענה: תהא $\forall \mathcal{U} \subseteq \mathcal{T}. (\bigcup \mathcal{U} \in \mathcal{T})$ וכן $X, \varnothing \in \mathcal{T}$ עבורה $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}(X)$ אזי איי $(U \cap V \in \mathcal{T}$ מתקיים $U, V \in \mathcal{T}$ טופולוגיה)
 - $\{X,\varnothing\}$ הטופולוגיה הטריוואלית: תהא קבוצה אזי איי
 - $\mathcal{P}\left(X\right)$ אזי קבוצה X קבוצה אזי הטופולוגיה הבדידה/הדיסקרטית: הטופולוגיה המושרית ממרחב מטרי: יהי ($X,\,
 ho$) מרחב מטרי אזי
 - $.\mathcal{T}\left(X,\rho\right)=\left\{ U\subseteq X\mid\forall x\in U.\exists r>0.B_{T}\left(x\right)\subseteq U\right\}$
- טופולוגיה מטריזבילית: מרחב טופולוגי ($X,\,\mathcal{T}_X$) עבורו קיים ($X,\,\mathcal{T}_X$) מרחב מטרי מטריזבילית:
 - $\{A\subset X\mid |X\backslash A|<leph_0\}\cup\{\varnothing\}$ הטופולוגיה הקו־סופית: תהא הקו
 - איי $\mathcal{C}=\{E\subseteq X\mid Xackslash E\in\mathcal{T}\}$ איי משפט: יהי יהי משפט: יהי מייט ויהי

 - $\cap_{\alpha\in\Lambda} E_{\alpha}\in\mathcal{C}$ אזיי $\{E\}_{\alpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{C}$ תהיינה •

 - $\bigcup_{i=1}^n E_i \in \mathcal{C}$ איי $\{E_i\}_{i=1}^n \subseteq \mathcal{C}$ תהיינה \bullet בסיס לטופולוגיה: תהא X קבוצה אזי לטופולוגיה: מקיימת
- אזיי $x\in B_1\cap B_2$ ותהא $B_1\cap B_2
 eq\varnothing$ עבורן אזיי אנה $B_1,B_2\in\mathcal{B}$ אזיי תהיינה $.B_3\subseteq B_1\cap B_2$ וכן $x\in B_3$ עבורה $B_3\in \mathcal{B}$ קיימת קיימת
 - הטופולוגיה הנוצרת מבסיס: תהא X קבוצה ויהי מב $\mathcal{B}\subseteq\mathcal{P}\left(X
 ight)$ בסיס אזי
 - $.\mathcal{T}\left(\mathcal{B}\right) = \left\{U \subseteq X \mid \forall x \in U. \exists B \in \mathcal{B}. \left(x \in B\right) \land \left(B \subseteq U\right)\right\}$
 - X טופולוגיה על $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}
 ight)$ בסיס אזי בסיס וופולוגיה על א קבוצה ויהי וכן $\mathcal{B}_{\mathsf{Sorg}} = \{[a,b) \mid a < b\}$ וכן $\mathcal{B}_E = \{(a,b) \mid a < b\}$ וכן
 - $\mathcal{B}_K = \mathcal{B}_E \cup \left\{ (a, b) \setminus \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}_+ \right\} \mid a < b \right\}$ \mathbb{R} טענה: \mathcal{B}_E , $\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}}$, \mathcal{B}_K בסיסים של
 - $\mathbb{R}=(\mathbb{R},\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{E}
 ight))$:הטופולוגיה האוקלידית/הסטנדרטית $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}} = (\mathbb{R}, \mathcal{T}(\mathcal{B}_{\mathrm{Sorg}}))$:הישר של זורגנפריי: $\mathbb{R}_K = (\mathbb{R}, \mathcal{T}(\mathcal{B}_K))$ ו K^* טופולוגיית:
 - משפט אפיון שקול לטופולוגיה נוצרת: יהי $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{P}\left(X
 ight)$ בסיס אזי
- $\mathcal{T}(\mathcal{B}) = \{ U \subseteq X \mid \exists A \subseteq \mathcal{B}.U = \bigcup A \}$ $\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_1
 ight)$ וכן $\mathcal{B}_1\subseteq\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_2
 ight)$ בסיסים עבורם $\mathcal{B}_1,\mathcal{B}_2\subseteq\mathcal{P}\left(X
 ight)$ יהיי
- $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{1}
 ight)=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{2}
 ight)$ אוי
- $\mathcal{T}_1 \subseteq \mathcal{T}_2$ טופולוגיות על א טופולוגיה על עבורן תהיינה על החיינה א קבוצה עבורן א עבורן עבורן עבורן עופולוגיה אופולוגיה איז עבורן א קבוצה ותהיינה אופולוגיה עם איז עבורן איז עבורן איז ביינו עופולוגיה איז עבורן איז עבורן עבורן איז עבורן עבורן איז עבורן איז עבורן עבורן איז עבורן איז עבורן עבורן איז עבורן איז עבורן איז עבורן עבורן איז עבורן איז עבורן עבורן עבורן איז עבורן עבורן איז עבורן עבו $A\in\mathcal{A}$ קיימת $x\in\mathcal{U}$ ולכל ולכל לכל אבורה לכל עבורה עבורה מ"ט ותהא מ"ט ותהא א מ"ט ותהא א עבורה לכל
- \mathcal{T} אוי בסיס של אוי $(x\in A)\wedge (A\subseteq U)$ המקיימת
 - $\mathcal{B}_{<} = \{(a,b) \mid a < b\} \cup \{[a,b) \mid a \leq X\} \cup \{(a,b] \mid X \leq b\}$
 - . בסיס אזי אזי קבוצה בעלת הוס דר מלא אזי קבוצה בסיס בסיס אזי קבוצה בסיס בסיס אזי אזי אזי אזי מענה: תהא
 - $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{<}
 ight)$ טופולוגיית הסדר: תהא X קבוצה בעלת יחס סדר מלא אזי \mathbb{R} מצוייד בטופולוגיית הסדר זהה ל \mathbb{R} מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית. $\bigcup\mathcal{S}=X$ עבורה עביס: עבורה אזי איי קבוצה אזי עבורה אזי עבורה $\mathcal{S}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$

- הטופולוגיה הנוצרת מתת־בסיס: תהא X קבוצה ויהי $\mathcal{S} \subset \mathcal{P}\left(X
 ight)$ הטופולוגיה הנוצרת מתת־בסיס: $\mathcal{T}(S) = \left\{ U \subseteq X \mid \exists A_1 \dots A_k \subseteq S.U = \bigcup \left(\bigcap_{i=1}^k A \right) \right\}$ X טופולוגיה על \mathcal{T} (\mathcal{S}) אזי \mathcal{S} תת־בסיס אזי \mathcal{S} על על \mathcal{T} טופולוגיה על טופולוגיית זריצקי: יהי \mathbb{F} שדה ויהי איזי זריצקי: יהי
 - $\mathcal{T}\left(\left\{\left\{a\in\mathbb{F}^{n}\mid f\left(a\right)\neq0\right\}\mid f\in\mathbb{F}\left[x_{1},\ldots,x_{n}\right]\right\}\right)$ $x \in U$ עבורה $U \in \mathcal{T}$ אזי $x \in X$ מ"ט ויהי (X, \mathcal{T}) עבורה סביבה: יהי
- .int $(A)=\mathring{A}=igcup_{U\subset A}U$ אוי א $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) איז יהי קבוצה: יהי
- .d $(A)=\overline{A}=\bigcap_{A\subset E}\ E$ אזי או $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) אוי סגור של קבוצה: יהי
 - $.\partial A=\overline{A}ackslash \inf{(A)}$ אזי א $A\subseteq X$ מייט ותהא מייט (X,\mathcal{T}) אזי יהי .int $(A)\subseteq A\subseteq \overline{A}$ אזי אוי מ"ט ותהא מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) איזי יהי
 - $A\subseteq X$ טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא אוי .int (A) = $\max_{\subset} \{ \mathcal{U} \in \mathcal{T} \mid \mathcal{U} \subseteq A \}$ •
 - $\overline{A} = \min_{\subset} \left\{ E \mid (A \subseteq E) \land \left(E^{\mathcal{C}} \in \mathcal{T} \right) \right\} \bullet$
 - $x\in X$ ייהי ויהי $A\subseteq X$ מ"ט תהא מ"ט מענה: יהי ויהי (X,\mathcal{T}) מ"ט תהא
 - $U\cap A
 eq \emptyset$ מתקיים $x\in U$ המקיים $U\in \mathcal{T}$ לכל •
- $B\cap A
 eq\emptyset$ יהי \mathcal{B} בסיס של \mathcal{T} אזי לכל $\mathcal{B}\in\mathcal{B}$ המקיים $x\in\mathcal{B}$ המקיים $x\in\mathcal{B}$ $.\partial A=\overline{A}\cap\left(\overline{Xackslash}Aig)$ אזי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) טענה: יהי
- $U\in\mathcal{T}$ מסקנה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט תהא $X\in X$ ויהי ויהי $A\subseteq X$ מח"ט תהא מסקנה: יהי $U\cap A^\mathcal{C}
 eq 0$ וכן של א וכן ע $X\in U$ מתקיים מ
 - $X=\overline{A}$ המקיימת $A\subseteq X$ מ"ט אזי (X,\mathcal{T}) המקיימת טופולוגיית הנקודה הייחודית: תהא X קבוצה ותהא אזי סופולוגיית הנקודה הייחודית
 - $T_p = \{U \subseteq X \mid p \in U\} \cup \{\emptyset\}$
- x קודת הצטברות: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא $X\subseteq X$ אזי $x\in X$ אזי $x\in X$ עבורו לכל סביבה $x\in X$ של $U \cap A \setminus \{x\} \neq \emptyset$ מתקיים
- y של U סדרה מתכנסת/גבול: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא $x\in X^\mathbb{N}$ אזי $y\in X$ עבורו לכל סביבה $y\in X$ $.x_n \, \in \, U$ החל ממקום מסוים
 - טענה: יהי $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) אזי $A\subseteq\left\{ x\in X\mid x$ המתכנסת אל $a\in A^{\mathbb{N}}$ קיימת $\subseteq\overline{A}$
 - $A \cup \{x \in X \mid A$ שלנה: מסענה: $x\} = \overline{A}$ אזי א $A \subseteq X$ תהא סענה: תהא
- .($\{x\in X\mid A$ של הצטברות אל בקודת הצטברות אזי אזי ($\{x\in X\mid A$ אזי אזי מסקנה: תהא אזי אזי ($\{x\in X\mid A$ f:X o Y אזי $x\in X$ מייטים ותהא $x\in X$ מייטים והא מייטים יהיו יהיו $f\left(\mathcal{U}
 ight)\subseteq\mathcal{V}$ של x של של של קיימת סביבה קיימת של קיימת עבורה לכל $\mathcal{V}\subseteq\mathcal{Y}$ של א עבורה f:X o Y אוי מייטים אזי (X,\mathcal{T}) , (Y,\mathcal{S}) איי יהיו $\forall U \in \mathcal{S}.f^{-1}(U) \in \mathcal{T}$
 - התב"ש $f:X\to Y$ ותהא משפט: הייו ($X,\mathcal{T})$, (Y,\mathcal{S}) יהיו משפט: יהיו

 - פתוחה. $f^{-1}\left(U\right)$ פתוחה מתקיים כי $U\subseteq Y$ פתוחה.
 - סגורה. $f^{-1}\left(E
 ight)$ סגורה מתקיים כי $E\subseteq Y$ סגורה.
 - $f\left(\overline{A}\right)\subseteq\overline{f\left(A\right)}$ מתקיים $A\subseteq X$
 - $x \in X$ לכל $x \in X$ הפונקציה $x \in X$ לכל
- - טענה: יהיו f:X o Y מ"טים ותהא מ"טים חח"ע ועל התב"ע סענה: יהיו

 - . תהא $f^{-1}\left(U
 ight)$ איי (U פתוחה) איי שאיי ($U\subseteq Y$ תהא $U\subseteq Y$
 - .(מגורה) אזי $f^{-1}(E)$ אזי (E) אזי אוי $E \subset Y$ אזי $E \subset Y$
 - $f\left(\overline{A}\right) = \overline{f\left(A\right)}$ מתקיים $A \subseteq X$ לכל •
- f:X o Y מ"ט ותהא (Y,\mathcal{S}) הטופולוגיה תהא מפונקציה: תהא מפונקציה: תהא מפונקציה המושרית על קבוצה מפונקציה: תהא $\mathcal{T}_{f} = \left\{ f^{-1}\left(U\right) \mid U \in \mathcal{S} \right\}$ איי
- טענה: תהא X קבוצה יהי (Y,\mathcal{S}) מ"ט ותהא f:X o Y מ"ט. מ"ט. מסקנה: תהא f:X o Y מ"ט ותהא f:X o Y מ"ט ותהא אזי f רציפה על $(X, \mathcal{T}_f), (Y, \mathcal{S})$
 - תת מרחב טופולוגי (ת"מ): יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט ותהא אזי אזי מרחב טופולוגי (ת"מ) $\mathcal{T}_A = \left\{ U \subseteq A \mid \exists V \in \mathcal{T}.U = \mathrm{Id}^{-1}(V) \right\}$
 - טענה: יהי (A,\mathcal{T}_A) מ"ט ותהא $A\subseteq X$ מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) יהי $\mathcal{T}_A = \{A \cap U \mid U \in \mathcal{T}\}$ אזי אזי ותהא מ"ט ותהא (X,\mathcal{T}) טענה: יהי יהי
- טענה: יהי $\mathcal{B}_A = \{A \cap B \mid B \in \mathcal{B}\}$ אזי \mathcal{T} בסיס של מ"ט ויהי מ"ט ויהי (X,\mathcal{T}) טענה: יהי

טענה: יהי $A\subseteq X$ אזי

- תהא $U\subseteq A$ אזי (U פתוחה ביחס ל־ \mathcal{T}_A) \Longleftrightarrow (קיימת U פתוחה ביחס ל־ \mathcal{T} עבורה U
- עבורה $E\subseteq A$ אזי (E סגורה ביחס ל־ T_A) אזי (E סגורה ביחס ל־E עבורה ההא
 - $\operatorname{.cl}_X \; (D) \cap A = \operatorname{cl}_A \; (D)$ אזי $D \subseteq A$ תהא •
 - $\operatorname{int}_{X}\left(D\right)\cap A\subseteq\operatorname{int}_{A}\left(D\right)$ אזי $D\subseteq A$ תהא \bullet טענה: יהי (Y,\mathcal{T}_Y) מ"ט ויהי מ"ט ת"מ אזי (X,\mathcal{T}_X) טענה:
 - Xב פתוחה ב אזי A פתוחה ב X פתוחה ב X פתוחה ב X פתוחה ב X פתוחה ב XXבורה ב־ אזי א סגורה ב־ א נניח כי

- $f_{\upharpoonright_A}:A o Y$ אזי אזי הייט הייf:X o Y ת"מ ותהא ת"מ הייט הייX,Y הייט טענה: יהיו
- אזי $f\left(X
 ight)\subseteq Z$ מ"ט יהי וותהא f:X o Y ת"מ ותהא בורה א מ"ט יהי איט יהי וותהא אזי תיהי אזי אזי מיט יהי א מ"ט יהי וותהא
- טענה: יהיו X, אזי (f:X o Y מייט ותהא X, אזי (קיימות מייט ותהא אזי לקיימות מייט ותהא רציפה לכל $f_{\restriction U_{\alpha}}$ וכן $\bigcup_{\alpha\in\Lambda}U_{\alpha}=X$ פתוחות עבורן $\{U_{\alpha}\}_{\alpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)$
- רציפה $g\ :\ Y\ \to\ Z$ ותהא רציפה $f\ :\ X\ \to\ Y$ מ"ט תהא א $X,\,Y,\,Z$ יהיו יהיו טענה: יהיו רציפה. $a \circ f : X \to Z$
- $X = A \cup B$ סגורות עבורן $A, B \subset X$ מ"ט תהיינה X, Y יהיו יהיו למת ההדבקה: אזי $A \cap B$ על f = g רציפה עבורן g: B o Y אזי f: A o Y אזי f: A o Y אזי
- רציפה. $f \cup g: X o Y$ קר $\hat{f}:X o f(X)$ סימון: יהיו X,Y מ"ט ותהא Y o f:X o Y חח"ע ורציפה נגדיר
 - . חח"ע ורציפה \hat{f} הומיאומורפיזם חח"ע ורציפה $f:X\to Y$ אזי מ"ט מינון: יהיו יהיו יהיו $f\left(X
 ight)$ בתור בתור אזי נזהה את X בתור f:X o Y מ"ט ויהי בתור מ"ט X, איי נזהה את בתור
- f:X o פיים עבורם קיים עבורם מ"טים עבורם מ"ט מאטים לכל מ"ט באשר לכל מ"ט באשר לכל מ"ט מופולוגית: תכונה P
- רציפה $f:X o \mathbb{R}$ אבורו לכל עבור טופולוגי מרחב מרחב אריים: מרחב ערך הביניים: מרחב טופולוגי בעל תכונת ערך הביניים: מרחב טופולוגי $.f\left(c\right)=t$ עבורו $c\in X$ קיים $t\in\left[f\left(a\right),f\left(b\right)\right]$ ולכל מלכל לכל לכל
 - טענה: תכונת ערך הביניים הינה תכונה טופולוגית. המקיימת על המקיימת f:Y o X מ"ט אזי אזי X,Y והיו פונקציה על המקיימת
 - $\forall U \subseteq X. (U \in T_X) \iff (f^{-1}(U) \in T_Y)$ תירה: הייו X,Y מ"ט ותהא f:Y o X מ"ט ותהא X,Y העתקת מנה אזי f רציפה.
- על \mathcal{T}_A על אזי קיימת ויחידה טופולוגיה f:X o A על תהא קבוצה משפט: יהי על מ"ט תהא א קבוצה ותהא
- $o X/\sim X$ ונגדיר אונגדיר מנחב המנה: יהי X מ"ט יהי יחס שקילות מעל מצויידת עם טופולוגיית המנה. איי א $f\left(x\right)=\left[x\right]_{\sim}$
- עבורה $g\,:\,X\,\to\,Z$ ותהא מנה העתקת $f\,:\,X\,\to\,Y$ תהא תהא משפט התכונה האוניברסילית: עבורה h:Y o Z אזי קיימת $y\in Y$ עבורה $f^{-1}(\{y\})$
 - $g = h \circ f \bullet$
 - (מ רציפה) (ביפה) (ביפה).
 - .(העתקת מנה) $\Leftrightarrow (a)$ העתקת מנה).
- קבועה $g_{\left\lceil f^{-1}(\{y\}) \right.}$ עבורה g:X o Z אנה ותהא העתקת מנה העתקת הא f:X o Yלכל $y \in Y$ אזי

 - .(רציפה) איפה) פון $g \circ f^{-1}$.
- .(העתקת מנה) $g \circ f^{-1}$ העתקת מנה) $g \circ f^{-1}$ $f:X o \left\{g^{-1}\left(\{z\}
 ight)\mid z\in Z
 ight\}$ מסקנה: g:X o Z הא מסקנה: תהא
 - . העתקת מנה אזי ($g \circ f^{-1}$) העתקת מנה אזי ($g \circ f^{-1}$) העתקת
 - קבוצה רוויה: תהא $Y\in Y$ אמו עבורה לכל אזי אזי $f:X\to Y$ אהו לכל קבוצה רוויה: $f^{-1}\left(\{y\}\right)\subseteq A$ in $A\cap f^{-1}\left(\{y\}\right)\neq\varnothing$
- טענה: תהא $\mathcal{U} \in \mathcal{T}_X$ ולכל על ולכל איי מנה) העתקת איי היים רציפה איי וויה רציפה וויה היים איי וויה מתקיים $f: X \to Y$
- . פתוחה $f\left(\mathcal{U}
 ight)$ מתקיים כי מתוחה עבורה לכל f:X o Y מתקיים כי פתוחה. . סגורה מתקיים כי f:X o Y סגורה מתקיים כי f:X o Y סגורה מעתקה מגורה:
 - ov טענה: תהא Y o f: X o Y טענה: תהא . פתוחה $f \bullet$
 - סגורה. f

 - . רציפה ופתוחה f. רציפה וסגורה f^{-1}
 - . מנה. העתקת f אזי אזי פתוחה רציפה לו רציפה לו העתקת לו העתקת מנה. ר $f:X \to Y$. מנה. העתקת f אזי f העתקת מנה f:X o Y העתקת מנה.
- $\sim=\left\{(x,y)\in(\mathbb{R}^n\setminus\{0\})^2\;\Big|\;\exists\lambda\in\mathbb{R}\,(x=\lambda y)
 ight\}$ המרחב הפרויקטיבי הממשי: נגדיר $\mathbb{RP}^{\hat{n}-1} = (\mathbb{R}^n \, \backslash \, \{0\})/\!\! \sim n$ איי
 - מכפלה של קבוצות: תהיינה $\{X_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}$ קבוצות אזי
- $\mathcal{B}_{ ext{box}} = \left\{\prod_{lpha \in \Lambda} \mathcal{U}_lpha \mid \mathcal{U}_lpha \in \mathcal{T}_lpha
 ight\}$ בסיס בסיס מענה: יהיו $\{(X_lpha, \mathcal{T}_lpha)\}_{lpha \in \Lambda}$ בסיס $\cdot \prod_{\alpha \in \Lambda} X_{\alpha}$ של $\mathcal{T}_{
 m box}=\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{
 m box}
 ight)$ איי טים איי איי איי איין איי $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda}$ יהיי
- המוגדרת $\pi_{eta}: \prod_{lpha \in \Lambda} X_{lpha} o X_{eta}$ אזיי קבוצות אזי קבוצות המינה תהיינה תהיינה $.\pi_{\beta}(f) = f(\beta)$
 - טענה: יהיו $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha\,)\}_{lpha\in\Lambda}$ טענה: יהיו $.\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha}$ תת־בסיס של $\mathcal{S}_{\mathrm{prod}}=\bigcup_{\alpha\in\Lambda}\left\{\pi_{\alpha}^{-1}\left(\mathcal{U}_{\alpha}\right)\mid\mathcal{U}_{\alpha}\in\mathcal{T}_{\alpha}\right\}$

- $\mathcal{T}_{ ext{prod}} = \mathcal{T}\left(\mathcal{S}_{ ext{prod}}
 ight)$ מ"טים אזי $\{(X_lpha,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ יהיו $\mathcal{T}_{\mathrm{prod}} = \mathcal{T}_{\mathrm{box}}$ אזיי $|\Lambda| < leph_0$ מסקנה: יהיו $|\Lambda| < lpha$ מיטים באשר מיטים $\{(X_lpha, \mathcal{T}_lpha)\}_{lpha \in \Lambda}$ איזי $\mathcal{T}_{ ext{prod}}\subseteq\mathcal{T}_{ ext{box}}$ אזי $|\Lambda|\geq lpha_0$ מסקנה: יהיו $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ אזי אינים באשר π_lpha מסקנה: יהיו $(\Pi_lpha\in\Lambda\ X_lpha\,,\,\mathcal{T})$ מ"טים ותהא $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ טופולוגיה עבורה $\mathcal{T}_{\mathrm{prod}} \subseteq \mathcal{T}$ אזי $\alpha \in \Lambda$ רציפה לכל
- מסקנה: יהיו $\{(X_lpha\,,\,\mathcal{T}_lpha)\}_{lpha\in\Lambda}$ מסקנה: יהיו $\mathcal{T}_{prod} = \left\{ \prod_{\alpha \in \Lambda} \mathcal{U}_{\alpha} \mid (\mathcal{U}_{\alpha} \in \mathcal{T}_{\alpha}) \land (|\{\mathcal{U}_{\alpha} \neq X_{\alpha}\}| \in \mathbb{N}) \right\}$
- $(\alpha \)$ משפט: תהא $(\alpha \)$ רציפה לכל $\pi_{lpha} \circ f$ אזי אזי $(\alpha \)$ אזי $(\alpha \)$ רציפה לכל $\pi_{lpha} \circ f$ טענה: תהא \mathbb{R}^{Λ} , $\mathcal{T}_{\mathrm{box}}$) אזי $|\Lambda| \geq leph_0$ אינה מטריזבילית.
 - טענה: תהא $(\mathbb{R}^{\Lambda}\,,\,\mathcal{T}_{ ext{prod}})$ אינה מטריזבילית. $|\Lambda|\,\geq\,leph_0$ אינה
- . בטופולוגיית המכפלה $\Pi_{\alpha\in\Lambda}$ המ $\overline{A_{\alpha}}=\overline{\prod_{\alpha\in\Lambda}A_{\alpha}}$ אזי $\alpha\in\Lambda$ לכל $A_{lpha}\subseteq X_{lpha}$ באשר א $\{A_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}$ מ"טים ותהיינה מ"טים איטים מ"טים מורהיינה איזיו איטים ותהיינה אומים ותהיינה איטים ותהיינה איטים ותהיינה אומים ות איי $\alpha \in \Lambda$ איי $\alpha \in \Lambda$ \overline{A} \overline{A} \overline{A} \overline{A} \overline{A} \overline{A} בטופולוגיית התיבה.
 - מרחב אפרדה לא קיימת הפרדה. מרחב טופולוגי ($X,\,\mathcal{T}$) עבורו א קיימת הפרדה.
 - טענה: יהי X מרחב מטרי התב"ש
 - . פתוחה ופתוחה $D \in \mathcal{P}\left(X\right) \setminus \{X,\varnothing\}$ סגורה ופתוחה \bullet
 - סענה: יהי X מ"ט קשיר ותהא f:X o Y רציפה אזי f:X o Y
- . ($\overline{H} \cap K = H \cap \overline{K} = \varnothing$ וכן
 $Y = H \cup K$ עבורן א עבורן א, $K \in \mathcal{P}\left(X\right) \setminus \{X,\varnothing\}$ טענה: תהא ער קשיר קשיר אזי א ויהי א הפרדה של תרמרחב קשיר אזי $Y\subseteq X$ ויהי של הפרדה לע. תהא מענה: תהא
- וכן $\bigcap \mathcal{A}
 eq \emptyset$ וכן קשירה וכן $A \in \mathcal{A}$ עבורה לכל $A \in \mathcal{A}$ עבורה לכל ענה: תהא
 - . לכל X אזי א ה $n\in\mathbb{N}$ לכל לכל אזי א $n\in\mathbb{N}$
- . עם הינו קשיר מ־ \mathbb{R} סטנדרטי הינו קשיר (-1,1) מסקנה:
- עם עם (a,b) , [a,b] , (a,b] , [a,b) אזי a < b באשר בא $a,b \in \mathbb{R}$ יהיו מסקנה: יהיו
- טענה: R_{Sorg} איננה קשירה.
- טענה: $\left(\prod_{i=1}^{\infty}\mathbb{R},\,\mathcal{T}_{ ext{box}}
 ight)$ איננה קשירה. מסקנה: יהי $n \in \mathbb{N}_+$ אזי $n \in \mathbb{N}$ קשיר עם הטופולוגיה הסטנדרטית.
- מ"ט קשיר.
- - איר. X מ"ט קשיר מסילתית אזי X קשיר.
- . מסילתית קשירה $\mathbb{C}^n\setminus\left\{x\in\mathbb{C}^n\mid p\left(x\right)=0\right\}$
- קשירה עבורה $D\subseteq X$ קיימת (קיימת $x,y\in X$ אזי עבורה עבורה אזי יהי $x,y\in X$ אזי יהי סימון: יהי
 - .X טענה: יהי אזי קשיר השילות מעל מ"ט אזי משיר טענה: יהי אזי אזי
- (y^-) אזי ($x \sim x$ פּשיר מסילה מ־x אזי ($x \in X$ אזי אזי פשיר מסילתית אזי (קיימת מסילה מ־x אזי ($x \in X$ אזי פשיר מסילתית אזי (קיימת מסילה מ־xX טענה: יהי א מ"ט אזי γ מסילתית מסילתית מסילות מעל מיט אזי מיט אזי אזי מסילתית
 - $X/{\sim}$ רכיבי קשירות מסילתית: יהי א מ"ט אזי קשיר מסילתית רכיבי
 - $.D_{\alpha}\cap D_{\beta}=\varnothing$ אזי $\alpha\neq\beta$ באשר $\alpha,\beta\in\Lambda$ יהיי יהיי יהיי
 - $.X = \bigcup_{lpha \in \Lambda} D_{lpha}$ מתקיים $Y\subseteq D_{lpha}$ עבורו $lpha\in\Lambda$ עבורו קשיר קשיר קשיר א לכל $Y\subseteq X$

- טענה: מטריזביליות הינה תכונה טופולוגית.
- לכל $A_lpha\subseteq X_lpha$ באשר אבאר $\{A_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ מ"טים ותהיינה מ"טים באשר אבאר לכל אמיינה: יהיו $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{Q}$ וכן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ באשר מרחב (\mathcal{U},\mathcal{V}) מ"ט אזי (X,\mathcal{T}) באיר יהי מרחב טופולוגי: יהי
 - .(א קשיר) קשיר) אזי (א קשיר) הומיאומורפיזם אזי f:X o Y הומיאומורפיזם אזי (א קשיר)

 $\mathcal{U}, \mathcal{V} \neq \emptyset$ וכן $\mathcal{U} \cup \mathcal{V} = X$ וכן

- $X=E\cup F$ סגורות ארות לא ריקות עבורן סגורות $E,F\subseteq X$
- $(קיימות) \Longleftrightarrow (אי־קשיר) אזי אזי אזי תת־מרחב אזי איי מ"ט ויהי איי מ"ט ויהי איי תת־מרחב אזי אזי מ"ט ויהי איי מ"ט ויהי$
- $.(Y \subseteq U) \oplus (Y \subseteq V)$
- . מטקנה: תהא אזי \overline{A} קשירה אזי קשירה אזי קשירה
 - מסקנה: תהיינה $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}\subseteq\mathcal{P}\left(X\right)\setminus\{\varnothing\}$ באשר וכן
- מסקנה: 🎗 עם הטופולוגיה הסטנדרטית קשיר.
- $(-\infty,a)\,,(-\infty,a]\,,(-\infty,\infty)\,,[a,\infty)\,,(a,\infty)$ אוי $a\in\mathbb{R}$ מסקנה: יהי $a\in\mathbb{R}$ יהי
- קשירים עם הטופולוגיה המושרית מ־ℝ סטנדרטי.
- $(X \times Y) \setminus (A \times B)$ אזי $B \subset Y$ ותהא $A \subset X$ מ"ט קשירים תהא X, Y יהיו טענה: יהיו
- וכן $f\left(0
 ight)=x$ משטלה: יהי X מ"ט ויהיו $x,y\in X$ אוי איי $\gamma:\left[0,1
 ight]
 ightarrow X$ וכן
- טענה: יהי $p:\mathbb{C}^n o \mathbb{C}$ ויהי ויהי אזי אזי הסטנדרטית הטופולוגיה עם הטופולוגיה יהי
- תר־מרחב קשיר GL $_n$ ($\mathbb C$) אזי אזי אזי הסטנדרטית עם הטופולוגיה הסטנדרטית עם אזי אזי $M_{n imes n}$ ($\mathbb C$) מסקנה: יהי
 - $(x, y \in D)$
 - $.X/{\sim}$ רכיבי קשירות: יהי א מ"ט אזי קשיר
 - משפט: יהיו אX לפיבי הקשירות רכיבי אזי אוי אזי $\{D_{\alpha}\}_{\alpha\in\Lambda}$ אזי
 - . מתקיים כי $\alpha \in \Lambda$ קשירה פירה לכל $\alpha \in \Lambda$

. מתקיים כי D_{lpha} קשירה $lpha\in\Lambda$ לכל

 $.D_{lpha}\cap D_{eta}=arnothing$ אזי lpha
eq eta באשר מ $lpha,\,eta\in\Lambda$ יהיו •

 $.X = \bigcup_{lpha \in \Lambda} D_lpha$ מתקיים •

 $Y\subseteq D_{\alpha}$ עבורו $\alpha\in\Lambda$ ויחיד קשיר קשיר תת־מרחב א לכל לכל לכל יחד א עבורו א עבורו א לכל יחד א לכל יחד א עבורו מסקנה: יהי D רכיב קשירות של X אזי D סגור.

מרחב טופולוגי קשיר מקומית נקודתית: יהי X מ"ט אזי $x \in X$ המקיים לכל סביבה של של של מרחב טופולוגי מקומית נקודתית: יהי $.x \in \mathcal{V}$ קשירה עבורה $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U}$ סביבה קיימת קיימת x

מרחב טופולוגי קשיר מסילתית מקומית נקודתית: יהי X מ"ט אזי $x\in X$ המקיים לכל סביבה $x \in \mathcal{V}$ של x קיימת סביבה $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U}$ קשירה מסילתית עבורה $x \in \mathcal{U}$

מרחב טופולוגי קשיר מסילתית מקומית: מרחב טופולוגי X עבורו לכל $x \in X$ מתקיים כי X קשיר

.טענה: Rsorg איננו קשיר מקומית

טענה: יהי X מ"ט אזי (X קשיר מסילתית מקומית) איט אזי (לכל \mathcal{T} ולכל מקומית) איט אזי מ"ט אזי (מסילתית של \mathcal{U} מתקיים \mathcal{T}

. מסילתית משיר אזי א קשיר מסילתית מקומית אזי א קשיר מסילתית מסילתית אזי א מ"ט מיט קשיר מסילתית מסילתית מקומית אזי א

 סביבות של אנייה בנקודה: יהי א $x\in X$ מ"ט אזי מ"ט מנייה עבורו קיימות אנייה מנייה בנקודה: יהי אוי מ $\mathcal{U}_n \subset \mathcal{V}$ עבורן לכל סביבה x של x של ע עבורן לכל עבורן x

מרחב טופולוגי המקיים את אקסיומת המניה הראשונה: מרחב טופולוגי X עבורו לכל $x\in X$ קיים

.I מטקנה: יהי X מ"ט מושרה ממרחב מטרי אזי מניה אוי X

.I טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה מניה

משפט: יהי X מ"ט מניה I ותהא אזי הי יהי משפט: יהי א

 $\overline{A} = \{x \in X \mid x$ קיימת $a \in A^{\mathbb{N}}$ המתכנסת אל (לכל באשר אזי אזי אזי f:X o Y מניה וותהא אזי מניה באשר א מניה אזי אזי אזי אזי אזי אזי (לכל משפט: יהיו איטים באשר א

 $.(f\left(a\right)$ ל־(מתכנסת ל $\{f\left(x_{n}\right)\}$ כי מתקיים מ $a\in X$ עבור aל-מתכנסת ל $\{x_{n}\}\subseteq X$

מרחב טופולוגי המקיים את אקסיומת המניה השנייה: מרחב טופולוגי X עבורו קיים בסיס לכל היותר

.II טענה: \mathbb{R}^n מניה

 $\mathbb{R}^{lepho_0} = \prod_{i=1}^{\infty} \mathbb{R}$ סימון:

.II מניה $\left(\mathbb{R}^{\aleph_0},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}\right)$ מניה

.I אינו מניה $\left(\mathbb{R}^{leph0}\,,\,\mathcal{T}_{ ext{box}}
ight)$ אינו מניה

.II אינו מניה $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ אינו

.(א). איי א המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי איי איי (מניה וו) המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי איי (מניה ווו) אוייד אוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי איי

. II טענה: א המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית מניה אינה: א המצוייד עם הטופולוגיה מניה

טענה: נגדיר $u:\mathbb{R}^{leph0} imes\mathbb{R}^{leph0} o\mathbb{R}$ כך

מטריקה. d_u אזי d_u $((a_k),(b_k))=\min\left\{\sup\left|a_k-b_k\right|,1\right\}$.II הינו מניה I וכן אינו מניה $\left(\mathbb{R}^{leph0}\,,\,\mathcal{T}\,(d_{oldsymbol{u}})
ight)$ הינו מניה ווכן אינו מניה

.I מניה A מניה $A \subseteq X$ וויהי $A \subseteq X$ מניה A מניה מיט מניה $A \subseteq X$

. II מניה אזי א תת־מרחב אזי א מניה וו ויהי א
 $A\subseteq X$ והי מניה אזי מניה וו טענה: יהי א

. I מניה אזי $f\left(X\right)$ אזי ופתוחה ופתוחה אזי $f:X\to Y$ ותה
א ותהא מ"ט מניה אזי יהי לענה: אזי ותהא מסקנה: מניה I הינה תכונה טופולוגית.

. II מניה מ"ט מניה אזי אזי וותהא f:X o Y מניה וו ותהא מ"ט מניה אזי היי

מרחב אפופה בת צפופה א צפופה מנייה. עבורו איימת א צפופה בת מנייה. מרחב מופולוגי מרחב מרחב איימת א מרחב מופולוגי

המקיימים $\{\mathcal{U}_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{T}$ אבורו לכל עבורו טופולוגי לינדלוף: מרחב טופולוגי לינדלוף

 $.igcup_{i=0}^{\infty}\,\mathcal{U}_{f(i)}=X$ עבורה $f:\mathbb{N} o\Lambda$ קיימת $\mathcal{U}_{lpha}=X$.טענה: \mathbb{R}_{Sorg} ספרבילי

 $(leph_0 \geq |X|)$ טענה: יהי א המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי סענה: יהי א המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי טענה: יהי X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית אזי X ספרבילי.

טענה: יהי X מ"ט מניה Π אזי X לינדלוף וספרבילי.

טענה: ℝ המצוייד בטופולוגיה הקו־סופית אינו מניה I.

למה: יהי ${\cal B}$ בסיס של $(X,{\cal T})$ אזי (X לינדלוף) \Longleftrightarrow (לכל ${\cal B}$ בסיס של אזי ($X,{\cal T}$) אזי למה: $\cup_{i=0}^\infty \mathcal{B}_{f(i)} = X$ עבורה $f: \mathbb{N} o \Lambda$ קיימת $\bigcup \mathcal{B}_{lpha} = X$

טענה: יהי אזי מ"ט ספרבילי ותהא $f:X\to Y$ ותהא ספרבילי מ"ט מייט היהי אזי יהי לו

מסקנה: ספרביליות הינה תכונה טופולוגית. . טענה: יהי אזי לינדלוף ותהא $f:X\to Y$ ותהא לינדלוף מ"ט מינה אזי לינדלוף ותהא

מסקנה: לינדלוף הינה תכונה טופולוגית. . סענה: יהי אזי מ"ט ספרבילי ותהא אוי א $A \subset X$ ותהא מ"ט ספרבילי מיט מענה: יהי אזי א

. טענה: יהי אזי Eינדלוף ותהא האזי ב $E\subseteq X$ ותהא לינדלוף מ"טXיהי יהי יהי

. I מניה $(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{
m prod})$ אזי $|\Lambda|\leq lpha$ מניה מסקנה: יהיו $\{X_lpha\,\}_{lpha\in\Lambda}$ מניה מסקנה: יהיו . מניה וו. $(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ אזי $|\Lambda|\leq lpha$ מניה וו באשר משקנה: יהיו $\{X_lpha\,\}_{lpha\in\Lambda}$

 $ig(\prod X_lpha, \mathcal{T}_{ ext{prod}}ig)$ אזיי $|\Lambda| \leq lpha$ מסקנה: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha \in \Lambda}$ מיסקנה: יהיו

טענה: יהי א מרחב מטרי התב"ש

.II מניה $X \bullet$ ספרבילי. X

. לינדלוף $X \bullet$ עבורה x של \mathcal{U} מרחב טופולוגי x, $y \in X$ עבורו לכל עבורו מרחב מופולוגי T_0 : מרחב טופולוגי $x \notin \mathcal{V}$ או קיימת סביבה \mathcal{V} של \mathcal{V} עבורה $y \notin \mathcal{U}$

מרחב טופולוגי T_1 : מרחב טופולוגי X עבורו לכל עבורו אונים קיימת סביבה U של U של אונים קיימת אונים אונים עבורה $x
otin \mathcal{V}$ וגם קיימת סביבה \mathcal{V} של $y
otin \mathcal{U}$ וגם קיימת

 $\mathcal U$ אונים קיימת סביבה $x,y\in X$ עבורו לכל עבורו מרחב אונים קיימת מביבה מרחב טופולוגי $\mathcal{U} \cap \mathcal{V} = arnothing$ עבורן y של \mathcal{V} סביבה x וכן של x

מסקנה: T_0 , T_1 , T_2 הינן תכונות טופולוגיות. T_0 אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי T_1 אזי א מרחב טופולוגי

 $.T_1$ אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי

 (X,\mathcal{S}) אזי אזי T_i מרחב מרת וכן תהיינה על אדינה באשר אזי באשר אזי באשר אזי תהיינה \mathcal{T},\mathcal{S} טענה: תהיינה אזי טענה:

.מסקנה: \mathbb{R}_{Sorg} האוסדורף

 T_2 טענה: \mathbb{Q} המצוייד בטופולוגיה הקו־סופית הינו T_1 וכן אינו $.T_2$ וכן אינו T_1 וכן הינו הקו־בת־מניה הקורבת־בטופולוגיה וכן אינו $\mathbb R$

 $.T_{2}$ הינו ($X,\mathcal{T}\left(d
ight)$) אזי מרחב מטרי מינו (X,d) הינו

 T_i מרחב אזי $A \subseteq X$ וויהי T_i מ"ט מינה: יהי א מ"ט מינה: וויהי א מ"ט וויהי מרחב אזי מ"ט מענה: יהי א מ"ט מינה $ig(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}}ig)$ ישענה: יהיו $(lpha\in\Lambda$ מ"טים אזי (lpha מרחב אזי לנכל T_i מרחב אזי $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$

עם הטופולוגיה המושרית מ־ \mathbb{R}^2 הסטנדרטית ויהי $\mathbb{R} imes \{0,1\}$ הסטנדרטית ויהי עם $\mathbb{R} imes\{0,1\}/\sim$ אזי $\mathbb{R} imes\{0,1\}$ עם היחס שקילות על $\mathbb{R} imes\{0,1\}/\sim$ אזי0ו עם הוא שקילות על אזיי

 $(\overline{a})
eq \overline{b}$ טענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (\mathcal{T} הוא \mathcal{T}) \Longrightarrow (לכל $a,b\in X$ שונים מתקיים \overline{a}). .($x\in X$ סענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (X הוא (X) סענה: יהי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (X,\mathcal{T}) מ"ט אזי (X,\mathcal{T}) סענה:

.($A=\bigcap_{A\subset\mathcal{U}}\mathcal{U}$ מתקיים $A\subseteq X$ לכל לכל הוא T הוא מייט אזי (X,\mathcal{T}) טענה: יהי

 $y \in X$ טענה: יהי X מ"ט האוסדורף ותהא $\{x_n\} \subseteq X$ סדרה מתכנסת אזי קיים ויחיד עבורו

 T_i מרחב טופולוגי T_i מקומית: מ"ט X עבורו לכל $x \in X$ קיימת סביבה u של u עבורה u הינה u.

 T_0 טענה: יהי X מ"ט מקומית אזי X הינו T_0

 $.T_1$ טענה: יהי X מ"ט T_1 מקומית אזי אינו מינו T_1

 T_2 אינו וכן מקומית מקומית היפולה הינו הראשית הכפולה הישר עם הראשית הכפולה היעו קבוצה מסוג G_{δ} : יהי X מ"ט אזי $A\subseteq X$ עבורה קיימת $\mathcal{T}\subseteq \mathcal{T}$ המקיימת $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} U_n$

 $.G_{\delta}$ טענה: יהי X מ"ט T_1 מניה וויהי $x\in X$ אזי ויהי T_1 מינו

לכל $r\left(a
ight)=a$ רביפה עבורה r:X o A אזי אוי אוי העתקת מסג: יהי א מ"ט ותהא א העתקת ליגו אזי אזי א

נסג. r:X o A נסג. אזי א בורה קיימת $A\subseteq X$ מ"ט אזי מ"ט אזי א עבורה קיימת

. סענה: יהי א האוסדורף ותהא $A\subseteq X$ ותהא האוסדורף סענה: יהי אזי האוסדורף ותהא

טענה: יהי X מ"ט T_1 תהא $A\subseteq X$ ויהי $A\subseteq X$ אזי ($x\in X$ נקודת הצטברות של $A\subseteq X$

 $|A \cap \mathcal{U}| \geq \aleph_0$ מתקיים x סביבה של \mathcal{U} . סענה: יהי X מ"ט אזי (X מרחב האוסדורף) \Longleftrightarrow $\{(a,a)\mid a\in X\}$ קבוצה סגורה).

 $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{Q}$ וכן $E\subseteq\mathcal{V}$ וכן $x\in\mathcal{U}$ עבורן עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ קיימות

 $E\cap F=arnothing$ באשר סגורות סגורות לכל עבורו לכל עבורו עבורו מרחב מופולוגי מרחב מופולוגי מרחב אופולוגי מרחב אופולוגי ל $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{D}$ וכן $F\subset\mathcal{V}$ וכן $E\subset\mathcal{U}$ עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ קיימות

 T_1 מרחב טופולוגי T_3 : מרחב טופולוגי אולרי וכן T_3

 $.T_1$ וכן נורמלי נורמלי מרחב מופולוגי Xמרחב מרחב וכן ו $:T_4$ מסקנה: $T_3\,,\,T_4$ הינן תכונות טופולוגיות.

 T_2 אזי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי אזי אזי א

 $.T_3$ אזי א מרחב טופולוגי T_4 אזי א מרחב מרחב מסקנה: יהי א מרחב טופולוגי טענה: \mathbb{R}_K הינו T_2 וכן אינו רגולרי.

. רגולרי אזי א $A\subseteq X$ יהי רגולרי מ"ט משנה: יהי אזי מ"ט רגולרי אזי אזי אזי מ

טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף: נגדיר $\{(a,\infty)\mid a\in\mathbb{R}\}\cup\{\emptyset,\mathbb{R}\}$ אזי

טענה: $\mathbb R$ המצוייד עם טופולוגיית הקרניים ההולכות לאינסוף הינו T_0 וכן אינו T_1 וכן אינו רגולרי וכן

 $.T_4$ טענה: $\mathbb{R}_{\mathrm{Sorg}}$ הינו

 $\mathcal{V} \Subset \mathcal{U}$ אזי $\overline{\mathcal{V}} \subseteq \mathcal{U}$ וכן $\mathcal{V} \subseteq \mathcal{U}$ אזי עבורן עווע עבורן עבורן אזי אזי אזי אזי עבורן עבורן אזי אזי אזי עבורן עבורן עבורן עבורן אזי אזי אזי עבורן עבור x טענה: יהי X מ"ט אזי (X רגולרי) \Longleftrightarrow (לכל $x\in X$ ולכל מר $X\subseteq X$ סביבה של סביבה של סביבה

 $\mathcal{U}\subseteq X$ סענה: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי) \Longleftrightarrow (לכל $E\subseteq X$ סגורה ולכל מ"ט אזי (X מתוחה באשר .($E\subseteq\mathcal{V}\Subset\mathcal{U}$ פתוחה עבורה $\mathcal{V}\subseteq X$ קיימת $E\subseteq\mathcal{U}$

משפט הלמה של אוריסון: יהי X מ"ט אזי (X נורמלי) \Longleftrightarrow (לכל $A,B\subseteq X$ סגורות וזרות ולכל $.(f_{\textstyle \upharpoonright}_B = b$ וכן $f_{\textstyle \upharpoonright}_A = a$ עבורה עבורה $f: X \to [a,b]$ קיימת $[a,b] \subseteq \mathbb{R}$

. טענה: יהי אזי $E \subseteq X$ יהי וורמלי מ"ט מורמלי. יהי אזי לורמלי מיהי מענה: יהי א $(\prod X_{lpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ י \iff ($lpha\in\Lambda$ לכל לכל רגולרי לכל $\{X_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}$ מ"טים אזי לענה: יהיו

 $(\prod X_lpha\,,\,\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ י \iff ($lpha\in\Lambda$ לכל T_3 הינו X_lpha משקנה: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ משקנה: יהיו

מסקנה: $\mathbb{R}^2_{\mathrm{Sorg}}$ הינו רגולרי וכן אינו נורמלי. טענה: יהי X מ"ט מטריזבילי אזי X נורמלי.

. מענה: יהי (X,\prec) יחס סדר טוב אזי א המצוייד עם טופולוגיית הסדר נורמלי.

מרחב אופולוגי נורמלי לחלוטין: מ"ט X עבורו לכל מתקיים כי $A\subseteq X$ מורמלי. $\overline{A}\cap B=\varnothing$ וכן אוכן $A\cap \overline{B}=\varnothing$ עבורן עבורן אזי אזי מ"ט אזי מ"ט אזי מופרדות: יהי איזי אזי אזי אזי אוי $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}$ מופרדות קיימות $A,B\subseteq X$ (לכל לחלוטין) אזי אזי אזי מ"ט אזי מ"ט אזי אזי (לחלוטין) .($B\subset\mathcal{V}$ וכן $A\subset\mathcal{U}$ זרות עבורן

> $\mathcal{B}_{\mathrm{moore}}^{1} = \left\{ B_{r}\left(p\right) \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{\geq 0}\right) \wedge \left(p_{2} > r > 0\right) \right\}$ סימון: $\mathcal{B}^2_{\text{moore}} = \left\{ B_{p_2}\left(p\right) \cup \left\{ \left(p_1, 0\right) \right\} \mid \left(p \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}\right) \right\}$ סימון:

 $\mathcal{T}\left(\mathcal{B}_{ ext{moore}}^1\cup\mathcal{B}_{ ext{moore}}^2
ight)$ מצוייד עם הטופולוגיה $\mathbb{R} imes\mathbb{R}_{\geq0}$ מצוייד מ טענה: המישור של מור הינו קשיר האוסדורף רגולרי וכן אינו נורמלי.

> טענה: יהי X מ"ט רגולרי ומניה I אזי X נורמלי. מסקנה: יהי X מ"ט רגולרי לינדלוף אזי X נורמלי.

 $d' \leq 1$ מושרית מהמטריקה d אזי קיימת מטריקה אל עבורה T_X עבורה X למה: יהי X מ"ט באשר $ig(\prod X_n\,,\,\mathcal{T}_{ exttt{prod}}ig)$ למה: יהיו $(n\in\mathbb{N})$ מיטים אזי (X_n) מיטים אזי אוי (X_n) מטריזבילי לכל

מסקנה: $(\mathbb{R}^{\aleph_0}, \mathcal{T}_{prod})$ מטריזבילי.

. מטריזבילי אזי א אזי אויט מטריזבילי משפט מטריזציה אז אוריסון: יהי א מ"ט מ"ט אזי אזי אזי אזי מטריזבילי. משפט מטריזציה אוריסון $\mathcal U$ עבורה של x של של סביבה קיימת עבורו לכל א עבורו עבורו מ"ט עבורה מ"ט עבורה מי"ט עבורה א קיימת מטריזבילי מקומית:

. מטריזבילי אזי אזי אזי א מייט דגולרי לינדלוף מטריזבילי מקומית אזי מ"ט מ"ט מייט אזי דגולרי לינדלוף מטריזבילי מקומית אזי א המקיימים $\{\mathcal{U}_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{T}$ אבורו לכל עבורו אופולוגי מרחב טופולוגי מרחב טופולוגי אופולוגי אופולוגי

 $\bigcup_{i=0}^n \mathcal{U}_{f(i)} = X$ עבורה $f:[n] o \Lambda$ וקיימת $n \in \mathbb{N}$ קיים $\bigcup \mathcal{U}_{lpha} = X$ סענה: יהי \mathcal{B} בסיס של (X,\mathcal{T}) אזי (X,\mathcal{T}) אזי המקיימים (X,\mathcal{T}) אזי הי \mathcal{B} בסיס של היהי .
($\bigcup_{i=0}^n \mathcal{B}_{f(i)} = X$ עבורה $f:[n] o \Lambda$ וקיימת $n \in \mathbb{N}$ קיים ש
 $\bigcup \mathcal{B}_{\alpha} = X$ טענה: X המצוייד עם הטופולוגיה הטריוואלית קופקטי.

> Xסענה: יהי א המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (X קומפקטי) המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי (Xטענה: תהא X קומפקטי. על אזי (X,\mathcal{T}) אוי קבוצה סופית ותהא \mathcal{T} טופולוגיה על אזי

. מסקנה: יהיו אינו אינו אינו המצוייד עם הטופולוגיה (a,b) אזי אינו אינו המסקנה: יהיו

. מענה: הסטנדרטית המצוייד עם המצוייד אזי [a,b] אזי אזי היינה: יהיו מענה: אזי מענה: אזי מענה: יהיו טענה: יהי X מ"ט ויהי $Y\subseteq X$ אזי (Y קומפקטיי) אזי (לכל אזי ענה: יהי X מ"ט ויהי אזי ($Y\subseteq X$ אזי אזי (לכל אזי יהי אז מ"ט ויהי אזי מ"ט ויהי

 $Y\subseteq \bigcup_{i=0}^{ar{n}}\mathcal{U}_{f(i)}$ עבורה $f:[n] o\Lambda$ וקיימת $n\in\mathbb{N}$ קיים $Y\subseteq\bigcup\mathcal{U}_{lpha}$ טענה: יהי X מ"ט קומפקטי ותהא $Y\subseteq X$ סגורה אזי Y קומפקטי.

עבורן $\mathcal{U},\mathcal{V}\in\mathcal{T}_X$ אזי קיימות x
otin Y קומפקטי ויהי קומפקטי אזי קיימות אזי קיימות אוסדורף תהא או $Y\subseteq X$

 $\mathcal{U}\cap\mathcal{V}=\mathscr{O}$ וכן $Y\subseteq\mathcal{V}$ וכן $x\in\mathcal{U}$ סגורה. אוי אוי קומפקטי אוי קומפקטי אוי סגורה אורה אוי סגורה אוי סגורה אויהי יהי סגורה אויס סענה: יהי

. טענה: יהי X האוסדורף קומפקטי אזי X רגולרי טענה: יהי X האוסדורף קומפקטי אזי X נורמלי.

. טענה: יהי א קומפקטי ותהא $f:X\to Y$ ותהא קומפקטי יהי יהי איזי לונה:
 $f:X\to Y$ ותהא אוי מסקנה: קומפקטיות הינה תכונה טופולוגית.

. מענה: הוא f הומיאומורפיזם הוא רביפה הוהפיכה אזי האוסדורף ותהא ותהא לf:X o Y האוסדורף הומיאומורפיזם הוא יהי . שיכון. f אזי א רציפה וחח"ע אזי f:X o Y ותהא איזי אוסדורף ותהא אזי קומפקטי יהי אוסדורף ותהא

תכונת החיתוך הסופי: יהי X מ"ט אזי $\{A_{lpha}\}_{lpha\in\Lambda}\subseteq\mathcal{P}\left(X
ight)$ המקיימת לכל X יהי תכונת החיתוך הסופי: יהי $\bigcap_{i=1}^n A_{f(i)}
eq \mathcal{Q}$ מתקיים $f:[n] o \Lambda$ $A \subseteq \mathcal{P}(X)$ טענה: יהי X מ"ט אזי (X קומקפטי) עלכל (לכל $X \subseteq \mathcal{P}(X)$ משפחה של קבוצות סגורות המקיימת

 $A \neq \emptyset$ את תכונת החיתוך הסופי מתקיים

מטריזבילי. אוי X האוסדורף קומקפטי מטריזבילי מקומית אזי X מטריזבילי.

 $\Gamma_f)$ לשענה: אוי f:X o Y אוי ותהא קומפקטי האוסדורף אוי האי מ"ט מיהי אוי ליהי אוי היי מענה: יהי אוי האוסדורף אויס אויס אויס אויס אויס מענה: יהי ללא X imes Y פיסוי פתוח של $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}\left(X imes Y
ight)$ ללא מ"ט ויהי X imes Y ללא

תת־כיסוי סופי אזי קיימת $X \in X$ עבורה לכל \mathcal{U} סביבה של $x \in X$ אינה אינה מתקיים כי למה: יהיו X,Z מ"טים יהי Y קומפקטי יהי X,Z יהיו של למה: יהיו איטים יהי למה: יהיו איטים יהי למה מתקיים מx סביבה לכל עבורה עבורה עבורה ותהא א ללא ללא תת־כיסוי סופי ותהא א ל $X\,\times\,Y\,\times\,Z$

עבורה לכל \mathcal{U} אינה ניתנת לכיסוי סופי על ידי אברי \mathcal{A} אזי \mathcal{U} אינה ניתנת לכיסוי סופי על ידי אברי \mathcal{U} . מתקיים לכיסוי אינה ניתנת ע $\mathcal{U}\times\mathcal{V}\times Z$ ים מתקיים של סביבה לכיסוי ולכל אינה מתקיים על מתקיים מי $ig(\prod_{i=1}^n X_i, \mathcal{T}_{ ext{prod}}ig)$ ישענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^n$ מ"טים אזי (X_i קומפקטי לכל

 $ig(\prod_{i=1}^\infty X_i,\mathcal{T}_{ ext{prod}}ig)$ ישענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^\infty$ מ"טים אזי (X_i קומפקטי לכל X_lpha) טענה: (אקסיומת הבחירה) מתקיים (אר $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ ולכל ולכל (אקסיומת הבחירה) משנה: (אקסיומת הבחירה)

קומפקטי)). $(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{\text{prod}}) \iff (\alpha \in \Lambda)$ קומפקטי)). \iff ($lpha\in\Lambda$ ססקנה משפט טיכונוב: יהיו $\{X_lpha\}_{lpha\in\Lambda}$ מ"טים אזי מסקנה משפט טיכונוב: יהיו $(\prod X_{\alpha}, \mathcal{T}_{prod})$ קומפקטי).

רציפה f:X o Y ותהא X o Y חליט מצוייד עם טופולוגיית הסדר ותהא א קומפקטי יהי ל מ"ט מצוייד עם טופולוגיית א

עבורו $\delta>0$ אזי X מספר לבג: יהי מרחב מטרי קומפקטי ויהי ויהי $\mathcal{A}\subset\mathcal{P}\left(X
ight)$ ויהי קומפקטי מספר לבג:

רציפה f:X o Y מסקנה: יהי אזי קומפקטי הי קומפקטי יהי מטרי ותהא אזי ותהא מסקנה: יהי מסקנה: יהי אזי קומפקטי יהי אזי אוי

 $x \in \mathcal{U}$ פתוחה המקיימת ע $\mathcal{U} \subseteq D$ קיימת וכן קומפקטית . מ"ט קומפקטי מקומית מ"ט קומפקטי מקומית מ"ט מיט קומפקטי מקומית ענה: יהי א

וכן קומפקטית עבורה $\overline{\mathcal{V}}$ עבורה x של סביבה של x קיימת עx סביבה של לכל לכל $x\in X$

. מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית קומפקטי מקומית מקומית עם מצוייד עם מענה: \mathbb{R}^n

. סענה: $(\mathbb{R}^{\aleph_0}, \mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ קומפקטי מקומית טענה: 🔾 מצוייד עם הטופולוגיה הסטנדרטית אינו קומפקטי מקומית.

 $f\left(X
ight)$ אזי ופתוחה אזי f:X o Y ותהא מ"ט ותהא ענה: יהי א קומפקטי מקומית יהי אינ מ"ט ותהא

מסקנה: קומפקטיות מקומית הינה תכונה טופולוגית.

 \iff ($i \in [n]$ טענה: יהיו $\{X_i\}_{i=1}^n$ מ"טים אזי ליטים אזי אוי קומפקטי מקומית לכל (חומפקטי מקומית) קומפקטי מקומית) ($\prod_{i=1}^{n} X_i, \mathcal{T}_{prod}$

קומפקטית מתקיים כי קומפקטית יהיו לכל f:X o Y מייטים אזי אזי ליהיו לכל לכל אותה: יהיו ליהיו מייטים אזי לf:X o Y. קומפקטית $f^{-1}(C)$

ונאותה על רציפה חח"ע או חח"ע האיט היי א מ"ט יהי א מח"ע מקומית ותהא מקומית מקומית האוסדורף האוסדורף מ"ט יהי א מ"ט י

 $\overline{f(X)} = Y$ המקיים

הערה: קומפקטיפיקציה היא לעיתים מ"ט ולעיתים השיכון.

טענה: יהי ל-X קומפקטיפיקציה שאינו קומפקטי אזי קיימת ל-X קומפקטיפיקציה יהי

למה: יהיו מ"טים $a:\mathbb{N} o \prod_{lpha \in \Lambda} X_lpha$ מ"טים תהא אטים מהיהיו למה: יהיו אמיטים תהא לכל $\pi_{lpha}\left(a
ight)$ אזי ($\pi_{lpha}\left(a_{n}
ight)\right)_{n=0}^{\infty}$ לכל מתכנסת ל-(b אזי אזי מתכנסת ל-(b אזי אזי מתכנסת ל-(a_{n})

. אינדלוף קומפקטי סדרתית אזי X קומפקטי לינדלוף קומפקטי אזי X

טענה: הישר הארוך הינו קומפקטי סדרתית וכן אינו קומקפטי וכן אינו מטריזבילי. $\Delta\subseteq\Lambda$ הימת הכו וכן מה לכל מקומית קומפקטי אזי מ"טים אזי וכן מ"טים מיטים מיטים מיטים אזי יהיו אזי יהיו אזי אזי ו $\{X_\alpha\}_{\alpha\in\Lambda}$

 $ho\left(d
ight):X^\Lambda imes X^\Lambda o\mathbb{R}$ אוי קבוצה אוי מרחב מטרי מרחב מרחב (X,d) המטריקה האחידה: המחידה

מסקנה: יהי X מרחב מטרי שלם אזי (Y,d) מרחב מטרי שלם. מסקנה: יהי X מרחב מטרי שלם.

טענה: יהי X האוסדורף התב"ש

. קומפקטית קומפקטית באשר $\overline{\mathcal{U}}$ קומפקטית אכל $x\in X$ לכל $x\in X$

. רגולרי. אזי אזי אוסדורף קומפקטי מקומית אזי אולרי. מסקנה: יהי א

טענה: יהי אזי קומפקטית מקומית ותהא א $Y\subseteq X$ ותהא מקומית קומפקטית יהי יהי איזי איזי מקומית ותהא . סענה: יהי X האוסדורף קומפקטי מקומית ותהא $Y \subset X$ פתוחה אזי Y קומפקטית מקומית.

X בפוף ב־X מסקנה: יהי X מ"ט ותהא Y קומפקטיפיקציה אזי $|Y\setminus X|=1$ עבורה Y עבורה אוי קומפקטיפיקציה אוי מ"ט אוי קומפקטיפיקציה אוי עבורה אלכסנדרוב: יהי

. אזי X קומפקטי סדרתית אזי X קומפקטי סדרתית אזי X

סופולוגיית הישר אזי עם מצוייד עם מצוייד עם מצוייד עם מצוייד עם מצוייד עם מופולוגיית הישר הארוך: יהי ω_1 יהי יהי הארוך: יהי ω_1

סופיתי עבורה $(\prod_{\alpha\in\Lambda}X_{\alpha},\mathcal{T}_{\mathrm{prod}})$ י \iff ($\beta\in\Lambda\setminus\Delta$ לכל לכל X_{β} קומפקטי סופית עבורה סופית

. מרחב מטרי שלם ($X, \min \{d, 1\}$) אזי שלם מטרי מטרי מרחב מטרי אזי (X, d) אזי טענה: יהי

תהיינה f:X o Y מרחב מטרי מרחב (Y,d) ותהיינה מ"ט היי למה: יהי רציפה. איי $f_n \xrightarrow{u} f$ איי עבורן עבורן רציפות רציפה $\{f_n\}_{n=0}^{\infty} \subseteq X o Y$

טענה: יהי $\{0,1\}$ המצוייד עם הטופולוגיה הבדידה אזי $\{0,1\}$ קומפקטי וכן

אינו קומפקטי. $\left(\prod_{n=1}^{\infty} \{0,1\}, \mathcal{T}_{\text{box}}\right)$

 $x\in X$ לכל $f\left(a
ight)\leq f\left(x
ight)\leq f\left(b
ight)$ עבורם $a,b\in X$ אזי קיימים

 $A\subseteq\mathcal{U}$ אם עבורה עבורה אז קיימת איז איז איז או diam $(A)<\delta$ אם א $A\subseteq X$. טענה: יהי X מרחב מטרי קומפקטי ויהי $\mathcal{A} \subset \mathcal{P}\left(X
ight)$ יהי מחבר מטרי מרחב מטרי קומפקטי ויהי

 $D \subseteq X$ קיימת $x \in X$ עבורו לכל עבורו מחם מחומית: מרחב מחומית: מרחב טופולוגיה קומפקטי מקומית:

קומפקטית מקומית.

f:X o Y קיום שיכון עבורו איים והאוסדורף איים מ"ט אזי מ"ט אזי מ"ט אזי עבורו אוסדורף עבורו איים איינון אזי מ

 $g\circ i=f$ רציפה עבורה g:Y o Z היימת לינת f:X o Z ולכל טענה: יהי לא מ"ט ותהיינה $Z,\,Y$ קומפקטיפיקציות סטון־צ'ך אזי אי ותהיינה מיט ותהיינה אומורפיים.

 a_{k_n} קיימת תת־סדרה פופולוגי א עבורו לכל הדרה מרחב טופולוגי מרחב מרחב מרחב מרחב מרחב מופולוגי א קומפקטי מדרתית:

. סענה: [0,1] o [0,1] קומפקטית וכן אינה קומפקטית סדרתית . מצוייד עם טופולוגיית הסדר המילוני הינו קומפקטי וכן קומפקטי סדרתית. מענה: $\left[0,1
ight]^2$

טענה: יהי (A,d)) אזי (A) אזי אזי (A) מרחב מטרי שלם מטרי מרחב (X,d) אזי יהי

. $ho\left(d
ight)\left(x,y
ight)=\sup_{lpha\in\Lambda}\left\{\min\left\{d\left(x_{lpha},y_{lpha}
ight),1
ight\}
ight\}$ המוגדרת $ho\left(d
ight)<1$ וכן X^{Λ} וכן X^{Λ} מטריקה מעל $ho\left(d
ight)$ מרחב מטרי ותהא Λ קבוצה אזי $ho\left(d
ight)$ טענה: יהי (X,d) מרחב מטרי שלם ותהא Λ קבוצה אזי (X,d) מרחב מטרי שלם.

 $(Y^X, \rho(d))$