הגדרה: תהיינה X,Y קבוצות ותהא $f:X\to Y$ חח"ע אזי $|X|\le|Y|$.

הגדרה: תהיינה X,Y קבוצות ותהא $f:X\to Y$ חח"ע ועל אזי $|X|=|Y|$.

סימון: תהיינה X,Y קבוצות עבורן $\neg(|X|=|Y|)$ אזי $|X|\ne|Y|$.

הגדרה: תהיינה X,Y קבוצות עבורן $|X|\le|Y|$ וכן $|X|\ne|Y|$ אזי $|X|<|Y|$.

משפט קנטור־שרדר־ברנשטיין (קש"ב): תהיינה X,Y קבוצות עבורן $|X|\le|Y|$ וכן $|Y|\le|X|$ אזי $|X|=|Y|$.

סימון: $|\mathbb{N}|=\aleph_0$.

קבוצה בת מנייה: קבוצה X עבורה $|X|=\aleph_0$.

קבוצה סופית: קבוצה A עבורה קיים $n\in\mathbb{N}$ המקיים $|A|=|[n]|$.

סימון: יהי $n\in\mathbb{N}$ אזי $|[n]|=n$.

קבוצה אינסופית: קבוצה A עבורה לא קיים $n\in\mathbb{N}$ המקיים $|A|=|[n]|$.

טענה: תהא A בת מנייה ותהא $B\subseteq A$ אינסופית אזי B בת מנייה.

מסקנה: תהא A בת מנייה ותהא $B\subseteq A$ אזי B סופית או בת מנייה.

טענה: תהא A בת מנייה תהא B קבוצה ותהא $f:A\to B$ על אזי B סופית או בת מנייה.

טענה: תהיינה A,B בנות מנייה אזי $A\cup B$ בת מנייה.

טענה: תהיינה $A_1\ldots A_n$ קבוצות בנות מנייה אזי $\bigcup_{i=1}^{n}A_i$ בת מנייה.

טענה: תהא $\langle A_n\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ סדרת קבוצות באשר A_i סופית או בת מנייה לכל $i\in\mathbb{N}$ ותהא $\langle f_n\mid n\in\mathbb{N}\rangle$ סדרת פונקציות באשר $f_n:\mathbb{N}\to A_n$ על לכל $n\in\mathbb{N}$ אזי $\bigcup_{i=0}^{\infty}A_i$ סופית או בת מנייה.

טענה: תהיינה A,B בנות מנייה אזי $A\times B$ בת מנייה.

טענה: תהיינה $A_1\ldots A_n$ בנות מנייה אזי $A_1\times\ldots\times A_n$ בת מנייה.

הגדרה: תהא A קבוצה אזי $A^1=A$.

הגדרה: תהא A קבוצה ויהי $n\in\mathbb{N}_+$ אזי $A^n=A\times A^{n-1}$.

טענה: $\bigcup_{n=1}^{\infty}\mathbb{N}^n$ בת מנייה.

מסקנה: $|\{A\subseteq\mathbb{N}\mid \text{סופית } A\}|=\aleph_0$.

טענה: $|\mathbb{Z}|=\aleph_0$.

טענה: $|\mathbb{Q}|=\aleph_0$.

מספר אלגברי: מספר $a\in\mathbb{C}$ עבורו קיים $p\in\mathbb{Z}[x]$ המקיים $p(a)=0$.

מספר טרנסצנדנטי: מספר $a\in\mathbb{C}$ עבורו לכל $p\in\mathbb{Z}[x]$ מתקיים $p(a)\ne0$.

משפט קנטור: $|\{a\in\mathbb{C}\mid \text{אלגברי } a\}|=\aleph_0$.

יחס סדר חלקי: תהא A קבוצה ויהי $\preccurlyeq\subseteq A^2$ אזי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ באשר

- רפלקסיביות: יהי $x\in A$ אזי $x\preccurlyeq x$.
- טרנזיטיביות: יהיו $x,y,z\in A$ עבורם $x\preccurlyeq y$ וכן $y\preccurlyeq z$ אזי $x\preccurlyeq z$.
- אנטי סימטריות חלשה: יהיו $x,y\in A$ עבורם $x\preccurlyeq y$ וכן $y\preccurlyeq x$ אזי $x=y$.

יחס סדר קווי: יחס סדר חלקי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ עבורו לכל $x,y\in A$ מתקיים $(x\preccurlyeq y)\vee(y\preccurlyeq x)$.

טענה: $\langle\mathbb{N},\le_{\mathbb{N}}\rangle$ יחס סדר קווי.

טענה: תהא A קבוצה אזי $\langle\mathcal{P}(A),\subseteq\rangle$ יחס סדר חלקי.

סדרים חלקיים איזומורפיים: סדרים חלקיים $\langle A,\preccurlyeq\rangle,\langle B,\sqsubseteq\rangle$ עבורם קיימת $\pi:A\to B$ הפיכה המקיימת $(a\preccurlyeq b)\Longleftrightarrow(\pi(a)\sqsubseteq\pi(b))$ לכל $a,b\in A$.

סימון: יהיו $\langle A,\preccurlyeq\rangle,\langle B,\sqsubseteq\rangle$ סדרים חלקיים איזומורפיים אזי $\langle A,\preccurlyeq\rangle\simeq\langle B,\sqsubseteq\rangle$.

יחס סדר קווי בעל איבר ראשון/מינימום: סדר קווי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ עבורו קיים $a\in A$ באשר לכל $b\in A$ מתקיים $a\preccurlyeq b$.

סימון: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי בעל איבר ראשון $a\in A$ אזי $\min(A)=a$.

טענה: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי בעל איבר ראשון ויהי $\langle B,\sqsubseteq\rangle$ סדר קווי באשר $\langle A,\preccurlyeq\rangle\simeq\langle B,\sqsubseteq\rangle$ אזי $\langle B,\sqsubseteq\rangle$ בעל איבר ראשון.

יחס סדר קווי בעל איבר אחרון/מקסימום: סדר קווי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ עבורו קיים $b\in A$ באשר לכל $a\in A$ מתקיים $a\preccurlyeq b$.

סימון: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי בעל איבר אחרון $a\in A$ אזי $\max(A)=a$.

טענה: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי בעל איבר אחרון ויהי $\langle B,\sqsubseteq\rangle$ סדר קווי באשר $\langle A,\preccurlyeq\rangle\simeq\langle B,\sqsubseteq\rangle$ אזי $\langle B,\sqsubseteq\rangle$ בעל איבר אחרון.

יחס סדר קווי צפוף: סדר קווי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ עבורו לכל $x,y\in A$ המקיימים $x\preccurlyeq y$ קיים $z\in A$ עבורו $x\preccurlyeq z$ וכן $z\preccurlyeq y$.

טענה: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי צפוף ויהי $\langle B,\sqsubseteq\rangle$ סדר קווי באשר $\langle B,\sqsubseteq\rangle\simeq\langle A,\preccurlyeq\rangle$ אזי $\langle B,\sqsubseteq\rangle$ צפוף.

טענה: $\langle\mathbb{Q},\leq_{\mathbb{Q}}\rangle$ סדר קווי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון.

טענה: $\langle\mathbb{N},\leq_{\mathbb{N}}\rangle\not\simeq\langle\mathbb{Q},\leq_{\mathbb{Q}}\rangle$.

משפט קנטור: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון באשר $|A|=\aleph_0$ אזי $\langle A,\preccurlyeq\rangle\simeq\langle\mathbb{Q},\leq_{\mathbb{Q}}\rangle$.

חסם מלעיל: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ עבורו לכל $x\in X$ מתקיים $x\preccurlyeq a$.

סימון: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ותהא $X\subseteq A$ אזי $\overline{B}_X=\{a\in A\mid X \text{ חסם מלעיל של } a\}$.

קבוצה חסומה מלעיל: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $X\subseteq A$ עבורה $\overline{B}_X\neq\varnothing$.

חסם מלרע: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ותהא $X\subseteq A$ אזי $a\in A$ עבורו לכל $x\in X$ מתקיים $a\preccurlyeq x$.

סימון: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ותהא $X\subseteq A$ אזי $\underline{B}_X=\{a\in A\mid X \text{ חסם מלרע של } a\}$.

קבוצה חסומה מלרע: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $X\subseteq A$ עבורה $\underline{B}_X\neq\varnothing$.

קבוצה חסומה: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $X\subseteq A$ בעלת חסם מלרע וחסם מלעיל.

סימון: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ותהא $X\subseteq A$ אזי $\sup\left(X\right)=\min\left(\overline{B}_X\right)$.

סימון: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ותהא $X\subseteq A$ אזי $\inf\left(X\right)=\max\left(\underline{B}_X\right)$.

יחס סדר קווי שלם: סדר קווי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ עבורו לכל $X\subseteq A$ חסומה מלעיל קיים $\sup\left(X\right)$.

טענה: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי ($\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר שלם)$\Longleftrightarrow$(לכל $X\subseteq A$ חסומה קיימים $\sup\left(X\right),\inf\left(X\right)$).

קבוצה צפופה: יהי $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $X\subseteq A$ עבורה לכל $x,y\in A$ באשר $x\preccurlyeq y$ קיים $z\in X$ המקיים $x\preccurlyeq z$ וכן $z\preccurlyeq y$.

השלמה של יחס סדר קווי: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון אזי סדר חלקי $\langle L,\sqsubseteq\rangle$ המקיים

- $P\subseteq L$.
- לכל $x,y\in P$ מתקיים $(x\sqsubseteq y)\Longleftrightarrow(x\preccurlyeq y)$.
- $\langle L,\sqsubseteq\rangle$ סדר קווי שלם ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון.
- $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ צפוף ב־$\langle L,\sqsubseteq\rangle$.

משפט יחידות השלמה: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון ותהיינה $\langle L^*,\sqsubseteq^*\rangle,\langle L,\sqsubseteq\rangle$ השלמות אזי קיים איזומורפיזם $\pi:L\to L^*$ עבורו $\pi\left(p\right)=p$ לכל $p\in P$.

משפט קיום השלמה: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי צפוף ללא איבר ראשון וללא איבר אחרון אזי קיימת לו השלמה.

חתך דדקינד: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ויהיו $A,B\subseteq P$ לא ריקות אזי $\langle A,B\rangle$ באשר

- $A\cap B=\varnothing$.
- $A\cup B=P$.
- לכל $a\in A$ ולכל $b\in B$ מתקיים $a\preccurlyeq b$.
- $\langle A,\preccurlyeq\rangle$ ללא איבר אחרון.

סימון: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ויהי $p\in P$ אזי $[p]=\langle\left(-\infty,p\right),\left[p,\infty\right)\rangle$.

טענה: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ויהי $p\in P$ אזי $[p]$ חתך דדקינד.

הגדרה: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי ויהיו $\langle C,D\rangle,\langle A,B\rangle$ חתכי דדקינד באשר $A\subseteq C$ אזי $\langle A,B\rangle\preccurlyeq\langle C,D\rangle$.

טענה: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $\langle P,\preccurlyeq\rangle\simeq\langle\{[p]\mid p\in P\},\preccurlyeq\rangle$.

הערה: נשתמש בהתאמה מעל בתור שיכון של P בחתכי הדדקינד שלה.

סימון: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $\mathrm{Ded}\left(P\right)=\{\langle A,B\rangle\mid \text{חתך דדקינד } \langle A,B\rangle\}$.

טענה: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $\langle\mathrm{Ded}\left(P\right),\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי.

טענה: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $\langle\mathrm{Ded}\left(P\right),\preccurlyeq\rangle$ ללא איבר אחרון

טענה: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ צפופה ב־$\langle\mathrm{Ded}\left(P\right),\preccurlyeq\rangle$.

טענה: יהי $\langle P,\preccurlyeq\rangle$ סדר קווי אזי $\langle\mathrm{Ded}\left(P\right),\preccurlyeq\rangle$ סדר שלם.