



深蓝学院  
shenlanxueyuon.com

# 多传感器融合定位

## ——第七章作业分享



主讲人 胡存蔚



- 1、补全代码，实现基于地图的融合定位
- 2、调试参数，与不加滤波时的定位结果做比较
- 3、给出不考虑随机游走模型时的推导过程，并在工程中实现。对比两种方法的性能差异

- 1、补全代码，实现基于地图的融合定位
- 2、调试参数，与不加滤波时的定位结果做比较
- 3、给出不考虑随机游走模型时的推导过程，并在工程中实现。对比两种方法的性能差异

# 1、补全代码，实现基于地图的融合定位

## 1.1 ESKF初始化

- 课程中的姿态误差 $\delta\theta$ 是定义在载体坐标系（b系）下的，状态方程中的加速度也是定义在b系下；

则误差方程可以写成状态方程的通用形式：

$$\delta\dot{x} = F_t \delta x + B_t w$$

其中

$$F_t = \begin{bmatrix} 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_t [\bar{a}_t]_{\times} & -R_t & 0 \\ 0 & 0 & [\bar{\omega}_t]_{\times} & 0 & -I_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \bar{a}_t &= a_t - b_{a_t} \\ \bar{\omega}_t &= \omega_t - b_{\omega_t} \end{aligned}$$

- 修改ESKF初始化函数Init，更新状态方程中的F阵和B阵；

```
Eigen::Vector3d linear_acc_init(imu_data.linear_acceleration.x,  
                                imu_data.linear_acceleration.y,  
                                imu_data.linear_acceleration.z);  
Eigen::Vector3d angular_vel_init(imu_data.angular_velocity.x,  
                                  imu_data.angular_velocity.y,  
                                  imu_data.angular_velocity.z);  
// covert to navigation frame:  
// linear_acc_init = GetUnbiasedLinearAcc(linear_acc_init, C_nb);  
// use unbiased acc in body frame for process equation  
linear_acc_init = linear_acc_init - accl_bias_;  
angular_vel_init = GetUnbiasedAngularVel(angular_vel_init, C_nb);  
  
// init process equation, in case of direct correct step:  
UpdateProcessEquation(linear_acc_init, angular_vel_init);
```

# 1、补全代码，实现基于地图的融合定位

## 1.2 ESKF预测

### 1.2.1 名义值更新

补全UpdateOdomEstimation，使用同步后的imu数据将名义状态值积分到观测时刻。

注意：GetAngularDelta输出的加速度是在b系下的

```
/**
 * @brief update IMU odometry estimation
 * @param linear_acc_mid, output mid-value unbiased linear acc
 * @return void
 */
void ErrorStateKalmanFilter::UpdateOdomEstimation(
    Eigen::Vector3d &linear_acc_mid, Eigen::Vector3d &angular_vel_mid) {
    // TODO: this is one possible solution to previous chapter, IMU Navigation,
    // assignment
    //
    // get deltas:
    const size_t index_curr = 1;
    const size_t index_prev = 0;
    Eigen::Vector3d angular_delta;
    GetAngularDelta(index_curr, index_prev, angular_delta, angular_vel_mid);
    // update orientation:
    Eigen::Matrix3d R_cur, R_pre;
    UpdateOrientation(angular_delta, R_cur, R_pre);
    // get velocity delta:
    double dt;
    Eigen::Vector3d velocity_delta;
    GetVelocityDelta(index_curr, index_prev, R_cur, R_pre, dt, velocity_delta, linear_acc_mid);
    // save mid-value unbiased linear acc for error-state update:

    // update position:
    UpdatePosition(dt, velocity_delta);
}
```

# 1、补全代码，实现基于地图的融合定位

## 1.2.2 状态方程更新

- 修改状态方程更新函数 UpdateProcessEquation，输入的是b系下的加速度，所以重力加速度g\_也要转换到b系下。

- 根据课程中的公式，补全 SetProcessEquation

$$F_t = \begin{bmatrix} 0 & I_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_t [\bar{a}_t]_{\times} & -R_t & 0 \\ 0 & 0 & -[\bar{\omega}_t]_{\times} & 0 & -I_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \bar{a}_t &= a_t - b_{a_t} \\ \bar{\omega}_t &= \omega_t - b_{\omega_t} \end{aligned}$$

$$B_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix}$$

```
/**
 * @brief update process equation
 * @param imu_data, input IMU measurement
 * @param T, output time delta
 * @return void
 */
void ErrorStateKalmanFilter::UpdateProcessEquation(
    const Eigen::Vector3d &linear_acc_mid,
    const Eigen::Vector3d &angular_vel_mid) {
    // set linearization point:
    Eigen::Matrix3d C_nb = pose_.block<3, 3>(0, 0);
    Eigen::Vector3d f_n = linear_acc_mid + C_nb.transpose() * g_; // trans g_ to body frame
    Eigen::Vector3d w_b = angular_vel_mid;

    // set process equation:
    SetProcessEquation(C_nb, f_n, w_b);
}
```

```
/**
 * @brief set process equation
 * @param C_nb, rotation matrix, body frame -> navigation frame
 * @param f_n, accel measurement in navigation frame
 * @return void
 */
void ErrorStateKalmanFilter::SetProcessEquation(const Eigen::Matrix3d &C_nb,
    const Eigen::Vector3d &f_n,
    const Eigen::Vector3d &w_b) {

    // TODO: set process / system equation:
    // a. set process equation for delta vel:
    // 第七章ppt, p30
    F_.block<3, 3>(kIndexErrorVel, kIndexErrorOri) = -C_nb * ((Sophus::SO3d::hat(f_n)).matrix());
    F_.block<3, 3>(kIndexErrorVel, kIndexErrorAccel) = -C_nb;

    B_.block<3, 3>(kIndexErrorVel, kIndexNoiseAccel) = C_nb;
    // b. set process equation for delta ori:
    F_.block<3, 3>(kIndexErrorOri, kIndexErrorOri) = -Sophus::SO3d::hat(w_b).matrix();
}
```

# 1、补全代码，实现基于地图的融合定位

## 1.2.3 预测误差状态协方差

修改函数

UpdateErrorEstimation

这里主要是根据课程中的公式，更新离散时间下的状态方程中的F阵和B阵，并预测状态误差协方差阵P

状态方程离散化，可以写为

$$\delta \mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \delta \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{w}_k$$

其中

$$\mathbf{F}_{k-1} = \mathbf{I}_{15} + \mathbf{F}_t T$$
$$\mathbf{B}_{k-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{R}_{k-1} T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I}_3 \sqrt{T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I}_3 \sqrt{T} \end{bmatrix}$$

其中，T 为 Kalman 的滤波周期。

$$\delta \tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_{k-1} \delta \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{w}_k$$

$$\tilde{\mathbf{P}}_k = \mathbf{F}_{k-1} \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{Q}_k \mathbf{B}_{k-1}^T$$

```
/**
 * @brief update error estimation
 * @param linear_acc_mid, input mid-value unbiased linear acc
 * @return void
 */
void ErrorStateKalmanFilter::UpdateErrorEstimation(
    const double &T, const Eigen::Vector3d &linear_acc_mid,
    const Eigen::Vector3d &angular_vel_mid) {
    //static MatrixF F_1st;
    //static MatrixF F_2nd;

    // TODO: update process equation:
    UpdateProcessEquation(linear_acc_mid, angular_vel_mid);
    // TODO: get discretized process equations:
    MatrixF F = MatrixF::Identity() + F_ * T;

    MatrixB B;
    B.setZero();
    B.block<3, 3>(kIndexErrorVel, kIndexNoiseAccel) = B_.block<3, 3>(kIndexErrorVel, kIndexNoiseAccel) * T;
    B.block<3, 3>(kIndexErrorOri, kIndexNoiseGyro) = B_.block<3, 3>(kIndexErrorOri, kIndexNoiseGyro) * T;

    B.block<3, 3>(kIndexErrorAccel, kIndexNoiseBiasAccel) = B_.block<3, 3>(kIndexErrorAccel, kIndexNoiseBiasAccel) * sqrt(T);
    B.block<3, 3>(kIndexErrorGyro, kIndexNoiseBiasGyro) = B_.block<3, 3>(kIndexErrorGyro, kIndexNoiseBiasGyro) * sqrt(T);

    // TODO: perform Kalman prediction
    X_ = F * X_; // 这行可以不用，因为x_会被清零
    //Pk = Fk_1*P*Fk_1_T + Bk_1 * Q * Bk_1_T
    P_ = F * P_ * F.transpose() + B * Q_ * B.transpose();
}
```

# 1、补全代码，实现基于地图的融合定位

## 1.3 ESKF更新

当有lidar点云匹配定位数据时，进行ESKF的更新步骤，ESKF更新在Correct函数中进行。需要补全函数CorrectErrorEstimation、CorrectErrorEstimationPose、EliminateError

```
/**
 * @brief Kalman correction, pose measurement and other measurement in body
 * frame
 * @param measurement_type, input measurement type
 * @param measurement, input measurement
 * @return void
 */
bool ErrorStateKalmanFilter::Correct(const IMUData &imu_data,
                                     const MeasurementType &measurement_type,
                                     const Measurement &measurement) {

    static Measurement measurement_;

    // get time delta:
    double time_delta = measurement.time - time_; //time_: predict time

    if (time_delta > -0.05)
    {
        // perform Kalman prediction:
        if (time_ < measurement.time) {
            Update(imu_data);
        }

        // get observation in navigation frame:
        measurement_ = measurement;
        measurement_.T_nb = init_pose_ * measurement_.T_nb;

        // correct error estimation:
        CorrectErrorEstimation(measurement_type, measurement_);

        // eliminate error:
        EliminateError();

        // reset error state:
        ResetState();

        return true;
    }
}
```



# 1、补全代码，实现基于地图的融合定位

## 1.3.1 更新G

更新卡尔曼增益G、状态观测量Y:  
CorrectErrorEstimationPose

$$K_k = \check{P}_k G_k^T (G_k \check{P}_k G_k^T + C_k R_k C_k^T)^{-1}$$

```
/**
 * @brief correct error estimation using pose measurement
 * @param T_nb, input pose measurement
 * @return void
 */
void ErrorStateKalmanFilter::CorrectErrorEstimationPose(
    const Eigen::Matrix4d &T_nb, Eigen::VectorXd &Y, Eigen::MatrixXd &G,
    Eigen::MatrixXd &K) {
    //
    //set measurement:// ppt p31
    //delta p
    Eigen::VectorXd Y_measured = Y;
    Y_measured.resize(kDimMeasurementPose, 1);
    Y_measured.block<3, 1>(0,0) = pose_.block<3, 1>(0, 3) - T_nb.block<3, 1>(0, 3); // 预测 - 测量

    //delta theta
    Eigen::Matrix3d delta_Cnb = T_nb.block<3,3>(0, 0).transpose() * pose_.block<3,3>(0, 0);
    Eigen::Matrix3d delta_theta_matrix = delta_Cnb - Eigen::Matrix3d::Identity();
    Y_measured.block<3, 1>(3, 0) = Sophus::SO3d::vee(delta_theta_matrix);

    // set measurement equation:
    G = GPose_;
    YPose_ = Y_measured;
    //const MatrixCPose& C = CPose_;
    // K = P * G^T * (G * P * G^T + C * R * C^T).inverse()
    //K = P_ * G.transpose() * (G * P_ * G.transpose() + C * RPose_ * C.transpose()).inverse();
    K = P_ * G.transpose() * (G * P_ * G.transpose() + RPose_).inverse(); //C是单位阵，可以不写
}
```

# 1、补全代码，实现基于地图的融合定位

## 1.3.2 更新X和P

计算状态误差 $\mathbf{x}$ ,并更新状态误差协方差阵 $\mathbf{P}$ :CorrectErrorEstimation

$$\hat{P}_k = (I - K_k G_k) \check{P}_k$$

$$\delta \hat{\mathbf{x}}_k = \delta \check{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{G}_k \delta \check{\mathbf{x}}_k)$$

```
/**
 * @brief correct error estimation
 * @param measurement_type, measurement type
 * @param measurement, input measurement
 * @return void
 */
void ErrorStateKalmanFilter::CorrectErrorEstimation(
    const MeasurementType &measurement_type, const Measurement &measurement) {
    //
    // TODO: understand ESKF correct workflow
    //
    Eigen::VectorXd Y;
    Eigen::MatrixXd G, K;
    switch (measurement_type)
    {
        case MeasurementType::POSE:
            CorrectErrorEstimationPose(measurement.T_nb, Y, G, K);
            break;
        default:
            break;
    }

    // TODO: perform Kalman correct:
    // P = (I - K * G) * P
    P_ = (MatrixP::Identity() - K * G) * P_;

    // X = X + K * (y - G * X)
    X_ = X_ + K * (Y - G * X_);
}
```

# 1、补全代码，实现基于地图的融合定位

## 1.3.3 名义值更新

采用估计的误差状态量，对名义值进行更新：EliminateError

### 7) 有观测时计算后验位姿

根据后验状态量，更新后验位姿。

$$\hat{p}_k = \check{p}_k - \delta \hat{p}_k$$

$$\hat{v}_k = \check{v}_k - \delta \hat{v}_k$$

$$\hat{R}_k = \check{R}_k (I - [\delta \hat{\theta}_k]_{\times})$$

$$\hat{b}_{a_k} = \check{b}_{a_k} - \delta \hat{b}_{a_k}$$

$$\hat{b}_{\omega_k} = \check{b}_{\omega_k} - \delta \hat{b}_{\omega_k}$$

```
/**
 * @brief eliminate error
 * @param void
 * @return void
 */
void ErrorStateKalmanFilter::EliminateError(void) {
    //
    // TODO: correct state estimation using the state of ESKF
    // a. position:
    pose_.block<3, 1>(0, 3) = pose_.block<3, 1>(0, 3) - X_.block<3, 1>(kIndexErrorPos, 0);

    // b. velocity:
    vel_ = vel_ - X_.block<3, 1>(kIndexErrorVel, 0);

    // c. orientation:
    Eigen::Matrix3d delta_R = Eigen::MatrixXd::Identity(3,3) - Sophus::SO3d::hat(X_.block<3, 1>(kIndexErrorOri, 0)).matrix(); //ppt p40
    Eigen::Quaterniond dq = Eigen::Quaterniond(delta_R);
    dq = dq.normalized();
    pose_.block<3, 3>(0, 0) = pose_.block<3, 3>(0, 0) * dq.toRotationMatrix();

    // d. gyro bias:
    if (IsCovStable(kIndexErrorGyro))
    {
        gyro_bias_ -= X_.block<3, 1>(kIndexErrorGyro, 0);
    }

    // e. accel bias:
    if (IsCovStable(kIndexErrorAccel))
    {
        accel_bias_ -= X_.block<3, 1>(kIndexErrorAccel, 0);
    }
}
```

# 1、补全代码，实现基于地图的融合定位

## 1.4 运行效果



- 1、补全代码，实现基于地图的融合定位
- 2、调试参数，与不加滤波时的定位结果做比较
- 3、给出不考虑随机游走模型时的推导过程，并在工程中实现。对比两种方法的性能差异

## 2、调试参数，与不加滤波时的定位结果做比较

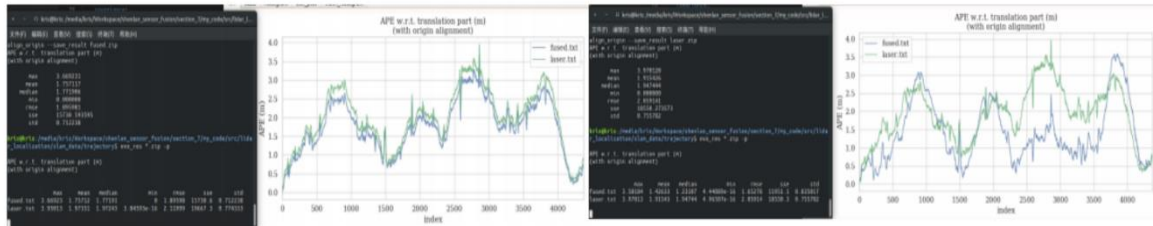
- 通过修改配置文件中过程噪声方差Q和观测噪声方差R之间的相对大小。
- 当Q较大时，预测噪声较大，系统更相信观测
- 当R较大时，观测噪声较大，系统更相信预测。
- 以上结论，符合kalman经典方程：R越大，K越小，说明观测值对状态估计的贡献越小。

```

delta: 1.0e-6
process:
  gyro: 1.0e-4
  accel: 2.5e-3
  bias_accel: 2.5e-3
  bias_gyro: 1.0e-4
  delta_bias_correct: false
measurement:
  pose:
    pos: 1.0e-4
    ori: 1.0e-4
  pos: 1.0e-4
  vel: 2.5e-3
  
```

系统噪声

观测噪声



$$K_k = \check{P}_k G_k^T (G_k \check{P}_k G_k^T + C_k R_k C_k^T)^{-1}$$

Q减小，R增大，系统相信观测  
融合ape曲线与激光ape曲线相似

Q增大，R减小，系统相信预测  
融合ape曲线与激光ape曲线不相似

- 1、补全代码，实现基于地图的融合定位
- 2、调试参数，与不加滤波时的定位结果做比较
- 3、给出不考虑随机游走模型时的推导过程和实现。对比两种方法的性能差异

### 3、给出不考虑随机游走模型时的推导过程和实现。对比两种方法的性能差异

#### 3.1 公式推导

- 不考虑随机游走的离散时间下的公式推导结果如下图：  
(F不变)

$$\delta \dot{\mathbf{p}} = \delta \mathbf{v}$$

$$\delta \dot{\mathbf{v}} = -\mathbf{R}_t[\mathbf{a}_t - \mathbf{b}_{a_t}]_{\times} \delta \boldsymbol{\theta} + \mathbf{R}_t(\mathbf{n}_a - \delta \mathbf{b}_a)$$

$$\delta \dot{\boldsymbol{\theta}} = -[\boldsymbol{\omega}_t - \mathbf{b}_{\omega_t}]_{\times} \delta \boldsymbol{\theta} + \mathbf{n}_{\omega} - \delta \mathbf{b}_{\omega}$$

$$\delta \dot{\mathbf{b}}_a = 0$$

$$\delta \dot{\mathbf{b}}_{\omega} = 0$$

$$\mathbf{B}_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{R}_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{k-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{R}_{k-1}T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



### 3、给出不考虑随机游走模型时的推导过程和实现。对比两种方法的性能差异

## 3.2 代码实现

- 在配置文件中，增加一个配置项 `delta_bias_correct`，用于区分是否考虑随机游走模型。

```
process:
  gyro: 1.0e-4
  accel: 2.5e-3
  bias_accel: 2.5e-3
  bias_gyro: 1.0e-4
  delta_bias_correct: false
```

- 加载该配置项

```
node["covariance"]["process"]["bias_gyro"].as<double>(),
COV.PROCESS.DELTA_BIAS_CORRECT =
node["covariance"]["process"]["delta_bias_correct"].as<bool>();
// d. measurement noise:
```

- 根据该配置项，设置状态方程中的B矩阵

```
if(COV.PROCESS.DELTA_BIAS_CORRECT)
{
  B_.block<3, 3>(kIndexErrorAccel, kIndexNoiseBiasAccel) = Eigen::Matrix3d::Identity();
  B_.block<3, 3>(kIndexErrorGyro, kIndexNoiseBiasGyro) = Eigen::Matrix3d::Identity();
}
```

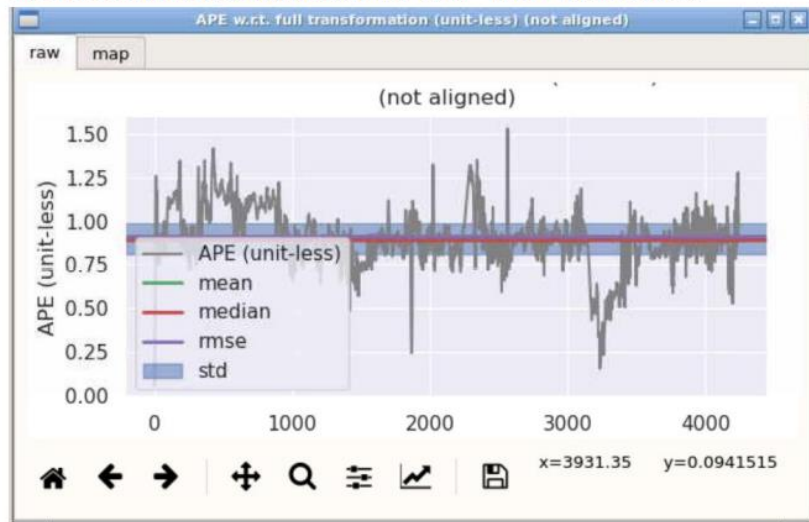
# 3、给出不考虑随机游走模型时的推导过程和实现。对比两种方法的性能差异

## 3.3 实验结果

### ➤ 考虑随机游走模型：

# b. fused:

evo\_ape kitti ground\_truth.txt fused.txt -r full --plot --plot\_mode xy



```
ctory# evo_ape kitti ground_truth.txt fused.txt -r full --plot --plot_mode xy
APE w.r.t. full transformation (unit-less)
(not aligned)

max      1.532248
mean     0.900310
median   0.895257
min      0.054862
rmse     0.916651
sse      3565.176209
std      0.172308
```

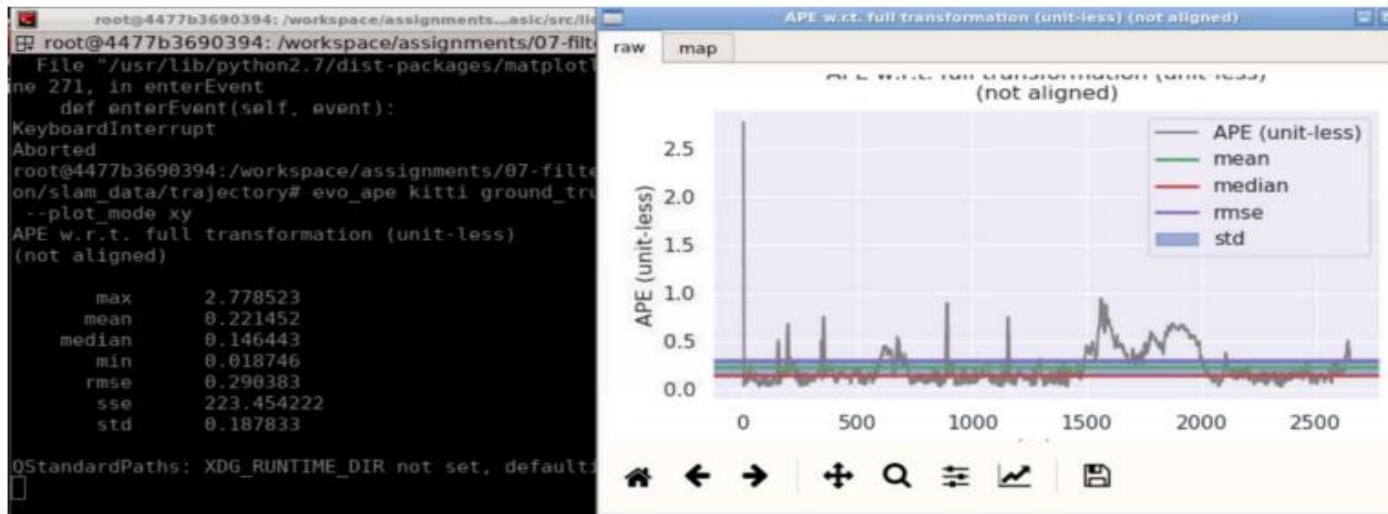
### 3、给出不考虑随机游走模型时的推导过程和实现。对比两种方法的性能差异

## 3.3 实验结果

### ➤ 不考虑随机游走模型：

# b. fused:

evo\_ape kitti ground\_truth.txt fused.txt -r full --plot --plot\_mode xy







深蓝学院  
shenlanxueyuan.com

感谢各位聆听 !  
Thanks for Listening

