# Kompetenzcheck

Mathematik (AHS)
Oktober 2013

Aufgabenheft



#### Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Die Aufgaben dieses Kompetenzchecks haben einerseits *freie Antwortformate*, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Multiple-Choice-Format in der Variante "2 aus 5": Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei zwei Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie nur die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

1 + 1 = 1	
2 + 2 = 4	X
3 + 3 = 3	
4 + 4 = 8	X
5 + 5 = 5	

Multiple-Choice-Format in der Variante "x aus 5": Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung "Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/Gleichung(en)/… an!". Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie nur die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:

Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

1 + 1 = 2	X
2 + 2 = 4	X
3 + 3 = 6	X
4 + 4 = 4	
5 + 5 = 10	X

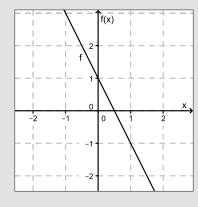
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

#### Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion  $f(x) = k \cdot x + d$ .

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen k = -2 und d > 0 in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



*Lückentext:* Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten füllen!

Beispiel: Gegeben sind 3 Gleichungen			
Aufgabenstellung: Ergänzen Sie die Textlücken i korrekte Aussage entsteht!	m folgenden Satz durch Ankı	reuzen der jeweils richtigen	Satzteile so, dass eine mathematisch
Die Gleichung	wird als Zusammenz		bezeichnet.
	( <u>1</u> )	Multiplikation	
	1 + 1 = 2	Subtraktion	
	1 · 1 = 1	Addition	

#### So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

- 1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- 2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	
2 + 2 = 4	X
3 + 3 = 5	
4 + 4 = 4	
5 + 5 = 9	

Hier wurde zuerst die Antwort "5 + 5 = 9" gewählt und dann auf "2 + 2 = 4" geändert.

#### So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

- 1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- 2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	
2 + 2 = 4	
3 + 3 = 5	
4 + 4 = 4	
5 + 5 = 9	

Hier wurde zuerst die Antwort "2 + 2 = 4" übermalt und dann wieder gewählt.

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der entsprechenden Buchstaben den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den gegebenen Bezeichnungen die entsprechenden Gleichungen zu!

 $\begin{array}{c|cccc}
1+1=2 & \mathcal{A} \\
2 \cdot 2 = 4 & \mathcal{C}
\end{array}$ 

A Addition
B Division
C Multiplikation
D Subtraktion

#### Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

# Aufgaben zu Grundkompetenzen der 9. Schulstufe

### Rationale Zahlen

Gegeben sind folgende Zahlen:  $-\frac{1}{2}$ ;  $\frac{\pi}{5}$ ; 3,5;  $\sqrt{3}$ ;  $-\sqrt{16}$ .

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Zahl(en) an, die rational ist/sind!

$-\frac{1}{2}$	
<u>π</u> 5	
3,5	
$\sqrt{3}$	
-√16	

### Rechenoperationen bei Vektoren

Gegeben sind die Vektoren  $\overrightarrow{a}$  und  $\overrightarrow{b}$  sowie ein Skalar  $r \in \mathbb{R}$ .

### Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Rechenoperationen liefert/liefern als Ergebnis wieder einen Vektor? Kreuzen Sie die zutreffende(n) Antwort(en) an!

$\vec{a} + r \cdot \vec{b}$	
$\vec{a} + r$	
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	
$r \cdot \vec{b}$	
<i>b</i> − <i>a</i>	

### Eigenschaften linearer Funktionen

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit der Gleichung f(x) = 4x - 2.

#### Aufgabenstellung:

Wählen Sie zwei Argumente  $x_1$  und  $x_2$  mit  $x_2 = x_1 + 1$  und zeigen Sie, dass die Differenz  $f(x_2) - f(x_1)$  gleich dem Wert der Steigung k der gegebenen linearen Funktion f ist!

### Gerade in Parameterform

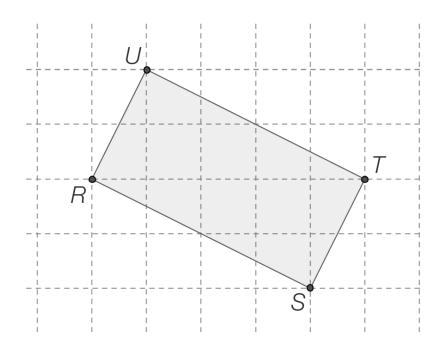
Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung 3x - 4y = 12.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Gleichung von g in Parameterform an!

### Rechteck

Abgebildet ist das Rechteck RSTU.



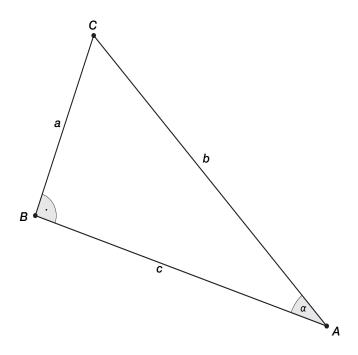
### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$\overrightarrow{ST} = -\overrightarrow{RU}$	
SR    UT	
$\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{TR}$	
$U = T + \overrightarrow{SR}$	
$\overrightarrow{RT} \cdot \overrightarrow{SU} = 0$	

# Rechtwinkeliges Dreieck

Von einem rechtwinkeligen Dreieck ABC sind die Längen der Seiten a und c gegeben.

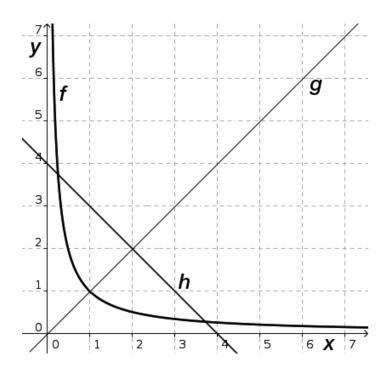


#### Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Formel für die Berechnung des Winkels  $\alpha$  an!

# Funktionsgraphen

Gegeben sind die Graphen der Funktionen f, g und h.



### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

g(1) > g(3)	
h(1) > h(3)	
f(1) = g(1)	
h(1) = g(1)	
f(1) < f(3)	

### Modellierung mittels linearer Funktionen

Reale Sachverhalte können durch eine lineare Funktion  $f(x) = k \cdot x + d$  mathematisch modelliert werden.

#### Aufgabenstellung:

In welchen Sachverhalten ist eine Modellierung mittels einer linearen Funktion sinnvoll möglich? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Sachverhalte an!

der zurückgelegte Weg in Abhängigkeit von der Zeit bei einer gleichbleibenden Geschwindigkeit von 30 km/h	
die Einwohnerzahl einer Stadt in Abhängigkeit von der Zeit, wenn die Anzahl der Einwohner/innen in einem bestimmten Zeitraum jährlich um 3 % wächst	
der Flächeninhalt eines Quadrates in Abhängigkeit von der Seitenlänge	
die Stromkosten in Abhängigkeit von der verbrauchten Energie (in kWh) bei einer monatlichen Grundgebühr von € 12 und Kosten von € 0,4 pro kWh	
die Fahrzeit in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit für eine bestimmte Entfernung	

# Aufgaben zu Grundkompetenzen der 10. Schulstufe

### Geraden im $\mathbb{R}^3$

Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung  $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  mit  $t \in \mathbb{R}$ .

### Aufgabenstellung:

Zwei der folgenden Gleichungen sind ebenfalls Parameterdarstellungen der Geraden g. Kreuzen Sie diese beiden Gleichungen an!

$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$	
$X = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$	
$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} $ mit $t \in \mathbb{R}$	
$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$	
$X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} $ mit $t \in \mathbb{R}$	

### Halbwertszeit eines Isotops

Der radioaktive Zerfall des lod-Isotops <sup>131</sup>I verhält sich gemäß der Funktion N mit  $N(t) = N(0) \cdot e^{-0.086 \cdot t}$  mit t in Tagen.

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Gleichung(en) an, mit der/denen die Halbwertszeit des Isotops in Tagen berechnet werden kann!

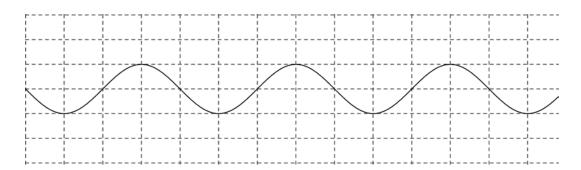
$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0.086 \cdot t \cdot \ln e$	
$2 = e^{-0.086 \cdot t}$	
$N(0) = \frac{N(0)}{2} \cdot e^{-0.086 \cdot t}$	
$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 0,086 \cdot t \cdot e$	
$\frac{1}{2} = 1 \cdot e^{-0.086 \cdot t}$	

### Cosinusfunktion

Die Cosinusfunktion ist eine periodische Funktion.

#### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung die Koordinatenachsen und deren Skalierung so ein, dass der angegebene Graph dem Graphen der Cosinusfunktion entspricht! Die Skalierung beider Achsen muss jeweils zwei Werte umfassen!



### Eigenschaften des arithmetischen Mittels

Gegeben ist das arithmetische Mittel  $\bar{x}$  von Messwerten.

### Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Eigenschaften treffen für das arithmetische Mittel zu? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an!

Das arithmetische Mittel teilt die geordnete Liste der Messwerte immer in eine untere und eine obere Teilliste mit jeweils gleich vielen Messwerten.	
Das arithmetische Mittel kann durch Ausreißer stark be- einflusst werden.	
Das arithmetische Mittel kann für alle Arten von Daten sinnvoll berechnet werden.	
Das arithmetische Mittel ist immer gleich einem der Messwerte.	
Multipliziert man das arithmetische Mittel mit der Anzahl der Messwerte, so erhält man immer die Summe aller Messwerte.	

#### **FSME-Infektion**

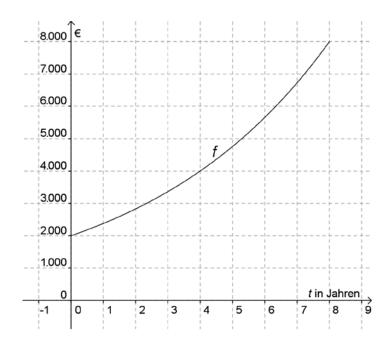
Infizierte Zecken können durch einen Stich das FSME-Virus (Frühsommer-Meningoenzephalitis) auf den Menschen übertragen. In einem Risikogebiet sind etwa 3 % der Zecken FSME-infiziert. Die FSME-Schutzimpfung schützt mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % vor einer FSME-Erkrankung.

#### Aufgabenstellung:

Eine geimpfte Person wird in diesem Risikogebiet von einer Zecke gestochen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person durch den Zeckenstich an FSME erkrankt!

### Verdoppelungszeit

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen einer Exponentialfunktion f mit  $f(t) = a \cdot b^t$ .



#### Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie mithilfe des Graphen die Größe der Verdoppelungszeit!

#### Luftwiderstand

Der Luftwiderstand  $F_L$  eines bestimmten PKWs in Abhängigkeit von der Fahrtgeschwindigkeit v lässt sich durch folgende Funktionsgleichung beschreiben:  $F_L(v) = 0.4 \cdot v^2$ . Der Luftwiderstand ist dabei in Newton (N) und die Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s) angegeben.

#### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die mittlere Zunahme des Luftwiderstandes in  $\frac{N}{m/s}$  bei einer Erhöhung der Fahrtgeschwindigkeit von 20 m/s auf 30 m/s!

### Würfeln

Ein idealer sechsseitiger Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 wird einmal geworfen.

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Fragestellungen in der linken Spalte die passenden Wahrscheinlichkeiten in der rechten Spalte zu!

Fragestellung	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine gerade Zahl gewürfelt wird?	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 4 gewürfelt wird?	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl kleiner als 2 gewürfelt wird?	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 1 und kleiner als 6 gewürfelt wird?	

Wahrs	cheinlichkeit
А	<u>1</u> 3
В	<u>1</u> 6
С	1/2
D	1
Е	5 6
F	23

# Aufgaben zu Grundkompetenzen der 11. Schulstufe

# Exponentialfunktion

Gegeben ist eine reelle Funktion f mit der Gleichung  $f(x) = a \cdot e^{\lambda x}$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  und  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

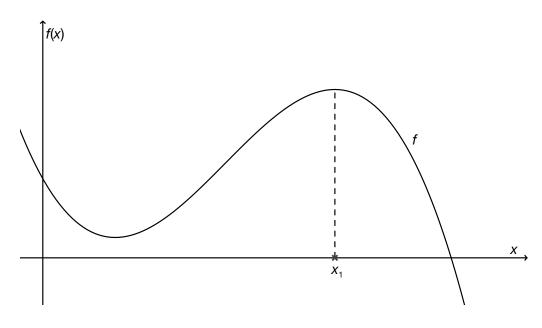
### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die für die Funktion f zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f'(x) = a \cdot \lambda \cdot e^{\lambda x}$	
Für $a > 0$ sind alle Funktionswerte negativ.	
Die Funktion f hat mindestens eine reelle Nullstelle.	
Die Funktion $f$ schneidet die $y$ -Achse bei $(0 a)$ .	
Die Funktion $f$ ist streng monoton fallend, wenn $\lambda < 0$ und $a \neq 0$ ist.	

#### Lokales Maximum

Gegeben ist eine Polynomfunktion f.



#### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

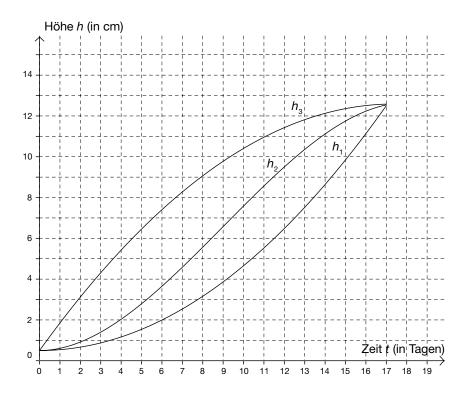
Wenn  $\underline{ }$  ist und  $\underline{ }$  ist, besitzt die gegebene Funktion f an der Stelle  $x_1$  ein lokales Maximum.

1	
$f'(x_1) < 0$	
$f'(x_1) = 0$	
$f'(x_1) > 0$	

2	
$f''(x_1) < 0$	
$f''(x_1) = 0$	
$f''(x_1) > 0$	

#### Pflanzenwachstum

Die Höhe h (in cm) von drei verschiedenen Pflanzen in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen) wurde über einen längeren Zeitraum beobachtet und mittels geeigneter Funktionen  $h_1$  (für Pflanze 1),  $h_2$  (für Pflanze 2) und  $h_3$  (für Pflanze 3) modelliert. Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der drei Funktionen  $h_1$ ,  $h_2$  und  $h_3$ .



#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Graph der Funktion $h_1$ ist im Intervall [1; 5] links gekrümmt.	
Die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 1 nimmt im Intervall [11; 13] ab.	
Während des Beobachtungszeitraums [0; 17] nimmt die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 2 ständig zu.	
Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt: $h_3''(t) \le 0$ .	
Für alle Werte $t \in [3; 8]$ gilt: $h_1'(t) < 0$ .	

### Erwartungswert

In der nachstehenden Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X dargestellt.

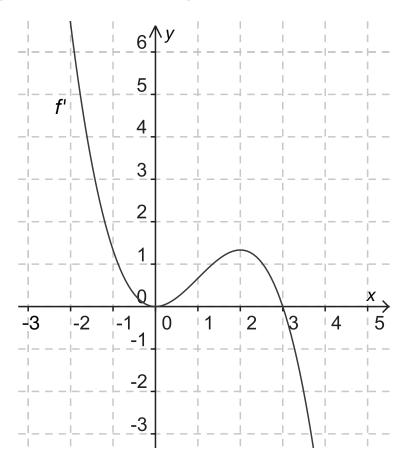
$a_i \text{ mit } i \in \{1, 2, 3, 4\}$	1	2	3	4
$P(X = a_i)$	0,1	0,3	0,5	0,1

#### Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Erwartungswert E(X) der Zufallsvariablen X!

# Funktionseigenschaften

Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f.



#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 3$ einen lokalen Hochpunkt.	
Die Funktion f ist im Intervall [2; 5] streng monoton fallend.	
Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.	
Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 0$ eine lokale Extremstelle.	
Die Funktion f ist im Intervall [-2; 0] links gekrümmt.	

# Polynomfunktion – Funktionsuntersuchung

Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit der Funktionsgleichung  $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$  mit den Parametern  $a \neq 0$ ;  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

Die Funktion f hat einen Hochpunkt im Punkt H = (2|2) und einen Wendepunkt an der Stelle  $x_2 = -1$ . An der Stelle  $x_3 = 3$  hat die Steigung der Funktion den Wert -9.

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

f'(3) = -9	
f(2) = 0	
f''(-1) = 0	
f'(2) = 0	
f''(2) = 0	

### Differenzenquotient

Eine Funktion s:  $[0; 6] \rightarrow \mathbb{R}$  beschreibt den von einem Radfahrer innerhalb von t Sekunden zurückgelegten Weg.

Es gilt: 
$$s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2t$$
.

Der zurückgelegte Weg wird dabei in Metern angegeben, die Zeit wird ab dem Zeitpunkt  $t_0 = 0$  in Sekunden gemessen.

#### Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Differenzenquotienten der Funktion s im Intervall [0; 6] und deuten Sie das Ergebnis!

### Binomialverteilung

Einige der angeführten Situationen können mit einer Binomialverteilung modelliert werden.

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Situation(en) an, bei der/denen die Zufallsvariable X binomialverteilt ist!

Aus einer Urne mit vier blauen, zwei grünen und drei weißen Kugeln werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. (X = Anzahl der grünen Kugeln)	
In einer Gruppe mit 25 Kindern sind sieben Linkshänder. Es werden drei Kinder zufällig ausgewählt. (X = Anzahl der Linkshänder)	
In einem U-Bahn-Waggon sitzen 35 Personen. Vier haben keinen Fahrschein. Drei werden kontrolliert. (X = Anzahl der Personen ohne Fahrschein)	
Bei einem Multiple-Choice-Test sind pro Aufgabe drei von fünf Wahlmöglich- keiten richtig. Die Antworten werden nach dem Zufallsprinzip angekreuzt. Sieben Aufgaben werden gestellt. (X = Anzahl der richtig gelösten Aufgaben)	
Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens liegt bei 52 %. Eine Familie hat drei Kinder. ( $X = \text{Anzahl der Mädchen}$ )	