Name:		
Klasse:		
		۔ لمہ

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

**AHS** 

16. Jänner 2015

# Mathematik

Teil-1-Aufgaben







### Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 1 enthält 24 Aufgaben. Die Aufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen dafür 120 Minuten an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift. Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft. Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld.

Alle Antworten müssen in das Aufgabenheft geschrieben werden. In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Das Aufgabenheft ist abzugeben.

#### Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit A gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit A markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO "wesentlichen Bereich") herangezogen. Werden unter Berücksichtigung der mit A markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben

richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.

Werden auch unter Berücksichtigung der mit A markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit "Nicht genügend" beurteilt.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte A) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend 16-23 Punkte Befriedigend 24-32 Punkte 33-40 Punkte Gut Sehr gut 41-48 Punkte

#### Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits freie Antwortformate, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der entsprechenden Buchstaben den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

#### Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

1 + 1 = 2	A
2 · 2 = 4	С

Α	Addition
В	Division
С	Multiplikation
D	Subtraktion

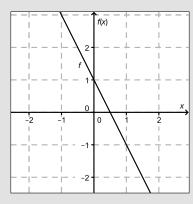
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

#### Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit  $f(x) = k \cdot x + d$ .

#### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen k = -2 und d > 0 in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Multiple-Choice-Format in der Variante "1 aus 6": Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei eine Antwortmöglichkeit auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

#### Beispiel:

Welche Gleichung ist korrekt?

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

1 + 1 = 1	
2 + 2 = 2	
3 + 3 = 3	
4 + 4 = 8	X
5 + 5 = 5	
6 + 6 = 6	

Multiple-Choice-Format in der Variante "2 aus 5": Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei zwei Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

#### Beispiel:

Welche Gleichungen sind korrekt?

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

1 + 1 = 1	
2 + 2 = 4	X
3 + 3 = 3	
4 + 4 = 8	X
5 + 5 = 5	

Multiple-Choice-Format in der Variante "x aus 5": Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung "Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/Gleichung(en)/… an!". Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

#### Beispiel:

Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

1 + 1 = 2	X
2 + 2 = 4	X
3 + 3 = 6	X
4 + 4 = 4	
5 + 5 = 10	X

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten füllen!

#### Beispiel:

Gegeben sind 3 Gleichungen.

#### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

1	
1 – 1 = 0	
1 + 1 = 2	×
1 · 1 = 1	

2	
Multiplikation	
Subtraktion	
Addition	X

#### So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

- 1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- 2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	
2 + 2 = 4	X
3 + 3 = 5	
4 + 4 = 4	
5 + 5 = 9	

Hier wurde zuerst die Antwort "5 + 5 = 9" gewählt und dann auf "2 + 2 = 4" geändert.

#### So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

- 1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- 2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	
2 + 2 = 4	
3 + 3 = 5	
4 + 4 = 4	
5 + 5 = 9	

Hier wurde zuerst die Antwort "2 + 2 = 4" übermalt und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer! Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

#### Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

## Zahlen den Zahlenmengen zuordnen

Gegeben sind Aussagen zu Zahlen.

## Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Zahl $-\frac{1}{3}$ liegt in $\mathbb{Z}$ , aber nicht in $\mathbb{N}$ .	
Die Zahl $\sqrt{-4}$ liegt in $\mathbb{C}$ .	
Die Zahl 0,9 liegt in ℚ und in ℝ.	
Die Zahl $\pi$ liegt in $\mathbb R$ .	
Die Zahl $-\sqrt{7}$ liegt nicht in $\mathbb{R}$ .	

### Praxisgemeinschaft

In einer Gemeinschaftspraxis teilen sich sechs Therapeutinnen und Therapeuten die anfallende Monatsmiete zu gleichen Teilen auf.

Am Ende des Jahres verlassen Mitglieder die Praxisgemeinschaft. Daher muss der Mietanteil für die Verbleibenden um jeweils € 20 erhöht werden und beträgt ab dem neuen Jahr nun monatlich € 60.

#### Aufgabenstellung:

Stellen Sie anhand des gegebenen Textes eine Gleichung auf, mit der die Anzahl derjenigen Mitglieder, die die Praxisgemeinschaft verlassen, berechnet werden kann!

Bezeichnen Sie dabei die Anzahl derjenigen Mitglieder, die die Praxisgemeinschaft verlassen, mit der Variablen x!

## Quadratische Gleichung mit genau zwei Lösungen

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Unbekannten x über der Grundmenge  $\mathbb{R}$ :

$$x^2 + 10x + q = 0$$
 mit  $q \in \mathbb{R}$ 

### Aufgabenstellung:

Geben Sie an, für welche Werte für  $q \in \mathbb{R}$  die Gleichung genau zwei Lösungen besitzt!

## Lineares Gleichungssystem

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem über der Grundmenge  $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

I: 
$$2x + y = 6$$
  
II:  $3x - y = -3$ 

### Aufgabenstellung:

Geben Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems über der Grundmenge G an!

### Normalvektoren

Gegeben ist der Vektor 
$$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} -1\\3\\5 \end{pmatrix}$$
.

### Aufgabenstellung:

Welche(r) der unten stehenden Vektoren steht/stehen normal auf den Vektor  $\overrightarrow{a}$ ? Kreuzen Sie den/die zutreffende(n) Vektor(en) an!

$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} 5\\0\\1 \end{pmatrix}$	
$\begin{pmatrix} -1\\3\\0 \end{pmatrix}$	

## Geradengleichung

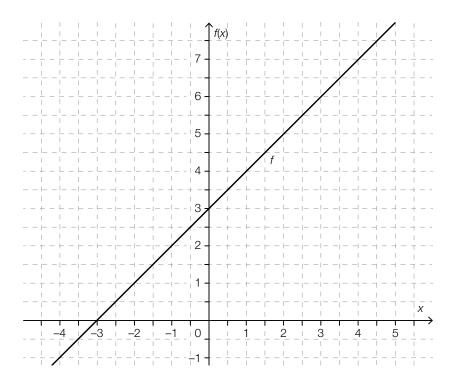
Gegeben ist eine Gerade g mit der Gleichung  $2 \cdot x - 5 \cdot y = -6$ .

### Aufgabenstellung:

Geben Sie die Gleichung der Geraden h an, die durch den Punkt (0|0) geht und zur Geraden g parallel ist!

## Schnittpunkt zweier Funktionsgraphen

Gegeben sind der Graph einer Funktion f und die Funktion g mit der Gleichung g(x) = -x + 5.



### Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der Graphen der Funktionen f und g!

#### Wasserkosten

Die monatlichen Wasserkosten eines Haushalts bei einem Verbrauch von x m³ Wasser können durch eine Funktion K mit der Gleichung  $K(x) = a + b \cdot x$  mit  $a, b \in \mathbb{R}^+$  beschrieben werden.

### Aufgabenstellung:

Erklären Sie, welche Bedeutung die Parameter a und b in diesem Zusammenhang haben!

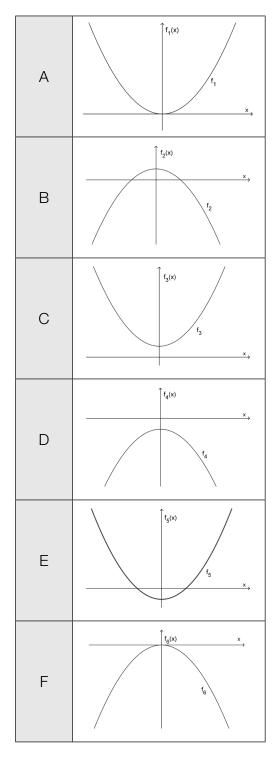
### Parabeln zuordnen

Gegeben sind die Graphen von sechs Funktionen  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ ,  $f_5$  und  $f_6$  mit der Gleichung  $f_i(x) = ax^2 + b$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  und  $a \neq 0$  (i von 1 bis 6).

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den folgenden Eigenschaften jeweils den entsprechenden Graphen der dargestellten Funktionen zu!

a < 0 und b < 0	
a < 0  und  b > 0	
a > 0  und  b < 0	
a > 0  und  b > 0	



## Symmetrische Polynomfunktion

Der Graph einer zur senkrechten Achse symmetrischen Polynomfunktion f besitzt den lokalen Tiefpunkt T = (3|-2).

### Aufgabenstellung:

Begründen Sie, warum die Polynomfunktion f mindestens 4. Grades sein muss!

### Exponentialfunktion

Von einer Exponentialfunktion f mit der Gleichung  $f(x) = 25 \cdot b^x$  ( $b \in \mathbb{R}^+$ ;  $b \neq 0$ ;  $b \neq 1$ ) ist folgende Eigenschaft bekannt:

Wenn x um 1 erhöht wird, sinkt der Funktionswert auf 25 % des Ausgangswertes.

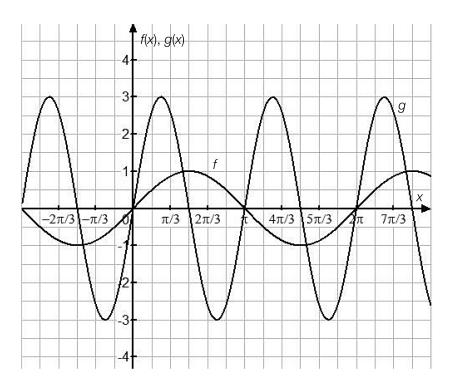
Aufg	aber	nstel	lung	:
, ,,,,	acc.	10101		•

Geben Sie den Wert des Parameters b an!

b =

### Parameter der Schwingungsfunktionen

Die unten stehende Abbildung zeigt die Graphen von zwei Funktionen f und g, deren Gleichungen den Funktionsterm  $a \cdot \sin(b \cdot x)$  haben  $(a, b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\})$ . Dabei wird a als Amplitude und b als Kreisfrequenz bezeichnet.



### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Amplitude von $g$ ist dreimal so groß wie die Amplitude von $f$ .	
Würde man die Kreisfrequenz von $f$ verdreifachen, so wäre der neue Graph mit jenem von $g$ deckungsgleich.	
Die Kreisfrequenz von f beträgt 1.	
Die Kreisfrequenz von $g$ ist doppelt so groß wie die Kreisfrequenz von $f$ .	
Eine Veränderung des Parameters a bewirkt eine Verschiebung des Graphen der Funktion in senkrechter Richtung.	

## Elektrische Spannung

Die Funktion U beschreibt die elektrische Spannung während eines physikalischen Experiments in Abhängigkeit von der Zeit t (U(t) in Volt, t in Sekunden).

#### Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie den Wert des Terms  $\frac{U(t_2)-U(t_1)}{U(t_1)}$  in diesem Zusammenhang!

#### Freier Fall

Der Weg, den ein Stein im freien Fall zurücklegt, kann näherungsweise durch den funktionalen Zusammenhang  $s(t) = 5 \cdot t^2$  beschrieben werden. Dabei wird die Fallzeit t in Sekunden und der in dieser Zeit zurückgelegte Weg s(t) in Metern gemessen.

#### Aufgabenstellung:

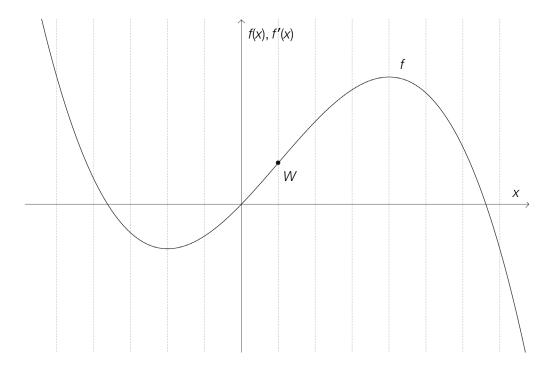
Berechnen Sie die Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s), die der Stein nach einer Fallzeit von t = 2 Sekunden hat!

## Graph einer Ableitungsfunktion

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion f dritten Grades, die den Wendepunkt W besitzt.

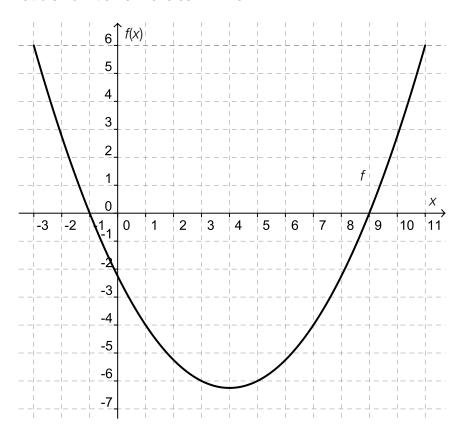
### Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in das Koordinatensystem!



## Negative erste Ableitung

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Funktion f im Intervall [-3; 11] dargestellt. An der Stelle x = 4 hat die Funktion ein lokales Minimum.



#### Aufgabenstellung:

Geben Sie das Intervall I für diejenigen Stellen  $x \in [-3; 11]$  an, für die gilt: f'(x) < 0!

*I* = \_\_\_\_\_

### Funktionsgleichungen

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung  $f(x) = 3x^2 + 2$ .

### Aufgabenstellung:

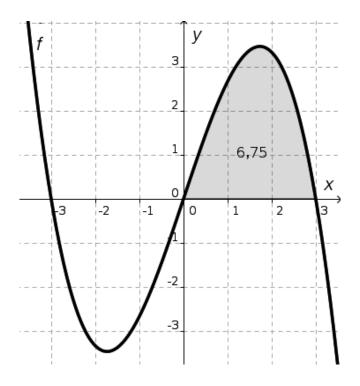
Geben Sie die Funktionsgleichungen von zwei verschiedenen Funktionen  $F_1$  und  $F_2$  an, deren Ableitungsfunktion die Funktion f ist!

 $F_1(x) = \underline{\hspace{1cm}}$ 

 $F_2(x) = \underline{\hspace{1cm}}$ 

### Integral

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer punktsymmetrischen Funktion f (das bedeutet: f(-x) = -f(x)) dargestellt. Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse im Intervall [0; 3] ist grau unterlegt. Ihre Maßzahl beträgt 6,75.



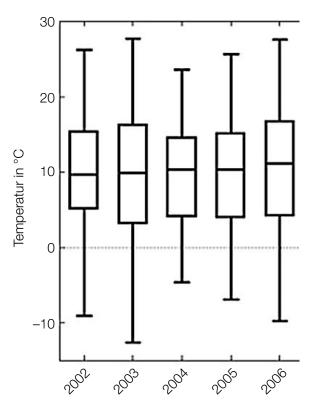
### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$\int_0^3 f(x) \mathrm{d}x = 6.75$	
$\int_{-3}^{3} f(x) dx = 13,5$	
$\int_{-3}^{3} f(x) dx = -13.5$	
$\int_{-3}^{3} f(x) \mathrm{d}x = 0$	
$\int_{-3}^{0} f(x) dx = 6,75$	

## Temperaturaufzeichnungen von Braunschweig

Die nachstehende Grafik veranschaulicht die jährlichen Temperaturaufzeichnungen der Tagesmitteltemperaturen von Braunschweig (Deutschland) im Zeitraum 2002–2006 mithilfe von Kastenschaubildern (Boxplots).



### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Im Zeitraum 2002–2006 lag der Median der jeweiligen Tagesmitteltemperaturen jeweils im Intervall [7 °C; 13 °C].	
Im Jahr 2006 lagen mehr als 25 % der Tagesmitteltemperaturen unter 0 °C.	
Das Jahr 2002 wies den größten Median der Tagesmitteltemperaturen auf.	
Das Jahr 2003 wies die größte Spannweite der Tagesmitteltemperaturen auf.	
Im Jahr 2004 betrug die Spannweite der Tagesmitteltemperaturen 10 °C.	

### Änderung statistischer Kennzahlen

Gegeben ist eine geordnete Liste mit neun Werten  $a_1, a_2, \dots, a_9$ .

Der Wert  $a_1$  wird um 5 vergrößert, der Wert  $a_9$  wird um 5 verkleinert, die restlichen Werte der Liste bleiben unverändert. Durch die Abänderung der beiden Werte  $a_1$  und  $a_9$  kann sich eine neue, nicht geordnete Liste ergeben.

#### Aufgabenstellung:

Welche statistischen Kennzahlen der Liste werden durch die genannten Änderungen in keinem Fall verändert? Kreuzen Sie die entsprechende(n) statistische(n) Kennzahl(en) an!

arithmetisches Mittel	
Median	
Modus	
Spannweite	
Standardabweichung	

#### Grundraum eines Zufallsversuchs

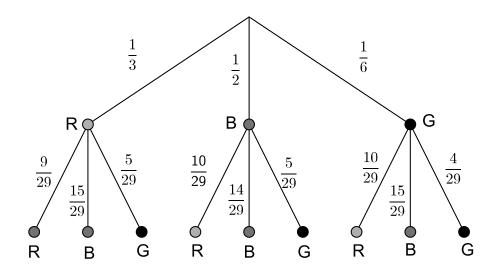
In einer Urne befinden sich zwei Kugeln, die mit den Zahlen 0 bzw. 1 beschriftet sind. Die Kugeln sind – abgesehen von ihrer Beschriftung – nicht unterscheidbar. Aus dieser Urne wird dreimal zufällig eine Kugel gezogen, wobei diese nach jedem Zug wieder in die Urne zurückgelegt wird.

#### Aufgabenstellung:

Geben Sie den Grundraum dieses Zufallsversuchs vollständig durch Zahlentripel (x; y; z) an! x, y und z nehmen dabei jeweils die Werte 0 oder 1 an.

### Baumdiagramm

In einem Gefäß befinden sich rote, blaue und grüne Kugeln. Es werden zwei Kugeln gezogen. Das folgende Baumdiagramm veranschaulicht die möglichen Ergebnisse des Zufallsversuchs:



Quelle: http://www.mathe-online.at/mathint/wstat1/grafiken/baumdiagramm2.gif [18.12.2014] (adaptiert)

R = rote Kugel

B = blaue Kugel

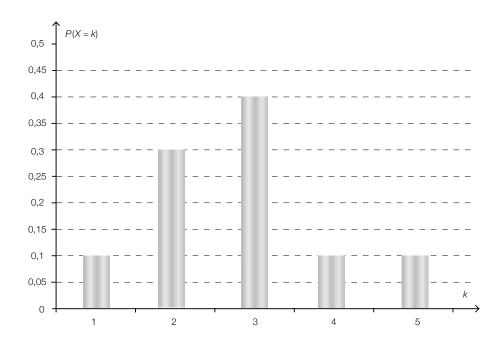
G = grüne Kugel

#### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Kugeln gleicher Farbe gezogen werden!

### Erwartungswert

Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X, bei der jedem Wert k (k = 1, 2, 3, 4, 5) die Wahrscheinlichkeit P(X = k) zugeordnet wird.



#### Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Erwartungswert E(X) der Zufallsvariablen X!

### Würfeln

Ein fairer Würfel wird zehnmal geworfen.

### Aufgabenstellung:

Welche Wahrscheinlichkeit wird durch den Term 1  $-\left[\binom{10}{9}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^9\cdot\frac{5}{6}+\left(\frac{1}{6}\right)^{10}\right]$  angegeben?

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Antwort(en) an!

Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, höchstens acht Sechser zu werfen.	
Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, mehr als zweimal keinen Sechser zu werfen.	
Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, mindestens einmal keinen Sechser zu werfen.	
Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, weniger als neun Sechser zu werfen.	
Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, mehr als acht Sechser zu werfen.	