

# Übungsaufgaben zur Vorbereitung auf die standardisierte kompetenz- orientierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik (AHS)



# Inhalt

## Teil-1-Übungsaufgaben

Inhaltsbereich <i>Algebra und Geometrie (AG)</i>	<b>8</b>
(1) Ganze Zahlen (AG 1.1)	9
(2) Rationale Zahlen (AG 1.1)	11
(3) Rationale Zahlen (AG 1.1)	13
(4) Algebraische Begriffe (AG 1.2)	15
(5) Äquivalenz von Formeln (AG 2.1)	17
(6) Verkaufspreis (AG 2.1)	19
(7) Eintrittspreis (AG 2.1)	21
(8) Potenzen (AG 2.1)	23
(9) Angestellte Frauen und Männer (AG 2.1)	25
(10) Fahrenheit (AG 2.2)	27
(11) Sport (AG 2.2)	29
(12) Gleichung 3. Grades (AG 2.3)	31
(13) Benzinverbrauch (AG 2.3)	33
(14) Quadratische Gleichung (AG 2.3)	35
(15) Lösung einer quadratischen Gleichung (AG 2.3)	37
(16) Graphische Lösung einer quadratischen Gleichung (AG 2.3)	39
(17) Quadratische Gleichungen (AG 2.3)	41
(18) Lineare Ungleichung (AG 2.4)	43
(19) Kräfte (AG 3.2)	45
(20) Vektoren im Dreieck (AG 3.3)	47
(21) Rechnen mit Vektoren (AG 3.3)	49
(22) Vektoren in einem Quader (AG 3.3)	51
(23) Quadrat (AG 3.3)	53
(24) Vektoren (AG 3.3)	55
(25) Rechenoperationen bei Vektoren (AG 3.3)	57
(26) Rechteck (AG 3.3)	59
(27) Streckenmittelpunkt (AG 3.4)	61
(28) Idente Geraden (AG 3.4)	63
(29) Lagebeziehung von Geraden (AG 3.4)	65
(30) Gerade in Parameterform (AG 3.4)	67
(31) Gerade im R <sup>3</sup> (AG 3.4)	69
(32) Lagebeziehung zweier Geraden (AG 3.4)	71
(33) Normale Vektoren (AG 3.5)	73
(34) Rechtwinkeliges Dreieck (AG 4.1)	75
(35) Winkelfunktion (AG 4.1)	77
(36) Rechtwinkeliges Dreieck (AG 4.1)	79
(37) Cosinus im Einheitskreis (AG 4.2)	81
(38) Sinus im Einheitskreis (AG 4.2)	83
(39) Winkelfunktionen (AG 4.2)	85
(40) Einheitskreis (AG 4.2)	87

<b>Inhaltsbereich <i>Funktionale Abhängigkeiten (FA)</i></b>	<b>89</b>
(1) Funktionsgraph – ja oder nein? (FA 1.1)	91
(2) Reelle Funktion (FA 1.1)	93
(3) Parameter einer Polynomfunktion (FA 1.4)	95
(4) Funktionale Abhängigkeit (FA 1.4)	97
(5) Argument bestimmen (FA 1.4)	99
(6) Werte einer linearen Funktion (FA 1.4)	101
(7) Funktionswerte (FA 1.4)	103
(8) Kraftstoffverbrauch (FA 1.4)	105
(9) Funktionsgraphen (FA 1.4)	107
(10) Polynomfunktion 4. Grades (FA 1.5)	109
(11) Funktionseigenschaften erkennen (FA 1.5)	111
(12) Monotonie einer linearen Funktion (FA 1.5)	113
(13) Schnittpunkte (FA 1.6)	115
(14) Zu- und Abwanderung (FA 1.7)	117
(15) Fullkurven (FA 1.7)	120
(16) Umrechnungsformel für Fahrenheit (FA 2.1)	124
(17) Aussagen über lineare Funktionen (FA 2.3)	126
(18) Parameter einer linearen Funktion (FA 2.3)	128
(19) Zeit-Weg-Diagramm, Geschwindigkeiten (FA 2.3)	130
(20) Charakteristische Eigenschaften einer linearen Funktion (FA 2.4)	132
(21) Temperaturskala (FA 2.4)	134
(22) Eigenschaften linearer Funktionen (FA 2.4)	136
(23) Modellierung mittels linearer Funktionen (FA 2.5)	138
(24) Funktionsgraphen zuordnen (FA 3.1)	140
(25) Potenzfunktion (FA 3.2)	144
(26) Indirekte Proportionalität (FA 3.4)	146
(27) Ideales Gas (FA 3.4)	148
(28) Grad einer Polynomfunktion (FA 4.1)	150
(29) Quadratische Funktion (FA 4.1)	153
(30) Polynomfunktion (FA 4.1)	155
(31) Graphen von Polynomfunktionen (FA 4.1)	157
(32) Polynomfunktionen (FA 4.4)	159
(33) Nullstellen einer Polynomfunktion (FA 4.4)	161
(34) Polynomfunktion 3. Grades (FA 4.4)	164
(35) Exponentialgleichung (FA 5.2)	166
(36) Werte einer Exponentialfunktion (FA 5.2)	168
(37) Exponentielle Abnahme (FA 5.3)	170
(38) Parameter einer Exponentialfunktion (FA 5.3)	172
(39) Schnittpunkt mit der y-Achse (FA 5.3)	174
(40) Exponentialfunktionen vergleichen (FA 5.3)	176
(41) Exponentialfunktion (FA 5.4)	178
(42) Exponentielles Wachstum (FA 5.4)	180
(43) Exponentialfunktion (FA 5.4)	182
(44) Halbwertszeit eines Isotops (FA 5.5)	184
(45) Verdoppelungszeit (FA 5.5)	186
(46) Halbwertszeit von Felbamat (FA 5.5)	188

(47) Relative und absolute Zunahme (FA 5.6)	190
(48) Trigonometrische Funktion skalieren (FA 6.2)	192
(49) Wirkung der Parameter einer Sinusfunktion (FA 6.3)	194
(50) Trigonometrische Funktion (FA 6.3)	196
(51) Variation einer trigonometrischen Funktion (FA 6.3)	198
(52) Negative Sinusfunktion (FA 6.3)	200
(53) Cosinusfunktion (FA 6.5)	202
(54) Ableitung der Sinusfunktion (FA 6.6)	204
(55) Ableitung der Cosinusfunktion (FA 6.6)	206

## **Inhaltsbereich Analysis (AN) 208**

(1) Luftwiderstand (AN 1.2)	209
(2) Differenzenquotient (AN 1.3)	211
(3) Änderungsmaße (AN 1.3)	213
(4) Freier Fall (AN 1.3)	215
(5) Freier Fall – Momentangeschwindigkeit (AN 1.3)	217
(6) Differenzenquotient (AN 1.3)	219
(7) Wachstum (AN 1.4)	221
(8) Wirkstoffe im Körper (AN 1.4)	223
(9) Ableitung einer Polynomfunktion (AN 2.1)	225
(10) Ableitung von Sinus- und Cosinus-Funktion (AN 2.1)	227
(11) Ableitungsfunktion einer linearen Funktion (AN 3.1)	229
(12) Aussagen zum Integral (AN 3.1)	231
(13) Stammfunktion (AN 3.1)	233
(14) Funktion und Stammfunktion (AN 3.2)	235
(15) Funktion – Ableitungsfunktion (AN 3.2)	237
(16) Gleiche Ableitungsfunktion (AN 3.2)	239
(17) Graph der ersten Ableitungsfunktion (AN 3.2)	241
(18) Lokale Extrema (AN 3.3)	244
(19) Ermittlung einer Funktionsgleichung (AN 3.3)	246
(20) Eigenschaften einer Polynomfunktion (AN 3.3)	248
(21) Eigenschaften von Funktionen (AN 3.3)	250
(22) Ableitungsfunktion (AN 3.3)	252
(23) Wendestelle (AN 3.3)	254
(24) Steigung einer Funktion (AN 3.3)	256
(25) Wendepunkt (AN 3.3)	258
(26) Berührung zweier Funktionsgraphen (AN 3.3)	260
(27) Lokales Maximum (AN 3.3)	262
(28) Pflanzenwachstum (AN 3.3)	264
(29) Funktionseigenschaften (AN 3.3)	266
(30) Polynomfunktion – Funktionsuntersuchung (AN 3.3)	268
(31) Monotonie (AN 3.3)	270
(32) Unbestimmtes Integral (AN 4.2)	272
(33) Bestimmte Integrale (AN 4.3)	274
(34) Fläche zwischen zwei Kurven (AN 4.3)	277
(35) Begrenzung einer Fläche (AN 4.3)	279
(36) Aussagen über bestimmte Integrale (AN 4.3)	281

<b>Inhaltsbereich <i>Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS)</i></b>	<b>283</b>
(1) Känguru (WS 1.1)	284
(2) Studiendauer (WS 1.1)	286
(3) Tagesumsätze (WS 1.1)	288
(4) Boxplot (WS 1.1)	290
(5) Histogramm erstellen (WS 1.2)	292
(6) Boxplots zuordnen (WS 1.2)	294
(7) Testergebnis (WS 1.2)	296
(8) Säulendiagramm (WS 1.2)	298
(9) Brotverbrauch (WS 1.2)	300
(10) Boxplot zeichnen (WS 1.3)	302
(11) Geldausgaben (WS 1.3)	304
(12) Mittelwert einfacher Datensätze (WS 1.3)	306
(13) Datenreihe (WS 1.3)	308
(14) Arithmetisches Mittel einer Datenreihe (WS 1.3)	310
(15) Geordnete Urliste (WS 1.3)	312
(16) Eigenschaften des arithmetischen Mittels (WS 1.4)	314
(17) Würfelergebnisse (WS 2.2)	316
(18) Wahrscheinlichkeit eines Defekts (WS 2.3)	318
(19) Kugelschreiber (WS 2.3)	320
(20) FSME-Infektion (WS 2.3)	322
(21) Würfeln (WS 2.3)	324
(22) Wahrscheinlichkeitsverteilung (WS 3.1)	326
(23) Testung (WS 3.1)	328
(24) Bernoulli-Experiment (WS 3.1)	330
(25) Erwartungswert (WS 3.1)	332
(26) Binomialverteilung (WS 3.2)	334
(27) Graphen einer Binomialverteilung (WS 3.2)	336
(28) Modellierung mithilfe einer Binomialverteilung (WS 3.3)	338
(29) Aufnahmetest (WS 3.3)	340
(30) Binomialverteilung (WS 3.3)	342
(31) Wahl (WS 4.1)	344

## Teil-2-Übungsaufgaben

(1) Wasserstand eines Bergsees (AN 1.1, AN 1.3, AN 3.3)	347
(2) Aufnahmetest (WS 2.3, WS 3.2, WS 3.3)	349
(3) Section Control (WS 1.1, WS 1.3, WS 3.1, WS 3.2, WS 3.3)	351
(4) Wachstum einer Pflanze (AG 2.3, AN 1.3, AN 2.1, AN 3.3)	354
(5) Mathematikschularbeiten (WS 2.2, WS 3.1, WS 3.3)	357
(6) Ärztliche Untersuchung an einer Schule (WS 2.2, WS 3.1, WS 3.2)	360
(7) Glücksrad (FA 1.4, WS 3.1)	363
(8) Haber'sche Regel (AG 1.2, FA 1.2, FA 1.4, FA 1.7, FA 3.3)	366
(9) Gewinnfunktion (AG 2.3, FA 1.4, FA 1.6, FA 1.7, FA 2.3)	372
(10) Baumwachstum (AN 1.2, AN 1.3, FA 1.5, FA 5.1, FA 5.3)	376
(11) Erlös und Gewinn (FA 1.6, FA 1.7, FA 2.1, AN 3.3)	379
(12) Kostenfunktion (AN 1.3, AN 3.3, AG 2.3)	382
(13) Photovoltaikanlagen (FA 1.3, FA 1.4, FA 1.7, AG 2.1)	385
(14) Schwarzfahren als Volkssport (AG 2.2, FA 1.7, FA 5.2, WS 2.3, WS 3.1, WS 3.3)	389
(15) Treibstoffverbrauch (AG 2.1, FA 1.5, FA 2.3, FA 2.5)	392
(16) Produktionskosten (FA 1.6, FA 2.3, FA 1.5, FA 2.2, AN 3.3, AN 1.3)	395
(17) Emissionen (AN 1.1, WS 1.1, AN 1.3, FA 1.9)	399
(18) Wiener U-Bahn (AN 1.3, FA 1.7, FA 5.3)	403
(19) Grippeepidemie (AN 3.3, FA 1.5, AN 1.3)	406
(20) Höhe der Schneedecke (AN 1.1, AN 1.3, FA 1.1, FA 2.2, FA 3.1)	410
(21) Blutgefäß (AG 2.1, AN 1.3, AN 2.1, FA 1.7)	413
(22) Zehnkampf (AN 1.3, FA 1.5, FA 1.8, WS 2.3, WS 3.2)	416
(23) Kugelstoßen (AN 1.3, AN 3.3, FA 1.2, FA 1.5)	419
(24) Bevölkerungsentwicklung (AN 1.1, FA 2.2, FA 5.2, FA 5.3, FA 5.6, WS 1.1, WS 1.2)	422

# Übungsaufgaben zu Teil 1

# 1. Inhaltsbereich

## *Algebra und Geometrie (AG)*

- AG 1.1 Wissen über die Zahlenmengen  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  verständig einsetzen können
- AG 1.2 Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen können: Variable, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme, Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit
- AG 2.1 Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können
- AG 2.2 Lineare Gleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen und die Lösung im Kontext deuten können
- AG 2.3 Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können
- AG 2.4 Lineare Ungleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, Lösungen (auch geometrisch) deuten können
- AG 2.5 Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können
- AG 3.1 Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten können
- AG 3.2 Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen können
- AG 3.3 Definition der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarmultiplikation) kennen, Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten können
- AG 3.4 Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in  $\mathbb{R}^2$  und  $\mathbb{R}^3$  angeben können; Geradengleichungen interpretieren können; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln können
- AG 3.5 Normalvektoren in  $\mathbb{R}^2$  aufstellen, verständig einsetzen und interpretieren können
- AG 4.1 Definitionen von *Sinus*, *Cosinus* und *Tangens* im rechtwinkeligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkeliger Dreiecke einsetzen können
- AG 4.2 Definitionen von *Sinus* und *Cosinus* für Winkel größer als  $90^\circ$  kennen und einsetzen können

## Ganze Zahlen

Aufgabennummer: 1_052	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AG 1.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind fünf Zahlen.

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie diejenige(n) Zahl(en) an, die aus der Zahlenmenge  $\mathbb{Z}$  ist/sind!

$\frac{25}{5}$	<input type="checkbox"/>
$-\sqrt[3]{8}$	<input type="checkbox"/>
$0.\overline{4}$	<input type="checkbox"/>
$1,4 \cdot 10^{-3}$	<input type="checkbox"/>
$-1,4 \cdot 10^3$	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$\frac{25}{5}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$-\sqrt[3]{8}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$-1,4 \cdot 10^3$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Rationale Zahlen

Aufgabennummer: 1_069	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AG 1.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind fünf Zahlen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenigen beiden Zahlen an, die aus der Zahlenmenge  $\mathbb{Q}$  sind!

0,4	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{-8}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{\pi}{5}$	<input type="checkbox"/>
0	<input type="checkbox"/>
$e^2$	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

0,4	<input checked="" type="checkbox"/>
0	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Rationale Zahlen\*

Aufgabennummer: 1_129	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AG 1.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben sind folgende Zahlen: $-\frac{1}{2}$ ; $\frac{\pi}{5}$ ; $3,\dot{5}$ ; $\sqrt{3}$ ; $-\sqrt{16}$ .		
<b>Aufgabenstellung:</b> Kreuzen Sie diejenige(n) Zahl(en) an, die rational ist/sind!		
$-\frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/>	
$\frac{\pi}{5}$	<input type="checkbox"/>	
$3,\dot{5}$	<input type="checkbox"/>	
$\sqrt{3}$	<input type="checkbox"/>	
$-\sqrt{16}$	<input type="checkbox"/>	

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Lösungsweg

$-\frac{1}{2}$	<input checked="" type="checkbox"/>
3,5	<input checked="" type="checkbox"/>
$-\sqrt{16}$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Zahlen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

## Algebraische Begriffe

Aufgabennummer: 1_001	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AG 1.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Für die Oberfläche  $O$  eines Zylinders mit dem Radius  $r$  und der Höhe  $h$  gilt  $O = 2r^2\pi + 2r\pi h$ .

### Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Aussagen sind im Zusammenhang mit der gegebenen Formel zutreffend? Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$O > 2r^2\pi + r\pi h$ ist eine Formel.	<input type="checkbox"/>
$2r^2\pi + 2r\pi h$ ist ein Term.	<input type="checkbox"/>
Jede Variable ist ein Term.	<input type="checkbox"/>
$O = 2r\pi \cdot (r + h)$ entsteht durch Umformung aus $O = 2r^2\pi + 2r\pi h$ .	<input type="checkbox"/>
$\pi$ ist eine Variable.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$O > 2r^2\pi + r\pi h$ ist eine Formel.	<input type="checkbox"/>
$2r^2\pi + 2r\pi h$ ist ein Term.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Variable ist ein Term.	<input checked="" type="checkbox"/>
$O = 2r\pi \cdot (r + h)$ entsteht durch Umformung aus $O = 2r^2\pi + 2r\pi h$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
$\pi$ ist eine Variable.	<input type="checkbox"/>

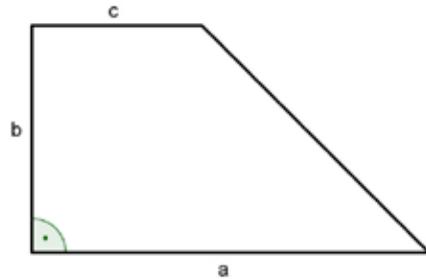
## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Äquivalenz von Formeln

Aufgabennummer: 1_070	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AG 2.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die nachstehende Abbildung zeigt ein Trapez.



Aufgabenstellung:

Mit welchen der nachstehenden Formeln kann man die Fläche dieses Trapezes berechnen?

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Formel(n) an!

$A_1 = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot b$	<input type="checkbox"/>
$A_2 = b \cdot c + \frac{(a - c) \cdot b}{2}$	<input type="checkbox"/>
$A_3 = a \cdot b - 0,5 \cdot (a - c) \cdot b$	<input type="checkbox"/>
$A_4 = 0,5 \cdot a \cdot b - (a + c) \cdot b$	<input type="checkbox"/>
$A_5 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b + b \cdot c$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$A_1 = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot b$	<input checked="" type="checkbox"/>
$A_2 = b \cdot c + \frac{(a - c) \cdot b}{2}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$A_3 = a \cdot b - 0,5 \cdot (a - c) \cdot b$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Verkaufspreis

Aufgabennummer: 1_071	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 2.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Für einen Laufmeter Stoff betragen die Selbstkosten $S$ (in €), der Verkaufspreis ohne Mehrwertsteuer beträgt $N$ (in €).		
<b>Aufgabenstellung:</b> Geben Sie eine Formel für den Verkaufspreis $P$ (in €) inklusive 20 % Mehrwertsteuer an!		

### Möglicher Lösungsweg

$$P = 1,2 \cdot N$$

### Lösungsschlüssel

Alle dazu äquivalenten Ausdrücke sind als richtig zu werten.

## Eintrittspreis\*

Aufgabennummer: 1_114	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: AG 2.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
<p>Der Eintrittspreis für ein Schwimmbad beträgt für Erwachsene <math>p</math> Euro. Kinder zahlen nur den halben Preis. Wenn man nach 15 Uhr das Schwimmbad besucht, gibt es auf den jeweils zu zahlenden Eintritt 60 % Ermäßigung.</p> <p><b>Aufgabenstellung:</b></p> <p>Geben Sie eine Formel für die Gesamteinnahmen <math>E</math> aus dem Eintrittskartenverkauf eines Tages an, wenn <math>e_1</math> Erwachsene und <math>k_1</math> Kinder bereits vor 15 Uhr den Tageseintritt bezahlt haben und <math>e_2</math> Erwachsene und <math>k_2</math> Kinder nach 15 Uhr den ermäßigten Tageseintritt bezahlt haben!</p> <p><math>E = \underline{\hspace{10em}}</math></p>		

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$E = e_1 \cdot p + k_1 \cdot \frac{p}{2} + (e_2 \cdot p + k_2 \cdot \frac{p}{2}) \cdot 0,4$  und alle dazu äquivalenten Ausdrücke

### Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt dann als richtig, wenn eine Formel wie oben oder ein dazu äquivalenter Ausdruck angegeben ist.

## Potenzen\*

Aufgabennummer: 1_121	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AG 2.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Term  $(a^4 \cdot b^{-5} \cdot c)^{-3}$ .

Aufgabenstellung:

Welche(r) der folgenden Terme ist/sind zum gegebenen Term äquivalent?  
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Antwort(en) an!

$a \cdot b^{-8} \cdot c^{-2}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{b^{15}}{a^{12} \cdot c^3}$	<input type="checkbox"/>
$\left(\frac{b^8 \cdot c^2}{a}\right)^{-1}$	<input type="checkbox"/>
$\left(\frac{a^4 \cdot c}{b^5}\right)^{-3}$	<input type="checkbox"/>
$a^{-12} \cdot b^{15} \cdot c^{-3}$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

## Lösungsweg

$\frac{b^{15}}{a^{12} \cdot c^3}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\left(\frac{a^4 \cdot c}{b^5}\right)^{-3}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$a^{-12} \cdot b^{15} \cdot c^{-3}$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Antworten angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

## Angestellte Frauen und Männer\*

Aufgabennummer: 1_157	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AG 2.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Für die Anzahl  $x$  der in einem Betrieb angestellten Frauen und die Anzahl  $y$  der im selben Betrieb angestellten Männer kann man folgende Aussagen machen:

- Die Anzahl der in diesem Betrieb angestellten Männer ist um 94 größer als jene der Frauen.
- Es sind dreimal so viele Männer wie Frauen im Betrieb angestellt.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenigen beiden Gleichungen an, die die oben angeführten Aussagen über die Anzahl der Angestellten mathematisch korrekt wiedergeben!

$x - y = 94$	<input type="checkbox"/>
$3x = 94$	<input type="checkbox"/>
$3x = y$	<input type="checkbox"/>
$3y = x$	<input type="checkbox"/>
$y - x = 94$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

### Lösungsweg

$3x = y$	<input checked="" type="checkbox"/>
$y - x = 94$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Gleichungen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Fahrenheit

Aufgabennummer: 1_053	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 2.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
In einigen Ländern wird die Temperatur in °F (Grad Fahrenheit) und nicht wie bei uns in °C (Grad Celsius) angegeben.		
Die Umrechnung von $x$ °C in $y$ °F erfolgt durch die Gleichung $y = 1,8x + 32$ . Dabei gilt: $0$ °C $\cong$ $32$ °F		
<b>Aufgabenstellung:</b> Ermitteln Sie eine Gleichung, mit deren Hilfe die Temperatur von °F in °C umgerechnet werden kann!		

### Möglicher Lösungsweg

$$x = (y - 32) : 1,8$$

### Lösungsschlüssel

Alle zu der in der Lösungserwartung angegebenen Gleichung äquivalenten Ausdrücke sind als richtig zu werten.

## Sport

Aufgabennummer: 1_072	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 2.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
<p>Von den 958 Schülerinnen und Schülern einer Schule betreiben viele regelmäßig Sport. 319 Schüler/innen spielen regelmäßig Tennis, 810 gehen regelmäßig schwimmen. Nur 98 Schüler/innen geben an, weder Tennis zu spielen noch schwimmen zu gehen.</p> <p><b>Aufgabenstellung:</b></p> <p>Geben Sie an, wie viele Schüler/innen beide Sportarten regelmäßig betreiben!</p>		

### Möglicher Lösungsweg

$$958 - 98 = 810 + 319 - x$$

$x = 269 \rightarrow 269$  Schüler/innen betreiben beide Sportarten regelmäßig.

### Lösungsschlüssel

Für die Vergabe des Punktes zählt die Angabe des richtigen Ergebnisses.

## Gleichung 3. Grades

Aufgabennummer: 1_002	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist die Gleichung $4x \cdot (x^2 - 2x - 15) = 0$ .		
<b>Aufgabenstellung:</b>  Geben Sie die Lösungen dieser Gleichung an!		

### Möglicher Lösungsweg

$$x_1 = 0$$
$$x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{1 + 15}; \quad x_2 = -3; \quad x_3 = 5$$

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn alle drei Lösungen der Gleichung angegeben sind.

## Benzinverbrauch

Aufgabennummer: 1_016	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Der Zusammenhang zwischen dem Benzinverbrauch  $y$  (in l/100 km) und der Geschwindigkeit  $x$  (in km/h) kann für einen bestimmten Autotyp durch die Funktionsgleichung  $y = 0,0005x^2 - 0,09x + 10$  beschrieben werden.

### Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie rechnerisch, bei welcher Geschwindigkeit der Verbrauch 6 l/100 km beträgt!

### Möglicher Lösungsweg

$$6 = 0,0005x^2 - 0,09x + 10$$

$$0 = x^2 - 180x + 8\ 000$$

$$x_{1,2} = 90 \pm \sqrt{8\ 100 - 8\ 000} = 90 \pm 10$$

$$x_1 = 80, x_2 = 100$$

Bei 80 km/h und bei 100 km/h beträgt der Benzinverbrauch 6 l/100 km.

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn beide Geschwindigkeitswerte korrekt angegeben wurden.

## Quadratische Gleichung

Aufgabennummer: 1_054	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AG 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form

$$x^2 + px + q = 0 \text{ mit } p, q \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die quadratische Gleichung hat jedenfalls für  $x$  ① in  $\mathbb{R}$ , wenn ② gilt.

①	
keine Lösung	<input type="checkbox"/>
genau eine Lösung	<input type="checkbox"/>
zwei Lösungen	<input type="checkbox"/>

②	
$p \neq 0$ und $q < 0$	<input type="checkbox"/>
$p = q$	<input type="checkbox"/>
$p < 0$ und $q > 0$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

①	
zwei Lösungen	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$p \neq 0$ und $q < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn für beide Lücken jeweils die zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

## Lösung einer quadratischen Gleichung

Aufgabennummer: 1_055	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist die Gleichung $(x - 3)^2 = a$ .		
<b>Aufgabenstellung:</b> Ermitteln Sie jene Werte $a \in \mathbb{R}$ , für die die gegebene Gleichung keine reelle Lösung hat!		

### Möglicher Lösungsweg

Für alle  $a < 0$  gibt es keine Lösung.

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn alle Werte von  $a$  angegeben wurden.  
Die Angabe, dass  $a$  der Zahlenmenge  $\mathbb{R}^-$  angehören muss, ist ebenfalls korrekt.

## Graphische Lösung einer quadratischen Gleichung

Aufgabennummer: 1\_087

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Lückentext

Grundkompetenz: AG 2.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Der Graph der Polynomfunktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 + px + q$  berührt die  $x$ -Achse.  
Welcher Zusammenhang besteht dann zwischen den Parametern  $p$  und  $q$ ?

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Es gibt in diesem Fall \_\_\_\_\_ ① mit der  $x$ -Achse, deshalb gilt \_\_\_\_\_ ②.

①	
keinen Schnittpunkt	<input type="checkbox"/>
einen Schnittpunkt	<input type="checkbox"/>
zwei Schnittpunkte	<input type="checkbox"/>

②	
$\frac{p^2}{4} = q$	<input type="checkbox"/>
$\frac{p^2}{4} < q$	<input type="checkbox"/>
$\frac{p^2}{4} > q$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

①	
einen Schnittpunkt	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$\frac{p^2}{4} = q$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn für beide Lücken jeweils die zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

## Quadratische Gleichungen\*

Aufgabennummer: 1_161	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: AG 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Quadratische Gleichungen können in der Menge der reellen Zahlen keine, genau eine oder zwei verschiedene Lösungen haben.

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jeder Lösungsmenge  $L$  die entsprechende quadratische Gleichung in der Menge der reellen Zahlen zu!

$L = \{ \}$	
$L = \{-4; 4\}$	
$L = \{0; 4\}$	
$L = \{4\}$	

A	$(x + 4)^2 = 0$
B	$(x - 4)^2 = 25$
C	$x(x - 4) = 0$
D	$-x^2 = 16$
E	$x^2 - 16 = 0$
F	$x^2 - 8x + 16 = 0$

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

## Lösungsweg

$L = \{ \}$	D
$L = \{-4; 4\}$	E
$L = \{0; 4\}$	C
$L = \{4\}$	F

A	$(x + 4)^2 = 0$
B	$(x - 4)^2 = 25$
C	$x(x - 4) = 0$
D	$-x^2 = 16$
E	$x^2 - 16 = 0$
F	$x^2 - 8x + 16 = 0$

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle vier Buchstaben richtig zugeordnet sind.

## Lineare Ungleichung

Aufgabennummer: 1_088	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AG 2.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die lineare Ungleichung  $y < 3x - 4$ .

**Aufgabenstellung:**

Welche der angegebenen Zahlenpaare sind Lösung der vorgegebenen Ungleichung?  
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Zahlenpaare an!

(2 −1)	<input type="checkbox"/>
(2 2)	<input type="checkbox"/>
(2 5)	<input type="checkbox"/>
(0 4)	<input type="checkbox"/>
(0 −5)	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

(2 −1)	<input checked="" type="checkbox"/>
(0 −5)	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Kräfte

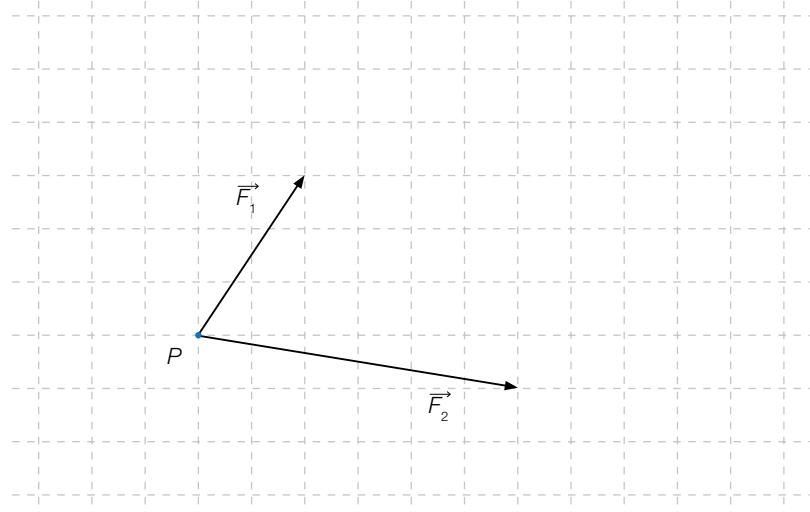
Aufgabennummer: 1_056	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AG 3.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Zwei an einem Punkt  $P$  eines Körpers angreifende Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  lassen sich durch eine einzige am selben Punkt angreifende resultierende Kraft  $\vec{F}$  ersetzen, die allein dieselbe Wirkung ausübt wie  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  zusammen.

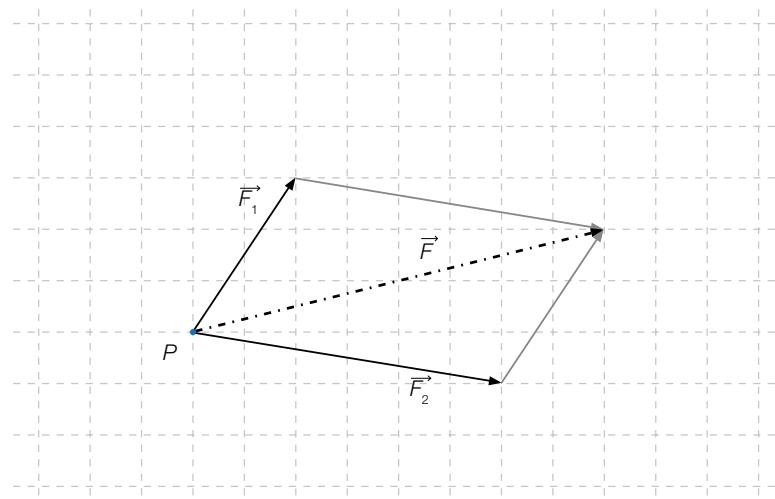
**Aufgabenstellung:**

Gegeben sind zwei an einem Punkt  $P$  angreifende Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$ .

Ermitteln Sie grafisch die resultierende Kraft  $\vec{F}$  als Summe der Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$ !



## Möglicher Lösungsweg



## Lösungsschlüssel

Der Vektor  $\vec{F}$  muss korrekt eingetragen sein. Ungenauigkeiten bis zu 1 mm sind zu tolerieren.

## Vektoren im Dreieck

Aufgabennummer: 1_057	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AG 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Ein Dreieck ABC ist rechtwinklig mit der Hypotenuse AB.

**Aufgabenstellung:**

Welche der folgenden Aussagen sind jedenfalls richtig?  
Kreuzen Sie die beiden entsprechenden Aussagen an!

$ \vec{AB}  =  \vec{AC} $	<input type="checkbox"/>
$\vec{AB}^2 = \vec{AC}^2 + \vec{BC}^2$	<input type="checkbox"/>
$\vec{AC} = \vec{BC}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{AB} = \vec{BC} - \vec{AC}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0$	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$\overrightarrow{AB}^2 = \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{BC}^2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Rechnen mit Vektoren

Aufgabennummer: 1\_073

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

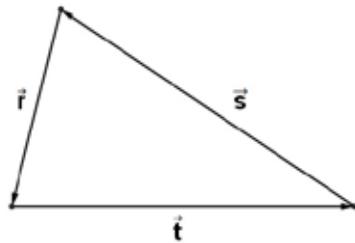
Grundkompetenz: AG 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{r}$ ,  $\vec{s}$  und  $\vec{t}$ .



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden für diese Vektoren zutreffenden Aussagen an!

$\vec{t} + \vec{s} + \vec{r} = \vec{0}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{t} + \vec{s} = -\vec{r}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{t} - \vec{s} = \vec{r}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{t} - \vec{r} = \vec{s}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{t} = \vec{s} + \vec{r}$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$\vec{t} + \vec{s} + \vec{r} = \vec{0}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\vec{t} + \vec{s} = -\vec{r}$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Vektoren in einem Quader

Aufgabennummer: 1\_074

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)

Grundkompetenz: AG 3.3

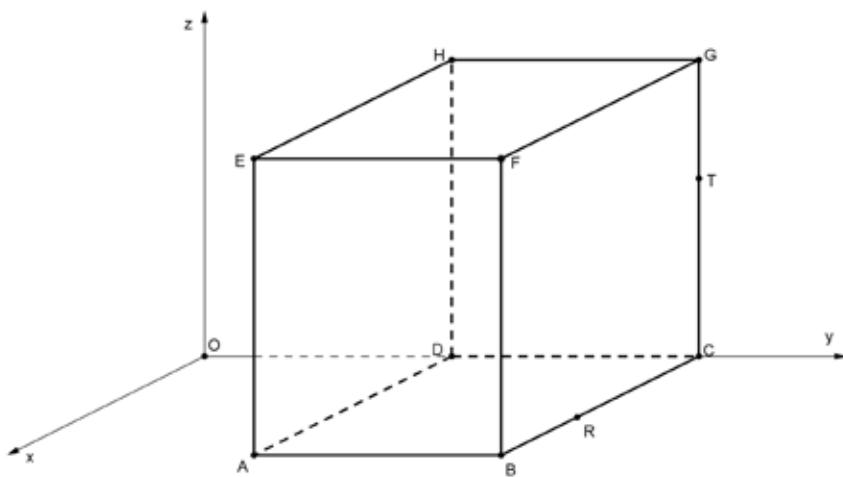
keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Die Grundfläche  $ABCD$  des dargestellten Quaders liegt in der  $xy$ -Ebene.

Festgelegt werden die Vektoren  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$  und  $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$ .



Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Darstellungen ist/sind möglich, wenn  $s, t \in \mathbb{R}$  gilt?

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$\overrightarrow{TC} = t \cdot \vec{c}$	<input type="checkbox"/>
$\overrightarrow{AR} = t \cdot \vec{a}$	<input type="checkbox"/>
$\overrightarrow{EG} = s \cdot \vec{a} + t \cdot \vec{b}$	<input type="checkbox"/>
$\overrightarrow{BT} = s \cdot \vec{a} + t \cdot \vec{b}$	<input type="checkbox"/>
$\overrightarrow{TR} = s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$\vec{TC} = t \cdot \vec{c}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\vec{EG} = s \cdot \vec{a} + t \cdot \vec{b}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\vec{TR} = s \cdot \vec{b} + t \cdot \vec{c}$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Quadrat\*

Aufgabennummer: 1\_115

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

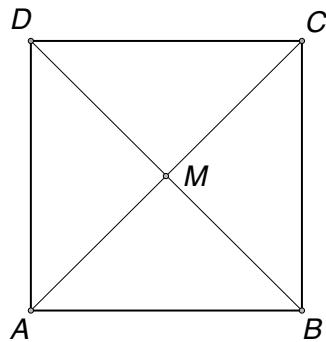
Grundkompetenz: AG 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

A, B, C und D sind Eckpunkte des unten abgebildeten Quadrates, M ist der Schnittpunkt der Diagonalen.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$C = A + 2 \cdot \overrightarrow{AM}$	<input type="checkbox"/>
$B = C + \overrightarrow{AD}$	<input type="checkbox"/>
$M = D - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{DB}$	<input type="checkbox"/>
$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$	<input type="checkbox"/>
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

## Lösungsweg

$C = A + 2 \cdot \vec{AM}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\vec{AM} \cdot \vec{MB} = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

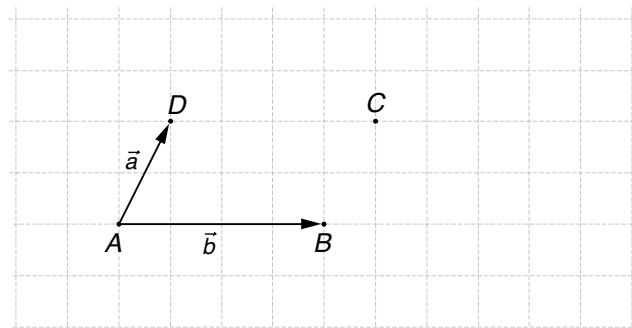
## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Vektoren\*

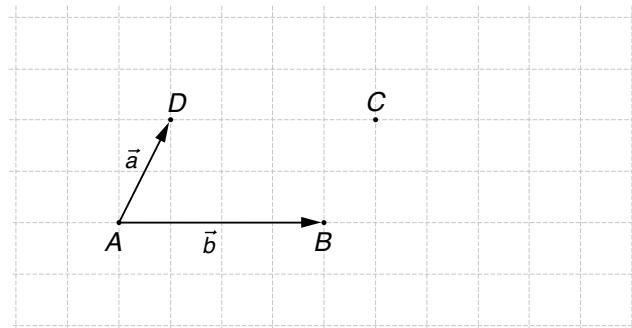
Aufgabennummer: 1_118	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AG 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ , die in der untenstehenden Abbildung als Pfeile dargestellt sind.



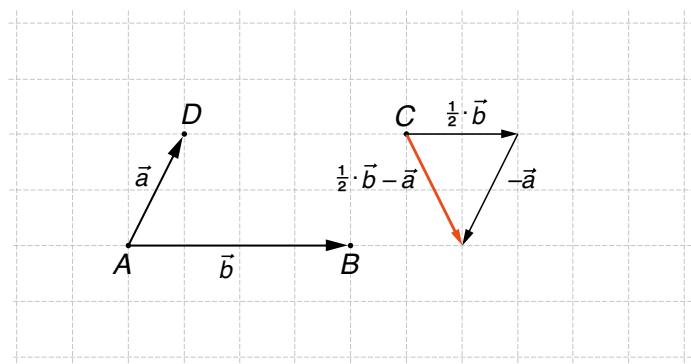
Aufgabenstellung:

Stellen Sie  $\frac{1}{2} \cdot \vec{b} - \vec{a}$  ausgehend vom Punkt C durch einen Pfeil dar!



\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt dann als richtig, wenn der Ergebnispfeil richtig eingezeichnet ist.

## Rechenoperationen bei Vektoren\*

Aufgabennummer: 1_130	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AG 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  sowie ein Skalar  $r \in \mathbb{R}$ .

### Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Rechenoperationen liefert/liefern als Ergebnis wieder einen Vektor?  
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Antwort(en) an!

$\vec{a} + r \cdot \vec{b}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{a} + r$	<input type="checkbox"/>
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	<input type="checkbox"/>
$r \cdot \vec{b}$	<input type="checkbox"/>
$\vec{b} - \vec{a}$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

$\vec{a} + r \cdot \vec{b}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$r \cdot \vec{b}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\vec{b} - \vec{a}$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Antworten angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

## Rechteck\*

Aufgabennummer: 1\_133

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

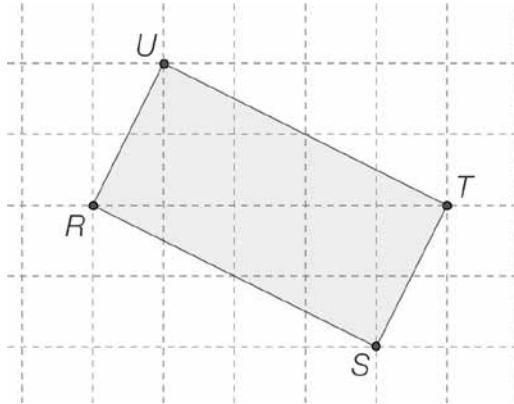
Grundkompetenz: AG 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Abgebildet ist das Rechteck  $RSTU$ .



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$\overrightarrow{ST} = -\overrightarrow{RU}$	<input type="checkbox"/>
$\overrightarrow{SR} \parallel \overrightarrow{UT}$	<input type="checkbox"/>
$\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{TR}$	<input type="checkbox"/>
$U = T + \overrightarrow{SR}$	<input type="checkbox"/>
$\overrightarrow{RT} \cdot \overrightarrow{SU} = 0$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

$\overrightarrow{SR} \parallel \overrightarrow{UT}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$U = T + \overrightarrow{SR}$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Streckenmittelpunkt

Aufgabennummer: 1_058	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: AG 3.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Man kann mithilfe der Geradengleichung $X = A + t \cdot \overrightarrow{AB}$ mit $t \in \mathbb{R}$ den Mittelpunkt $M$ der Strecke $AB$ bestimmen.		
<b>Aufgabenstellung:</b> Geben Sie an, welchen Wert der Parameter $t$ bei dieser Rechnung annehmen muss! $t = \underline{\hspace{2cm}}$		

### Möglicher Lösungsweg

$$t = 0,5 \text{ bzw. } t = \frac{1}{2}$$

### Lösungsschlüssel

Der Wert für  $t$  muss korrekt angegeben sein.

## Identische Geraden

Aufgabennummer: 1_089	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 3.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind die beiden Geraden

$$g: X = P + t \cdot \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

und

$$h: X = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

mit  $t, s \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabenstellung:**

Geben Sie an, welche Schritte notwendig sind, um die Identität der Geraden nachzuweisen!

## Möglicher Lösungsweg

Wenn der Richtungsvektor der Geraden  $g$  ein Vielfaches des Richtungsvektors der Geraden  $h$  ist (bzw. umgekehrt  $h$  ein Vielfaches von  $g$  ist), so sind die beiden Geraden parallel oder ident.

Liegt außerdem noch der Punkt  $P$  auf der Geraden  $h$  (seine Koordinaten müssen die Gleichung

$$P = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

erfüllen) bzw. liegt der Punkt  $Q$  auf der Geraden  $g$  (seine Koordinaten müssen die Gleichung

$$Q = P + t \cdot \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

erfüllen), so sind die Geraden ident.

## Lösungsschlüssel

Antworten, die sinngemäß der Lösungserwartung entsprechen, sind als richtig zu werten.

## Lagebeziehung von Geraden

Aufgabennummer: 1_090	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AG 3.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind die beiden Geraden

$$g: X = P + t \cdot \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} \text{ und } h: X = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} \text{ mit } t, s \in \mathbb{R}.$$

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Wenn ① gilt, kann man daraus eindeutig schließen, dass die beiden Geraden ② sind.

①	
$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$ und $P = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
mit $r, s \in \mathbb{R}$	
$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = 0$ und $P \neq Q$	<input type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = 0$ und $P \neq Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
mit $s \in \mathbb{R}$	

②	
schneidend	<input type="checkbox"/>
zueinander parallel	<input type="checkbox"/>
ident	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

①

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} \text{ und } P = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

mit  $r, s \in \mathbb{R}$ 

②

ident	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn für beide Lücken jeweils die zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

## Gerade in Parameterform\*

Aufgabennummer: 1_132	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 3.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Gerade  $g$  mit der Gleichung  $3x - 4y = 12$ .

**Aufgabenstellung:**

Geben Sie eine Gleichung von  $g$  in Parameterform an!

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$$g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

### Lösungsschlüssel

Jede andere Gleichung für  $g$  (anderer Punkt, der auf  $g$  liegt, Vielfaches des Richtungsvektors) ist ebenfalls als richtig zu werten.

## Geraden im $\mathbb{R}^3*$

Aufgabennummer: 1_137	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AG 3.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Gerade  $g$  mit der Gleichung  $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  mit  $t \in \mathbb{R}$ .

### Aufgabenstellung:

Zwei der folgenden Gleichungen sind ebenfalls Parameterdarstellungen der Geraden  $g$ . Kreuzen Sie diese beiden Gleichungen an!

$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Gleichungen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Lagebeziehung zweier Geraden\*

Aufgabennummer: 1_156	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AG 3.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

**Aufgabenstellung:**

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Geraden  $g$  und  $h$  \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_, weil \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_.

①	
sind parallel	<input type="checkbox"/>
sind ident	<input type="checkbox"/>
stehen normal aufeinander	<input type="checkbox"/>

②	
der Richtungsvektor von $g$ zum Normalvektor von $h$ parallel ist	<input type="checkbox"/>
die Richtungsvektoren der beiden Geraden $g$ und $h$ parallel sind	<input type="checkbox"/>
der Punkt $P = (1 1)$ auf beiden Geraden $g$ und $h$ liegt	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

## Lösungsweg

①	
stehen normal aufeinander	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
der Richtungsvektor von $g$ zum Normalenvektor von $h$ parallel ist	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken jeweils der richtige Satzteil angekreuzt ist.

## Normale Vektoren

Aufgabennummer: 1_091	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AG 3.5	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Vektor  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ .

Aufgabenstellung:

Welche der nachstehend angegebenen Vektoren sind zu  $\vec{a}$  normal?  
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Vektoren an!

$\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Rechtwinkeliges Dreieck

Aufgabennummer: 1\_059

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Grundkompetenz: AG 4.1

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

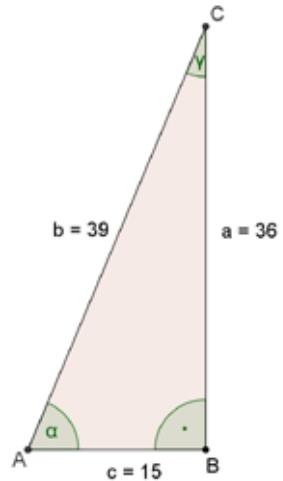
Gegeben ist ein rechtwinkeliges Dreieck wie in nebenstehender Skizze.

Aufgabenstellung:

Welche der nachfolgenden Aussagen sind für das abgebildete Dreieck zutreffend?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$\tan(\alpha) = \frac{5}{13}$	<input type="checkbox"/>
$\cos(\alpha) = \frac{13}{12}$	<input type="checkbox"/>
$\sin(\gamma) = \frac{5}{13}$	<input type="checkbox"/>
$\cos(\gamma) = \frac{12}{13}$	<input type="checkbox"/>
$\tan(\gamma) = \frac{12}{5}$	<input type="checkbox"/>



### Lösungsweg

$\sin(\gamma) = \frac{5}{13}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\cos(\gamma) = \frac{12}{13}$	<input checked="" type="checkbox"/>

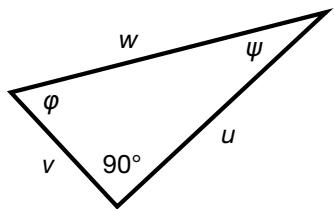
### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Winkelfunktion

Aufgabennummer: 1_092	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: AG 4.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist ein rechtwinkeliges Dreieck:



Aufgabenstellung:

Geben Sie  $\tan \psi$  in Abhängigkeit von den Seitenlängen  $u$ ,  $v$  und  $w$  an!

$\tan \psi = \underline{\hspace{2cm}}$

### Möglicher Lösungsweg

$$\tan \psi = \frac{v}{u}$$

### Lösungsschlüssel

Alle Ausdrücke, die zu dem in der Lösungserwartung angegebenen Ausdruck äquivalent sind, sind als richtig zu werten.

## Rechtwinkeliges Dreieck\*

Aufgabennummer: 1\_134

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: offenes Format

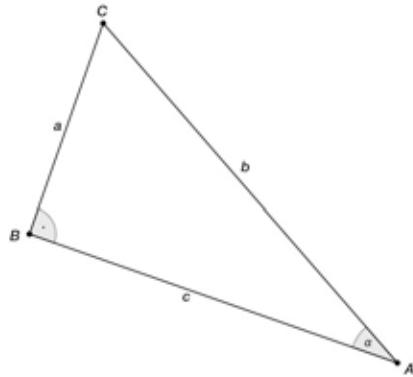
Grundkompetenz: AG 4.1

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Von einem rechtwinkeligen Dreieck  $ABC$  sind die Längen der Seiten  $a$  und  $c$  gegeben.



Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Formel für die Berechnung des Winkels  $\alpha$  an!

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{a}{c} \right) \text{ oder } \alpha = \arctan \left( \frac{a}{c} \right) \text{ oder } \tan \alpha = \frac{a}{c}$$

### Lösungsschlüssel

Als nicht richtig zu werten sind Umformungsketten, die die Gleichheit verletzen, wie z. B.:

$$\alpha = \tan \alpha = \frac{a}{c} = \tan^{-1} \left( \frac{a}{c} \right).$$

Formeln, bei denen  $b$  durch  $a$  und  $c$  ausgedrückt wird, sind ebenso als richtig zu werten, wie z. B.:  $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + c^2}}$ .

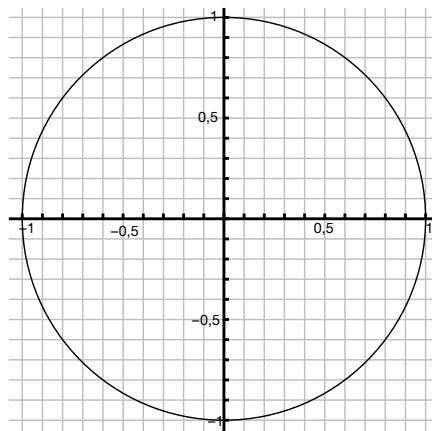
## Cosinus im Einheitskreis

Aufgabennummer: 1_075	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AG 4.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

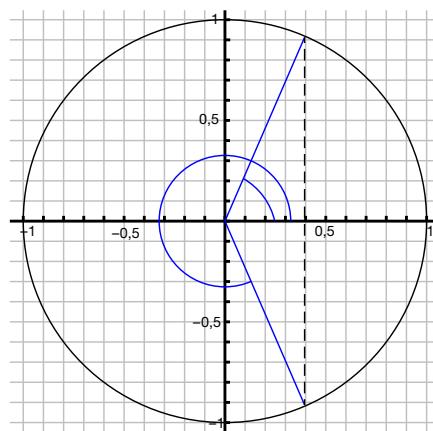
### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im Einheitskreis alle Winkel aus  $[0^\circ; 360^\circ]$  ein, für die  $\cos \beta = 0,4$  gilt!

Achten Sie auf die Kennzeichnung der Winkel durch Winkelbögen.



### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Winkel müssen durch Winkelbögen eindeutig gekennzeichnet sein.

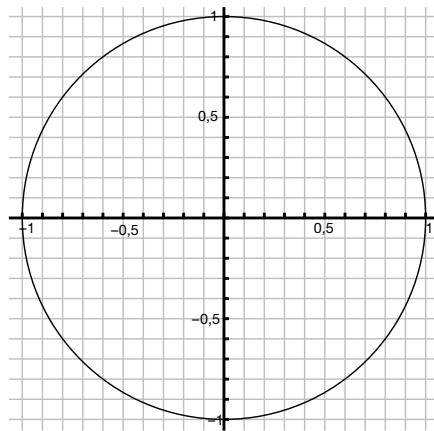
## Sinus im Einheitskreis

Aufgabennummer: 1_076	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AG 4.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

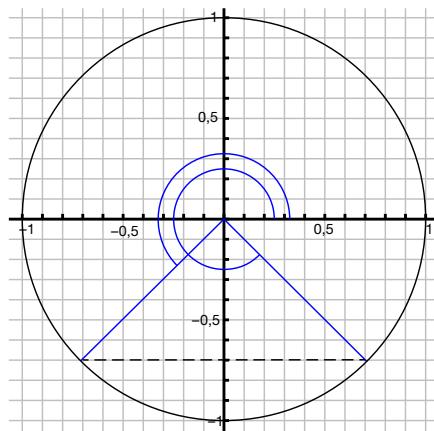
### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im Einheitskreis alle Winkel aus  $[0^\circ; 360^\circ]$  ein, für die  $\sin \alpha = -0,7$  gilt!

Achten Sie auf die Kennzeichnung der Winkel durch Winkelbögen.



### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Winkel müssen durch Winkelbögen eindeutig gekennzeichnet sein.

## Winkelfunktionen\*

Aufgabennummer: 1_116	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AG 4.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist das Intervall  $[0^\circ; 360^\circ]$ .

**Aufgabenstellung:**

Nennen Sie alle Winkel  $\alpha$  im gegebenen Intervall, für die gilt:  $\sin \alpha = \cos \alpha$ .

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$$\alpha_1 = 45^\circ \quad \text{oder} \quad \alpha_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha_2 = 225^\circ \quad \text{oder} \quad \alpha_2 = \frac{5\pi}{4}$$

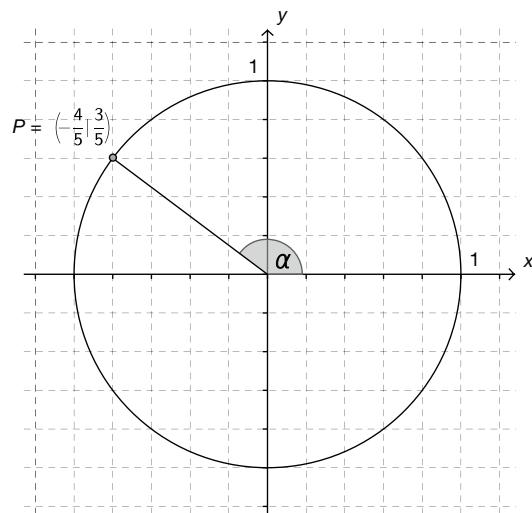
### Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn beide Werte (egal ob im Grad- oder Bogenmaß) richtig angegeben sind.

## Einheitskreis\*

Aufgabennummer: 1_160	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: AG 4.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Der Punkt  $P = \left(-\frac{4}{5} \mid \frac{3}{5}\right)$  liegt auf dem Einheitskreis.



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie für den in der Abbildung markierten Winkel  $\alpha$  den Wert von  $\sin(\alpha)$ !

$\sin(\alpha) =$  \_\_\_\_\_

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$$\sin(\alpha) = \frac{3}{5} \text{ oder } \sin(\alpha) = 0,6$$

### Lösungsschlüssel

1 Punkt für die richtige Lösung

## 2. Inhaltsbereich Funktionale Abhängigkeiten (FA)

- FA 1.1 Für gegebene Zusammenhänge entscheiden können, ob man sie als Funktionen betrachten kann
- FA 1.2 Formeln als Darstellung von Funktionen interpretieren und dem Funktionstyp zuordnen können
- FA 1.3 Zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge wechseln können
- FA 1.4 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 1.5 Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen können: Monotonie, Monotoniewchsel (lokale Extrema), Wendepunkte, Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen
- FA 1.6 Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen grafisch und rechnerisch ermitteln und im Kontext interpretieren können
- FA 1.7 Funktionen als mathematische Modelle verstehen und damit verandig arbeiten können
- FA 1.8 Durch Gleichungen (Formeln) gegebene Funktionen mit mehreren Veränderlichen im Kontext deuten können, Funktionswerte ermitteln können
- FA 1.9 Einen Überblick über die wichtigsten (unten angeführten) Typen mathematischer Funktionen geben, ihre Eigenschaften vergleichen können
- FA 2.1 Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 2.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen linearer Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter  $k$  und  $d$  ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 2.3 Die Wirkung der Parameter  $k$  und  $d$  kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können
- FA 2.4 Charakteristische Eigenschaften kennen und im Kontext deuten können:  
$$f(x + 1) = f(x) + k ; \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = k = [f'(x)]$$
- FA 2.5 Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktion bewerten können
- FA 2.6 Direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ  $f(x) = k \cdot x$  beschreiben können
- FA 3.1 Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge dieser Art als entsprechende Potenzfunktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 3.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Potenzfunktionen Werte(paare) sowie die Parameter  $a$  und  $b$  ermitteln und im Kontext deuten können

- FA 3.3 Die Wirkung der Parameter  $a$  und  $b$  kennen und die Parameter im Kontext deuten können
- FA 3.4 Indirekte Proportionalität als Potenzfunktion vom Typ  $f(x) = \frac{a}{x}$  (bzw.  $f(x) = a \cdot x^{-1}$ ) beschreiben können
- FA 4.1 Typische Verläufe von Graphen in Abhängigkeit vom Grad der Polynomfunktion (er)kennen
- FA 4.2 Zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen von Zusammenhängen dieser Art wechseln können
- FA 4.3 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Polynomfunktionen Funktionswerte, aus Tabellen und Graphen sowie aus einer quadratischen Funktionsgleichung Argumentwerte ermitteln können
- FA 4.4 Den Zusammenhang zwischen dem Grad der Polynomfunktion und der Anzahl der Null-, Extrem- und Wendestellen wissen
- FA 5.1 Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene exponentielle Zusammenhänge als Exponentialfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 5.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Exponentialfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 5.3 Die Wirkung der Parameter  $a$  und  $b$  (bzw.  $e^x$ ) kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können
- FA 5.4 Charakteristische Eigenschaften ( $f(x + 1) = b \cdot f(x)$ ;  $[e^x]' = e^x$ ) kennen und im Kontext deuten können
- FA 5.5 Die Begriffe *Halbwertszeit* und *Verdoppelungszeit* kennen, die entsprechenden Werte berechnen und im Kontext deuten können
- FA 5.6 Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels Exponentialfunktion bewerten können
- FA 6.1 Grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge der Art  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$  als allgemeine Sinusfunktion erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können
- FA 6.2 Aus Graphen und Gleichungen von allgemeinen Sinusfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können
- FA 6.3 Die Wirkung der Parameter  $a$  und  $b$  kennen und die Parameter im Kontext deuten können
- FA 6.4 Periodizität als charakteristische Eigenschaft kennen und im Kontext deuten können
- FA 6.5 Wissen, dass  $\cos(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$
- FA 6.6 Wissen, dass gilt:  $[\sin(x)]' = \cos(x)$ ,  $[\cos(x)]' = -\sin(x)$

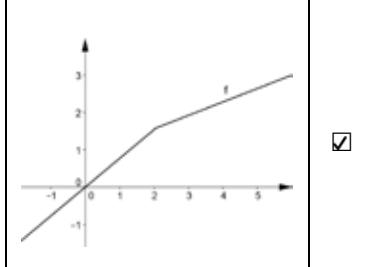
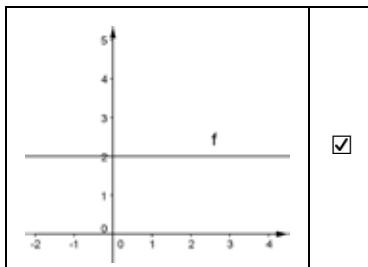
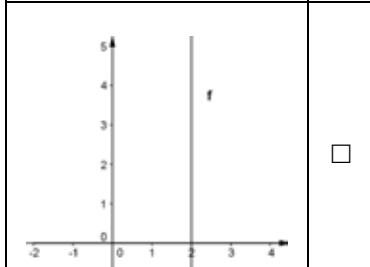
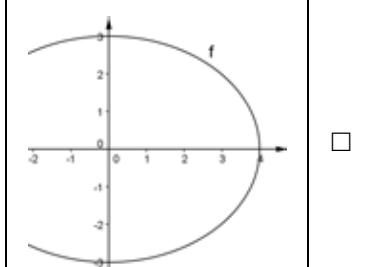
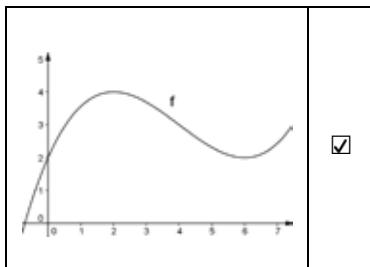
## Funktionsgraph – ja oder nein?

Aufgabennummer: 1_080	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 1.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

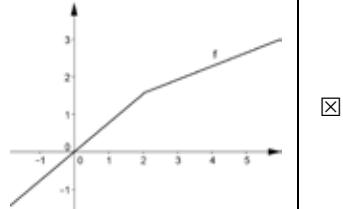
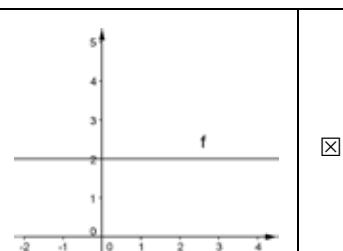
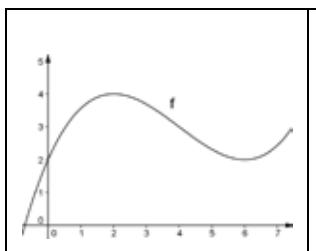
Im Folgenden sind Darstellungen von Kurven und Geraden gegeben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Abbildung(en) an, die Graph(en) einer reellen Funktion  $f: x \rightarrow f(x)$  ist/sind!



### Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

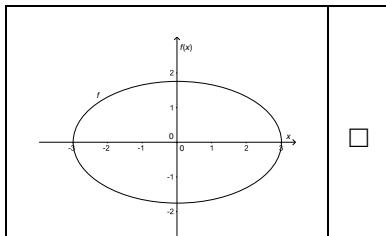
## Reelle Funktion\*

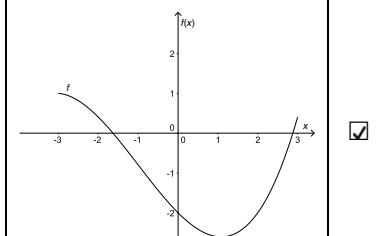
Aufgabennummer: 1_120	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 1.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

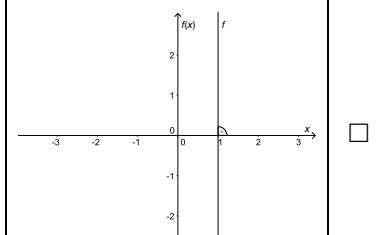
Eine reelle Funktion  $f: [-3; 3] \rightarrow \mathbb{R}$  kann in einem Koordinatensystem als Graph dargestellt werden.

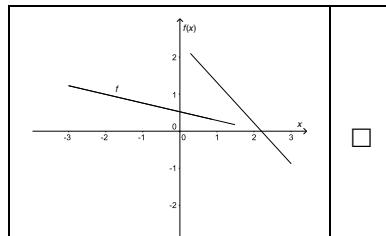
### Aufgabenstellung:

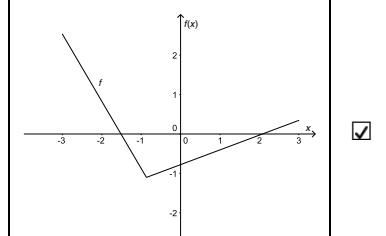
Kreuzen Sie die beiden Diagramme an, die einen möglichen Graphen der Funktion  $f$  zeigen!





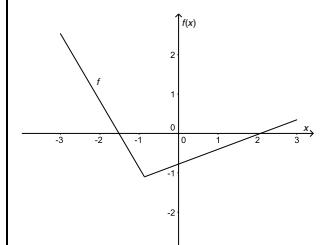
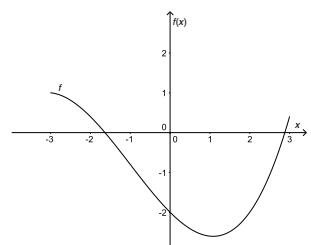







\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

## Lösungsweg



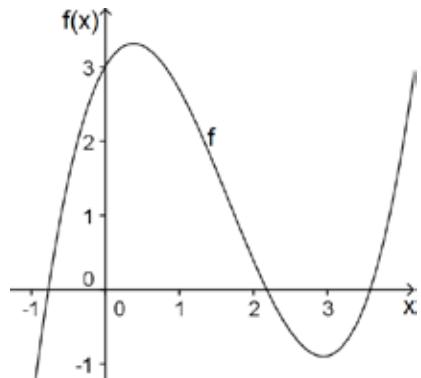
## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Diagramme angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Parameter einer Polynomfunktion

Aufgabennummer: 1_011	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 1.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion  $f$  mit  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .



Aufgabenstellung:

Geben Sie den Wert des Parameters  $d$  an!

$d =$  \_\_\_\_\_

### Lösungsweg

$d = 3$

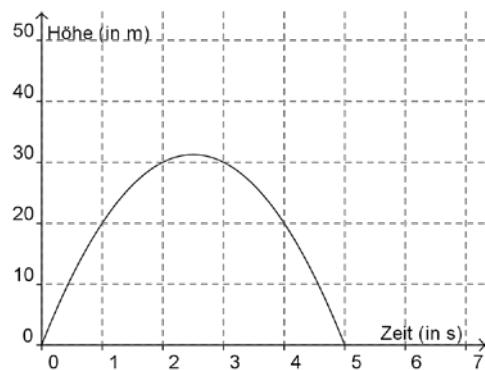
### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der Wert des Parameters richtig angegeben ist.

## Funktionale Abhängigkeit

Aufgabennummer: 1_022	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 1.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die in der nachstehenden Abbildung dargestellte Polynomfunktion 2. Grades beschreibt die Höhe (in m) eines senkrecht nach oben geworfenen Körpers in Abhängigkeit von der Zeit (in s).



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Der Körper befindet sich nach einer Sekunde und nach vier Sekunden in 20 m Höhe.	<input checked="" type="checkbox"/>
Nach fünf Sekunden ist der Körper in derselben Höhe wie zu Beginn der Bewegung.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Körper erreicht maximal 30 m Höhe.	<input type="checkbox"/>
Der Körper befindet sich nach 4,8 Sekunden in einer Höhe von 10 m.	<input type="checkbox"/>
Der Körper befindet sich nach ca. 2,5 Sekunden in der maximalen Höhe.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Der Körper befindet sich nach einer Sekunde und nach vier Sekunden in 20 m Höhe.	<input checked="" type="checkbox"/>
Nach fünf Sekunden ist der Körper in derselben Höhe wie zu Beginn der Bewegung.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Körper erreicht maximal 30 m Höhe.	
Der Körper befindet sich nach 4,8 Sekunden in einer Höhe von 10 m.	
Der Körper befindet sich nach ca. 2,5 Sekunden in der maximalen Höhe.	<input checked="" type="checkbox"/>

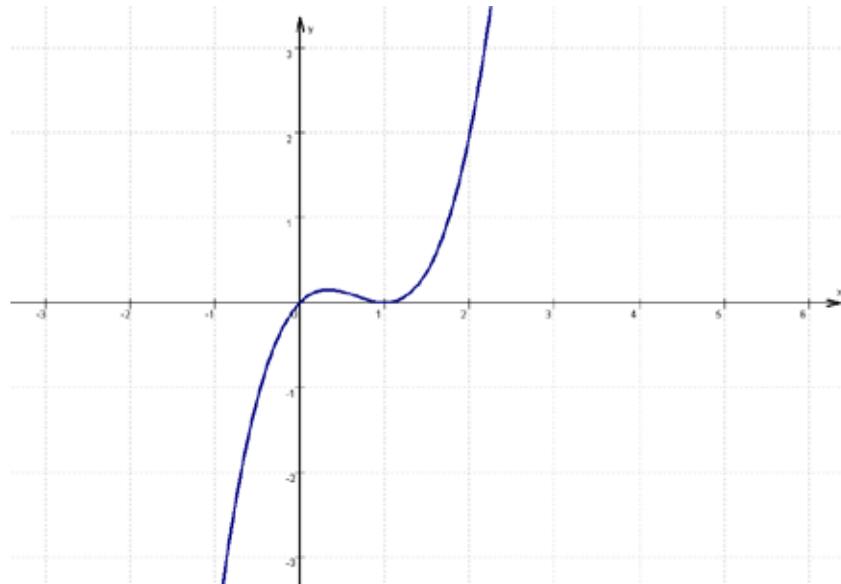
## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Argument bestimmen

Aufgabennummer: 1_081	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 1.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist eine Polynomfunktion dritten Grades durch ihren Funktionsgraphen.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie denjenigen Wert  $x$ , für den gilt:  $f(x - 3) = 2$ !

$x = \underline{\hspace{2cm}}$

### Möglicher Lösungsweg

Durch Ablesen erhält man  $x - 3 = 2$  und daraus folgt:  $x = 5$ .

### Lösungsschlüssel

Es muss kein Lösungsweg angegeben sein,  $x$  muss aus dem Intervall  $[4,8; 5,1]$  sein.

## Werte einer linearen Funktion

Aufgabennummer: 1\_097

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: offenes Format

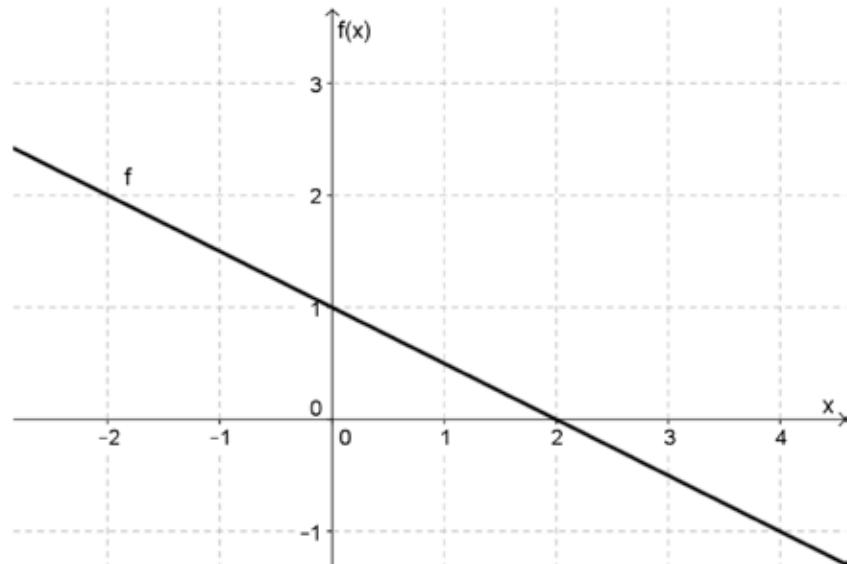
Grundkompetenz: FA 1.4

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Graph einer linearen Funktion  $f$ . Die Gerade enthält die Punkte  $P = (0|1)$  und  $Q = (2|0)$ .



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Menge aller Werte  $x$ , für die gilt:  $-0,5 \leq f(x) < 1,5$ !

### Möglicher Lösungsweg

$-1 < x \leq 3$  oder  $(-1; 3]$

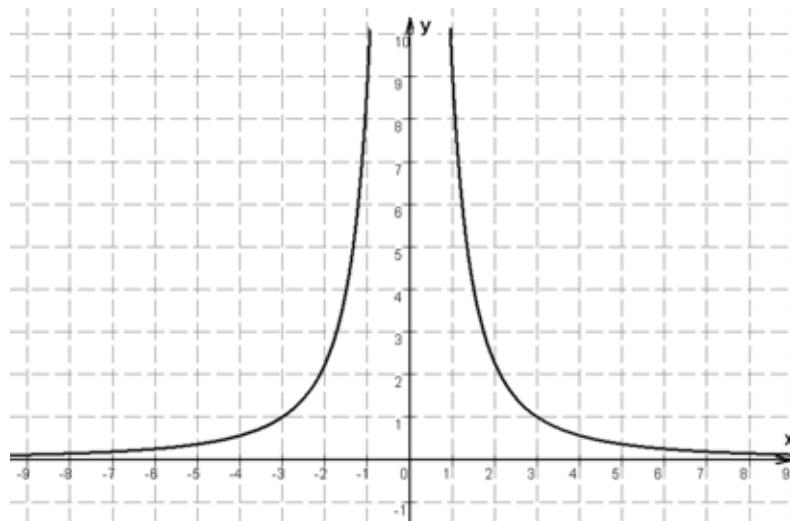
### Lösungsschlüssel

Alle Angaben, die dieses Lösungsintervall korrekt beschreiben (auch verbal), sind als richtig zu werten.

## Funktionswerte

Aufgabennummer: 1_098	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 1.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Graph der Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{9}{x^2}$ .



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie alle Werte, die  $x$  annehmen kann, wenn  $f(x)$  das Intervall  $[1; 9]$  durchläuft!

### Möglicher Lösungsweg

$x \in [-3; -1] \cup [1; 3]$  bzw. eine dem entsprechende verbale Erklärung

### Lösungsschlüssel

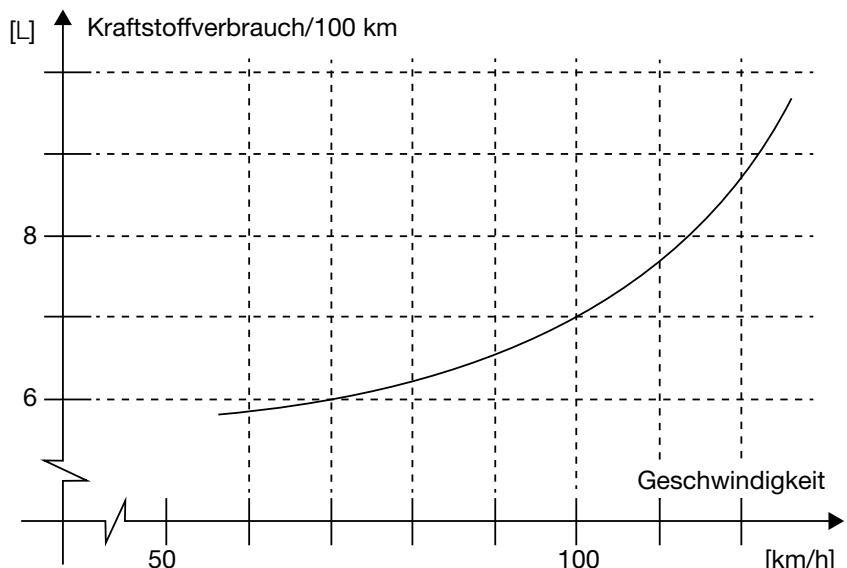
Die Aufgabe ist auch als richtig zu werten, wenn die Intervalle offen angeführt werden.

Formulierungen wie „zwischen –3 und –1“ oder „von –3 bis –1“ sind zu akzeptieren. Jedenfalls muss sowohl der negative als auch der positive Bereich angeführt werden.

## Kraftstoffverbrauch

Aufgabennummer: 1_099	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 1.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die nachstehende Abbildung zeigt den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und dem Kraftstoffverbrauch pro 100 km für eine bestimmte Automarke.



Aufgabenstellung:

Geben Sie diejenige Geschwindigkeit  $v$  an, bei der der Kraftstoffverbrauch 7 L pro 100 km beträgt!

$$v = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km/h}$$

Geben Sie an, wie hoch der Kraftstoffverbrauch bei einer Geschwindigkeit von 80 km/h ist!

$$\text{Kraftstoffverbrauch} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ L pro 100 km}$$

### Möglicher Lösungsweg

$v = 100 \text{ km/h}$

Kraftstoffverbrauch = 6,2 L pro 100 km

### Lösungsschlüssel

Beide Werte müssen korrekt angegeben sein  
(Lösungsintervall für den Kraftstoffverbrauch [6,1; 6,3]).

## Funktionsgraphen\*

Aufgabennummer: 1\_135

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

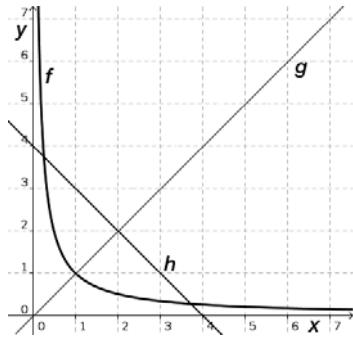
Grundkompetenz: FA 1.4

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind die Graphen der Funktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$ .



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$g(1) > g(3)$	<input type="checkbox"/>
$h(1) > h(3)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(1) = g(1)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$h(1) = g(1)$	<input type="checkbox"/>
$f(1) < f(3)$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Lösungsweg

$h(1) > h(3)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(1) = g(1)$	<input checked="" type="checkbox"/>

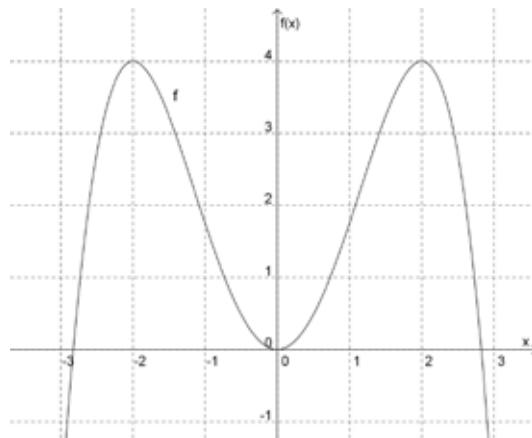
### Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Polynomfunktion 4. Grades

Aufgabennummer: 1_012	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 1.5	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion  $f$ , die vom Grad 4 ist.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden für die Funktion  $f$  zutreffenden Aussagen an!

Die Funktion besitzt drei Wendepunkte.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion ist symmetrisch bezüglich der $y$ -Achse.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion ist streng monoton steigend für $x \in [0; 4]$ .	<input type="checkbox"/>
Die Funktion besitzt einen Wendepunkt, der gleichzeitig auch Tiefpunkt ist.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion hat drei Nullstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Die Funktion besitzt drei Wendepunkte.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion ist symmetrisch bezüglich der $y$ -Achse.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion ist streng monoton steigend für $x \in [0; 4]$ .	<input type="checkbox"/>
Die Funktion besitzt einen Wendepunkt, der gleichzeitig auch Tiefpunkt ist.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion hat drei Nullstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

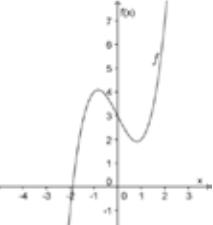
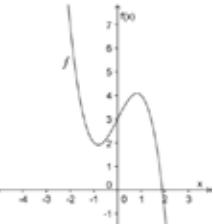
## Funktionseigenschaften erkennen

Aufgabennummer: 1_048	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 1.5	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3 - 2x + 3$ .

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie in nachstehender Tabelle die beiden für die Funktion  $f$  zutreffenden Aussagen an!

Die Funktion $f$ ist an jeder Stelle monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ besitzt kein lokales Maximum.	<input type="checkbox"/>
Der Graph der Funktion $f$ geht durch $P = (0 3)$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Eine Skizze des Graphen der Funktion $f$ könnte wie folgt aussehen: 	<input checked="" type="checkbox"/>
Eine Skizze des Graphen der Funktion $f$ könnte wie folgt aussehen: 	<input type="checkbox"/>

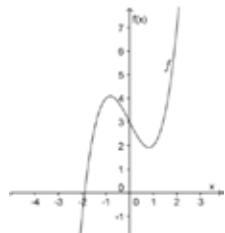
## Lösungsweg

Die Funktion  $f$  ist an jeder Stelle monoton fallend.

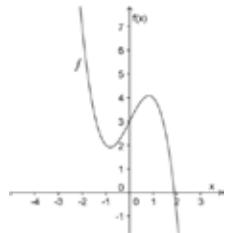
Die Funktion  $f$  besitzt kein lokales Maximum.

Der Graph der Funktion  $f$  geht durch  $P = (0|3)$ .

Eine Skizze des Graphen der Funktion  $f$  könnte wie folgt aussehen:



Eine Skizze des Graphen der Funktion  $f$  könnte wie folgt aussehen:



## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Monotonie einer linearen Funktion

Aufgabennummer: 1_100	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: FA 1.5	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Gerade mit der Gleichung  $y = -2x + 4$ . Auf dieser Geraden liegen die Punkte  $A = (x_A|y_A)$  und  $B = (x_B|y_B)$ .

### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Wenn  $x_A < x_B$  ist, gilt ①, weil die Gerade ② ist.

①	
$y_A < y_B$	<input type="checkbox"/>
$y_A = y_B$	<input type="checkbox"/>
$y_A > y_B$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
monoton steigend	<input type="checkbox"/>
monoton fallend	<input checked="" type="checkbox"/>
konstant	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

①	
$y_A > y_B$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
monoton fallend	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn für beide Lücken jeweils die zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

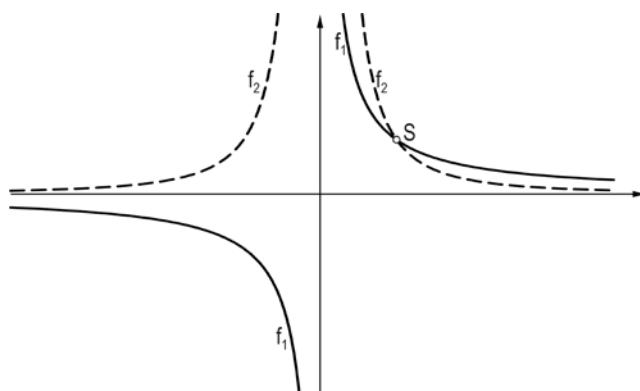
## Schnittpunkte

Aufgabennummer: 1_082	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
-----------------------	--

Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: FA 1.6
---	------------------------

<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
--	---	---

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen zweier Funktionen mit den Gleichungen  $f_1(x) = \frac{a}{x}$ ,  $a > 1$  und  $f_2(x) = \frac{a}{x^2}$ ,  $a > 1$  dargestellt.



### Aufgabenstellung:

Welcher der unten angegebenen Punkte gibt die Koordinaten des Schnittpunktes korrekt an?  
Kreuzen Sie den zutreffenden Punkt an!

$S = (1 1)$	<input type="checkbox"/>
$S = (a 1)$	<input type="checkbox"/>
$S = (1 a)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$S = (a a)$	<input type="checkbox"/>
$S = (0 a)$	<input type="checkbox"/>
$S = (1 \frac{1}{a})$	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$S = (1 a)$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

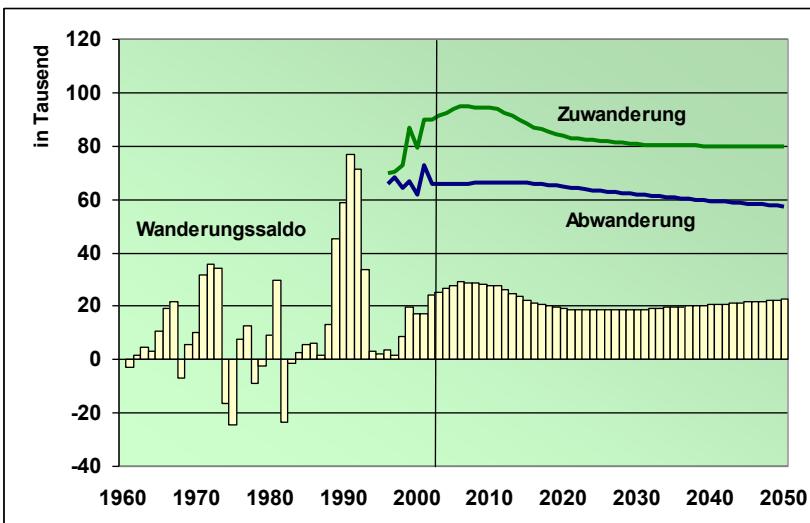
Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

## Zu- und Abwanderung

Aufgabennummer: 1_017	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 1.7	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

In der untenstehenden Graphik wird das Wanderungssaldo – das entspricht der Differenz von Zuwanderung und Abwanderung – dargestellt. Zusätzlich werden ab dem Jahr 1995 Zu- und Abwanderung durch Graphen von Funktionen dargestellt. Ab dem Jahre 2012 sind die angegebenen Zahlen als prognostische Werte zu interpretieren.

Angegeben wird jeweils die Anzahl derjenigen Personen, die bundesweit nach Österreich zu- bzw. abgewandert sind.



Quelle: Statistik Austria

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Werden die Graphen der Funktionen „Zuwanderung“ und „Abwanderung“ bis 1960 weitergezeichnet, verläuft der Graph der Zuwanderungsfunktion stets oberhalb des Graphen der Abwanderungsfunktion.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Jahre, in denen sich die Zuwanderungs- und die Abwanderungszahlen um weniger als 5 000 voneinander unterscheiden.	<input checked="" type="checkbox"/>
Wird der Graph der Abwanderungsfunktion bis 1960 gezeichnet, verläuft er genau achtmal unterhalb der Nulltausenderlinie.	<input type="checkbox"/>
Wenn die Graphen der Zuwanderungs- und der Abwanderungsfunktion über einen längeren Zeitraum parallel verlaufen, bleibt der Wanderungssaldo in diesem Zeitraum konstant.	<input checked="" type="checkbox"/>
Ab 2020 wird eine lineare Abnahme der Abwanderungszahlen prognostiziert, d. h., die jährliche prozentuelle Abnahme der Abwanderungszahlen wird als konstant angenommen.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Werden die Graphen der Funktionen „Zuwanderung“ und „Abwanderung“ bis 1960 weitergezeichnet, verläuft der Graph der Zuwanderungsfunktion stets oberhalb des Graphen der Abwanderungsfunktion.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Jahre, in denen sich die Zuwanderungs- und die Abwanderungszahlen um weniger als 5 000 voneinander unterscheiden.	<input checked="" type="checkbox"/>
Wird der Graph der Abwanderungsfunktion bis 1960 gezeichnet, verläuft er genau achtmal unterhalb der Nulltausenderlinie.	<input type="checkbox"/>
Wenn die Graphen der Zuwanderungs- und der Abwanderungsfunktion über einen längeren Zeitraum parallel verlaufen, bleibt der Wanderungssaldo in diesem Zeitraum konstant.	<input checked="" type="checkbox"/>
Ab 2020 wird eine lineare Abnahme der Abwanderungszahlen prognostiziert, d. h., die jährliche prozentuelle Abnahme der Abwanderungszahlen wird als konstant angenommen.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

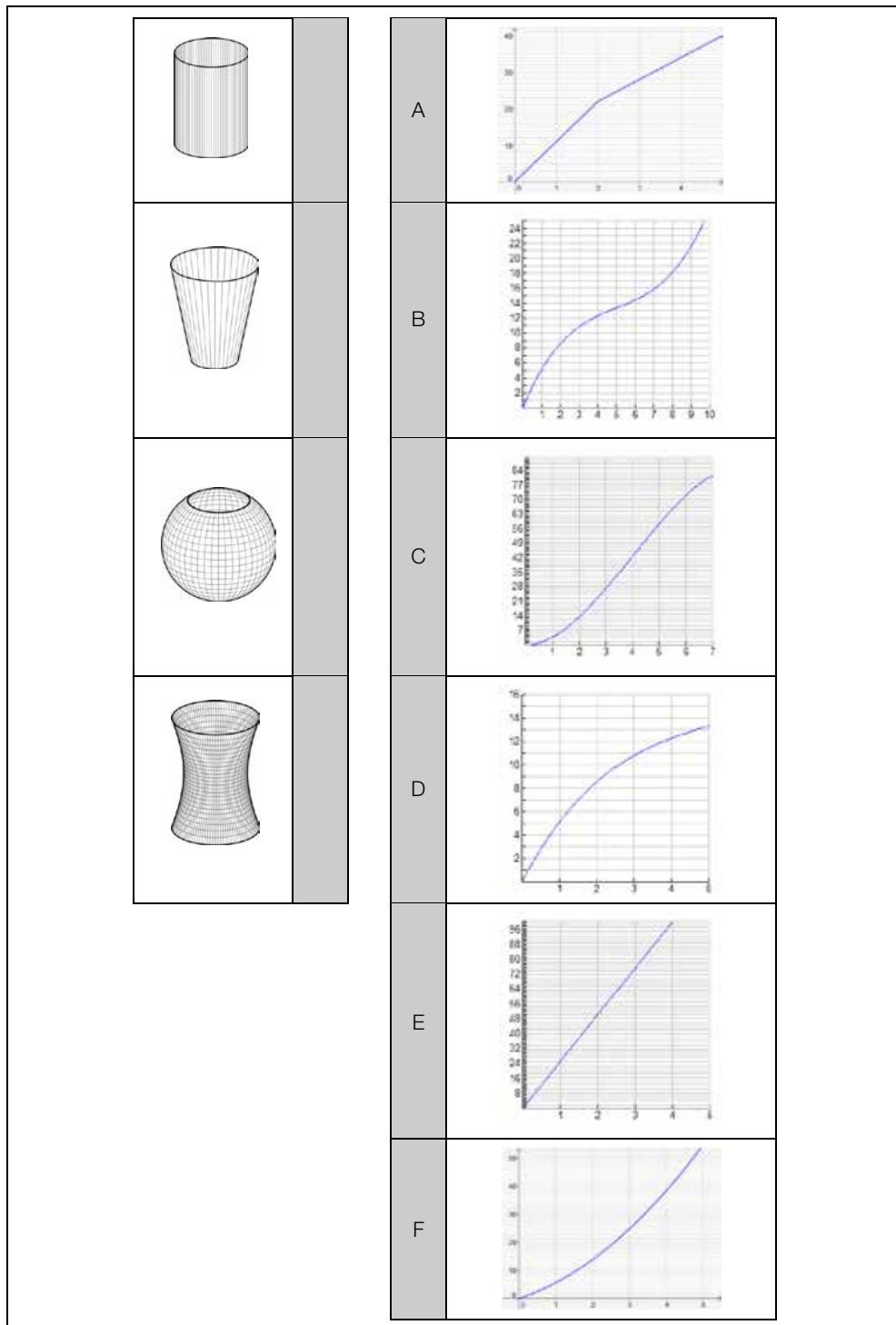
## Füllkurven

Aufgabennummer: 1_061	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: FA 1.7	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

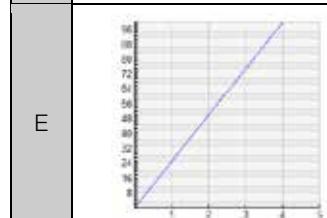
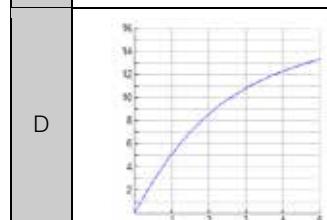
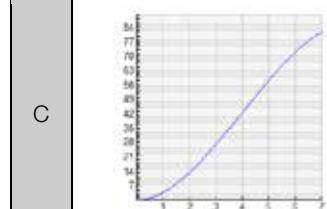
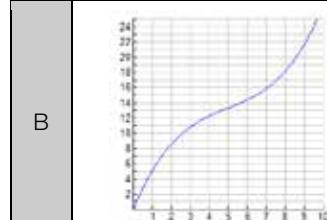
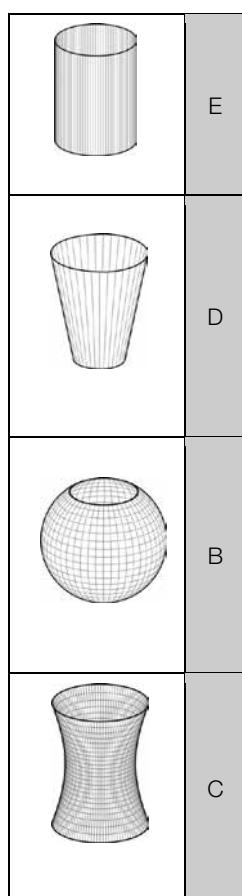
Die nachstehend dargestellten Rotationskörper werden über einen Zufluss, der eine konstante Wassermenge pro Zeiteinheit garantiert, gefüllt. Dabei wird die Höhe des Wasserstandes abhängig von der Zeiteinheit gemessen und aufgezeichnet. Der entstehende Graph wird Füllkurve genannt.

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Körpern jeweils die passende Füllkurve zu!



## Lösungsweg



## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe ist nur dann als richtig zu werten, wenn alle Buchstaben korrekt zugeordnet wurden.

## Umrechnungsformel für Fahrenheit

Aufgabennummer: 1_101	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 2.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Temperaturen werden bei uns in °C (Celsius) gemessen; in einigen anderen Ländern ist die Messung in °F (Fahrenheit) üblich.

Eine Zunahme um 1 °C bedeutet eine Zunahme um  $\frac{9}{5}$  °F.

Eine Temperatur von 50 °C entspricht einer Temperatur von 122 °F.

Die Funktion  $f$  soll der Temperatur in °C die Temperatur in °F zuordnen.

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den entsprechenden Funktionsterm, wenn  $x$  die Temperatur in °C und  $f(x)$  die Temperatur in °F sein soll!

$f(x) = \underline{\hspace{1cm}}$

### Möglicher Lösungsweg

$$f(x) = \frac{9}{5} \cdot x + 32$$

### Lösungsschlüssel

Alle dazu äquivalenten Ausdrücke sind als richtig zu werten.

## Aussagen über lineare Funktionen

Aufgabennummer: 1_062	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Betrachten Sie die lineare Funktion  $f(x) = k \cdot x + d$ .

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen betreffend lineare Funktionen dieser Form an!

Jede lineare Funktion mit $k = 0$ schneidet jede Koordinatenachse mindestens einmal.	<input type="checkbox"/>
Jede lineare Funktion mit $d \neq 0$ hat genau eine Nullstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede lineare Funktion mit $d = 0$ und $k \neq 0$ lässt sich als direktes Verhältnis interpretieren.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Graph einer linearen Funktion mit $k = 0$ ist stets eine Gerade.	<input checked="" type="checkbox"/>
Zu jeder Geraden im Koordinatensystem lässt sich eine lineare Funktion aufstellen.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Jede lineare Funktion mit $d = 0$ und $k \neq 0$ lässt sich als direktes Verhältnis interpretieren.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Graph einer linearen Funktion mit $k = 0$ ist stets eine Gerade.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Parameter einer linearen Funktion\*

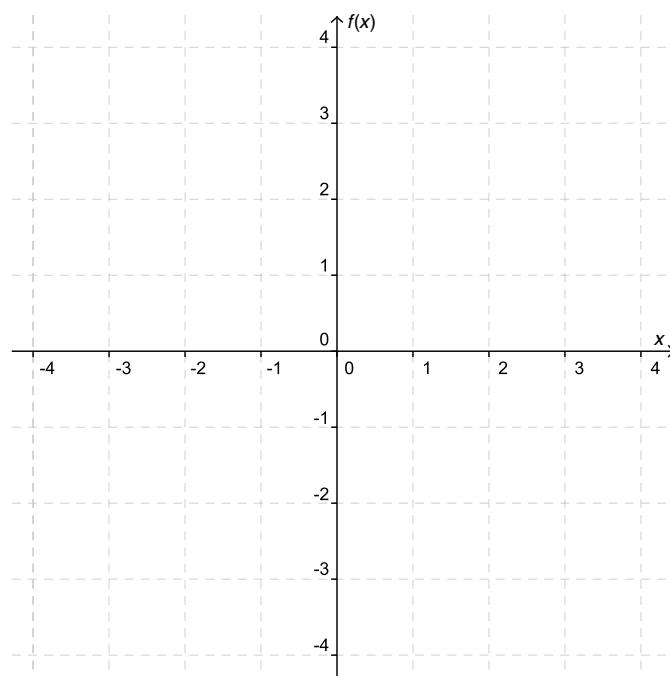
Aufgabennummer: 1_119	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: FA 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Der Verlauf einer linearen Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = k \cdot x + d$  wird durch ihre Parameter  $k$  und  $d$  mit  $k, d \in \mathbb{R}$  bestimmt.

### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion  $f(x) = k \cdot x + d$ , für deren Parameter  $k$  und  $d$  die nachfolgenden Bedingungen gelten, in das Koordinatensystem ein!

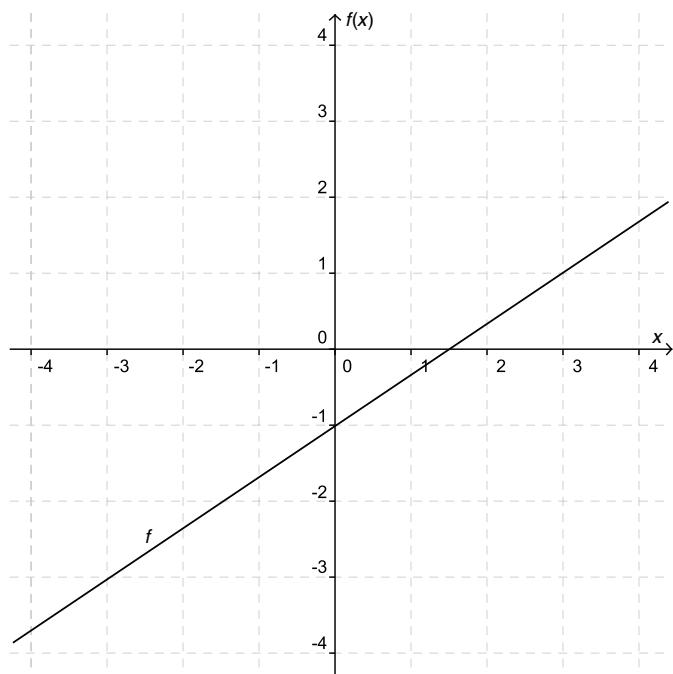
$$k = \frac{2}{3}, d < 0$$



\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

## Möglicher Lösungsweg

Eine mögliche Lösung:



## Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn ein Graph gezeichnet worden ist, der die Bedingungen für die Parameter  $k$  und  $d$  erfüllt. D. h., richtig sind alle Graphen, deren Steigung  $k = \frac{2}{3}$  und deren  $d < 0$  ist.

## Zeit-Weg-Diagramm, Geschwindigkeiten\*

Aufgabennummer: 1\_153

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Zuordnungsformat

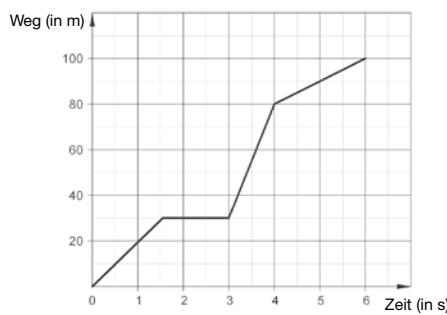
Grundkompetenz: FA 2.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Das folgende Zeit-Weg-Diagramm stellt eine Bewegung dar. Der Weg wird in Metern (m), die Zeit in Sekunden (s) gemessen. Zur Beschreibung dieser Bewegung sind zudem verschiedene Geschwindigkeiten ( $v_x$ ) gegeben.



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jeweils jedem Zeitintervall jene Geschwindigkeit zu, die der Bewegung in diesem Intervall entspricht!

Zeitintervall	
[0; 1,5]	
[1,5; 3]	
[3; 4]	
[4; 6]	

Geschwindigkeit	
A	$v_A = 0 \text{ m/s}$
B	$v_B = 5 \text{ m/s}$
C	$v_C = 10 \text{ m/s}$
D	$v_D = 20 \text{ m/s}$
E	$v_E = 25 \text{ m/s}$
F	$v_F = 50 \text{ m/s}$

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

## Lösungsweg

Zeitintervall	
[0; 1,5]	D
[1,5; 3]	A
[3; 4]	F
[4; 6]	C

Geschwindigkeit	
A	$v_A = 0 \text{ m/s}$
B	$v_B = 5 \text{ m/s}$
C	$v_C = 10 \text{ m/s}$
D	$v_D = 20 \text{ m/s}$
E	$v_E = 25 \text{ m/s}$
F	$v_F = 50 \text{ m/s}$

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle vier Buchstaben richtig zugeordnet sind.

## Charakteristische Eigenschaften einer linearen Funktion

Aufgabennummer: 1_018	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 2.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist eine reelle Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3x + 2$ .

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die beiden Eigenschaften an, die auf die Funktion  $f$  zutreffen!

$f(x + 1) = f(x) + 3$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(x + 1) = f(x) + 2$	<input type="checkbox"/>
$f(x + 1) = 3 \cdot f(x)$	<input type="checkbox"/>
$f(x + 1) = 2 \cdot f(x)$	<input type="checkbox"/>
$f(x_2) - f(x_1) = 3 \cdot (x_2 - x_1)$ für $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ und $x_1 \neq x_2$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$f(x + 1) = f(x) + 3$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(x + 1) = f(x) + 2$	
$f(x + 1) = 3 \cdot f(x)$	
$f(x + 1) = 2 \cdot f(x)$	
$f(x_2) - f(x_1) = 3 \cdot (x_2 - x_1)$ für $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ und $x_1 \neq x_2$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Temperaturskala

Aufgabennummer: 1\_063

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Grundkompetenz: FA 2.4

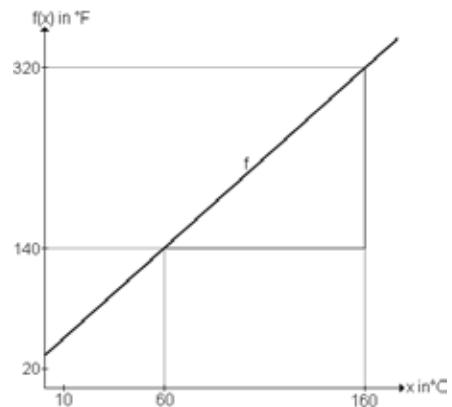
keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Temperaturen werden bei uns in °C (Celsius) gemessen; in einigen anderen Ländern ist die Messung in °F (Fahrenheit) üblich.

Die Gerade  $f$  stellt den Zusammenhang zwischen °C und °F dar.



Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Aussagen können Sie der Abbildung entnehmen?  
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

160 °C entsprechen doppelt so vielen °F.	<input checked="" type="checkbox"/>
140 °F entsprechen 160 °C.	<input type="checkbox"/>
Eine Zunahme um 1 °C bedeutet eine Zunahme um 1,8 °F.	<input checked="" type="checkbox"/>
Eine Abnahme um 1 °F bedeutet eine Abnahme um 18 °C.	<input type="checkbox"/>
Der Anstieg der Geraden ist $k = \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)} = \frac{100}{180}$ .	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

160 °C entsprechen doppelt so vielen °F.	<input checked="" type="checkbox"/>
Eine Zunahme um 1 °C bedeutet eine Zunahme um 1,8 °F.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Eigenschaften linearer Funktionen\*

Aufgabennummer: 1_131	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 2.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist eine lineare Funktion $f$ mit der Gleichung $f(x) = 4x - 2$ .		
<b>Aufgabenstellung:</b> Wählen Sie zwei Argumente $x_1$ und $x_2$ mit $x_2 = x_1 + 1$ und zeigen Sie, dass die Differenz $f(x_2) - f(x_1)$ gleich dem Wert der Steigung $k$ der gegebenen linearen Funktion $f$ ist!		

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$f(x) = 4x - 2 \rightarrow k = 4$   
 $x_1 = 3$  und  $f(x_1) = 10$   
 $x_2 = 4$  und  $f(x_2) = 14$   
 $\rightarrow f(x_2) - f(x_1) = 14 - 10 = 4 = k$

### Lösungsschlüssel

Es können beliebige Argumente gewählt werden, die sich um 1 unterscheiden!  
Jedoch muss die Argumentation in jedem Fall korrekt wiedergegeben werden!

## Modellierung mittels linearer Funktionen\*

Aufgabennummer: 1_136	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 2.5	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Reale Sachverhalte können durch eine lineare Funktion  $f(x) = k \cdot x + d$  mathematisch modelliert werden.

### Aufgabenstellung:

In welchen Sachverhalten ist eine Modellierung mittels einer linearen Funktion sinnvoll möglich? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Sachverhalte an!

der zurückgelegte Weg in Abhängigkeit von der Zeit bei einer gleichbleibenden Geschwindigkeit von 30 km/h	<input checked="" type="checkbox"/>
die Einwohnerzahl einer Stadt in Abhängigkeit von der Zeit, wenn die Anzahl der Einwohner/innen in einem bestimmten Zeitraum jährlich um 3 % wächst	<input type="checkbox"/>
Der Flächeninhalt eines Quadrates in Abhängigkeit von der Seitenlänge	<input type="checkbox"/>
Die Stromkosten in Abhängigkeit von der verbrauchten Energie (in kWh) bei einer monatlichen Grundgebühr von € 12 und Kosten von € 0,4 pro kWh	<input checked="" type="checkbox"/>
die Fahrzeit in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit für eine bestimmte Entfernung	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

der zurückgelegte Weg in Abhängigkeit von der Zeit bei einer gleichbleibenden Geschwindigkeit von 30 km/h	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Stromkosten in Abhängigkeit von der verbrauchten Energie (in kWh) bei einer monatlichen Grundgebühr von € 12 und Kosten von € 0,4 pro kWh	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Funktionsgraphen zuordnen

Aufgabennummer: 1_064	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: FA 3.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Den nachfolgenden vier Gleichungen von Potenzfunktionen stehen sechs Graphen gegenüber.

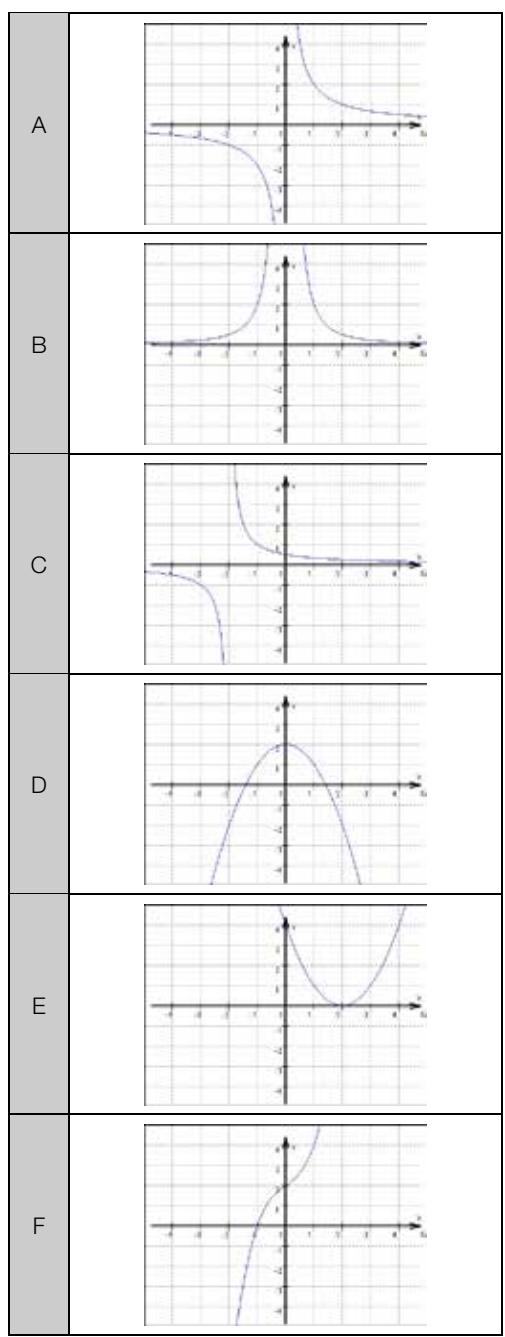
**Aufgabenstellung:**

Ordnen Sie den jeweiligen Funktionsgleichungen die zugehörigen Funktionsgraphen zu!

$y = -x^2 + 2$	A	
$y = (x - 2)^2$	B	
$y = (x + 2)^{-1}$	C	
$y = 2x^{-2}$	D	
	E	
	F	

## Lösungsweg

$y = -x^2 + 2$	D
$y = (x - 2)^2$	E
$y = (x + 2)^{-1}$	C
$y = 2x^{-2}$	B



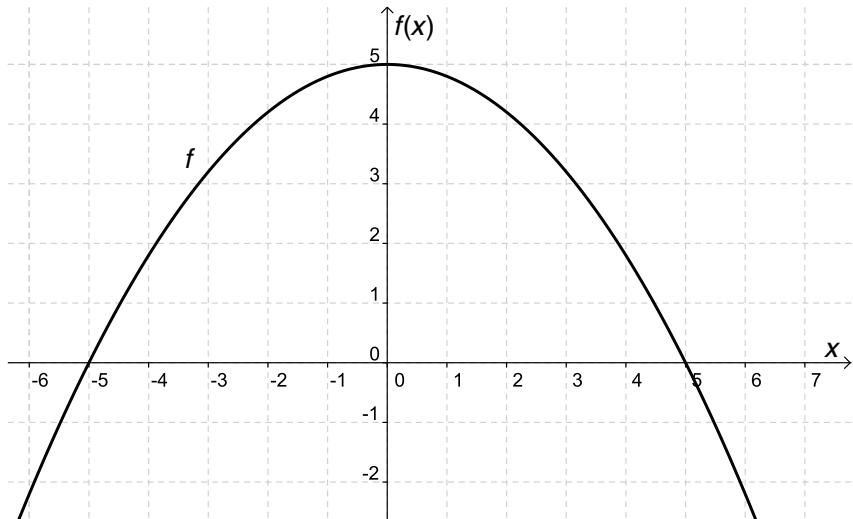
## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe ist nur dann als richtig gelöst zu werten, wenn alle Buchstaben korrekt zugewiesen wurden.

## Potenzfunktion\*

Aufgabennummer: 1_122	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 3.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Von einer Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = a \cdot x^2 + b$  ist der Graph gegeben:



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Werte der Parameter  $a$  und  $b$ !

$a =$  \_\_\_\_\_

$b =$  \_\_\_\_\_

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$a = -0,2$

$b = 5$

### Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn beide Parameter richtig angegeben sind.

## Indirekte Proportionalität

Aufgabennummer: 1_102	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 3.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

$t$  ist indirekt proportional zu  $x$  und  $y^2$ .

Aufgabenstellung:

Welche der angegebenen Formeln beschreiben diese Abhängigkeiten?  
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Formeln an!

$t = \frac{z}{3 \cdot x \cdot y^2}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$t = \frac{x \cdot z}{3 \cdot y^2}$	<input type="checkbox"/>
$t = \frac{x \cdot y^2}{3 \cdot z}$	<input type="checkbox"/>
$t = \frac{3 \cdot z}{x \cdot y^2}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$t = x \cdot y^2 \cdot z$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$t = \frac{z}{3 \cdot x \cdot y^2}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$t = \frac{3 \cdot z}{x \cdot y^2}$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Ideales Gas\*

Aufgabennummer: 1_117	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: FA 3.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

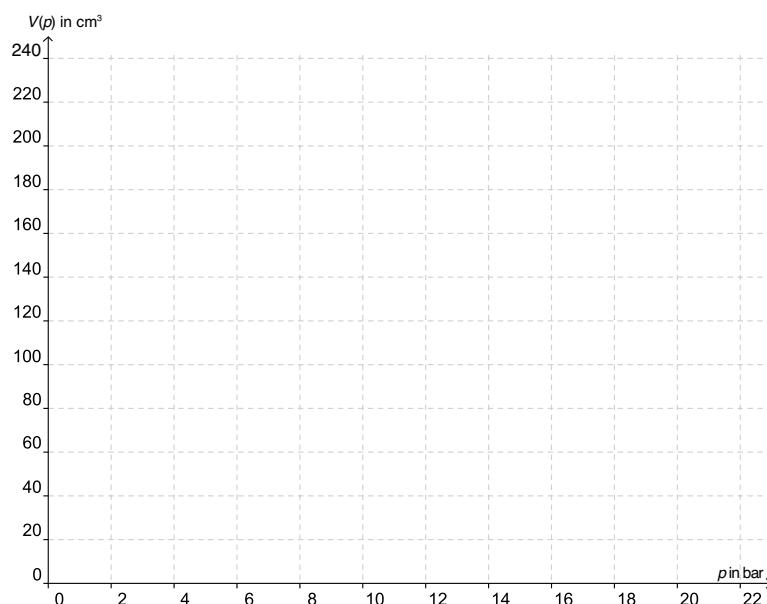
| keine Hilfsmittel erforderlich | gewohnte Hilfsmittel möglich | besondere Technologie erforderlich |

200 cm<sup>3</sup> eines idealen Gases stehen bei konstanter Temperatur unter einem Druck von 1 bar.

**Aufgabenstellung:**

Geben Sie den Term der Funktionsgleichung an und zeichnen Sie deren Graphen!

$V(p) = \underline{\hspace{10mm}}$



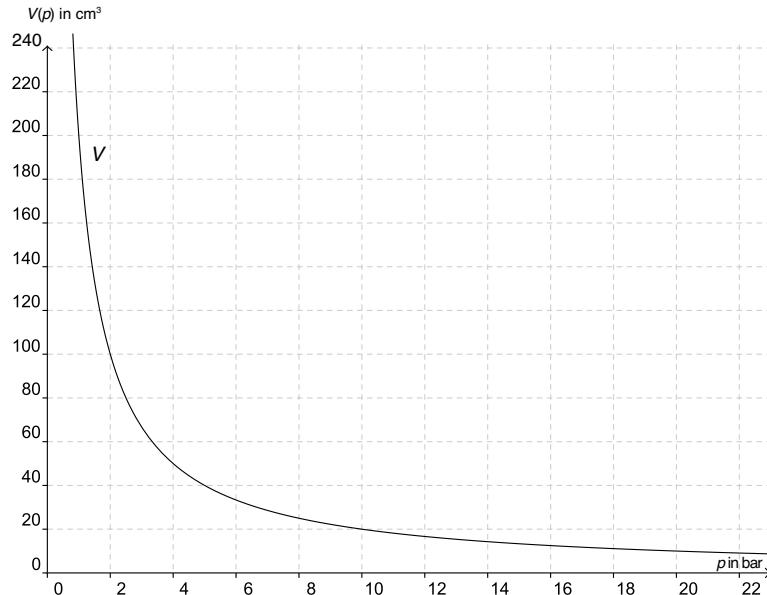
\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$$V(p) = \frac{c}{p}$$

$$200 = \frac{c}{1}$$

$$V(p) = \frac{200}{p}$$



### Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn die Funktionsgleichung richtig angegeben ist und der Graph den entsprechenden Verlauf (in seiner charakteristischen Ausprägung) zeigt.

## Grad einer Polynomfunktion

Aufgabennummer: 1\_040

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)

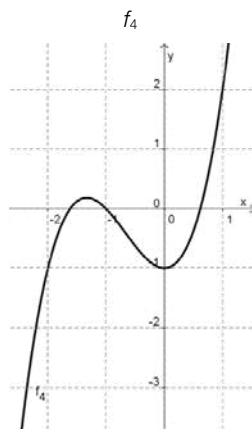
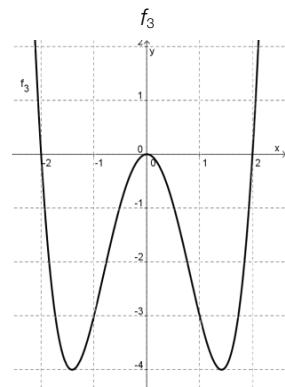
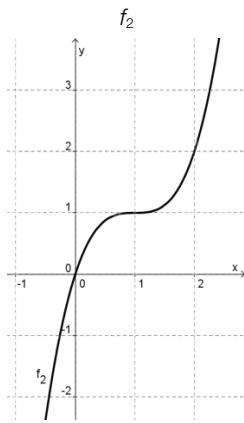
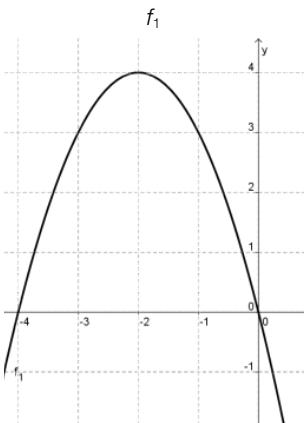
Grundkompetenz: FA 4.1

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind Ausschnitte der Graphen von fünf Polynomfunktionen  $f_1$  bis  $f_5$ . Die Ausschnitte enthalten alle Extrem- und Wendepunkte der Graphen.



**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) zum Grad an!

Die Polynomfunktion $f_1$ hat den Grad 2.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Polynomfunktion $f_2$ hat den Grad 2.	<input type="checkbox"/>
Die Polynomfunktion $f_3$ hat den Grad 4.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Polynomfunktion $f_4$ hat den Grad 3.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Polynomfunktion $f_5$ hat den Grad 3.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Die Polynomfunktion  $f_1$  hat den Grad 2.



Die Polynomfunktion  $f_2$  hat den Grad 2.



Die Polynomfunktion  $f_3$  hat den Grad 4.



Die Polynomfunktion  $f_4$  hat den Grad 3.



Die Polynomfunktion  $f_5$  hat den Grad 3.



## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Quadratische Funktion

Aufgabennummer: 1_103	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: FA 4.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Eine quadratische Funktion hat die Funktionsgleichung  $f(x) = ax^2 + bx + c$  mit  $a, b, c \in \mathbb{R}$  und  $a \neq 0$ . Ihr Graph ist eine Parabel.

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vorgegebenen Bedingungen für  $a$ ,  $b$  und  $c$  die daraus jedenfalls resultierende Eigenschaft zu!

$a < 0$		A Der Funktionsgraph hat keine Nullstelle.
$a > 0$		B Der Graph hat mindestens einen Schnittpunkt mit der $x$ -Achse.
$c = 0$		C Der Scheitelpunkt der Parabel ist ein Hochpunkt.
$b = 0$		D Der Scheitelpunkt der Parabel ist ein Tiefpunkt.
		E Der Graph der Funktion ist symmetrisch zur $x$ -Achse.
		F Der Graph der Funktion ist symmetrisch zur $y$ -Achse.

## Lösungsweg

$a < 0$	C
$a > 0$	D
$c = 0$	B
$b = 0$	F

A	Der Funktionsgraph hat keine Nullstelle.
B	Der Graph hat mindestens einen Schnittpunkt mit der $x$ -Achse.
C	Der Scheitelpunkt der Parabel ist ein Hochpunkt.
D	Der Scheitelpunkt der Parabel ist ein Tiefpunkt.
E	Der Graph der Funktion ist symmetrisch zur $x$ -Achse.
F	Der Graph der Funktion ist symmetrisch zur $y$ -Achse.

## Lösungsschlüssel

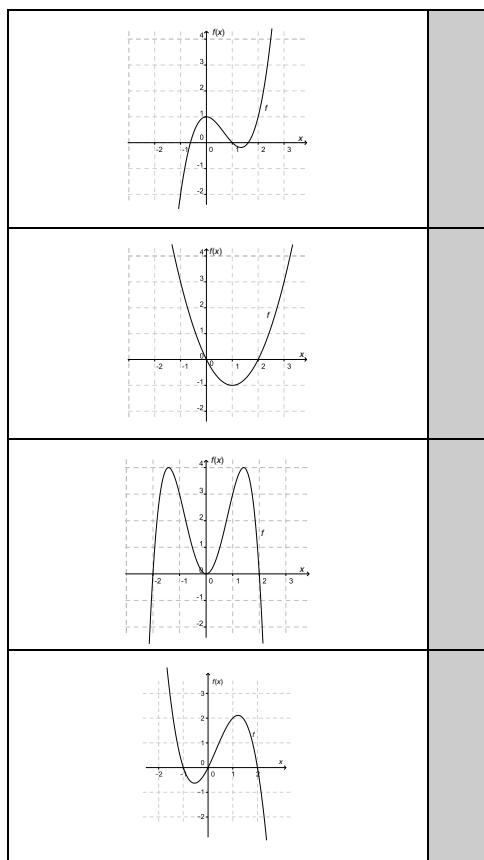
Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn alle Buchstaben korrekt zugeordnet wurden.

## Polynomfunktion\*

Aufgabennummer: 1_123	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: FA 4.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

**Aufgabenstellung:**

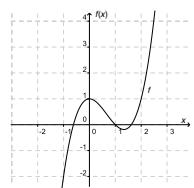
Ordnen Sie den folgenden Graphen jeweils die entsprechende Funktionsgleichung zu!



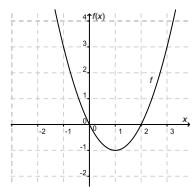
- |   |                          |
|---|--------------------------|
| A | $f(x) = x^2 - 2x$        |
| B | $f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$ |
| C | $f(x) = x^2 + 2x - 1$    |
| D | $f(x) = -x^4 + 4x^2$     |
| E | $f(x) = x^4 - 4x^3$      |
| F | $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$  |

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

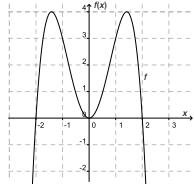
## Möglicher Lösungsweg



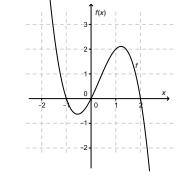
F



A



D



B

A  $f(x) = x^2 - 2x$

B  $f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$

C  $f(x) = x^2 + 2x - 1$

D  $f(x) = -x^4 + 4x^2$

E  $f(x) = x^4 - 4x^3$

F  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle vier Buchstaben richtig zugeordnet sind.

## Graphen von Polynomfunktionen\*

Aufgabennummer: 1\_158

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)

Grundkompetenz: FA 4.1

keine Hilfsmittel erforderlich

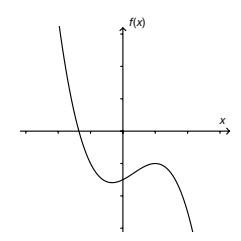
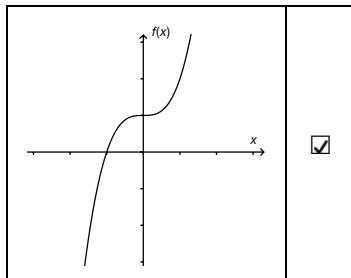
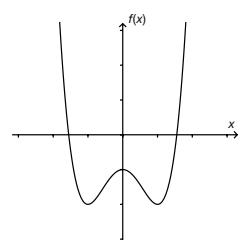
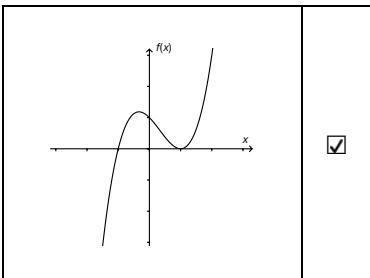
gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist eine Polynomfunktion  $f$  dritten Grades.

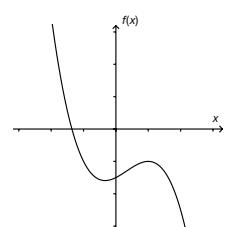
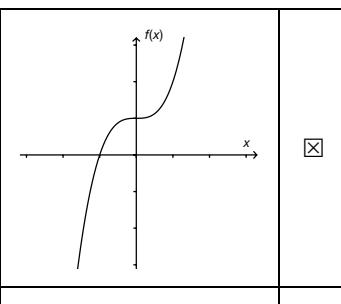
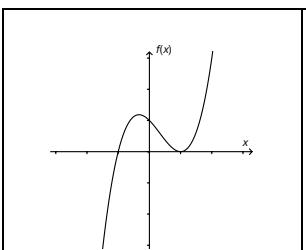
Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Abbildung(en) an, die einen möglichen Funktionsgraphen von  $f$  zeigt/zeigen!



\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

## Lösungsweg



## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Abbildungen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

## Polynomfunktionen

Aufgabennummer: 1_019	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 4.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die folgenden Aussagen beschreiben Eigenschaften von Polynomfunktionen  $f$  mit  $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$  mit  $n \in \mathbb{N}$ .

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Jede Polynomfunktion dritten Grades hat genau eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion vierten Grades hat mindestens eine Nullstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion, die zwei lokale Extremstellen hat, ist mindestens vom Grad 3.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion, die genau zwei lokale Extremstellen hat, hat mindestens eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion, deren Grad größer als 3 ist, hat mindestens eine lokale Extremstelle.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Jede Polynomfunktion dritten Grades hat genau eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion vierten Grades hat mindestens eine Nullstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion, die zwei lokale Extremstellen hat, ist mindestens vom Grad 3.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion, die genau zwei lokale Extremstellen hat, hat mindestens eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion, deren Grad größer als 3 ist, hat mindestens eine lokale Extremstelle.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

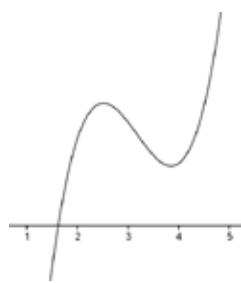
Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Nullstellen einer Polynomfunktion

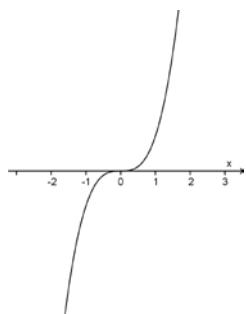
Aufgabennummer: 1_039	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 4.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Wie viele verschiedene reelle Nullstellen kann eine Polynomfunktion 3. Grades haben?		
Aufgabenstellung:		
Veranschaulichen Sie Ihre Lösungsfälle durch jeweils einen möglichen Graphen!		

## Möglicher Lösungsweg

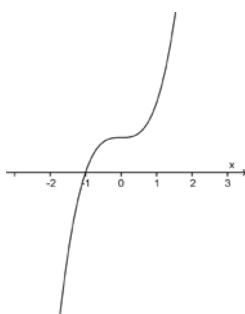
Eine Nullstelle:



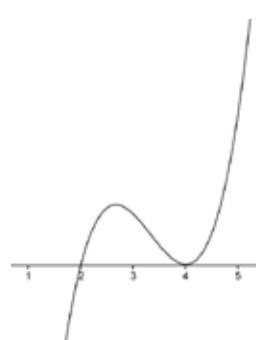
oder



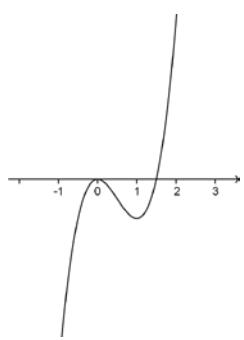
oder



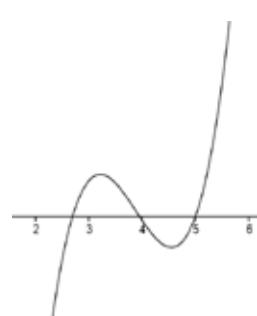
Zwei Nullstellen:



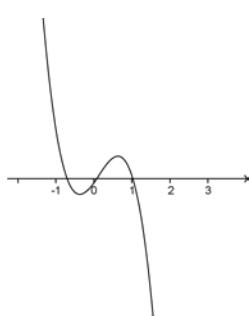
oder



Drei Nullstellen:



oder



## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die Graphen entsprechend der richtigen Nullstellenanzahl korrekt skizziert sind.

## Polynomfunktion 3. Grades

Aufgabennummer: 1_083	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 4.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Polynomfunktion 3. Grades  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ).

### Aufgabenstellung:

Wie viele reelle Nullstellen kann diese Funktion besitzen?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

keine	<input type="checkbox"/>
mindestens eine	<input checked="" type="checkbox"/>
höchstens drei	<input checked="" type="checkbox"/>
genau vier	<input type="checkbox"/>
unendlich viele	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

mindestens eine	<input checked="" type="checkbox"/>
höchstens drei	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Exponentialgleichung

Aufgabennummer: 1_104	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 5.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist der Funktionswert $\sqrt[3]{4}$ der Exponentialfunktion $f(x) = 2^x$ .		
<b>Aufgabenstellung:</b> Bestimmen Sie die rationale Zahl $x$ so, dass sie die Gleichung $2^x = \sqrt[3]{4}$ erfüllt!		
$x = \underline{\hspace{2cm}}$		

### Lösungsweg

$$x = \frac{2}{3}$$

### Lösungsschlüssel

Die Angabe eines Lösungsweges ist nicht erforderlich.

## Werte einer Exponentialfunktion

Aufgabennummer: 1_105	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 5.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist die Exponentialfunktion $f$ durch die Gleichung $f(x) = 2^x$ .		
Aufgabenstellung:		
Bestimmen Sie diejenige rationale Zahl $x$ , für die $f(x) = \frac{1}{8}$ gilt!		
$x = \underline{\hspace{2cm}}$		

### Lösungsweg

$x = -3$

### Lösungsschlüssel

Die Angabe des Zahlenwertes muss korrekt sein.

## Exponentielle Abnahme

Aufgabennummer: 1_020	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die angegebenen Funktionsgleichungen beschreiben exponentielle Zusammenhänge.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Funktionsgleichungen an, die eine exponentielle Abnahme beschreiben!

$f(x) = 100 \cdot 1,2^x$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = 100 \cdot e^{0,2x}$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = 100 \cdot 0,2^x$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(x) = 100 \cdot 0,2^{-x}$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = 100 \cdot e^{-0,2x}$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$f(x) = 100 \cdot 1,2^x$	
$f(x) = 100 \cdot e^{0,2x}$	
$f(x) = 100 \cdot 0,2^x$	☒
$f(x) = 100 \cdot 0,2^{-x}$	
$f(x) = 100 \cdot e^{-0,2x}$	☒

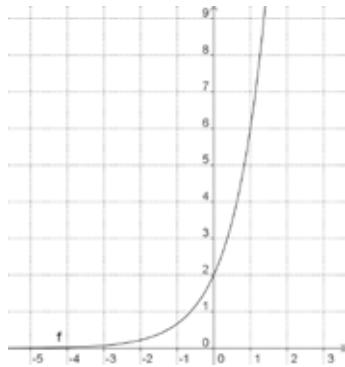
## Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Parameter einer Exponentialfunktion

Aufgabennummer: 1_065	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: FA 5.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Graph einer Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(x) = a \cdot 3^x$ .



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den für diesen Graphen richtigen Parameterwert  $a$  mit  $a \in \mathbb{N}$ !

$a = \underline{\hspace{2cm}}$

### Möglicher Lösungsweg

$$a \cdot 3^0 = 2 \Rightarrow a = 2$$

### Lösungsschlüssel

Die Angabe eines Lösungsweges ist hier nicht erforderlich.

## Schnittpunkt mit der $y$ -Achse

Aufgabennummer: 1_084	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist die Funktion $f$ mit $f(x) = c \cdot a^x$ ( $c \in \mathbb{R}$ , $a > 0$ ).		
<b>Aufgabenstellung:</b> Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes des Graphen von $f$ mit der $y$ -Achse!		

### Möglicher Lösungsweg

$f(0) = c \cdot a^0 = c \rightarrow$  Der Schnittpunkt hat die Koordinaten  $S = (0|c)$ .

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe ist nur dann richtig gelöst, wenn beide Koordinaten des Schnittpunktes korrekt angegeben sind.

## Exponentialfunktionen vergleichen

Aufgabennummer: 1\_106

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Grundkompetenz: FA 5.3

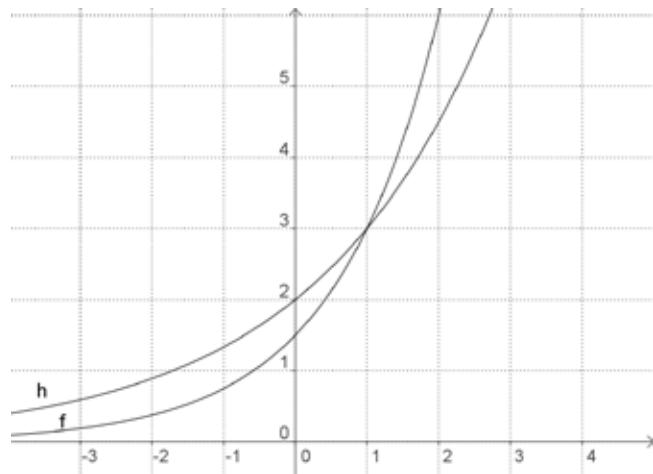
keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind zwei Exponentialfunktionen  $f$  und  $h$  mit  $f(x) = a \cdot b^x$  und  $h(x) = c \cdot d^x$ .

Dabei gilt:  $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ .



Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Aussagen über die Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  sind zutreffend?  
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$a > c$	<input type="checkbox"/>
$b > d$	<input checked="" type="checkbox"/>
$a < c$	<input checked="" type="checkbox"/>
$b < d$	<input type="checkbox"/>
$a = c$	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$b > d$	<input checked="" type="checkbox"/>
$a < c$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Exponentialfunktion

Aufgabennummer: 1_021	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(x) = e^x$ .

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 0$ des Graphen hat den Wert 0.	<input type="checkbox"/>
Wird das Argument $x$ um 1 erhöht, dann steigen die Funktionswerte auf das e-Fache.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 1$ des Graphen hat den Wert $e$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Wird das Argument $x$ um 1 vermindert, dann sinken die Funktionswerte auf das $\frac{1}{e}$ -Fache.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Graph von $f$ hat an jeder Stelle eine positive Krümmung.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 0$ des Graphen hat den Wert 0.	<input type="checkbox"/>
Wird das Argument $x$ um 1 erhöht, dann steigen die Funktionswerte auf das e-Fache.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 1$ des Graphen hat den Wert e.	<input checked="" type="checkbox"/>
Wird das Argument $x$ um 1 vermindert, dann sinken die Funktionswerte auf das $\frac{1}{e}$ -Fache.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Graph von $f$ hat an jeder Stelle eine positive Krümmung.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Exponentielles Wachstum

Aufgabennummer: 1_023	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 100 \cdot 2^x$  beschreibt einen exponentiellen Wachstumsprozess.  
Wie verändert sich der Funktionswert, wenn  $x$  um 1 erhöht wird?

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Funktionswert  $f(x+1)$  ist ...

um 1 größer als $f(x)$	<input type="checkbox"/>
doppelt so groß wie $f(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>
um 100 größer als $f(x)$	<input type="checkbox"/>
um 200 größer als $f(x)$	<input type="checkbox"/>
um 100 % größer als $f(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Der Funktionswert  $f(x+1)$  ist ...

um 1 größer als $f(x)$	<input type="checkbox"/>
doppelt so groß wie $f(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>
um 100 größer als $f(x)$	<input type="checkbox"/>
um 200 größer als $f(x)$	<input type="checkbox"/>
um 100 % größer als $f(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Exponentialfunktion\*

Aufgabennummer: 1_145	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist eine reelle Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  und  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die für die Funktion  $f$  zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f'(x) = a \cdot \lambda \cdot e^{\lambda \cdot x}$	<input checked="" type="checkbox"/>
Für $a > 0$ sind alle Funktionswerte negativ.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat mindestens eine reelle Nullstelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ schneidet die $y$ -Achse bei $(0 a)$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ ist streng monoton fallend, wenn $\lambda < 0$ und $a \neq 0$ ist.	<input checked="" type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

$f'(x) = a \cdot \lambda \cdot e^{\lambda \cdot x}$	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ schneidet die $y$ -Achse bei $(0 a)$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ ist streng monoton fallend, wenn $\lambda < 0$ und $a \neq 0$ ist.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

## Halbwertszeit eines Isotops\*

Aufgabennummer: 1_138	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.5	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Der radioaktive Zerfall des Iod-Isotops  $^{131}\text{I}$  verhält sich gemäß der Funktion  $N$  mit  $N(t) = N(0) \cdot e^{-0,086 \cdot t}$  mit  $t$  in Tagen.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Gleichung(en) an, mit der/denen die Halbwertszeit des Isotops in Tagen berechnet werden kann!

$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,086 \cdot t \cdot \ln e$	<input checked="" type="checkbox"/>
$2 = e^{-0,086 \cdot t}$	<input type="checkbox"/>
$N(0) = \frac{N(0)}{2} \cdot e^{-0,086 \cdot t}$	<input type="checkbox"/>
$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 0,086 \cdot t \cdot e$	<input type="checkbox"/>
$\frac{1}{2} = 1 \cdot e^{-0,086 \cdot t}$	<input checked="" type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,086 \cdot t \cdot \ln e$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\frac{1}{2} = 1 \cdot e^{-0,086 \cdot t}$	<input checked="" type="checkbox"/>

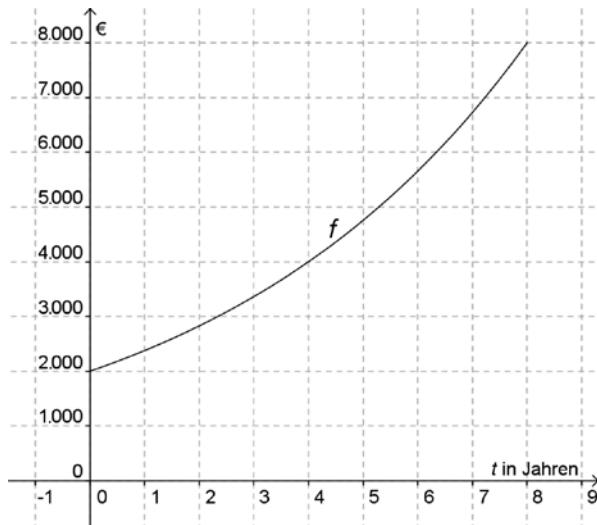
## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Gleichungen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

## Verdoppelungszeit\*

Aufgabennummer: 1_142	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.5	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen einer Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(t) = a \cdot b^t$ .



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie mithilfe des Graphen die Größe der Verdoppelungszeit!

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

z. B.:  $f(0) = 2000$  und  $f(4) = 4000$

→ In 4 Jahren ist der doppelte Betrag vorhanden. Die Verdoppelungszeit beträgt also 4 Jahre.

### Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn der Wert richtig angegeben ist.

## Halbwertszeit von Felbamat\*

Aufgabennummer: 1_155	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: FA 5.5	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Zur Behandlung von Epilepsie wird oft der Arzneistoff Felbamat eingesetzt.

Nach der Einnahme einer Ausgangsdosis  $D_0$  nimmt die Konzentration  $D$  von Felbamat im Körper näherungsweise exponentiell mit der Zeit ab.

Für  $D$  gilt folgender funktionaler Zusammenhang:  $D(t) = D_0 \cdot 0,9659^t$ .

Dabei wird die Zeit  $t$  in Stunden gemessen.

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Halbwertszeit von Felbamat! Geben Sie die Lösung auf Stunden gerundet an!

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$$\frac{D_0}{2} = D_0 \cdot 0,9659^t$$

$$\frac{1}{2} = 0,9659^t$$

$$\ln(0,5) = t \cdot \ln(0,9659)$$

$$\Rightarrow \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,9659)} \approx 20 \text{ Stunden}$$

### Lösungsschlüssel

1 Punkt für die richtige Lösung

## Relative und absolute Zunahme

Aufgabennummer: 1_085	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: FA 5.6	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die Formel  $N(t) = N_0 \cdot a^t$  mit  $a > 1$  beschreibt ein exponentielles Wachstum.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die relative Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die absolute Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	<input type="checkbox"/>
Die relative Zunahme ist unabhängig von $N_0$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die relative Zunahme ist abhängig von $a$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die absolute Zunahme ist abhängig von $a$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Die relative Zunahme ist in gleichen Zeitintervallen gleich groß.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die relative Zunahme ist unabhängig von $N_0$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die relative Zunahme ist abhängig von $a$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die absolute Zunahme ist abhängig von $a$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

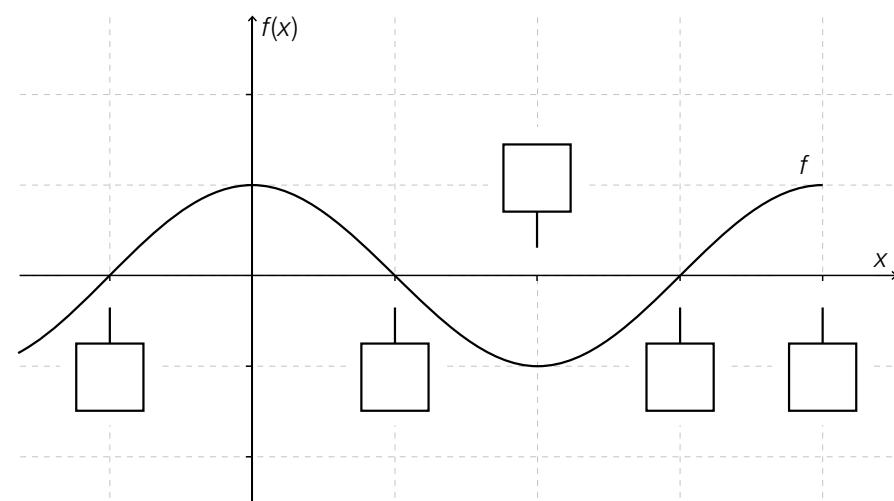
Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Trigonometrische Funktion skalieren

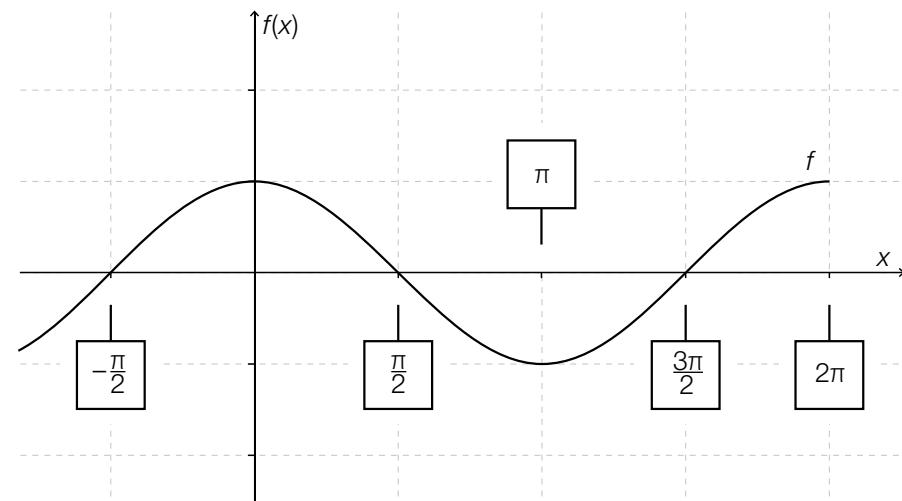
Aufgabennummer: 1_086	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: FA 6.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

**Aufgabenstellung:**

Ergänzen Sie in der nachstehenden Zeichnung die Skalierung in den vorgegebenen fünf Kästchen!



### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Alle fünf Werte müssen korrekt angegeben sein. Auch die Angabe als Dezimalzahl ist richtig zu werten – vorausgesetzt, es ist mindestens eine Nachkommastelle angegeben.

## Wirkung der Parameter einer Sinusfunktion

Aufgabennummer: 1_066	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: FA 6.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist eine Sinusfunktion der Art  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ .

Dabei beeinflussen die Parameter  $a$  und  $b$  das Aussehen des Graphen von  $f$  im Vergleich zum Graphen von  $g(x) = \sin(x)$ .

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Parameterwerten die entsprechenden Auswirkungen auf das Aussehen von  $f$  im Vergleich zu  $g$  zu!

$a = 2$		A   Dehnung des Graphen der Funktion entlang der $x$ -Achse auf das Doppelte
$a = \frac{1}{2}$		B   Phasenverschiebung um 2
$b = 2$		C   doppelte Frequenz
$b = \frac{1}{2}$		D   Streckung entlang der $y$ -Achse auf das Doppelte
		E   halbe Amplitude
		F   Verschiebung entlang der $y$ -Achse um -2

## Lösungsweg

$a = 2$	D
$a = \frac{1}{2}$	E
$b = 2$	C
$b = \frac{1}{2}$	A

A	Dehnung des Graphen der Funktion entlang der x-Achse auf das Doppelte
B	Phasenverschiebung um 2
C	doppelte Frequenz
D	Streckung entlang der y-Achse auf das Doppelte
E	halbe Amplitude
F	Verschiebung entlang der y-Achse um -2

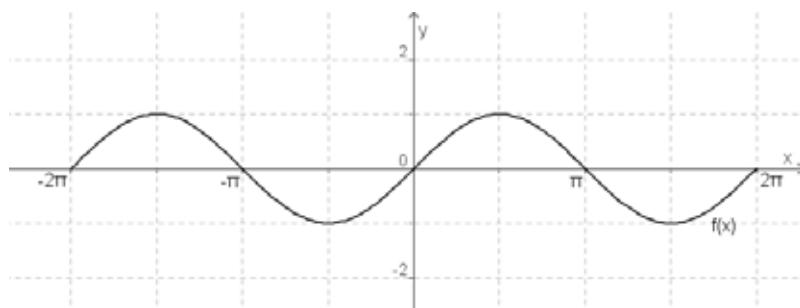
## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe ist nur dann als richtig zu werten, wenn alle Buchstaben richtig zugeordnet sind.

## Trigonometrische Funktion

Aufgabennummer: 1_107	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: FA 6.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

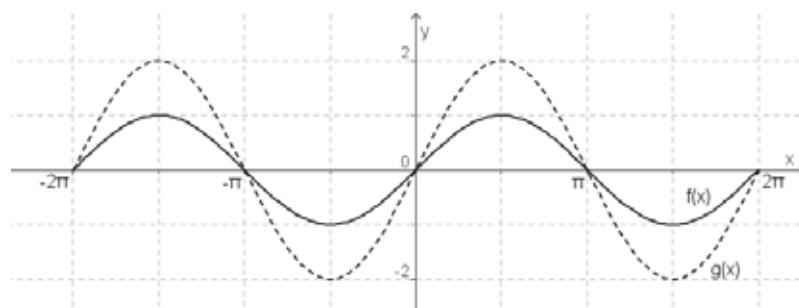
Gegeben ist der Graph der Funktion  $f(x) = \sin(x)$ .



Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in die gegebene Abbildung den Graphen der Funktion  $g(x) = 2 \cdot \sin(x)$  ein!

### Möglicher Lösungsweg



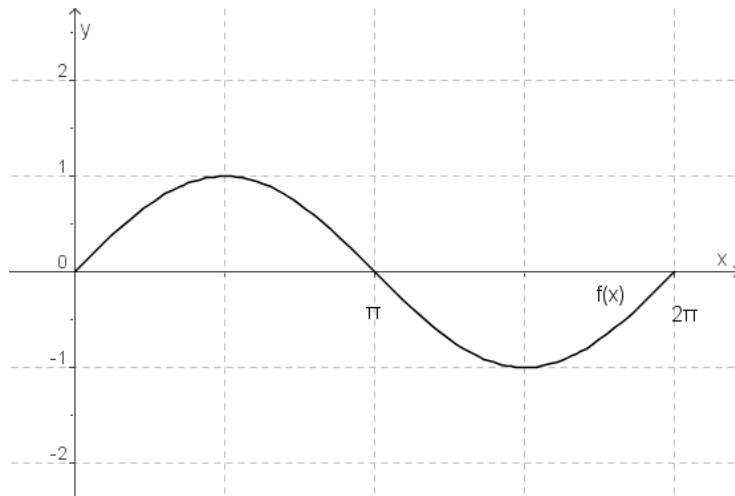
### Lösungsschlüssel

Die Lösungsfunktion muss mit der in der Lösungserwartung angegebenen Funktion  $g(x)$  in den Nullstellen und Extremwerten übereinstimmen und die entsprechende Charakteristik aufweisen.

## Variation einer trigonometrischen Funktion

Aufgabennummer: 1_108	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: FA 6.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

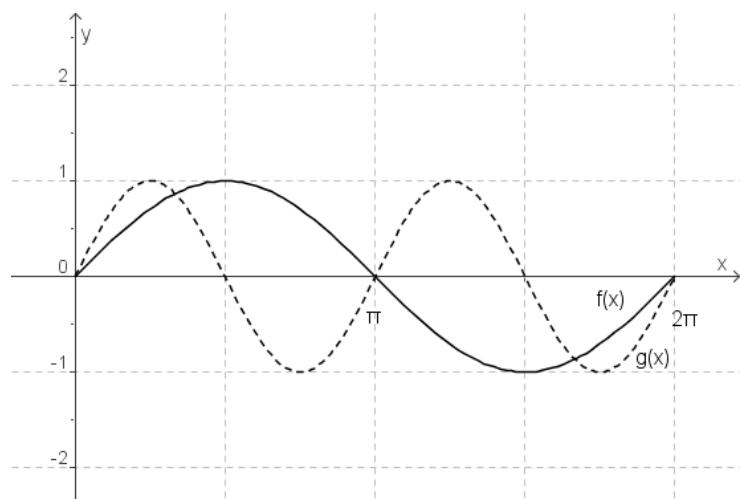
Gegeben ist der Graph der Funktion  $f(x) = \sin(x)$ .



Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in die gegebene Abbildung den Graphen der Funktion  $g(x) = \sin(2x)$  ein!

### Möglicher Lösungsweg



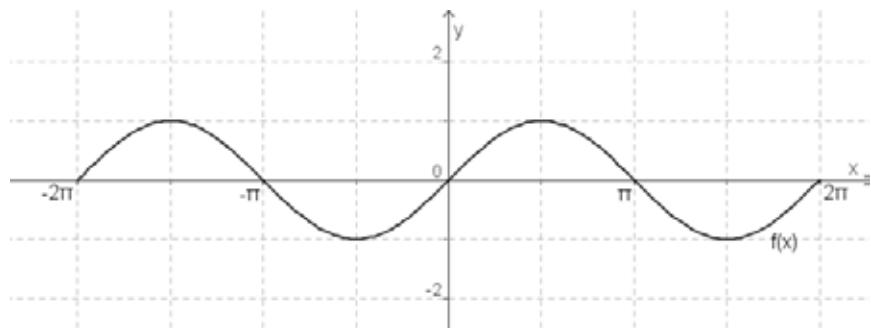
### Lösungsschlüssel

Die Lösungsfunktion muss mit der in der Lösungserwartung angegebenen Funktion  $g(x)$  in den Nullstellen und Extremwerten übereinstimmen und die entsprechende Charakteristik aufweisen.

## Negative Sinusfunktion

Aufgabennummer: 1_109	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: FA 6.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

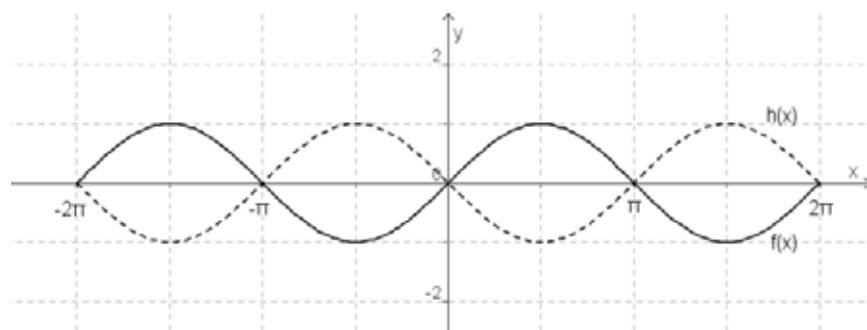
Gegeben ist der Graph der Funktion  $f(x) = \sin(x)$ .



Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in die gegebene Abbildung den Graphen der Funktion  $h(x) = -\sin(x)$  ein!

### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Lösungsfunktion muss mit der in der Lösungserwartung angegebenen Funktion  $h(x)$  in den Nullstellen und Extremwerten übereinstimmen und die entsprechende Charakteristik aufweisen.

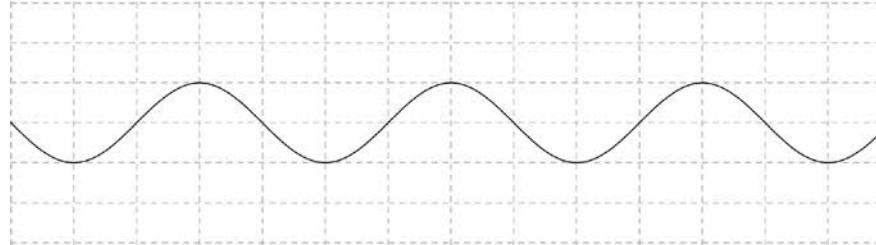
## Cosinusfunktion\*

Aufgabennummer: 1_139	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: FA 6.5	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die Cosinusfunktion ist eine periodische Funktion.

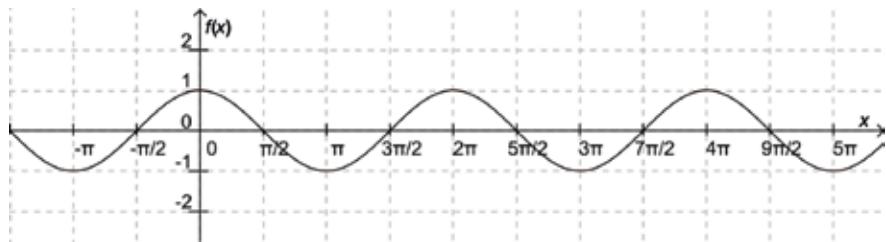
### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung die Koordinatenachsen und deren Skalierung so ein, dass der angegebene Graph dem Graphen der Cosinusfunktion entspricht! Die Skalierung beider Achsen muss jeweils zwei Werte umfassen!



\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Lösung ist dann als richtig zu werten, wenn auf beiden Achsen mindestens zwei Werte im Bogen- oder Gradmaß richtig gekennzeichnet sind, wobei der Wert 0 für beide Achsen gelten darf. Alle eingezeichneten Werte müssen richtig sein.

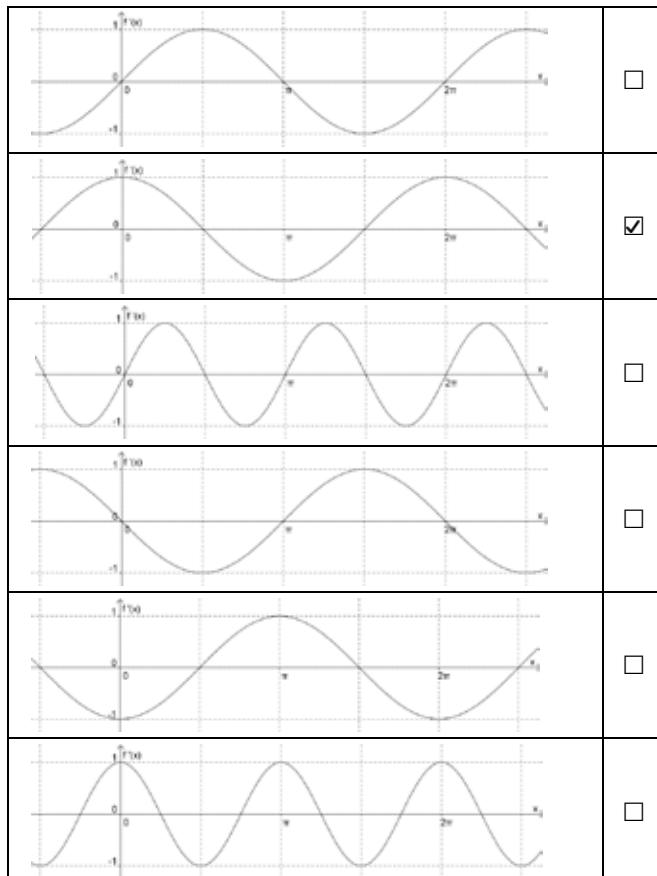
## Ableitung der Sinusfunktion

Aufgabennummer: 1_041	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: FA 6.6	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

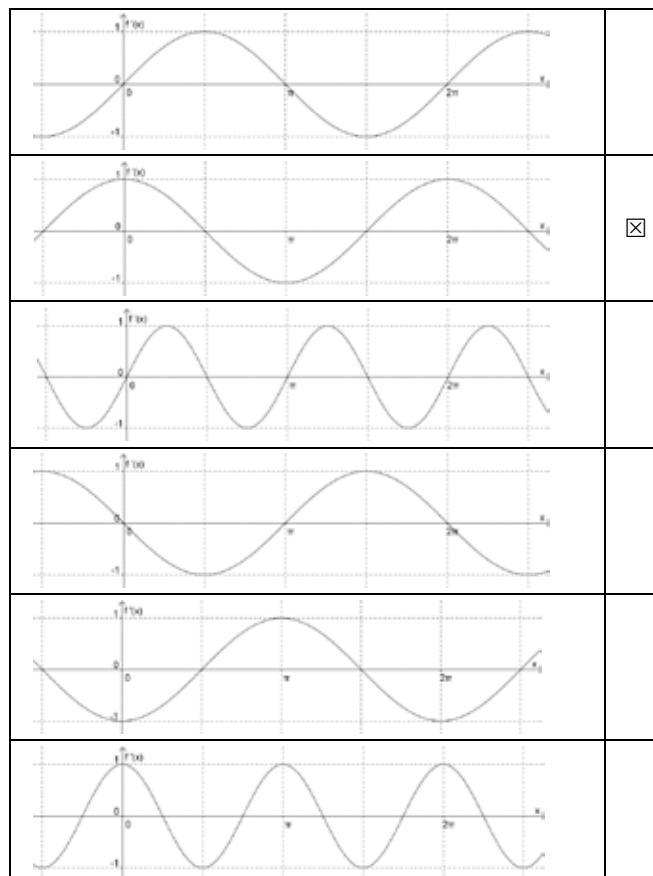
Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \sin(x)$ .

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie von den gegebenen Graphen von Ableitungsfunktionen  $f'$  denjenigen an, der zur Funktion  $f$  gehört!



## Lösungsweg



## Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

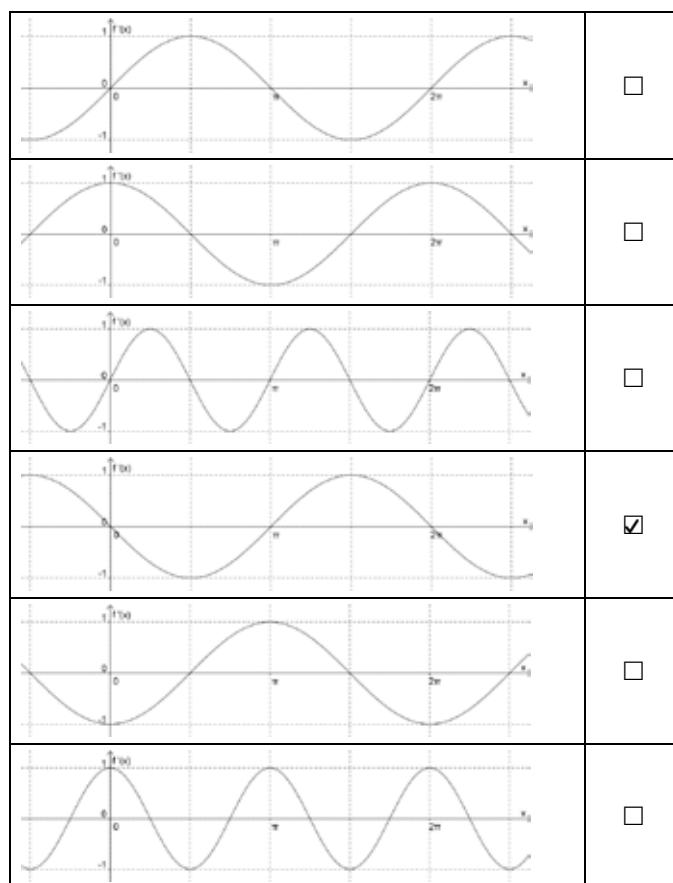
## Ableitung der Cosinusfunktion

Aufgabennummer: 1_042	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: FA 6.6	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

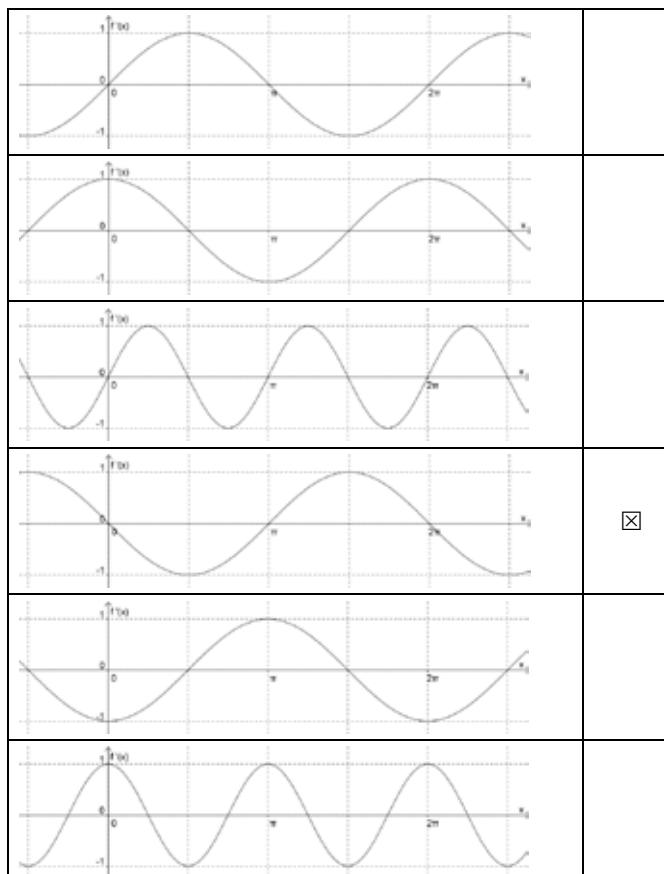
Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \cos(x)$ .

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie von den gegebenen Graphen von Ableitungsfunktionen  $f'$  denjenigen an, der zur Funktion  $f$  gehört!



## Lösungsweg



## Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

### 3. Inhaltsbereich Analysis (AN)

- AN 1.1 Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden können
- AN 1.2 Den Zusammenhang *Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) – Differentialquotient („momentane“ Änderungsrate)* auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes kennen und damit (verbal sowie in formaler Schreibweise) auch kontextbezogen anwenden können
- AN 1.3 Den Differenzen- und Differentialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differentialquotienten beschreiben können
- AN 1.4 Das systemdynamische Verhalten von Größen durch Differenzengleichungen beschreiben bzw. diese im Kontext deuten können
- AN 2.1 Einfache Regeln des Differenzierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, Regeln für  $[k \cdot f(x)]'$  und  $[f(k \cdot x)]'$  (vgl. Inhaltsbereich *Funktionale Abhängigkeiten*)
- AN 3.1 Den Begriff *Ableitungsfunktion/Stammfunktion* kennen und zur Beschreibung von Funktionen einsetzen können
- AN 3.2 Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (bzw. Funktion und Stammfunktion) in deren grafischer Darstellung (er)kennen und beschreiben können
- AN 3.3 Eigenschaften von Funktionen mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben können: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen
- AN 4.1 Den Begriff des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Summe von Produkten deuten und beschreiben können
- AN 4.2 Einfache Regeln des Integrierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel,  $\int k \cdot f(x)dx$ ,  $\int f(k \cdot x)dx$  (vgl. Inhaltsbereich *Funktionale Abhängigkeiten*), bestimmte Integrale von Polynomfunktionen ermitteln können
- AN 4.3 Das bestimmte Integral in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch Integrale beschreiben können

## Luftwiderstand\*

Aufgabennummer: 1_143	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 1.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Der Luftwiderstand $F_L$ eines bestimmten PKWs in Abhängigkeit von der Fahrtgeschwindigkeit $v$ lässt sich durch folgende Funktionsgleichung beschreiben: $F_L(v) = 0,4 \cdot v^2$ . Der Luftwiderstand ist dabei in Newton (N) und die Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s) angegeben.		
<b>Aufgabenstellung:</b> Berechnen Sie die mittlere Zunahme des Luftwiderstandes in $\frac{N}{m/s}$ bei einer Erhöhung der Fahrtgeschwindigkeit von 20 m/s auf 30 m/s!		

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

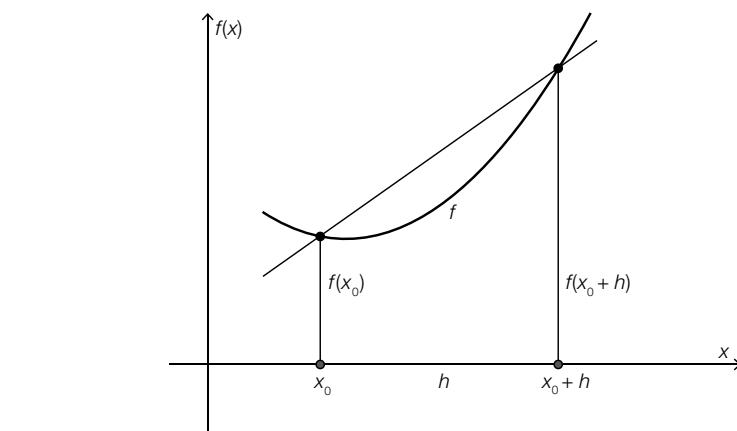
$$\frac{F_L(30) - F_L(20)}{30 - 20} = \frac{360 - 160}{10} = 20 \frac{\text{N}}{\text{m/s}}$$

### Lösungsschlüssel

Die Angabe der Einheit  $\frac{\text{N}}{\text{m/s}}$  ist nicht notwendig für die Korrektheit der Lösung (da in der Aufgabenstellung vorgegeben); es genügt die Verwendung des korrekten Änderungsmaßes und die Ermittlung des numerischen Wertes 20.

## Differenzenquotient

Aufgabennummer: 1_003	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Der Ausdruck \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_ beschreibt die \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_.

①	
$\frac{f(x) - f(x_0)}{h}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0}$	<input type="checkbox"/>

②	
die Steigung von f an der Stelle x	<input type="checkbox"/>
die 1. Ableitung der Funktion f	<input type="checkbox"/>
die mittlere Änderungsrate im Intervall $[x_0; x_0 + h]$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Der Ausdruck ① beschreibt die ②.

①	
$\frac{f(x) - f(x_0)}{h}$	
$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0}$	

②	
die Steigung von $f$ an der Stelle $x$	
die 1. Ableitung der Funktion $f$	
die mittlere Änderungsrate im Intervall $[x_0; x_0 + h]$	<input checked="" type="checkbox"/>

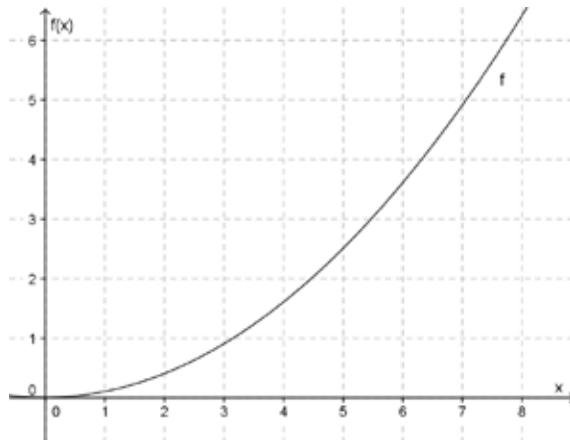
## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Änderungsmaße

Aufgabennummer: 1_004	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = 0,1x^2$ .



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die für die gegebene Funktion  $f$  zutreffend sind!

Die absolute Änderung in den Intervallen $[0; 3]$ und $[4; 5]$ ist gleich groß.	<input type="checkbox"/>
Die mittlere Änderungsrate der Funktion $f$ in den Intervallen $[0; 2]$ und $[2; 4]$ ist gleich.	<input type="checkbox"/>
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 5$ hat den Wert 2,5.	<input type="checkbox"/>
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 2$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 6$ .	<input type="checkbox"/>
Die Steigung der Sekante durch die Punkte $A = (3 f(3))$ und $B = (6 f(6))$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 3$ .	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Die absolute Änderung in den Intervallen $[0; 3]$ und $[4; 5]$ ist gleich groß.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die mittlere Änderungsrate der Funktion $f$ in den Intervallen $[0; 2]$ und $[2; 4]$ ist gleich.	
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 5$ hat den Wert 2,5.	
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 2$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 6$ .	
Die Steigung der Sekante durch die Punkte $A = (3 f(3))$ und $B = (6 f(6))$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 3$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Freier Fall

Aufgabennummer: 1_093	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Für einen frei fallenden Körper ist eine Zeit-Weg-Funktion $s(t)$ durch $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ gegeben. Dabei ist $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ die Fallbeschleunigung.		
<b>Aufgabenstellung:</b> Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit in m/s im Zeitintervall [2; 4] Sekunden!		

### Möglicher Lösungsweg

$$\bar{v} = \frac{s(4) - s(2)}{4 - 2} = \frac{80 - 20}{2} = 30$$

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt 30 m/s.

### Lösungsschlüssel

Es muss ein Lösungsweg erkennbar sein. Die Angabe der korrekten Maßzahl ohne entsprechende Einheit ist ausreichend.

## Freier Fall – Momentangeschwindigkeit

Aufgabennummer: 1_094	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Für einen frei fallenden Körper ist eine Zeit-Weg-Funktion $s(t)$ durch $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ gegeben. Dabei ist $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ die Fallbeschleunigung.		
<b>Aufgabenstellung:</b> Berechnen Sie die Momentangeschwindigkeit in m/s zum Zeitpunkt $t = 2$ Sekunden!		

### Möglicher Lösungsweg

$$v(t) = s'(t) = 10t$$

$$v(2) = 20$$

Die Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t = 2$  Sekunden beträgt 20 m/s.

### Lösungsschlüssel

Es muss ein Lösungsweg erkennbar sein. Die Angabe der korrekten Maßzahl ohne entsprechende Einheit ist ausreichend.

## Differenzenquotient\*

Aufgabennummer: 1_151	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Eine Funktion  $s: [0; 6] \rightarrow \mathbb{R}$  beschreibt den von einem Radfahrer innerhalb von  $t$  Sekunden zurückgelegten Weg.

Es gilt:  $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2t$ .

Der zurückgelegte Weg wird dabei in Metern angegeben, die Zeit wird ab dem Zeitpunkt  $t_0 = 0$  in Sekunden gemessen.

### Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Differenzenquotienten der Funktion  $s$  im Intervall  $[0; 6]$  und deuten Sie das Ergebnis!

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$$\frac{s(6) - s(0)}{6 - 0} = \frac{30 - 0}{6} = 5$$

Das Ergebnis bedeutet, dass die mittlere Geschwindigkeit (auch Durchschnittsgeschwindigkeit) des Radfahrers im Zeitintervall  $[0; 6]$  5 m/s beträgt.

### Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt als richtig, wenn der Differenzenquotient richtig berechnet und gedeutet wurde.

## Wachstum

Aufgabennummer: 1_005	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 1.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Wachstum tritt in der Natur fast nie unbegrenzt auf, es erreicht einmal eine gewisse Grenze (Sättigung). Diese Sättigungsgrenze sei  $K$ . Der vorhandene Bestand zum Zeitpunkt  $n$  sei  $x_n$ .

Zur Beschreibung vieler Vorgänge (Wachstum von Populationen, Ausbreitung von Krankheiten oder Informationen, Erwärmung etc.) verwendet man folgendes mathematisches Modell:

$$x_{n+1} - x_n = r \cdot (K - x_n) \text{ mit } r \in \mathbb{R}^+, 0 < r < 1 \text{ (} r \text{ ist ein Proportionalitätsfaktor)}$$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die auf dieses Modell zutreffende(n) Aussage(n) an!

Diese Gleichung kann als eine lineare Differenzengleichung der Form $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$ gedeutet werden.	<input type="checkbox"/>
Der Zuwachs pro Zeiteinheit ist proportional zum momentanen Bestand.	<input type="checkbox"/>
Es liegt ein kontinuierliches Wachstumsmodell vor, d. h., man kann zu jedem beliebigen Zeitpunkt die Größe des Bestands errechnen.	<input type="checkbox"/>
Der Zuwachs bei diesem Wachstum ist proportional zur noch verfügbaren Restkapazität (= Freiraum).	<input type="checkbox"/>
Mit zunehmender Zeit wird der Zuwachs immer geringer.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Diese Gleichung kann als eine lineare Differenzengleichung der Form $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$ gedeutet werden.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Zuwachs pro Zeiteinheit ist proportional zum momentanen Bestand.	
Es liegt ein kontinuierliches Wachstumsmodell vor, d. h., man kann zu jedem beliebigen Zeitpunkt die Größe des Bestands errechnen.	
Der Zuwachs bei diesem Wachstum ist proportional zur noch verfügbaren Restkapazität (= Freiraum).	<input checked="" type="checkbox"/>
Mit zunehmender Zeit wird der Zuwachs immer geringer.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Wirkstoffe im Körper

Aufgabennummer: 1_006	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 1.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Ein Patient, der an Bluthochdruck leidet, muss auf ärztliche Empfehlung ab sofort täglich am Morgen eine Tablette mit Wirkstoffgehalt 100 mg zur Therapie einnehmen. Der Körper scheidet im Laufe eines Tages 80 % des Wirkstoffs wieder aus.

Die Wirkstoffmenge  $W_n$  im Körper des Patienten nach  $n$  Tagen kann daher (rekursiv) aus der Menge des Vortags  $W_{n-1}$  nach folgender Beziehung bestimmt werden:

$$W_n = 0,2 \cdot W_{n-1} + 100, \quad W_0 = 100 \quad (W_i \text{ in mg})$$

In welcher Weise wird sich die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten langfristig entwickeln?

### Aufgabenstellung:

Die beiden Textfelder sind so zu ergänzen, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht. Kreuzen Sie dazu in der ersten und der zweiten Spalte jeweils die passende Aussage an!

Die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten wird langfristig ①, weil ②.

①	②
unbeschränkt wachsen <input type="checkbox"/>	der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr abbaut und damit der Abbau letztlich die Zufuhr übersteigt <input type="checkbox"/>
beschränkt wachsen <input type="checkbox"/>	dem Körper täglich zusätzlicher Wirkstoff zugeführt wird, der nur zu 80 % abgebaut werden kann, und somit die Zufuhr im Vergleich zum Abbau überwiegt <input type="checkbox"/>
wieder sinken <input type="checkbox"/>	der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr davon abbaut, auch wenn der Prozentsatz gleich bleibt <input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten wird langfristig ①, weil ②.

①	
unbeschränkt wachsen	
beschränkt wachsen	<input checked="" type="checkbox"/>
wieder sinken	

②	
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr abbaut und damit der Abbau letztlich die Zufuhr übersteigt	
dem Körper täglich zusätzlicher Wirkstoff zugeführt wird, der nur zu 80 % abgebaut werden kann, und somit die Zufuhr im Vergleich zum Abbau überwiegt	
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr davon abbaut, auch wenn der Prozentsatz gleich bleibt	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Ableitung einer Polynomfunktion

Aufgabennummer: 1_007	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 2.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist eine Polynomfunktion $f$ mit $f(x) = 7x^3 - 5x^2 + 2x - 3$ .		
<b>Aufgabenstellung:</b>  Bilden Sie die 1. und die 2. Ableitung der Funktion $f$ !		

### Möglicher Lösungsweg

$$f(x) = 21x^2 - 10x + 2$$

$$f''(x) = 42x - 10$$

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die 1. und die 2. Ableitung richtig angegeben sind.

## Ableitung von Sinus- und Cosinus-Funktion

Aufgabennummer: 1_010	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: AN 2.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind vier Funktionen und sechs Ableitungsfunktionen.

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Funktionen die richtige Ableitungsfunktion  $f'$  zu!

$f(x) = 2 \cdot \cos(x) - \sin(x)$	
$f(x) = \cos(x) + 2 \cdot \sin(x)$	
$f(x) = -2 \cdot \cos(x) - \sin(x)$	
$f(x) = -\cos(x) + 2 \cdot \sin(x)$	

A	$f'(x) = -\cos(x) + 2 \cdot \sin(x)$
B	$f'(x) = 2 \cdot \cos(x) + \sin(x)$
C	$f'(x) = 2 \cdot \cos(x) - \sin(x)$
D	$f'(x) = -\cos(x) - 2 \cdot \sin(x)$
E	$f'(x) = \cos(x) - 2 \cdot \sin(x)$
F	$f'(x) = 2 \cdot \sin(x) + \cos(x)$

## Lösungsweg

$f(x) = 2 \cdot \cos(x) - \sin(x)$	D
$f(x) = \cos(x) + 2 \cdot \sin(x)$	C
$f(x) = -2 \cdot \cos(x) - \sin(x)$	A
$f(x) = -\cos(x) + 2 \cdot \sin(x)$	B

A	$f'(x) = -\cos(x) + 2 \cdot \sin(x)$
B	$f''(x) = 2 \cdot \cos(x) + \sin(x)$
C	$f''(x) = 2 \cdot \cos(x) - \sin(x)$
D	$f'(x) = -\cos(x) - 2 \cdot \sin(x)$
E	$f'(x) = \cos(x) - 2 \cdot \sin(x)$
F	$f'(x) = 2 \cdot \sin(x) + \cos(x)$

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die vier Zuordnungen richtig erfolgt sind.

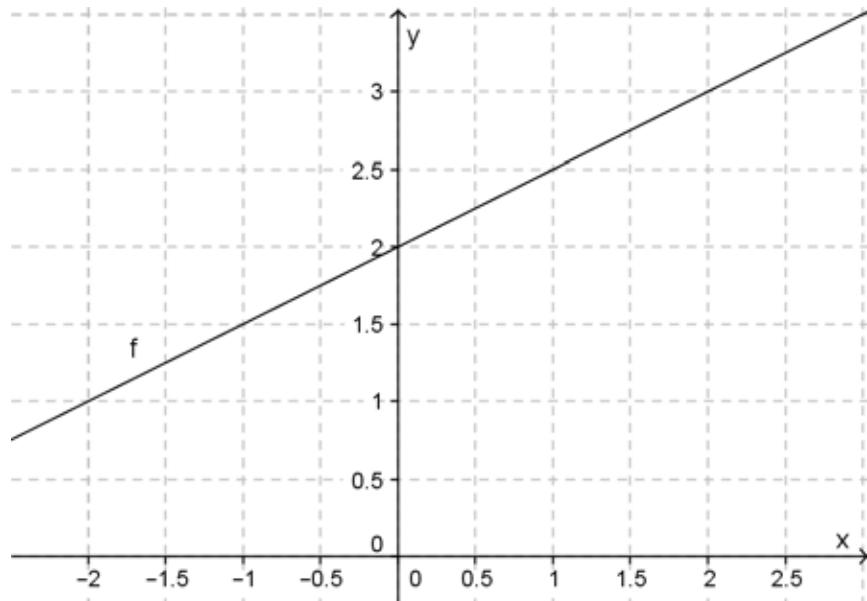
## Ableitungsfunktion einer linearen Funktion

Aufgabennummer: 1_009	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AN 3.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

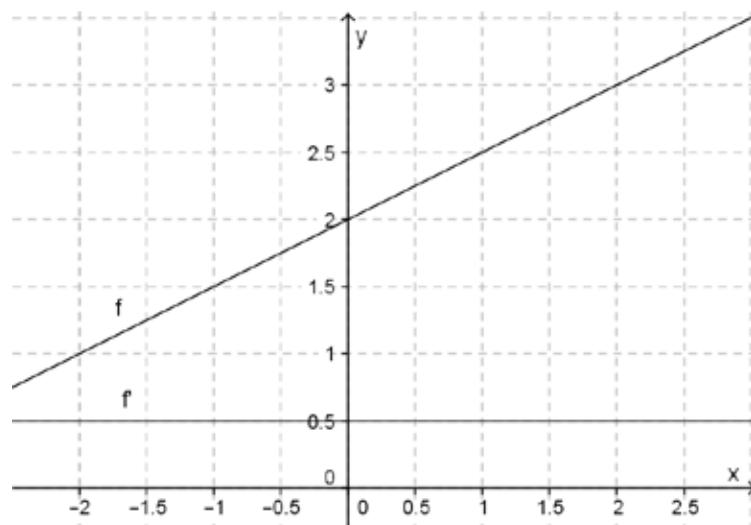
In der untenstehenden Abbildung ist der Graph einer linearen Funktion  $f$  dargestellt.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie die Ableitungsfunktion  $f'$  der Funktion  $f$  ein!



### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der Graph von  $f'$  deutlich erkennbar eine konstante Funktion mit der Funktionsgleichung  $f'(x) = 0,5$  ist. Die Funktionsgleichung der 1. Ableitung muss nicht angegeben werden.

## Aussagen zum Integral

Aufgabennummer: 1_030	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Nachstehend werden Aussagen zu Funktionen und deren Stammfunktionen angeführt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Ist $F$ eine Stammfunktion von $f$ , so gilt: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ .	<input type="checkbox"/>
Die Stammfunktion einer Summe von zwei Funktionen $f$ und $g$ ist (abgesehen von Integrationskonstanten) gleich der Summe der Stammfunktionen von $f$ und $g$ .	<input type="checkbox"/>
$f$ ist immer eine Stammfunktion von $f'$ .	<input type="checkbox"/>
Wenn $\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$ , dann ist $F$ eine Stammfunktion von $f$ .	<input type="checkbox"/>
Für beliebige Funktionen $f$ und $g$ gilt: $\int [f(x) \cdot g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$ .	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Ist $F$ eine Stammfunktion von $f$ , so gilt: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Stammfunktion einer Summe von zwei Funktionen $f$ und $g$ ist (abgesehen von Integrationskonstanten) gleich der Summe der Stammfunktionen von $f$ und $g$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
$f$ ist immer eine Stammfunktion von $f'$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Wenn $\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$ , dann ist $F$ eine Stammfunktion von $f$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Für beliebige Funktionen $f$ und $g$ gilt: $\int [f(x) \cdot g(x)]dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$ .	

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Stammfunktion

Aufgabennummer: 1_032	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 3.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Es gilt die Aussage:

„Besitzt eine Funktion  $f$  eine Stammfunktion, so besitzt sie sogar unendlich viele. Ist nämlich  $F$  eine Stammfunktion von  $f$ , so ist für jede beliebige reelle Zahl  $c$  auch die durch  $G(x) = F(x) + c$  definierte Funktion  $G$  eine Stammfunktion von  $f$ .“

(Quelle: Wikipedia)

**Aufgabenstellung:**

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Ist die Funktion  $F$  eine Stammfunktion der Funktion  $f$ , dann gilt \_\_\_\_\_ ①.

Gilt zudem \_\_\_\_\_ ②, dann ist auch die Funktion  $G$  eine Stammfunktion von  $f$ .

①	
$F(x) = f(x)$	<input type="checkbox"/>
$F(x) = f'(x)$	<input type="checkbox"/>
$F'(x) = f(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$G'(x) = F'(x) = f(x)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$G(x) = F(x) = f'(x)$	<input type="checkbox"/>
$G'(x) = F(x) = f'(x)$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

①	
$F(x) = f(x)$	
$F(x) = f'(x)$	
$F'(x) = f(x)$	☒

②	
$G'(x) = F'(x) = f(x)$	☒
$G(x) = F(x) = f'(x)$	
$G'(x) = F(x) = f'(x)$	

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Ausdrücke angekreuzt sind.

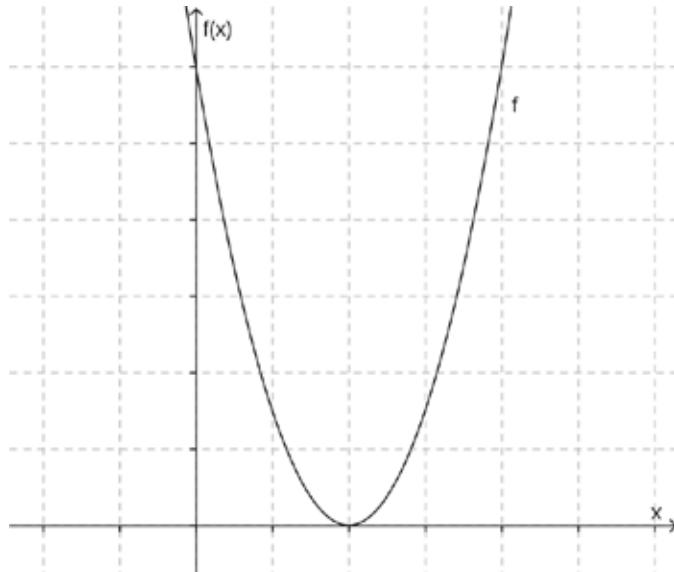
## Funktion und Stammfunktion

Aufgabennummer: 1_008	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AN 3.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

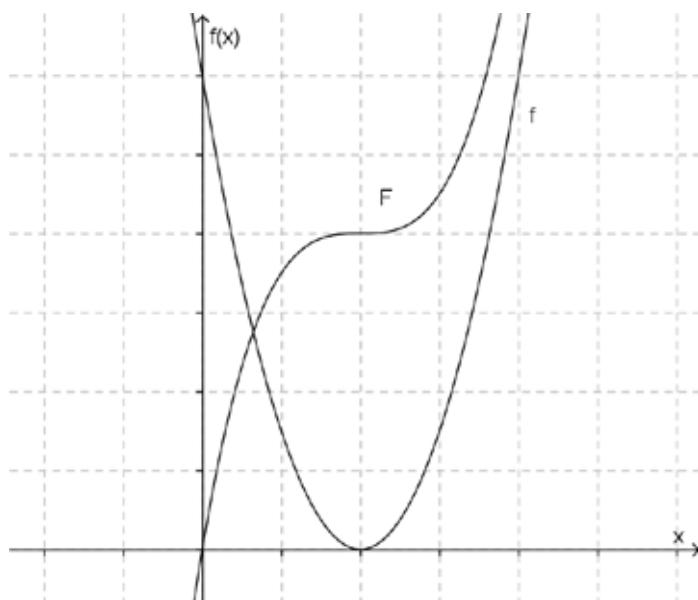
Die Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion  $f$ .

**Aufgabenstellung:**

Zeichnen Sie den Graphen einer Stammfunktion  $F$  der Funktion  $f$  in die Abbildung ein!



### Möglicher Lösungsweg



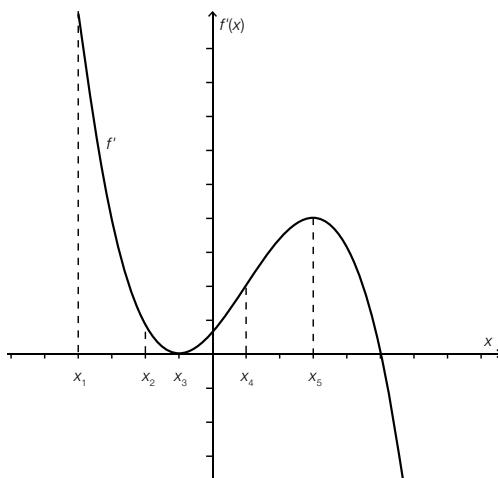
### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der Graph der Funktion  $F$  im gesamten dargestellten Bereich monoton wachsend dargestellt wird und an der Stelle 2 einen deutlich erkennbaren Sattelpunkt aufweist.

## Funktion – Ableitungsfunktion

Aufgabennummer: 1_033	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

In der untenstehenden Abbildung ist der Graph der Ableitungsfunktion  $f'$  einer Funktion  $f$  dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Jede Funktion $f$ mit der Ableitungsfunktion $f'$ hat an der Stelle $x_5$ eine horizontale Tangente.	<input type="checkbox"/>
Es gibt eine Funktion $f$ mit der Ableitungsfunktion $f'$ , deren Graph durch den Punkt $P = (0 0)$ verläuft.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Funktion $f$ mit der Ableitungsfunktion $f'$ ist im Intervall $[x_1; x_2]$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Jede Funktion $f$ mit der Ableitungsfunktion $f'$ ist im Intervall $[x_3; x_4]$ streng monoton steigend.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktionswerte $f(x)$ jeder Funktion $f$ mit der Ableitungsfunktion $f'$ sind für $x \in [x_3; x_5]$ stets positiv.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Es gibt eine Funktion $f$ mit der Ableitungsfunktion $f'$ , deren Graph durch den Punkt $P = (0 0)$ verläuft.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Funktion $f$ mit der Ableitungsfunktion $f'$ ist im Intervall $[x_3; x_4]$ streng monoton steigend.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

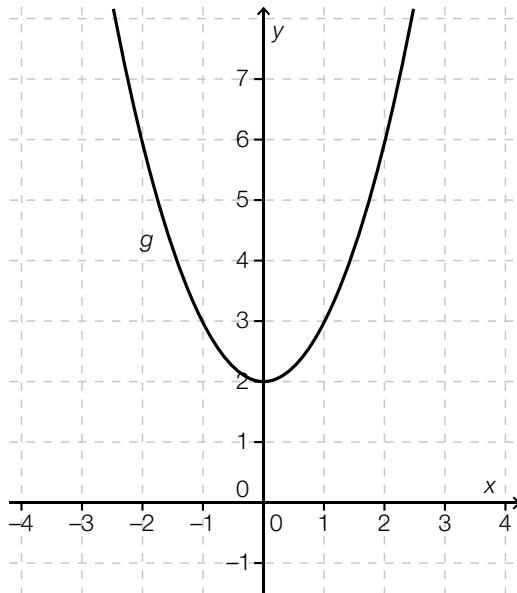
## Gleiche Ableitungsfunktion

Aufgabennummer: 1_035	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: AN 3.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

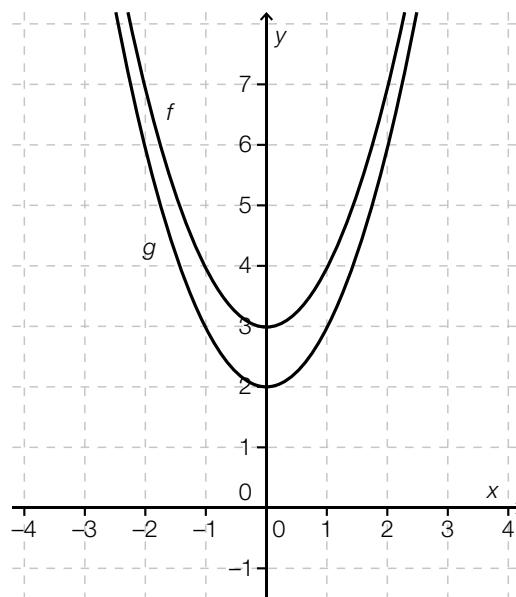
In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der Funktion  $g$  dargestellt.

**Aufgabenstellung:**

Zeichnen Sie im vorgegebenen Koordinatensystem den Graphen einer Funktion  $f$  ( $f \neq g$ ) ein, die die gleiche Ableitungsfunktion wie die Funktion  $g$  hat!



### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn der Graph von  $f$  erkennbar durch eine Verschiebung in Richtung der  $y$ -Achse aus dem Graphen von  $g$  entsteht.

## Graph der ersten Ableitungsfunktion

Aufgabennummer: 1\_077

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)

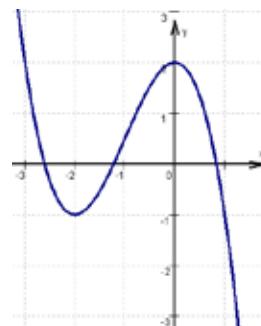
Grundkompetenz: AN 3.2

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

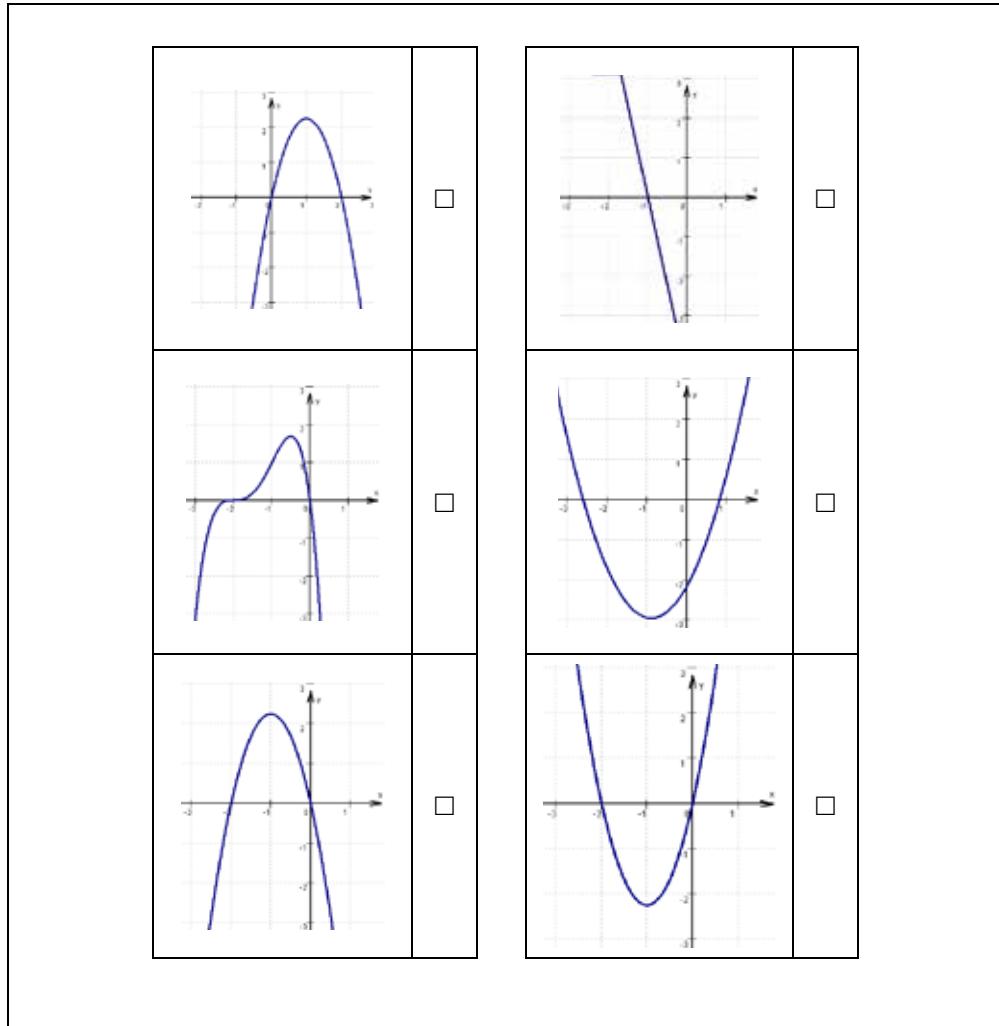
Gegeben ist der Graph der Funktion  $f$ .



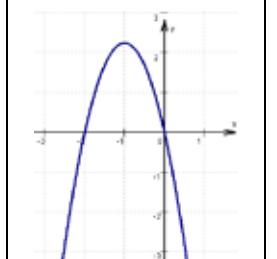
Aufgabenstellung:

Welche der nachstehenden Abbildungen beschreibt den Graphen der ersten Ableitungsfunktion der Funktion  $f$ ?

Kreuzen Sie die zutreffende Abbildung an!



## Lösungsweg



## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die eine zutreffende Abbildung angekreuzt ist.

## Lokale Extrema

Aufgabennummer: 1_013	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Von einer Polynomfunktion  $f$  dritten Grades sind die beiden lokalen Extrempunkte  $E_1 = (0|-4)$  und  $E_2 = (4|0)$  bekannt.

### Aufgabenstellung:

Welche Bedingungen müssen in diesem Zusammenhang erfüllt sein? Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f(0) = -4$	<input type="checkbox"/>
$f'(0) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f(-4) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(4) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f''(0) = 0$	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$f(0) = -4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(0) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(-4) = 0$	
$f'(4) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(0) = 0$	

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Ermittlung einer Funktionsgleichung

Aufgabennummer: 1_027	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist die Funktion $f$ mit der Gleichung $f(x) = x^2 + bx + c$ mit $b, c \in \mathbb{R}$ . Der Graph der Funktion $f$ verläuft durch den Ursprung. Die Steigung der Funktion im Ursprung hat den Wert null.		
<b>Aufgabenstellung:</b>  Ermitteln Sie die Werte der Parameter $b$ und $c$ und geben Sie die Gleichung der Funktion $f$ an!		

### Möglicher Lösungsweg

Die Funktion  $f$  verläuft durch den Koordinatenursprung, daher gilt:  $f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$ .

Die Steigung der Funktion im Koordinatenursprung hat den Wert null, daher gilt:  
 $f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0$ .

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet daher:  $f(x) = x^2$ .

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn die Funktionsgleichung angegeben ist.

## Eigenschaften einer Polynomfunktion

Aufgabennummer: 1_028	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = ax^2 + bx + c$  mit  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Der Graph der Funktion  $f$  verläuft durch den Punkt  $A = (2|4)$  und berührt die  $x$ -Achse im Koordinatenursprung.

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die für die Funktion  $f$  zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f(0) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(4) = 2$	<input type="checkbox"/>
$f(2) = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(0) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(2) = 0$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$f(0) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(4) = 2$	<input type="checkbox"/>
$f(2) = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(0) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(2) = 0$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

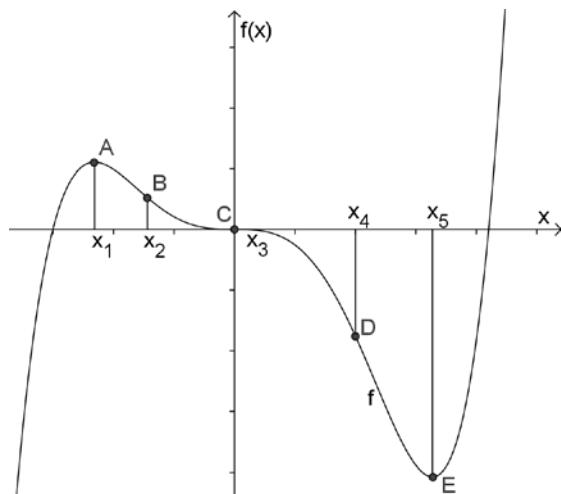
## Eigenschaften von Funktionen

Aufgabennummer: 1_029	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
-----------------------	--

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3
---	------------------------

<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
--	--	---

In der untenstehenden Abbildung ist der Graph einer Funktion  $f$  dargestellt. Der Punkt C ist ein Wendepunkt der Funktion  $f$ . Die Punkte A und E sind lokale Extrema.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f''(x_1) > 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(x_2) > 0$	<input type="checkbox"/>
$f''(x_3) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(x_4) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(x_5) > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$f''(x_1) > 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(x_2) > 0$	<input type="checkbox"/>
$f''(x_3) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(x_4) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(x_5) > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

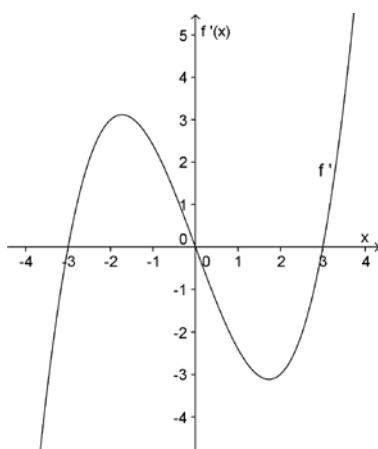
### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Ableitungsfunktion

Aufgabennummer: 1_031	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

In der untenstehenden Abbildung ist der Graph der Ableitungsfunktion  $f'$  einer Funktion  $f$  dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Funktion $f$ hat im Intervall $[-4; 4]$ drei lokale Extremstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ ist im Intervall $(2; 3)$ streng monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat im Intervall $[-3; 0]$ eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f''$ hat im Intervall $[-3; 3]$ zwei Nullstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 0$ ein lokales Minimum.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Die Funktion $f$ hat im Intervall $[-4; 4]$ drei lokale Extremstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ ist im Intervall $(2; 3)$ streng monoton steigend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat im Intervall $[-3; 0]$ eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f''$ hat im Intervall $[-3; 3]$ zwei Nullstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 0$ ein lokales Minimum.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Wendestelle

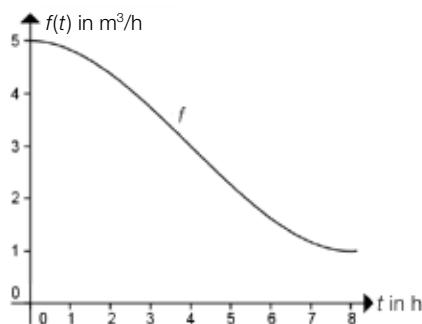
Aufgabennummer: 1_034	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
-----------------------	--

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3
---	------------------------

<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
--	--	---

Ein Becken wird mit Wasser gefüllt. Die in das Becken zufließende Wassermenge, angegeben in  $\text{m}^3$  pro Stunde, kann im Intervall  $[0; 8]$  durch die Funktion  $f$  beschrieben werden.

Die Funktion  $f$  hat an der Stelle  $t = 4$  eine Wendestelle.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die für die Funktion  $f$  zutreffende(n) Aussage(n) an!

An der Stelle $t = 4$ geht die Linkskrümmung ( $f''(t) > 0$ ) in eine Rechtskrümmung ( $f''(t) < 0$ ) über.	<input type="checkbox"/>
An der Stelle $t = 4$ geht die Rechtskrümmung ( $f''(t) < 0$ ) in eine Linkskrümmung ( $f''(t) > 0$ ) über.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Wert der zweiten Ableitung der Funktion $f$ an der Stelle 4 ist null.	<input checked="" type="checkbox"/>
Es gilt $f''(t) > 0$ für $t > 4$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Für $t > 4$ sinkt die pro Stunde zufließende Wassermenge.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsweg

An der Stelle $t = 4$ geht die Rechtskrümmung ( $f''(t) < 0$ ) in eine Linkskrümmung ( $f''(t) > 0$ ) über.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Wert der zweiten Ableitung der Funktion $f$ an der Stelle 4 ist null.	<input checked="" type="checkbox"/>
Es gilt $f''(t) > 0$ für $t > 4$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Für $t > 4$ sinkt die pro Stunde zufließende Wassermenge.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Steigung einer Funktion

Aufgabennummer: 1_036	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben ist die Funktion $f$ mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + 5$ .		
Aufgabenstellung:		
Berechnen Sie den Wert der Steigung der Funktion $f$ an der Stelle $x = 2$ !		

### Möglicher Lösungsweg

$$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x + 4$$

$$f'(2) = \frac{3}{4} \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 4 = 13$$

Der Wert der Steigung der Funktion  $f$  an der Stelle  $x = 2$  ist 13.

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn der Wert der Steigung (13) richtig berechnet ist.

## Wendepunkt

Aufgabennummer: 1_037	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Gegeben sind die Funktion $f$ mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + 5$ sowie die Gleichung der dritten Ableitungsfunktion $f'''(x) = \frac{3}{2} \neq 0$ .		
<b>Aufgabenstellung:</b> Berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes der Funktion $f$ !		

### Möglicher Lösungsweg

$$f''(x) = \frac{3}{2}x + 3 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$f(-2) = \frac{1}{4} \cdot (-8) + \frac{3}{2} \cdot 4 + 4 \cdot (-2) + 5 = 1 \Rightarrow$$

Die Koordinaten des Wendepunktes lauten daher  $W = (-2|1)$ .

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn beide Koordinaten des Wendepunktes korrekt angegeben sind.

## Berührungen zweier Funktionsgraphen

Aufgabennummer: 1_078	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die Graphen zweier Funktionen  $f$  und  $g$  berühren einander im Punkt  $P = (x_1 | y_1)$ .

Für die Funktion  $f$  gilt: Die Tangente in  $P$  schließt mit der  $x$ -Achse einen Winkel von  $45^\circ$  ein und hat einen positiven Anstieg.

Aufgabenstellung:

Welche der angeführten Aussagen folgen jedenfalls aus diesen Bedingungen?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$f(x_1) = g(x_1)$	<input type="checkbox"/>
$f'(x_1) = g(x_1)$	<input type="checkbox"/>
$f(x_1) = 1$	<input type="checkbox"/>
$g'(x_1) = 1$	<input type="checkbox"/>
$f'(x_1) = g'(x_1) = -1$	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$f(x_1) = g(x_1)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$g'(x_1) = 1$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Lokales Maximum\*

Aufgabennummer: 1\_146

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Lückentext

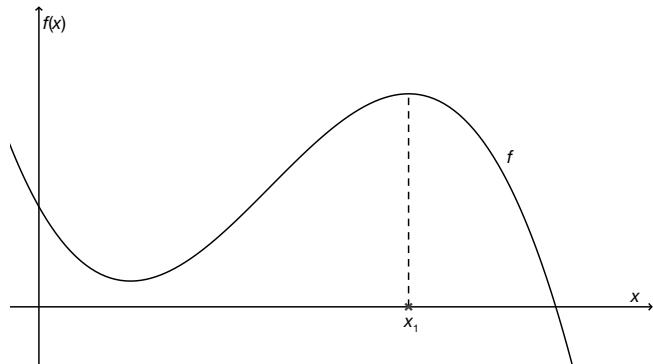
Grundkompetenz: AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist eine Polynomfunktion  $f$ .



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Wenn ① ist und ② ist, besitzt die gegebene Funktion  $f$  an der Stelle  $x_1$  ein lokales Maximum.

①	
$f'(x_1) < 0$	<input type="checkbox"/>
$f'(x_1) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(x_1) > 0$	<input type="checkbox"/>

②	
$f''(x_1) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(x_1) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f''(x_1) > 0$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

①	
$f'(x_1) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$f''(x_1) < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken jeweils der richtige Satzteil angekreuzt ist.

## Pflanzenwachstum\*

Aufgabennummer: 1\_147

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

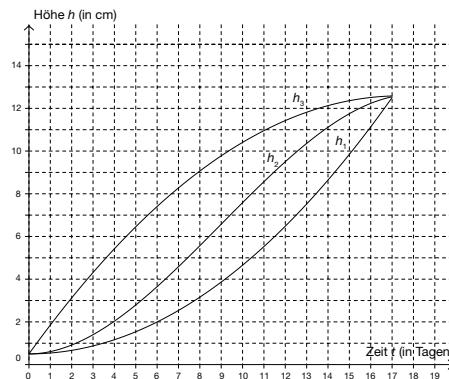
Grundkompetenz: AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Die Höhe  $h$  (in cm) von drei verschiedenen Pflanzen in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  (in Tagen) wurde über einen längeren Zeitraum beobachtet und mittels geeigneter Funktionen  $h_1$  (für Pflanze 1),  $h_2$  (für Pflanze 2) und  $h_3$  (für Pflanze 3) modelliert. Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der drei Funktionen  $h_1$ ,  $h_2$  und  $h_3$ .



### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Graph der Funktion $h_1$ ist im Intervall $[1; 5]$ links gekrümmt.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 1 nimmt im Intervall $[11; 13]$ ab.	<input type="checkbox"/>
Während des Beobachtungszeitraums $[0; 17]$ nimmt die Wachstumsgeschwindigkeit von Pflanze 2 ständig zu.	<input checked="" type="checkbox"/>
Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt $h_3''(t) \leq 0$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Für alle Werte $t \in [3; 8]$ gilt: $h_1'(t) < 0$ .	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

Der Graph der Funktion $h_1$ ist im Intervall $[1; 5]$ links gekrümmt.	<input checked="" type="checkbox"/>
Für alle Werte $t \in [0; 17]$ gilt $h_3''(t) \leq 0$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Funktionseigenschaften\*

Aufgabennummer: 1\_149

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

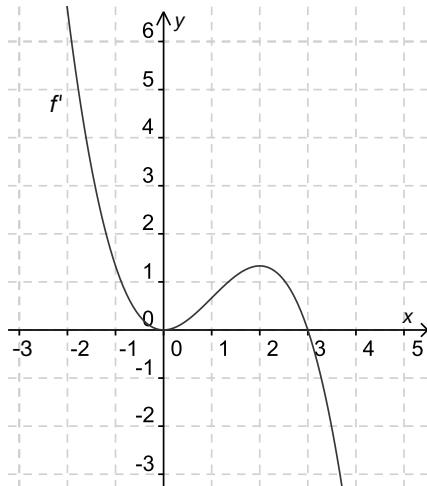
Grundkompetenz: AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion  $f'$  einer Polynomfunktion  $f$ .



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 3$ einen lokalen Hochpunkt.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ ist im Intervall $[2; 5]$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 0$ eine lokale Extremstelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ ist im Intervall $[-2; 0]$ links gekrümmmt.	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 3$ einen lokalen Hochpunkt.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat an der Stelle $x = 0$ einen Wendepunkt.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Polynomfunktion – Funktionsuntersuchung\*

Aufgabennummer: 1_150	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
-----------------------	--

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 3.3
---	------------------------

<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
--	---	---

Gegeben ist eine Polynomfunktion  $f$  mit der Funktionsgleichung  $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$  mit den Parametern  $a \neq 0; a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

Die Funktion  $f$  hat einen Hochpunkt im Punkt  $H = (2|2)$  und einen Wendepunkt an der Stelle  $x_2 = -1$ . An der Stelle  $x_3 = 3$  hat die Steigung der Funktion den Wert  $-9$ .

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$f'(3) = -9$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f(2) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f''(-1) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(2) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(2) = 0$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

$f'(3) = -9$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f''(-1) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$f'(2) = 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

## Monotonie\*

Aufgabennummer: 1_154	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die reelle Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ .

**Aufgabenstellung:**

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Funktion  $f$  ist im Intervall  $[2; 3]$  \_\_\_\_\_ ①, weil \_\_\_\_\_ ②.

①	
streng monoton fallend	<input type="checkbox"/>
konstant	<input type="checkbox"/>
streng monoton steigend	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
für alle $x \in [2; 3] f''(x) > 0$ gilt	<input type="checkbox"/>
für alle $x \in [2; 3] f'(x) > 0$ gilt	<input checked="" type="checkbox"/>
es ein $x \in [2; 3]$ mit $f'(x) = 0$ gibt	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

## Lösungsweg

①	
streng monoton steigend	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
für alle $x \in [2; 3]$ $f'(x) > 0$ gilt	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken jeweils der richtige Satzteil angekreuzt ist.

## Unbestimmtes Integral

Aufgabennummer: 1_038	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: AN 4.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind Aussagen über die Lösung eines unbestimmten Integrals. Nur eine Rechnung ist richtig. Die Integrationskonstante wird in allen Fällen mit  $c = 0$  angenommen.

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die korrekte Rechnung an!

$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = (6x + 5)^2$	<input type="checkbox"/>
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = 3x^2 + 5x$	<input type="checkbox"/>
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = (6x + 15)^2$	<input type="checkbox"/>
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = 3 \cdot (x^2 + 5x)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = 3x^2 + 15$	<input type="checkbox"/>
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = 6x^2 + 15x$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = (6x + 5)^2$	
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = 3x^2 + 5x$	
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = (6x + 15)^2$	
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = 3 \cdot (x^2 + 5x)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = 3x^2 + 15$	
$\int 3 \cdot (2x + 5)dx = 6x^2 + 15x$	

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn ausschließlich die zutreffende Aussage angekreuzt ist.

## Bestimmte Integrale

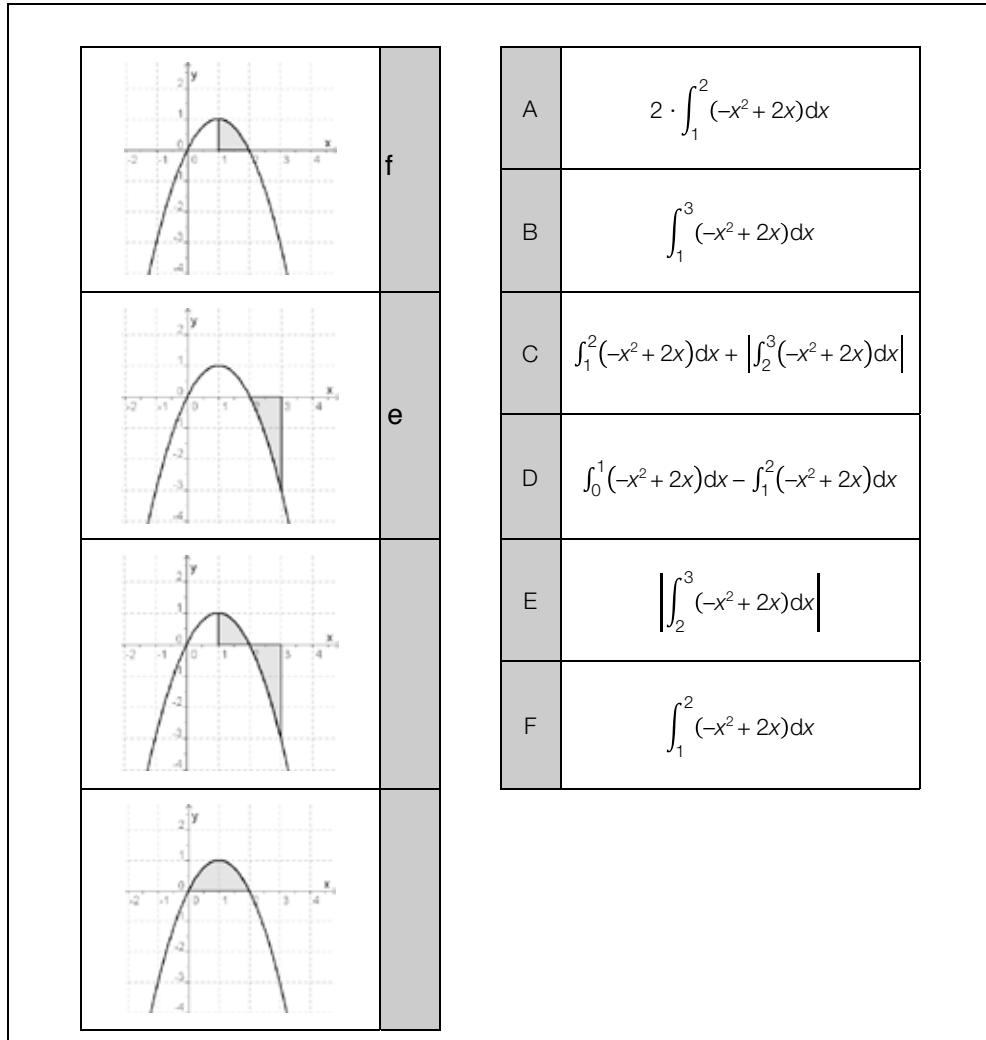
Aufgabennummer: 1_060	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: AN 4.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = -x^2 + 2x$ .

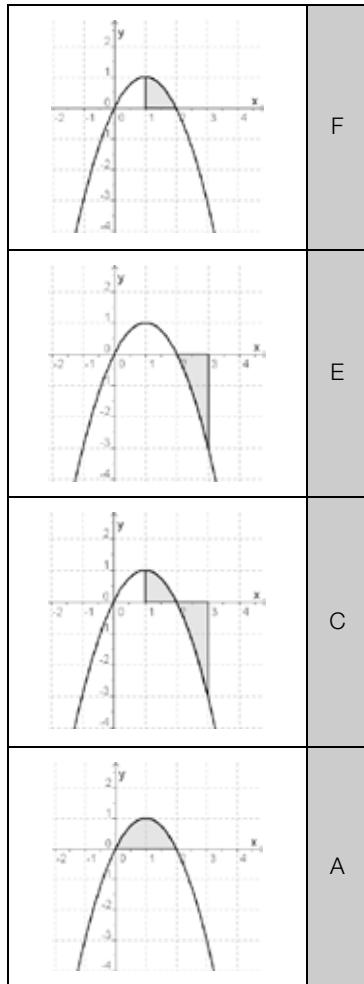
Die nachstehende Tabelle zeigt Graphen der Funktion mit unterschiedlich schraffierten Flächenstücken.

### Aufgabenstellung:

Beurteilen Sie, ob die nachstehend angeführten Integrale den Flächeninhalt einer der markierten Flächen ergeben, und ordnen Sie entsprechend zu!



## Lösungsweg



A	$2 \cdot \int_1^2 (-x^2 + 2x) dx$
B	$\int_1^3 (-x^2 + 2x) dx$
C	$\int_1^2 (-x^2 + 2x) dx + \left  \int_2^3 (-x^2 + 2x) dx \right $
D	$\int_0^1 (-x^2 + 2x) dx - \int_1^2 (-x^2 + 2x) dx$
E	$\left  \int_2^3 (-x^2 + 2x) dx \right $
F	$\int_1^2 (-x^2 + 2x) dx$

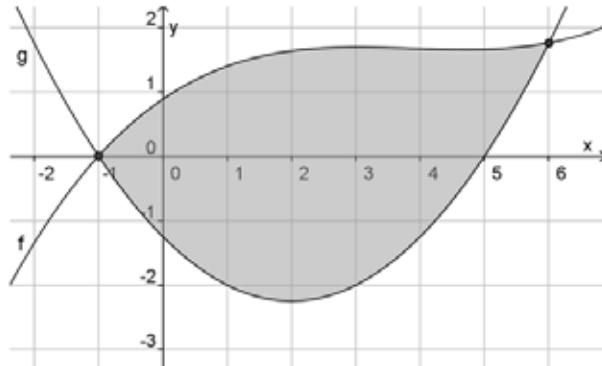
## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe ist nur dann als richtig zu werten, wenn alle Buchstaben richtig zugeordnet sind.

## Fläche zwischen zwei Kurven

Aufgabennummer: 1_095	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 4.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die Funktionsgraphen von  $f$  und  $g$  schließen ein gemeinsames Flächenstück ein.



Aufgabenstellung:

Mit welchen der nachstehenden Berechnungsvorschriften kann man den Flächeninhalt des gekennzeichneten Flächenstücks ermitteln?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Berechnungsvorschriften an!

$\int_{-1}^6 [g(x) - f(x)]dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 [f(x) - g(x)]dx$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 f(x)dx + \int_5^6 g(x)dx - \int_{-1}^5 g(x)dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 f(x)dx + \int_{-1}^6 g(x)dx$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 f(x)dx - \int_5^6 g(x)dx +  \int_{-1}^5 g(x)dx $	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösung

	<input type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 [f(x) - g(x)]dx$	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
$\int_{-1}^6 f(x)dx - \int_5^6 g(x)dx + \left  \int_{-1}^5 g(x)dx \right $	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Antworten angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Begrenzung einer Fläche

Aufgabennummer: 1_096	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 4.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
<p>Der Inhalt derjenigen Fläche, die vom Graphen der Funktion <math>f: x \rightarrow x^2</math>, der positiven <math>x</math>-Achse und der Geraden mit der Gleichung <math>x = a</math> (<math>a \in \mathbb{R}</math>) eingeschlossen wird, beträgt 72 Flächeneinheiten.</p> <p><b>Aufgabenstellung:</b></p> <p>Berechnen Sie den Wert <math>a</math>!</p>		

### Möglicher Lösungsweg

$$72 = \int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{a^3}{3} \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a = 6$$

### Lösungsschlüssel

Ein Rechenweg muss erkennbar sein. Die Aufgabe ist als richtig zu werten, wenn der Ansatz  $72 = \int_0^a x^2 dx$  korrekt ist und richtig integriert wurde.

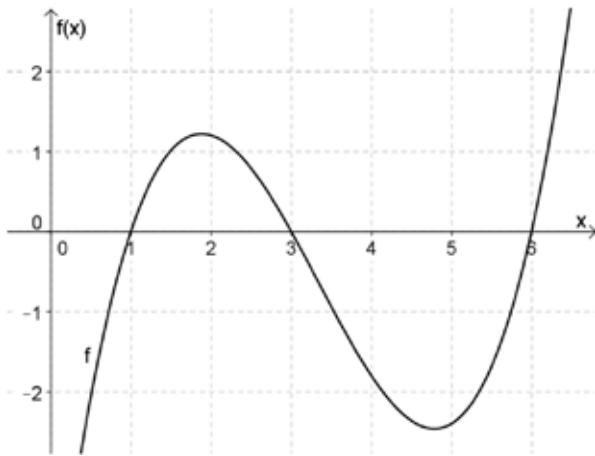
## Aussagen über bestimmte Integrale

Aufgabennummer: 1_113	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>
-----------------------	--

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 4.3
---	------------------------

<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
--	--	---

Die stetige reelle Funktion  $f$  mit dem abgebildeten Graphen hat Nullstellen bei  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 3$  und  $x_3 = 6$ .



### Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Aussagen ist/sind zutreffend?  
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

$\int_1^3 f(x)dx < 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_1^6 f(x)dx < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$  \int_3^6 f(x)dx   < 6$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_1^3 f(x)dx + \int_3^6 f(x)dx > 0$	<input type="checkbox"/>
$\int_1^3 f(x)dx > 0$ und $\int_3^6 f(x)dx < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$\int_1^3 f(x)dx < 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_1^6 f(x)dx < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
$  \int_3^6 f(x)dx   < 6$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_1^3 f(x)dx > 0$ und $\int_3^6 f(x)dx < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

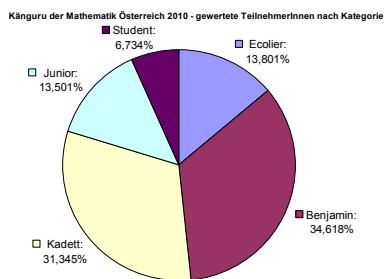
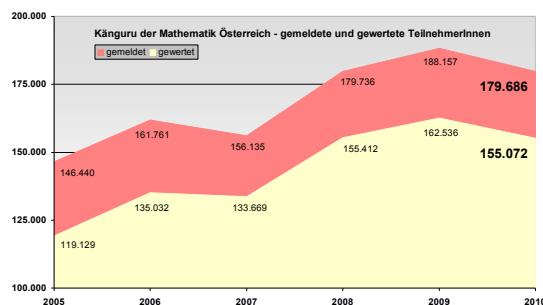
## 4. Inhaltsbereich *Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS)*

- WS 1.1 Werte aus tabellarischen und elementaren grafischen Darstellungen ablesen (bzw. zusammengesetzte Werte ermitteln) und im jeweiligen Kontext angemessen interpretieren können
- WS 1.2 Tabellen und einfache statistische Grafiken erstellen, zwischen Darstellungsformen wechseln können
- WS 1.3 Statistische Kennzahlen (absolute und relative Häufigkeiten; arithmetisches Mittel, Median, Modus, Quartile, Spannweite, empirische Varianz/Standardabweichung) im jeweiligen Kontext interpretieren können; die angeführten Kennzahlen für einfache Datensätze ermitteln können
- WS 1.4 Definition und wichtige Eigenschaften des arithmetischen Mittels und des Medians angeben und nutzen, Quartile ermitteln und interpretieren können, die Entscheidung für die Verwendung einer bestimmten Kennzahl begründen können
- WS 2.1 Grundraum und Ereignisse in angemessenen Situationen verbal bzw. formal angeben können
- WS 2.2 Relative Häufigkeit als Schätzwert von Wahrscheinlichkeit verwenden und anwenden können
- WS 2.3 Wahrscheinlichkeit unter der Verwendung der Laplace-Annahme (Laplace-Wahrscheinlichkeit) berechnen und interpretieren können, Additionsregel und Multiplikationsregel anwenden und interpretieren können
- WS 2.4 Binomialkoeffizient berechnen und interpretieren können
- WS 3.1 Die Begriffe *Zufallsvariable*, (*Wahrscheinlichkeits-*)*Verteilung*, *Erwartungswert* und *Standardabweichung* verständig deuten und einsetzen können
- WS 3.2 Binomialverteilung als Modell einer diskreten Verteilung kennen – Erwartungswert sowie Varianz/Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen ermitteln können, Wahrscheinlichkeitsverteilung binomialverteilter Zufallsgrößen angeben können, Arbeiten mit der Binomialverteilung in anwendungsorientierten Bereichen
- WS 3.3 Situationen erkennen und beschreiben können, in denen mit Binomialverteilung modelliert werden kann
- WS 3.4 Normalapproximation der Binomialverteilung interpretieren und anwenden können
- WS 4.1 Konfidenzintervalle als Schätzung für eine Wahrscheinlichkeit oder einen unbekannten Anteil  $p$  interpretieren (frequentistische Deutung) und verwenden können, Berechnungen auf Basis der Binomialverteilung oder einer durch die Normalverteilung approximierten Binomialverteilung durchführen können

## Känguru

Aufgabennummer: 1_067	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 1.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die folgenden Grafiken enthalten Daten über die Teilnahme am Wettbewerb *Känguru der Mathematik* in Österreich seit 2005.



Quelle: <http://kaenguru.diefenbach.at/>

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Anzahl der österreichischen Volksschüler/innen (Teilnehmer/innen der Kategorie Ecolier: 3. und 4. Schulstufe), die im Jahr 2010 tatsächlich gewertet wurden!

### Möglicher Lösungsweg

13,801 % von 155 072:  $155\,072 \cdot 0,13801 = 21\,401,49 \Rightarrow$  ca. 21 400 Schüler/innen

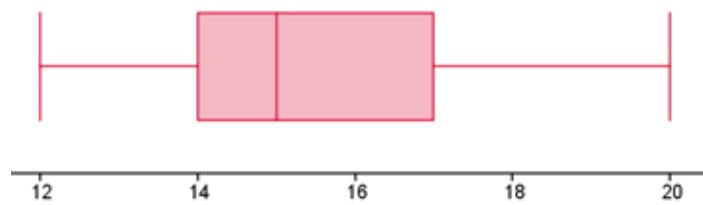
### Lösungsschlüssel

Werte aus dem Intervall [21 400; 21 402] sind als richtig zu werten.

## Studiendauer

Aufgabennummer: 1_110	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: WS 1.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Das nachstehende Kastenschaubild (Boxplot) zeigt die Studiendauer in Semestern für eine technische Studienrichtung.



### Aufgabenstellung:

Welche Aussagen können Sie diesem Kastenschaubild entnehmen?  
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Spannweite beträgt 12 Semester.	<input type="checkbox"/>
25 % der Studierenden studieren höchstens 14 Semester lang.	<input type="checkbox"/>
$\frac{1}{4}$ der Studierenden benötigt für den Abschluss des Studiums mindestens 17 Semester.	<input type="checkbox"/>
Mindestens 50 % der Studierenden benötigen für den Abschluss des Studiums zwischen 15 und 17 Semestern.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Studierende, die ihr Studium erst nach 10 Jahren beenden.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

25 % der Studierenden studieren höchstens 14 Semester lang.	<input checked="" type="checkbox"/>
$\frac{1}{4}$ der Studierenden benötigt für den Abschluss des Studiums mindestens 17 Semester.	<input checked="" type="checkbox"/>
Es gibt Studierende, die ihr Studium erst nach 10 Jahren beenden.	<input checked="" type="checkbox"/>

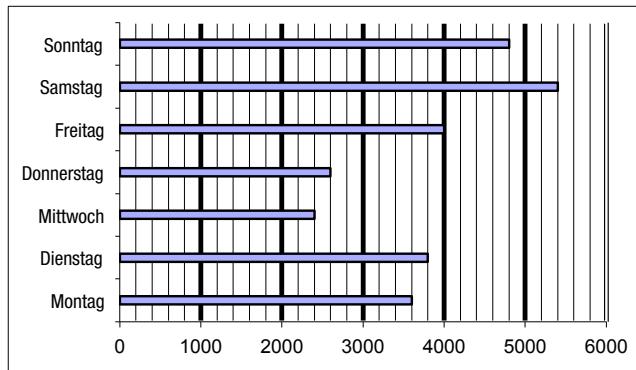
## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

## Tagesumsätze

Aufgabennummer: 1_112	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 1.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die Tagesumsätze (in €) eines Restaurants für eine bestimmte Woche sind im folgenden Diagramm angegeben:



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den durchschnittlichen Tagesumsatz für diese Woche!

### Möglicher Lösungsweg

$$\frac{4800 + 5400 + 4000 + 2600 + 2400 + 3800 + 3600}{7} = 3800$$

Der durchschnittliche Tagesumsatz beträgt € 3.800.

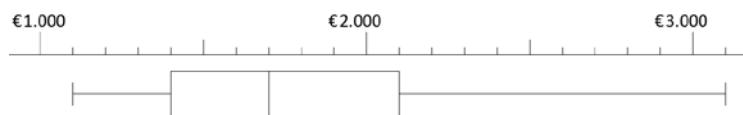
### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe ist nur dann als richtig zu werten, wenn alle Werte korrekt abgelesen wurden und das Ergebnis richtig ist.

## Boxplot\*

Aufgabennummer: 1_159	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: WS 1.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die Nettogehälter von 44 Angestellten einer Firmenabteilung werden durch folgendes Kastenschaubild (Boxplot) dargestellt:



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an!

22 Angestellte verdienen mehr als € 2.400.	<input type="checkbox"/>
Drei Viertel der Angestellten verdienen € 2.100 oder mehr.	<input type="checkbox"/>
Ein Viertel aller Angestellten verdient € 1.400 oder weniger.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Angestellte, die mehr als € 3.300 verdienen.	<input type="checkbox"/>
Das Nettogehalt der Hälfte aller Angestellten liegt im Bereich [€ 1.400; € 2.100].	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

## Lösungsweg

Ein Viertel aller Angestellten verdient € 1.400 oder weniger.	<input checked="" type="checkbox"/>
Das Nettogehalt der Hälfte aller Angestellten liegt im Bereich [€ 1.400; € 2.100].	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Antworten angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Histogramm erstellen

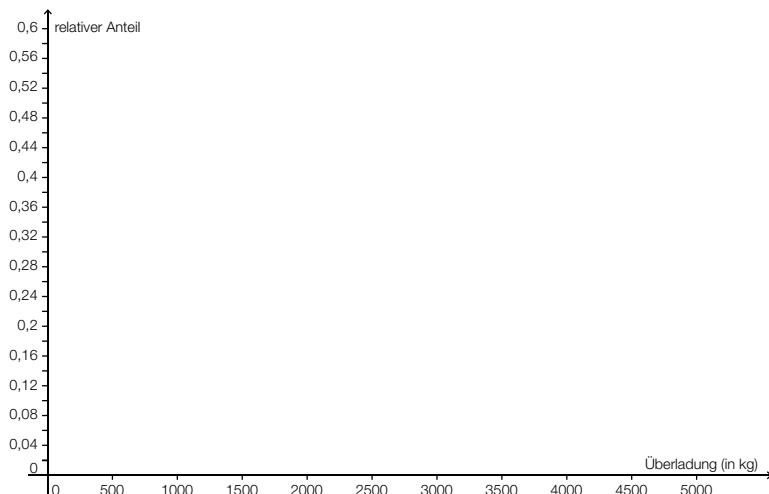
Aufgabennummer: 1_024	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: WS 1.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Bei einer LKW-Kontrolle wurde bei 500 Fahrzeugen eine Überladung festgestellt. Zur Festlegung des Strafrahmens wurde die Überladung der einzelnen Fahrzeuge in der folgenden Tabelle festgehalten.

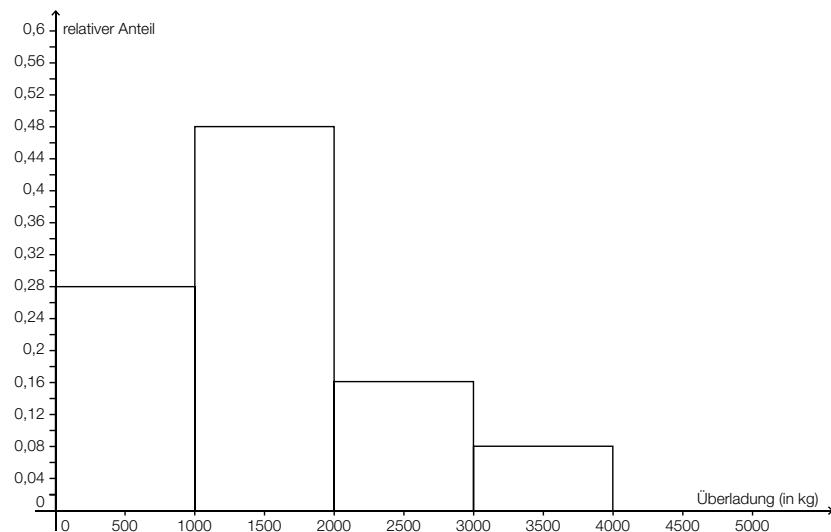
Überladung (in kg) von	bis	Anzahl der LKW
	< 1 000	140
1 000	< 2 000	240
2 000	< 3 000	80
3 000	< 4 000	40

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie ein Histogramm der Daten im vorgegebenen Koordinatensystem!



### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn das Histogramm korrekt in das Koordinatensystem eingezeichnet wurde.

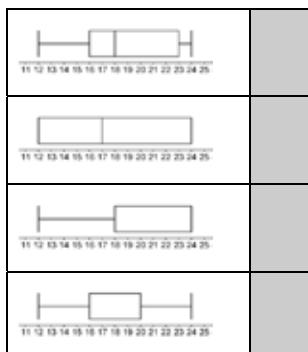
## Boxplots zuordnen

Aufgabennummer: 1_049	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: WS 1.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Eine Tankstellenkette hat in den Shops von Filialen die Umsatzzahlen eines Tiefkühlproduktes jeweils über einen Zeitraum von 15 Wochen beobachtet und der Größe nach festgehalten.

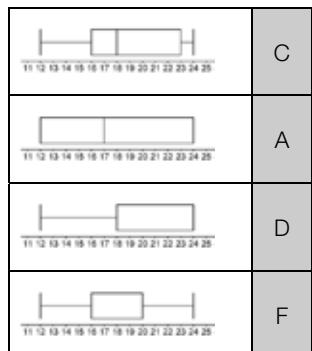
### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den angegebenen Boxplots die entsprechenden Filial-Umsatzzahlen zu!



A	Umsatz Filiale 1	12   12   12   12   13   15   17   17   17   20   20   24   24   24
B	Umsatz Filiale 2	12   13   13   15   15   18   18   20   20   20   22   22   24   24   26
C	Umsatz Filiale 3	12   14   14   16   16   17   18   18   18   22   22   23   23   24
D	Umsatz Filiale 4	12   16   18   18   18   18   19   24   24   24   24   24   24   24
E	Umsatz Filiale 5	12   12   12   12   18   18   18   18   18   23   23   23   23   24
F	Umsatz Filiale 6	12   14   14   16   16   18   18   20   20   20   20   24   24   24

## Lösungsweg



A	Umsatz Filiale 1	12	12	12	12	13	15	17	17	17	20	20	24	24	24	24
B	Umsatz Filiale 2	12	13	13	15	15	18	18	20	20	20	22	22	24	24	26
C	Umsatz Filiale 3	12	14	14	16	16	17	18	18	18	22	22	23	23	23	24
D	Umsatz Filiale 4	12	16	18	18	18	18	19	24	24	24	24	24	24	24	24
E	Umsatz Filiale 5	12	12	12	12	18	18	18	18	23	23	23	23	23	24	24
F	Umsatz Filiale 6	12	14	14	16	16	18	18	20	20	20	20	24	24	24	24

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die vier Zuordnungen richtig erfolgt sind.

## Testergebnis

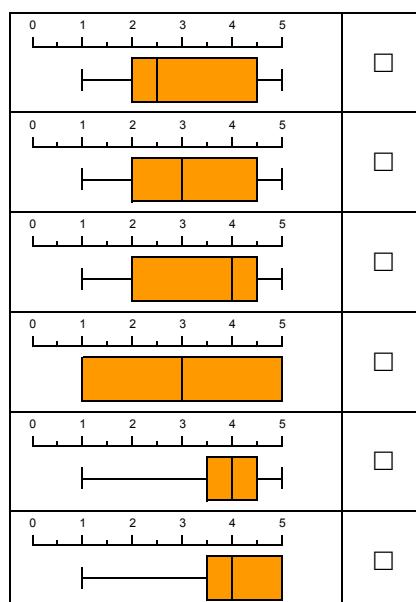
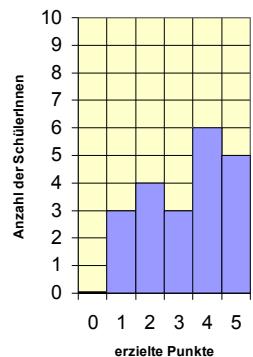
Aufgabennummer: 1_068	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: WS 1.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Ein Test enthält fünf Aufgaben, die jeweils nur mit einem Punkt (alles richtig) oder keinem Punkt (nicht alles richtig) bewertet werden. Die nebenstehende Grafik zeigt das Ergebnis dieses Tests für eine bestimmte Klasse.

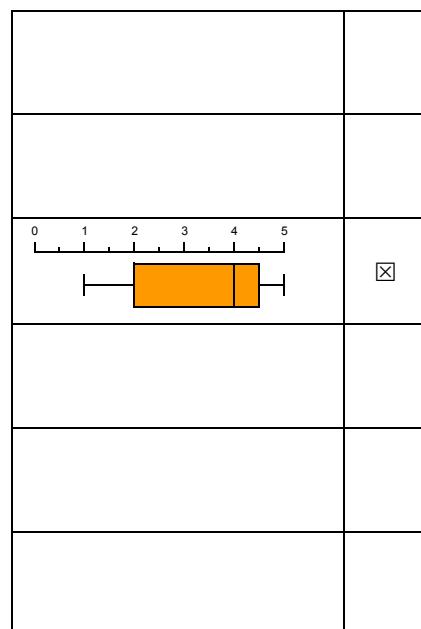
### Aufgabenstellung:

Welches der folgenden Kastenschaubilder (Boxplots) stellt die Ergebnisse des Tests richtig dar?

Kreuzen Sie das zutreffende Kastenschaubild an!



## Lösungsweg



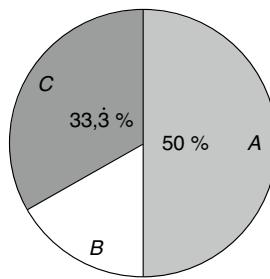
## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

## Säulendiagramm\*

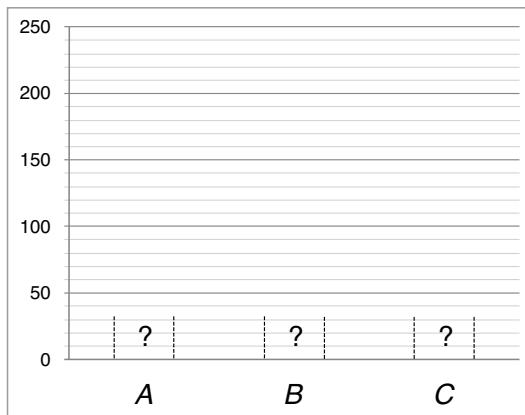
Aufgabennummer: 1_124	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: WS 1.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Bei einer Umfrage werden die 480 Schüler/innen einer Schule befragt, mit welchem Verkehrsmittel sie zur Schule kommen. Die Antwortmöglichkeiten waren „öffentliche Verkehrsmittel“ (A), „mit dem Auto / von den Eltern gebracht“ (B) sowie „mit dem Rad / zu Fuß“ (C). Folgendes Kreisdiagramm zeigt die Ergebnisse:



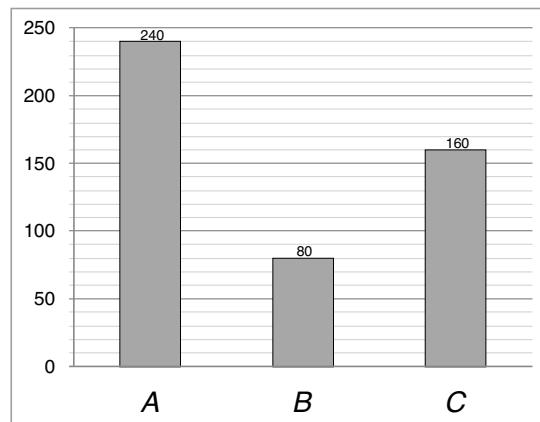
Aufgabenstellung:

Vervollständigen Sie das folgende Säulendiagramm anhand der Werte aus dem obenstehenden Kreisdiagramm!



\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

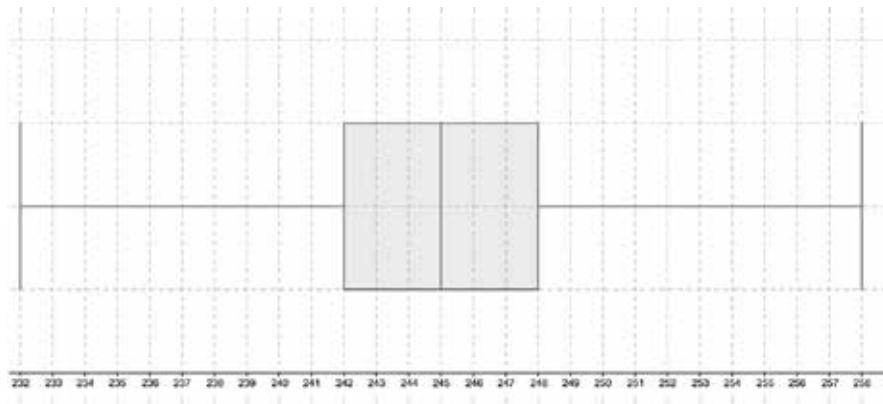
Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn alle drei Säulen die richtige Höhe aufweisen.

## Brotverbrauch\*

Aufgabennummer: 1_126	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: WS 1.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
<p>In einer Bäckerei wurden über einen Zeitraum von 36 Wochen Aufzeichnungen über den Tagesbedarf einer Brotsorte an einem bestimmten Wochentag gemacht und in einer geordneten Liste festgehalten:</p> <p>232, 234, 235, 237, 237, 237, 239, 242, 242, 242, 243, 244, 244, 244, 244, 244, 245, 245, 245, 245, 246, 246, 246, 246, 247, 247, 248, 248, 249, 250, 250, 251, 253, 255, 258, 258</p>		
<p><b>Aufgabenstellung:</b></p> <p>Stellen Sie diese Daten in einem Boxplot dar!</p>		

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg



### Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn alle fünf charakteristischen Werte (Minimum, Q1, Median, Q3, Maximum) richtig eingezeichnet sind.

## Boxplot zeichnen

Aufgabennummer: 1_025	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Konstruktionsformat	Grundkompetenz: WS 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Eine Tankstellenkette hat in den Shops von Filialen die Umsatzzahlen eines Tiefkühlprodukts jeweils über einen Zeitraum von 15 Wochen beobachtet und der Größe nach festgehalten.

Umsatzzahlen	12	12	12	12	18	18	18	18	18	23	23	23	23	23	24
--------------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

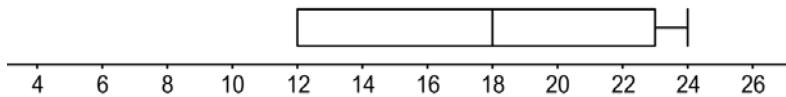
### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den entsprechenden Boxplot und tragen Sie die angegebenen Kennzahlen unter der Grafik ein!

4      6      8      10      12      14      16      18      20      22      24      26

Minimum $m =$	erstes Quartil $Q_1 =$	Median $med =$	drittes Quartil $Q_3 =$	Maximum $M =$
------------------	---------------------------	-------------------	----------------------------	------------------

### Lösungsweg



Minimum $m = 12$	erstes Quartil $Q_1 = 12$	Median $med = 18$	drittes Quartil $Q_3 = 23$	Maximum $M = 24$
---------------------	------------------------------	----------------------	-------------------------------	---------------------

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der Boxplot korrekt eingezeichnet ist und alle Kennzahlen korrekt angegeben sind.

## Geldausgaben

Aufgabennummer: 1_079	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Karin hat das arithmetische Mittel ihrer monatlichen Ausgaben im Zeitraum Jänner bis (einschließlich) Oktober mit € 25 errechnet. Im November gibt sie € 35 und im Dezember € 51 aus.		
<b>Aufgabenstellung:</b> Berechnen Sie das arithmetische Mittel für die monatlichen Ausgaben in diesem Jahr!		

### Möglicher Lösungsweg

$$\bar{x} = \frac{25 \cdot 10 + 35 + 51}{12}$$

$$\bar{x} = 28$$

Die monatlichen Ausgaben betragen durchschnittlich € 28.

### Lösungsschlüssel

Es muss der Zahlenwert 28 korrekt angegeben sein.

## Mittelwert einfacher Datensätze\*

Aufgabennummer: 1_125	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: WS 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die unten stehende Tabelle bietet eine Übersicht über die Zahl der Einbürgerungen in Österreich und in den jeweiligen Bundesländern im Jahr 2010 nach Quartalen.

Ein Quartal fasst dabei jeweils den Zeitraum von drei Monaten zusammen. Das 1. Quartal ist der Zeitraum von Jänner bis März, das 2. Quartal der Zeitraum von April bis Juni usw.

Quartal	Öster- reich	Bundesland des Wohnortes								
		Burgen- land	Kärnten	Nieder- österreich	Ober- österreich	Salzburg	Steier- mark	Tirol	Vorarl- berg	Wien
1. Quartal 2010	1 142	1	119	87	216	112	101	131	97	278
2. Quartal 2010	1 605	80	120	277	254	148	106	138	125	357
3. Quartal 2010	1 532	4	119	187	231	98	121	122	61	589
4. Quartal 2010	1 856	53	113	248	294	158	102	183	184	521

Quelle: STATISTIK AUSTRIA

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden korrekten Berechnungsmöglichkeiten für den Mittelwert der Einbürgerungen im Bundesland Kärnten pro Quartal im Jahr 2010 an!

$\bar{m} = (1\ 142 + 1\ 605 + 1\ 532 + 1\ 856) : 9$	<input type="checkbox"/>
$\bar{m} = \frac{2 \cdot 119 + 113 + 120}{4}$	<input type="checkbox"/>
$\bar{m} = 119 + 120 + 119 + 113 : 4$	<input type="checkbox"/>
$\bar{m} = \frac{1}{12} \cdot (113 + 2 \cdot 119 + 120) \cdot 3$	<input type="checkbox"/>
$\bar{m} = \frac{113 + 119 + 119 + 120}{12} \cdot 4$	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

## Lösungsweg

$$\bar{m} = \frac{2 \cdot 119 + 113 + 120}{4}$$



$$\bar{m} = \frac{1}{12} \cdot (113 + 2 \cdot 119 + 120) \cdot 3$$



## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Antworten angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Datenreihe\*

Aufgabennummer: 1_127	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: WS 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Der arithmetische Mittelwert  $\bar{x}$  der Datenreihe  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  ist  $\bar{x} = 20$ . Die Standardabweichung  $\sigma$  der Datenreihe ist  $\sigma = 5$ .

Die Datenreihe wird um die beiden Werte  $x_{11} = 19$  und  $x_{12} = 21$  ergänzt.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Das Maximum der neuen Datenreihe $x_1, \dots, x_{12}$ ist größer als das Maximum der ursprünglichen Datenreihe $x_1, \dots, x_{10}$ .	<input type="checkbox"/>
Die Spannweite der neuen Datenreihe $x_1, \dots, x_{12}$ ist um 2 größer als die Spannweite der ursprünglichen Datenreihe $x_1, \dots, x_{10}$ .	<input type="checkbox"/>
Der Median der neuen Datenreihe $x_1, \dots, x_{12}$ stimmt immer mit dem Median der ursprünglichen Datenreihe $x_1, \dots, x_{10}$ überein.	<input type="checkbox"/>
Die Standardabweichung der neuen Datenreihe $x_1, \dots, x_{12}$ ist kleiner als die Standardabweichung der ursprünglichen Datenreihe $x_1, \dots, x_{10}$ .	<input type="checkbox"/>
Der arithmetische Mittelwert der neuen Datenreihe $x_1, \dots, x_{12}$ stimmt mit dem arithmetischen Mittelwert der ursprünglichen Datenreihe $x_1, \dots, x_{10}$ überein.	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

## Lösungsweg

Die Standardabweichung der neuen Datenreihe $x_1, \dots, x_{12}$ ist kleiner als die Standardabweichung der ursprünglichen Datenreihe $x_1, \dots, x_{10}$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Der arithmetische Mittelwert der neuen Datenreihe $x_1, \dots, x_{12}$ stimmt mit dem arithmetischen Mittelwert der ursprünglichen Datenreihe $x_1, \dots, x_{10}$ überein.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Arithmetisches Mittel einer Datenreihe\*

Aufgabennummer: 1_128	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: WS 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Für das arithmetische Mittel einer Datenreihe  $x_1, x_2, \dots, x_{24}$  gilt:  $\bar{x} = 115$ .

Die Standardabweichung der Datenreihe ist  $s_x = 12$ . Die Werte einer zweiten Datenreihe  $y_1, y_2, \dots, y_{24}$  entstehen, indem man zu den Werten der ersten Datenreihe jeweils 8 addiert, also  $y_1 = x_1 + 8, y_2 = x_2 + 8$  usw.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie den Mittelwert  $\bar{y}$  und die Standardabweichung  $s_y$  der zweiten Datenreihe an!

$\bar{y} =$  \_\_\_\_\_

$s_y =$  \_\_\_\_\_

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$$\bar{y} = 123$$

$$s_y = 12$$

### Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn beide Werte richtig angegeben sind.

## Geordnete Urliste\*

Aufgabennummer: 1_162	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: WS 1.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

9 Kinder wurden dahingehend befragt, wie viele Stunden sie am Wochenende fernsehen. Die nachstehende Tabelle gibt ihre Antworten wieder.

Kind	Fernsehstunden
Fritz	2
Susi	2
Michael	3
Martin	3
Angelika	4
Paula	5
Max	5
Hubert	5
Lisa	8

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Median würde sich erhöhen, wenn Fritz um eine Stunde mehr fernsehen würde.	<input type="checkbox"/>
Der Median ist kleiner als das arithmetische Mittel der Fernsehstunden.	<input type="checkbox"/>
Die Spannweite der Fernsehstunden beträgt 3.	<input type="checkbox"/>
Das arithmetische Mittel würde sich erhöhen, wenn Lisa anstelle von 8 Stunden 10 Stunden fernsehen würde.	<input type="checkbox"/>
Der Modus ist 8.	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

## Lösungsweg

Der Median ist kleiner als das arithmetische Mittel der Fernsehstunden.	<input checked="" type="checkbox"/>
Das arithmetische Mittel würde sich erhöhen, wenn Lisa anstelle von 8 Stunden 10 Stunden fernsehen würde.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Eigenschaften des arithmetischen Mittels\*

Aufgabennummer: 1_140	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: WS 1.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist das arithmetische Mittel  $\bar{x}$  von Messwerten.

### Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Eigenschaften treffen für das arithmetische Mittel zu?  
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an!

Das arithmetische Mittel teilt die geordnete Liste der Messwerte immer in eine untere und eine obere Teilliste mit jeweils gleich vielen Messwerten.	<input type="checkbox"/>
Das arithmetische Mittel kann durch Ausreißer stark beeinflusst werden.	<input type="checkbox"/>
Das arithmetische Mittel kann für alle Arten von Daten sinnvoll berechnet werden.	<input type="checkbox"/>
Das arithmetische Mittel ist immer gleich einem der Messwerte.	<input type="checkbox"/>
Multipliziert man das arithmetische Mittel mit der Anzahl der Messwerte, so erhält man immer die Summe aller Messwerte.	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

Das arithmetische Mittel kann durch Ausreißer stark beeinflusst werden.	<input checked="" type="checkbox"/>
Multipliziert man das arithmetische Mittel mit der Anzahl der Messwerte, so erhält man immer die Summe aller Messwerte.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Antworten angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

## Würfelergebnisse

Aufgabennummer: 1_111	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: WS 2.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Zwei Spielwürfel (6 Seiten, beschriftet mit 1 bis 6 Augen) werden geworfen und die Augensumme wird ermittelt.

### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Wahrscheinlichkeit, das Ereignis „Augensumme 6“ zu würfeln, ist \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_ Wahrscheinlichkeit, das Ereignis „Augensumme 9“ zu würfeln, weil \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_.

①	
größer als die	<input type="checkbox"/>
kleiner als die	<input type="checkbox"/>
gleich der	<input type="checkbox"/>

②	
6 kleiner als 9 ist und das Ereignis „Augensumme 6“ somit seltener eintritt	<input type="checkbox"/>
die Wahrscheinlichkeit beide Male $\frac{5}{36}$ beträgt	<input type="checkbox"/>
es nur vier Möglichkeiten gibt, die Augensumme „9“ zu würfeln, aber fünf Möglichkeiten, die Augensumme „6“ zu würfeln	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

①	
größer als die	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
es nur vier Möglichkeiten gibt, die Augensumme „9“ zu würfeln, aber fünf Möglichkeiten, die Augensumme „6“ zu würfeln	<input checked="" type="checkbox"/>

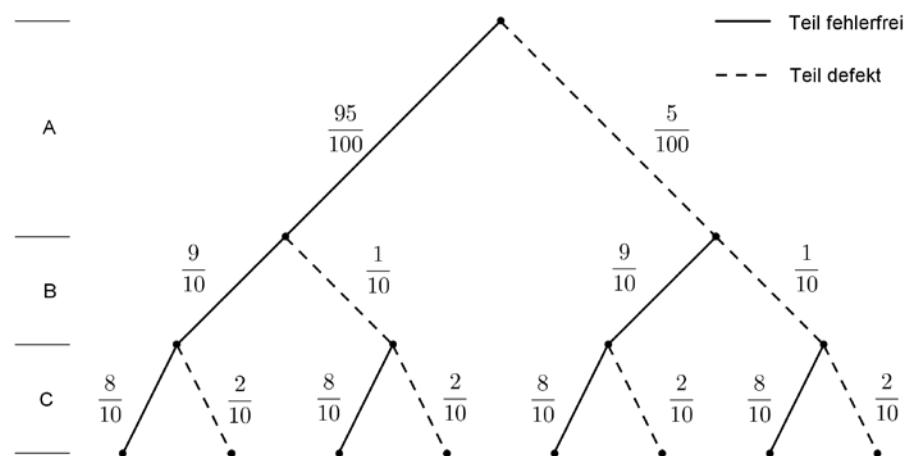
## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn für beide Lücken jeweils die zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

## Wahrscheinlichkeit eines Defekts

Aufgabennummer: 1_014	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: WS 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Eine Maschine besteht aus den drei Bauteilen A, B und C. Diese haben die im nachstehenden Modell eingetragenen, voneinander unabhängigen Defekthäufigkeiten. Eine Maschine ist defekt, wenn mindestens ein Bauteil defekt ist.



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Maschine zwei oder mehr Bauteile defekt sind!

$$P(X \geq 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

### Möglicher Lösungsweg

$$P(X \geq 2) = \frac{95}{100} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} + \frac{5}{100} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{5} + \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{33}{1000} = 0,033$$

### Lösungsschlüssel

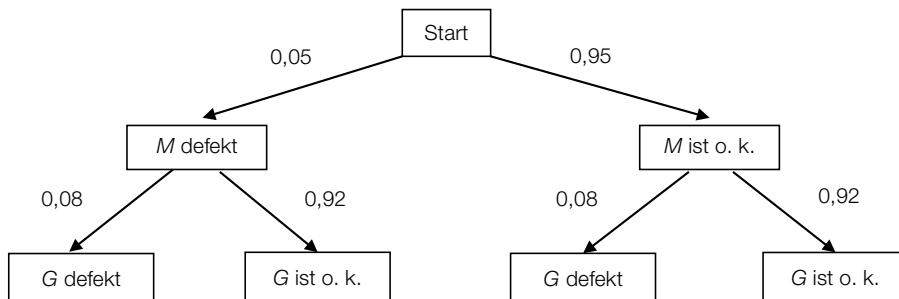
Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der Wert der Wahrscheinlichkeit korrekt angegeben ist.

## Kugelschreiber

Aufgabennummer: 1_051	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: WS 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Ein Kugelschreiber besteht aus zwei Bauteilen, der Mine ( $M$ ) und dem Gehäuse mit dem Mechanismus ( $G$ ). Bei der Qualitätskontrolle werden die Kugelschreiber einzeln entnommen und auf ihre Funktionstüchtigkeit hin getestet. Ein Kugelschreiber gilt als defekt, wenn mindestens ein Bauteil fehlerhaft ist.

Im nachstehenden Baumdiagramm sind alle möglichen Fälle für defekte und nicht defekte Kugelschreiber aufgelistet.



### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Ereignissen  $E_1, E_2, E_3$  bzw.  $E_4$  die entsprechende Wahrscheinlichkeit  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  oder  $p_6$  zu!

$E_1$ : Eine Mine ist defekt und das Gehäuse ist in Ordnung.	
$E_2$ : Ein Kugelschreiber ist defekt.	
$E_3$ : Höchstens ein Teil ist defekt.	
$E_4$ : Ein Kugelschreiber ist nicht defekt.	

A	$p_1 = 0,95 \cdot 0,92$
B	$p_2 = 0,05 \cdot 0,08 + 0,95 \cdot 0,08$
C	$p_3 = 0,05 + 0,92$
D	$p_4 = 0,05 + 0,95 \cdot 0,08$
E	$p_5 = 0,05 \cdot 0,92$
F	$p_6 = 1 - 0,05 \cdot 0,08$

## Lösungsweg

$E_1$ : Eine Mine ist defekt und das Gehäuse ist in Ordnung.	E
$E_2$ : Ein Kugelschreiber ist defekt.	D
$E_3$ : Höchstens ein Teil ist defekt.	F
$E_4$ : Ein Kugelschreiber ist nicht defekt.	A

A	$p_1 = 0,95 \cdot 0,92$
B	$p_2 = 0,05 \cdot 0,08 + 0,95 \cdot 0,08$
C	$p_3 = 0,05 + 0,92$
D	$p_4 = 0,05 + 0,95 \cdot 0,08$
E	$p_5 = 0,05 \cdot 0,92$
F	$p_6 = 1 - 0,05 \cdot 0,08$

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die vier Zuordnungen richtig erfolgt sind.

## FSME-Infektion\*

Aufgabennummer: 1_141	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Infizierte Zecken können durch einen Stich das FSME-Virus (Frühsommer-Meningo-enzephalitis) auf den Menschen übertragen. In einem Risikogebiet sind etwa 3 % der Zecken FSME-infiziert. Die FSME-Schutzimpfung schützt mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % vor einer FSME-Erkrankung.		
<b>Aufgabenstellung:</b>  Eine geimpfte Person wird in diesem Risikogebiet von einer Zecke gestochen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person durch den Zeckenstich an FSME erkrankt!		

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$$0,03 \cdot 0,02 = 0,0006$$

Die Wahrscheinlichkeit einer Erkrankung beträgt 0,06 %.

### Lösungsschlüssel

Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als Dezimalzahl oder als Bruch reicht aus.

## Würfeln\*

Aufgabennummer: 1_144	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Zuordnungsformat	Grundkompetenz: WS 2.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Ein idealer sechsseitiger Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 wird einmal geworfen.

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Fragestellungen in der linken Spalte die passenden Wahrscheinlichkeiten in der rechten Spalte zu!

Fragestellung	Wahrscheinlichkeit
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine gerade Zahl gewürfelt wird?	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 4 gewürfelt wird?	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl kleiner als 2 gewürfelt wird.	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 1 und kleiner als 6 gewürfelt wird?	

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

Fragestellung	
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine gerade Zahl gewürfelt wird?	C
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 4 gewürfelt wird?	A
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl kleiner als 2 gewürfelt wird.	B
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl größer als 1 und kleiner als 6 gewürfelt wird?	F

Wahrscheinlichkeit	
A	$\frac{1}{3}$
B	$\frac{1}{6}$
C	$\frac{1}{2}$
D	1
E	$\frac{5}{6}$
F	$\frac{2}{3}$

### Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle vier Buchstaben richtig zugeordnet sind.

## Wahrscheinlichkeitsverteilung

Aufgabennummer: 1_043	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 3.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Gustav kommt in der Nacht nach Hause und muss im Dunkeln die Haustür aufsperren. An seinem ringförmigen Schlüsselbund hängen fünf gleiche Schlüsseltypen, von denen nur einer sperrt. Er beginnt die Schlüssel zufällig und nacheinander zu probieren. Die Zufallsvariable  $X$  gibt die Anzahl  $k$  der Schlüssel an, die er probiert, bis die Tür geöffnet ist.

### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie in der Tabelle die fehlenden Wahrscheinlichkeiten und ermitteln Sie den Erwartungswert  $E(X)$  dieser Zufallsvariablen  $X$ !

$k$	1	2	3	4	5
$P(X = k)$					

$$E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$$

## Möglicher Lösungsweg

Gleichwahrscheinlichkeit liegt vor, weil:

$k$	1	2	3	4	5
$P(X = k)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{5}$

Erwartungswert:

$$E(X) = \left( 1 \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{5} + 4 \cdot \frac{1}{5} + 5 \cdot \frac{1}{5} \right) = 3$$

## Lösungsschlüssel

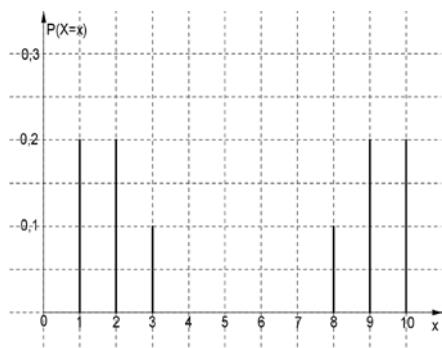
Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die Tabelle korrekt ausgefüllt und der Erwartungswert richtig berechnet ist.

## Testung

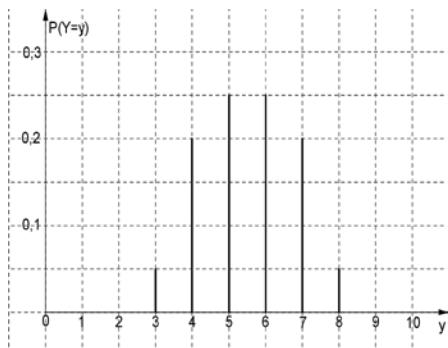
Aufgabennummer: 1_045	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: WS 3.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Es werden zwei Tests  $T_x$  und  $T_y$ , bei denen man jeweils maximal zehn Punkte erwerben kann, auf ihre Lösungshäufigkeit untersucht. Bei mehr als fünf Punkten gilt der jeweilige Test als bestanden. Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  beschreiben die Anzahl der erreichten Punkte. Die beiden untenstehenden Abbildungen zeigen jeweils die Verteilungen der beiden Variablen  $X$  und  $Y$ .

Test  $T_x$



Test  $T_y$



### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenigen zwei Aussagen an, die aus den gegebenen Informationen ablesbar sind!

Mit Test $T_y$ werden mehr Kandidatinnen/Kandidaten den Test bestehen als mit Test $T_x$ .	<input type="checkbox"/>
Beide Zufallsvariablen $X$ und $Y$ sind binomialverteilt.	<input type="checkbox"/>
Die Erwartungswerte sind gleich: $E(X) = E(Y)$ .	<input type="checkbox"/>
Die Standardabweichungen sind gleich: $\sigma_x = \sigma_y$ .	<input type="checkbox"/>
Der Test $T_x$ unterscheidet besser zwischen Kandidatinnen/Kandidaten mit schlechteren und besseren Testergebnissen.	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Mit Test $T_Y$ werden mehr Kandidatinnen/Kandidaten den Test bestehen als mit Test $T_X$ .	<input type="checkbox"/>
Beide Zufallsvariablen $X$ und $Y$ sind binomialverteilt.	<input type="checkbox"/>
Die Erwartungswerte sind gleich: $E(X) = E(Y)$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Standardabweichungen sind gleich: $\sigma_X = \sigma_Y$ .	<input type="checkbox"/>
Der Test $T_X$ unterscheidet besser zwischen Kandidatinnen/Kandidaten mit schlechteren und besseren Testergebnissen.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Bernoulli-Experiment

Aufgabennummer: 1_050	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: WS 3.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Beim Realisieren eines Bernoulli-Experiments tritt Erfolg mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  mit  $0 < p < 1$  ein. Die Werte der binomialverteilten Zufallsvariablen  $X$  beschreiben die Anzahl der Erfolge beim  $n$ -maligen unabhängigen Wiederholen des Experiments.  $E$  bezeichnet den Erwartungswert,  $V$  die Varianz und  $\sigma$  die Standardabweichung.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden für  $n > 1$  zutreffenden Aussagen an!

$E(X) = \sqrt{n \cdot p}$	<input type="checkbox"/>
$V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$	<input type="checkbox"/>
$P(X = 0) = 0$	<input type="checkbox"/>
$P(X = 1) = p$	<input type="checkbox"/>
$V(X) = \sigma^2$	<input type="checkbox"/>

### Lösungsweg

$E(X) = \sqrt{n \cdot p}$	
$V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$	<input checked="" type="checkbox"/>
$P(X = 0) = 0$	
$P(X = 1) = p$	
$V(X) = \sigma^2$	<input checked="" type="checkbox"/>

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Erwartungswert\*

Aufgabennummer: 1_148	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: WS 3.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

In der nachstehenden Tabelle ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen  $X$  dargestellt.

$a_i$ mit $i \in \{1, 2, 3, 4\}$	1	2	3	4
$P(X = a_i)$	0,1	0,3	0,5	0,1

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Erwartungswert  $E(X)$  der Zufallsvariablen  $X$ !

$$E(X) = \underline{\hspace{10em}}$$

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

### Möglicher Lösungsweg

$E(X) = 2,6$

### Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn der Wert richtig angegeben ist.

## Binomialverteilung

Aufgabennummer: 1_044	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: WS 3.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Die Zufallsvariable  $X$  sei binomialverteilt mit  $n = 25$  und  $p = 0,15$ .  
 Es soll die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, sodass die Zufallsvariable  $X$  höchstens den Wert 2 annimmt.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie den zutreffenden Term an!

$\binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}$	<input type="checkbox"/>
$0,85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}$	<input type="checkbox"/>
$\binom{25}{1} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}$	<input type="checkbox"/>
$1 - \binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}$	<input type="checkbox"/>
$1 - [0,85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}]$	<input type="checkbox"/>
$\binom{25}{2} \cdot 0,85^2 \cdot 0,15^{23}$	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

$$\binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}$$

$$0,85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}$$

$$\binom{25}{1} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}$$

$$1 - \binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}$$

$$1 - [0,85^{25} + \binom{25}{1} \cdot 0,15^1 \cdot 0,85^{24} + \binom{25}{2} \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{23}]$$

$$\binom{25}{2} \cdot 0,85^2 \cdot 0,15^{23}$$

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

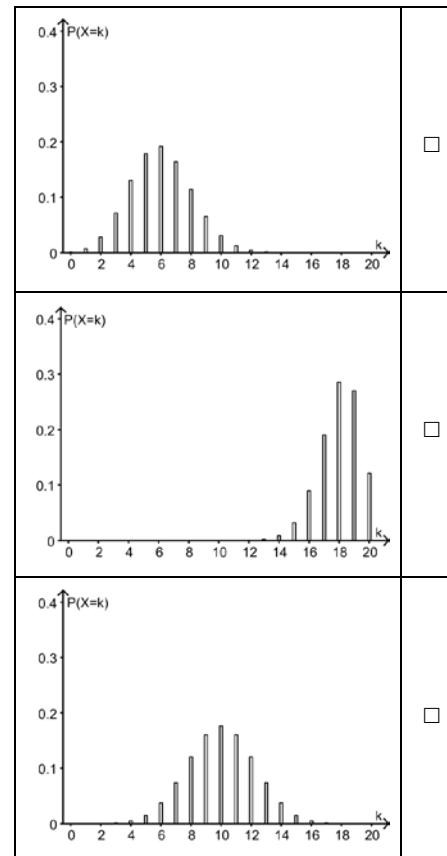
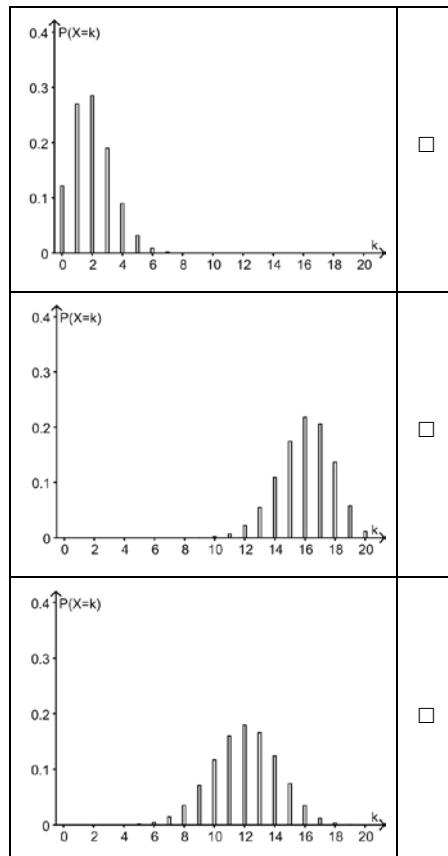
## Graphen einer Binomialverteilung

Aufgabennummer: 1_046	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: WS 3.2	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

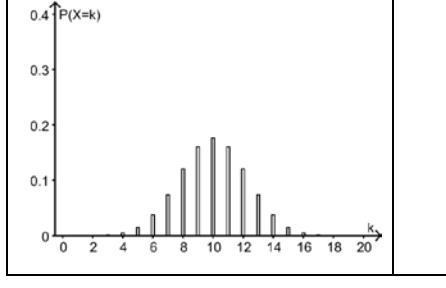
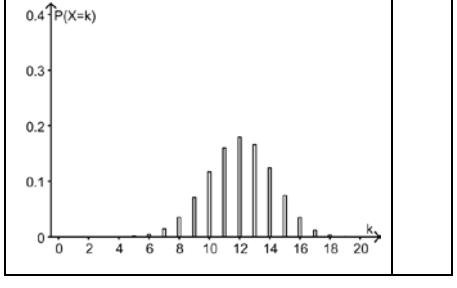
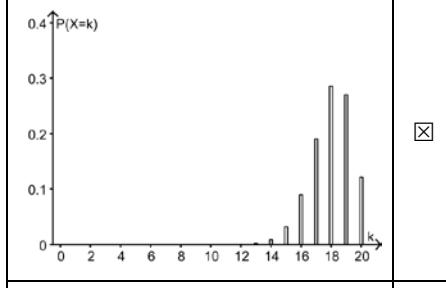
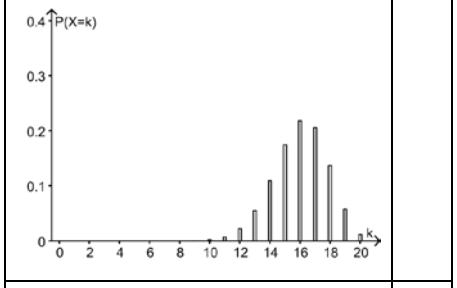
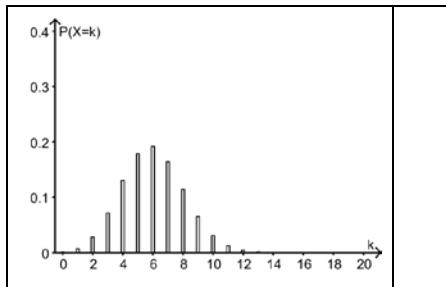
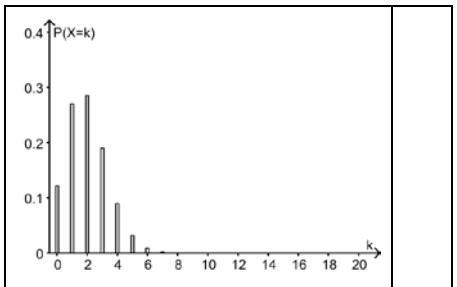
In den untenstehenden Grafiken sind Binomialverteilungen dargestellt.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige Grafik an, die einer Binomialverteilung mit  $n = 20$  und  $p = 0,9$  zuzuordnen ist!



## Lösungsweg



## Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

## Modellierung mithilfe einer Binomialverteilung

Aufgabennummer: 1_026	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: WS 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Situation(en) an, die mithilfe der Binomialverteilung modelliert werden kann/können!

In der Kantine eines Betriebs essen 80 Personen. Am Montag werden ein vegetarisches Gericht und drei weitere Menüs angeboten. Erfahrungsgemäß wählt jede vierte Person das vegetarische Gericht. Es werden 20 vegetarische Gerichte vorbereitet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese nicht ausreichen?	<input type="checkbox"/>
Bei einer Lieferung von 20 Mobiltelefonen sind fünf defekt. Es werden drei Geräte gleichzeitig entnommen und getestet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind mindestens zwei davon defekt?	<input type="checkbox"/>
In einer Klasse müssen die Schüler/innen bei der Überprüfung der Bildungsstandards auf einem anonymen Fragebogen ihr Geschlecht (m, w) ankreuzen. Die Wahrscheinlichkeit, das Ankreuzen des Geschlechts nicht durchzuführen, ist für Buben und Mädchen gleich. In der Klasse sind 16 Schülerinnen und 12 Schüler. Fünf Personen haben auf dem Fragebogen das Geschlecht nicht angekreuzt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich drei Schüler unter den fünf Personen?	<input type="checkbox"/>
Ein Großhändler erhält eine Lieferung von 2 000 Mobiltelefonen, von denen erfahrungsgemäß 5 % defekt sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich 80 bis 90 defekte Geräte in der Lieferung?	<input type="checkbox"/>
In einer Klinik werden 500 kranke Personen mit einem bestimmten Medikament behandelt. Die Wahrscheinlichkeit, dass schwere Nebenwirkungen auftreten, beträgt 0,001. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei mehr als zwei Personen schwere Nebenwirkungen auftreten?	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

In der Kantine eines Betriebs essen 80 Personen. Am Montag werden ein vegetarisches Gericht und drei weitere Menüs angeboten. Erfahrungsgemäß wählt jede vierte Person das vegetarische Gericht. Es werden 20 vegetarische Gerichte vorbereitet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese nicht ausreichen?



Ein Großhändler erhält eine Lieferung von 2 000 Mobiltelefonen, von denen erfahrungsgemäß 5 % defekt sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit befinden sich 80 bis 90 defekte Geräte in der Lieferung?



In einer Klinik werden 500 kranke Personen mit einem bestimmten Medikament behandelt. Die Wahrscheinlichkeit, dass schwere Nebenwirkungen auftreten, beträgt 0,001. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei mehr als zwei Personen schwere Nebenwirkungen auftreten?



## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Aufnahmetest

Aufgabennummer: 1_047	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: WS 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Eine Universität führt einen Aufnahmetest durch. Dabei werden zehn Multiple-Choice-Fragen gestellt, wobei jede Frage vier Antwortmöglichkeiten hat. Nur eine davon ist richtig.

In den letzten Jahren wurden durchschnittlich 40 Bewerber/innen aufgenommen. Dabei traten etwa 95 % der angemeldeten Kandidatinnen und Kandidaten tatsächlich zum Aufnahmetest an. Heuer treten 122 Bewerber/innen zu diesem Aufnahmetest an.

Nehmen Sie an, dass Kandidat  $K$  alle Antworten völlig zufällig ankreuzt.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Anzahl der angemeldeten Kandidatinnen und Kandidaten, die tatsächlich zum Aufnahmetest erscheinen, ist binomialverteilt mit $n = 122$ und $p = 0,40$ .	<input type="checkbox"/>
Die Anzahl der richtig beantworteten Fragen des Aufnahmetests des Kandidaten $K$ ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,25$ .	<input type="checkbox"/>
Die durchschnittliche Anzahl der richtig beantworteten Fragen aller angetretenen Kandidatinnen und Kandidaten ist binomialverteilt mit $n = 122$ und $p = 0,40$ .	<input type="checkbox"/>
Die Anzahl der zufällig ankreuzenden Kandidatinnen und Kandidaten, die aufgenommen werden, ist binomialverteilt mit $n = 40$ und $p = 0,25$ .	<input type="checkbox"/>
Die Anzahl der falsch beantworteten Fragen des Aufnahmetests des Kandidaten $K$ ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,75$ .	<input type="checkbox"/>

## Lösungsweg

Die Anzahl der angemeldeten Kandidatinnen und Kandidaten, die tatsächlich zum Aufnahmetest erscheinen, ist binomialverteilt mit $n = 122$ und $p = 0,40$ .	<input type="checkbox"/>
Die Anzahl der richtig beantworteten Fragen des Aufnahmetests des Kandidaten $K$ ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,25$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Die durchschnittliche Anzahl der richtig beantworteten Fragen aller angekommenen Kandidatinnen und Kandidaten ist binomialverteilt mit $n = 122$ und $p = 0,40$ .	<input type="checkbox"/>
Die Anzahl der zufällig ankreuzenden Kandidatinnen und Kandidaten, die aufgenommen werden, ist binomialverteilt mit $n = 40$ und $p = 0,25$ .	<input type="checkbox"/>
Die Anzahl der falsch beantworteten Fragen des Aufnahmetests des Kandidaten $K$ ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,75$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

## Binomialverteilung\*

Aufgabennummer: 1_152	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: WS 3.3	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Einige der unten angeführten Situationen können mit einer Binomialverteilung modelliert werden.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige(n) Situation(en) an, bei der/denen die Zufallsvariable  $X$  binomialverteilt ist!

Aus einer Urne mit vier blauen, zwei grünen und drei weißen Kugeln werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. ( $X$ = Anzahl der grünen Kugeln)	<input type="checkbox"/>
In einer Gruppe mit 25 Kindern sind sieben Linkshänder. Es werden drei Kinder zufällig ausgewählt. ( $X$ = Anzahl der Linkshänder)	<input type="checkbox"/>
In einem U-Bahn-Waggon sitzen 35 Personen. Vier haben keinen Fahrschein. Drei werden kontrolliert. ( $X$ = Anzahl der Personen ohne Fahrschein)	<input type="checkbox"/>
Bei einem Multiple-Choice-Test sind pro Aufgabe drei von fünf Wahlmöglichkeiten richtig. Die Antworten werden nach dem Zufallsprinzip angekreuzt. Sieben Aufgaben werden gestellt. ( $X$ = Anzahl der richtig gelösten Aufgaben).	<input type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens liegt bei 52 %. Eine Familie hat drei Kinder. ( $X$ = Anzahl der Mädchen)	<input type="checkbox"/>

\* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

## Lösungsweg

Aus einer Urne mit vier blauen, zwei grünen und drei weißen Kugeln werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen.  
( $X$  = Anzahl der grünen Kugeln)



Bei einem Multiple-Choice-Test sind pro Aufgabe drei von fünf Wahlmöglichkeiten richtig. Die Antworten werden nach dem Zufallsprinzip angekreuzt. Sieben Aufgaben werden gestellt.  
( $X$  = Anzahl der richtig gelösten Aufgaben).



Die Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Mädchens liegt bei 52 %. Eine Familie hat drei Kinder.  
( $X$  = Anzahl der Mädchen)



## Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

## Wahl

Aufgabennummer: 1_015	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: WS 4.1	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
Bei einer Befragung von 2 000 zufällig ausgewählten wahlberechtigten Personen geben 14 % an, dass sie bei der nächsten Wahl für die Partei „Alternatives Leben“ stimmen werden. Aufgrund dieses Ergebnisses gibt ein Meinungsforschungsinstitut an, dass die Partei mit 12 % bis 16 % der Stimmen rechnen kann.		
<b>Aufgabenstellung:</b>  Mit welcher Sicherheit kann man diese Behauptung aufstellen?		

### Möglicher Lösungsweg

Konfidenzintervall: [0,12; 0,16]

$$\mu = n \cdot p = 2\,000 \cdot 0,14 = 280$$

$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = 15,5$$

$$0,16 \cdot 2\,000 = 320$$

$$320 = 280 + z \cdot 15,5 \rightarrow z = 2,58 \rightarrow \varTheta(z) = 0,995$$

$$2 \cdot \varTheta(z) - 1 = 0,99$$

Die Behauptung kann mit 99%iger Sicherheit aufgestellt werden.

### Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn der korrekte Prozentwert angegeben ist.

## Übungsaufgaben zu Teil 2

## Wasserstand eines Bergsees

Aufgabennummer: 2\_001

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

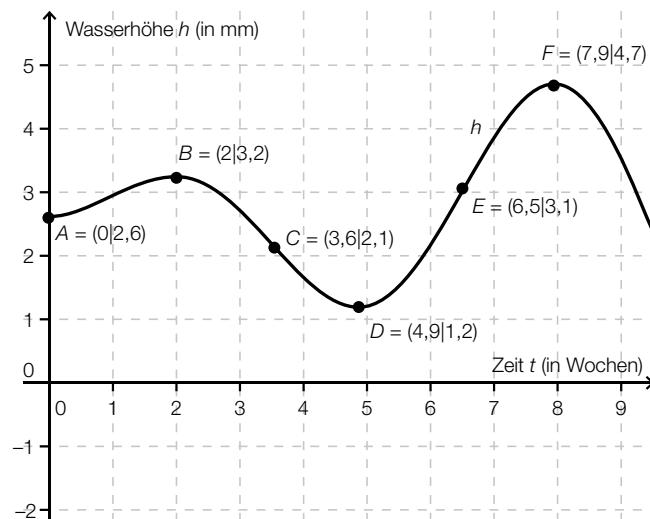
Grundkompetenzen: AN 1.1, AN 1.3, AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Die Funktion  $h$  beschreibt die Wasserhöhe eines Bergsees in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ . Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion  $h$ .



Aufgabenstellung:

- Bestimmen Sie den Wert des Differenzenquotienten des Wasserstands im Intervall  $[0; 2]$  und beschreiben Sie in Worten, was dieser Wert angibt! Um wie viel Prozent ist die Wasserhöhe während der ersten zwei Wochen gestiegen?
- Was beschreibt die erste Ableitungsfunktion  $h'$  der Funktion  $h$ ? Bestimmen Sie näherungsweise den Wert des Differentialquotienten der Wasserhöhe zum Zeitpunkt  $t = 6$  und beschreiben Sie in Worten, was dieser Wert angibt!
- Was beschreibt die zweite Ableitungsfunktion  $h''$  der Funktion  $h$ ? Wann etwa nimmt die Wasserhöhe am stärksten zu?

### Möglicher Lösungsweg

- a)  $\frac{3,2 - 2,6}{2 - 0} = 0,3 \rightarrow$  Bis zum Ende der zweiten Woche nimmt die Wasserhöhe im Mittel pro Woche um 0,3 m zu.  
 $3,2 : 2,6 \approx 1,23 \rightarrow$  Der Wasserstand nahm um ca. 23 % zu.
- b) Durch die erste Ableitungsfunktion  $h'$  ist die Änderungsgeschwindigkeit der Wasserhöhe bestimmt.  
 $h'(6) \approx 1,6 \rightarrow$  Das bedeutet, dass nach sechs Wochen die momentane Änderungsrate 1,6 m pro Woche beträgt.
- c) Die zweite Ableitungsfunktion  $h''$  beschreibt das Monotonieverhalten der Änderungsrate der Wasserhöhe bzw. die momentane Änderungsrate der Änderungsgeschwindigkeit der Wasserhöhe. Die Wasserhöhe nimmt nach ca. 6,5 Wochen am stärksten zu.

## Aufnahmetest

Aufgabennummer: 2_002	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-----------------------	--

Grundkompetenzen: WS 2.3, WS 3.2, WS 3.3

<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
--	--	---

Eine Universität führt für die angemeldeten Bewerber/innen einen Aufnahmetest durch. Dabei werden zehn Multiple-Choice-Fragen gestellt, wobei jede Frage vier Antwortmöglichkeiten hat. Nur eine davon ist richtig. Wer mindestens acht Fragen richtig beantwortet, wird sicher aufgenommen. Wer alle zehn Fragen richtig beantwortet, erhält zusätzlich ein Leistungsstipendium. Die Ersteller/innen dieses Tests geben die Wahrscheinlichkeit, bei zufälligem Ankreuzen aller Fragen aufgenommen zu werden, mit 0,04158 % an. Nehmen Sie an, dass Kandidat K alle Antworten völlig zufällig ankreuzt.

Aufgabenstellung:

- a) Nennen Sie zwei Gründe, warum die Anzahl der richtig beantworteten Fragen unter den vorliegenden Angaben binomialverteilt ist!  
Geben Sie einen möglichen Grund an, warum in der Realität das Modell der Binomialverteilung hier eigentlich nicht anwendbar ist!
- b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass Kandidat K nicht aufgenommen wird!  
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Kandidat K ein Leistungsstipendium erhält!

## Möglicher Lösungsweg

- a) Dieser Aufgabenteil ist durch sinngemäßes Angeben von mindestens zwei der vier angeführten Gründe richtig gelöst:

Die Anzahl der richtig beantworteten Fragen ist unter den vorliegenden Angaben binomialverteilt, weil

- es nur die beiden Ausgänge „richtig beantwortet“ und „falsch beantwortet“ gibt
- das Experiment unabhängig mit  $n = 10$  Mal wiederholt wird
- die Erfolgswahrscheinlichkeit dabei konstant bleibt
- es sich dabei um ein „Bernoulli-Experiment“ handelt

Der zweite Aufgabenteil ist korrekt gelöst, wenn ein Grund (sinngemäß) angeführt wird, z. B.:

- Eine Bewerberin/ein Bewerber, die/der sich für ein Studium interessiert, wird sicher nicht beim Aufnahmetest zufällig ankreuzen.
- Sobald Kandidat K auch nur eine Antwortmöglichkeit einer Frage ausschließen kann, wäre die Voraussetzung für die Binomialverteilung verletzt. Genau aus diesem Grund wird die Universität mit zehn Multiple-Choice-Fragen nicht das Auslangen finden, da die Erfolgswahrscheinlichkeit für kompetenzbasiertes Antworten sicher wesentlich höher ist als 0,25.
- Die Unabhängigkeit der Wiederholung des Zufallsexperiments ist sicher dadurch verletzt, dass die einzelnen Kandidatinnen und Kandidaten aufgrund ihrer Vorbildung unterschiedliche Erfolgswahrscheinlichkeiten für die Beantwortung der einzelnen Fragen aufweisen. Somit kann unter diesen Voraussetzungen niemals von einer unabhängigen Wiederholung mit Zählen der Anzahl der Erfolge im Sinne eines Bernoulli-Experiments gesprochen werden.

Es sind auch weitere eigenständige Lösungen denkbar.

- b) Für die Lösung ist keine Binomialverteilung nötig, da das gesuchte Ereignis das Gegenereignis zur „Aufnahme“ darstellt. Somit beträgt die (von den Testautorinnen und Testautoren) angegebene Wahrscheinlichkeit:

$$P(\text{Ablehnung}) = 1 - P(\text{Aufnahme}) = 1 - 0,0004158 = 0,9995842$$

Die Ablehnung des Kandidaten K ist somit praktisch sicher.

Auch hier ist keine Binomialverteilung nötig, da ein Zufallsexperiment mit einer Erfolgswahrscheinlichkeit von 0,25 zehnmal unabhängig wiederholt wird, wobei bei jeder Wiederholung ein „Erfolg“ eintritt.

Die Wahrscheinlichkeit beträgt somit  $P(\text{Leistungsstipendium}) = 0,25^{10} \approx 0$ .

## Section Control

Aufgabennummer: 2_003	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-----------------------	--

Grundkompetenzen: WS 1.1, WS 1.3, WS 3.1, WS 3.2, WS 3.3

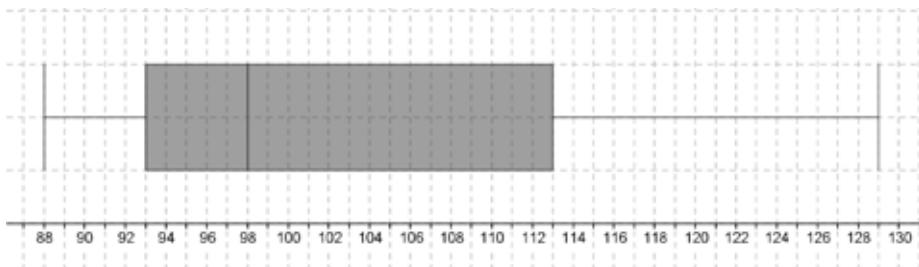
<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
---	--	---

Der Begriff *Section Control* (Abschnittskontrolle) bezeichnet ein System zur Überwachung von Tempolimits im Straßenverkehr, bei dem nicht die Geschwindigkeit an einem bestimmten Punkt gemessen wird, sondern die Durchschnittsgeschwindigkeit über eine längere Strecke. Dies geschieht mithilfe von zwei Überkopfkontrollpunkten, die mit Kameras ausgestattet sind. Das Fahrzeug wird sowohl beim ersten als auch beim zweiten Kontrollpunkt fotografiert.

Die zulässige Höchstgeschwindigkeit bei einer bestimmten Abschnittskontrolle beträgt 100 km/h. Da die Polizei eine Toleranz kleiner 3 km/h gewährt, löst die *Section Control* bei 103 km/h aus. Lenker/innen von Fahrzeugen, die dieses Limit erreichen oder überschreiten, machen sich strafbar und werden im Folgenden als „Temposünder“ bezeichnet.

Eine Stichprobe der Durchschnittsgeschwindigkeiten von zehn Fahrzeugen ist in der nachfolgenden Tabelle aufgelistet und im abgebildeten Boxplot dargestellt.

v in km/h	88	113	93	98	121	98	90	98	105	129
-----------	----	-----	----	----	-----	----	----	----	-----	-----



**Aufgabenstellung:**

- a) Bestimmen Sie den arithmetischen Mittelwert  $\bar{x}$  und die empirische Standardabweichung  $s$  der Durchschnittsgeschwindigkeiten in der Stichprobe!

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) zur Standardabweichung an!

Die Standardabweichung ist ein Maß für die Streuung um den arithmetischen Mittelwert.	<input type="checkbox"/>
Die Standardabweichung ist immer ca. ein Zehntel des arithmetischen Mittelwerts.	<input type="checkbox"/>
Die Varianz ist die quadrierte Standardabweichung.	<input type="checkbox"/>
Im Intervall $[\bar{x} - s; \bar{x} + s]$ der obigen Stichprobe liegen ca. 60 % bis 80 % der Werte.	<input type="checkbox"/>
Die Standardabweichung ist der arithmetische Mittelwert der Abweichungen von $\bar{x}$ .	<input type="checkbox"/>

- b) Bestimmen Sie aus dem Boxplot (Kastenschaubild) der Stichprobe den Median sowie das obere und untere Quartil! Geben Sie an, welche zwei Streumaße aus dem Boxplot ablesbar sind! Bestimmen Sie auch deren Werte!
- c) Die Erfahrung zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit, ein zufällig ausgewähltes Fahrzeug mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von mindestens 103 km/h zu erfassen, 14 % beträgt. Berechnen Sie den Erwartungswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  der Temposünder unter fünfzig zufällig ausgewählten Fahrzeuglenkern! Berechnen Sie, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass die Anzahl der Temposünder unter fünfzig Fahrzeuglenkern innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert, d. h. im Intervall  $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$  liegt!

## Möglicher Lösungsweg

a)  $\bar{x} = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{10} x_i = 103,3 \text{ km/h}$

$$s = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2} = 13,6 \text{ km/h}$$

Die Standardabweichung ist ein Maß für die Streuung um den arithmetischen Mittelwert.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Standardabweichung ist immer ca. ein Zehntel des arithmetischen Mittelwerts.	<input type="checkbox"/>
Die Varianz ist die quadrierte Standardabweichung.	<input checked="" type="checkbox"/>
Im Intervall $[\bar{x} - s; \bar{x} + s]$ der obigen Stichprobe liegen ca. 60 % bis 80 % der Werte.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Standardabweichung ist der arithmetische Mittelwert der Abweichungen von $\bar{x}$ .	<input type="checkbox"/>

- b) Daten aus dem Boxplot: Median ... 98 km/h; unteres Quartil ... 93 km/h; oberes Quartil ... 113 km/h; Spannweite ... 41 km/h; Quartilsabstand ... 20 km/h

- c) Lösung mittels Binomialverteilung

$$\mu = n \cdot p = 50 \cdot 0,14 = 7$$

$$\sigma = \sqrt{\mu \cdot (1-p)} = 2,45$$

$$\begin{aligned} P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) &= P(5 \leq X \leq 9) = \\ &= P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8) + P(X = 9) = \\ &= 0,1286 + 0,1570 + 0,1606 + 0,1406 + 0,1068 = 0,6936 = 69,36 \% \end{aligned}$$

## Wachstum einer Pflanze

Aufgabennummer: 2_004	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-----------------------	--

Grundkompetenzen: AG 2.3, AN 1.3, AN 2.1, AN 3.3

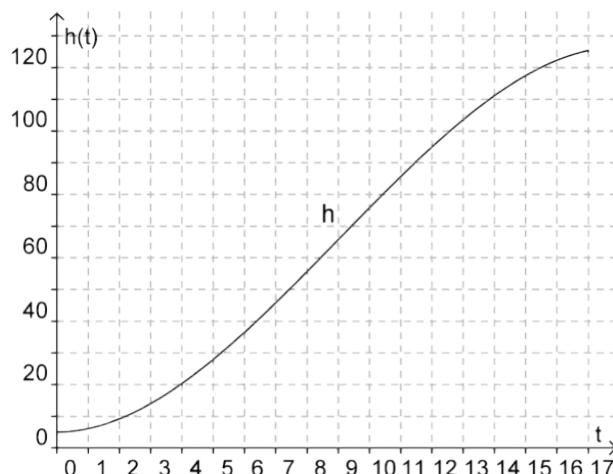
<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
---	--	---

Manche einjährige Nutz- und Zierpflanzen wachsen in den ersten Wochen nach der Pflanzung sehr rasch. Im Folgenden wird nun eine spezielle Sorte betrachtet. Die endgültige Größe einer Pflanze der betrachteten Sorte hängt auch von ihrem Standort ab und kann im Allgemeinen zwischen 1,0 m und 3,5 m liegen. Pflanzen dieser Sorte, die im Innenbereich gezüchtet werden, erreichen Größen von 1,0 m bis 1,8 m.

In einem Experiment wurde der Wachstumsverlauf dieser Pflanze im Innenbereich über einen Zeitraum von 17 Wochen beobachtet und ihre Höhe dokumentiert. Im Anschluss wurde die Höhe  $h$  dieser Pflanze in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  durch eine Funktion  $h$  mit

$$h(t) = \frac{1}{24} \cdot (-t^3 + 27t^2 + 120)$$

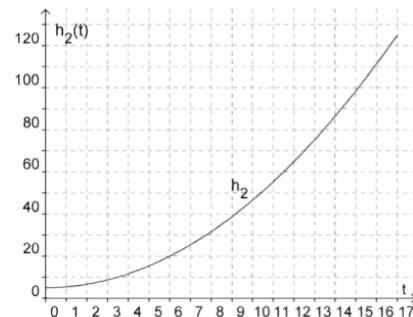
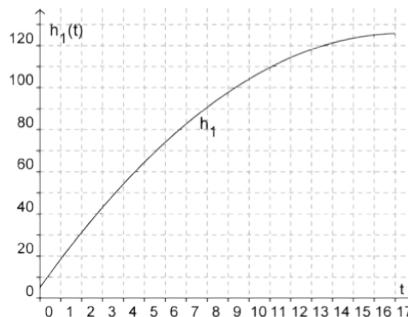
Pflanzung und  $h(t)$  die Höhe zum Zeitpunkt  $t$  in Zentimetern. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion  $h$  im Beobachtungszeitraum  $[0; 17]$ .



Aufgabenstellung:

- a) Berechnen Sie den Wert des Quotienten  $\frac{h(13) - h(9)}{4}$  und den Wert von  $h'(9)$ ! Geben Sie an, welche Bedeutung die beiden berechneten Ergebnisse im gegebenen Kontext haben!

- b) Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Funktion  $h$  im gegebenen Intervall keinen lokalen Hochpunkt hat! Begründen Sie Ihre Rechenschritte!
- c) Für das Wachstum der beobachteten Pflanze ist auch die entsprechende Düngung von Bedeutung. Im gegebenen Fall wurde die Pflanze zwei Wochen vor dem Zeitpunkt des stärksten Wachstums gedüngt. Ermitteln Sie diesen Zeitpunkt durch Rechnung! Begründen Sie Ihre Überlegungen!
- d) Im selben Zeitraum wurde das Höhenwachstum von zwei weiteren Pflanzen der gleichen Sorte beobachtet und modelliert. Die nachstehenden Abbildungen zeigen die Graphen der entsprechenden Funktionen  $h_1$  und  $h_2$ .



Vergleichen Sie das Krümmungsverhalten der Funktionen  $h$ ,  $h_1$  und  $h_2$  im Intervall  $[0; 17]$  und interpretieren Sie es im Hinblick auf das Wachstum der drei Pflanzen!

### Möglicher Lösungsweg

a)  $\frac{h(13) - h(9)}{4} \approx 9,47$

$$h'(t) = \frac{1}{24} \cdot (-3t^2 + 54t) = \frac{1}{8} \cdot (-t^2 + 18t)$$

$$h'(9) \approx 10,13$$

Die mittlere Wachstumsgeschwindigkeit im Zeitintervall [9; 13] beträgt rund 9,5 cm pro Woche. Die momentane Wachstumsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t = 9$ , d. h. nach 9 Wochen, beträgt rund 10,1 cm pro Woche.

- b) In einem lokalen Hochpunkt muss die Tangente an den Graphen horizontal sein, d. h., die 1. Ableitung muss den Wert 0 haben.

$$h'(t) = \frac{1}{24} \cdot (-3t^2 + 54t) = \frac{1}{8} \cdot (-t^2 + 18t)$$

$$t \cdot (-t + 18) = 0$$

$$t_1 = 0, t_2 = 18$$

Die Funktion hat an der Stelle  $t = 0$  ein lokales Minimum und an der Stelle  $t = 18$  ein lokales Maximum. Der Wert  $t = 18$  liegt nicht im Beobachtungsintervall, d. h., die Funktion hat im gegebenen Intervall keinen lokalen Hochpunkt.

c)  $h''(t) = \frac{1}{4} \cdot (-t + 9)$

Die Kurve ist für  $t < 9$  linksgekrümmt, d. h., die Wachstumsgeschwindigkeit nimmt zu.

Die Kurve ist für  $t > 9$  rechtsgekrümmt, d. h., die Wachstumsgeschwindigkeit nimmt ab.

Daher ist die Wachstumsgeschwindigkeit nach 9 Wochen am größten. Die Pflanze wurde also am Beginn der 8. Woche gedüngt.

Ein weiterer Lösungsansatz wäre, das Maximum der Wachstumsfunktion (also von  $h'$ ) zu bestimmen.

- d) Die Funktion  $h_1$  ist rechtsgekrümmt, die Funktion  $h_2$  ist linksgekrümmt, das Krümmungsverhalten der Funktion  $h$  ändert sich. Das bedeutet, die Wachstumsgeschwindigkeit derjenigen Pflanze, die durch  $h_1$  beschrieben wird, wird immer kleiner (sie wächst immer langsamer) und die Wachstumsgeschwindigkeit derjenigen Pflanze, die durch  $h_2$  beschrieben wird, wird immer größer (sie wächst immer schneller).

Im Vergleich dazu ändert sich das Monotonieverhalten der Wachstumsgeschwindigkeit bei derjenigen Pflanze, die durch  $h$  beschrieben wird, an der Stelle  $t = 9$  [vgl. c)].

## Mathematikschularbeiten

Aufgabennummer: 2_005	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-----------------------	--

Grundkompetenzen: WS 2.2, WS 3.1, WS 3.3

<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
--	--	---

Wenn in der Oberstufe in einem Semester höchstens zwei Mathematikschularbeiten vorgesehen sind, muss jede versäumte Schularbeit nachgeholt werden.

Ein Mathematiklehrer hat auf Basis seiner langjährigen Erfahrung die untenstehende Tabelle erstellt. Dabei beschreibt  $h(n)$  die relative Häufigkeit, dass bei einer Schularbeit insgesamt  $n$  Schüler/innen fehlen.

<b><i>n</i></b>	0	1	2	3	4	5	6	7	> 7
<b><i>h(n)</i></b>	0,15	0,15	0,2	0,3	0,1	0,05	0,03	0,02	0

### Aufgabenstellung:

- a) Geben Sie an, mit wie vielen Fehlenden der Mathematiklehrer im Durchschnitt bei jeder Schularbeit rechnen muss!

Lässt sich aus dem errechneten Durchschnittswert mit Sicherheit behaupten, dass bei jeder Mathematikschularbeit mindestens eine Schülerin/ein Schüler fehlt? Begründen Sie Ihre Antwort!

- b) Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Es kann nie passieren, dass acht Schüler/innen bei einer Schularbeit fehlen.	<input type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Mathematikschularbeit niemand fehlt, ist gleich groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Schülerin/ein Schüler fehlt.	<input type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit, dass drei Schüler/innen bei einer Mathematikschularbeit fehlen, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens zwei oder mindestens vier Schüler/innen fehlen.	<input type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Schularbeit nachgeholt werden muss, weil mindestens eine Schülerin/ein Schüler fehlt, beträgt 85 %.	<input type="checkbox"/>
Im Durchschnitt muss eine von vier Schularbeiten pro Jahr nicht nachgeholt werden.	<input type="checkbox"/>

In einer bestimmten Klasse werden im kommenden Schuljahr vier Schularbeiten (zwei pro Semester) geschrieben.

Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der Mathematikschularbeiten dieser Klasse, die aufgrund fehlender Schüler/innen nachgeholt werden müssen, berechnet werden kann!

$$P(X = k) = \dots \quad \text{mit } k = \dots$$

## Möglicher Lösungsweg

- a) Im Durchschnitt muss der Mathematiklehrer mit 2,42 Fehlenden rechnen.

Eine auf ganze Zahlen gerundete Antwort ist nicht korrekt, da der Erwartungswert nur statistische Aussagekraft hat und somit die Rundung die Aussage verändert.

Daraus lässt sich aber nicht mit Sicherheit behaupten, dass bei jeder Mathematikschularbeit jemand fehlt, da es sich dabei um eine statistische Kenngröße handelt, die keine konkrete Aussage über die einzelne Schularbeit erlaubt.

Eine Schülerantwort, die darauf abzielt, dass es entsprechend der empirischen Häufigkeitsverteilung mit 15%iger Häufigkeit zu keinem Fehlen kommt, ist als nicht korrekt zu bewerten, da in der Aufgabenstellung verlangt wird, den Erwartungswert zu interpretieren.

b)

Es kann nie passieren, dass acht Schüler/innen bei einer Schularbeit fehlen.	
Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Mathematikschularbeit niemand fehlt, ist gleich groß wie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Schülerin/ein Schüler fehlt.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Wahrscheinlichkeit, dass drei Schüler/innen bei einer Mathematikschularbeit fehlen, ist größer als die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens zwei oder mindestens vier Schüler/innen fehlen.	
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Schularbeit nachgeholt werden muss, weil mindestens eine Schülerin/ein Schüler fehlt, beträgt 85 %.	<input checked="" type="checkbox"/>
Im Durchschnitt muss eine von vier Schularbeiten pro Jahr nicht nachgeholt werden.	

$$P(X = k) = \binom{4}{k} \cdot 0,85^k \cdot 0,15^{4-k} \text{ mit } k = 0, 1, \dots, 4$$

## Ärztliche Untersuchung an einer Schule

Aufgabennummer: 2\_006

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

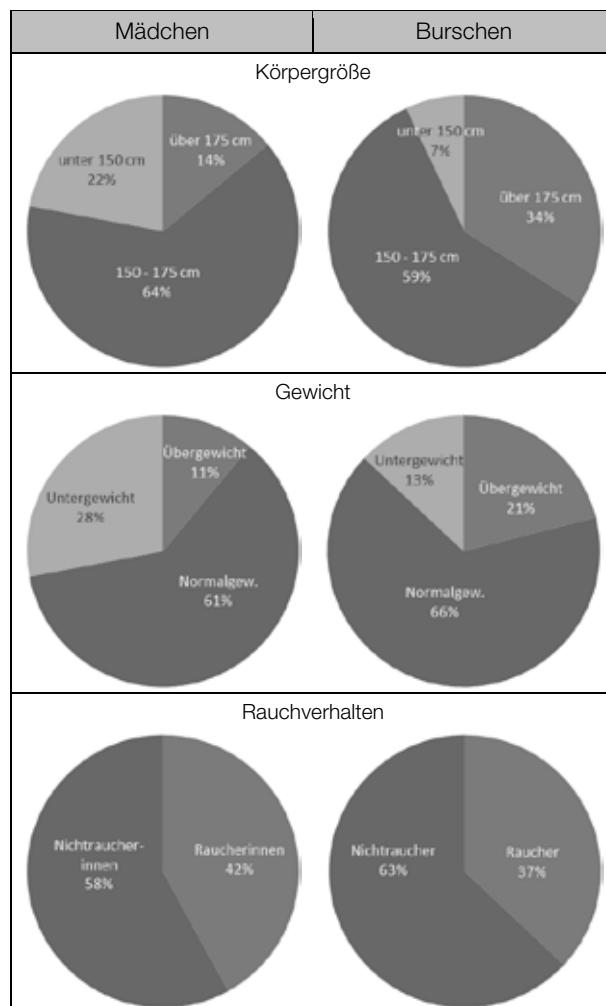
Grundkompetenzen: WS 2.2, WS 3.1, WS 3.2

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Eine Schulärztin hat die Untersuchung der Oberstufenschüler/innen einer Schule abgeschlossen. Die Auswertung der Ergebnisse ist in den nachstehenden Abbildungen grafisch dargestellt.



Von den einzelnen Klassen wurde dabei folgende Schüleranzahl erfasst:

Klasse	5A	5B	6A	6B	7A	7B	8A	8B
weiblich	18	22	20	16	16	15	12	18
männlich	14	9	7	9	10	11	13	8
gesamt	32	31	27	25	26	26	25	26

Aufgabenstellung:

- a) Geben Sie auf Basis der erhobenen Daten einen Term zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für folgendes Ereignis an, wobei angenommen wird, dass die angegebenen Prozentsätze unabhängig von der Schulstufe sind:

„In den 5. Klassen gibt es höchstens 2 Raucherinnen.“

In dieser Schule wurden die Schüler/innen nicht nach Klassen geordnet untersucht, sondern jede/r entschied selbst, wann sie/er zur Schulärztin ging (zufällige Reihenfolge angenommen).

Wie viele Schüler/innen musste die Schulärztin untersuchen, um mit absoluter Sicherheit mindestens eine Raucherin/einen Raucher aus den 5. Klassen zu finden, wenn sie weiß, dass es in den 5. Klassen mindestens eine/n davon gibt?

- b) Auf Basis der oben angeführten Daten wurde für die Burschen eines Jahrgangs der folgende statistische Kennwert ermittelt:

$$\mu = n \cdot p = 23 \cdot 0,34 = 7,82$$

Was drückt dieser Kennwert aus? Interpretieren Sie diesen Kennwert im gegebenen Zusammenhang und nutzen Sie dabei sowohl die grafische Abbildung der Untersuchungsergebnisse als auch die tabellarische Übersicht über die Klassenschülerzahlen.

Ist der so errechnete Kennwert aussagekräftig? Begründen Sie Ihre Antwort!

## Möglicher Lösungsweg

- a)  $X \dots$  Anzahl der Raucherinnen aus allen 5. Klassen

$X \dots$  Binomialverteilung mit  $n = 40, p = 0,42$

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$$

$$= \binom{40}{0} \cdot 0,42^0 \cdot 0,58^{40} + \binom{40}{1} \cdot 0,42^1 \cdot 0,58^{39} + \binom{40}{2} \cdot 0,42^2 \cdot 0,58^{38}$$

Da in der Angabe nur statistische Aussagen gemacht werden, aufgrund derer nicht mit Sicherheit behauptet werden kann, ob es mehr als eine Raucherin/einen Raucher in den 5. Klassen gibt, müssen alle Schüler/innen untersucht werden, um mit Sicherheit eine Raucherin/einen Raucher in der 5. Klasse zu finden.

- b) In allen 5. Klassen zusammen gibt es 23 Burschen. Der Prozentsatz der Burschen mit einer Körpergröße von über 175 cm beträgt 34 %.

Somit drückt der berechnete Wert  $\mu = n \cdot p = 23 \cdot 0,34 = 7,82$  die Anzahl der zu erwartenden Burschen in den 5. Klassen mit einer Körpergröße von über 175 cm aus.

Wesentlich für die Richtigkeit der Antwort sind:

- sinngemäße Formulierung für „Erwartungswert“
- Burschen aus 5. Klassen mit über 175 cm Körpergröße

Eine Rundung auf 8 ist in diesem Zusammenhang als falsch zu werten, da es sich bei  $\mu$  nur um einen statistischen Kennwert und nicht um einen realen Ausgang eines Zufalls-experiments handelt.

Da die Daten für die gesamte Oberstufe ausgewertet sind und Schüler/innen während der Oberstufe noch wachsen, werden voraussichtlich weniger so große Schüler in den 5. Klassen zu finden sein. Somit ist der errechnete Erwartungswert nicht aussagekräftig bzw. sinnvoll.

Wesentlich für die Richtigkeit der Antwort ist die sinngemäße Darstellung einer der folgenden Interpretationen:

- Die unabhängige Wiederholung (im Sinne des Bernoulli-Experiments) ist nicht gegeben.
- Die verwendete Wahrscheinlichkeit (über 175 cm Körpergröße) bzw. relative Häufigkeit ist auf die beobachtete Eigenschaft (Bursch aus 5. Klassen) nicht anzuwenden.

Die Burschen/Jugendlichen wachsen im Laufe der Oberstufe, daher ist die relative Häufigkeit auf diese Gruppe nur eingeschränkt übertragbar.

## Glücksrad

Aufgabennummer: 2\_007

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

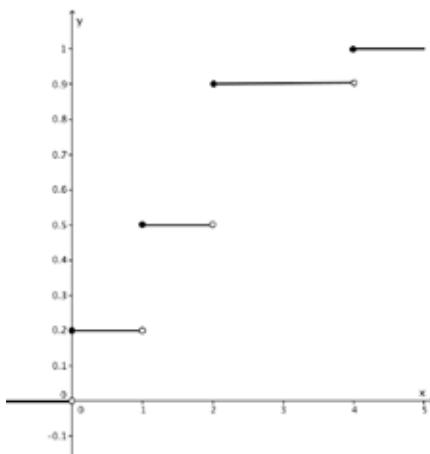
Grundkompetenzen: FA 1.4, WS 3.1

- |  |  |   |
|--|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich | <input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich | <input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich |
|--|--|---|

Auf einem Jahrmarkt werden nach dem Drehen eines Glücksrades € 0, € 1, € 2 oder € 4 ausbezahlt. Jedes Mal, bevor das Rad gedreht wird, ist eine Spielgebühr  $e$  (in €) zu entrichten.

Der Spielbetreiber hat für mathematisch Interessierte den Graphen einer sogenannten kumulativen Verteilungsfunktion  $F$  mit  $F(x) = P(X \leq x)$  angegeben. Die Zufallsvariable  $X$  gibt dabei die Größe des auszuzahlenden Betrags an. Aus der Abbildung lassen sich die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Auszahlungsbeträge ermitteln, wobei die Variable  $x$  angibt, welche Werte die Zufallsvariable  $X$  annimmt, d. h. wie groß die einzelnen auszuzahlenden Beträge sind.

Bei diesem Spiel sind sie, wie oben angegeben, € 0, € 1, € 2 oder € 4.



Aufgabenstellung:

- a) Ermitteln Sie mithilfe der Graphik die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen  $X$  und tragen Sie die entsprechenden Werte in der nachstehenden Tabelle ein!

Auszahlungsbetrag $x$ in €	0	1	2	4
$P(X = x)$				

Begründen Sie, warum die Funktion  $F$  monoton steigend ist und warum das Maximum von  $F$  immer 1 sein muss!

- b) Der Erwartungswert von  $X$  beträgt bei diesem Spiel € 1,50, d. h., im Mittel beträgt der auszuzahlende Betrag € 1,50.

Versetzen Sie sich in die Lage des Spielbetreibers. Wie groß wählen Sie den Betrag der Spielgebühr  $e$  pro Drehung mindestens, wenn Sie die Größe des Erwartungswerts von  $X$  kennen? Geben Sie eine Begründung für Ihre Wahl an!

Die Zufallsvariable  $Y$  gibt die Höhe des (tatsächlichen) Gewinns aus der Sicht der Spielerin/des Spielers an.

Welche Werte  $y$  wird der Gewinn in Abhängigkeit von  $e$  bei den bekannten Auszahlungsbeträgen € 0, € 1, € 2 oder € 4 annehmen?

Vervollständigen Sie die Tabelle und geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $Y$  an!

Gewinn $y$ in €				
$P(Y = y)$				

### Möglicher Lösungsweg

a)

Auszahlungsbetrag $x$ in €	0	1	2	4
$P(X = x)$	0,2	0,3	0,4	0,1

Eine kumulierte Verteilungsfunktion entsteht durch Summenbildung der Einzelwahrscheinlichkeiten. Da die Einzelwahrscheinlichkeiten definitionsgemäß immer größer oder gleich 0 sein müssen, ist die Funktion  $F$  monoton steigend. Das Maximum muss 1 sein, da die Summe aller Einzelwahrscheinlichkeiten einer Wahrscheinlichkeitsverteilung 1 ergeben muss.

b)

- e muss größer als € 1,50 sein, da der Spielbetreiber auf lange Sicht einen Gewinn und keinen Verlust erzielen möchte, der sich aus  $e - 1,5 > 0$  errechnet.

Gewinn $y$ in €	$0 - e$	$1 - e$	$2 - e$	$4 - e$
$P(Y = y)$	0,2	0,3	0,4	0,1

## Haber'sche Regel

Aufgabennummer: 2\_008

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Grundkompetenzen: AG 1.2, FA 1.2, FA 1.4, FA 1.7, FA 3.3

<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
---	--	---

Abhängig von der Dosis von Giftgasen und der Dauer ihrer Einwirkung kann es zu toxischen Wirkungen bei lebenden Organismen kommen. Diesen Zusammenhang untersuchte der deutsche Chemiker Fritz Haber. Die nach ihm benannte Haber'sche Regel  $c \cdot t = W$  (mit  $W$  = konstant) beschreibt den Zusammenhang zwischen toxischen Wirkungen  $W$  (in  $\text{mg} \cdot \text{min} \cdot \text{L}^{-1}$  oder  $\text{ppm} \cdot \text{min}$ ), der Einwirkzeit  $t$  (in min) der Verabreichung und der Wirkkonzentration  $c$  (in ppm oder  $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$ ) eines Giftstoffes.

Die toxische Wirkung kann eine Erkrankung (beispielsweise Krebs) hervorrufen oder den Tod des diesem Gift ausgesetzten Lebewesens bedeuten. Nicht am Erbgut angreifende Gifte zeigen erst dann eine Wirkung  $W$ , wenn eine für das Gift spezifische Konzentration (Schwellenkonzentration  $e$ ) erreicht wird. Zum Beispiel hat Kohlenmonoxid keinen schädlichen Effekt, wenn seine Konzentration unter einem Wert von 5 ppm liegt. Für Gifte mit einer Schwellenkonzentration  $e$  wird die Haber'sche Regel abgewandelt dargestellt:  $(c - e) \cdot t = W$  (mit  $W$  = konstant).

### Aufgabenstellung:

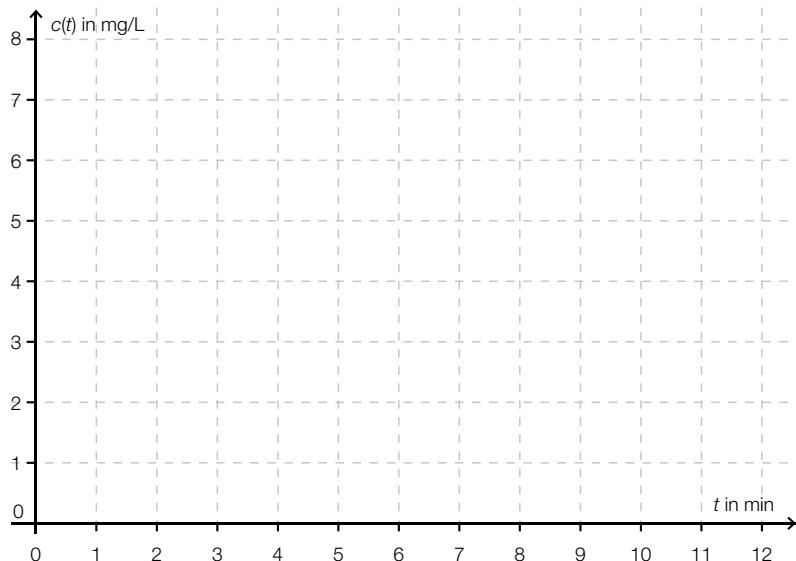
- a) Die Haber'sche Regel  $c \cdot t = W$  (mit  $W$  = konstant) kann als Funktion  $c$  in Abhängigkeit von der Variablen  $t$  geschrieben werden.

Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an!

Bei der Funktion $c$ handelt es sich um eine lineare Funktion $f$ vom Typ $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ .	<input type="checkbox"/>
Bei der Funktion $c$ handelt es sich um eine Potenzfunktion $f$ vom Typ $f(x) = a \cdot x^z$ mit $z \in \mathbb{Z}$ .	<input type="checkbox"/>
Bei der Funktion $c$ handelt es sich um eine Potenzfunktion $f$ vom Typ $f(x) = a \cdot x^n + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ .	<input type="checkbox"/>
Bei der Funktion $c$ handelt es sich um eine Polynomfunktion $f$ vom Typ $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i \cdot x^i$ mit $a_i \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ .	<input type="checkbox"/>
Bei der Funktion $c$ handelt es sich um eine Exponentialfunktion $f$ vom Typ $f(x) = a \cdot b^x$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x}$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+, \lambda \in \mathbb{R}$ .	<input type="checkbox"/>
Bei der Funktion $c$ handelt es sich um eine konstante Funktion $f$ vom Typ $f(x) = a$ mit $a \in \mathbb{R}$ .	<input type="checkbox"/>

Phosgen ist ein sehr giftiges Gas. Ein Lebewesen wird für eine Zeitspanne von 10 Minuten diesem Giftgas in einer Wirkkonzentration von 0,3 mg/L ausgesetzt. Geben Sie jene Wirkkonzentration in mg/L an, mit der in nur einer Minute die gleiche toxische Wirkung erreicht wird.

- b) Stellen Sie den Zusammenhang zwischen der Wirkkonzentration  $c$  (in mg/L) und der Einwirkzeit  $t$  (in min) für eine Wirkung von  $W = 2 \text{ mg} \cdot \text{min} \cdot \text{L}^{-1}$  dar!



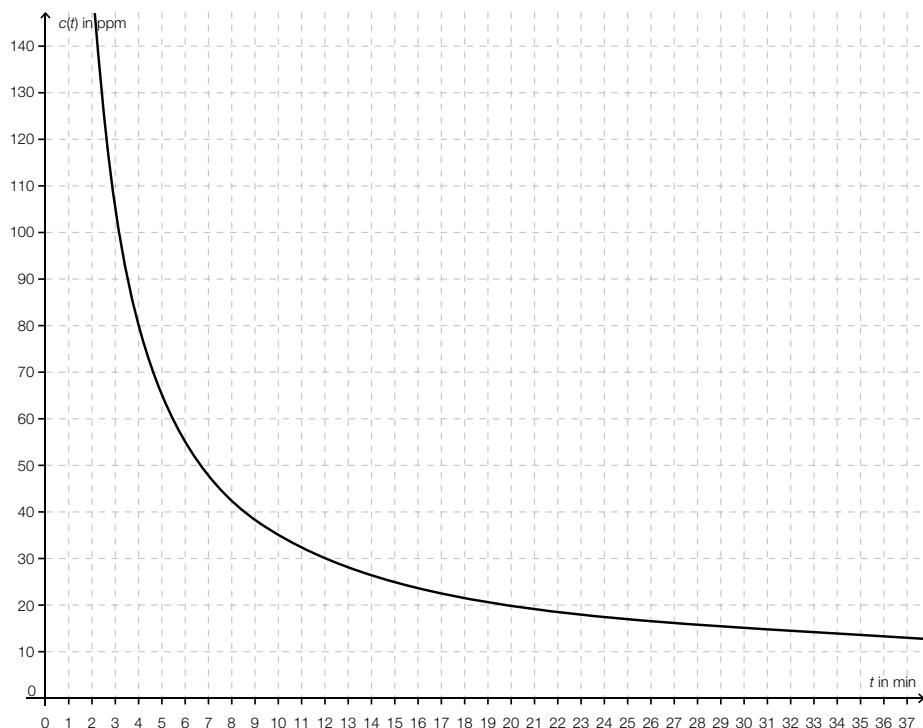
Die beiden Textfelder sind so zu ergänzen, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht. Kreuzen Sie dazu in der ersten und der zweiten Spalte jeweils die passende Aussage an!

Die Größen  $c$  und  $t$  in der Haber'schen Regel  $c \cdot t = W$  (mit  $W = \text{konstant}$ ) sind zueinander ①, weil ② dieselbe Wirkung  $W$  erzielt wird.

①	
direkt proportional	<input type="checkbox"/>
indirekt proportional	<input type="checkbox"/>
weder indirekt noch direkt proportional	<input type="checkbox"/>

②	
bei Erhöhung der Einwirkzeit $t$ auf das $n$ -Fache und Reduktion der Konzentration $c$ auf den $n$ -ten Teil	<input type="checkbox"/>
bei Erhöhung der Einwirkzeit $t$ auf das $n$ -Fache und beliebiger Konzentration $c$	<input type="checkbox"/>
bei Erhöhung der Einwirkzeit $t$ auf das $n$ -Fache und Erhöhung der Konzentration $c$ auf das $n$ -Fache	<input type="checkbox"/>

- c) Ein nicht näher bezeichnetes Giftgas hat eine natürliche Schwellenkonzentration von  $e = 5 \text{ ppm}$ . Bei einer Einwirkzeit von 10 min liegt die tödliche Dosis (letale Dosis) bei etwa  $c = 35 \text{ ppm}$ . Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Konzentration  $c$  in Abhängigkeit von der Einwirkzeit  $t$  bei der letalen Dosis.



Lesen Sie aus dem Graphen die letale Dosis des angegebenen Giftes für einen Menschen bei einer Einwirkzeit von 20 Minuten ab! Interpretieren Sie das Ergebnis im Vergleich zu den Angabewerten!

- d) Die abgewandelte Haber'sche Regel  $(c - e) \cdot t = W$  (mit  $W$  = konstant) kann als eine Funktion  $c$  in Abhängigkeit von der Einwirkzeit  $t$  geschrieben werden.

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Der Wert $e$ ist im Funktionsterm der Funktion $c$ eine additive Konstante.	<input type="checkbox"/>
Der Wert $e$ ist im Funktionsterm der Funktion $c$ eine multiplikative Konstante.	<input type="checkbox"/>
Der Wert $e$ ist im Funktionsterm der Funktion $c$ eine von $t$ abhängige Variable.	<input type="checkbox"/>
Der Wert $e$ ist im Funktionsterm der Funktion $c$ nicht mehr vorhanden, weil der Wert $e$ bei der Umformung wegfällt.	<input type="checkbox"/>
Der Wert $e$ ist im Funktionsterm der Funktion $c$ immer gleich groß wie $W$ .	<input type="checkbox"/>

Die Haber'sche Regel ohne Schwellenkonzentration lautet  $c \cdot t = W$ , die Form mit Schwellenkonzentration  $e$  und mit derselben biologischen Wirkungskonstante  $W$  lautet  $(c - e) \cdot t = W$ . Woran erkennt man an der graphischen Darstellung beider Funktionen  $c$  mit  $c(t)$ , um welche es sich handelt? Begründen Sie!

## Möglicher Lösungsweg

a) Funktionsterm:  $c(t) = \frac{W}{t}$

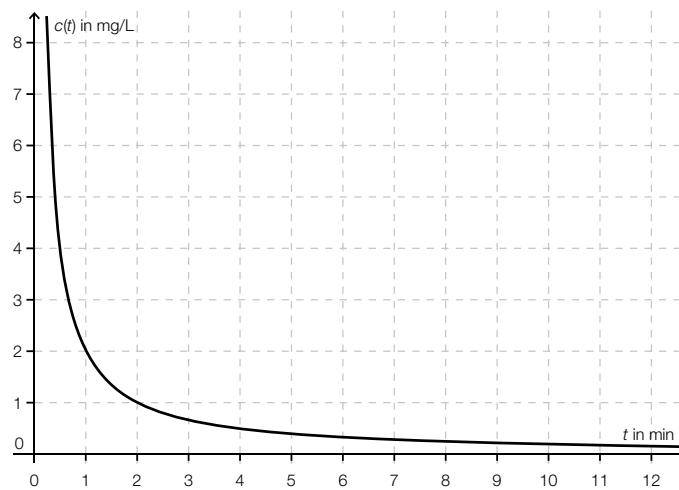
Bei der Funktion $c$ handelt es sich um eine Potenzfunktion $f$ vom Typ $f(x) = a \cdot x^z$ mit $z \in \mathbb{Z}$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

$$W = c \cdot t = 0,3 \frac{\text{mg}}{\text{L}} \cdot 10 \text{ min} = 3 \text{ mg} \cdot \text{min} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\rightarrow c(t) = \frac{3}{t} \Rightarrow c(1) = 3$$

Die Konzentration beträgt 3 mg/L. (Der Rechengang sowie die Einheiten sind für das Erreichen des Punktes nicht von Bedeutung.)

b)



Die Größen  $c$  und  $t$  in der Haber'schen Regel  $c \cdot t = W$  (mit  $W = \text{konstant}$ ) sind zueinander ①, weil ② dieselbe Wirkung  $W$  erzielt wird.

①	
indirekt proportional	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
bei Erhöhung der Einwirkzeit $t$ auf das $n$ -Fache und Reduktion der Konzentration $c$ auf den $n$ -ten Teil	<input checked="" type="checkbox"/>

- c) Die letale Dosis beträgt für eine Einwirkzeit von 20 Minuten zirka 20 ppm.

Verdoppelt sich die Einwirkzeit, so halbiert sich die letale Dosis hier nicht. Durch das Vorhandensein einer Schwellenkonzentration von 5 ppm liegt das Ergebnis höher als die Hälfte von 35 ppm.

- d) Funktionsterm:  $c(t) = \frac{W}{t} + e$

Der Wert $e$ ist im Funktionsterm der Funktion $c$ eine additive Konstante.	<input checked="" type="checkbox"/>

Der Wert  $e$  ist im Funktionsterm der Funktion  $c$  eine additive Konstante, dadurch wird der Graph der Funktion  $c(t) = \frac{W}{t} + e$  entlang der  $y$ -Achse verschoben.

Die Haber'sche Regel ohne Schwellenkonzentration lautet  $c \cdot t = W$  und hat als Funktion  $c$  mit  $c(t)$  gesehen die beiden Achsen als Asymptoten.

Die Haber'sche Regel mit Schwellenkonzentration  $(c - e) \cdot t = W$  mit derselben biologischen Wirkungskonstante  $W$  besitzt statt der  $x$ -Achse an der Stelle  $y = e$  eine Asymptote. Der Graph dieser Funktion ist entlang der  $y$ -Achse um den Wert  $e$  verschoben. (Adäquate Antworten sind als richtig zu werten.)

## Gewinnfunktion

Aufgabennummer: 2_009	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-----------------------	--

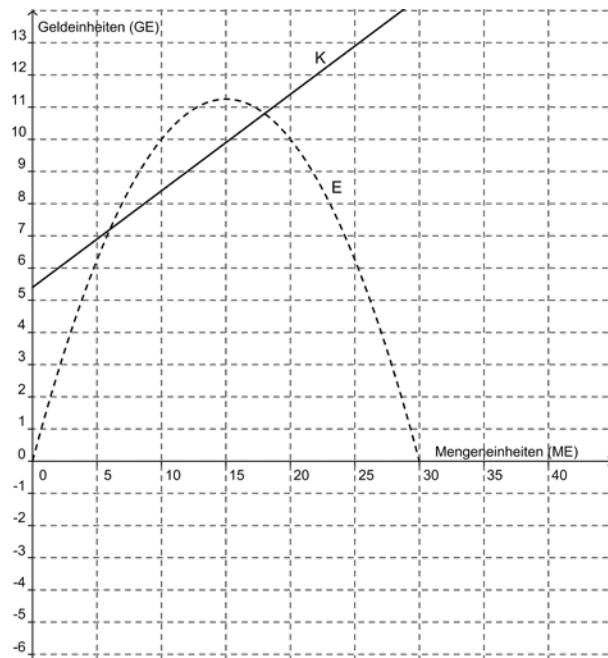
Grundkompetenzen: AG 2.3, FA 1.4, FA 1.6, FA 1.7, FA 2.3

<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
---	--	---

In einem Unternehmen werden die Entwicklungen der Kosten  $K$  und des Erlöses  $E$  in Geldeinheiten (GE) bei variabler Menge  $x$  in Mengeneinheiten (ME) beobachtet. Als Modelfunktionen werden die Erlösfunktion  $E$  mit  $E(x) = -0,05 \cdot x^2 + 1,5 \cdot x$  und eine Kostenfunktion  $K$  mit  $K(x) = 0,3 \cdot x + 5,4$  angewendet. Alle produzierten Mengeneinheiten werden vom Unternehmen abgesetzt.

**Aufgabenstellung:**

- Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der Funktionsgraphen von  $E$  und  $K$ ! Beschreiben Sie, welche Informationen die Koordinaten dieser Schnittpunkte für den Gewinn des Unternehmens liefern!
- Zeichnen Sie den Graphen der Gewinnfunktion  $G$  in die untenstehende Abbildung ein! Markieren Sie in der Abbildung den Gewinn im Erlösmaximum!



- c) Berechnen Sie den zu erwartenden Gewinn, wenn 13 Mengeneinheiten produziert und abgesetzt werden!

Bei der gegebenen Kostenfunktion  $K$  gibt der Wert 5,4 die Fixkosten an. Im Folgenden werden Aussagen getroffen, die ausschließlich die Änderung der Fixkosten in Betracht ziehen. Kreuzen Sie die für den gegebenen Sachverhalt zutreffende(n) Aussage(n) an!

Eine Senkung der Fixkosten bewirkt eine breitere Gewinnzone, d.h., der Abstand zwischen den beiden Nullstellen der Gewinnfunktion wird größer.	<input type="checkbox"/>
Eine Veränderung der Fixkosten hat keine Auswirkung auf diejenige Stückzahl, bei der der höchste Gewinn erzielt wird.	<input type="checkbox"/>
Eine Erhöhung der Fixkosten steigert die Höhe des maximalen Gewinns.	<input type="checkbox"/>
Eine Veränderung der Fixkosten hat keine Auswirkung auf die Höhe des maximalen Gewinns.	<input type="checkbox"/>
Eine Senkung der Fixkosten führt zu einer Erhöhung des Gewinns.	<input type="checkbox"/>

## Möglicher Lösungsweg

a)  $-0,05 \cdot x^2 + 1,5 \cdot x = 0,3 \cdot x + 5,4$   
 $-0,05 \cdot x^2 + 1,2 \cdot x - 5,4 = 0$

Die Lösung der quadratischen Gleichung führt zu den Lösungen  $x_1 = 6$  und  $x_2 = 18$   
 $\rightarrow S_1(6|7,2)$  und  $S_2(18|10,8)$ .

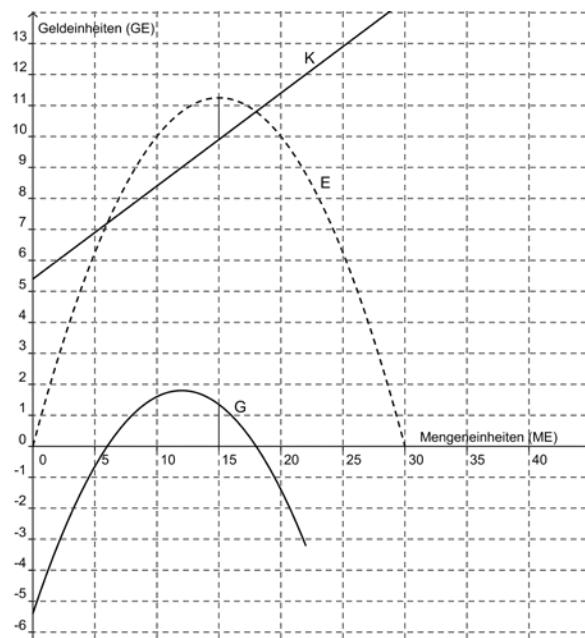
Reflexion beispielsweise:

Für die Mengen  $x_1$  und  $x_2$  sind Erlös und Kosten jeweils gleich groß, der Gewinn ist daher null.

Für die Stückzahlen  $x_1$  und  $x_2$  wird kein Gewinn erzielt.

Für den Stückzahlabreich  $(x_1; x_2)$  wird ein Gewinn erzielt.

- b) Eine der möglichen Markierungen für den Gewinn reicht in der Lösung aus.



$G(x)$  einzeichnen

Markierung des Gewinns

- c)  $G(x) = -0,05 \cdot x^2 + 1,2 \cdot x - 5,4$   
 $G(13) = 1,75$  GE (Geldeinheiten)

Eine Senkung der Fixkosten bewirkt eine breitere Gewinnzone, d.h., der Abstand zwischen den beiden Nullstellen der Gewinnfunktion wird größer.	<input checked="" type="checkbox"/>
Eine Veränderung der Fixkosten hat keine Auswirkung auf diejenige Stückzahl, bei der der höchste Gewinn erzielt wird.	<input checked="" type="checkbox"/>
Eine Erhöhung der Fixkosten steigert die Höhe des maximalen Gewinns.	
Eine Veränderung der Fixkosten hat keine Auswirkung auf die Höhe des maximalen Gewinns.	
Eine Senkung der Fixkosten führt zu einer Erhöhung des Gewinns.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Baumwachstum

Aufgabennummer: 2\_010

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Grundkompetenzen: AN 1.2, AN 1.3, FA 1.5, FA 5.1, FA 5.3

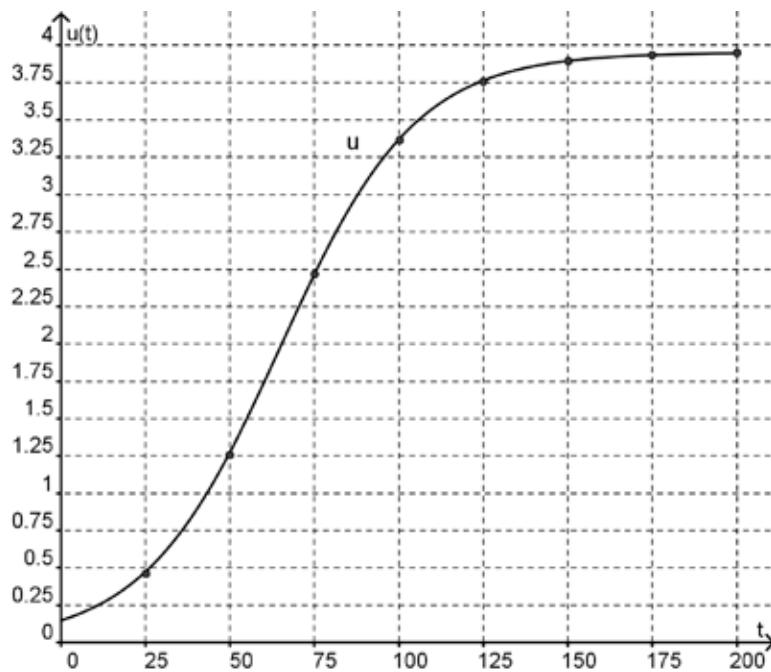
- |   |  |   |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich | <input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich | <input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich |
|---|--|---|

An einem gefällten Baum kann anhand der Jahresringe der jeweilige Umfang des Baumstamms zu einem bestimmten Baumalter ermittelt werden. Die Untersuchung eines Baumes ergab folgende Zusammenhänge zwischen Alter und Umfang:

Alter $t$ (in Jahren)	25	50	75	100	125	150	175	200
Umfang $u$ (in Metern)	0,462	1,256	2,465	3,370	3,761	3,895	3,934	3,950

Der Zusammenhang zwischen Alter und Umfang kann durch eine Wachstumsfunktion  $u$  beschrieben werden, wobei der Wert  $u(t)$  den Umfang zum Zeitpunkt  $t$  angibt.

In der nachstehenden Graphik sind die gemessenen Werte und der Graph der Wachstumsfunktion  $u$  veranschaulicht.



**Aufgabenstellung:**

- a) Innerhalb der ersten 50 Jahre wird eine exponentielle Zunahme des Umfangs angenommen. Ermitteln Sie aus den Werten der Tabelle für 25 und 50 Jahre eine Wachstumsfunktion für diesen Zeitraum!

Begründen Sie mittels einer Rechnung, warum dieses Modell für die darauffolgenden 25 Jahre nicht mehr gilt!

- b) Berechnen Sie den Differenzenquotienten im Zeitintervall von 75 bis 100 Jahren! Geben Sie an, was dieser Wert über das Wachstum des Baumes aussagt!

Erläutern Sie, was die 1. Ableitungsfunktion  $u'$  im gegebenen Zusammenhang beschreibt!

- c) Schätzen Sie mithilfe der Grafik denjenigen Zeitpunkt ab, zu dem der Umfang des Baumes am schnellsten zugenommen hat! Geben Sie den Namen des charakteristischen Punktes des Graphen der Funktion an, der diesen Zeitpunkt bestimmt!

Beschreiben Sie, wie dieser Zeitpunkt rechnerisch ermittelt werden kann, wenn die Wachstumsfunktion  $u$  bekannt ist!

- d) Die beiden Wachstumsfunktionen  $f$  und  $g$  mit  $f(t) = a \cdot q^t$  und  $g(t) = b \cdot e^{k \cdot t}$  beschreiben denselben Wachstumsprozess, sodass  $f(t) = g(t)$  für alle  $t$  gelten muss. Geben Sie die Zusammenhänge zwischen den Parametern  $a$  und  $b$  beziehungsweise  $q$  und  $k$  jeweils in Form einer Gleichung an!

Geben Sie an, welche Werte die Parameter  $q$  und  $k$  annehmen können, wenn die Funktionen  $f$  und  $g$  im Zusammenhang mit einer exponentiellen Abnahme verwendet werden!

## Möglicher Lösungsweg

- a)  $f(t) = a \cdot q^t$   
 $\rightarrow 1,256 = a \cdot q^{50}$  bzw.  $0,462 = a \cdot q^{25}$   
 $\rightarrow$  (Division)  $2,71861 = q^{25}$   
 $\rightarrow q \approx 1,0408$   
 $\rightarrow a = \frac{0,462}{q^{25}} \rightarrow a \approx 0,17$   
 $\rightarrow$  (näherungsweise)  $f(t) = 0,17 \cdot 1,0408^t$  bzw.  $f(t) = 0,17 \cdot e^{0,04t}$  da  $\ln(1,0408) \approx 0,04$

Begründung dafür, dass das Modell für die nächsten 25 Jahre nicht passend ist:

Nach dem Modell gilt  $f(75) = 0,17 \cdot 1,0408^{75} \approx 3,412$ . Dieser Wert weicht signifikant vom gemessenen Wert ab und spricht daher gegen eine Verwendung des exponentiellen Modells in den nächsten 25 Jahren.

- b) Differenzenquotient:  $\frac{3,370 - 2,465}{100 - 75} \approx 0,036$

Die durchschnittliche Zunahme zwischen 75 und 100 Jahren beträgt 3,6 cm pro Jahr.

Die 1. Ableitungsfunktion gibt die momentane Wachstumsrate an.

- c) Der charakteristische Punkt ist der Wendepunkt. Die Wendestelle der Funktion bestimmt den Zeitpunkt für das maximale jährliche Wachstum des Baumumfangs. Am schnellsten nimmt der Baum bei etwa 65 Jahren an Umfang zu (Lösungsintervall [55; 75]).
- Die Nullstelle der 2. Ableitungsfunktion bestimmt in diesem Fall denjenigen Zeitpunkt, zu dem der Baumumfang am schnellsten zunimmt.

- d)  $f(0) = a$  und  $g(0) = b$ , daraus folgt:  $a$  und  $b$  sind gleich.

Da  $q^t = e^{k \cdot t}$  gilt, folgt  $\ln(q) = k$  bzw.  $q = e^k$ .

Bei einer Zerfallsfunktion muss  $0 < q < 1$  bzw.  $k < 0$  gelten.

## Erlös und Gewinn

Aufgabennummer: 2\_011

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Grundkompetenzen: FA 1.6, FA 1.7, FA 2.1, AN 3.3

keine Hilfsmittel erforderlich

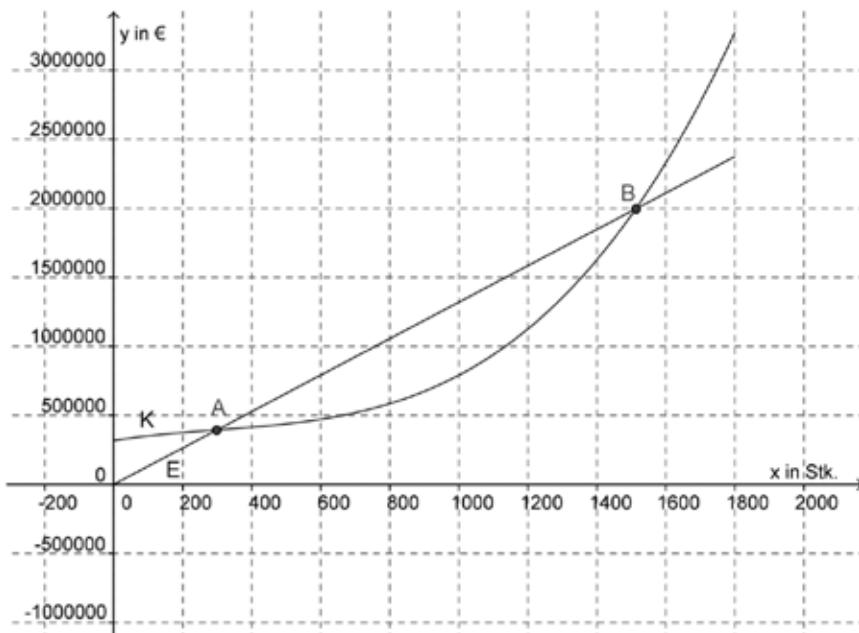
gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Eine Digital-Spiegelreflexkamera wird zu einem Stückpreis von € 1.320 angeboten.

Ein Produktionsbetrieb kann monatlich maximal 1 800 Stück dieser Kamera produzieren. Es wird dabei angenommen, dass der Verkaufspreis unabhängig von der verkauften Stückzahl  $x$  konstant gehalten wird und alle produzierten Kameras auch verkauft werden. Die Funktion  $K$  mit  $K(x) = 0,00077x^3 - 0,693x^2 + 396x + 317\,900$  beschreibt die Gesamtkosten  $K$  für die Produktion in Abhängigkeit von der produzierten Stückzahl  $x$ .

Die Graphen der Kostenfunktion  $K$  und der Erlösfunktion  $E$  sind in der nachstehenden Grafik dargestellt.

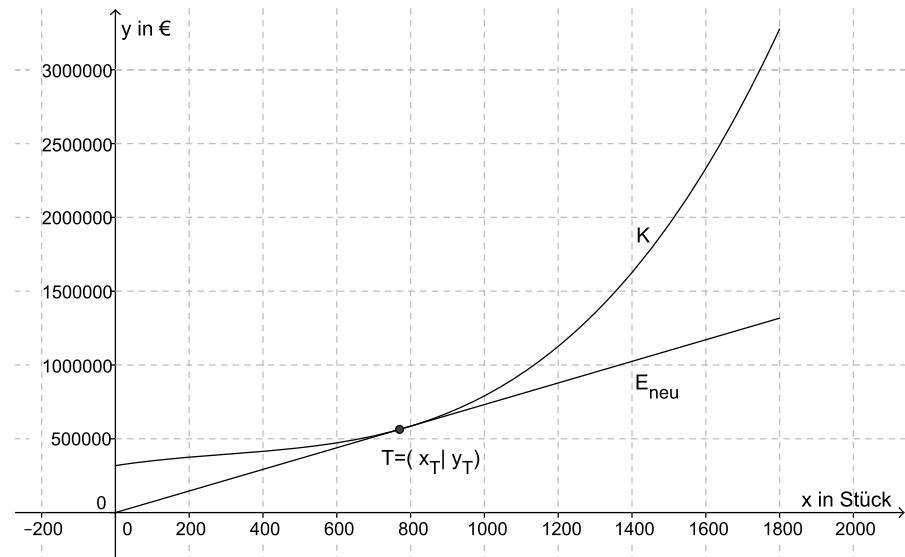


**Aufgabenstellung:**

- a) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Gewinnfunktion  $G$  ein!

Eine Stückpreisänderung wurde vorgenommen und hat bewirkt, dass der Break-even-Point bei einer geringeren Stückzahl erreicht wird. Geben Sie an, wie der Stückpreis verändert wurde und welchen Einfluss diese Veränderung auf die Lage der Nullstellen der Gewinnfunktion  $G$  und den Gewinnbereich hat!

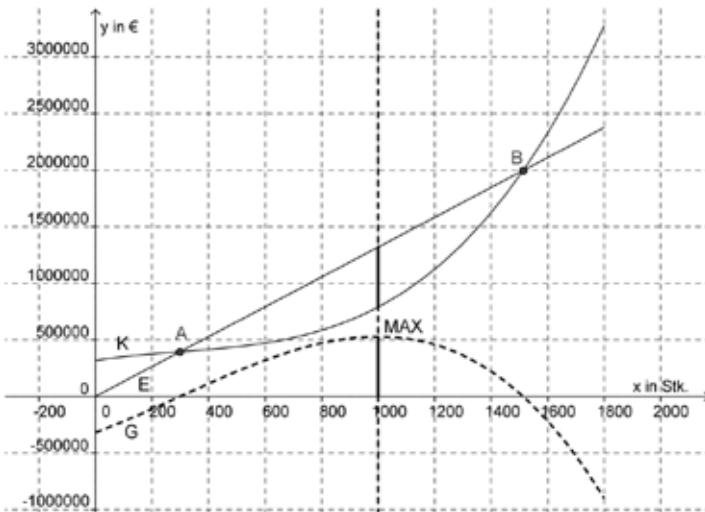
- b) Erstellen Sie die Gleichung der Gewinnfunktion  $G$ !  
Berechnen Sie diejenige Stückzahl, bei der der Gewinn maximal wird!
- c) In der nachstehenden Grafik wurde die Erlösfunktion so abgeändert, dass die Graphen der Kostenfunktion  $K$  und der Erlösfunktion  $E_{\text{neu}}$  einander im Punkt  $T$  berühren.  
Bestimmen Sie die Gleichung der Erlösfunktion  $E_{\text{neu}}$ !



Interpretieren Sie die Koordinaten des Punktes  $T$  im gegebenen Kontext und erklären Sie, welche Auswirkungen die Änderung der Erlösfunktion auf den Gewinnbereich hat!

## Möglicher Lösungsweg

- a) Graph der Gewinnfunktion:



Der Stückpreis muss erhöht werden. Die Nullstellen liegen weiter auseinander, das heißt, der Gewinnbereich wird größer.

- b) Gewinnfunktion:

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

$$G(x) = 1320x - (0,00077x^3 - 0,693x^2 + 396x + 317900)$$

$$G(x) = -0,00077x^3 + 0,693x^2 + 924x - 317900$$

Bedingung für maximalen Gewinn:

$$G'(x) = 0$$

$$G'(x) = -0,00231x^2 + 1,386x + 924$$

$$-0,00231x^2 + 1,386x + 924 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1,386 \pm \sqrt{1,386^2 + 4 \cdot 0,00231 \cdot 924}}{-0,00462} = \begin{cases} (-400) \\ 1000 \end{cases}$$

Der maximale Gewinn wird bei einer Stückzahl von 1 000 erzielt.

- c) Die Gleichung der Erlösfunktion  $E_{\text{neu}}$  lautet:

$$E_{\text{neu}}(x) = \frac{y_T}{x_T} \cdot x$$

Nur bei der Produktionsmenge von  $x_T$  Stück wird genau kostendeckend produziert.  
Kosten und Erlös betragen je  $\epsilon y_T$ .

Bei dieser Produktionsmenge ist es nicht möglich, mit Gewinn zu produzieren.

## Kostenfunktion

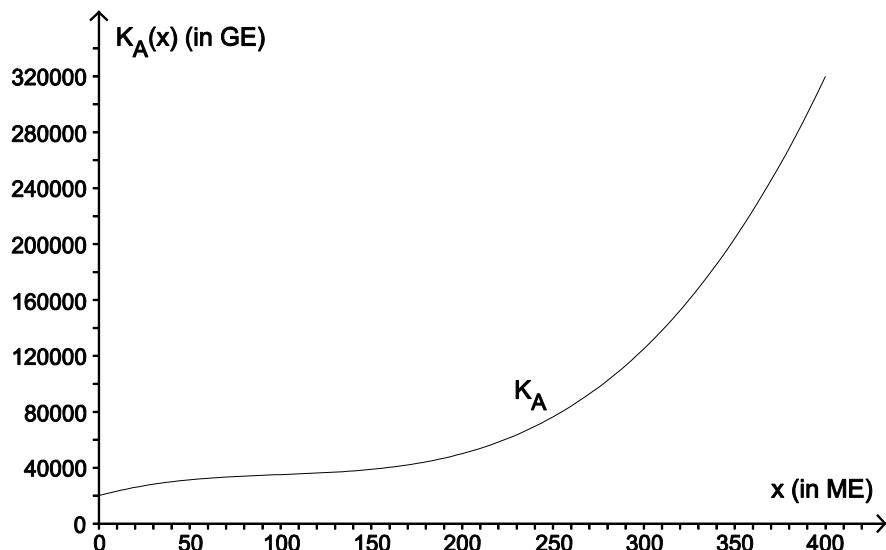
Aufgabennummer: 2_012	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-----------------------	--

Grundkompetenzen: AN 1.3, AN 3.3, AG 2.3

<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
---	--	---

Im Zuge einer betriebswirtschaftlichen Analyse und Beratung werden bei zwei Firmen die Kostenverläufe in Abhängigkeit von der Produktionsmenge untersucht.

Bei Firma A wird der Zusammenhang zwischen der monatlichen Produktionsmenge  $x$  (in Mengeneinheiten [ME]) und den entstehenden Produktionskosten  $K_A(x)$  (in Geldeinheiten [GE]) durch die Kostenfunktion  $K_A$  mit  $K_A(x) = 0,01x^3 - 3x^2 + 350x + 20\,000$  beschrieben. Firma A kann monatlich maximal 400 ME produzieren. In der untenstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion  $K_A$  im Intervall  $[0; 400]$  dargestellt.



Bei Firma B wird der Zusammenhang zwischen der monatlichen Produktionsmenge  $x$  (in ME) und den entstehenden Produktionskosten  $K_B(x)$  (in GE) durch die Kostenfunktion  $K_B$  mit  $K_B(x) = 0,5x^2 + 100x + 15\,000$  beschrieben. Firma B kann monatlich maximal 300 ME produzieren.

**Aufgabenstellung:**

- a) Untersuchen Sie, ob der Kostenverlauf bei Firma B progressiv oder degressiv ist! Begründen Sie Ihre Antwort!

Allgemein kann eine solche Kostenfunktion in Abhängigkeit von den produzierten Mengeneinheiten durch eine Polynomfunktion  $f$  zweiten Grades mit  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) beschrieben werden.

Für welche Werte von  $a$  liegt im streng monoton wachsenden Bereich der Funktion ein progressiver bzw. ein degressiver Kostenverlauf vor? Begründen Sie Ihre Antwort!

- b) Die erste Ableitung einer Kostenfunktion bezeichnet man als *Grenzkostenfunktion*. Diese beschreibt näherungsweise die Kostensteigerung, wenn der Produktionsumfang vergrößert wird. Berechnen Sie, um wie viel GE sich der Wert der Grenzkostenfunktion bei einem Produktionsumfang von  $x = 50$  ME vom tatsächlichen Zuwachs der Kosten bei Firma A unterscheidet, wenn der Produktionsumfang von 50 ME auf 51 ME erhöht wird!

Für die vorliegende Kostenfunktion gilt die Aussage: „Die Funktionswerte der Grenzkostenfunktion sind immer positiv.“ Interpretieren Sie diese Aussage im Hinblick auf den Verlauf!

- c) Für die Festlegung des Produktionsplans ist es erforderlich, die durchschnittlichen Kosten pro erzeugter ME in Abhängigkeit von der Produktionsmenge zu kennen. Die Stückkostenfunktion gibt den durchschnittlichen Preis pro erzeugter ME an.

Ermitteln Sie die Stückkostenfunktion  $\bar{K}_B(x)$  bei Firma B!

Geben Sie an, bei welcher Produktionsmenge die durchschnittlichen Stückkosten bei Firma B am kleinsten sind!

## Möglicher Lösungsweg

a)  $K_B(x) = 0,5x^2 + 100x + 15\,000$

$$K_B'(x) = x + 100$$

$$K_B''(x) = 1 > 0$$

Da die zweite Ableitung positiv ist, ist die Funktion linksgekrümmt. Es liegt progressives Wachstum vor.

*Andere richtige Begründungen (z. B. anhand des Graphen) sind auch zulässig.*

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Wenn  $a > 0$  ist, ist der Graph der Kostenfunktion linksgekrümmt. Es liegt progressives Wachstum vor.

Wenn  $a < 0$  ist, ist der Graph der Kostenfunktion rechtsgekrümmt. Es liegt degressives Wachstum vor.

b) Grenzkostenfunktion  $K_A'(x) = 0,03x^2 - 6x + 350$

$$K_A'(50) = 125$$

$$K_A(51) - K_A(50) = 31\,373,51 - 31\,250 = 123,51$$

Der Wert der Grenzkostenfunktion bei einem Produktionsumfang von  $x = 50$  ME unterscheidet sich vom tatsächlichen Zuwachs der Kosten bei Firma A um 1,49 GE.

Da die Kostenfunktion  $K(x)$  im angegebenen Bereich monoton steigend ist, gilt  $K'(x) > 0 \rightarrow$  die Funktionswerte der Grenzkostenfunktion (= Ableitungsfunktion der Kostenfunktion) sind also immer positiv.

c)  $K_B(x) = 0,5x^2 + 100x + 15\,000$

$$\bar{K}_B(x) = \frac{K_B(x)}{x}$$

$$\bar{K}_B(x) = 0,5x + 100 + \frac{15\,000}{x}$$

$$\bar{K}_B'(x) = 0,5 - \frac{15\,000}{x^2}$$

$$\bar{K}_B'(x) = 0 \rightarrow 0,5x^2 = 15\,000 \rightarrow x = \sqrt{30\,000}$$

$$x \approx 173,2$$

Bei einer Produktion von ca. 173 Mengeneinheiten sind die durchschnittlichen Stückkosten bei Firma B am kleinsten.

## Photovoltaikanlagen

Aufgabennummer: 2_013	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-----------------------	--

Grundkompetenzen: FA 1.3, FA 1.4, FA 1.7, AG 2.1

<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
---	--	---

Die benachbarten Familien Lux und Hell haben auf den Dächern ihrer Einfamilienhäuser zwei baugleiche Photovoltaikanlagen installiert, deren Maximalleistung jeweils 5 kW beträgt. Nicht selbst verbrauchte elektrische Energie wird zu einem Einspeisetarif ins Netz geliefert. Energie, die nicht durch die Photovoltaikanlage bereitgestellt werden kann, muss von einem Energieunternehmen zum regulären Stromtarif zugekauft werden (netzgekoppelter Betrieb). Beide Familien wollen die Wirtschaftlichkeit ihrer Anlagen durch Messungen überprüfen.

### Aufgabenstellung:

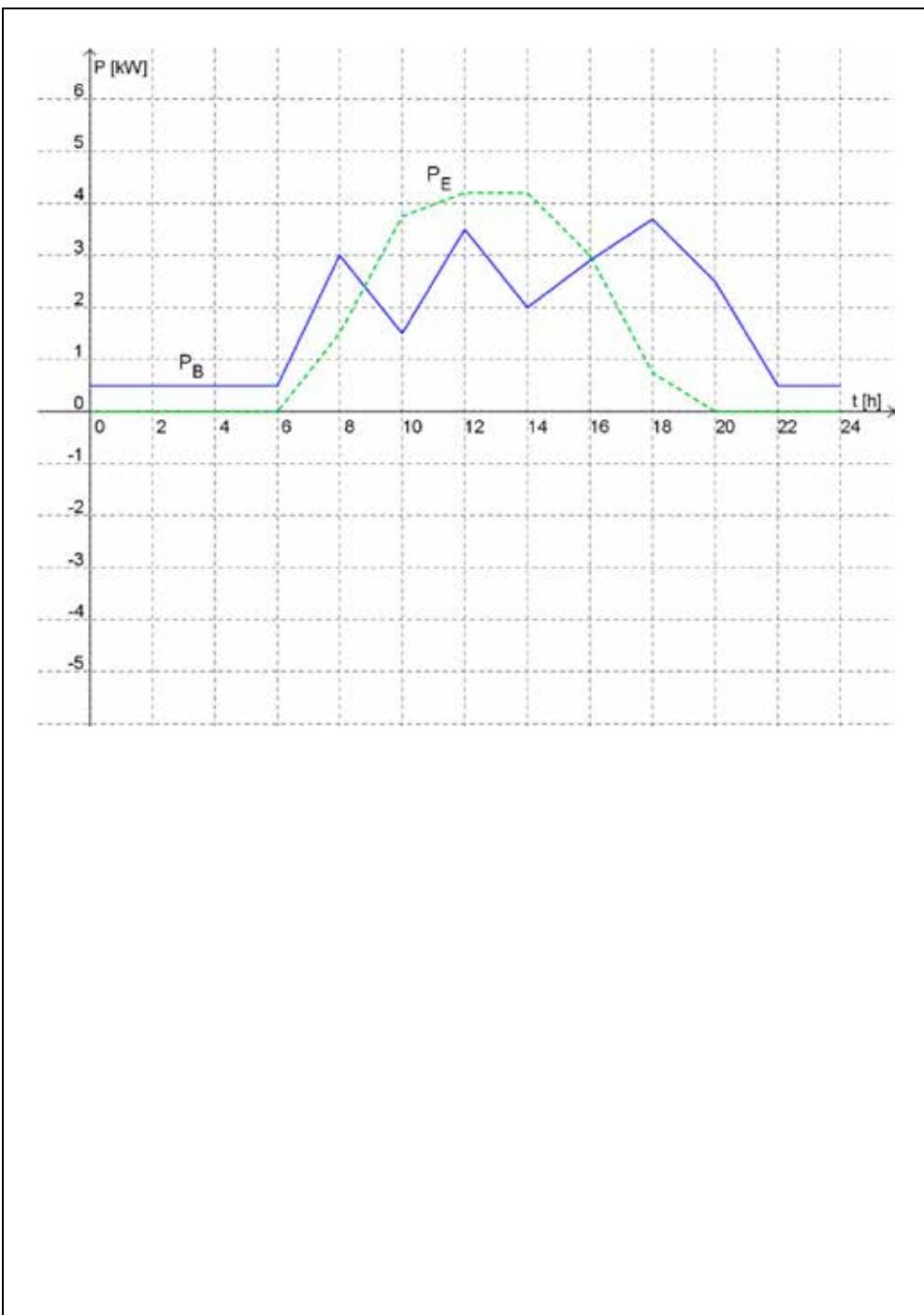
- a) Familie Lux hat dazu an einem durchschnittlichen Frühlingstag folgende Leistungsdaten für  $P_B$  (im Haus der Familie Lux benötigte Leistung) und  $P_E$  (durch die Photovoltaikanlage erzeugte elektrische Leistung) in Abhängigkeit vom Zeitpunkt  $t$  über den Tagesverlauf ermittelt. Die Leistungsdaten wurden um Mitternacht beginnend alle zwei Stunden aufgezeichnet.

#### Leistungsdaten:

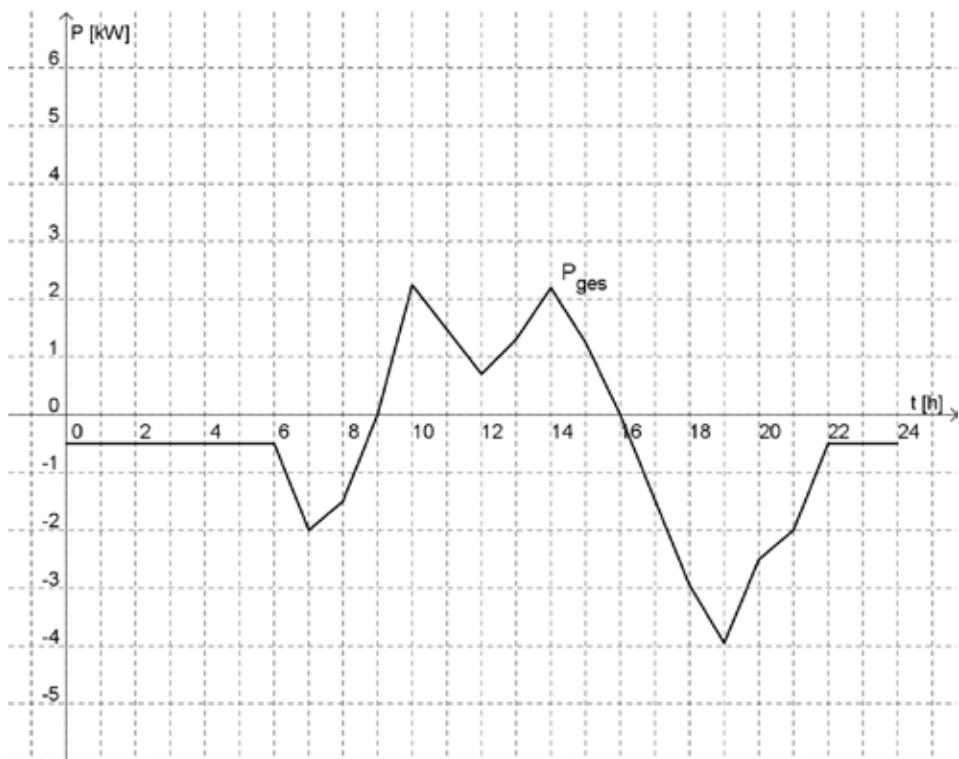
$t$ in h	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$P_B$ in kW	0,5	0,5	0,5	0,5	3	1,5	3,5	2	2,9	3,7	2,5	0,5	0,5
$P_E$ in kW	0	0	0	0	1,5	3,75	4,2	4,2	3	0,75	0	0	0

Zeichnen Sie in die nachstehende Abbildung aus den vorgegebenen Graphen für  $P_B$  und  $P_E$  den Tagesverlauf der elektrischen Gesamtleistungsbilanz  $P_{\text{ges}}$  für die Photovoltaikanlage der Familie Lux ein! Die Gesamtleistungsbilanz  $P_{\text{ges}}$  ist die Differenz der beiden Leistungsteile  $P_E - P_B$ .

Markieren Sie zusätzlich in der Abbildung die gesamte über den Tagesverlauf erzeugte elektrische Energie dieser Photovoltaikanlage!



- b) Familie Hell hat aus einer an einem durchschnittlichen Frühlingstag erfolgten stündlichen Messung folgenden Tagesverlauf für die Gesamtleistungsbilanz  $P_{\text{ges}}$  ihrer elektrischen Leistung ermittelt und durch den gegebenen Graphen modelliert:



Geben Sie an, was in dieser Grafik positive bzw. negative Funktionswerte für  $P_{\text{ges}}$  bedeuten!

Positive Funktionswerte .....

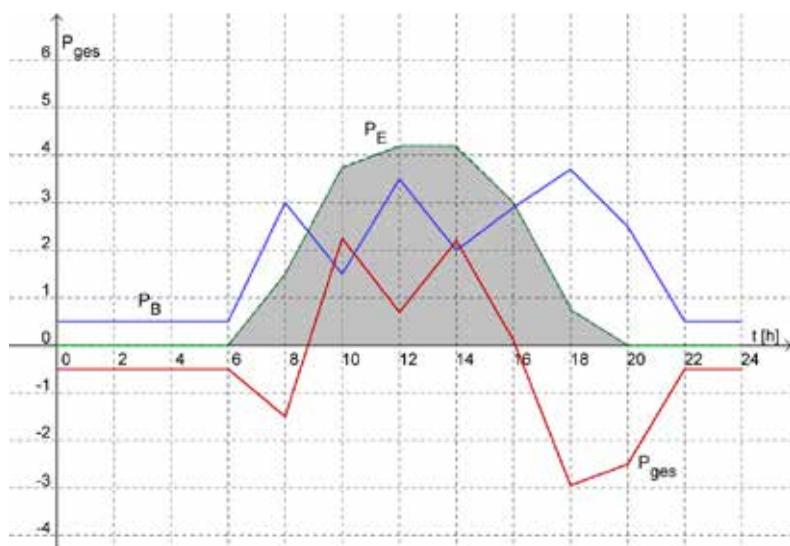
Negative Funktionswerte .....

Familie Hell möchte den Amortisationszeitpunkt für die Photovoltaikanlage ermitteln. Das ist derjenige Zeitpunkt, ab dem die Errichtungskosten gleich hoch wie die Einsparungen durch den Betrieb der Anlage sind. Ab diesem Zeitpunkt arbeitet die Anlage rentabel.

Kann sich die Anlage für die Familie Hell auch amortisieren, wenn die finanzielle Tagesbilanz der Photovoltaikanlage für alle Tage im Jahr negativ ist? Begründen Sie Ihre Antwort!

### Möglicher Lösungsweg

a)



Die eingefärbte Fläche stellt die gesamte über den Tagesverlauf erzeugte elektrische Energie dieser Photovoltaikanlage dar.

- b) Positive Funktionswerte bedeuten, dass elektrische Energie ans Stromnetz geliefert wird. Negative Funktionswerte bedeuten, dass elektrische Energie aus dem Netz entnommen wird.

Die Anlage kann sich amortisieren, wenn der Betrag, den man aufgrund der Anlage an Stromkosten eingespart hat, größer ist als der Anschaffungsbetrag der Anlage.

(Formulierungen, die sinngemäß dieser Aussage entsprechen, sind als richtig zu werten.)

## Schwarzfahren als Volkssport

Aufgabennummer: 2_014	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>	
Grundkompetenzen: AG 2.2, FA 1.7, FA 5.2, WS 2.3, WS 3.1, WS 3.3		
<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich

Im Jahr 2010 wurden in den Graz-Linien exakt 36 449 Schwarzfahrer und Schwarzfahrerinnen auf frischer Tat ertappt.

„Ihren Fahrschein, bitte!“ – diese freundliche, aber bestimmte Aufforderung treibt Schwarzfahrern regelmäßig den Angstschweiß ins Gesicht. Zu Recht, heißt es dann doch 65 Euro Strafe zahlen. Mehr als 800 000 Fahrscheinkontrollen wurden im Vorjahr in den Grazer Bus- und Straßenbahnlinien durchgeführt. 36 449 Personen waren

Schwarzfahrer. Gegenüber 2009 ist das ein leichtes Minus von 300 Beanstandungen. Für die Graz-Linien ist das ein Beweis für den Erfolg der strengen Kontrollen. Für den Vorstand der Graz-Linien steht darum eines fest: „Wir werden im Interesse unserer zahlenden Fahrgäste auch 2011 die Kontrollen im gleichen Ausmaß fortsetzen.“ Denn den Graz-Linien entgehen durch den Volkssport Schwarzfahren jedes Jahr Millionen. Rechnet man die Quote der bei den Kontrollen ertappten Schwarzfahrer (ca. 5 %) auf die Gesamtzahl der beförderten Personen hoch (ca. 100 Mio. pro Jahr), dann werden aus 36 449 schnell fünf Millionen, die aufs Ticket pfeifen ... (Quelle: Meine Woche Graz, April 2011, adaptiert)

In diesem Zeitungsartikel wird der Begriff Schwarzfahrer für Personen, die ohne gültigen Fahrschein angetroffen werden, verwendet. Fahrgäste, die ihre Zeitkarte (z. B. Wochenkarte, Schülertreibfahrtsausweis) nicht bei sich haben, gelten nicht als Schwarzfahrer/innen.

Nach Angaben der Graz-Linien beträgt der Anteil der Schwarzfahrer/innen etwa 5 %.

Zwei Kontrolleure steigen an der Haltestelle Jakominiplatz in einen Wagen der Straßenbahnlinie 5 und kontrollieren alle 25 Fahrgäste. An der Haltestelle Hauptplatz steigen sie in einen Wagen der Linie 3 um, in dem sie alle 18 Fahrgäste kontrollieren.



### Aufgabenstellung:

- a) Es soll die Wahrscheinlichkeit  $p_1$  berechnet werden, dass die Kontrolleure mindestens eine Schwarzfahrerin/einen Schwarzfahrer ermitteln, aber erst in der Linie 3 auf diese Person treffen. Geben Sie einen geeigneten Term an, mit dem diese Wahrscheinlichkeit  $p_1$  ermittelt werden kann, und berechnen Sie diese!

Es sei  $p_2$  die Wahrscheinlichkeit, bereits im Wagen der Linie 5 auf mindestens eine Schwarzfahrerin/einen Schwarzfahrer zu treffen. Begründen Sie, warum  $p_2$  größer als  $p_1$  sein muss, ohne  $p_2$  zu berechnen!

- b) Es wird angenommen, dass bei den durchgeföhrten Kontrollen nur 1 % aller fünf Millionen Personen, die keinen Fahrschein mithaben, entdeckt werden. Man weiß, dass 10 % dieser fünf Millionen Personen eine Zeitkarte besitzen, die sie aber nicht bei sich haben, und daher nicht als Schwarzfahrer/innen gelten. Wird eine Schwarzfahrerin/ein Schwarzfahrer erwischt, muss sie/er zusätzlich zum Fahrpreis von € 2 noch € 65 Strafe zahlen. Gehen Sie davon aus, dass im Durchschnitt die nicht erwischten Schwarzfahrer/innen jeweils entgangene Einnahmen eines Einzelfahrscheins von € 2 verursachen.

Berechnen Sie den in einem Jahr durch die Schwarzfahrer/innen entstandenen finanziellen Verlust für die Grazer Linien!

Das Bußgeld müsste wesentlich erhöht werden, um eine Kostendeckung zu erreichen.  
Ermitteln Sie den neuen Betrag für ein kostendeckendes Bußgeld!

- c) Die Anzahl der entdeckten Schwarzfahrer/innen nahm gegenüber 2009 um 300 ab und betrug 2010 nur mehr 36 449. Man geht davon aus, dass durch verstärkte Kontrollen eine weitere Abnahme der Anzahl an Schwarzfahrerinnen/Schwarzfahrern erreicht werden kann.

Beschreiben Sie diese Abnahme beginnend mit dem Jahr 2009 sowohl als lineares als auch als exponentielles Modell!

Geben Sie jeweils einen Funktionsterm an, der die Anzahl  $S$  der Schwarzfahrer/innen nach  $t$  Jahren, ausgehend von dem Jahr 2009, beschreibt!

Berechnen Sie die Anzahl der Schwarzfahrer/innen nach 10 Jahren, also im Jahr 2019, mit beiden Modellen! Welche Schlussfolgerungen über die beiden Modelle ziehen Sie aus dem Ergebnis?

## Möglicher Lösungsweg

a)  $p_1 = 0,95^{25} \cdot (1 - 0,95^{18}) \approx 0,1672$

Mögliche Argumentationen:

- Die Wahrscheinlichkeit  $p_1$  ist höchstens die Wahrscheinlichkeit, unter 18 Personen mindestens 1 Schwarzfahrer/in zu finden. Die Wahrscheinlichkeit  $p_2$ , bereits im Wagen der Linie 5 auf mindestens 1 Schwarzfahrer/in zu treffen, ist größer als die Wahrscheinlichkeit  $p_1$ , da die Wahrscheinlichkeit, unter 25 Kontrollierten eher 1 Schwarzfahrer/in anzutreffen, größer ist als unter 18 Kontrollierten.
- Die Wahrscheinlichkeit  $p_1$  ist höchstens die Wahrscheinlichkeit, unter 25 Personen keine Schwarzfahrerin/keinen Schwarzfahrer zu finden. Diese ist kleiner als 0,5. Die Wahrscheinlichkeit  $p_2$  ist die Wahrscheinlichkeit, unter 25 Personen mindestens 1 Schwarzfahrer/in zu treffen.  $p_2$  ist größer als 0,5, also  $p_2 > p_1$ .

b) Der zu erwartende Verlust wird wie folgt berechnet:

10 % der Fahrgäste ohne Fahrschein besitzen eine Zeitkarte, daraus folgt, dass 90 % von den 99 % Schwarzfahrer/innen sind.

$$V = (-0,99 \cdot 0,9 \cdot 2 + 0,01 \cdot 0,9 \cdot 65) \cdot 5\,000\,000 = (-0,891 \cdot 2 + 0,009 \cdot 65) \cdot 5\,000\,000 \approx -1,197 \cdot 5\,000\,000 \approx -5.985.000$$

Soll der Verlust  $V = 0$  sein, dann gilt:  $0 = -0,891 \cdot 2 + 0,009 \cdot B \rightarrow B = € 198$ . Das Bußgeld  $B$  müsste auf € 198 erhöht werden.

c) lineare Abnahme:  $S(t) = 36\,749 - 300 \cdot t$   
exponentielle Abnahme:  $S(t) = 36\,749 \cdot (36\,449/36\,749)^t$

Bei linearer Abnahme sind es nach 10 Jahren noch 33 749, bei exponentieller Abnahme 33 857 Personen. Der Unterschied ist gering und beide Modelle sind für diesen Zeitraum gleich gut.

## Treibstoffverbrauch

Aufgabennummer: 2_015	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-----------------------	--

Grundkompetenzen: AG 2.1, FA 1.5, FA 2.3, FA 2.5

<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
---	--	---

Fast vier Fünftel aller Güter werden zumindest auf einem Teil ihres Weges vom Erzeuger zum Konsumenten mit dem Schiff transportiert.

In der Schifffahrt werden Entfernungen in Seemeilen (1 sm = 1,852 km) und Geschwindigkeiten in Knoten (1 K = 1 sm/h) angegeben.

Der stündliche Treibstoffverbrauch  $y$  des Schiffs Ozeanexpress kann in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit  $x$  (in Knoten) durch die Gleichung  $y = 0,00002x^4 + 0,6$  beschrieben werden.

Dieses Schiff hat noch einen Treibstoffvorrat von 600 Tonnen.

### Aufgabenstellung:

- a) Geben Sie eine Formel für die Zeit  $t$  (in Stunden) an, die das Schiff mit einer konstanten Geschwindigkeit  $x$  unterwegs sein kann, bis dieser Treibstoffvorrat aufgebraucht ist.

Die Funktion  $f$  soll den Weg  $f(x)$  beschreiben, den das Schiff mit diesem Treibstoffvorrat bei einer konstanten Geschwindigkeit  $x$  zurücklegen kann. Geben Sie den Term der Funktion  $f$  an!

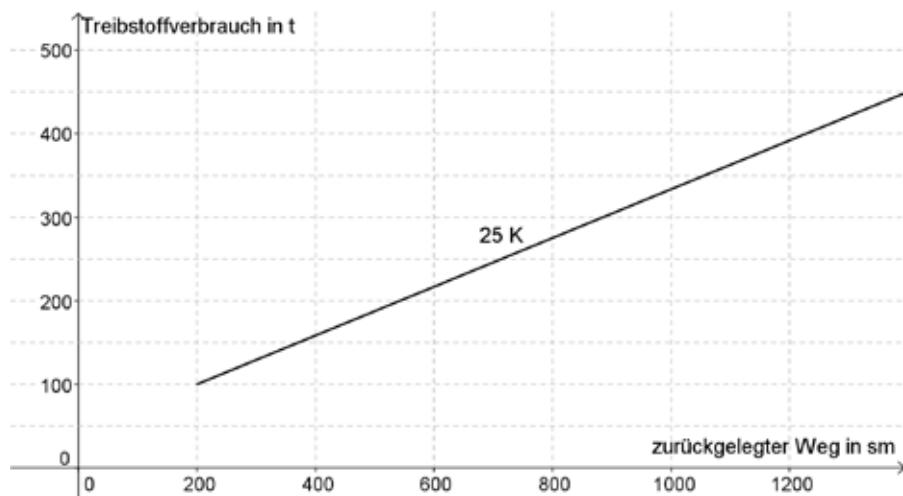
Die Funktion  $f$  hat in  $H(10|7\ 500)$  ein Maximum. Interpretieren Sie die Koordinaten dieses Punktes im vorliegenden Kontext!

- b) Der Chef eines Schifffahrtsunternehmens stellte fest, dass sich der Treibstoffverbrauch um rund 50 % verringert, wenn Schiffe statt mit 25 nur noch mit 20 Knoten unterwegs sind.

In der nachstehenden Grafik wird der Treibstoffverbrauch in Abhängigkeit vom zurückgelegten Weg bei einer Geschwindigkeit von 25 Knoten dargestellt.

Überlegen Sie, wie sich diese Grafik ändert, wenn die Geschwindigkeit nur 20 Knoten beträgt, und zeichnen Sie den entsprechenden Graphen ein!

Interpretieren Sie, was die 50%ige Treibstoffreduktion für die Steigung der Geraden bedeutet!



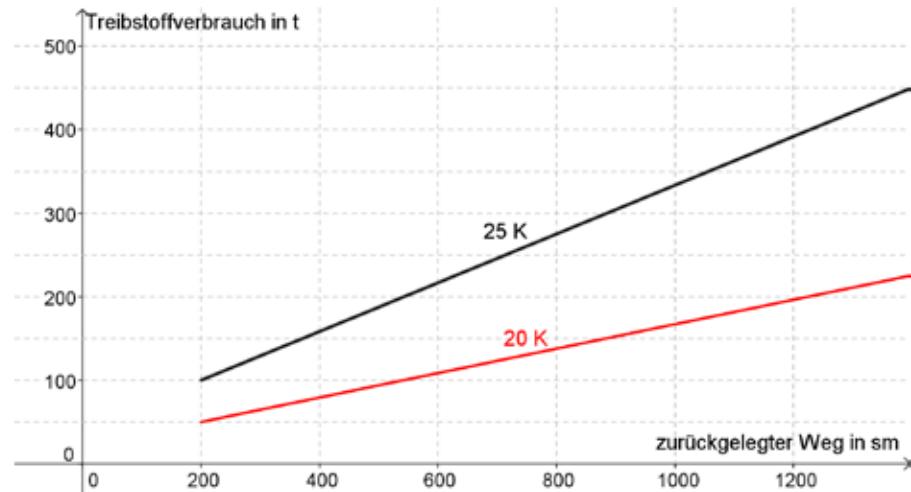
- c) Eine Reederei hat den Auftrag erhalten, in einem vorgegebenen Zeitraum eine bestimmte Warenmenge zu transportieren. Ursprünglich plante sie, dafür acht Schiffe einzusetzen. Geben Sie an, wie viele zusätzliche Schiffe gleichen Typs bei einer Drosselung der Geschwindigkeit von 25 auf 20 Knoten erforderlich sind, damit der Auftrag zeitgerecht ausgeführt werden kann! (Die Stehzeiten der Schiffe sind dabei zu vernachlässigen.) Geben Sie eine Formel an, mit der die erforderliche Anzahl der Schiffe in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit  $x$  ermittelt werden kann!

### Möglicher Lösungsweg

a)  $t = \frac{600}{0,00002x^4 + 0,6}$ ;  $f(x) = \frac{600}{0,00002x^4 + 0,6} \cdot x$

Bei einer Geschwindigkeit von 10 Knoten kann mit dem vorhandenen Treibstoff die längste Strecke, nämlich 7 500 Seemeilen, zurückgelegt werden.

b)



Die Steigung der Geraden wird halbiert, wenn die Treibstoffverbrauch um 50 % reduziert wird.

- c) Es müssen zwei weitere Schiffe eingesetzt werden.

$$\text{Anzahl der Schiffe} = \frac{200}{x}$$

## Produktionskosten\*

Aufgabennummer: 2_016	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-----------------------	--

Grundkompetenzen: FA 1.6, FA 2.3, FA 1.5, FA 2.2, AN 3.3, AN 1.3

<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich
---	--	---

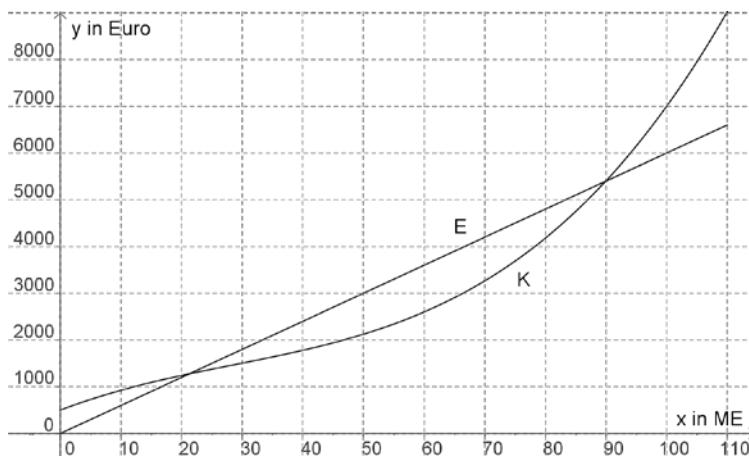
Die Produktionskosten eines Betriebes setzen sich aus Fixkosten und variablen Kosten zusammen und können durch eine Kostenfunktion beschrieben werden. Fixkosten fallen auf jeden Fall an und sind unabhängig von der produzierten Menge. Variable Kosten hingegen nehmen mit steigender Produktionsmenge zu.

Die Kostenkehre ist jene Produktionsmenge, ab der die variablen Kosten immer stärker steigen, in diesem Fall spricht man von einem progressiven Kostenverlauf. Vor der Kostenkehre ist der Kostenverlauf degressiv, das heißt, die Kosten steigen bei zunehmender Produktionsmenge immer schwächer.

Der Verkaufserlös ist das Produkt aus der verkauften Stückzahl und dem Verkaufspreis pro Stück.

Die untenstehende Abbildung zeigt die Graphen der Kostenfunktion  $K$  und der Erlösfunktion  $E$  des Betriebes, wobei  $x$  die Anzahl der produzierten und verkauften Mengeneinheiten (ME) pro Tag ist. 1 ME entspricht einer Verpackungseinheit von 100 Stück. Pro Tag können höchstens 110 ME produziert werden.

Der Gewinn ist die Differenz aus Erlös und Produktionskosten.



\* Diese Aufgabe wurde dem unter <https://www.bifie.at/node/1976> abrufbaren Dokument *Exemplarische Typ-2-Aufgaben* entnommen.

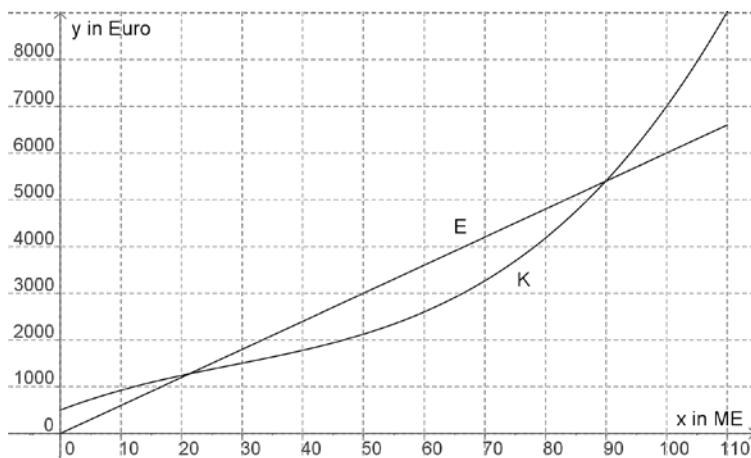
**Aufgabenstellung:**

- a) Ermitteln Sie anhand der obigen Abbildung den Gewinnbereich, das sind jene Stückzahlen ( $1 \text{ ME} = 100 \text{ Stück}$ ), für die der Betrieb Gewinn erzielt! Beschreiben Sie, wie sich eine Senkung des Verkaufspreises auf den Verlauf des Graphen der Erlösfunktion  $E$  auswirkt und wie sich dadurch der Gewinnbereich verändert!
- b) Bestimmen Sie anhand der Abbildung die Fixkosten und den Verkaufspreis pro ME möglichst genau!
- c) Welche der nachstehenden Aussagen treffen für die in der Grafik abgebildeten Produktionskosten zu? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Bei degressivem Kostenverlauf gilt: $K'(x) < 0$ .	<input type="checkbox"/>
Bei progressivem Kostenverlauf gilt: $K''(x) > 0$ .	<input type="checkbox"/>
Bei der Kostenkehre gilt: $K'(x) = 0$ .	<input type="checkbox"/>
Für alle $x$ aus dem Definitionsbereich $[0 \text{ ME}; 110 \text{ ME}]$ gilt: $K'(x) > 0$ .	<input type="checkbox"/>
Es gilt: $K'(50) > K'(90)$ .	<input type="checkbox"/>

Erklären Sie ausführlich, was die 1. und die 2. Ableitung der Kostenfunktion an einer bestimmten Stelle über den Verlauf des Graphen von  $K$  an dieser Stelle aussagen!

- d) Deuten Sie die Beziehung  $K'(x) = E'(x)$  geometrisch und ermitteln Sie anhand der nachstehenden Abbildung jene Produktionsmenge  $x_1$ , für die dies zutrifft! Begründen Sie, warum der erzielte Gewinn bei dieser Produktionsmenge  $x_1$  am größten ist!



## Möglicher Lösungsweg

- a) Die Antwort ist als richtig zu werten, wenn **beide** Grenzen des Grenzbereichs richtig angegeben sind, z. B.: *Bei einer Produktion von 2 100 bis 9 000 Stück wird Gewinn erzielt* (Toleranz bei Gewinngrenzen:  $\pm 100$  Stück).

Weiters muss eine richtige Interpretation angeführt sein, wie sich eine Senkung des Verkaufspreises auf den Gewinnbereich auswirkt, z. B.: *Bei einer Senkung des Verkaufspreises verläuft der Graph von E flacher, wodurch der Gewinnbereich kleiner („schmäler“) wird.*

Als richtig zu werten ist auch die Antwort, dass bei einer starken Senkung des Verkaufspreises bei allen Produktionsmengen Verlust erzielt wird.

- b) Fixkosten: 500 Euro (Toleranz:  $\pm 100$  Euro)

$$\text{Verkaufspreis pro ME: } \frac{3000}{50} = 60 \text{ Euro (Toleranz: } \pm 5 \text{ Euro)}$$

Falls der Verkaufspreis durch ein „zu kleines“ Steigungsdreieck sehr ungenau abgelesen wird (z. B. 50 Euro), so ist das Ergebnis als falsch zu werten.

- c) Es müssen die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sein.

Bei progressivem Kostenverlauf gilt: $K''(x) > 0$ .	<input checked="" type="checkbox"/>
Für alle $x$ aus dem Definitionsbereich [0 ME; 110 ME] gilt: $K'(x) > 0$ .	<input checked="" type="checkbox"/>

Zudem muss eine Erklärung angegeben sein, z. B.:

*$K'(x)$  beschreibt die Steigung der Kostenfunktion (oder: Steigung der Tangente) an der Stelle  $x$  (bei Produktion von  $x$  ME).*

*$K''(x)$  beschreibt die Änderung der Steigung, also das Krümmungsverhalten der Kostenfunktion an der Stelle  $x$ .*

*Im degressiven Bereich ist der Graph von  $K$  rechtsgekrümmt und im progressiven Bereich ist der Graph von  $K$  linksgekrümmt.*

Auch folgende bzw. alle anderen inhaltlich richtigen Formulierungen sind als richtig zu werten:

*$K'$  beschreibt das Monotonieverhalten von  $K$ , d. h. falls  $K'(x) > 0$  ist, steigt  $K$  an der Stelle  $x$ .*

*$K''$  beschreibt das Monotonieverhalten von  $K'$ , d. h. falls  $K''(x) > 0$  ist, steigt  $K'$  an der Stelle  $x$  (d. h., die Kostensteigerung nimmt zu).*

Anmerkung: Aus der Antwort muss jedenfalls ersichtlich sein, welche geometrische Bedeutung  $K'$  und  $K''$  besitzen, der Begriff *Monotonieverhalten* alleine ist nicht ausreichend.

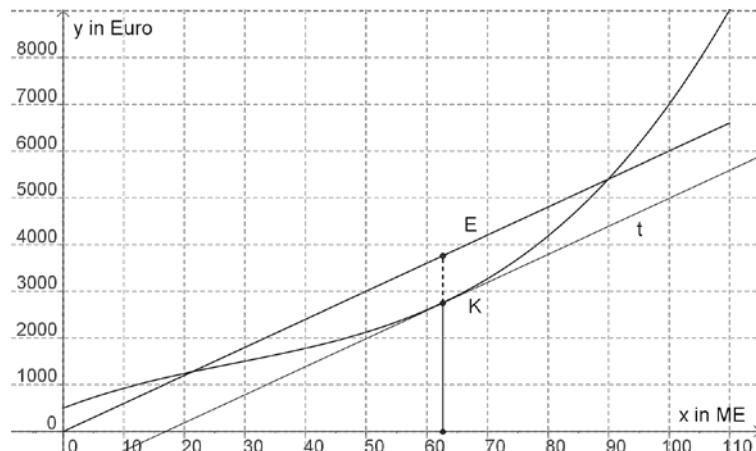
- d) Die Antwort ist als richtig zu werten, wenn die richtige geometrische Deutung angegeben ist und  $x_1$  bestimmt ist (falls  $x_1$  nur eingezeichnet ist, der Wert aber nicht angegeben ist, so ist dies auch als richtig zu werten), z. B.: *Geometrisch bedeutet dies, dass der Graph von K und der Graph von E an dieser Stelle die gleiche Steigung besitzen.*  
*Oder: Die Tangente t an den Graphen von K verläuft parallel zum Graphen von E.*  
*Dies ist bei ca. 63 ME der Fall (Toleranz:  $\pm 3$  ME).*

Zudem muss die Interpretation angegeben sein, dass an der gesuchten Stelle  $G'(x) = 0$  gilt und somit  $G(x_1)$  der maximale Gewinn ist, z. B.: *Wegen der Beziehung  $G(x) = E(x) - K(x)$  gilt:  $G'(x) = E'(x) - K'(x)$ .*

*Somit gilt:  $G'(x_1) = E'(x_1) - K'(x_1) = 0$  und  $G(x_1)$  ist daher der maximale Gewinn.*

(Anmerkung: Der Nachweis des Maximums (Monotoniewechsel von  $G$  an der Stelle  $x_1$ ) ist nicht erforderlich.)

Auch die geometrische Begründung, dass der vertikale Abstand zwischen Erlös- und Kostenkurve an der Stelle  $x_1$  am größten ist, ist als richtig zu werten, falls dieser Abstand (strichulierte Linie) richtig eingezeichnet ist.



## Emissionen

Aufgabennummer: 2\_017

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Grundkompetenzen: AN 1.1, WS 1.1, AN 1.3, FA 1.9

- |   |  |   |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich | <input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich | <input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich |
|---|--|---|

Laut Immissionsschutzgesetz – Luft (IG-L) gilt auf manchen Autobahnabschnitten in Österreich für PKW eine Tempo-100-Beschränkung, wenn die Grenzwerte für bestimmte Luftschadstoffe überschritten werden. Für LKW gilt ein generelles Tempolimit von 80 km/h.

Abbildung 1 zeigt vier Messwerte für die freigesetzte Menge von Stickoxiden ( $\text{NO}_x$ ) bei unterschiedlichen Fahrgeschwindigkeiten (in km/h) für einen durchschnittlichen PKW. Die freigesetzte  $\text{NO}_x$ -Menge wird in Gramm pro gefahrenem Kilometer angegeben. Die Abhängigkeit von Fahrgeschwindigkeit und  $\text{NO}_x$ -Ausstoß wurde durch eine Funktion A modelliert, deren Graph ebenfalls in Abbildung 1 dargestellt ist.

Abbildung 2 zeigt den Anteil der Verkehrsmittel (PKW, LKW, sonstige) am Verkehrsaufkommen und am Ausstoß (= Emission) von Stickoxiden und Feinstaub (PM 10) im Unterinntal in Tirol.

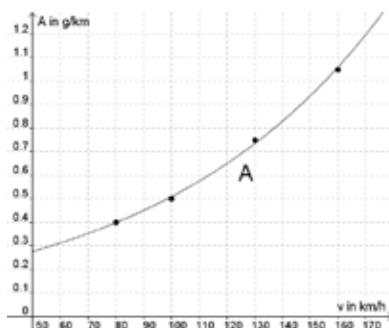


Abbildung 1

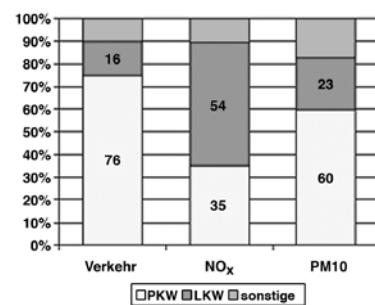


Abbildung 2

Quelle: <http://www.tirol.gv.at/themen/verkehr/verkehrsplanung/verkehrsprojekte/tempo100>

### Aufgabenstellung:

- Ermitteln Sie anhand der Messwerte in Abbildung 1, um wie viele Prozent der Stickoxid-Ausstoß eines PKW abnimmt, wenn statt der sonst erlaubten 130 km/h nur mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h gefahren werden darf!  
Ist der Stickoxid-Ausstoß eines PKW direkt proportional zur Fahrgeschwindigkeit? Begründen Sie Ihre Antwort anhand des Graphen der Modelfunktion A in Abbildung 1.

\* Diese Aufgabe wurde dem unter <https://www.bifie.at/node/1976> abrufbaren Dokument *Exemplarische Typ-2-Aufgaben* entnommen.

- b) Verursachen im Tiroler Unterinntal die Verkehrsmittel mit dem größten Anteil am Verkehrs-aufkommen auch die meisten Stickoxid- bzw. Feinstaub-Emissionen? Begründen Sie Ihre Antwort!

Geschwindigkeitsmessungen auf der Autobahn A12 im Tiroler Unterinntal haben gezeigt, dass die Geschwindigkeitsslimits von mehr als 90 % der Verkehrsteilnehmer/innen eingehalten werden und weniger als 1 % der Verkehrsteilnehmer/innen die Geschwindigkeitsslimits um mehr als 10 % überschreiten. Die Geschwindigkeitsüberschreitungen können daher für die folgende Fragestellung vernachlässigt werden.

Begründen Sie, welche der beiden Maßnahmen (A oder B) wirkungsvoller ist, wenn entlang der A12 die Stickoxid-Emissionen weiter reduziert werden sollten! Durch Maßnahme A eventuell anfallende zusätzliche Emissionen durch die Bahn werden vernachlässigt.

- A eine Verlagerung der Hälfte des Gütertransports durch LKW auf die Schiene (d. h. Transport der LKW mit der Bahn)
- B ein Tempolimit von 80 km/h für PKW und LKW

Entnehmen Sie die für die Begründung benötigten Werte den Abbildungen 1 und 2 und führen Sie diese an!

- c) Ermitteln Sie rechnerisch anhand von Abbildung 1 das Ergebnis des Ausdrucks  $\frac{A(160) - A(100)}{60}$  auf vier Dezimalstellen genau!  
Interpretieren Sie das Ergebnis dieses Ausdrucks im Hinblick auf die NO<sub>x</sub>-Emissionen!
- d) Zur Modellierung der in Abbildung 1 dargestellten Abhängigkeit des NO<sub>x</sub>-Ausstoßes A von der Fahrgeschwindigkeit v kommen unterschiedliche Funktionstypen in Frage.

Welche Funktionstypen können zur Modellierung der Funktion A verwendet worden sein?  
Kreuzen Sie die beiden geeigneten Funktionsgleichungen an!

$A(v) = a \cdot v + b$ mit $a > 0, b > 0$	<input type="checkbox"/>
$A(v) = a \cdot v^2 + b$ mit $a < 0, b > 0$	<input type="checkbox"/>
$A(v) = a \cdot v^2 + b \cdot v + c$ mit $a > 0, c > 0, b \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>
$A(v) = a \cdot b^v$ mit $a > 0, b > 1$	<input type="checkbox"/>
$A(v) = a \cdot b^v$ mit $a > 0, b < 1$	<input type="checkbox"/>

Begründen Sie, warum die drei restlichen Funktionsgleichungen für die Modellierung von A in Abbildung 1 nicht geeignet sind!

## Möglicher Lösungsweg

- a) Richtige Berechnung der Abnahme der NO<sub>x</sub>-Emissionen:  $\frac{0,5}{0,75} \approx 0,67$ .

*Der Stickoxid-Ausstoß nimmt um ungefähr 33 % ab.*

Alle Ergebnisse im Intervall [30 %; 35 %] sind als richtig zu werten.

Auch die Antwort, dass die Emissionen bei einer Reduktion der Geschwindigkeit auf 100 km/h nur mehr 67 % des Wertes bei 130 km/h betragen, ist als richtig zu werten (Lösungsintervall, falls die noch vorhandenen Emissionen angegeben werden: [65 %; 70 %]).

Zudem muss eine Begründung angegeben sein, dass A nicht direkt proportional zu v ist, z. B.: *Der Stickoxid-Ausstoß ist nicht direkt proportional zur Fahrgeschwindigkeit, weil der Graph von A nicht linear verläuft.*

Auch andere, aus der Abbildung ableitbare Formulierungen wie z. B. *Nicht direkt proportional, weil sich die Emissionen mehr als verdoppeln, wenn die Geschwindigkeit verdoppelt wird*, aufgrund derer eine direkte Proportionalität ausgeschlossen werden kann, sind als richtig zu werten.

- b) Die Antwort ist als richtig zu werten, wenn sinngemäß begründet ist, dass PKW zwar den größten Anteil an den Feinstaub-Emissionen besitzen, bei den Stickoxid-Emissionen aber die LKW die Hauptverursacher sind, z. B.: *Im Tiroler Unterinntal haben PKW mit 76 % den größten Anteil am Verkehrsaufkommen. Sie verursachen mit 60 % zwar den größten Anteil der Feinstaub-Emissionen, aber nur 35 % der Stickoxid-Emissionen.*

Anmerkung: Die Zahlenwerte müssen nicht angeführt sein.

Zudem muss eine schlüssige Begründung angegeben werden, dass Maßnahme A wirkungsvoller für eine Stickoxid-Reduktion ist, z. B.: *LKW verursachen 54 % der NO<sub>x</sub>-Emissionen im Straßenverkehr, obwohl ihr Anteil am Verkehrsaufkommen nur 16 % beträgt. Eine Reduktion des LKW-Verkehrs auf die Hälfte würde die NO<sub>x</sub>-Emissionen um ca. 27 % reduzieren.*

*PKW haben zwar einen Anteil von 76 % am Verkehrsaufkommen, sind aber nur für 35 % der NO<sub>x</sub>-Emissionen verantwortlich. Durch eine Reduktion des Tempolimits von 130 km/h auf 80 km/h könnten laut Abbildung 1 maximal die Hälfte dieser Emissionen, also etwa 17 %, vermieden werden. Eine Verlagerung der Hälfte des LKW-Verkehrs auf die Schiene wäre daher die wirkungsvollere Maßnahme zur Reduktion der NO<sub>x</sub>-Emissionen.*

Anmerkung: Auch eine Begründung mit gerundeten relativen Anteilen (*drei Viertel etc.*) ist als richtig zu werten.

- c) Richtige Berechnung des Differenzenquotienten:  $\frac{A(160) - A(100)}{60} = \frac{1,05 - 0,5}{60} \approx 0,0092$ , wobei Ergebnisse aus dem Intervall [0,0088; 0,0095] als richtig zu werten sind. Die Angabe der Einheit ist nicht erforderlich.

Zudem muss der Differenzenquotient richtig interpretiert werden, z. B.: *Wenn die Geschwindigkeit von 100 km/h auf 160 km/h erhöht wird, beträgt die mittlere Zunahme der NO<sub>x</sub>-Emissionen 0,0092 g/km pro km/h.*

Auch analoge Formulierungen wie z. B. *mittlere Änderungsrate des Stickoxid-Ausstoßes* sind als richtig zu werten. Das Geschwindigkeitsintervall [100 km/h; 160 km/h] muss in der Interpretation in irgendeiner Form vorkommen.

- d) Es müssen die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sein.

$A(v) = a \cdot v^2 + b \cdot v + c$ mit $a > 0, c > 0, b \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$A(v) = a \cdot b^v$ mit $a > 0, b > 1$	<input checked="" type="checkbox"/>

Zudem müssen drei sinngemäß richtige Begründungen angegeben sein, warum die restlichen Funktionsgleichungen für die Modellierung nicht geeignet sind, z. B.:

*Der Graph von  $A(v) = a \cdot v + b$  ist linear und daher nicht geeignet.*

*Der Graph von  $A(v) = a \cdot v^2 + b$  mit  $a < 0, b > 0$  ist eine nach unten geöffnete Parabel und daher nicht geeignet.*

*Der Graph von  $A(v) = a \cdot b^v$  mit  $a > 0, b < 1$  ist fallend und daher nicht geeignet.*

## Wiener U-Bahn

Aufgabennummer: 2\_018

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Grundkompetenzen: AN 1.3, FA 1.7, FA 5.3

keine Hilfsmittel erforderlich

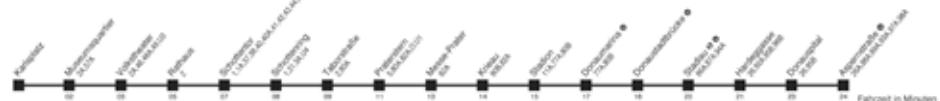
gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Die Wiener U-Bahn-Linie U2 verkehrt zwischen den Stationen *Karlsplatz* und *Aspernstraße*. Die Gesamtstrecke der U2 beträgt 12,531 km (Stand 2012).

**U2**

**Karlsplatz → Aspernstraße** ⓘ



Quelle: [http://www.wienerlinien.at/media/download/2012/Linie\\_U2\\_68801.pdf](http://www.wienerlinien.at/media/download/2012/Linie_U2_68801.pdf)

Zwischen den beiden Stationen *Donaumarina* und *Donaustadtbrücke* fährt die U-Bahn nahezu geradlinig und benötigt für diese 855 m lange Strecke ca. eine Minute.

Betrachtet man die Geschwindigkeit eines Zuges zwischen diesen beiden Stationen, so lässt sie sich näherungsweise durch drei Funktionen beschreiben. Diese Funktionen sind im nachstehenden Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm dargestellt. Die Zeit  $t$  ist in Sekunden, die Geschwindigkeit  $v$  in m/s angegeben.

$$v_1(t) = 0,08t^2$$

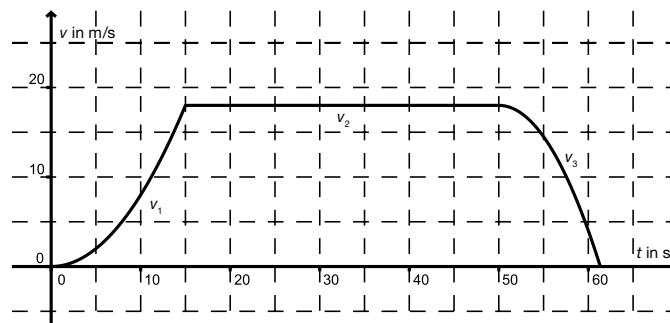
[0; 15)

$$v_2(t) = 18$$

[15; 50)

$$v_3(t) = -0,14(t - 50)^2 + 18$$

[50; 61,34]



\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

**Aufgabenstellung:**

- a) Berechnen Sie die Länge desjenigen Weges, den die U-Bahn im Zeitintervall  $[15; 50]$  zurücklegt!

Um den Bremsvorgang zu modellieren, wurde die Funktion  $v_3(t) = -0,14(t - 50)^2 + 18$  verwendet.

Erläutern Sie, in welcher Weise eine Veränderung des Parameters von  $-0,14$  auf  $-0,2$  den Bremsvorgang beeinflusst!

- b) Berechnen Sie die mittlere Beschleunigung des Zuges vom Anfahren bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit!

Erklären Sie, wieso der Verlauf des Graphen des  $v-t$ -Diagramms im Intervall  $[14; 16]$  nicht exakt der Realität entsprechen kann!

## Möglicher Lösungsweg

- a)  $18 \cdot (50 - 15) = 630$   
Der Weg ist 630 m lang.

Eine Veränderung des Parameters von  $-0,14$  auf  $-0,2$  würde bedeuten, dass der Zug „stärker“ (d. h. mit einer größeren negativen Beschleunigung) bremst und daher rascher zum Stillstand kommt. Auch der Bremsweg verkürzt sich.

- b) Mittlere Beschleunigung:  $\bar{a}_1(0; 15) = \frac{v_1(15) - v_1(0)}{15 - 0} = \frac{18}{15} = 1,2 \text{ m/s}^2$

Bei diesem Geschwindigkeitsverlauf würden die Fahrgäste einen zu starken Ruck bei 15 s verspüren. Um diesen Ruck zu vermeiden, müsste in Wirklichkeit die Geschwindigkeitsfunktion ihre Steigung allmählich ändern, sodass kein Knick (wie jetzt) entsteht. Der Knick des Funktionsgraphen würde einen plötzlichen Sprung der Beschleunigung und somit einen für die Fahrgäste unangenehmen Ruck bedeuten. (Adäquate Erklärungen sind als richtig zu werten.)

## Lösungsschlüssel

- a) – 1 Grundkompetenzpunkt für die Berechnung der Weglänge  
– 1 Reflexionspunkt für die Erläuterung. Äquivalente Antworten sind ebenfalls zu werten, sofern sie klar formuliert sind und sinngemäß eines der folgenden Schlüsselwörter enthalten: *kürzerer Bremsweg, schnellerer Stillstand, stärkere negative Beschleunigung, stärkere Bremsung*.
- b) – 1 Grundkompetenzpunkt für die Berechnung der mittleren Beschleunigung  
– 1 Reflexionspunkt für die Erklärung. Äquivalente Antworten sind ebenfalls zu werten, sofern sie klar formuliert sind und sinngemäß eines der folgenden Schlüsselwörter enthalten: *plötzlicher Ruck, unstetige Änderung der Steigung, ruckartige Beschleunigungsveränderung*.

## Grippeepidemie

Aufgabennummer: 2\_019

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

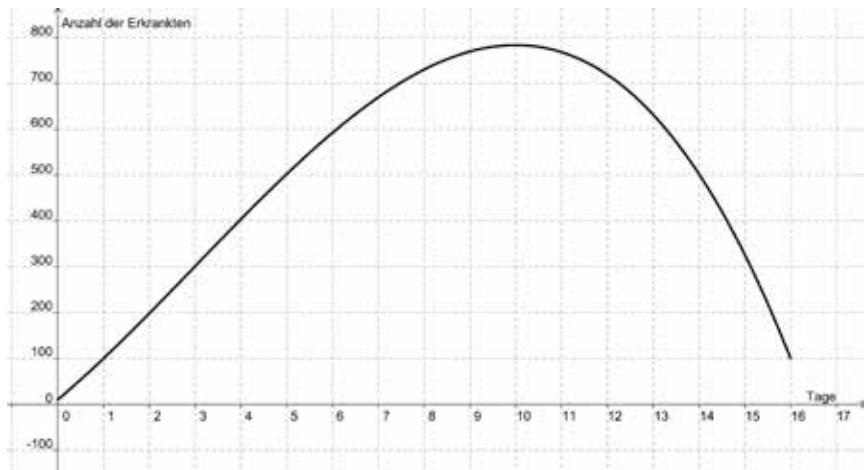
Grundkompetenzen: AN 3.3, FA 1.5, AN 1.3

- |   |  |   |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich | <input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich | <input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich |
|---|--|---|

Betrachtet man den Verlauf einer Grippewelle in einer Stadt mit 5 000 Einwohnern, so lässt sich die Anzahl an Erkrankten  $E$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  (in Tagen) annähernd durch eine Polynomfunktion 3. Grades mit der Gleichung  $E(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$  beschreiben.

Folgende Informationen liegen vor:

- 1) Zu Beginn der Beobachtungen sind 10 Personen mit dem Grippevirus infiziert.
- 2) Nach einem Tag sind bereits 100 Personen an Grippe erkrankt.
- 3) Am 3. Tag nimmt die Anzahl an Erkrankten am stärksten zu.
- 4) Am 8. Tag sind bereits 730 Personen erkrankt.
- 5) Am 10. Tag erreicht die Grippewelle (d. h. die Anzahl an Erkrankten) ihr Maximum.



Aufgabenstellung:

- a) Berechnen Sie den Wert des Ausdrucks  $\frac{E(8) - E(0)}{8}$ !

\* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

Kreuzen Sie diejenige(n) Aussage(n) an, die eine korrekte Interpretation des Ausdrucks  $\frac{E(8) - E(0)}{8}$  ist/sind!

Der Ausdruck gibt die prozentuelle Änderung der Anzahl an Erkrankten innerhalb der ersten 8 Tage an.	<input type="checkbox"/>
Der Ausdruck gibt die Zunahme der Anzahl an Erkrankten in den ersten 8 Tagen an.	<input type="checkbox"/>
Der Ausdruck gibt die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Grippewelle am 8. Tag an.	<input type="checkbox"/>
Der Ausdruck beschreibt, wie viele Neuerkrankte es am 8. Tag gibt.	<input type="checkbox"/>
Der Ausdruck beschreibt die mittlere Änderungsrate der Anzahl an Erkrankten innerhalb der ersten 8 Tage.	<input checked="" type="checkbox"/>

- b) Zur Bestimmung der Koeffizienten  $a, b, c$  und  $d$  werden folgende Gleichungen aufgestellt:

- 1)  $d = 10$
- 2)  $a + b + c + d = 100$
- 3)  $18a + 2b = 0$
- 4)  $300a + 20b + c = 0$

Geben Sie an, welche der angegebenen Informationen durch die vierte Gleichung modelliert werden kann, und erklären Sie den Zusammenhang zwischen Information und Gleichung!

- c) Geben Sie an, an welchem Tag die progressive Zunahme der Anzahl an Erkrankten (das heißt: der Zuwachs an Erkrankten wird von Tag zu Tag größer) in eine degressive Zunahme (das heißt: der Zuwachs an Erkrankten nimmt pro Tag wieder ab) übergeht!

Kreuzen Sie diejenige(n) Aussage(n) an, mit der/denen man eine progressive Zunahme bestimmen kann!

$E'(t) > 0$	<input type="checkbox"/>
$E(t) \geq 0$	<input type="checkbox"/>
$E(t_1) < E(t_2)$ für alle $t_1 > t_2$	<input type="checkbox"/>
$E''(t) > 0$	<input type="checkbox"/>
$E'(t) = E''(t) = 0$	<input type="checkbox"/>

### Möglicher Lösungsweg

a)  $\frac{E(8) - E(0)}{8} = \frac{730 - 10}{8} = 90$

(Innerhalb der ersten 8 Tage nimmt die Anzahl der Erkrankten um durchschnittlich 90 Personen pro Tag zu.)

Der Ausdruck beschreibt die mittlere Änderungsrate der Anzahl an Erkrankten innerhalb der ersten 8 Tage.	<input checked="" type="checkbox"/>

- b) „Am 10. Tag erreicht die Grippewelle (d. h. die Anzahl an Erkrankten) ihr Maximum“ bzw. die 5. Information

Diese Textstelle beschreibt das lokale Maximum (den Hochpunkt), d. h., an dieser Stelle gilt:  $E'(10) = 0$ .

Durch das Aufstellen der ersten Ableitungsfunktion und das Einsetzen des Wertes  $t = 10$  erhält man die nachstehende Gleichung:

$$E'(t) = 3at^2 + 2bt + c \Rightarrow E'(10) = 300a + 20b + c = 0$$

- c) Am 3. Tag.

$E''(t) > 0$	<input checked="" type="checkbox"/>

## Lösungsschlüssel

- a) – 1 Grundkompetenzpunkt (für die Berechnung des Ausdrucks)  
– 1 Reflexionspunkt (für das richtige Ankreuzen der zutreffenden Aussage)
- b) 2 Reflexionspunkte, davon:  
– 1 Punkt für das Erkennen der zugehörigen Information  
– 1 Punkt für die Erklärung (dieser Punkt ist auch zu geben, wenn die Erklärung nur in verbaler Form vorliegt oder nur die Rechenschritte durchgeführt wurden)
- c) – 1 Reflexionspunkt für die kontextbezogene Frage  
– 1 Grundkompetenzpunkt für das alleinige Ankreuzen der richtigen Aussage

## Höhe der Schneedecke

Aufgabennummer: 2_FT001	Prüfungsteil: Typ 1 <input type="checkbox"/> Typ 2 <input checked="" type="checkbox"/>
-------------------------	--

Grundkompetenzen: AN 1.1, AN 1.3, FA 1.1, FA 2.2, FA 3.1

<input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input checked="" type="checkbox"/> besondere Technologie (teilweise) erforderlich
---	--	--

Die Höhe  $H(t)$  einer Schneedecke nimmt aufgrund von Witterungseinflüssen mit der Zeit  $t$  ab. Zuerst ist die Abnahme gering, mit der Zeit wird sie aber immer stärker. Daher kann die Höhe der Schneedecke durch folgende quadratische Funktion  $H(t)$  beschrieben werden:

$$H(t) = H_0 - a \cdot t^2 \text{ mit } a > 0, t \geq 0$$

( $H$  wird in cm und  $t$  in Tagen gemessen,  $H_0$  beschreibt die Schneehöhe zu Beginn der Messung)

Das beschriebene Modell gilt in guter Näherung bei einer Witterung mit gleichbleibender Temperatur bis zur vollständigen Schneeschmelze. Dabei wird vorausgesetzt, dass bis zur vollständigen Schneeschmelze kein weiterer Schnee hinzukommt.

### Aufgabenstellung:

- a) Eine 20 cm dicke Schneedecke reduziert sich innerhalb von 12 Stunden auf 18 cm. Nach wie vielen Tagen (von Anfang an) ist der Schnee gänzlich geschmolzen? Geben Sie die Lösung auf zwei Dezimalstellen genau an!

Wie wirkt sich eine Erhöhung des Parameters  $a$  auf  $H(t)$  aus? Begründen Sie Ihre Antwort!

- b) In einem Alpendorf gilt für die Schneehöhe  $H$  (gemessen in cm) und die Zeit  $t$  (gemessen in Tagen) der folgende funktionale Zusammenhang:

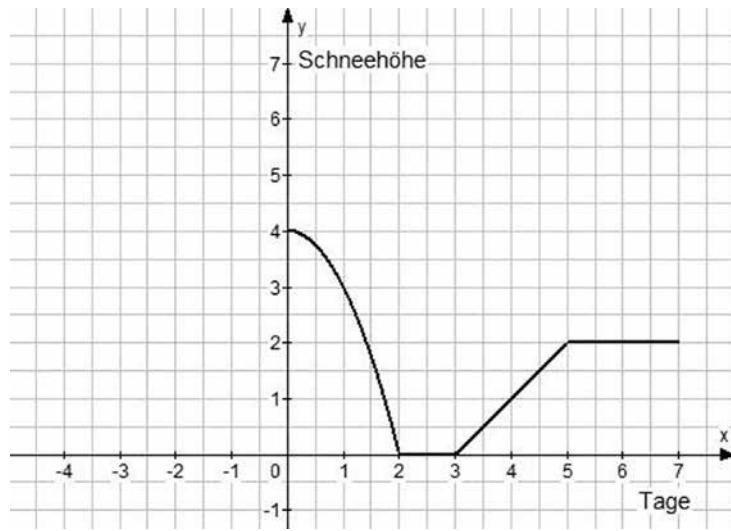
$$H(t) = 40 - 5t^2$$

Wie hoch ist die mittlere Änderungsrate der Schneehöhe innerhalb der ersten beiden Tage nach Beginn der Messung? Berechnen Sie diese!

Begründen Sie, warum die Berechnung der mittleren Änderungsrate im Zeitintervall  $[0; 3]$  mithilfe der angegebenen Funktion nicht sinnvoll ist, um Aussagen über den Verlauf der Höhe der Schneedecke zu machen!

- c) Berechnen Sie  $H'(0,5)$  für  $H(t) = H_0 - a \cdot t^2$  und  $a = 3$ ! Deuten Sie das Ergebnis hinsichtlich der Entwicklung der Schneehöhe  $H$ !

- d) Der nachstehende Graph beschreibt idealisiert den Verlauf der Schneehöhe in Dezimetern innerhalb einer Woche in einem Alpendorf.



Handelt es sich bei diesem Graphen um eine auf  $[0; 7]$  definierte Funktion? Begründen Sie Ihre Antwort!

Bestimmen Sie die Gleichung  $y = k \cdot x + d$  mit  $k, d \in \mathbb{R}$  einer Funktion  $f$ , welche den Graphen im Intervall  $[3; 5]$  beschreibt!

## Möglicher Lösungsweg

a) Frage 1:

$$18 = 20 - a \cdot 0,5^2 \Rightarrow a = 8; 20 - 8t^2 = 0 \Rightarrow t = 1,58 \text{ Tage}$$

Frage 2:

Je größer  $a$ , desto schneller nimmt die Schneehöhe ab!

b) Frage 1:

$$\frac{H(2) - H(0)}{2} = \frac{20 - 40}{2} = -10 \text{ cm/Tag}$$

Frage 2:

Der Anwendungsbereich (Definitionsbereich) der Formel  $H(t)$  liegt im Bereich  $[0; \sqrt{8}]$ , wobei  $\sqrt{8} \approx 2,8$  die positive Nullstelle von  $H(t)$  ist.

Da  $[0; 2,8]$  eine Teilmenge des Intervalls  $[0; 3]$  ist, ist die Berechnung des Differenzenquotienten im Intervall  $[0; 3]$  nicht sinnvoll.

Oder:

An der Stelle  $t = 3$  wird der Funktionswert  $H(t)$  negativ. Die Schneehöhe  $H$  kann allerdings nicht negativ sein, daher ist die Berechnung der mittleren Änderungsrate im Intervall  $[0; 3]$  nicht sinnvoll.

c) Frage 1:

$$H(t) = H_0 - 3 \cdot t^2$$

$$H'(t) = -6 \cdot t$$

$$H'(0,5) = -3 \text{ cm/Tag}$$

Frage 2:

Nach  $t = 0,5$  Tagen nimmt die Höhe der Schneedecke mit einer Geschwindigkeit von 3 cm/Tag ab.

d) Frage 1:

Der Graph beschreibt eine Funktion, da jedem Zeitpunkt  $x$  genau eine Schneehöhe  $y$  zugeordnet wird.

Frage 2:

$$f(3) = 0 \Rightarrow 0 = k \cdot 3 + d$$

$$f(5) = 2 \Rightarrow 2 = k \cdot 5 + d$$

daher:  $k = 1; d = -3$

$$y = x - 3$$

## Blutgefäß

Aufgabennummer: 2\_FT002

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

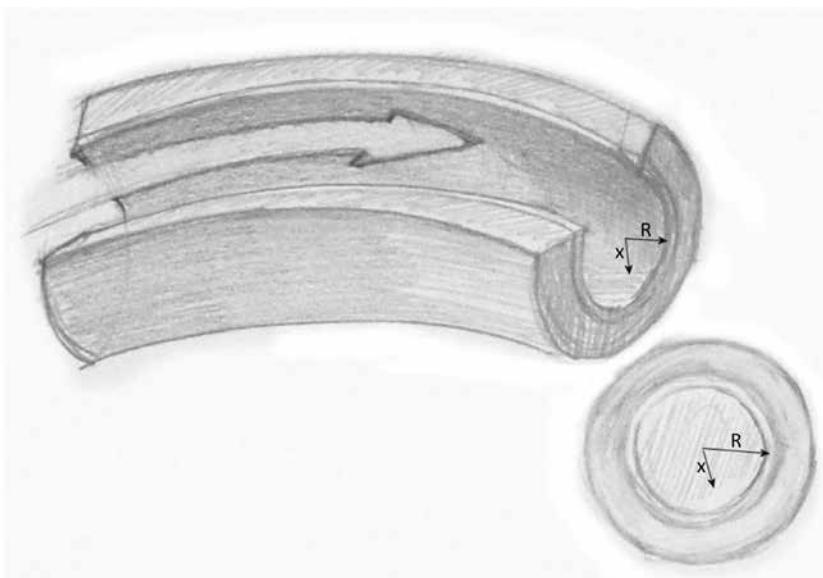
Grundkompetenzen: AG 2.1, AN 1.3, AN 2.1, FA 1.7

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

In einem Blutgefäß hängt die Geschwindigkeit  $v$  des Blutes davon ab, wie groß der Abstand  $x$  zum Mittelpunkt ist. Ein gültiger Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit  $v$  und dem Abstand  $x$  kann mittels einer Formel  $v(x) = v_m \cdot \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right)$  modelliert werden.



(Bild aus <http://www.gefaesschirurgie-klinik.de/patienteninformationen/arterienverkalkung.php>, ergänzt durch Pfeile und Beschriftung)

Die in der Formel auftretenden Größen sind im Folgenden beschrieben:

$R$  ... Innenradius des Blutgefäßes in mm

$v_m$  ... maximale Geschwindigkeit des Blutes im Mittelpunkt des Blutgefäßes in cm/s

$x$  ... Abstand vom Mittelpunkt des Blutgefäßes in mm

$v(x)$  ... Geschwindigkeit des Blutes bei Abstand  $x$  vom Mittelpunkt des Blutgefäßes in cm/s

**Aufgabenstellung:**

- a) Geben Sie einen Definitionsbereich für  $x$  an, der für das Blutgefäß sinnvoll ist, und begründen Sie, warum die Formel eine vereinfachte Beschreibung der Blutgeschwindigkeit ist!
- b) In einem Lehrbuch der Medizin wird behauptet, dass beim Abstand  $x = \frac{R}{2}$  die Geschwindigkeit des Blutes 75 % vom maximalen Wert beträgt. Um die Aussage mathematisch zu beweisen, wird der Ansatz  $v(x) = \frac{3}{4} v_m$  gemacht, und damit wird die Stelle  $x$  berechnet.

Führen Sie die Berechnung von der Stelle  $x$  aus und zeigen Sie, dass man mit der Berechnung des Funktionswerts  $v\left(\frac{R}{2}\right)$  zum gleichen Ergebnis kommt!

- c) Formen Sie die gegebene Formel für  $v(x)$  so um, dass man eine Funktion  $x(v)$  erhält!

Erläutern Sie, was der Funktionswert  $x\left(\frac{v_m}{2}\right)$  für die Blutströmung bedeutet!

- d) Geben Sie die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit  $v$  (bei Veränderung von  $x$ ) beim Abstand  $x$  an und geben Sie an, was das Vorzeichen der Änderungsrate über das Verhalten der Blutströmung aussagt!

## Möglicher Lösungsweg

- a) Der Definitionsbereich ist  $[0; R]$  (Minimalanforderung: Angabe des Intervalls). Negative Abstände ( $x < 0$ ) sind sinnlos, und  $x > R$  würde bedeuten, dass das Blutkörperchen außerhalb des Blutgefäßes ist.

Die Formel ist deswegen eine Vereinfachung, weil das Blut am Innenrand des Blutgefäßes bestimmt nicht die Geschwindigkeit 0 hat.

Außerdem setzt die Formel voraus, dass das Blutgefäß an jeder Stelle einen kreisförmigen Querschnitt mit einem konstanten Radius  $R$  hat bzw. dass das Blutgefäß exakt zylindrisch ist (Venen haben auch Venenklappen).

Schließlich strömt das Blut zeitlich nicht mit konstanter Geschwindigkeit, die Blutgeschwindigkeit verändert sich periodisch.

- b) Lösungsweg 1:

$$\text{Umformen: } \frac{3}{4} v_m = v_m \cdot \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) \Rightarrow \frac{3}{4} = 1 - \frac{x^2}{R^2} \Rightarrow \frac{x^2}{R^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{R}{2}$$

Lösungsweg 2:

$$v\left(\frac{R}{2}\right) = v_m \cdot \left(1 - \frac{R^2}{4 \cdot R^2}\right) = v_m \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = v_m \cdot \frac{3}{4}$$

An der genannten Stelle ist der Funktionswert wieder 75 % von  $v_m$ .

c)  $x(v) = R \cdot \sqrt{1 - \frac{v}{v_m}}$

$x\left(\frac{v_m}{2}\right)$  ist jener Abstand vom Mittelpunkt des Blutgefäßes, bei dem die Strömungsgeschwindigkeit auf die Hälfte des Maximalwertes abgesunken ist.

d)  $v'(x) = -v_m \cdot \frac{2x}{R^2}$

Das negative Vorzeichen bedeutet, dass die Geschwindigkeitsfunktion im gesamten Definitionsbereich  $[0; R]$  streng monoton fallend ist. Für die Blutströmung bedeutet das, dass die Geschwindigkeit des Blutes vom Mittelpunkt der Vene bis zum Rand der Vene abnimmt. Auch eine kurze Formulierung ist als korrekt zu werten: Negatives Vorzeichen  $\rightarrow$  Geschwindigkeit nimmt ab.

## Zehnkampf

Aufgabennummer: 2\_FT003

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Grundkompetenzen: AN 1.3, FA 1.5, FA 1.8, WS 2.3, WS 3.2

- |   |  |  |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich | <input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich | <input checked="" type="checkbox"/> besondere Technologie (teilweise) erforderlich |
|---|--|--|

Die „Königsdisziplin“ der Leichtathletik ist bei den Männern der Zehnkampf. Dabei erhält jeder Athlet in jeder der 10 Disziplinen Punkte, die für jede Disziplin nach einer eigenen Formel errechnet werden. Für den Weitsprung gilt die Formel  $P = 0,14354 \cdot (x - 220)^{1.4}$ . Dabei ist  $x$  die Sprungweite in cm und  $P$  die Punktzahl (auf Ganze gerundet).

Im Bewerb sind 3 Sprünge erlaubt. Gewertet wird der weiteste fehlerfreie Sprung. Als Fehlversuch gilt in erster Linie das Übertreten beim Absprungbalken. Dies passiert in ca. 1 von 20 Versuchen. Der Weltrekord im Weitsprung liegt bei 895 cm.

Der Weltrekord im Zehnkampf wurde von Roman Šebrle 2001 beim Leichtathletikmeeting in Götzis aufgestellt und liegt bei 9026 Punkten. Seine Weitsprungleistung betrug dabei 811 cm.

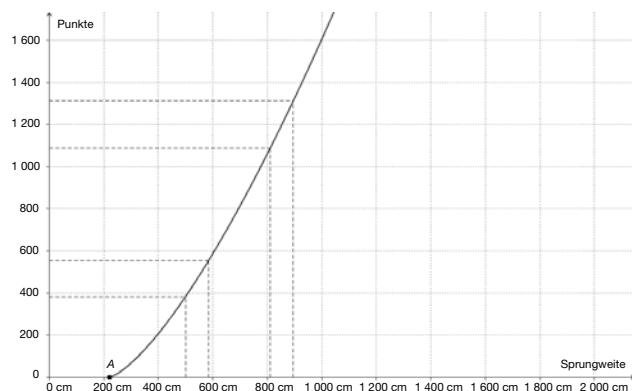
### Aufgabenstellung:

- a) Berechnen Sie, wie viele Punkte Roman Šebrle mehr erhalten hätte, wenn er die Weltrekordweite gesprungen wäre!

Begründen Sie mit der Formel, warum erst Sprünge ab 220 cm einen Punktewert ergeben!

- b) Eine Sprungleistungssteigerung um 84 cm bringt nicht von jedem Ausgangswert den gleichen durchschnittlichen Punktezuwachs (in Punkten/cm). Zeigen Sie das für die Intervalle [500 cm; 584 cm] und [811 cm; 895 cm] durch Rechnung!

Begründen Sie mithilfe der untenstehenden Graphik, warum ein absolut gleicher Weitenzuwachs für größere Ausgangswerte mehr Punkte bringt als für kleinere Ausgangswerte!



- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Athlet die Weitsprungpunkte bei seinem Zehnkampf ohne Fehlversuch erhält!

Durch bessere Trainingsmethoden kann dieser Wahrscheinlichkeitswert erhöht werden, indem die Fehlerquote von  $1 : 20$  gesenkt wird, etwa auf  $1 : n$ .

Wenn unter  $n$  Sprüngen nur ein Fehlversuch dabei ist, ergibt sich eine Erfolgsquote von  $\frac{n-1}{n}$ . Begründen Sie damit, warum die oben genannte Wahrscheinlichkeit nie 1 sein kann!

## Möglicher Lösungsweg

a)  $f(895) \approx 1312$

$f(811) \approx 1089$

Er hätte um 223 Punkte mehr erzielt.

Die Basis (der Radikand) wird erst ab 220 cm  $\geq$  null. (oder eine sinngemäße Formulierung)

b)  $\frac{f(584) - f(500)}{584 - 500}$  bzw.  $\frac{f(895) - f(811)}{895 - 811}$

im ersten Intervall: ca. 2,02 Punkte/cm

im zweiten Intervall: ca. 2,65 Punkte/cm

Begründung:  $f$  ist streng monoton wachsend und steigt im zweiten Intervall schneller.  
(Jede sinngemäß formulierte Antwort ist richtig.)

c)  $X$  ... Anzahl der Fehlversuche

$$p = \frac{1}{20}$$

$$q = p - 1 = \frac{19}{20}$$

$$P(X = 0) = \dots = \left(\frac{19}{20}\right)^3 \approx 0,857$$

d. h. mit einer Wahrscheinlichkeit von 85,7 %

Begründung: Da der Zähler immer kleiner als der Nenner ist, ist  $\frac{n-1}{n} < 1$ . Daher muss auch die 3. Potenz  $< 1$  sein.

Oder:

Sobald die Wahrscheinlichkeit für einen Fehlversuch größer als 0 ist, muss die Wahrscheinlichkeit, dass 3 Sprünge ohne Fehlversuch gelingen, kleiner als 1 sein.  
(Sinngemäß Argumentationen möglich!)

## Kugelstoßen

Aufgabennummer: 2\_FT004

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Grundkompetenzen: AN 1.3, AN 3.3, FA 1.2, FA 1.5

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

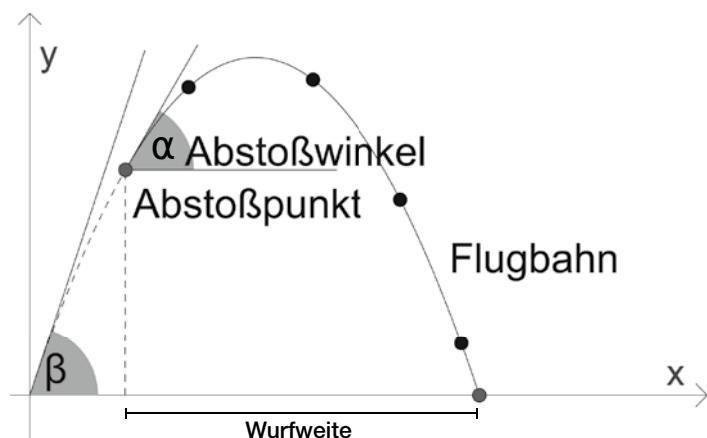
besondere Technologie erforderlich

Für die Beschreibung der Flugbahn der gestoßenen Kugel beim Kugelstoßen kann mit guter Näherung die Gleichung der Wurfarbelparabel verwendet werden.

Diese Gleichung lautet:  $y = \tan \beta \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \beta} \cdot x^2$  ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ).

Dabei ist  $v_0$  die Abwurfgeschwindigkeit der Kugel und  $\beta$  der Winkel, unter dem die Parabel die  $x$ -Achse schneidet.

Die größte Wurfweite wird für  $\beta = 45^\circ$  erzielt.



Die Computersimulation der Flugbahn der gestoßenen Kugel eines Athleten ergab für eine Gleichung der Bahnkurve  $y = 0,84 \cdot x - 0,06 \cdot x^2$ . Der Abstoßpunkt der Kugel befand sich in einer Höhe von 2,1 m.

Aufgabenstellung:

- Berechnen Sie die Größe des Abstoßwinkels  $\alpha$  und die maximale Höhe, die von der Kugel des Athleten erreicht wurde! Runden Sie auf cm!
- Welche Wurfweite hat der Athlet erzielt? Welchen Einfluss hat die Größe der Fallbeschleunigung  $g$  bei sonst gleichen Bedingungen auf die Wurfweite? Begründen Sie Ihre Antwort!

- c) Berechnen Sie für die Bahnkurve  $y = 0,84 \cdot x - 0,06 \cdot x^2$  die Größe des Winkels  $\beta$  und überprüfen Sie, ob dieser Athlet die größte Wurfweite erreicht hat!  
Erläutern Sie, ob anhand der Parameter  $a$  und  $b$  in der allgemeinen Bahnkurve  $y = ax - bx^2$  bereits feststellbar ist, ob eine Athletin/ein Athlet die größte Wurfweite erzielt hat!

### Möglicher Lösungsweg

a)  $f: y = 0,84 \cdot x - 0,06 \cdot x^2$

Abstoßpunkt: Höhe 2,1 m

$$2,1 = 0,84 \cdot x - 0,06 \cdot x^2 \quad x_1 \approx 3,26 \quad x_2 \approx 10,74$$

$$f'(x) = 0,84 - 0,12 \cdot x \quad f'(3,26) = 0,4488 \quad \tan \alpha = 0,4488 \quad \alpha \approx 24,18^\circ \text{ bzw. } \alpha \approx 0,42 \text{ rad}$$

$$f'(x) = 0,84 - 0,12 \cdot x \quad 0 = 0,84 - 0,12 \cdot x \quad x = 7 \quad f(7) = 2,94$$

Die maximale Höhe der Kugel betrug 2,94 m.

b)  $f: y = 0,84 \cdot x - 0,06 \cdot x^2$

Abstoßpunkt: Höhe 2,1 m

$$2,1 = 0,84 \cdot x - 0,06 \cdot x^2 \quad (x_1 \approx 3,26) \quad x_2 \approx 10,74$$

Nullstellen:  $0 = 0,84 \cdot x - 0,06 \cdot x^2 \quad (x_1 = 0) \text{ und } x_2 = 14$

$$14 - 3,26 = 10,74$$

Die Wurfweite der Kugel war 10,74 m.

Die Wurfweite wird bestimmt durch die rechte Nullstelle der Parabel:

$$0 = \tan \beta \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \beta} \cdot x^2$$

$$0 = x \cdot \left( \tan \beta - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \beta} \cdot x \right)$$

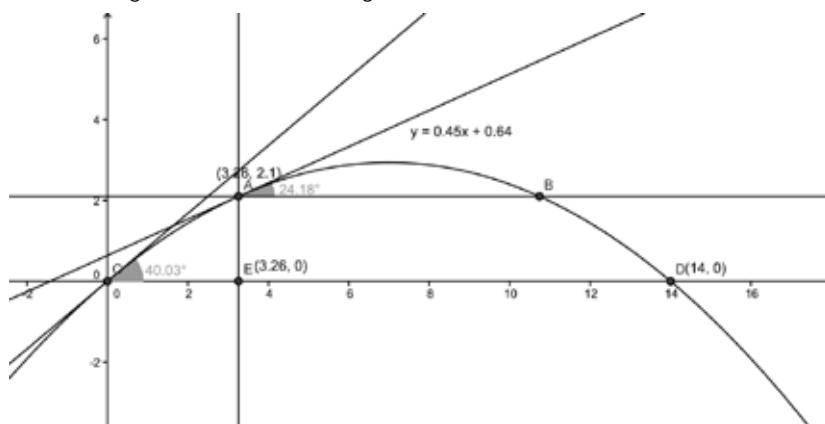
$$x = \frac{\tan \beta \cdot 2v_0^2 \cdot \cos^2 \beta}{g}$$

Bei größerem  $g$  wird die Wurfweite kleiner. Es liegt eine indirekte Proportionalität vor.

c)  $f'(x) = 0,84 - 0,12 \cdot x \quad f'(0) = k \quad \tan \beta = k \quad \beta \approx 40,03^\circ < 45^\circ$

Da der Winkel  $\beta$  ungleich  $45^\circ$  ist, könnte der Athlet durch Veränderung des Abstoßwinkels eine größere Wurfweite erzielen.

Oder Lösung mithilfe von Technologie:



## Bevölkerungsentwicklung

Aufgabennummer: 2\_FT005

Prüfungsteil: Typ 1  Typ 2

Grundkompetenzen: AN 1.1, FA 2.2, FA 5.2, FA 5.3, FA 5.6, WS 1.1, WS 1.2

- |   |  |  |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich | <input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich | <input checked="" type="checkbox"/> besondere Technologie (teilweise) erforderlich |
|---|--|--|

Die Weltbevölkerung ist in den vergangenen Jahrhunderten unterschiedlich stark gewachsen. Für die weitere Entwicklung bis zum Ende dieses Jahrhunderts gibt es unterschiedliche Prognosen. Abbildung 1 zeigt die Bevölkerungsentwicklung in den vergangenen 3 000 Jahren. Abbildung 2 zeigt die Bevölkerungsentwicklung von 1750 bis 2000. Abbildung 3 zeigt die Bevölkerungsentwicklung von 1950 bis 2010. Die untenstehende Tabelle zeigt die Bevölkerungsentwicklung nach Kontinenten und Subkontinenten von 1900 bis 2000.



Abbildung 1



Quelle: Informationen zur Politischen Bildung, Bevölkerungsentwicklung, 1988, S. 25  
Gestaltung: Michael Wirsing, 2005

Abbildung 2

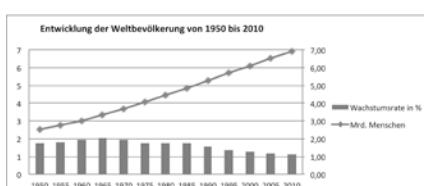


Abbildung 3

Jahr	Afrika	Asien	Europa	Lateinamerika	Nordamerika	Ozeanien
1900	133	925	430	74	82	6
1950	227	1 403	547	167	172	13
1975	419	2 379	676	323	242	21
2000	819	3 698	727	521	319	31

**Aufgabenstellung:**

- a) Ermitteln Sie anhand der Abbildungen, um wie viele Menschen die Weltbevölkerung von 1600 bis 1800 zugenommen hat!

Nennen Sie zwei Zeiträume, in denen die Weltbevölkerung mindestens 100 Jahre lang abgenommen hat, und begründen Sie Ihre Antwort!

- b) Die Weltbevölkerung hat von 1930 bis 1980 annähernd exponentiell zugenommen. Berechnen Sie unter dieser Annahme für diesen Zeitraum die jährliche Wachstumsrate auf Zehntelpunkt genau!

- c) Begründen Sie anhand der jährlichen Wachstumsraten aus Abbildung 3, warum die Entwicklung der Weltbevölkerung von 1950 bis 2010 nicht durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden kann!

Bei konstanter Zunahme der Bevölkerungszahl ab 2010 wird für das Jahr 2050 eine Bevölkerungszahl von 10,4 Milliarden prognostiziert.

Berechnen Sie, von welcher jährlichen Zunahme bei dieser Prognose ausgegangen wird! Geben Sie die jährliche Zunahme in Millionen Menschen an!

- d) Angenommen, die absoluten Zahlen der Bevölkerungsentwicklung der Kontinente und Subkontinente im Zeitraum von 1900 bis 2000 werden in einem Säulendiagramm mit linearer Skalierung dargestellt.

Begründen Sie, warum die starke Bevölkerungszunahme in Ozeanien von 1900 bis 2000 in einem solchen Diagramm nicht erkennbar ist!

Gegeben sind fünf Aussagen zur Bevölkerungsentwicklung nach Kontinenten und Subkontinenten von 1900 bis 2000.

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Bevölkerung Asiens hat sich im 20. Jahrhundert annähernd vervierfacht.	<input type="checkbox"/>
Seit Beginn des 20. Jahrhunderts lebten in Lateinamerika mehr Menschen als in Nordamerika.	<input type="checkbox"/>
Im Zeitraum von 1975 bis 2000 war die relative Bevölkerungszunahme in Afrika am größten.	<input type="checkbox"/>
In Europa war die Bevölkerungszunahme von 1975 bis 2000 geringer als von 1950 bis 1975.	<input type="checkbox"/>
1950 lebten in Europa und Amerika zusammen bereits mehr als eine Milliarde Menschen.	<input type="checkbox"/>

## Möglicher Lösungsweg

- a) Zunahme von 1600 bis 1800: ca. 500 Millionen Menschen

Die Weltbevölkerung hat mindestens 100 Jahre lang abgenommen in [250 v. Chr.; 50 v. Chr.] (bzw. [-250; -50]) und [1400; 1500], da in diesen Zeitintervallen das jährliche Bevölkerungswachstum in % negativ ist.

- b)  $N(t) = N_0 \cdot a^t$

$$4,5 = 2 \cdot a^{50}$$

$$a \approx 1,016, \text{ d. h. Zunahme um } 1,6\% \text{ pro Jahr}$$

- c) Bei einer exponentiellen Zunahme ist die jährliche Wachstumsrate konstant. Abbildung 3 zeigt, dass diese Voraussetzung im Zeitraum von 1950 bis 2010 nicht erfüllt ist.

Konstante jährliche Zunahme von 2010 bis 2050:

$$\frac{10,4 - 6,9}{40} = 0,0875 \text{ Milliarden} = 87,5 \text{ Millionen}$$

- d) Da die Bevölkerungszahl Ozeaniens von 1900 bis 2000 jeweils weniger als 1 % der Bevölkerungszahl Asiens betrug, sind die entsprechenden Säulen für Ozeanien sehr niedrig (Höhe fast null).

Daher ist die Verfünffachung der Bevölkerungszahl Ozeaniens nicht erkennbar.

Die Bevölkerung Asiens hat sich im 20. Jahrhundert annähernd vervierfacht.	<input checked="" type="checkbox"/>
Seit Beginn des 20. Jahrhunderts lebten in Lateinamerika mehr Menschen als in Nordamerika.	<input type="checkbox"/>
Im Zeitraum von 1975 bis 2000 war die relative Bevölkerungszunahme in Afrika am größten.	<input checked="" type="checkbox"/>
In Europa war die Bevölkerungszunahme von 1975 bis 2000 geringer als von 1950 bis 1975.	<input checked="" type="checkbox"/>
1950 lebten in Europa und Amerika zusammen bereits mehr als eine Milliarde Menschen.	<input type="checkbox"/>