МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий

Лабораторная работа
ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Авторы:
Голенских Никита
Вологин Вадим

гр. Б01-205

Долгопрудный 2023

Содержание

1 Аннотация

1.1 Цель работы

Определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

1.2 Оборудование

20 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала ($25\times30\times60$ мм^3), деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики (20 шт.) и неодимовые магниты в форме параллелепипедов (2 шт.), набор гирь и разновесов.

2 Теоретические сведения

2.1 Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. Магнитный момент m тонкого витка площадью S с током I равен $\mathfrak{m} = \frac{I\mathbf{S}}{c}$,где $\mathbf{S} = S\mathbf{n}$ - вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему, $\mathbf{n}$ - единичный вектор нормали к площадке. Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, анологичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\mathbf{B} = \frac{3(\mathfrak{m}\cdot\mathbf{r})}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \tag{1}$$

Во внешнем магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}$ на точеный магнитный диполь $\mathfrak{m}$ действует механический момент сил $\mathbf{M} = [\mathfrak{m}, \mathbf{B}]$ При этом потенциальная энергия диполя равна $W = -(\mathfrak{m}\cdot\mathbf{B})$ Когда диполь ориентирован вдоль внешнего поля, он находится в состоянии равновесия.

В неоднородном внешнем поле выражение для энергии постоянного диполя сохраняется. При этом кроме момента сил на диполь действует ещё и сила

$$\mathbf{F} = (\mathfrak{m}\cdot\nabla)\mathbf{B} \tag{2}$$

Таким образом. свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле ориентируется вдоль силовых линий магнитного поля и втягивается в область более сильного поля, поскольку это ведёт к уменьшению энергии диполя.

Формулы выше позволяют рассчитать силу взаимодействия магнитов с моментами $\mathfrak{m}_1$ и $\mathfrak{m}_2$. Когда моменты двух небольших магнитов направлены вдоль соединяющей их прямой (в ед.СГС): $\mathfrak{m}_{1,2}\|\mathbf{r}$, где $\mathbf{r}$ - радиус-вектор между ними, они взаимодействуют с силой

$$F_{12} = \mathfrak{m}_1\frac{\partial B_2}{\partial r} = -\frac{6\mathfrak{m}_1\mathfrak{m}_2}{r^4} \tag{3}$$

Если магнитные моменты направлены перпендикулярно соединяющей их прямой: $\mathfrak{m}_{1,2} \perp \mathbf{r}$, то нетрудно показать, что сила их взаимодействия окажется в два раза меньшей и будет иметь противоположный знак, в ед.СГС: $F_{12} = \frac{3\mathfrak{m}_1\mathfrak{m}_2}{r^4}$.

2.2 Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

Магнитное поле Земли в настоящей работе определяется по периоду крутильных колебаний магнитной стрелки вокруг вертикальной оси.

Магнитная стрелка» образована из сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью Λ-образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. Под действием вращательного момента магнитный момент «стрелки» выстроится вдоль горизонтальной составляющей магнитного поля Земли в направлении Юг → Север.

Период колебаний маятника оказывается пропорциональным числу шаров n, составляющих «стрелку»:

$$T(n) = n\cdot 2\pi\sqrt{\frac{mR^2}{3P_mB_h}} = n\cdot\pi\sqrt{\frac{md^2}{3P_mB_h}}. \tag{4}$$

Здесь и далее, чтобы не путать массу с магнитным моментом диполя, обозначим его как $P_m \equiv m$.

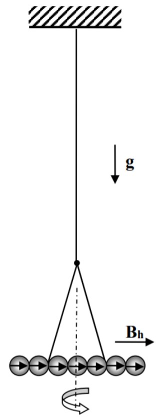

Рис. 1: Крутильный маятник с неодимовыми шариками

2.3 Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли.

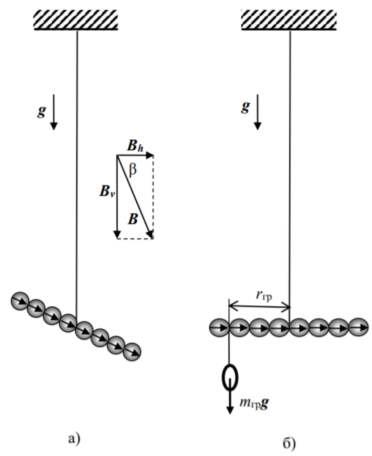

Рис. 2: Определение вертикальной составляющей поля Земли

Для измерения вертикальной составляющей вектора индукции поля Земли используется та же установка, что и для измерения горизонтальной составляющей с тем лишь отличием, что магнитная «стрелка» подвешивается на нити без Λ-образного подвеса. В этом случае магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту.

С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять», расположив её горизонтально: в этом случае момент силы тяжести груза относительно точки подвеса будет равен моменту сил, действующих на «стрелку» со стороны магнитного поля Земли.

Момент силы тяжести, уравновешивающего груза в зависимости от количества шаров:

$$M(n) = n \cdot P_m B_\nu \tag{5}$$

3 Ход работы

3.1 Задание №1

Параметры шариков: масса 12 шариков $m_{12} = 10.068 \pm 0.001$ г, отсюда 1 шарик весит $m = 0.839 \pm 0.001$ г; $r = 0.295 \pm 0.005$ см; $V = 0.1022 \pm 0.0106$ см^3

3.1.1 Метод А

Величину магнитного момента P_m двух одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу и определив максимальное расстояние r_{max}, на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков mg равна силе их магнитного притяжения. Когда векторы двух магнитных моментов ориентированы вертикально, имеем:

$$r_{max} = 1.73 \pm 0.01 \text{ см}$$

$$P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}} = 35.0 \pm 0.2 \ \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}$$

$$p_m = \frac{P_m}{V} = 342.9 \pm 35.5 \text{ Гс}$$

$$B_p = \frac{16P_m}{d^3} = 2873.1 \pm 149.2 \text{ Гс}$$

$$B_r = 4\pi p_m = 4309.6 \pm 446.3 \text{ Гс}$$

Измерим индукцию магнитного поля шарика магнетометром:

$$B_p^{exp} = 2750 \pm 10 \text{ Гс}$$

Полученное значение согласуется с расчитанным выше.

3.1.2 Метод В

Найдем максимальный вес цепочки, при котором происходит отрыв. По формуле $P_m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}}$ найдем магнитный момент.

Максимальная масса с учетом самой цепочки равна $m_{max} = 305,169$ г. Отсюда $P_m = 74.78 \pm 0.25$ Гс.

Вычислим B_r для полученного значения: $B_r = 8738.9 \pm 889.2$. Таким образом, метод В дал более близкое к табличному значение, по сравнению с методом А, поэтому примем $P_m = 72.27 \pm 0.25$.

3.2 Задание №2

Построим график зависимости периода колебаний от количества шариков. По формуле $T_n = 2\pi\sqrt{\frac{mr^2}{3P_mB_h}} \cdot n$ из графика определим величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

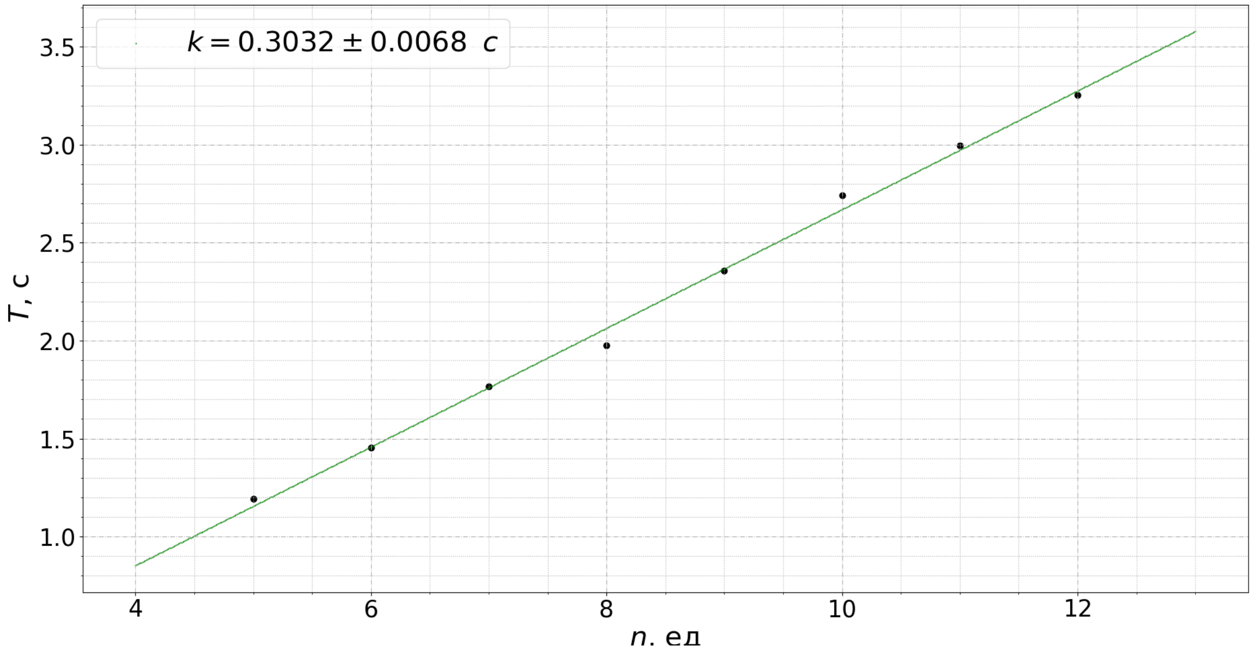

Рис. 3: T(n)

Угловой коэффициент: $k = 0.3032 \pm 0.0068$ с, $\varepsilon = 2.2\%$
Горизонтальная составляющая: $B_h = 0.298 \pm 0.013$ Гс, $\varepsilon = 4.5\%$

3.3 Задание №3

В положении равновесия: $mgr = nP_mB_v$

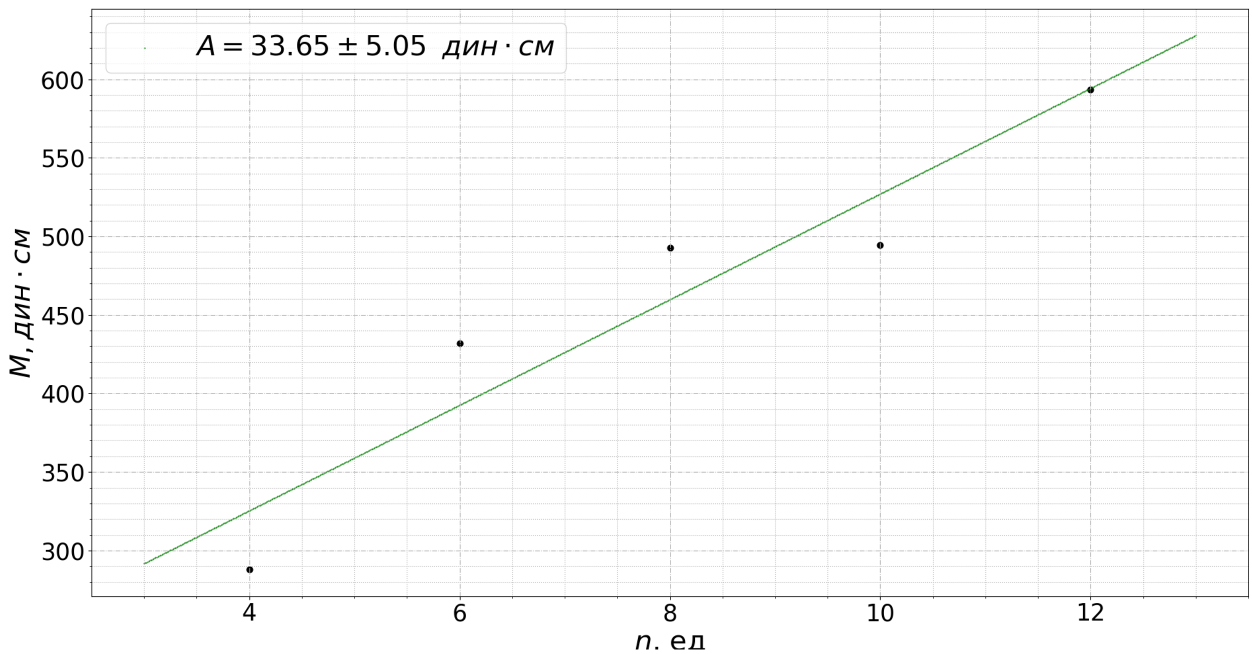

Рис. 4: T(n)

Угловой коэффициент: $A = 33.65 \pm 5.05$ дин · см, $\varepsilon = 15\%$
Вертикальная составляющая: $B_v = 0.450 \pm 0.068$ Гс, $\varepsilon = 15\%$

3.4 Итоговые расчеты

Полное поле Земли $B = \sqrt{B_h^2 + B_v^2} = 0.540 \pm 0.105$ Гс, что в пределах погрешность совпадает с табличными 0.5 Гс.

Магнитное отклонение $\beta = arctg\left(\frac{B_v}{B_h}\right) \approx 0.985 \pm 0.154$ рад $\approx 56.5^\circ \pm 8.8^\circ, \varepsilon = 15.6\%$.