

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий



Лабораторная работа № 3.6.1
СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Авторы:
Голенских Никита
Вологин Вадим
гр. Б01-205

Долгопрудный 2023

Содержание

1	Аннотация	2
2	Теоретическая Часть	2
2.1	Основные Сведения	2
2.2	Экспериментальная Установка	2
3	Практическая Часть	3
3.1	Спектры Прямоугольных Импульсов	3
3.2	Спектры Периодической Последовательности Цугов	3
3.3	Спектры Амплитудно-Модулированных Сигналов	7
3.4	Изучение фильтрации сигналов	9
4	Вывод	9

1 Аннотация

Цель работы: изучить спектры сигналов различной формы и влияние параметров сигнала на вид соответствующих спектров; проверить справедливость соотношений неопределённостей; познакомиться с работой спектральных фильтров на примере RC-цепочки.

В работе используются: персональный компьютер, USB-осциллограф (АКИП-3409/4), генератор сигналов произвольной формы, соединительные кабели.

2 Теоретическая Часть

2.1 Основные Сведения

В работе изучаются спектры периодических электрических сигналов различной формы (последовательности прямоугольных импульсов и цугов, а также амплитудно- и фазо-модулированных гармонических колебаний). Спектры этих сигналов наблюдаются с помощью спектроанализатора, входящего в состав USB-осциллографа и сравниваются с рассчитанными теоретически.

2.2 Экспериментальная Установка

Схема установки приведена на **рис. 1**.

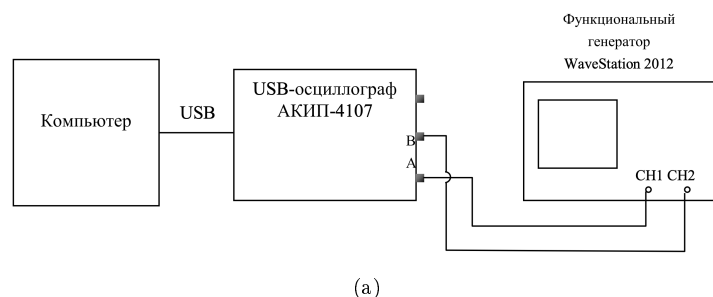
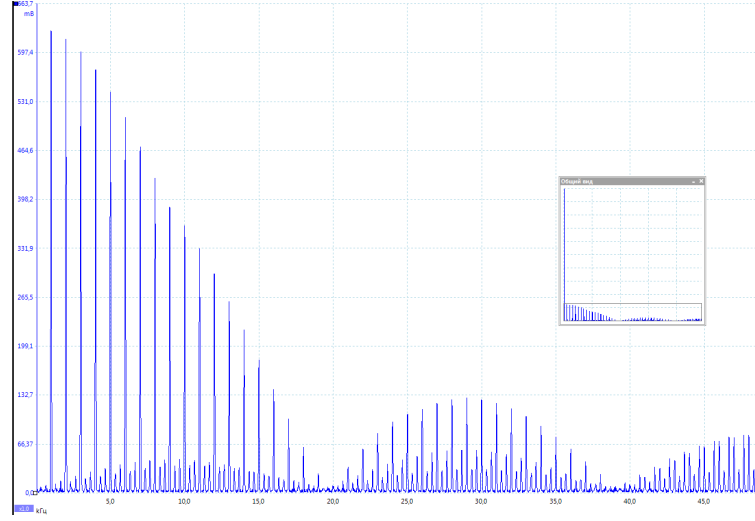


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

3 Практическая Часть

3.1 Спектры Прямоугольных Импульсов



(a)

Рис. 2: Спектрограмма прямоугольного импульса при $T_{\text{повт}} = 1$ мс, $\tau = 50$ мкс

На **рис. 3** показана спектрограмма прямоугольного импульса. Этот сигнал в дальнейшем является первым в каждой серии измерений. На его примере показана хорошая точность (**таблица 1**) следующих соотношений:

$$\nu_n = \frac{2\pi n}{T} \quad |a_n| = \frac{|\sin \frac{\pi n \tau}{T}|}{\pi n}$$

Перейдём к проверке справедливости соотношений неопределённости. Для этого в начале рассмотрим поведения спектрограммы при изменяющемся $T_{\text{повт}}$ (см. **рис. 4**), а затем при изменяющемся τ (см. **рис. 5**). Полученные значения ширины спектра, а также расстояния между соседними гармониками представлены в **таблица 2** и **3**.

Стоит отметить следующие закономерности изменения спектрограммы: при увеличении $T_{\text{повт}}$ и неизменном τ амплитуда сигнала уменьшается; при увеличении τ и неизменном $T_{\text{повт}}$ уменьшается $\Delta\nu$.

На основании этой схожести спектров покажем справедливость *теоремы смещения*. Будем сравнивать

Оценим погрешности угловых коэффициентов, полученных из данных графиков, основываясь на том факте, что мы использовали метод наименьших коэффициентов:

$$\sigma_{k1} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\frac{\langle \Delta\nu \rangle}{\langle 1/\tau \rangle} - k_1 \right)} \quad \sigma_{k2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\frac{\langle \delta\nu \rangle}{\langle 1/T_{\text{повт}} \rangle} - k_2 \right)}.$$

Соответственно, полученные значения угловых коэффициентов:

$$k_1 = 1.012 \pm 0.064 \quad (\varepsilon_{k1} \approx 6.3\%) \quad k_2 = 1.000 \pm 0.016 \quad (\varepsilon_{k2} \approx 1.6\%).$$

Таким образом, можно с уверенностью сказать, что *соотношение неопределённости* выполняется в нашем случае.

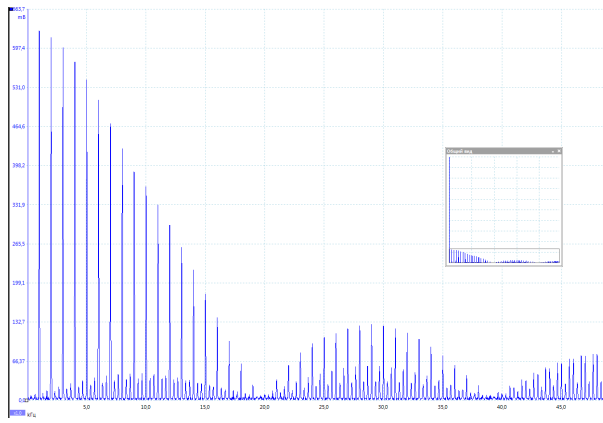
3.2 Спектры Периодической Последовательности Цугов

На **рис. 8** показана спектрограмма синусоидального импульса (цуга). Этот сигнал в дальнейшем является первым в каждой серии измерений.

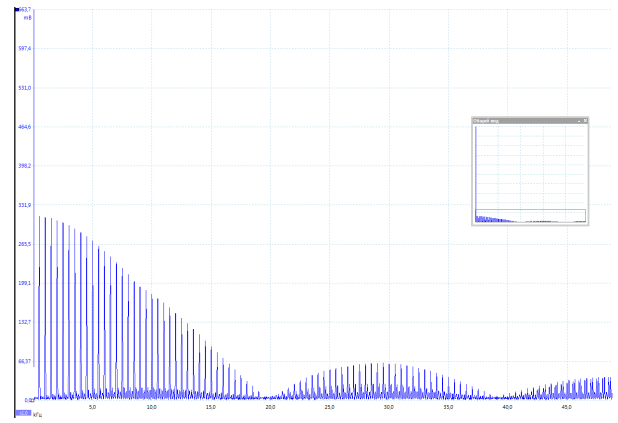
Обратим внимание ряд особенностей изменения вида спектра при варьировании его параметров. При уменьшении ν_0 амплитуда сигнала увеличивается, при увеличении T амплитуда уменьшается, при уменьшении N амплитуда также уменьшается (см. **рис. 9, 10, 11**). Также стоит отметить сходство спектров прямоугольного импульса и цуга: спектры идентичны за вычетом смещения на величину ν_0 .

Вновь продемонстрируем точность выполнения соотношения неопределённостей (см. **таблица 5**):

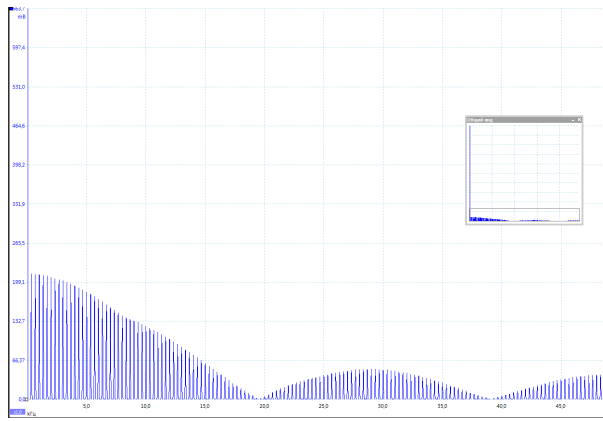
$$\Delta\nu \cdot T = 0.998 \pm 0.030.$$



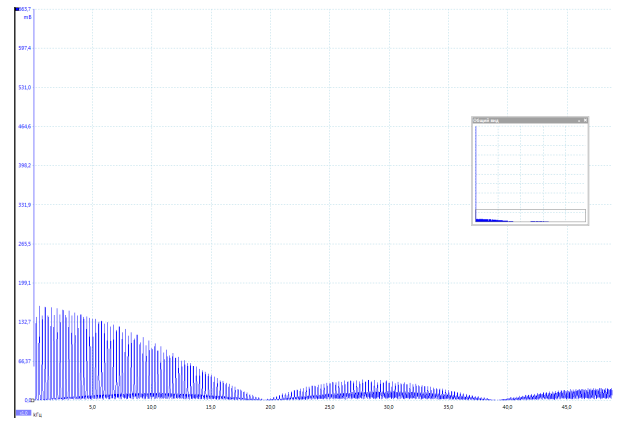
(a)



(b)



(c)



(d)

Рис. 3: Спектрограмма прямоугольного импульса при разных $T_{\text{повт}}$: 1, 2, 3, 4 мс

Таблица 1: Параметры спектров прямоугольных импульсов

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$\nu_n^{\text{экс}}$, кГц	1.049	1.981	2.993	3.924	4.977	5.908	7.002	7.973
$\nu_n^{\text{теор}}$, кГц	1	2	3	4	5	6	7	8
$ a_n ^{\text{экс}}$, усл. ед.	627.2	615.0	589.0	579.5	542.3	513.7	471.2	425.3
$ a_n/a_1 ^{\text{экс}}$	1	0.9805	0.9391	0.9239	0.8646	0.8190	0.7513	0.6781
$ a_n/a_1 ^{\text{теор}}$	1	0.9877	0.9674	0.9393	0.9040	0.8619	0.8137	0.7599

Таблица 2: $T = 1$ мс

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ , мкс	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
$\Delta\nu$, кГц	50.0	25.0	17.0	12.5	10.0	8.0	7.0	5.5	5.0	4.5

Таблица 3: $\tau = 100$ мкс

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
T , мкс	200	800	1400	2000	2600	3200	3800	4400	5000
$\delta\nu$, кГц	5.00	1.625	0.71	0.50	0.38	0.31	0.26	0.23	0.20

Таблица 4: ν_0 - варьируется, $T = \text{const}$, $N = \text{const}$

n	1	2	3	4	5
ν_n , кГц	50	40	30	20	10
$\Delta\nu$, кГц	10.0	8.2	5.8	2.7	1.8
$\delta\nu$, кГц	1.00	1.00	1.00	1.00	0.5

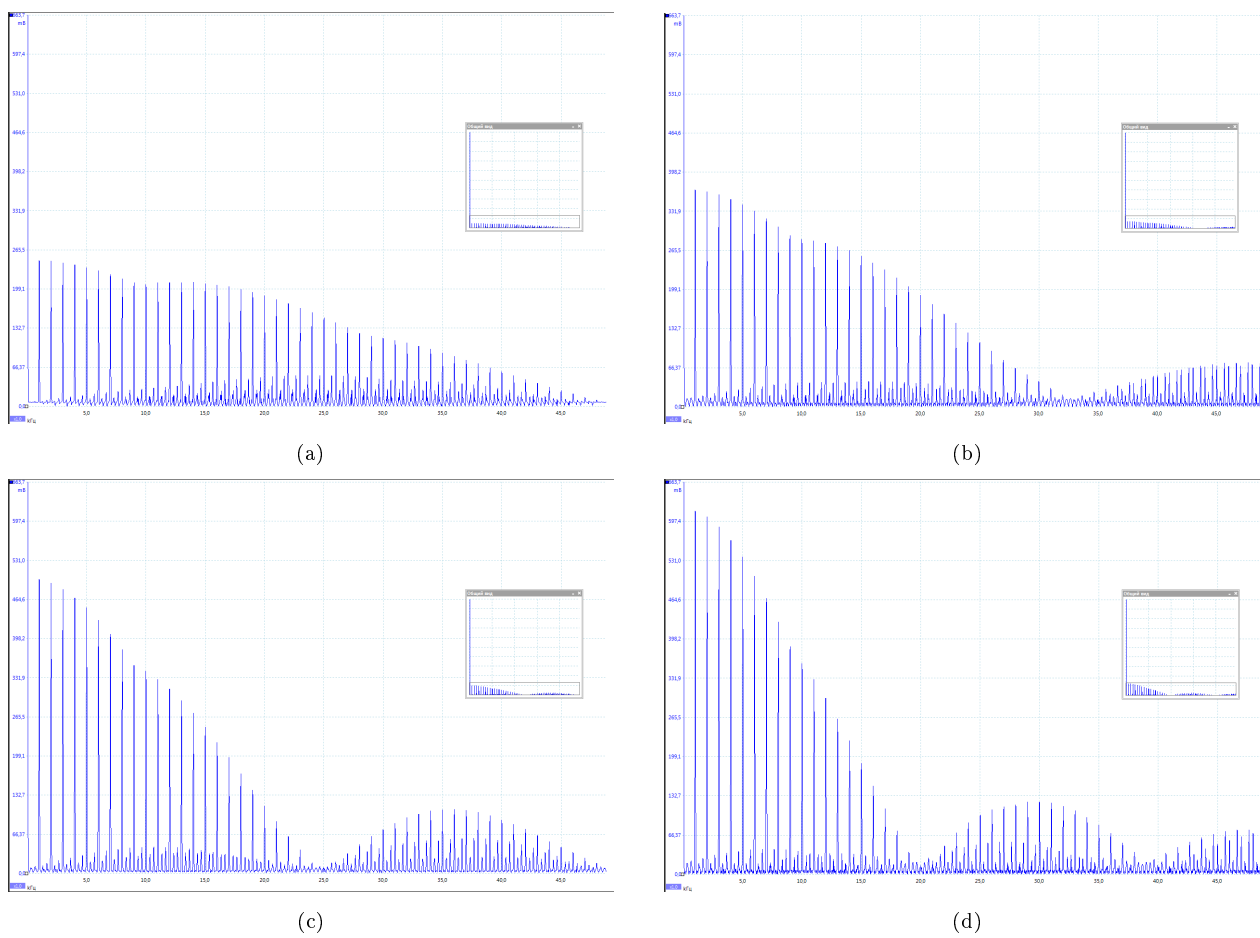


Рис. 4: Спектрограмма прямоугольного импульса при разных τ : 20, 30, 40, 50 мкс

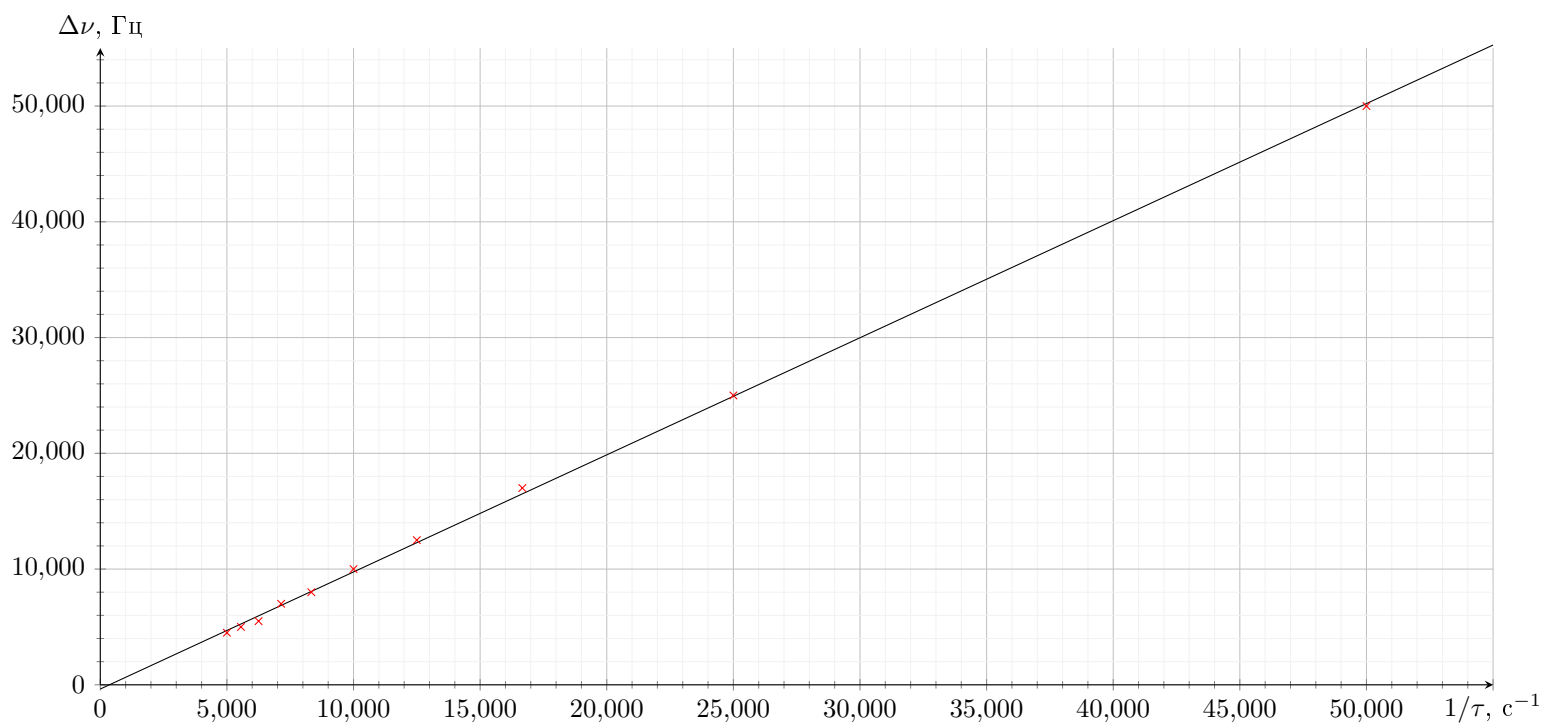


Рис. 5: Зависимость ширины спектра сигнала от обратного периода повторения

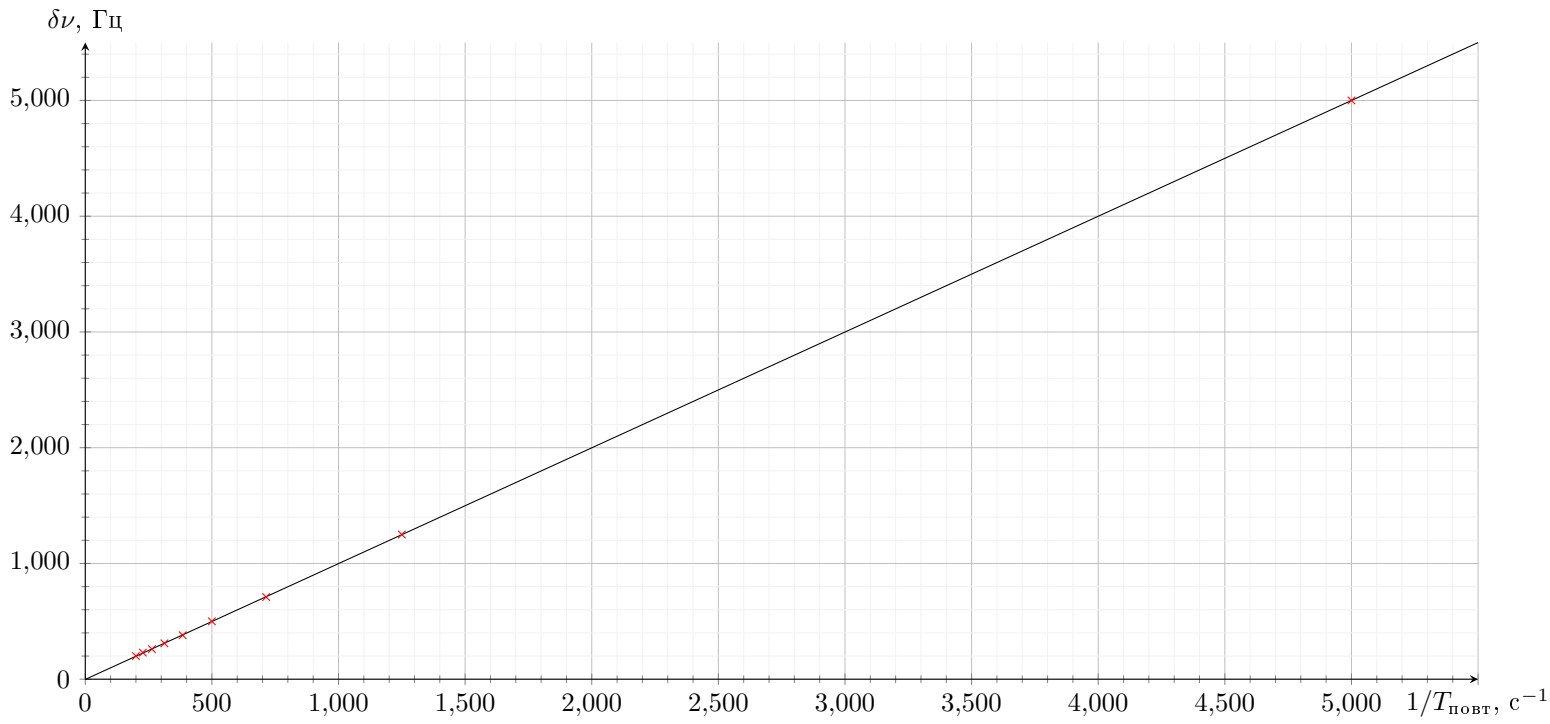


Рис. 6: Зависимость расстояния между соседними гармониками спектра от длительности импульса

Таблица 5: $\nu_0 = \text{const}$, T - варьируется, $N = \text{const}$

n	1	2	3	4	5
T , мс	1	2	3	4	5
ν_0 , кГц	50	50	50	50	50
$\Delta\nu$, кГц	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0
$\delta\nu$, кГц	1.00	0.50	0.33	0.25	0.2

Таблица 6: $\nu_0 = \text{const}$, $T = \text{const}$, N - варьируется

n	1	2	3	4	5
N	5	4	3	2	1
ν_0 , кГц	50	50	50	50	50
$\Delta\nu$, кГц	10.0	13.0	16.0	19.0	34.0
$\delta\nu$, кГц	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

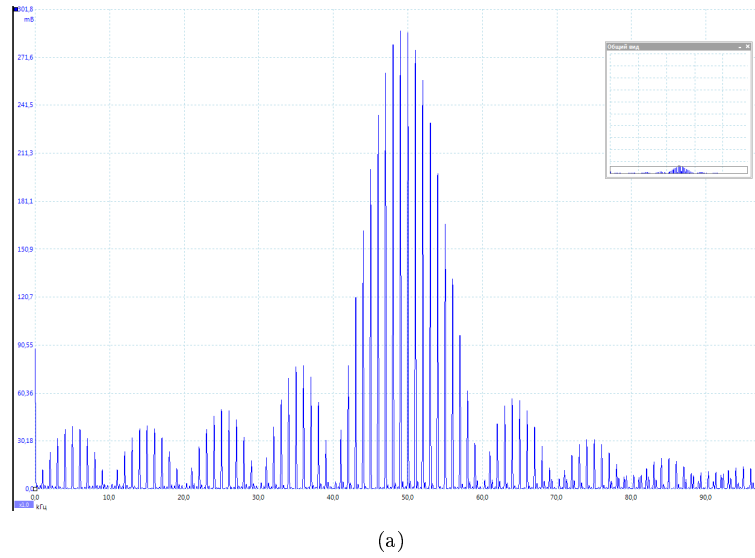


Рис. 7: Спектрограмма синусоидального импульса при $\nu_0 = 50$ кГц, $T_{\text{повт}} = 1$ мс, $N = 5$

3.3 Спектры Амплитудно-Модулированных Сигналов

Последним классом сигналов, который будет рассмотрен в данном отчёте является амплитудно-модулированный сигнал. Сигнал, являющийся первым для каждой серии измерений представлен на **рис. 12**.

Начнём рассмотрение с того, что убедимся в существовании связи между глубиной модуляции m и амплитудой сигнала A_{\max} и A_{\min} . Из **рис. 12**:

$$A_{\min} = 1.0 \pm 0.1 \text{ усл. ед.}, \quad A_{\max} = 3.0 \pm 0.1 \text{ усл. ед.} \quad m_{\text{эксп}} = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}} = 0.5 \pm 0.075 \quad (\varepsilon_m = 15\%)$$

Отметим следующие особенности изменения спектрограмм сигнала в зависимости от изменения его параметров: в случае увеличения несущей частоты ν_0 спектрограмма смещается вправо, её иные параметры не изменяются; в свою очередь, изменение частоты модуляции $\nu_{\text{мод}}$ расстояние между боковой и основной спектральной линиями увеличивается (см. **рис. 13** и **14**).

На **рис. 15** показаны спектрограммы сигналов при разных значениях глубины модуляции. На основании данных, полученных из данных спектрограмм, построим график $a_{\text{бок}}/a_{\text{осн}}(m)$. По наклону прямой определим отношение из формулы:

$$k = \frac{a_{\text{бок}}}{a_{\text{осн}}} \cdot \frac{1}{m} = 0.511 \pm 0.009 \quad (\varepsilon = 1.8\%),$$

согласно теории, получено должно было быть значение 0.5, что попадает в $2\sigma_k$ интервал.

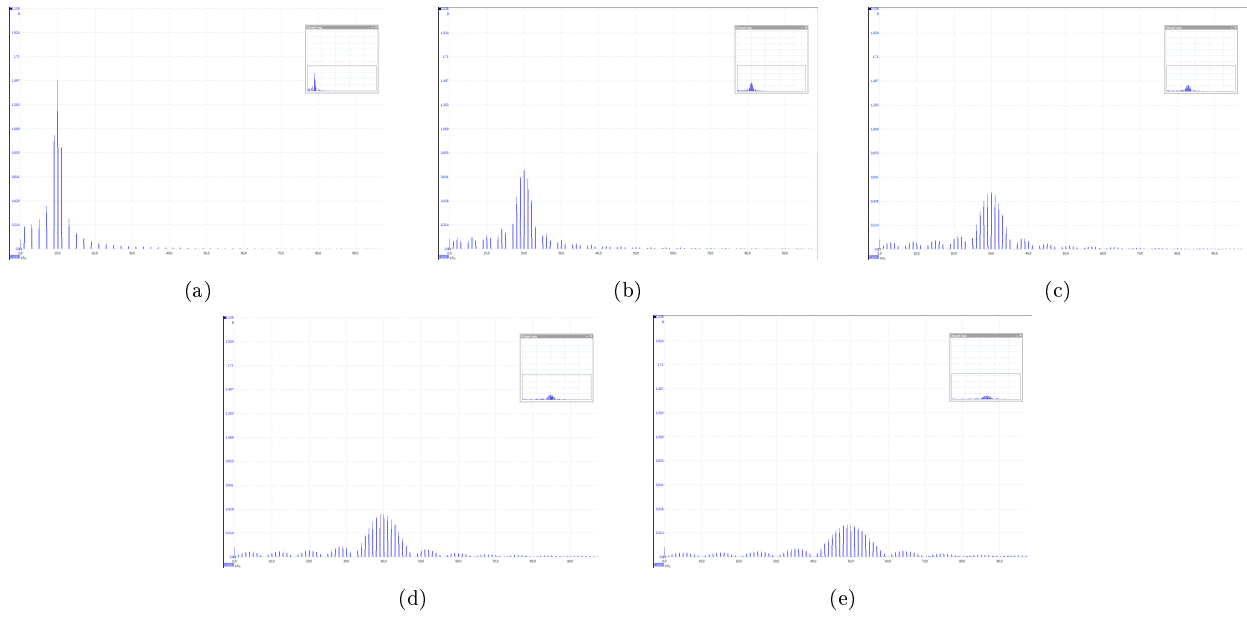


Рис. 8: Спектрограмма цугов при разных ν_0 : 10, 20, 30, 40, 50 кГц

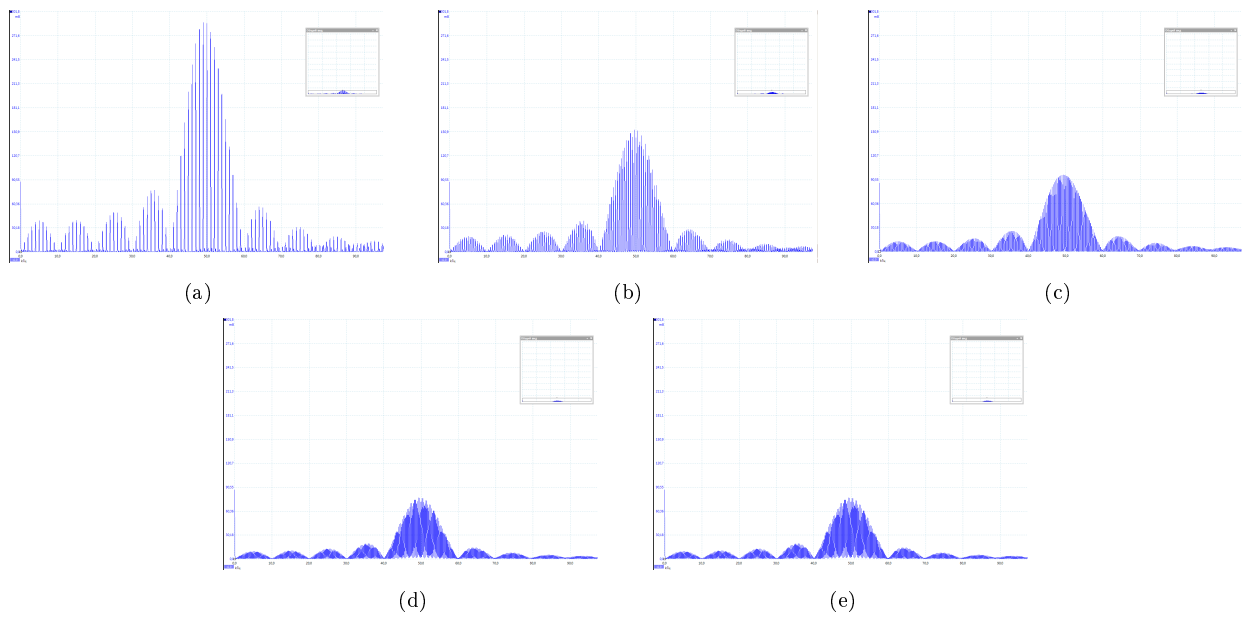


Рис. 9: Спектрограмма цугов при разных T : 1, 2, 3, 4, 5 мс

3.4 Изучение фильтрации сигналов

4 Вывод

В данной работе мы изучили понятие спектра и спектрального анализа, а также исследовали спектральный состав периодических электрических сигналов.

А именно, мы рассмотрели прямоугольные импульсы, цуги гармонических колебаний, а также амплитудно-модулированные сигналы. Кроме того, нами был экспериментально проверен частные случаи выполнения соотношения неопределённости.

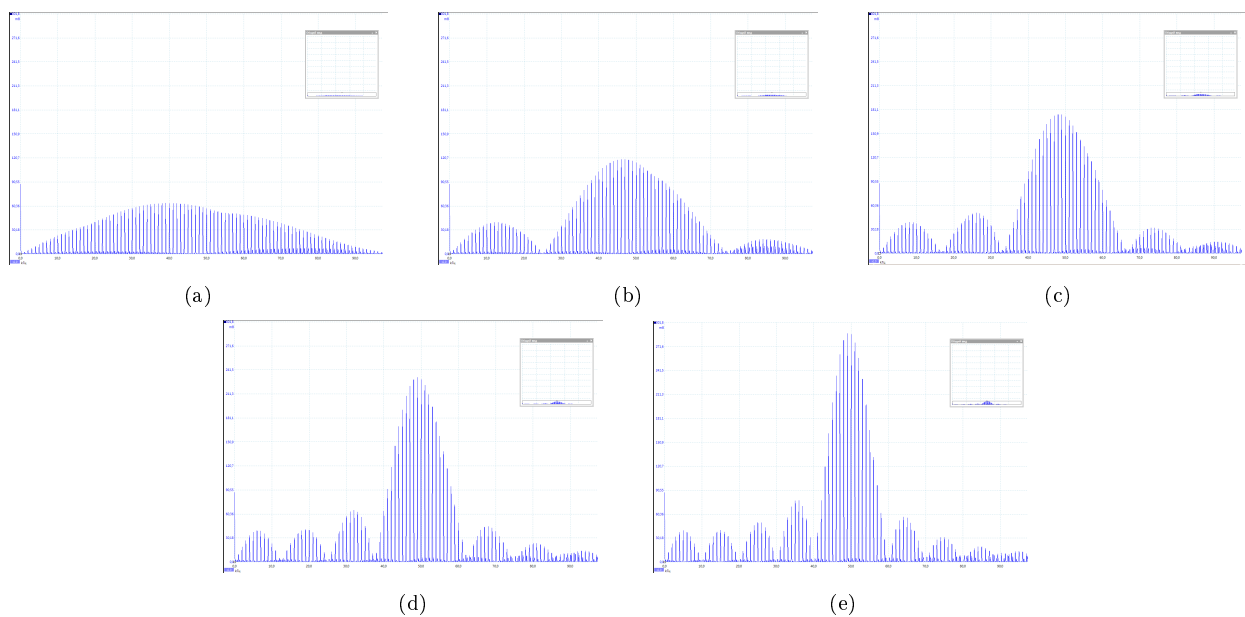


Рис. 10: Спектрограмма цугов при разных N : 1, 2, 3, 4, 5

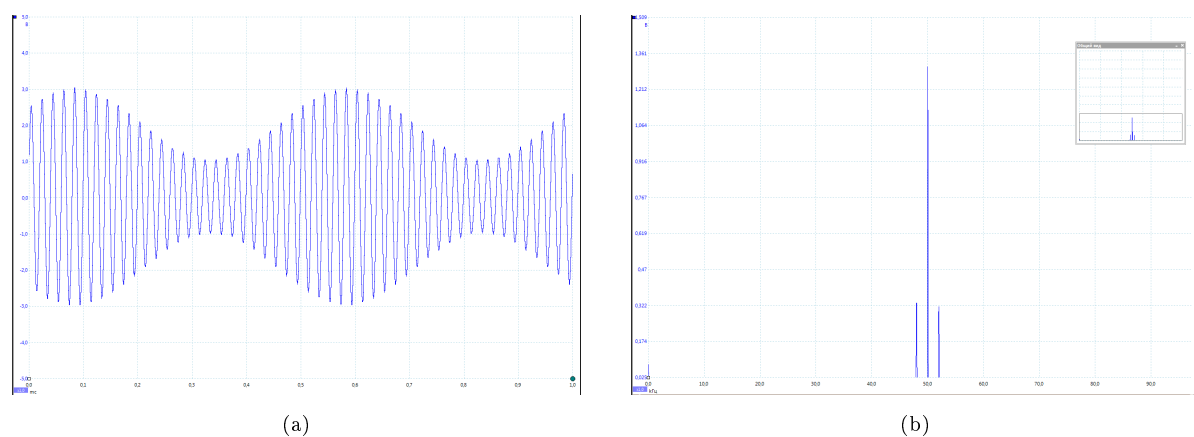


Рис. 11: Спектрограмма синусоидального импульса при $\nu_0 = 50$ кГц, $\nu_{\text{мод}} = 2$ кГц, $m = 0.5\%$

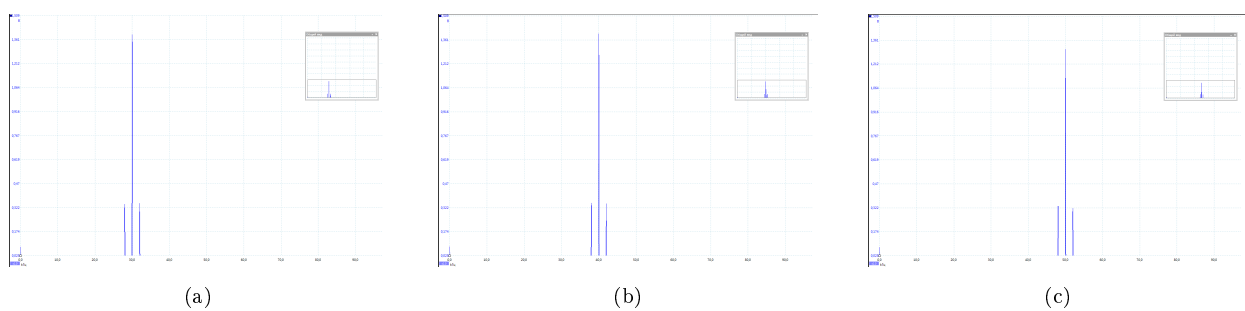


Рис. 12: Спектрограмма АМ сигналов при разных ν_0 : 30, 40, 50 кГц

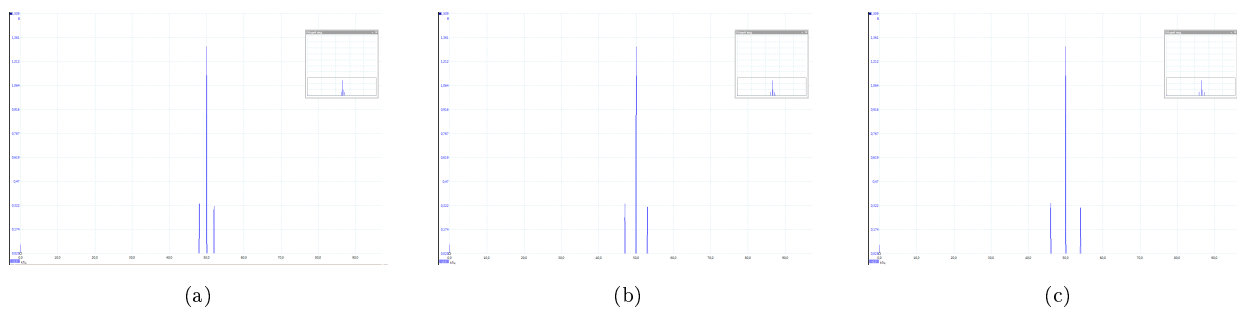


Рис. 13: Спектрограмма АМ сигналов при разных $\nu_{\text{мод}}$: 2, 3, 4 кГц

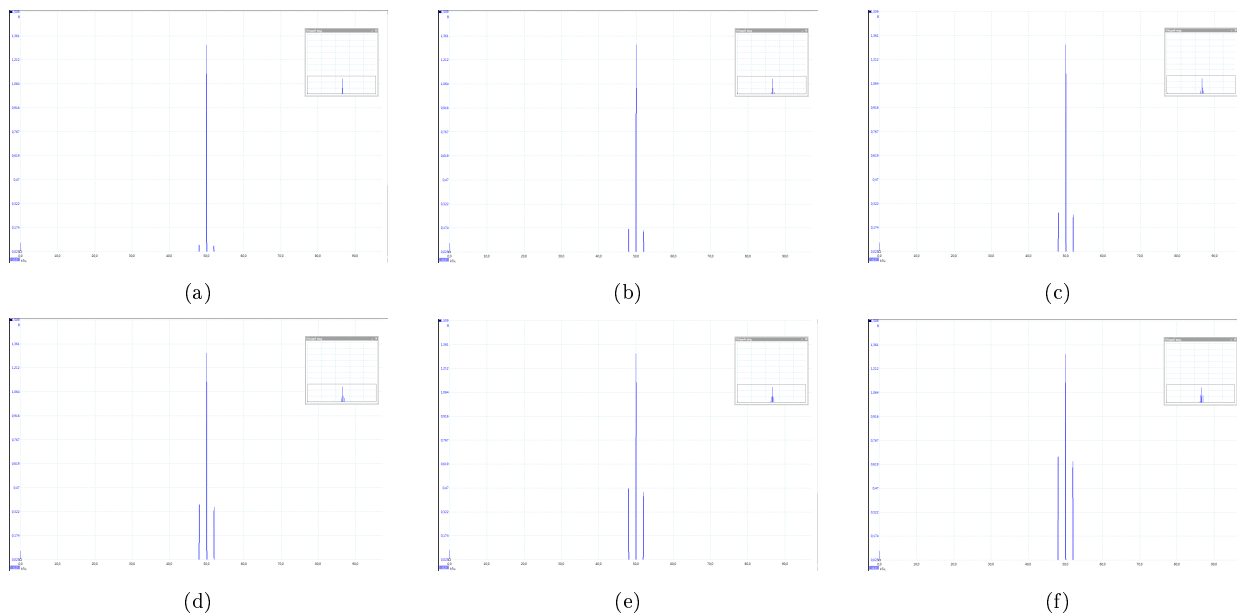


Рис. 14: Спектрограмма АМ сигналов при разных m : 10%, 25%, 40%, 55%, 70%, 100%

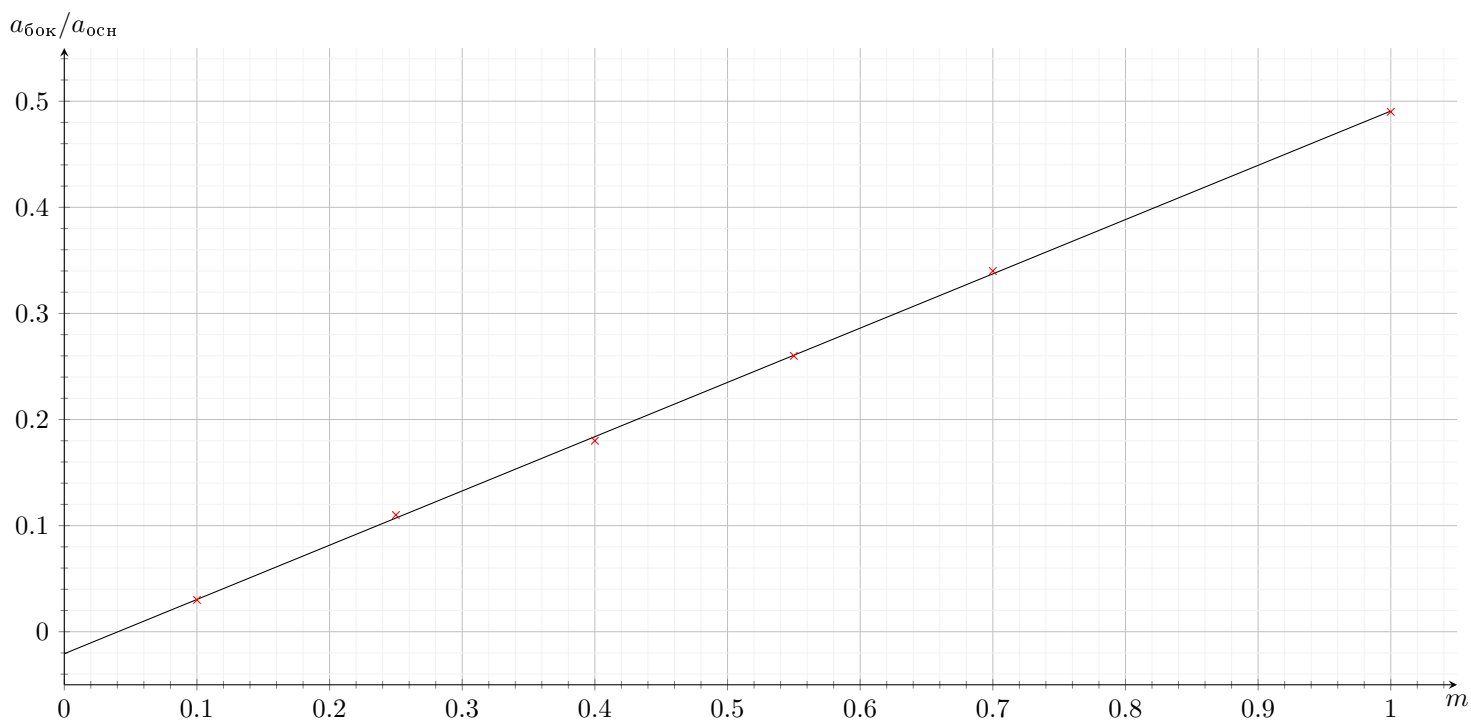


Рис. 15: Зависимость амплитуд боковых гармоник от модуляции в зависимости от амплитуды основной гармоники

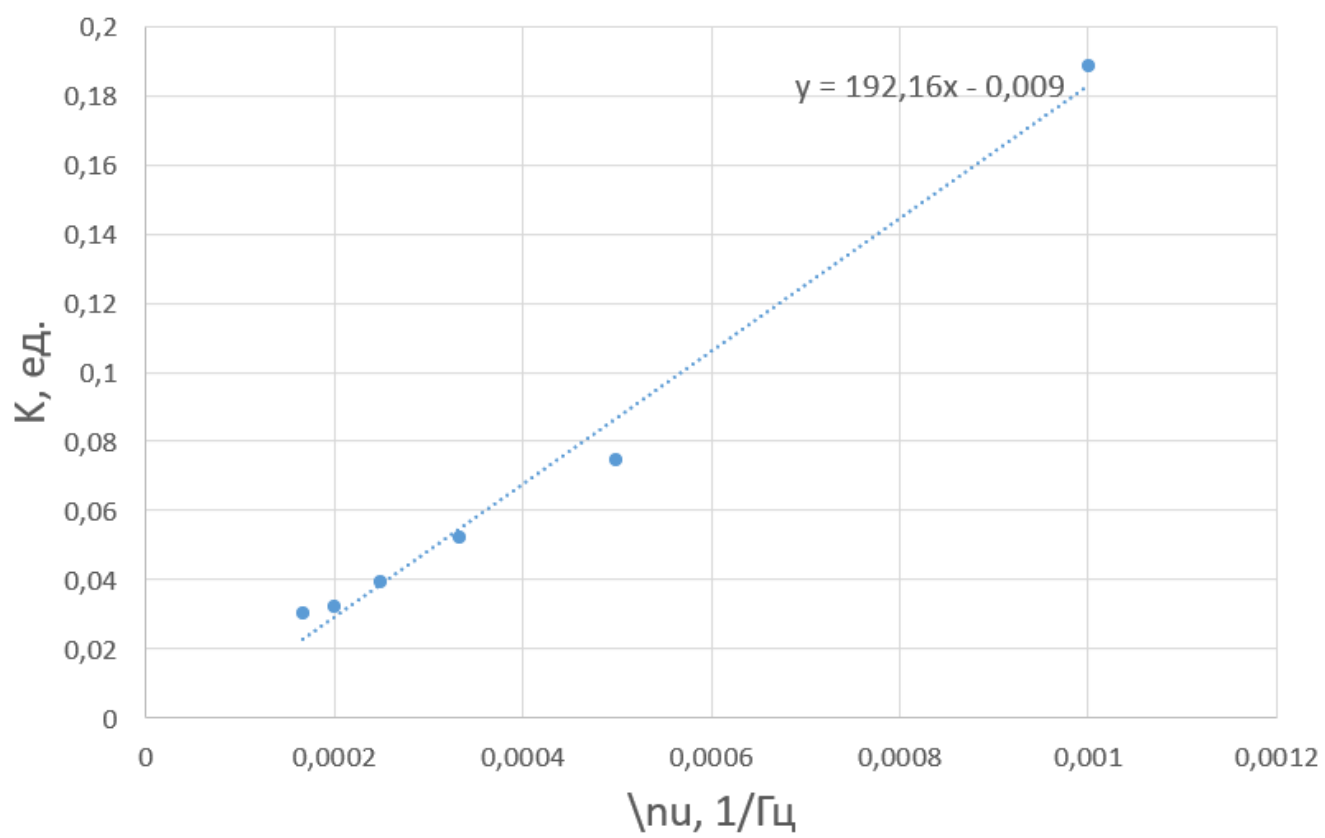


Рис. 16: $K(\nu)$