



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
"МИРЭА - Российский технологический университет"
РТУ МИРЭА

Институт Информационных Технологий
Кафедра Вычислительной Техники

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

по дисциплине
«Теория принятия решений»
Метод анализа иерархий

Студент группы: ИКБО-42-23

Голев С.С.
(Ф. И. О. студента)

Преподаватель

Железняк Л.М.
(Ф.И.О. преподавателя)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1 МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ.....	4
1.1 Постановка задачи.....	4
1.2 Представление проблемы в виде иерархии.....	4
1.3 Установка приоритетов критериев.....	5
1.4 Синтез приоритетов.....	6
1.5 Согласованность локальных приоритетов.....	15
1.6 Синтез альтернатив.....	21
1.7 Вывод.....	22
1.8 Результаты работы программы.....	23
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	24
СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	25
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	26

ВВЕДЕНИЕ

В ходе данной работы изучен метод анализа иерархий, проведён его ручной расчёт для пяти критериев и пяти альтернатив. Преимуществом метода является гарантированное получение единственного оптимального решения, а недостатком является требование соблюдать согласованность матриц приоритетов, из-за чего необходимо проводить повторные расчёты в случае, если матрица не согласована.

1 МЕТОД АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

1.1 Постановка задачи

Задача практической работы: выбрать лучший космический корабль.

1.2 Представление проблемы в виде иерархии

Первый этап – представление проблемы в виде иерархии или сети. В простейшем случае, иерархия строится, начиная с цели, которая помещается в вершину иерархии. Через промежуточные уровни, на которых располагаются критерии и от которых зависят последующие уровни, к самому низкому уровню, который содержит перечень альтернатив.

Иерархия считается полной, если каждый элемент заданного уровня является критерием для всех элементов нижнего уровня

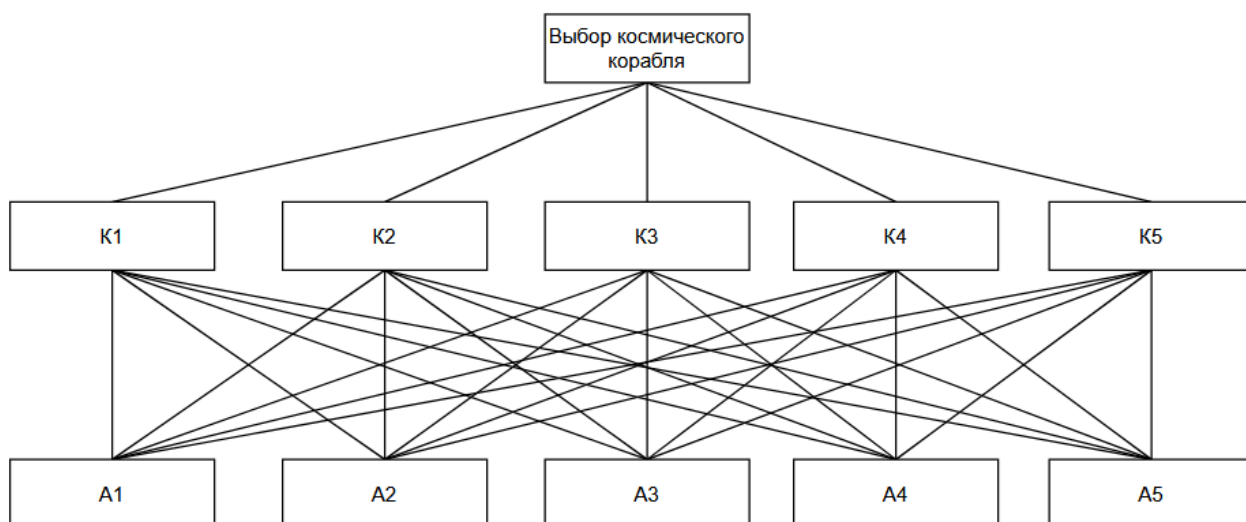


Рисунок 1 – Полная доминантная иерархия.

Критерии:

К 1 – Цена;

К 2 – Скорость;

К 3 – Время входа в гиперпространство;

К 4 – Кол-во орудий;

К 5 – Мощность щитов.

Альтернативы:

А 1 – TIE Fighter;

А 2 – S-100;

А 3 – CR90;

А 4 – FT-6;

А 5 – S-13.

1.3 Установка приоритетов критериев

Таблица данных:

Таблица.1.1 – Шкала относительной важности.

	Космический корабль	Цена (кредит ы) (-)	Скорость (км/ч) (+)	Время входа в гиперпрос транство (сек) (-)	Количество орудий (шт) (+)	Мощность щитов (Вт) (+)
1	TIE Fighter	20000	5000	3.0	2	100
2	S-100	21000	4800	3.1	3	150
3	CR90	25000	4600	3.5	2	130
4	FT-6	35000	4400	4.5	2	100
5	S-13	33000	4600	4.1	2	105

После иерархического представления задачи установлены приоритеты критериев и оценена каждая из альтернатив по критериям, определена наиболее важная из них. В методе анализа иерархий элементы сравниваются попарно по отношению к их влиянию на общую для них характеристику. Парные сравнения приводят к записи характеристик сравнений в виде квадратной таблицы чисел, которая называется матрицей. Для облегчения работы введена шкала относительной важности (Таблица 1).

Таблица.1.2 – Шкала относительной важности.

Интенсивность относительной важности	Определение	Объяснение
1	Равная важность	Равный вклад двух критериев в цель.
3	Слабое превосходство	Дают легкое превосходство одной альтернативы над другой
5	Умеренное превосходство	Опыт и суждения дают умеренное превосходство
7	Сильное превосходство	Одному из критериев дается настолько сильное предпочтение.
9	Абсолютное превосходство	Очевидность превосходства одного критерия над другим
2,4,6,8	Промежуточные решения между двумя соседними суждениями	Применяется в компромиссных случаях

Шкала содержит соответствующие обратные значения.

1.4 Синтез приоритетов

После построения иерархии и определения величин парных субъективных суждений следует этап, на котором иерархическая декомпозиция и относительные суждения объединяются для получения осмысленного решения многокритериальной задачи принятия решений. Из групп парных сравнений формируется набор локальных критериев, которые выражают относительное влияние элементов на элемент, расположенный на уровне выше. Составлена обратно симметричная матрица для парного сравнения критериев (Таблица 2).

Таблица 2 – Матрица парного сравнения критериев.

Цель	К 1	К 2	К 3	К 4	К 5	V_i	W_{2i}
К 1	1	1/7	3	2	2	1,113	0,170
К 2	7	1	3	5	5	3,500	0,534
К 3	1/3	1/3	1	1	1	0,644	0,098
К 4	1/2	1/5	1	1	3	0,786	0,120
К 5	1/2	1/5	1	1/3	1	0,506	0,077
ΣV_i						6,549	

Для определения относительной ценности каждого элемента необходимо найти геометрическое среднее и с этой целью перемножить n элементов каждой строки и из полученного результата извлечь корни n -й степени (размерность матрицы $n=5$).

Строка № 1

$$V_1 = (1 \times 1/7 \times 3 \times 2 \times 2)^{1/5} = 1,113;$$

Строка № 2

$$V_2 = (7 \times 1 \times 3 \times 5 \times 5)^{1/5} = 3,500;$$

Строка № 3

$$V_3 = (1/3 \times 1/3 \times 1 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,644;$$

Строка № 4

$$V_4 = (1/2 \times 1/5 \times 1 \times 1 \times 3)^{1/5} = 0,786;$$

Строка № 5

$$V_5 = (1/2 \times 1/5 \times 1 \times 1/3 \times 1)^{1/5} = 0,506.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_i$.

$$\sum V_i = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = 1,113 + 3,500 + 0,644 + 0,786 + 0,506 = 6,549.$$

Найдена важность приоритетов W_{2i} , для этого каждое из чисел V_i разделено на $\sum V_i$.

Строка № 1

$$W_{21} = 1,113 / \sum V_i = Y_{21} = 0,170;$$

Строка № 2

$$W_{22} = 3,500 / \sum V_i = Y_{22} = 0,534;$$

Строка № 3

$$W_{23} = 0,644 / \sum V_i = Y_{23} = 0,098;$$

Строка № 4

$$W_{24} = 0,786 / \sum V_i = Y_{24} = 0,120;$$

Строка № 5

$$W_{25} = 0,506 / \sum V_i = Y_{25} = 0,077.$$

В результате получен вектор приоритетов:

$W_{2i} = (0,170 = Y_{21}; 0,534 = Y_{22}; 0,098 = Y_{23}; 0,120 = Y_{24}; 0,077 = Y_{25})$, где индекс 2 означает, что вектор приоритетов относится ко второму уровню иерархии.

К 1 – цена(Таблица 3);

Таблица 3 – Матрица сравнения по критерию 1.

K1	A1	A2	A3	A4	A5	V_{K1Y}	W_{3K1Y}
A1	1	3	3	5	5	2,954	0,436
A2	1/3	1	3	5	5	1,904	0,281
A3	1/3	1/3	1	5	3	1,107	0,164
A4	1/5	1/5	1/5	1	1	0,380	0,056
A5	1/5	1/5	1/3	1	1	0,422	0,062
$\sum V_{K1Y}$						6,767	

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K11} = (1 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5)^{1/5} = 2,954;$$

Строка № 2

$$V_{K12} = (1/3 \times 1 \times 3 \times 5 \times 5)^{1/5} = 1,904;$$

Строка № 3

$$V_{K13} = (1/3 \times 1/3 \times 1 \times 5 \times 3)^{1/5} = 1,107;$$

Строка № 4

$$V_{K14} = (1/5 \times 1/5 \times 1/5 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,380;$$

Строка № 5

$$V_{K15} = (1/5 \times 1/5 \times 1/3 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,422.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K1Y}$.

$$\sum V_{K1Y} = V_{K11} + V_{K12} + V_{K13} + V_{K14} + V_{K15} = 2,954 + 1,904 + 1,107 + 0,380 + 0,422 = 6,767.$$

Найдена важность приоритетов W_{3K1Y} , для этого каждое из чисел V_{K1Y} разделено на $\sum V_{K1Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K11} = 2,954 / \sum V_i = Y_{311} = 0,436$$

Строка № 2

$$W_{3K12} = 1,904 / \sum V_i = Y_{312} = 0,281$$

Строка № 3

$$W_{3K13} = 1,107 / \sum V_i = Y_{313} = 0,164$$

Строка № 4

$$W_{3K14} = 0,380 / \sum V_i = Y_{314} = 0,056$$

Строка № 5

$$W_{3K15} = 0,422 / \sum V_i = Y_{315} = 0,062$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K1Y} = (Y_{311} = 0,436; Y_{312} = 0,281; Y_{313} = 0,164; Y_{314} = 0,056; Y_{315} = 0,062),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K1.

K 2 – скорость (Таблица 4);

Таблица 4. – Матрица сравнения по критерию 2.

K2	A1	A2	A3	A4	A5	V_{K2Y}	W_{3K2Y}
A1	1	1/3	1/3	1/5	1/3	0,375	0,064
A2	3	1	1/3	1/3	1/3	0,644	0,110
A3	3	3	1	1	1	1,552	0,266
A4	5	3	1	1	1	1,719	0,294
A5	3	3	1	1	1	1,552	0,266
$\sum V_{K2Y}$						5,842	

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K21} = (1 \times 1/3 \times 1/3 \times 1/5 \times 1/3)^{1/5} = 0,375;$$

Строка № 2

$$V_{K22} = (3 \times 1 \times 1/3 \times 1/3 \times 1/3)^{1/5} = 0,644;$$

Строка № 3

$$V_{K23} = (3 \times 3 \times 1 \times 1 \times 1)^{1/5} = 1,552;$$

Строка № 4

$$V_{K24} = (5 \times 3 \times 1 \times 1 \times 1)^{1/5} = 1,719;$$

Строка № 5

$$V_{K25} = (3 \times 3 \times 1 \times 1 \times 1)^{1/5} = 1,552.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K2Y}$.

$$\sum V_{K2Y} = V_{K21} + V_{K22} + V_{K23} + V_{K24} + V_{K25} = 0,375 + 0,644 + 1,552 + 1,719 + 1,552 = 5,842.$$

Найдена важность приоритетов W_{3K2Y} , для этого каждое из чисел V_{K2Y} разделено на $\sum V_{K2Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K21} = 0,375 / \sum V_i = 0,064;$$

Строка № 2

$$W_{3K22} = 0,644 / \sum V_i = 0,110;$$

Строка № 3

$$W_{3K23} = 1,552 / \sum V_i = 0,266;$$

Строка № 4

$$W_{3K24} = 1,719 / \sum V_i = 0,294;$$

Строка № 5

$$W_{3K25} = 1,552 / \sum V_i = 0,266.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K2Y} = (Y_{321} = 0,064; Y_{322} = 0,110; Y_{323} = 0,266; Y_{324} = 0,294; Y_{325} = 0,266),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K2.

K 3 – время входа в гиперпространство (Таблица 5);

Таблица 5 – Матрица сравнения по критерию 5.

K3	A1	A2	A3	A4	A5	V_{K3Y}	W_{3K3Y}
A1	1	1	3	5	5	2,371	0,372
A2	1	1	1	5	5	1,904	0,299
A3	1/3	1	1	3	3	1,246	0,195
A4	1/5	1/5	1/3	1	1	0,422	0,066
A5	1/5	1/5	1/3	1	1	0,422	0,066
V_{K35}						6,365	

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K31} = (1 \times 1 \times 3 \times 5 \times 5)^{1/5} = 2,371;$$

Строка № 2

$$V_{K32} = (1 \times 1 \times 1 \times 5 \times 5)^{1/5} = 1,904;$$

Строка № 3

$$V_{K33} = (1/3 \times 1 \times 1 \times 3 \times 3)^{1/5} = 1,246;$$

Строка № 4

$$V_{K34} = (1/5 \times 1/5 \times 1/3 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,422;$$

Строка № 5

$$V_{K35} = (1/5 \times 1/5 \times 1/3 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,422.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K3Y}$.

$$\sum V_{K3Y} = V_{K31} + V_{K32} + V_{K33} + V_{K34} + V_{K35} = 2,371 + 1,904 + 1,246 + 0,422 + 0,422 = 6,365.$$

Найдена важность приоритетов W_{3K2Y} , для этого каждое из чисел V_{K2Y} разделено на $\sum V_{K2Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K31} = 2,371 / \sum V_i = 0,372;$$

Строка № 2

$$W_{3K32} = 1,904 / \sum V_i = 0,299;$$

Строка № 3

$$W_{3K33} = 1,246 / \sum V_i = 0,195;$$

Строка № 4

$$W_{3K34} = 0,422 / \sum V_i = 0,066;$$

Строка № 5

$$W_{3K35} = 0,422 / \sum V_i = 0,066.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K3Y} = (Y_{331}=0,372; Y_{332}=0,299; Y_{333}=0,195; Y_{334}=0,066; Y_{335}=0,066),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия К3.

К 4 – кол-во орудий (Таблица 6);

Таблица 6 – Матрица сравнения по критерию 4.

К4	A1	A2	A3	A4	A5	V_{K4Y}	W_{3K4Y}
A1	1	3	1	1	1	1,246	0,312
A2	1/3	1	1/3	1/3	1/3	0,333	0,083
A3	1	1/3	1	1	1	0,803	0,201
A4	1	1/3	1	1	1	0,803	0,201
A5	1	1/3	1	1	1	0,803	0,201
$\sum V_{K4Y}$						3,988	

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K41} = (1 \times 3 \times 1 \times 1 \times 1)^{1/5} = 1,246;$$

Строка № 2

$$V_{K42} = (1/3 \times 1/3 \times 1/3 \times 1/3 \times 1/3)^{1/5} = 0,333 ;$$

Строка № 3

$$V_{K43} = (1 \times 1/3 \times 1 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,803;$$

Строка № 4

$$V_{K44} = (1 \times 1/3 \times 1 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,803;$$

Строка № 5

$$V_{K45} = (1 \times 1/3 \times 1 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,803.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K4Y}$.

$$\sum V_{K4Y} = V_{K41} + V_{K42} + V_{K43} + V_{K44} + V_{K45} = 1,246 + 0,333 + 0,803 + 0,803 + 0,803 = 3,988 .$$

Найдена важность приоритетов W_{3K4Y} , для этого каждое из чисел V_{K4Y} разделено на $\sum V_{K4Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K41} = 1,246 / \sum V_i = 0,312 ;$$

Строка № 2

$$W_{3K42} = 0,333 / \sum V_i = 0,083;$$

Строка № 3

$$W_{3K43} = 0,803 / \sum V_i = 0,201;$$

Строка № 4

$$W_{3K44} = 0,803 / \sum V_i = 0,201;$$

Строка № 5

$$W_{3K45} = 0,803 / \sum V_i = 0,201.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K4Y} = (Y_{341}=0,312; Y_{342}=0,083; Y_{343}=0,201; Y_{344}=0,201; Y_{345}=0,201),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K4.

K 5 – мощность шитов (Таблица 7).

Таблица 7 – Матрица сравнения по критерию 5.

K5	A1	A2	A3	A4	A5	V_{K5Y}	W_{3K5Y}
A1	1	5	5	3	3	2,954	0,454
A2	1/5	1	3	5	5	1,719	0,264
A3	1/5	1/3	1	3	3	0,902	0,138
A4	1/3	1/5	1/3	1	1	0,467	0,072
A5	1/3	1/5	1/3	1	1	0,467	0,072
$\sum V_{K5Y}$						6,509	

Определена относительная ценность каждого элемента.

Строка № 1

$$V_{K51} = (1 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3)^{1/5} = 2,954;$$

Строка № 2

$$V_{K52} = (1/5 \times 1 \times 3 \times 5 \times 5)^{1/5} = 1,719;$$

Строка № 3

$$V_{K53} = (1/5 \times 1/3 \times 1 \times 3 \times 3)^{1/5} = 0,902;$$

Строка № 4

$$V_{K54} = (1/3 \times 1/5 \times 1/3 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,467;$$

Строка № 5

$$V_{K55} = (1/3 \times 1/5 \times 1/3 \times 1 \times 1)^{1/5} = 0,467.$$

Проведена нормализация полученных чисел. Для этого определен нормирующий коэффициент $\sum V_{K5Y}$.

$$\sum V_{K5Y} = V_{K51} + V_{K52} + V_{K53} + V_{K54} + V_{K55} = 2,954 + 1,719 + 0,902 + 0,467 + 0,467 = 6,509.$$

Найдена важность приоритетов W_{3K5Y} , для этого каждое из чисел V_{K5Y} разделено на $\sum V_{K5Y}$.

Строка № 1

$$W_{3K51} = 2,954 / \sum V_i = 0,454;$$

Строка № 2

$$W_{3K52} = 1,719 / \sum V_i = 0,264;$$

Строка № 3

$$W_{3K53} = 0,902 / \sum V_i = 0,138;$$

Строка № 4

$$W_{3K54} = 0,467 / \sum V_i = 0,072;$$

Строка № 5

$$W_{3K55} = 0,467 / \sum V_i = 0,072.$$

В результате получаем вектор приоритетов:

$$W_{3K5Y} = (Y_{351}=0,454; Y_{352}=0,264; Y_{353}=0,138; Y_{354}=0,072; Y_{355}=0,072),$$

где индекс 3 означает, что вектор приоритетов относится к третьему уровню иерархии критерия K5.

1.5 Согласованность локальных приоритетов

Любая матрица суждений в общем случае не согласована, так как суждения отражают субъективные мнения ЛПР, а сравнение элементов, которые имеют количественные эквиваленты, может быть несогласованным из-за присутствия погрешности при проведении измерений. Совершенной согласованности парных сравнений даже в идеальном случае на практике достичь трудно. Нужен способ оценки степени согласованности при решении конкретной задачи.

Метод анализа иерархий дает возможность провести такую оценку.

Вместе с матрицей парных сравнений есть мера оценки степени отклонения от согласованности. Когда такие отклонения превышают установленные пределы тем, кто проводит решение задачи, необходимо их пересмотреть.

В таблице приведены средние значения индекса случайной согласованности (СИ) для случайных матриц суждений разного порядка.

В нашей задаче размерность матрицы $n=5$, тогда среднее значение индекса случайной согласованности $СИ = 1,12$.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы «Выбор космического корабля» (Таблица 8).

Таблица 8 – Матрица «Выбор лучшего отеля».

Цель	К 1	К 2	К 3	К 4	К 5	W_{2i}
К 1	1	1/7	3	2	2	0,170
К 2	7	1	3	5	5	0,534
К 3	1/3	1/3	1	1	1	0,098
К 4	1/2	1/5	1	1	3	0,120
К 5	1/2	1/5	1	1/3	1	0,077

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_1 = 1 + 7 + 1/3 + 1/2 + 1/2 = 9,3;$$

$$S_2 = 1/7 + 1 + 1/3 + 1/5 + 1/5 = 1,876;$$

$$S_3 = 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 9;$$

$$S_4 = 2 + 5 + 1 + 1 + 1/3 = 9,333;$$

$$S_5 = 2 + 5 + 1 + 3 + 1 = 12.$$

Полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов, т.е. сумму суждений первого столбца на первую компоненту, сумму суждений второго столбца - на вторую и т.д.

$$P_1 = S_1 \times W_{21} = 9,3 \times 0,170 = 1,581;$$

$$P_2 = S_2 \times W_{22} = 1,876 \times 0,534 = 1,001;$$

$$P_3 = S_3 \times W_{23} = 9 \times 0,098 = 0,882;$$

$$P_4 = S_4 \times W_{24} = 9,333 \times 0,120 = 1,120;$$

$$P_5 = S_5 \times W_{25} = 12 \times 0,077 = 0,824.$$

Сумма чисел P_j отражает пропорциональность предпочтений, чем ближе эта величина к n (числу объектов и видов действия в матрице парных сравнений), тем более согласованны суждения.

$$\lambda_{\max} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 5,405.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1) = 0,405/4 = 0,101.$$

Отношение индекса согласованности ИС к среднему значению случайного индекса согласованности СИ называется отношением согласованности ОС.

$$ОС = ИС/СИ = 0,101/1,12 = 0,090.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица «Выбор лучшего спортсмена» согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 1 – цена (Таблица 9).

Таблица 9 – Матрица сравнения по критерию 1.

K1	A1	A2	A3	A4	A5	$W_{зк1j}$
A1	1	3	3	5	5	0,436
A2	1/3	1	3	5	5	0,281
A3	1/3	1/3	1	5	3	0,164
A4	1/5	1/5	1/5	1	1	0,056
A5	1/5	1/5	1/3	1	1	0,062

Определяется сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K1} = 2.666;$$

$$S_{2K1} = 5.333 ;$$

$$S_{3K1} = 7.833;$$

$$S_{4K1} = 17;$$

$$S_{5K1} = 15.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K1} = S_1 \times W_{зк11} = 1.133;$$

$$P_{2K1} = S_2 \times W_{зк12} = 1.489;$$

$$P_{3K1} = S_3 \times W_{зк13} = 1.284;$$

$$P_{4K1} = S_1 \times W_{3K14} = 0.652;$$

$$P_{5K1} = S_1 \times W_{3K15} = 0.93.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K1} = P_{1K1} + P_{2K1} + P_{3K1} + P_{4K1} + P_{5K1} = 5.448.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K1} = (\lambda_{\max K1} - n)/(n - 1) = 0.112.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K1} = ИС/СИ = 0.1.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 1 (цена) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 2 – скорость (Таблица 10).

Таблица 10 – Матрица сравнения по критерию 2.

K2	A1	A2	A3	A4	A5	W_{3K2Y}
A1	1	1/3	1/3	1/5	1/3	0,064
A2	3	1	1/3	1/3	1/3	0,110
A3	3	3	1	1	1	0,266
A4	5	3	1	1	1	0,294
A5	3	3	1	1	1	0,266

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K2} = 17;$$

$$S_{2K2} = 10.3;$$

$$S_{3K2} = 3.6;$$

$$S_{4K2} = 3.8;$$

$$S_{5K2} = 3.6.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K2} = S_1 \times W_{3K21} = 1.088;$$

$$P_{2K2} = S_2 \times W_{3K22} = 1.133;$$

$$P_{3K2} = S_3 \times W_{3K23} = 0.957;$$

$$P_{4K2} = S_4 \times W_{3K24} = 1.117;$$

$$P_{5K2} = S_5 \times W_{3K25} = 0.957.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K2} = P_{1K2} + P_{2K2} + P_{3K2} + P_{4K2} + P_{5K2} = 5.252.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K2} = (\lambda_{\max K2} - n)/(n - 1) = 0.063.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K2} = ИС/СИ = 0.056.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 2 (скорость) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 3 – время входа в гиперпространство (Таблица 11).

Таблица 11 – Матрица сравнения по критерию 3.

К3	A1	A2	A3	A4	A5	W _{3K3Y}
A1	1	1	3	5	5	0,372
A2	1	1	1	5	5	0,299
A3	1/3	1	1	3	3	0,195
A4	1/5	1/5	1/3	1	1	0,066
A5	1/5	1/5	1/3	1	1	0,066

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K3} = 3.3;$$

$$S_{2K3} = 4;$$

$$S_{3K3} = 5.6;$$

$$S_{4K3} = 15;$$

$$S_{5K3} = 15.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K3} = S_1 \times W_{3K31} = 1.227;$$

$$P_{2K3} = S_2 \times W_{3K32} = 1.196;$$

$$P_{3K3} = S_3 \times W_{3K33} = 1.092;$$

$$P_{4K3} = S_4 \times W_{3K34} = 0.99;$$

$$P_{5K3} = S_5 \times W_{3K35} = 0.99.$$

Найдем пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K3} = P_{1K3} + P_{2K3} + P_{3K3} + P_{4K3} + P_{5K3} = 5.495.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K3} = (\lambda_{\max K3} - n)/(n - 1) = 0.123.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K3} = ИС/СИ = 0.10.$$

Значение ОС меньше или равное 0.10 считается приемлемым, значит матрица К 3 (время входа в гиперпространство) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 4 – кол-во орудий (Таблица 12).

Таблица 12 – Матрица сравнения по критерию 4.

К4	A1	A2	A3	A4	A5	W _{3K4Y}
A1	1	3	1	1	1	0,312
A2	1/3	1	1/3	1/3	1/3	0,083
A3	1	1/3	1	1	1	0,201
A4	1	1/3	1	1	1	0,201
A5	1	1/3	1	1	1	0,201

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K4} = 4.3;$$

$$S_{2K4} = 5;$$

$$S_{3K4} = 4.3;$$

$$S_{4K4} = 4.3;$$

$$S_{5K4} = 4.3.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K4} = S_1 \times W_{3K41} = 1.341;$$

$$P_{2K4} = S_2 \times W_{3K42} = 0.415;$$

$$P_{3K4} = S_3 \times W_{3K43} = 0.864;$$

$$P_{4K4} = S_4 \times W_{3K44} = 0.864;$$

$$P_{5K4} = S_5 \times W_{3K45} = 0.864.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K4} = P_{1K4} + P_{2K4} + P_{3K4} + P_{4K4} + P_{5K4} = 4.348.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K4} = (\lambda_{\max K4} - n)/(n - 1) = 0.087.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K4} = ИС/СИ = 0.077.$$

Значение ОС меньше или равное 0,10 считается приемлемым, значит матрица К 4 (кол-во орудий) согласована.

Определены индекс согласованности и отношение согласованности для матрицы К 5 – мощность щитов (Таблица 13).

Таблица 13 – Матрица сравнения по критерию 5.

K5	A1	A2	A3	A4	A5	W _{3K5Y}
A1	1	5	5	3	3	0,454
A2	1/5	1	3	5	5	0,264
A3	1/5	1/3	1	3	3	0,138
A4	1/3	1/5	1/3	1	1	0,072
A5	1/3	1/5	1/3	1	1	0,072

Определена сумма каждого столбца матрицы суждений.

$$S_{1K5} = 2.6;$$

$$S_{2K5} = 7.3;$$

$$S_{3K5} = 9.6;$$

$$S_{4K5} = 13;$$

$$S_{5K5} = 13.$$

Затем полученный результат умножен на компоненту нормализованного вектора приоритетов.

$$P_{1K5} = S_1 \times W_{3K41} = 0.180;$$

$$P_{2K5} = S_2 \times W_{3K42} = 1.927;$$

$$P_{3K5} = S_3 \times W_{3K43} = 1.296;$$

$$P_{4K5} = S_1 \times W_{3K44} = 0.936;$$

$$P_{5K5} = S_1 \times W_{3K45} = 0.936.$$

Найдена пропорциональность предпочтений.

$$\lambda_{\max K5} = P_{1K5} + P_{2K5} + P_{3K5} + P_{4K5} + P_{5K5} = 5.275.$$

Отклонение от согласованности выражается индексом согласованности.

$$ИС_{K5} = (\lambda_{\max K5} - n)/(n - 1) = 0.068.$$

Найдено отношение согласованности ОС.

$$ОС_{K5} = ИС/СИ = 0.061.$$

Значение ОС меньше или равное 0,10 считается приемлемым, значит матрица К 5 (мощность щитов) согласована.

1.6 Синтез альтернатив

Векторы приоритетов и отношения согласованности определяются для всех матриц суждений, начиная со второго уровня.

Для определения приоритетов альтернатив локальные приоритеты умножены на приоритет соответствующего критерия на высшем уровне и найдены суммы по каждому элементу в соответствии с критериями, на которые воздействует этот элемент.

$$W_{2i} = (0,170 = Y_{21}; 0,534 = Y_{22}; 0,098 = Y_{23}; 0,120 = Y_{24}; 0,077 = Y_{25});$$

$$W_{3K1Y} = (Y_{311} = 0,436; Y_{312} = 0,281; Y_{313} = 0,164; Y_{314} = 0,056; Y_{315} = 0,062);$$

$$W_{3K2Y} = (Y_{321} = 0,064; Y_{322} = 0,110; Y_{323} = 0,266; Y_{324} = 0,294; Y_{325} = 0,266);$$

$$W_{3K3Y} = (Y_{331} = 0,372; Y_{332} = 0,299; Y_{333} = 0,195; Y_{334} = 0,066; Y_{335} = 0,066);$$

$$W_{3K4Y} = (Y_{341} = 0,312; Y_{342} = 0,083; Y_{343} = 0,201; Y_{344} = 0,201; Y_{345} = 0,201);$$

$$W_{3K5Y} = (Y_{351} = 0,454; Y_{352} = 0,264; Y_{353} = 0,138; Y_{354} = 0,072; Y_{355} = 0,072).$$

Приоритеты альтернатив получены следующим образом:

$$W_1 = W_{21} \times W_{3K11} + W_{22} \times W_{3K21} + W_{23} \times W_{3K31} + W_{24} \times W_{3K41} + W_{25} \times W_{3K51} = 0,216.$$

$$W_2 = W_{21} \times W_{3K12} + W_{22} \times W_{3K22} + W_{23} \times W_{3K32} + W_{24} \times W_{3K42} + W_{25} \times W_{3K52} = 0,162.$$

$$W_3 = W_{21} \times W_{3K13} + W_{22} \times W_{3K23} + W_{23} \times W_{3K33} + W_{24} \times W_{3K43} + W_{25} \times W_{3K53} = 0,221$$

$$W_4 = W_{21} \times W_{3K14} + W_{22} \times W_{3K24} + W_{23} \times W_{3K34} + W_{24} \times W_{3K44} + W_{25} \times W_{3K54} = 0,119.$$

$$W_5 = W_{21} \times W_{3K15} + W_{22} \times W_{3K25} + W_{23} \times W_{3K35} + W_{24} \times W_{3K45} + W_{25} \times W_{3K55} = 0,201.$$

Таким образом, приоритеты альтернатив равны:

альтернатива A1 (название) - W_1 приоритет равен =0,216;

альтернатива A2 (название)- W_2 приоритет равен =0,162;

альтернатива A3 (название) - W_3 приоритет равен =0,221;

альтернатива A4 (название) – W_4 приоритет равен =0,119;

альтернатива A5 (название) - W_5 приоритет равен =0,201.

1.7 Вывод

Самая оптимальная альтернатива имеет имеет наибольший приоритет, это альтернатива №3.

1.8 Результаты работы программы

```
Вектор приоритетов [0.17, 0.534, 0.098, 0.12, 0.077]
Вектор приоритетов [0.436, 0.281, 0.164, 0.056, 0.062]
Вектор приоритетов [0.063, 0.098, 0.261, 0.289, 0.289]
Вектор приоритетов [0.373, 0.299, 0.196, 0.066, 0.066]
Вектор приоритетов [0.306, 0.102, 0.197, 0.197, 0.197]
Вектор приоритетов [0.454, 0.264, 0.139, 0.072, 0.072]

Приоритет альтернативы №1 : 0.216
Приоритет альтернативы №2 : 0.162
Приоритет альтернативы №3 : 0.221
Приоритет альтернативы №4 : 0.199
Приоритет альтернативы №5 : 0.201

Лучшая альтернатива : №3
```

Рисунок 2 – Вывод программы

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данной работы изучен метод анализа иерархий, проведён его ручной расчёт для пяти критериев и пяти альтернатив. Преимуществом метода является гарантированное получение единственного оптимального решения, а недостатком является требование соблюдать согласованность матриц приоритетов, из-за чего необходимо проводить повторные расчёты в случае, если матрица не согласована.

СПИСОК ИНФОРМАЦИОННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Болотова Л. С. Многокритериальная оптимизация. Болотова Л. С., Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Метод. указания по вып. курсовой работы — М.: МИРЭА, 2015.
2. Сорокин А. Б. Методы оптимизации: гибридные генетические алгоритмы. Сорокин А. Б. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2016.
3. Сорокин А. Б. Линейное программирование: практикум. Сорокин А. Б., Бражникова Е. В., Платонова О. В. [Электронный ресурс] / Учебно-метод. пособие — М.: МИРЭА, 2017.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А – Код реализации МАИ на языке Python

Приложение А

Код реализации МАИ на языке Python.

Листинг А.1. Реализация МАИ.

```
import pandas as pd
import numpy as np

all_crit = pd.DataFrame([
    {"K1": 1, "K2": 1/7, "K3": 3, "K4": 2, "K5": 2},
    {"K1": 7, "K2": 1, "K3": 3, "K4": 5, "K5": 5},
    {"K1": 1/3, "K2": 1/3, "K3": 1, "K4": 1, "K5": 1},
    {"K1": 1/2, "K2": 1/5, "K3": 1, "K4": 1, "K5": 3},
    {"K1": 1/2, "K2": 1/5, "K3": 1, "K4": 1/3, "K5": 1},
])

crit1 = pd.DataFrame([
    {"A1": 1, "A2": 3, "A3": 3, "A4": 5, "A5": 5},
    {"A1": 1/3, "A2": 1, "A3": 3, "A4": 5, "A5": 5},
    {"A1": 1/3, "A2": 1/3, "A3": 1, "A4": 5, "A5": 3},
    {"A1": 1/5, "A2": 1/5, "A3": 1/5, "A4": 1, "A5": 1},
    {"A1": 1/5, "A2": 1/5, "A3": 1/3, "A4": 1, "A5": 1},
])

crit2 = pd.DataFrame([
    {"A1": 1, "A2": 1/3, "A3": 1/3, "A4": 1/5, "A5": 1/3},
    {"A1": 3, "A2": 1, "A3": 1/3, "A4": 1/3, "A5": 1/5},
    {"A1": 3, "A2": 3, "A3": 1, "A4": 1, "A5": 1},
    {"A1": 5, "A2": 3, "A3": 1, "A4": 1, "A5": 1},
    {"A1": 3, "A2": 5, "A3": 1, "A4": 1, "A5": 1},
])

crit3 = pd.DataFrame([
    {"A1": 1, "A2": 1, "A3": 3, "A4": 5, "A5": 5},
    {"A1": 1, "A2": 1, "A3": 1, "A4": 5, "A5": 5},
    {"A1": 1/3, "A2": 1, "A3": 1, "A4": 3, "A5": 3},
    {"A1": 1/5, "A2": 1/5, "A3": 1/3, "A4": 1, "A5": 1},
    {"A1": 1/5, "A2": 1/5, "A3": 1/3, "A4": 1, "A5": 1},
])

crit4 = pd.DataFrame([
    {"A1": 1, "A2": 3, "A3": 1, "A4": 1, "A5": 1},
    {"A1": 1/3, "A2": 1, "A3": 1/3, "A4": 1/3, "A5": 1/3},
    {"A1": 1, "A2": 1/3, "A3": 1, "A4": 1, "A5": 1},
    {"A1": 1, "A2": 1/3, "A3": 1, "A4": 1, "A5": 1},
    {"A1": 1, "A2": 1/3, "A3": 1, "A4": 1, "A5": 1},
])

crit5 = pd.DataFrame([
    {"A1": 1, "A2": 5, "A3": 5, "A4": 3, "A5": 3},
    {"A1": 1/5, "A2": 1, "A3": 3, "A4": 5, "A5": 5},
    {"A1": 1/5, "A2": 1/3, "A3": 1, "A4": 3, "A5": 3},
    {"A1": 1/3, "A2": 1/5, "A3": 1/3, "A4": 1, "A5": 1},
    {"A1": 1/3, "A2": 1/5, "A3": 1/3, "A4": 1, "A5": 1},
])
```

Продолжение листинга А.1.

```
tabs = [crit1,crit2,crit3,crit4,crit5]

def vec_prior(tab):
    w = []
    v1 = (tab.iloc[0].prod() ** (1/5)).round(3)
    v2 = (tab.iloc[1].prod() ** (1/5)).round(3)
    v3 = (tab.iloc[2].prod() ** (1/5)).round(3)
    v4 = (tab.iloc[3].prod() ** (1/5)).round(3)
    v5 = (tab.iloc[4].prod() ** (1/5)).round(3)
    v_all = v1 + v2 + v3 + v4 + v5
    w.append((v1 / v_all).round(3))
    w.append((v2 / v_all).round(3))
    w.append((v3 / v_all).round(3))
    w.append((v4 / v_all).round(3))
    w.append((v5 / v_all).round(3))
    return w

def check(tab, vec):
    p1 = tab["K1"].sum()
    p2 = tab["K2"].sum()
    p3 = tab["K3"].sum()
    p4 = tab["K4"].sum()
    p5 = tab["K5"].sum()
    lamb = p1 + p2 + p3 + p4 + p5
    return (((lamb - 4) / (5 - 1)) / 1.12).round(3)

alts_vec = []
crit_vec = []

vec = vec_prior(all_crit)
print("Вектор приоритетов", [float(x) for x in vec])
[crit_vec.append(float(x)) for x in vec]

for i, tab in enumerate(tabs, 1):
    alt = []
    vec = vec_prior(tab)
    print("Вектор приоритетов", [float(x) for x in vec])
    [alt.append(float(x)) for x in vec]
    alts_vec.append(alt)

best_alt_vec = []
print()
for i in range(5):
    W = 0
    for j in range(5):
        W += crit_vec[j] * alts_vec[j][i]
    print(f"Приоритет альтернативы №{i + 1} : {round(W,3)}")
    best_alt_vec.append(round(W,3))
print(f"\nЛучшая альтернатива : №{np.argmax(best_alt_vec) + 1}")
```