Errata e Soluções do Livro Geometria Analítica e Álgebra Linear de Elon Lages Lima Segunda Edição–Oitava Impressão

Gustavo de Oliveira

6 de maio de 2021

Sumário

Parte I

Errata

1 Seção 4 – A Distância entre Dois Pontos

- Página 28, linha 3: "...as reta..." em vez de "...os segmentos...".

2 Seção 11 – Desigualdades Lineares

- Página 70, linha -9: "...a idéia é justamente tomar..."
- Página 71, Figura 11.6: Falta indicar o ponto C na figura.
- Página 72, Exercício 6: "...conjunto das soluções de..."

3 Seção 17 – Equação da Hipérbole

- Página 110, linha 21: "...as assíntotas da hipérbole."

4 Seção 26 – Distância entre Dois Pontos no Espaço

- Página 172, linha 6: "...a um segmento como, por..."

5 Seção 34 – Operações com Matrizes

- Página 234, linha 4: "...3×3..." em vez de "...3×4..."
- Página 237, linha 1: Não seria "Consequentemente..." em vez de "Reciprocamente..."?

Parte II

Soluções

6 Seção 1 – Coordenadas na reta

Exercício (E1.S1)**.** Sejam $a < b$ respectivamente as coordenadas dos pontos A e B sobre o eixo E. Determine as coordenadas dos pontos $X_1, \ldots, X_{n-1}$ que dividem o segmento AB em n partes iguais.

Solução. O comprimento de cada parte do intervalo é $l = d(A, B)/n$. Para $j \in \{1, \ldots, n-1\}$, observamos que $d(X_j, A) = jl$. Seja x_j a coordenada do ponto X_j. Então $|x_j - a| = j|a-b|/n$, ou seja, $x_j - a = j(b-a)/n$, pois $x_j > a$ e $b > a$. Portanto $x_j = a + j(b-a)/n$ ou ainda $x_j = (1 - j/n)a + (j/n)b$ para $j \in \{1, \ldots, n-1\}$. □

Exercício (E2.S1)**.** Sejam $a < x < b$ respectivamente as coordenadas dos pontos A, X e B do eixo E. Diz-se que o ponto X divide o segmento AB em *média e extrema razão* quando se tem

$$\frac{d(A, X)}{d(A, B)} = \frac{d(X, B)}{d(A, X)}.$$

(O quociente $d(A, X)/d(A, B)$ é chamado *razão áurea.*) Supondo que X divide o segmento de reta AB em média e extrema razão, calcule x em função de a e b.

Solução. Em coordenadas, a condição dada corresponde a

$$\frac{|a-x|}{|a-b|} = \frac{|x-b|}{|a-x|}.$$

Como $a < x < b$, essa igualdade é equivalente a

$$\frac{x-a}{b-a} = \frac{b-x}{x-a},$$

ou seja,

$$x^2 + (b - 3a)x + (a^2 - b^2 + ab) = 0.$$

O discriminante dessa equação é $\Delta = 5(b-a)^2$. Portanto as raízes são

$$x_{\pm} = \frac{1}{2}(3a - b \pm \sqrt{5}(b-a)).$$

Usando a condição $a < x < b$, obtemos que $a < x_+ < b$ e $x_- < a$. Logo a única raiz no intervalo $[a, b]$ é x_+. Portanto o ponto X procurado tem coordenada

$$x = \frac{1}{2}((3 - \sqrt{5})a + (\sqrt{5} - 1)b).$$

$\square$

Exercício (E3.S1)**.** Se O é a origem do eixo E e A é o ponto desse eixo que tem coordenada 1, qual é a coordenada do ponto X que divide o segmento de reta OA em média e extrema razão? No Exercício 2, calcule a *razão áurea* $d(O, X)/d(O, A)$.

Solução. O ponto X tem coordenada

$$x = \frac{1}{2}((3 - \sqrt{5})0 + (\sqrt{5} - 1)1) = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

Calculamos $d(O, A) = |0 - 1| = 1$. Portanto a razão áurea é

$$\frac{d(O, X)}{d(O, A)} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

$\square$

Exercício (E4.S1)**.** Os pontos A, B e X sobre o eixo E têm coordenadas a, b e x respectivamente. Se X' é o simétrico de X em relação ao ponto A e X'' é o simétrico de X' em relação a B, quais são as coordenadas de X' e X''?

Solução. Sejam x' e x'' as coordenadas de X' e X''. Como A é o ponto médio de XX', temos $a = (x + x')/2$. Logo $x' = 2a - x$. Como B é o ponto médio de $X'X''$, temos $b = (x' + x'')/2$. Portanto $x'' = 2b - x' = 2(b - a) + x$. $\square$

Exercício (E5.S1)**.** Dados os pontos A, B no eixo E, defina a distância orientada $\delta(A, B)$ entre eles pondo $\delta(A, B) = d(A, B)$ se A está à esquerda de B e $\delta(A, B) = -d(A, B)$ se A está à direita de B. Prove que para quaisquer A, B e C do eixo E tem-se $\delta(A, B) + \delta(B, C) + \delta(C, A) = 0$.

Solução. Sem perda de generalidade podemos supor que A está à esquerda de B e que B está à esquerda de C. Logo

$$\delta(A, B) + \delta(B, C) + \delta(C, A) = d(A, B) + d(B, C) - d(C, A) = 0$$

pois $d(A, B) + d(B, C) = d(C, A)$, já que o ponto B pertence ao segmento de reta AC. $\square$