

## GAAL – Seção 1 – Exercício 5

**Exercício** (E5.S1). Dados os pontos  $A, B$  no eixo  $E$ , defina a distância orientada  $\delta(A, B)$  entre eles pondo  $\delta(A, B) = d(A, B)$  se  $A$  está à esquerda de  $B$  e  $\delta(A, B) = -d(A, B)$  se  $A$  está à direita de  $B$ . Prove que para quaisquer  $A, B$  e  $C$  do eixo  $E$  tem-se  $\delta(A, B) + \delta(B, C) + \delta(C, A) = 0$ .

*Solução.* Sem perda de generalidade podemos supor que  $A$  está à esquerda de  $B$  e que  $B$  está à esquerda de  $C$ . Logo

$$\delta(A, B) + \delta(B, C) + \delta(C, A) = d(A, B) + d(B, C) - d(C, A) = 0$$

pois  $d(A, B) + d(B, C) = d(C, A)$ , já que o ponto  $B$  pertence ao segmento de reta  $AC$ .  $\square$