



Politechnika Warszawska
Wydział Elektroniki i Technik
Informacyjnych
Zakład Automatyki i Informatyki
Stosowanej



Praca dyplomowa magisterska

Rafał Golcz

Projektowanie odpornych (robust) systemów sterowania

Robust Control Systems Design

nr albumu: 200883

kierunek: Systemy Informacyjno-Decyzyjne

Promotor:
dr inż. Adam Woźniak

Warszawa, (miesiąc) 2013

Oświadczenie autora pracy

Świadom odpowiedzialności prawnej oświadczam, że przedstawiona praca dyplomowa:

- została napisana przeze mnie samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami,
- nie była wcześniej przedmiotem procedur związanych z uzyskaniem tytułu zawodowego lub stopnia naukowego w wyższej uczelni.

Oświadczam ponadto, że niniejsza wersja pracy jest identyczna z załączoną wersją elektroniczną.

.....

data

.....

podpis autora pracy

SŁOWA KLUCZOWE: robust control, system sterowania, odporne systemy sterowania, flutter.

Projektowanie odpornych (robust) systemów sterowania

Streszczenie

Robust Control Sytems Design

Abstract

Spis treści

Spis oznaczeń i skrótów	3
Wstęp	5
1 Wprowadzenie	7
1.1 Zjawisko flutteru	7
1.2 Aktywny system tłumienia flutteru	8
1.3 Obiekt sterowania	8
1.4 Robust Control	9
2 Podstawy matematyczne	11
2.1 Dynamiczny układ liniowy stacjonarny	11
2.2 Metody analizy układów wielowymiarowych	11
2.2.1 Wartości osobliwe macierzy	12
2.2.2 Dekompozycja macierzy według wartości osobliwych	13
2.2.3 Norma H_{∞}	14
2.3 Niepewność	15
2.3.1 Niepewność strukturalna (parametryczna)	16
2.3.2 Niepewność niestrukuralna	16
2.3.3 Metoda doboru funkcji wagowej	17
2.4 Metody syntezy odpornych regulatorów	18
2.4.1 Regulator H_{∞}	18
2.4.2 Warunek odpornej stabilności	18
3 Model skrzydła	21
3.1 Model matematyczny	21
3.2 Analiza modelu	25
3.3 Modelu skrzydła z niepewnością	27
3.3.1 Wybór modelu niepewności	27
3.3.2 Niepewność względna na wyjściu	28
4 Model samolotu	29
5 Aktywne tłumienie flutteru skrzydła	31
5.1 Warunki pracy	31
5.2 Założenia projektowe	32
5.3 Kryteria porównawcze	33

5.4	Klasyczny regulator	33
5.5	Regulator Hinf	34
6	Systemu wspomagania sterowania	39
7	Kompleksowy projekt systemu wspomagania sterowania i tłumienia flutteru	41
	Bibliografia	43
	Załączniki	44
A	Wykorzystane narzędzia	45

Spis oznaczeń i skrótów

h	–	Przemieszczenie pionowe profilu odniesienia
θ	–	Skręcenie skrzydła
δ	–	Wychylenie lotki
	–	
	–	
	–	
	–	
Q_h, Q_θ	–	Siły uogólnione
p, q, r	–	prędkości kątowe przechylenia, pochylania i odchylenia
V_x, V_y, V_z	–	liniowe prędkości ruchu w układzie związanym z obiektem
ϕ, θ, ψ	–	kąty Eulera orientacji przestrzennej względem ziemi
ACAH	–	sterowanie położeniem / utrzymanie położenia (attitude command attitude hold)
AFCS	–	układ automatycznego sterowania lotem (automatic flight control system)
CG	–	środek ciężkości (Center of Gravity)
AC	–	środek aerodynamiczny / środek parcia (Aerodynamic Center)
SSP	–	środek sił poprzecznych (Elastic Axis)

Wstęp

TODO

- * Rozbieżność między obiektem a modelem nieunikniona
- * Klasyczne miary odporności (margines stabilności) nie zdają rezultatu w przypadku układów MIMO
- * Szczególne znaczenie w lotnictwie, gdzie zakres pracy obiektu jest bardzo szeroki, a złożoność równań opisujących zjawiska fizyczne - duża

Zakres zadania

TODO

Projekt praw sterowania dla systemu tłumienia flutteru w oparciu o techniki Robust Control.

Dwie fazy:

- *Faza 1.* Projekt systemu tłumienia flutteru skrzydła o dwóch stopniach swobody.
- *Faza 2.* Połączenie systemu sterowania z systemu tłumienia flutteru skrzydła samolotu w locie swobodnym.

Faza 1. jako punkt wyjścia do połączenie modelu skrzydła z modelem sztywnego samolotu w locie swobodnym.

Struktura pracy

TODO

Rozdział 1

Wprowadzenie

1.1 Zjawisko flutteru

Flutter jest niebezpiecznym zjawiskiem spotykanym w elastycznych strukturach poddanych siłom aerodynamicznym. Flutter występuje jako rezultat interakcji między siłami aerodynamicznymi, sprężystości oraz bezwładności.

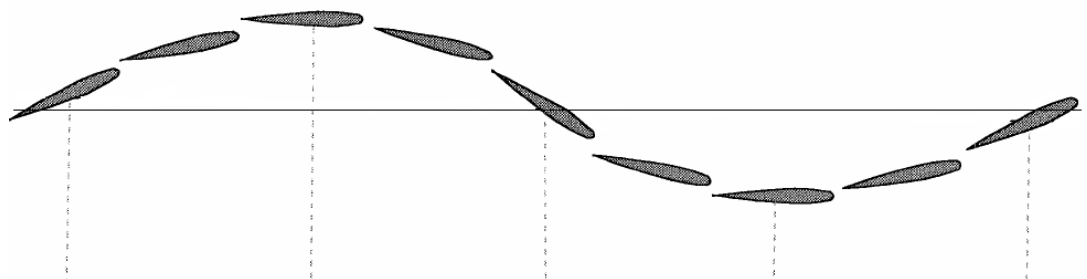
W miarę wzrostu prędkości opływu powietrza, tłumienie strukturalne może być niewystarczające aby rozproszyć energię dostarczaną z zewnątrz. Jest to rodzaj drgań samowzbudnych, czyli wymuszonych nieoscylacyjną siłą zewnętrzną. Szybko narastająca amplituda oscylacji może w krótkim czasie doprowadzić do zniszczenia konstrukcji.

Klasyczny typ flutteru, nazywany giętno-skrętnym, przedstawiono na rys. 1.1. Jest to wędrówka profilu w pewnej reprezentacyjnej odległości od nasady skrzydła. Zniekształcenia skrzydła zwyczajowo opisuje się dwiema zmiennymi:

h - strzałka ugięcia skrzydła [m]

θ - kąt skrećenia skrzydła [rad].

Najistotniejszą cechą klasycznego flutteru jest opóźnienie zginania względem skrećania, które wynosi w przybliżeniu 90° .

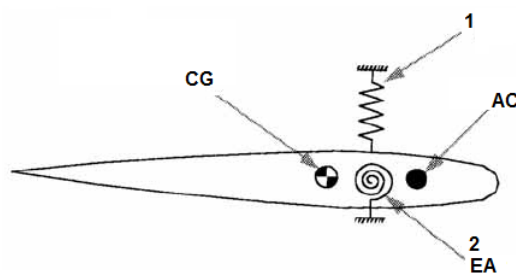


Rysunek 1.1: Wędrówka profilu w klasycznym zjawisku flutteru.

Tylko kombinacja dwóch postaci ruchu - skrećania i zginania prowadzi do powstania flutteru. Ze wzrostem prędkości, częstotliwości tych postaci zbiegają się, aby objawić się jako jedna niestabilna postać ruchu po przekroczeniu

prędkości krytycznej.

Fundamentalny model opisujący zjawisko posiada dwa stopnie swobody (Rys. 1.2). Sprężyna 1 reprezentuje sztywność na zginanie, sprężyna 2 - sztywność na skręcanie. Kształt profilu determinuje położenie środka aerodynamicznego (AC), natomiast położenie środka ciężkości (CG) wynika z rozkładu masy w skrzydle. Położenie środka sił poprzecznych (EA) zależy od budowy skrzydła.



Rysunek 1.2: Podstawowy model do opisu zjawiska flutteru.

Poza omówionym rodzajem flutteru występują jeszcze inne (np. flutter panelowy, galopowanie, buzz), ale nie stanowią one tematu niniejszej pracy.

1.2 Aktywny system tłumienia flutteru

Podstawowym zadaniem projektanta jest uzyskanie takiej konstrukcji, w której flutter w ogóle nie wystąpi, lub prędkość przy której może wystąpić będzie odpowiednio oddalona od maksymalnej prędkości osiąganej przez samolot. Istnieje wiele sposobów radzenia sobie z tym problemem np. odpowiednie wyważenie skrzydła, zwiększenie sztywności konstrukcji, specyficzna zmiana właściwości aerodynamicznych. Te statyczne metody, chociaż bardzo skuteczne, mają jednak wspólną wadę - zawsze wiążą się ze wzrostem masy.

Wymagania współczesnego lotnictwa zmuszają konstruktorów do minimalizowania masy struktury samolotu dla osiągnięcia coraz większej efektywności. Mniejsza masa przy zachowaniu smukłości sylwetki prowadzi niechybnie do możliwości wystąpienia flutteru, a statyczne metody jego zapobiegania nie są odpowiedzią na problem. Kluczowym kierunkiem wysoko wydajnych konstrukcji jest zastosowanie *systemu aktywnego tłumienia flutteru* - czyli wykorzystania istniejących powierzchni sterowych do zapewnienia dynamicznej stabilności [2].

Skuteczność takiego podejścia została udowodniona w wielu badaniach [2], [4] TODO - jeszcze jakieś źródła).

1.3 Obiekt sterowania

Zadanie projektowe w niniejszej pracy dotyczy syntezy praw sterowania systemu aktywnego tłumienia flutteru dla koncepcyjnego samolotu bezzałogowego

o budowie i charakterystyce zbliżonej do istniejącego samolotu MQ-1 Predator (Rys. 1.3).



Rysunek 1.3: Obiekt sterowania - samolot bezzałogowy MQ-1 Predator. Źródło: Wikipedia

Najważniejszym elementem obiektu jest skrzydło podlegające flutterowi. Struktura modelu skrzydła została zaczerpnięta z projektu BACT, prowadzonego w NASA Langley [1]. Projekt zakładał opracowanie wysoko wiarygodnego modelu skrzydła, którego zgodność z rzeczywistością potwierdzono w trakcie licznych badań w tunelu aerodynamicznym. Parametry modelu zostały odpowiednio przeskalowane, lub na nowo wyliczone tak, aby odpowiadały rozpatrywanemu samolotowi Predator.

Niniejsza praca została podzielona na dwie fazy:

- *Faza 1.* Dotyczy tłumienia flutteru samego skrzydła o dwóch stopniach swobody.
- *Faza 2.* Dotyczy tłumienia flutteru skrzydła samolotu w locie swobodnym.

W związku z powyższym, w *fazie 1.* rolę obiektu pełni model elastycznego skrzydła. W *fazie 2.* obiektem sterowania jest model całego samolotu w locie swobodnym, w którego skład wchodzi model skrzydła z *fazy 1.*

1.4 Robust Control

TODO

Czym jest robust control, pojęcie niepewności. Model nominalny, model rzeczywisty. Odporność - odporna stabilność, odporna charakterystyka (osiągi, performance).

Dlaczego robust control jest odpowiednie dla tej klasy problemów?

Statki powietrzne z założenia pracują w bardzo zmiennym środowisku (duże zakresy prędkości, wysokości lotu, zmiana masy). Do tego modele opisujące skomplikowane zjawiska aerodynamiczne muszą być często poważnie uproszczone dla uzyskania odpowiedniej złożoności obliczeniowej.

Z tego powodu technika sterowania odpornego (robust control), wydaje się być idealna do zastosowania w problemie tłumienia flutteru.

Rozdział 2

Podstawy matematyczne

2.1 Dynamiczny układ liniowy stacjonarny

Obiekt, czyli fizyczny układ dynamiczny może być opisany w dziedzinie czasu za pomocą równań stanu, albo w dziedzinie częstotliwości za pomocą macierzy transmitancji operatorowych. W niniejszej pracy są używane prawie wyłącznie modele liniowe w standardowej postaci (2.1).

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + By(t) \\ y &= Cx(t) + Dy(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

Dowolny model liniowy o skończonej liczbie wymiarów można przedstawić w postaci macierzy transmitancji $G(s)$, którą w sposób bezpośredni otrzymujemy z opisu w przestrzeni stanów:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D\tag{2.2}$$

W niniejszej pracy układ będzie oznaczany wielką literą niezależnie od postaci opisu matematycznego (np. G_r). Czasami dla podkreślenia, że mamy do czynienia z macierzą transmitancji zostanie zapisany w pełnej formie $G_r(s)$, lub odpowiednio $G_r(j\omega)$ dla transmitancji widmowej.

Jeżeli współczynniki równań nie zależą od czasu mamy do czynienia z układami stacjonarnymi. Chociaż z punktu widzenia charakteru zjawisk fizycznych, obiekt pracujący w zmiennym środowisku jest obiektem niestacjonarnym, to zazwyczaj opisuje się go jako rodzinę modeli stacjonarnych. Jest to o tyle słuszne założenie, o ile zmienność parametrów jest dużo wolniejsza od dynamiki obiektu.

2.2 Metody analizy układów wielowymiarowych

W przypadku systemów jednowymiarowych, analiza w dziedzinie częstotliwości sprowadza się do określenia wzmocnienia i przesunięcia fazowego odpowiedzi układu na sinusoidalne wymuszenie. Charakterystykę częstotliwościową opisaną

transmitancją widmową $G(j\omega)$ układu otrzymujemy bezpośrednio podstawiając $s = j\omega$ do transmitancji operatorowej.

Gdy mamy do czynienia z systemem wielowymiarowym, na charakter odpowiedzi częstotliwościowej mają wpływ względne wielkości i przesunięcia fazowe poszczególnych składników wektora wejściowego. Sygnał wejściowy możemy przedstawić następująco:

$$u(t) = \tilde{u}e^{j\omega t}, \quad (2.3)$$

gdzie \tilde{u} to ustalony wektor wartości zespolonych, zwany w skrócie *kierunkiem* sygnału wejściowego. Ponieważ pozwalamy, aby wektor \tilde{u} był zespolony, poszczególne składowe wektora $u(t)$ mogą być w dowolnej fazie względem pozostałych.

Odpowiedzią układu $G(s)$ na tak skonstruowane wejście, będzie

$$y(t) = \tilde{y}e^{j\omega t}, \quad (2.4)$$

gdzie $\tilde{y} = G(j\omega)\tilde{u}$.

Jak wynika z powyższego rozumowania, analiza układów wielowymiarowych jest dodatkowo utrudniona z tego względu, że na wzmocnienie układu wpływa nie tylko częstotliwość sygnału wejściowego, ale również wielkość i faza jego poszczególnych składowych, czyli kierunek.

Bardzo często chcielibyśmy znać odpowiedź na pytanie: dla jakiego ograniczonego sygnału wejściowego dla danej częstotliwości otrzymamy największe wzmocnienie układu? Innymi słowy chcielibyśmy znać wzmocnienie w najgorszym przypadku. Z pomocą w tej sytuacji przychodzi narzędzie matematyczne zwane dekompozycją macierzy według wartości osobliwej.

2.2.1 Wartości osobliwe macierzy

Definicja 1. [7] *Dowolnej macierzy A rzędu k , możemy przypisać k dodatnich wartości oznaczanych jako $\sigma_i(A)$ lub w skrócie σ_i . Są to wartości osobliwe macierzy A obliczane jako dodatni pierwiastek z wartości własnej $A^H A$, lub AA^H , to jest*

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\sigma_i(A^H A)} > 0, i = 1 \dots k, \quad (2.5)$$

gdzie $\lambda_i(\cdot)$ oznacza i -tą niezerową wartość własną. Wartości osobliwe przyjęło się szeregować malejąco:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_k = \sigma_{\min}$$

Wybrane własności wartości osobliwej macierzy:

$$\sigma(\alpha M) = |\alpha| \sigma(M) \quad (2.6)$$

$$\sigma_{\max}(M_1 + M_2) \leq \sigma_{\max}(M_1) + \sigma_{\max}(M_2) \quad (2.7)$$

$$\sigma_{\max}(M_1 \cdot M_2) \leq \sigma_{\max}(M_1) \cdot \sigma_{\max}(M_2) \quad (2.8)$$

$$\sigma_{\max}(M) = \max_{\|x\|=1} \|Mx\|_2 = \|M\|_2 \quad (2.9)$$

$$\sigma_{\min}(M) = \min_{\|x\|=1} \|Mx\|_2 \quad (2.10)$$

Z własności (2.9) wynika, że σ_{\max} macierzy transmitancji widmowych dla pewnej częstotliwości ω_0 określa maksymalne wzmocnienie układu dla dowolnego (co do kierunku) sygnału wejściowego.

2.2.2 Dekompozycja macierzy według wartości osobliwych

Bardzo ciekawym narzędziem do analizy systemów wielowymiarowych (MIMO) w dziedzinie częstotliwości jest dekompozycja macierzy według wartości osobliwych (dekompozycja SVD, od ang. Singular Value Decomposition)

Dla dowolnej częstotliwości ω_0 wartość transmitancji widmowej $G(j\omega_0)$ jest pewną macierzą liczb zespolonych. Dokonując dekompozycji SVD macierzy $G(j\omega_0)$ otrzymamy:

$$G(j\omega_0) = U\Sigma V^T, \quad (2.11)$$

lub po przekształceniu:

$$G(j\omega_0)V = U\Sigma, \quad (2.12)$$

gdzie Σ to diagonalna macierz zawierająca na swojej przekątnej kolejne wartości osobliwe. Pionowe wektory macierzy U i V są względem siebie ortonormalne.

Dla dowolnego $i = 1 \dots n$ zachodzi zależność:

$$u_i \cdot \sigma_i = G(j\omega_0) \cdot v_i, \quad (2.13)$$

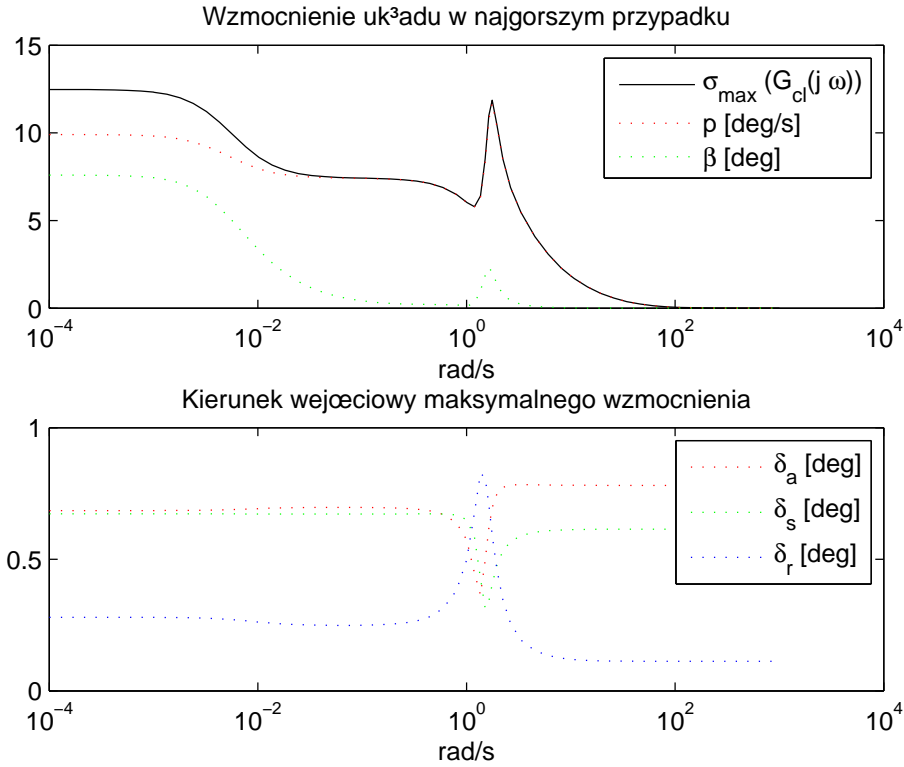
gdzie u_i to i -ty wektor macierzy U , a v_i - i -ty wektor macierzy V . Wektory u_i i v_i należy interpretować jako kierunki odpowiednio sygnału wyjściowego i wejściowego, natomiast σ_i jest wzmocnieniem układu. W szczególności, dla $i = 1$ otrzymamy maksymalne wzmocnienie układu $\sigma_{\max} = \sigma_1$ oraz sygnał wymuszający prowadzący do tego wzmocnienia, czyli w skrócie *najgorszy przypadek*.

Przykład - F18

Model poprzecznej dynamiki samolotu F18 posiada trzy sygnały wejściowe: δ_a - wychylenie lotki, δ_r - wychylenie steru kierunku, δ_s - wychylenie steru wysokości; dwa sygnały wyjściowe: p - prędkość kątowna przychylania [deg/s], β - kąt ślizgu [deg]; oraz osiem stanów. Macierze opisujące model w przestrzeni stanów zostały zaczerpnięte z [9] i znajdują się w załączniku ??.

Obliczając największą wartość osobliwą transmitancji widmowej modelu dla pewnego przedziału ω , otrzymujemy maksymalne możliwe wzmocnienie układu po wszystkich kierunkach sygnału wejściowego (czarna linia - rys. 2.1). Dodatkowo wykorzystując dekompozycję SVD, otrzymamy względny udział poszczególnych składowych sygnału wejściowego i wyjściowego.

Z takiej analizy wynika, że w sygnale wyjściowym, niezależnie od częstotliwości, dominuje prędkość przechylania q . Natomiast główne składniki sygnału



Rysunek 2.1: Analiza SVD modelu poprzecznej dynamiki samolotu F18.

wejściowego, generujące duże wzmocnienie układu, to lotki i ster wysokości. Tylko w pewnym wąskim przedziale pulsacji (w okolicy 1 rad/s) to ster kierunku ma najbardziej destabilizujące właściwości.

Należy zwrócić uwagę na to, że norma wektora jest silnie uzależniona od jednostek elementów składowych. Subiektywnie niewielka wartość sygnału może okazać się obiektywnie dominująca, dlatego do wiarygodnej analizy za pomocą tego narzędzia niezbędna jest normalizacja sygnałów, lub użycie funkcji wagowych.

W powyższym przykładzie, spośród elementów sygnału wyjściowego, to wartość q przeważa nad β . Jednak subiektywna ocena, może być uzależniona od wymagań odnośnie właściwości lotnych.

2.2.3 Norma H_{∞}

Jak wynika z analizy na temat dekompozycji SVD, największa wartość osobliwa transmitancji widmowej określa wzmocnienie w najgorszym przypadku dla danej częstotliwości. Normę H_{∞} zdefiniowaną w następujący sposób:

$$H_{\infty}(G(s)) = \sup_{\omega} \sigma_{\max}(G(j\omega)) \quad (2.14)$$

można zinterpretować jako maksymalne wzmocnienie w dowolnym kierunku i dla dowolnej częstotliwości. Norma ma szczególne zastosowanie do badania

odpornej stabilności układu (Small Gain Theorem).

2.3 Niepewność

Analiza, lub synteza układów regulacji opiera się na modelu matematycznym obiektu fizycznego. Model matematyczny zawsze jest tylko przybliżeniem rzeczywistości. Różnica między modelem a rzeczywistym obiektem jest nazywana niepewnością modelu matematycznego.

Typowe źródła niepewności można podzielić na zamierzone i niezamierzone. Do pierwszej grupy należy np. świadome pominięcie skomplikowanych zjawisk fizycznych (tzw. niemodelowana dynamika), linearyzacja układu lub efekt redukcji rzędu układu. Do niezamierzonych źródeł można zaliczyć błąd pomiarowy przy identyfikacji obiektu lub zmiana (zaburzenie) parametrów pracy ze względu na zmianę czynników zewnętrznych jak temperatura czy wilgotność.

Skoro obiekt rzeczywisty może w pewnym zakresie zmieniać swoje właściwości dynamiczne, możemy mówić o pewnej rodzinie (zbiorze) obiektów \mathcal{G}_r . Gdybyśmy w dowolnym punkcie pracy byli w stanie wyznaczyć model G_r obiektu, to model ten należałby do zbioru \mathcal{G}_r .

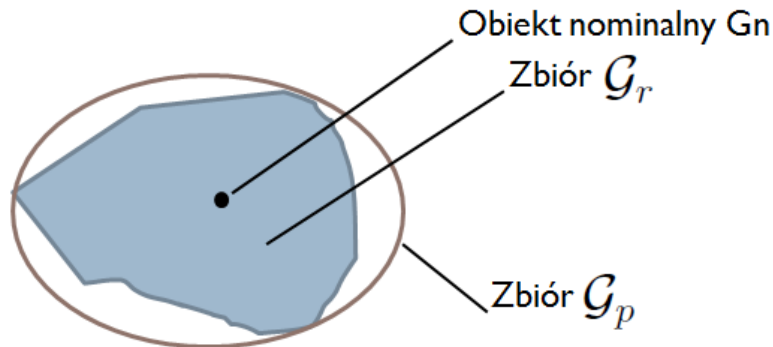
Chociaż nazwa może być mylna, w dziedzinie sterowania odpornego niepewność jest naszą **wiedzą** na temat możliwych odchyłeń obiektu rzeczywistego od założonego modelu nominalnego. Jeżeli przy opisie obiektu uwzględnimy tę wiedzę (czyli niepewność), otrzymamy **model układu z niepewnością** [10]. Taki model definiuje pewną rodzinę modeli, którą w niniejszej pracy oznaczono jako \mathcal{G}_p .

Problem opracowania modelu z niepewnością można sformułować następująco:

Dla znanej rodziny obiektów \mathcal{G}_r znajdź taką rodzinę modeli \mathcal{G}_p opisaną pewnym modelem niepewności $G_p(s)$, aby zbiór \mathcal{G}_r był zawarty w zbiorze \mathcal{G}_p :

$$\mathcal{G}_r \subset \mathcal{G}_p \quad (2.15)$$

Powyższą zależność ilustruje Rys. 2.2.



Rysunek 2.2: Interpretacja niepewności.

2.3.1 Niepewność strukturalna (parametryczna)

Model niepewności parametrycznej nadaje się idealnie do sytuacji, gdy jesteśmy pewni co do struktury modelu (struktury równań matematycznych), ale spodziewamy się pewnej zmienności współczynników opisujących obiekt rzeczywisty. Np. dla modelu liniowego w przestrzeni stanów, uwzględniając wpływ parametrów na postać macierzy, otrzymamy:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(q) \cdot x(t) + B(q) \cdot y(t), \\ y &= C(q) \cdot x(t) + D(q) \cdot y(t),\end{aligned}\tag{2.16}$$

przy czym $q \in Q$, gdzie $q = [q_1, q_2, \dots, q_m]^T$ jest wektorem niepewnych parametrów, a elementy macierzy $A(q), B(q), C(q), D(q)$ są ciągłymi funkcjami. Wektor q może przyjmować wartości ze zbioru Q , który zazwyczaj określa się następująco:

$$Q = \{q : q_k \in [q_k^-, q_k^+], \quad q_k^- < q_k^+, \quad k = 1 \dots m\}.\tag{2.17}$$

Analogicznie, model w dziedzinie częstotliwości będzie miał postać nieskończonej rodziny macierzy transmitancji operatorowych:

$$\{G(s, q), \quad q \in Q\},\tag{2.18}$$

gdzie zbiór Q jest określony identycznie jak poprzednio (2.17).

2.3.2 Niepewność niestrukuralna

Model względnej (multiplikatywnej) niepewności na wejściu

$$G_p(s) = G_n(s)(I + w_i(s)\Delta(s))\tag{2.19}$$

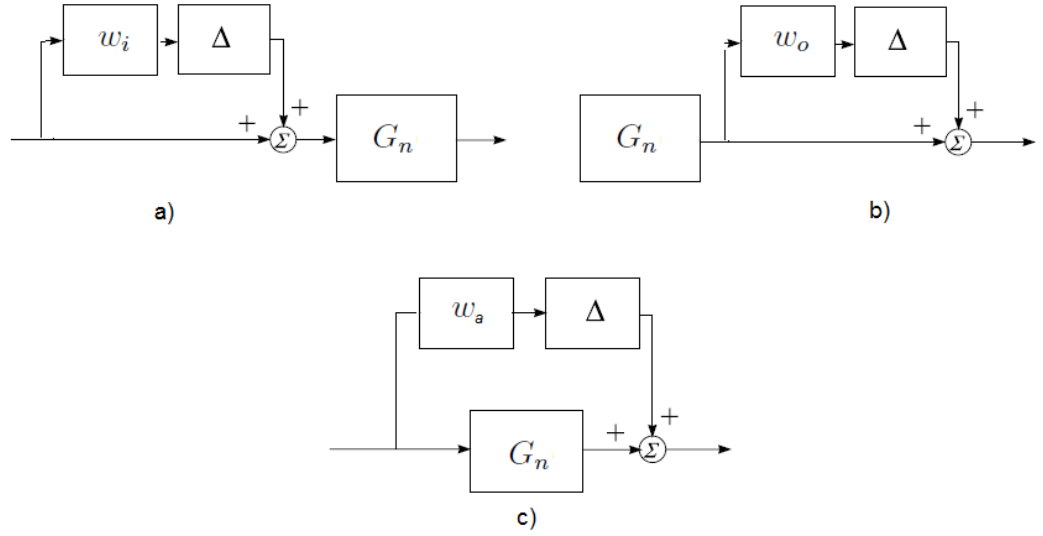
Model względnej (multiplikatywnej) niepewności na wyjściu

$$G_p(s) = (I + w_o(s)\Delta(s))G_n(s)\tag{2.20}$$

Model bezwzględnej (addytywnej) niepewności

$$G_p(s) = G_n(s) + w_a(s)\Delta(s)\tag{2.21}$$

Dowolny z modeli niepewności niestrukuralnej można przedstawić z pomocą innego, dlatego każdy z modeli może być stosowany wymiennie (TODO źródło). Z tego powodu w dalszej części pracy będzie stosowany tylko jeden, a konkretnie model niepewności względnej na wyjściu układu.



Rysunek 2.3: Modele niestukturalnej niepewności, a) względnej na wejściu, b) względnej na wyjściu, c) bezwzględnej

2.3.3 Metoda doboru funkcji wagowej

Z postaci modelu niepewności (2.19), (2.20), (2.21) wynika, że do określenia niepewności wymagane jest określenie modelu nominalnego G_n i funkcji wagowej, która odzwierciedla naszą wiedzę na temat górnej granicy charakterystyki częstotliwościowej obiektu. O ile wybór G_n nie stanowi problemu (może to być postać odpowiadająca wartościom średnim parametrów obiektu), o tyle wybranie funkcji wagowej wymaga wyjaśnienia.

Ponieważ z punktu widzenia odpornej stabilności, kluczowe znaczenie ma norma H_∞ rozpatrywanego układu (a co za tym idzie - maksymalna wartość osobliwa transmitancji widmowej), interesuje nas znalezienie zbioru \mathcal{G}_p , takiego że

$$\begin{aligned} \forall G_r \in \mathcal{G}_r \quad \exists G_p : \\ \sigma_{\max}(G_p(j\omega)) \geq \sigma_{\max}(G_r(j\omega)) \quad \forall \omega \end{aligned} \quad (2.22)$$

Oczywiście znalezienie dowolnego zbioru, który spełnia zależność (2.22) jest trywialne, ale nam zależy na znalezieniu możliwie najmniejszego, który spełnia tę zależność.

Jeżeli do opisu niepewności wykorzystamy model względny na wyjściu układu, (2.22) sprowadza się do:

$$\begin{aligned} \forall G_r \in \mathcal{G}_r \quad \exists G_p : \\ \sigma_{\max}(G_p(j\omega)) = \sigma_{\max}[(I + w_o(j\omega)\Delta(j\omega))G_n(j\omega)] \geq \sigma_{\max}(G_r(j\omega)) \quad \forall \omega \end{aligned} \quad (2.23)$$

Wykorzystując własności wartości osobliwej macierzy (2.7), (2.8), otrzymujemy zależność na funkcję wagową $w_o(s)$, którą należy spełnić (2.24).

$$\sigma_{\max}(w_o(j\omega)) \geq \frac{\sigma_{\max}(G_r(j\omega)) - \sigma_{\max}(G_n(j\omega))}{\sigma_{\max}(G_n(j\omega))} \quad \forall \omega \quad (2.24)$$

Zazwyczaj mamy do czynienia z nieskończonym zbiorem \mathcal{G}_r , dlatego w praktycznych zastosowaniach, przez \mathcal{G}_r będziemy rozumieć **reprezentatywny** zbiór układów.

2.4 Metody syntezy odpornych regulatorów

TODO: Cecha podejścia Robust Control - uwzględnienie niepewności podczas syntezy regulatora

2.4.1 Regulator Hinf

2.4.2 Warunek odpornej stabilności

Warunek odpornej stabilności układu z modelem względnej niepewności na wyjściu można wyprowadzić z teorii małych wzmocnień (Small Gain Theorem) [7].

Twierdzenie 1. *Warunkiem wystarczającym odpornej stabilności rodziny układów o postaci*

$$\mathcal{G}_p = \{G_p(s) : G_p(s) = (I + w_o(s)\Delta(s))G_n(s), \|\Delta(s)\|_{\infty} \leq 1\} \quad (2.25)$$

jest spełnienie zależności:

$$\|w_o(s)G(s)K(s)(I + G(s)K(s))^{-1}\|_{\infty} < 1 \quad (2.26)$$

Należy zaznaczyć, że warunek wystarczający (2.26), może być zbyt zachowawczy i nie zostanie spełniony nawet dla odpornie stabilnego układu.

Przykład - układ masa-sprężyna-tłumik

Masa m , której ruchowi towarzyszy tarcie lepkie o współczynniku tłumienia c , jest zamocowana na sprężynie o sztywności k . Parametry układu są niepewne, a ich wartości nominalne i zakresy zmienności wynoszą:

$$m = 3 \pm 60\%, \quad (2.27)$$

$$c = 1 \pm 60\%, \quad (2.28)$$

$$k = 2 \pm 40\%. \quad (2.29)$$

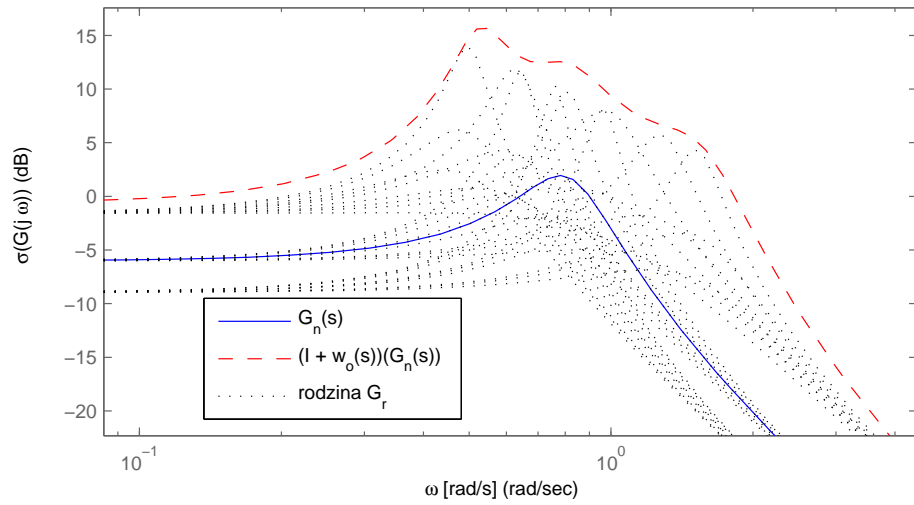
Sygnałem wejściowym jest siła przyłożona do masy $f(x)$, sygnałem wyjściowym - położenie masy $x(t)$.

W pierwszym podejściu zaprojektowano regulator H_{∞} , przy czym waga dotycząca sygnału sterującego $w_u(s) = 0,01$, natomiast waga błędu sterowania $e(t)$ wynosi:

$$w_p(s) = 0,95 \frac{s^2 + 1,8s + 10}{s^2 + 8s + 0,01}.$$

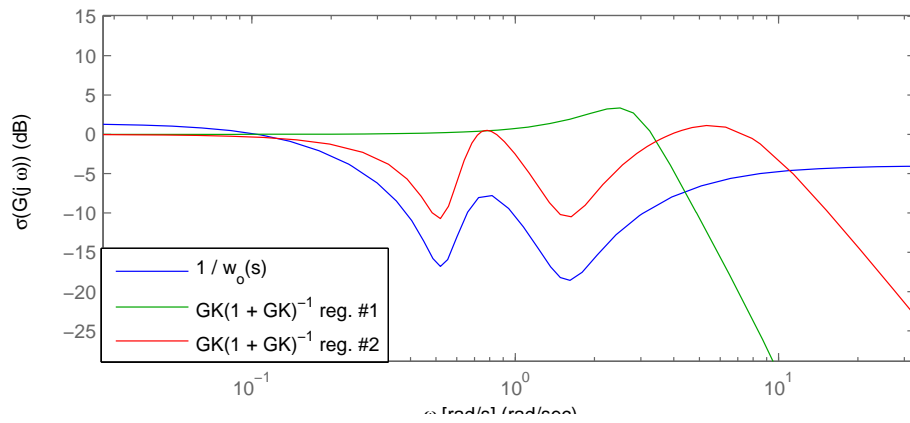
Kryteria jakościowe zdefiniowane funkcjami wagowymi $w_u(s)$ i $w_p(s)$ zostały spełnione ($\gamma < 1$), ale układ zamknięty okazał się niestabilny dla pewnych wartości parametrów m, c i k .

W kolejnym etapie uwzględniono zmienność parametrów w postaci względnego modelu niepewności. Wagę $w_o(s)$ dobrano tak, aby powstała rodzina modeli objęła rodzinę obiektów $\mathcal{G}_r \subset \mathcal{G}_p$ (rys. 2.4).



Rysunek 2.4: Dobór funkcji wagowej modelu niepewności.

Okazuje się, że chociaż kryteria jakościowe (w tym kryterium odporności) nie zostały spełnione ($\gamma = 2,56$), układ zamknięty jest odpornie stabilny. Samo uwzględnienie niepewności pozwoliło osiągnąć odporną stabilność. Na rys. (2.5) porównano transmitancje widmowe układu zamkniętego $G(s)K(s)(I+G(s)K(s))^{-1}$ dwóch regulatorów, które dla spełnienia warunku wystarczającego kryterium stabilności, powinny być mniejsze od $1/w_o(j\omega)$ dla każdego $\omega \geq 0$.



Rysunek 2.5: Chociaż warunek wystarczający nie został spełniony, regulator 2. jest odpornie stabilny.

Rozdział 3

Model skrzydła

W poniższym rozdziale został zawarty opis oraz analiza modelu matematycznego skrzydła podlegającego zjawisku flutteru.

3.1 Model matematyczny

(TODO wyjaśnić dlaczego stosujemy profil referencyjny, jego położenie wzdłuż skrzydła)

Model matematyczny elastycznego skrzydła o dwóch stopniach swobody został zaczerpnięty z [1]. Na model składa się dynamika strukturalna, aerodynamika quasi-stacjonarna, dynamika elementu wykonawczego oraz prosty model turbulencji.

Postać odpowiednio wektora stanu, wejściowego i wyjściowego:

$$\begin{aligned}x &= [h, \theta, \dot{h}, \dot{\theta}, \delta, \dot{\delta}, t_1, t_2] \\u &= [\delta_c, \eta] \\y &= [h, \theta, \dot{h}, \dot{\theta}, \delta, w_g, \dot{w}_g, \ddot{h}, \ddot{\theta}]\end{aligned}$$

Znaczenie poszczególnych symboli wyjaśniono w tabeli 3.1.

symbol	opis	jedn.
h	przemieszczenie pionowe profilu ref.	[m]
θ	skręcenie skrzydła	[rad]
δ_c	wartość zadana wychylenia lotki	[rad]
δ	wychylenie lotki	[rad]
η	sygnał turbulencji	[-]
t_1, t_2	stany związane z modelem turbulencji	[-]
w_g	pionowa wartość podmuchu	[m/s]

Tabela 3.1: Zmienne użyte w modelu

Równania strukturalne

(TODO - czy to odpowiednia nazwa - równania strukturalne)

Układ równań 3.1 opisuje drgania skrętne i giętne skrzydła [1].

$$\begin{bmatrix} m & s_{h\theta} \\ s_{h\theta} & I_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m \\ s_{h\theta} \end{Bmatrix} g + \begin{Bmatrix} Q_h \\ Q_\theta \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Wyrażenia m , I_θ to masy uogólnione postaci ruchu giętnego i skrętnego. Wyrażenie $s_{h\theta}$ to współczynnik sprzężenia między dwoma stopniami swobody. K_h , K_θ to odpowiednio sztywność na zginanie i skręcanie. Wreszcie Q_h i Q_θ to uogólnione siły działające na obiekt.

Jak się okazuje współczynnik sprzężenia drgań giętnych i skrętnych $s_{h\theta}$, którego wartość wynika z położenia CG skrzydła względem SSP, ma decydujące znaczenie na to kiedy i czy w ogóle wystąpi zjawisko flutteru.

$$s_{h\theta} = m \cdot x_{cg} \quad (3.2)$$

Model aerodynamiki quasi-stacjonarnej

Standardową metodą szacowania sił aerodynamicznych jest użycie pochodnych stabilnościowych i sterowania (stability and control derivatives). Siły aerodynamiczne mogą zostać przedstawione jako funkcje liniowe kąta natarcia α , wychylenia powierzchni sterowych δ oraz ich pochodnych względem czasu (3.3). Wartości współczynników aerodynamicznych zostały zawarte w tabeli 3.2

$$\begin{aligned} L &= qSC_L = \\ & qS \left[C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_\delta} \delta + \frac{\bar{c}}{2U_0} (C_{L_\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + C_{L_q} \dot{\theta} + C_{L_\dot{\delta}} \dot{\delta}) \right] \\ M &= qS\bar{c}C_M = \\ & qS\bar{c} \left[C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_\delta} \delta + \frac{\bar{c}}{2U_0} (C_{M_\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + C_{M_q} \dot{\theta} + C_{M_\dot{\delta}} \dot{\delta}) \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

Model aerodynamiki oparty na współczynnikach jest raczej uproszczonym podejściem, ale w zupełności wystarczający aby uchwycić najważniejsze cechy zjawiska flutteru [1].

Niestacjonarny charakter modelu aerodynamiki wynika z uwzględnienia współczynników względem pochodnych (np. $C_{L_\dot{\alpha}}$).

Wyrażenie (3.4) pozwala wyznaczyć kąt natarcia w chwili t .

$$\alpha(t) = \theta(t) + \frac{\dot{h}(t)}{U_0} + \frac{x_{ac}\dot{\theta}(t)}{U_0} - \frac{w_g(t)}{U_0} \quad (3.4)$$

Symbol U_0 oznacza prędkość lotu w m/s , a symbol x_{ac} - odległość środka aerodynamicznego od SSP w metrach.

Symbol	opis	Wartość	Jedn.
C_{L_0}	wsp. siły nośnej dla $\alpha = 0$	0	$[-]$
C_{M_0}	wsp. momentu dla $\alpha = 0$	0	$[-]$
C_{L_α}	wsp. siły nośnej względem kąta natarcia	4,584	$[1/rad]$
C_{M_α}	wsp. momentu wzgl. kąta natarcia	1,49	$[1/rad]$
$C_{L_{\dot{\alpha}}}$	wsp. siły nośnej wzgl. pochodnej kąta natarcia	-3,1064	$[1/rad]$
C_{L_q}	wsp. siły nośnej wzgl. prędkości pochylania	2,5625	$[1/rad]$
$C_{M_{\dot{\alpha}}}$	wsp. momentu wzgl. pochodnej kąta natarcia	-2,6506	$[1/rad]$
C_{M_q}	wsp. siły nośnej wzgl. prędkości pochylania	-0,4035	$[1/rad]$
C_{L_δ}	wsp. siły nośnej wzgl. kąta wychylenia lotki	0,63	$[1/rad]$
$C_{L_{\dot{\delta}}}$	wsp. siły nośnej wzgl. pochodnej kąta wychylenia lotki	0	$[1/rad]$
C_{M_δ}	wsp. momentu wzgl. kąta wychylenia lotki	-0,0246	$[1/rad]$
$C_{M_{\dot{\delta}}}$	wsp. momentu wzgl. pochodnej kąta wychylenia lotki	0	$[1/rad]$
x_{ac}	położenie AC względem SSP	0,0938	$[m]$
S	powierzchnia płata	5,25	$[m^2]$
\bar{c}	średnia cięciwa aerodynamiczna	0,75	$[m]$

Tabela 3.2: Współczynniki aerodynamiczne modelu skrzydła.

Model elementów wykonawczych

Parametry siłownika zostały również zaczerpnięte z [1]. Model drugiego rzędu przedstawia równanie (3.5).

$$\frac{\delta(s)}{\delta_c(s)} = \frac{k\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \quad (3.5)$$

Współczynnik k_δ określa wzmocnienie, ω_δ częstość, a ζ_δ tłumienie układu. Wartości liczbowe zostały zawarte w tabeli 3.3.

Symbol	Opis	Wartość	Jedn.
k	Współczynnik wzmocnienia	1,02	-
ω_δ	Częstość drgań własnych	165,3	rad/s
ζ_δ	Współczynnik tłumienia	0.56	-

Tabela 3.3: Wartości liczbowe modelu elementu wykonawczego

Model turbulencji

W rzeczywistej atmosferze powietrze jest w ciągłym ruchu. Gdy statek powietrzny porusza się ze stałą prędkością, to prędkość opływu powietrza względem niego w dowolnym punkcie wynosi

$$U(t, x, y, z) = U_0 + U_g(t, x, y, z) \quad (3.6)$$

Składnik $U_g(t, x, y, z)$ to turbulencja, czyli zaburzenie ruchu powietrza. W prostym modelu atmosfery zazwyczaj zakłada się, że w danej chwili t zaburzenie jest

takie samo w każdym miejscu. Dodatkowo w analizie przepływu wokół skrzydła istotne znaczenie ma tylko składowa pionowa wektora turbulencji $w_g(t)$.

Doświadczalne dane pomiarowe turbulencji występują zazwyczaj w postaci widmowej gęstości mocy, dla określonych warunków atmosferycznych, lecz zamiast zwykłej częstotliwości mamy częstotliwość przestrzenną:

$$\Omega = \frac{\omega}{U_0} \quad (3.7)$$

Istnieją dwie praktyczne analityczne reprezentacje widmowej gęstości mocy turbulencji używane w badaniach nad dynamiką lotu. Pierwsze - spektrum Von Karmana lepiej oddaje dane pomiarowe, ale do analitycznych badań chętniej wykorzystywany jest prostszy model Drydena, którego postać po przekształceniu przedstawia równanie (3.8).

$$\frac{w_g(s)}{\eta_g(s)} = \alpha_t \frac{s + \beta_t}{(s + \beta_t)^2} \quad (3.8)$$

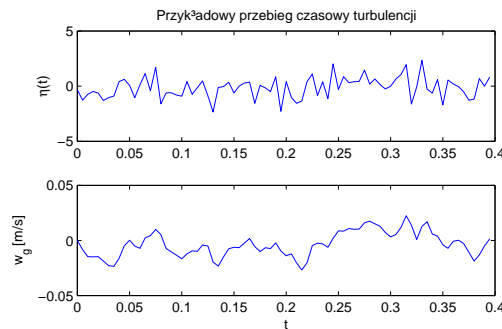
Można ten model traktować jako filtr, którego charakterystyka częstotliwościowa odpowiada widmowej gęstości mocy. Wejściem filtra jest biały szum $\eta(t)$.

Wartości parametrów modelu turbulencji zaczerpnięte z [1] dla prędkości lotu zbliżonej do prędkości krytycznej flutteru wynoszą:

$$\alpha_t = 2,49$$

$$\beta_t = 99$$

Rysunek 3.1 przedstawia pionową składową turbulencji $w_g(t)$ dla przykładowego sygnału wejściowego modelu $\eta(t)$.



Rysunek 3.1: Przykładowy przebieg składowej pionowej turbulencji.

Pełny model w przestrzeni stanów

Wartości liczbowe - parametry

Parametry wyjściowego modelu zostały odpowiednio przeskalowane tak, aby właściwości skrzydła odpowiadały skrzydłu Preadatora. Model jest parametryzowany prędkością i wysokością lotu oraz poziomem paliwa w skrzydłach.

Wysokość lotu determinuje gęstość powietrza, co razem z prędkością wyznacza ciśnienie dynamiczne. Poziom paliwa ma wpływ na masę i moment bezwładności.

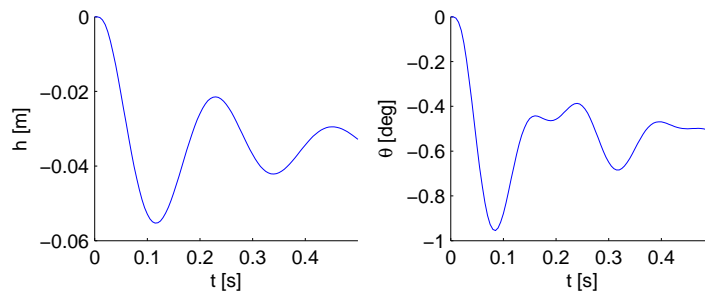
Wartości parametrów (ewentualnie ich zakres) zostały zawarte w tabeli 3.4. Górne ograniczenie prędkości jak i ciśnienia dynamicznego odpowiada prędkości krytycznej flutteru, ale celem projektu jest zwiększenie tej prędkości, a więc rozpatrywany zakres będzie jeszcze większy.

Symbol	Opis	Wartość	Jednostki
U_0	prędkość lotu	28 - 130	$[m/s]$
H	wysokość lotu	0 - 11000	$[m]$
q	ciśnienie dynamiczne	500 - 4400	$[Pa]$
m	uogólniona masa	90 - 240	$[kg]$
I_θ	moment bezwładności	7,56 - 15,12	$[kg \cdot m^2]$
K_h	sztywność na zginanie	50000	$[N/m]$
K_θ	sztywność na skręcanie	36000	$[Nm/rad]$
ω_h	częstość drgań giętnych	22,3 - 36,4	$[rad/s]$
ω_θ	częstość drgań skrętnych	48,4 - 69	$[rad/s]$
ζ_h	wsp. tłumienia zginania	0,0014	$[-]$
ζ_θ	wsp. tłumienia skręcania	0,001	$[-]$
\bar{x}_{cg}	względne położenie CG	1 - 4,125	$[\%]$

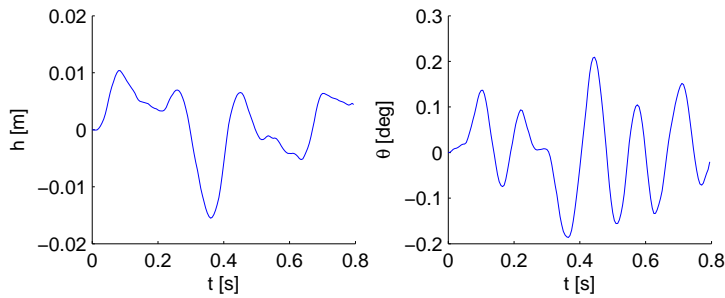
Tabela 3.4: Zakres wartości parametrów modelu

3.2 Analiza modelu

Rys. 3.2 przedstawia odpowiedź modelu skrzydła dla sygnału skokowego na wejściu δ_c , dla prędkości poniżej prędkości krytycznej $U_0 = 0,55V_k$. Rys. 3.3 przedstawia reakcję modelu na typowy sygnał turbulencji. Przebiegi wstępnie potwierdzają poprawność modelu.



Rysunek 3.2: Odpowiedź układu na sygnał skokowy na wejściu δ_c .

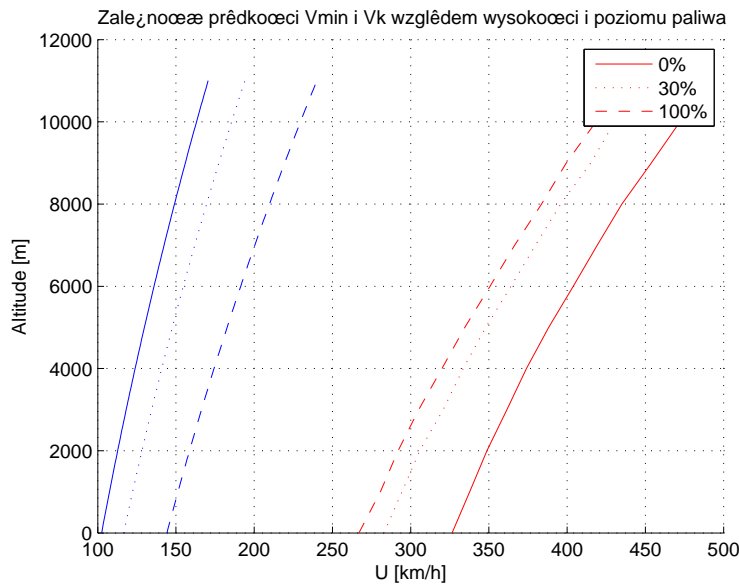


Rysunek 3.3: Odpowiedź układu na sygnał turbulencji.

Analiza prędkości lotu

Dolnym ograniczeniem prędkości lotu jest prędkość V_{min} , dla której skrzydło jest w stanie wytworzyć siłę nośną wystarczającą do lotu poziomego.

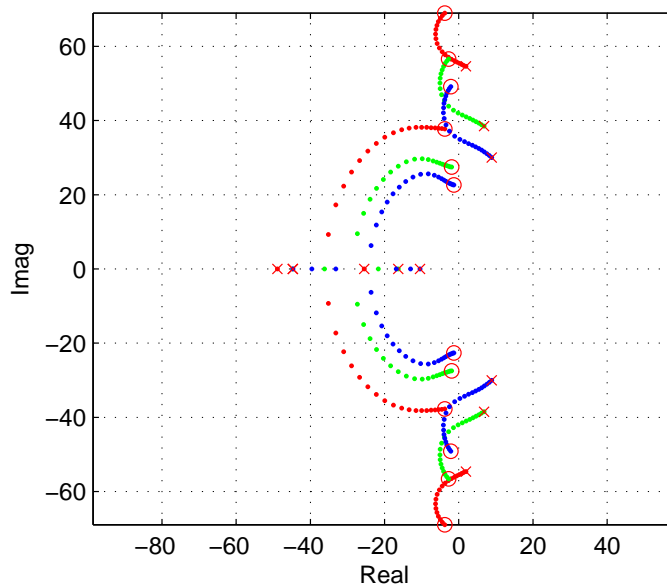
Zakłada się, że jedynym górnym ograniczeniem jest prędkość krytyczna fluteru V_k . Wyznaczenie prędkości krytycznej polega na odnalezieniu minimalnej prędkości, dla której układ przestaje być stabilny. Wpływ na tę prędkość ma zarówno wysokość lotu, jak i (pośrednio) poziom paliwa w skrzydłach (rys 3.4).

Rysunek 3.4: Zależność prędkości V_{min} , V_k od wysokości i poziomu paliwa.

Wędrowka pierwiastków układu

Rys. 3.5 przedstawia wędrowkę pierwiastków układu względem prędkości lotu dla różnych konfiguracji (poziomu paliwa).

Gdy układ staje się niestabilny - linia pierwiastkowa wkracza na dodatnią półpłaszczyznę części rzeczywistej, wektor własny odpowiadający niestabil-



Rysunek 3.5: Linia pierwiastkowa względem prędkości lotu, dla różnego poziomu paliwa (czerwony - 0%, zielony - 50%, niebieski - 100%).

nej wartości własnej przyjmuje postać charakterystyczną dla flutteru. Drgania skrętne są przesunięte względem drgań giętnych o około 90 stopni.

3.3 Modelu skrzydła z niepewnością

Jak wynika z tabeli 3.4 zakres zmienności parametrów jest duży. Istnieje zatem ryzyko, że rodzina modeli \mathcal{G}_r może być zbyt duża, aby jeden liniowy regulator zapewnił stabilność w całym obszarze pracy.

Celem tego rozdziału jest ujęcie całej rodziny modeli \mathcal{G}_r w jednym (niepewnym) modelu $G_p(s)$.

3.3.1 Wybór modelu niepewności

Zakres zmienności parametrów modelu można wprost przełożyć na niepewność parametryczną. Należy zwrócić jednak uwagę na silną korelację niektórych parametrów (np. wynikających ze wzrostu masy paliwa). Wykorzystanie parametrycznego modelu niepewności mogłoby okazać się zbyt zachowawcze i w rezultacie uniemożliwić syntezę regulatora. Np. sytuacja, w której moment bezwładności skrzydła I_θ osiąga swoje maksimum, a jednocześnie masa m - minimum, jest nieosiągalna.

Wobec tego postanowiono wykorzystać model niestrukturalny niepewności, który może objąć niepewność parametryczną i dodatkowo zapewnić większą stabilność obliczeń [8].

3.3.2 Niepewność względna na wyjściu

Model nominalny $G_n(s)$ został wybrany intuicyjnie dla prędkości lotu równej prędkości krytycznej $U_0 = V_k$, oraz poziomemu paliwu i wysokości lotu odpowiadających wartościom średnim ($H = 5500m$, $f_l = 50\%$).

Po dodaniu modelu niepewność niestrukturalnej do modelu nominalnego otrzymamy model niepewny (zaburzony) $G_p(s)$ (3.10).

$$G_p(s) = (I + W_u(s) \cdot \Delta) \cdot G_n(s) \quad (3.9)$$

$$\|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad (3.10)$$

Aby model $G_p(s)$ pokrył całą rodzinę \mathcal{G}_r należy tak dobrać funkcję wagową $W_u(s)$, aby była spełniona zależność (3.11).

$$\sigma_{\max}(W_u(s)) \geq \max_i \left(\frac{\sigma_{\max}(G_i(s) - G_n(s))}{\sigma_{\max}(G_n(s))} \right) \quad (3.11)$$

Dla poprawnego wyniku wystarczy dobrać skończony, ale reprezentatywny zbiór modeli $G_i(s)$ takich, że $G_i(s) \in \mathcal{G}_r$.

Rozdział 4

Model samolotu

TODO. Zaplanowane w tym rozdziale:

- * Model sztywny. Postacie ruchu (szybkie, fugoidalne, holendrowanie).
- * Model półsztywny. Postacie ruchu (dodatkowe postacie flutteru symetryczne/asymetryczne?)
- * Porównanie modeli (sztywny, półsztywny). * Porównanie modeli skrzydła (sztywno zamocowanego i swobodnego)

Rozdział 5

Aktywne tłumienie flutteru skrzydła

Celem poniższego rozdziału jest opracowanie systemu aktywnego tłumienia flutteru skrzydła, który posłuży za punkt odniesienia dla dalszej części pracy.

5.1 Warunki pracy

Podstawowym parametrem wpływającym na dynamikę obiektu jest ciśnienie dynamiczne q . Zakres zmienności tego parametru wynika z osiąarów samolotu - zakresu prędkości i wysokości lotu. Prędkość maksymalna została arbitralnie założona na potrzeby projektu i znacznie przekracza prędkość krytyczną flutteru dla układu otwartego.

Drugim ważnym czynnikiem jest poziom paliwa, który ma pośredni wpływ na wiele parametrów takich jak:

- położenie środka ciężkości (które jest krytyczne w zagadnieniach flutteru)
- masa skrzydła, a co za tym idzie częstotliwości drgań giętych i skrętych.

Tabela 5.1 przedstawia przykładowe wartości parametrów w zależności od poziomu paliwa. Warto zwrócić uwagę na silną korelację tych wartości.

Poziom paliwa [%]	c_{cg}^- [%]	m [kg]	I_θ [kg]	ω_h [rad/s]	ω_θ [rad/s]
0	1.00	90.00	7.56	36.37	68.98
25	2.47	127.50	9.45	30.55	61.58
50	3.27	165.00	11.34	26.86	56.10
75	3.78	202.50	13.23	24.24	51.85
100	4.13	240.00	15.12	22.27	48.43

Ponieważ ze wzrostem ilości paliwa w skrzydle, położenie środka ciężkości przesuwają się do tyłu, prędkość krytyczna flutteru maleje, co można zaobserwować na rys. 3.4.

5.2 Założenia projektowe

Podstawowym celem aktywnego systemu tłumienia flutteru jest zwiększenie prędkości krytycznej flutteru V_k , przy uwzględnieniu ograniczeń układu wykonawczego.

Definicja prędkości krytycznej jest ściśle związana ze stabilnością, ale jest to kryterium niewystarczające. Należałoby zaostrzyć tę definicję, ponieważ nawet w zakresie stabilnej pracy może dojść do przekroczenia dopuszczalnych naprężeń.

Zgodnie z kryteriami konstrukcyjnymi JAR-23 [5], dla samolotu Kategorii Normalnej obowiązuje współczynnik obciążeń dopuszczalnych w locie $n = 3,8$. W tym miejscu uprzedzono rozdział XX, aby przytoczyć maksymalne wartości zniekształceń płata wynikające nie z modelu samego skrzydła, ale z modelu całego samolotu. Podczas manewru ze współczynnikiem obciążeń $n = 3,8$ i maksymalną masą startową, zniekształcenia płata wyniosą odpowiednio:

$$h_{\max} = 0,32m\theta_{\max} = 3,56^\circ \quad (5.1)$$

Te wartości przyjęto jako nieprzekraczalne dla projektowanego systemu. (Niszczące naprężenia odpowiadają zazwyczaj 1,5 razy większym zniekształceniom, gdyż tyle wynosi konstrukcyjny zapas bezpieczeństwa, dlatego jednorazowe przekroczenie naprężeń dopuszczalnych nie powinno doprowadzić do zniszczenia samolotu).

Poza tym należy uwzględnić ograniczone możliwości elementów wykonawczych, a więc "wysiłek" sterowania. Maksymalne wychylenia lotek wynoszą $\delta_{\max} = \pm 45^\circ$. System tłumienia flutteru nie może jednak wykorzystać całego zakresu, musi zostawić miejsce na realizowanie poleceń pilota lub systemu sterowania. Dlatego dopuszczalne wartości sygnału sterującego zostały arbitralnie wybrane na poziomie $30\%\delta_{\max}$.

Poniżej w zwięzłej formie podsumowano założenia projektowe.

1. Maksymalne rozszerzenie zakresu stabilnej pracy, spełniającej dodatkowe kryteria:
2. Sygnał sterujący $|\delta_c| < 0,3\delta_{\max}$
3. Obciążenia $|h(t)| < h_{\max}$ i $|\theta(t)| < \theta_{\max}$

dla dowolnego sygnału wejściowego spełniającego warunki:

$$|\delta_p(t)| < 0,7\delta_{\max}$$

$$\eta(t) = \text{TODO} - \text{sygnał turbulencji}$$

Kryteria w takiej formie mogą zostać bezpośrednio przełożone na pojęcia związane z robust control. Pierwsze kryterium nazywa się odporną stabilnością, pozostałe dwa - odpornymi osiągnięciami. Odporne osiągnięcia można zwięźle przedstawić wykorzystując normę H_∞ .

5.3 Kryteria porównawcze

Oprócz założeń projektowych, które regulator musi spełnić potrzebny będzie również zestaw kryteriów, które ułatwią obiektywną ocenę jakości regulacji.

Podstawowe kryterium pozwala odpowiedzieć na pytanie "Jaki jest zysk?", czyli o ile procentowo zdołaliśmy zwiększyć prędkość krytyczną układu $\frac{U_{fcl}}{U_{fol}}$.

Kolejne kryteria odpowiadają na pytanie "Jakim kosztem?", czyli jak duży sygnał sterujący jest potrzebny aby zapewnić stabilność układu. Kryterium określa ilościowo wysiłek sterowania w przepływie turbulentnym, liczony jako średnia kwadratowa sygnału wyjściowego regulatora $\delta_c(t)$ dla określonego przebiegu prędkości pionowej turbulencji $w_g(t)$:

$$\Delta_{turb} = \sqrt{\frac{1}{T}} \int [\delta_c(t)]^2 dt \quad (5.2)$$

Trzecie kryterium dotyczy wysiłku sterowania ze względu na zewnętrzny sygnał sterujący $\delta_p(t)$ w postaci skoku jednostkowego o wartości 70% maksymalnego wychylenia powierzchni sterowej ($\delta_p = 0,7 \cdot \delta_{max}$).

Poza tym ważną miarą jakości jest wartość maksymalna modułu sygnału sterującego $\max(|\delta_c(t)|)$.

5.4 Klasyczny regulator

Zaprojektowanie jednowymiarowego regulatora przy wykorzystaniu klasycznych technik syntezy prawa sterowania pozwala szybko uzyskać wyniki stanowiące punkt odniesienia do dalszych prac.

Z podstawowej analizy układu otwartego można wywnioskować, że potrzebne jest dodatnie sprzężenie zwrotne (wynika to z przyjętej konwencji znaków i chociaż jest to niestandardowa konwencja, autor postanowił zastosować ją dla uproszczenia analizy porównawczej).

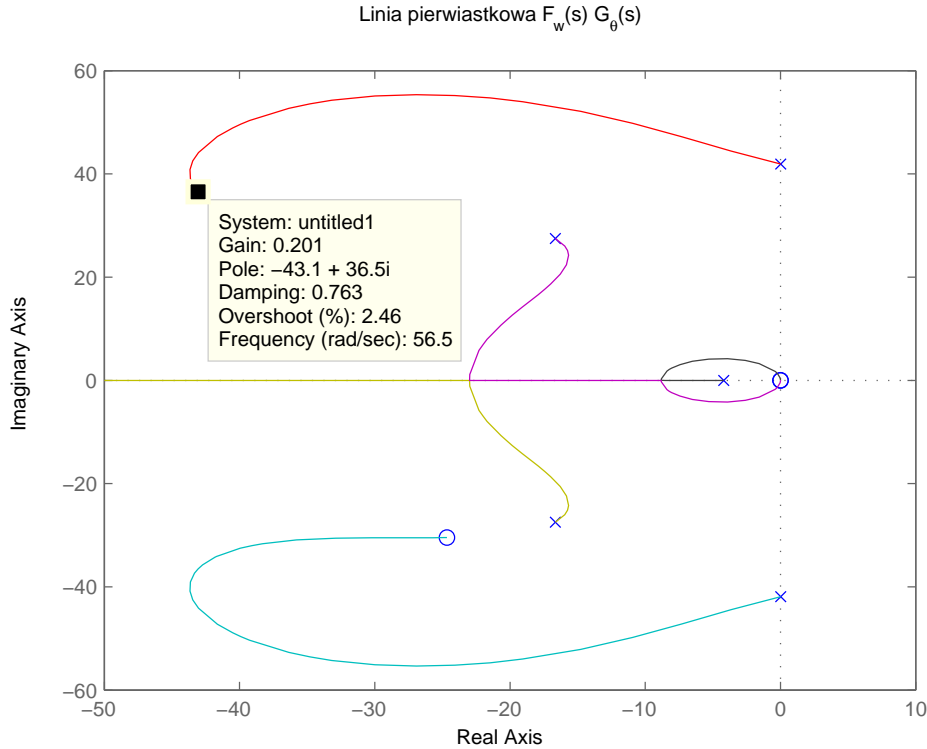
Standardowo używanymi przyrządami pomiarowymi w praktycznych systemach tłumienia flutteru są przyspieszeniomierze. Odpowiednie kombinacje liniowe sygnałów z dwóch przyspieszeniomierzy umieszczonych na krawędziach skrzydła (na wysokości profilu odniesienia) odpowiadają $\ddot{h}(t)$ i $\ddot{\theta}(t)$.

Zgodnie z [3] w przypadku jednowymiarowego regulatora najlepsze efekty uzyskujemy poprzez wykorzystanie do sterowania sygnału prędkości kątowej skręcania. $\dot{\theta}(t)$ uzyskamy bezpośrednio poprzez całkowanie odpowiedniej kombinacji liniowej sygnałów wyjściowych przyspieszeniomierzy. Problemem przyspieszeniomierzy jest jednak występowanie stałego, lub wolnozmiennego błędu, który zostałby wzmocniony przez element całkujący. Do pozbycia się go zastosowano filtr washout (TODO polska nazwa?) w postaci $s/(s+a)$, co razem z elementem całkującym daje kompensator opóźniający fazę $a/(s+a)$.

Filtr washout dobrano tak, aby miał minimalny wpływ na sygnał pomiarowy w okolicach częstotliwości flutteru $f_f = 6,67 Hz$. Częstotliwość kompensatora jest o rząd wielkości mniejsza od f_f .

$$F_w(s) = \frac{4,19}{s + 4,19} \quad (5.3)$$

Wartość wzmacnienia wybrano korzystając z metody linii pierwiastkowej dla układu $F_w(s) \cdot G_\theta(s)$. Największe tłumienie osiągnięto dla wzmacnienia $K = 0,2$.



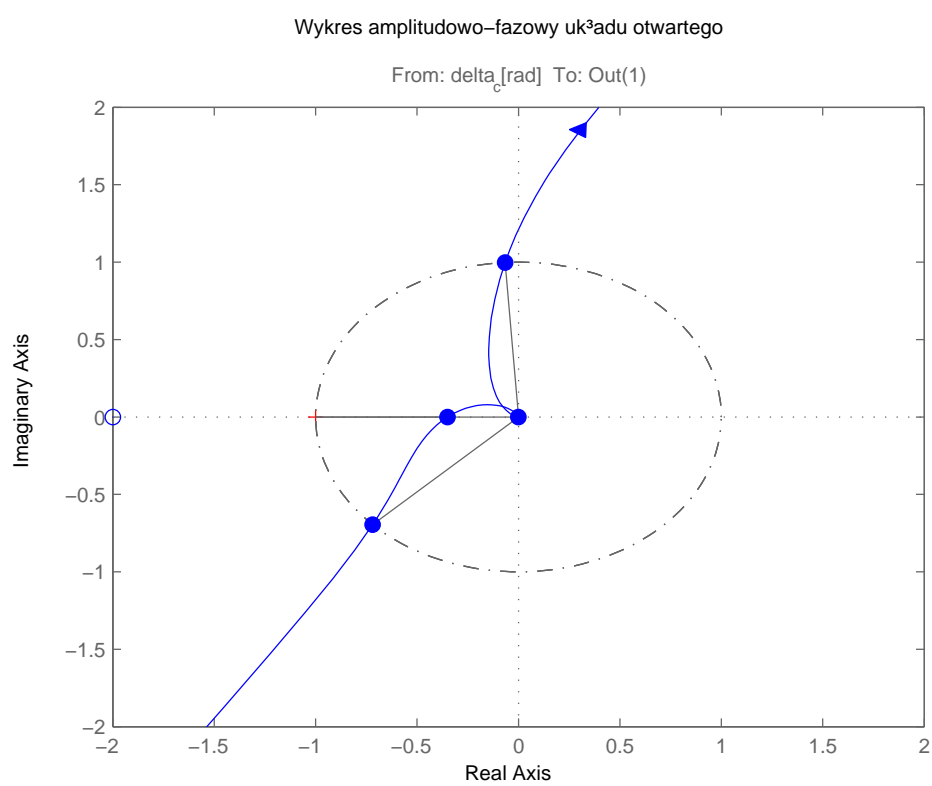
Rysunek 5.1: Linia pierwiastkowa układu z filtrem $F_w(s) \cdot G_\theta(s)$.

Ponieważ układ otwarty posiada dwa niestabilne pierwiastki, wykres Nyquista odpowiedzi amplitudowo-fazowej układu powinien otoczyć punkt $(-1,0)$ jednokrotnie w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Rysunek 5.2 zapewnia, że warunek ten jest spełniony i układ zamknięty jest stabilny. Dodatkowo, na przybliżeniu okolic punktu $(-1,0)$ możemy odczytać wartości marginesów stabilności, które okazują się być zupełnie zadowalające. Margines fazy poniżej częstotliwości flutteru wynosi -82 stopnie, natomiast powyżej $38,4$ stopnie. Najmniejszy margines wzmacnienia wynosi $7,18$ dB.

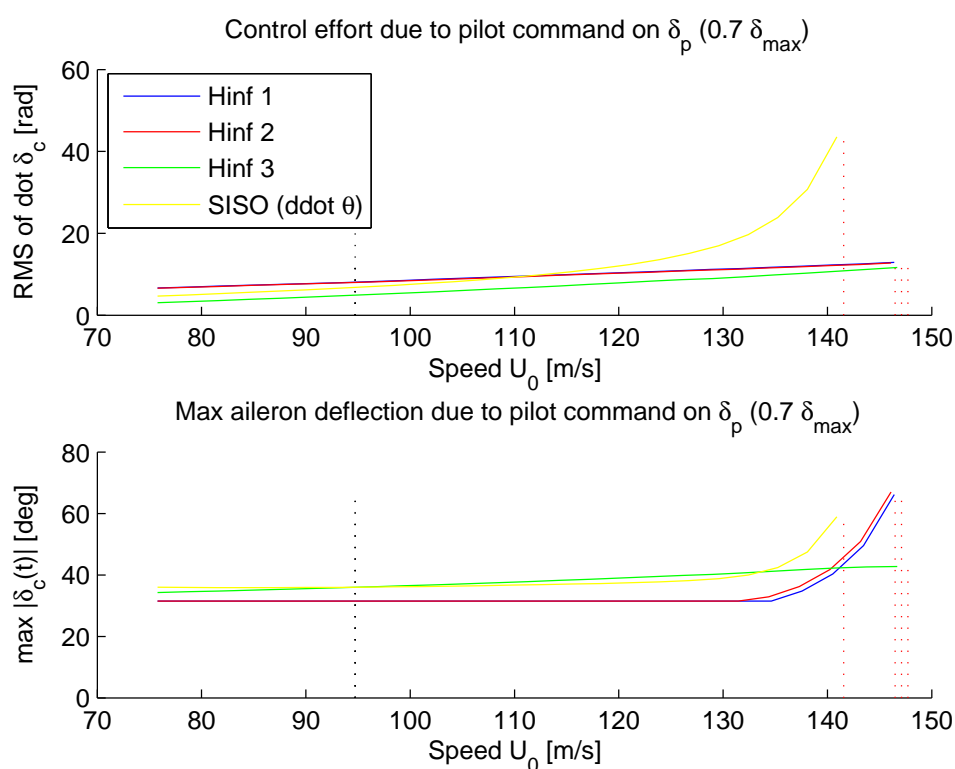
Wstępna analiza pokazała, że klasyczny regulator o postaci $K_c(s) = -0,2 \frac{4,19}{s+4,19}$ może zapewnić stabilność układu do $149\%U_{fol}$. Pełna analiza układu zamkniętego została umieszczona w dalszej części rozdziału.

5.5 Regulator Hinf

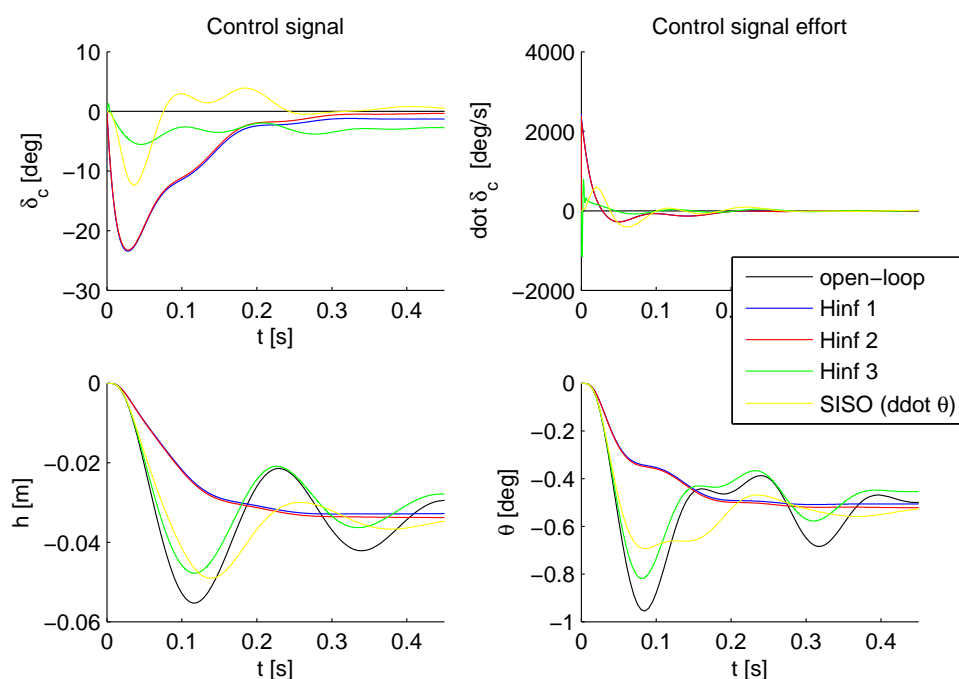
TODO. Prace trwają, poniżej kilka przykładowych rysunków.



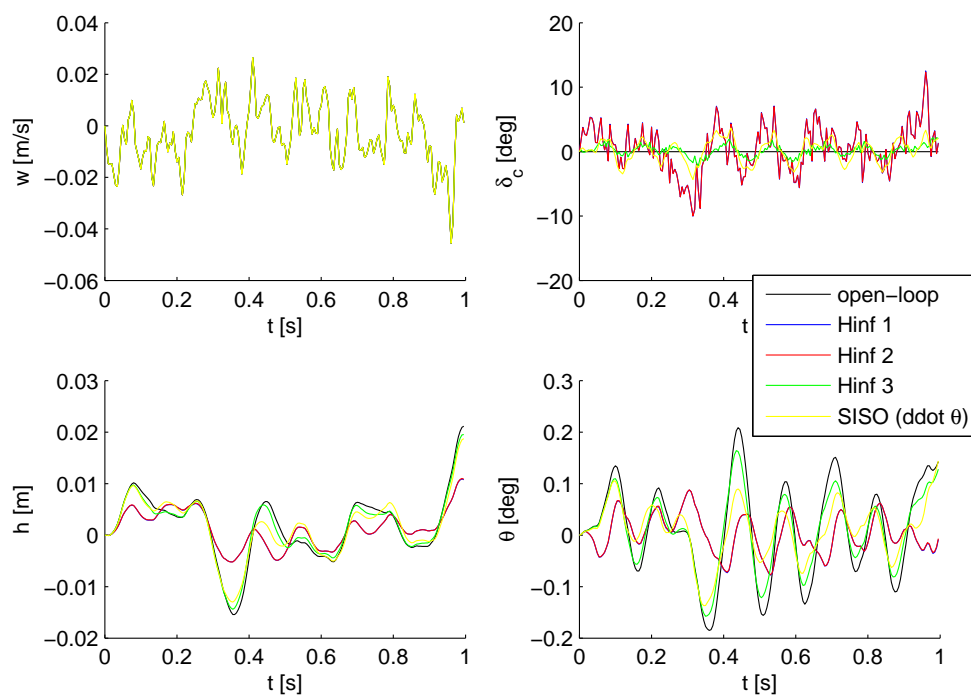
Rysunek 5.2: Charakterystyka amplitudowo-fazowa układu otwartego, zbliżenie okolic punktu $(-1,0)$.



Rysunek 5.3: Porównanie kryterium "wysiłek sterowania względem sygnału od pilota" dla różnych prędkości. Pionowa czarna linia przerywana - prędkość flutteru układu otwartego. Pionowa czerwona linia - prędkość flutteru układu zamkniętego



Rysunek 5.4: Przebiegi czasowe dla skokowego sygnału od pilota



Rysunek 5.5: Przebiegi czasowe dla przykładowego sygnału turbulencji

Rozdział 6

Systemu wspomagania sterowania

Celem tego rozdziału jest opracowanie prostego systemu wspomagania sterowania (CAS - Control Augmentation System).

Projekt systemu CAS:

- * Stany samolotu podlegające regulacji - prędkości kątowne pochylania, przechylenia i odchylenia.
- * Zestaw regulatorów jednowymiarowych dla każdego kanału sterowania

Analiza układu zamkniętego (z włączonym zarówno CAs jak i systemem tłumienia flutteru):

- * Porównanie z wynikami otrzymanymi dla skrzydła sztywno zamocowanego
- * Symulacja manewrów - CAS i system tłumienia flutteru mogą rywalizować o sygnał sterujący.

System będzie stanowił punkt odniesienia dla kolejnego rozdziału.

Rozdział 7

Kompleksowy projekt systemu wspomagania sterowania i tłumienia flutteru

Próba całościowego rozwiązania problemu - projekt jednego regulatora pełniącego funkcje Systemu Wspomagania Sterowania i Systemu Tłumienia Flutteru.

Bibliografia

- [1] Waszak, M. R.: *Modelling The Benchmark Active Control Technology Windtunnel Model for Application to Flutter Suppression*, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia, 1996.
- [2] Waszak, M. R.: *Robust Multivariable Flutter Suppression for the Benchmark Active Control Technology (BACT) Wind-Tunnel Model*, NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia, 1997.
- [3] Mukhopadhyay, V.: *Transonic Flutter Suppression Control Law Design Using Classical and Optimal Techniques with Wind-Tunnel Results*, NASA Langley Research Center, Hampton, 1999.
- [4] Waszak, M. R.; Srinathkumar, S.: *Flutter Suppression for the Active Flexible Wing: Control System Design and Experimental Validation*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1991.
- [5] *JAR-23 - Joint Aviation Requirements* , 2007.
- [6] Magni, J.; Bennani, S.; Terlow, J.: *Robust flight control: a design challenge. Springer-Verlag* , Berlin, 1997.
- [7] Levine, W.: *The Control Handbook* , CRC press, 1996.
- [8] Gu, D.-W.; Petkov, P. Hr.; Konstantinov, M. M.: *Robust Control Design with Matlab* ,Springer-Verlag, Londyn, 2005
- [9] MacLean, D.: *Automatic flight control systems* , Prentice Hall, 1990.
- [10] Busłowicz, M.: *Stabilność układów liniowych stacjonarnych o niepewnych parametrach* , Białystok, 1997.

Dodatek A

Wykorzystane narzędzia

Całość projektu została wykonana przy użyciu oprogramowania Matlab, który został wybrany ze względu na swój uniwersalny charakter i wygodne środowisko. Decydującą zaletą jest zestaw narzędzi do projektowania odpornych systemów sterowania (Robust Control Toolbox). Simulink jako uniwersalne środowisko do symulacji układów fizycznych okazał się idealnym narzędziem do implementacji pełnego modelu samolotu.