



به نام خدا



دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

جداسازی کور منابع

گزارش پروژه ۴

نام و نام خانوادگی	فاطمه صالحی
شماره دانشجویی	۸۱۰۱۹۸۴۲۳

(الف)

سیگنال های پایین گذر منابع به شکل زیر میباشند:

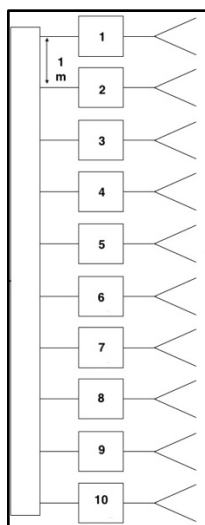
$$s_1(t) = \exp(j2\pi f_1 t) \rightarrow f_1 = 20kHz; s_2(t) = \exp(j2\pi f_2 t) \rightarrow f_2 = 10kHz$$

آنتن ها با فرکانس  $f_c = 150MHz$  سیگنال های دریافتی را پایین گذر میکند؛ یعنی اگر سیگنال در آنتن اول  $s(t)$  باشد و آن را به شکل  $Re\{s_l(t) \exp(j2\pi \times 150 \times 10^6 t)\}$  بنویسیم،  $s_l(t)$  سیگنال پایین گذر مد نظر میباشد. بنابراین سیگنال پایین گذر متناظر با آنتن اول برابر  $s_1(t) + s_2(t) + n_1(t)$  است ولی برای آنتن های دیگر به علت تاخیر به شکل زیر میباشد:

$$s_{low-i1} = s_1(t - \tau_{i1-1}) \exp(-j2\pi f_c(t - \tau_{i1-1})) + s_2(t - \tau_{i1-2}) \exp(-j2\pi f_c(t - \tau_{i1-2})) + n_i(t)$$

$$\text{where as : } \tau_{ij-1} = \frac{d_{i1} \sin(\theta_1)}{c}; \tau_{ij-2} = \frac{d_{i1} \sin(\theta_2)}{c}; \theta_1 = 10^\circ; \theta_2 = 20^\circ \rightarrow k = \frac{2\pi f_c}{c}$$

$$\text{for each column of samples: } \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_9(t) \\ y_{10}(t) \end{bmatrix} = \underline{y(t)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-jkd_{21} \sin(\theta_1)) \\ \vdots \\ \exp(-jkd_{91} \sin(\theta_1)) \\ \exp(-jkd_{101} \sin(\theta_1)) \end{bmatrix} s_1(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-jkd_{21} \sin(\theta_2)) \\ \vdots \\ \exp(-jkd_{91} \sin(\theta_2)) \\ \exp(-jkd_{101} \sin(\theta_2)) \end{bmatrix} s_2(t) + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_9(t) \\ n_{10}(t) \end{bmatrix}$$



(ب) با اعمال  $SVD$  بر روی ماتریس مشاهدات، مقادیر تکین به شکل زیر خواهد بود:

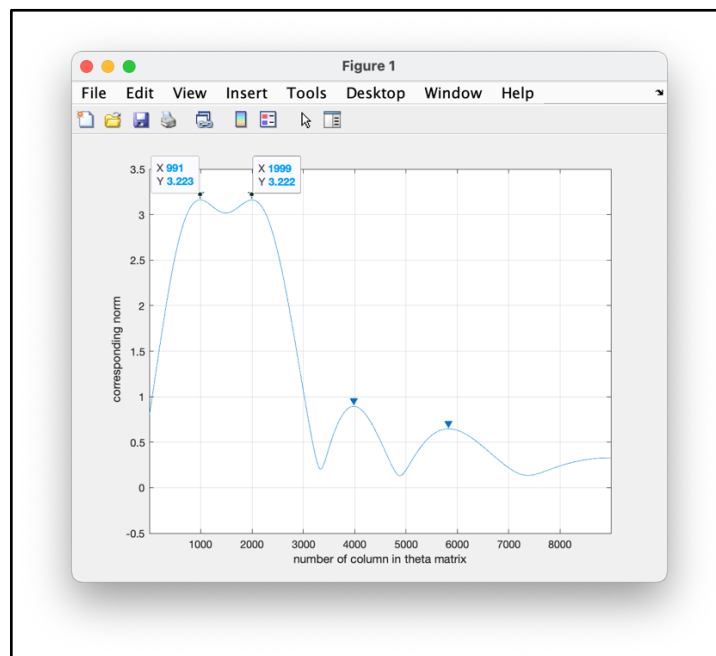
S												
10x1000 double												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	114.5036	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	95.5278	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	33.9851	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	33.4371	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	32.8602	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	32.2491	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	31.8212	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	31.1810	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	30.2890	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	29.5605	0	0

همانطور که دیده میشود، ۲ مقدار تیکن اول هستند که مقدار قابل توجهی دارند و میتوان حدس زد که بقیه مقادیر ویژه به علت نویز بوجود آمده اند! بنابراین نتیجه میگیریم که ۸ بردار *Null* برای ماتریس مخلوط کننده و ۹۹۸ بردار *Null* برای منابع داریم.

محاسباتی که قرار است انجام شود :

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \rightarrow a(\theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \exp(-jkd_{21} \sin(\theta_1)) & \exp(-jkd_{21} \sin(\theta_2)) \\ \vdots & \vdots \\ \exp(-jkd_{91} \sin(\theta_1)) & \exp(-jkd_{91} \sin(\theta_2)) \\ \exp(-jkd_{101} \sin(\theta_1)) & \exp(-jkd_{101} \sin(\theta_2)) \end{bmatrix}$$

$$Beamforming : \|a^H U_{sig}\|^2 = \left| \begin{bmatrix} 1, \exp(jkd_{21} \sin(\theta_1)), \dots, \exp(jkd_{101} \sin(\theta_1)) \\ 1, \exp(jkd_{21} \sin(\theta_2)), \dots, \exp(jkd_{101} \sin(\theta_2)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \right|^2$$



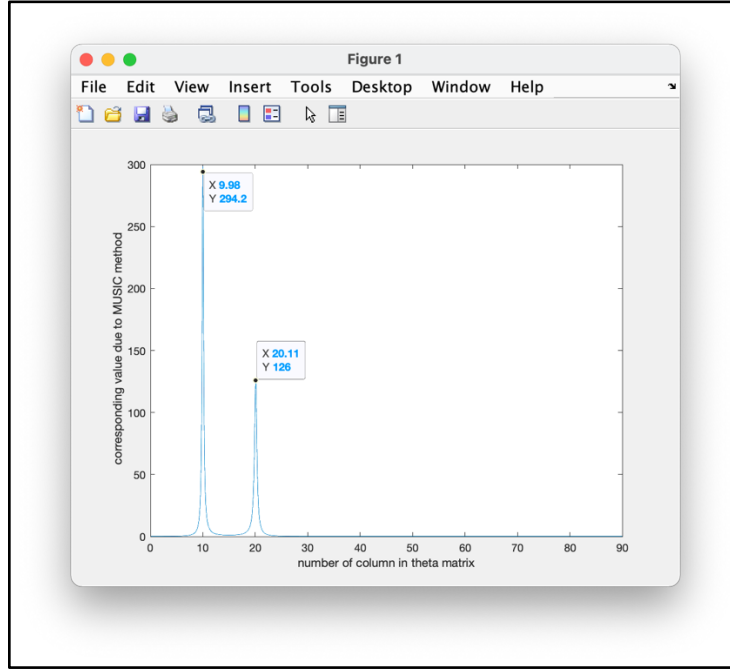
شکل ۱: نمودار تصویر ماتریس  $a$  بر دو بردار اول  $U$

```
>> theta(991)
ans =
    10
>> theta(1999)
ans =
  20.0800
```

شکل ۲: مقادیر متناظر با خانه های ۹۹۱ و ۱۹۹۹ ام ماتریس  $theta$

همانطور که در شکل ۲ میبینیم، زوایا ۱۰ و ۲۰ درجه بدست آمدند.

$$MUSIC : \frac{1}{\|a^H U_{Null}\|^2} = \frac{1}{\left| \begin{bmatrix} 1, \exp(jkd_{21} \sin(\theta_1)) , \dots, \exp(jkd_{101} \sin(\theta_1)) \\ 1, \exp(jkd_{21} \sin(\theta_2)) , \dots, \exp(jkd_{101} \sin(\theta_2)) \end{bmatrix} [U_3 \ U_4 \ \dots \ U_9 \ U_{10}] \right|^2}$$



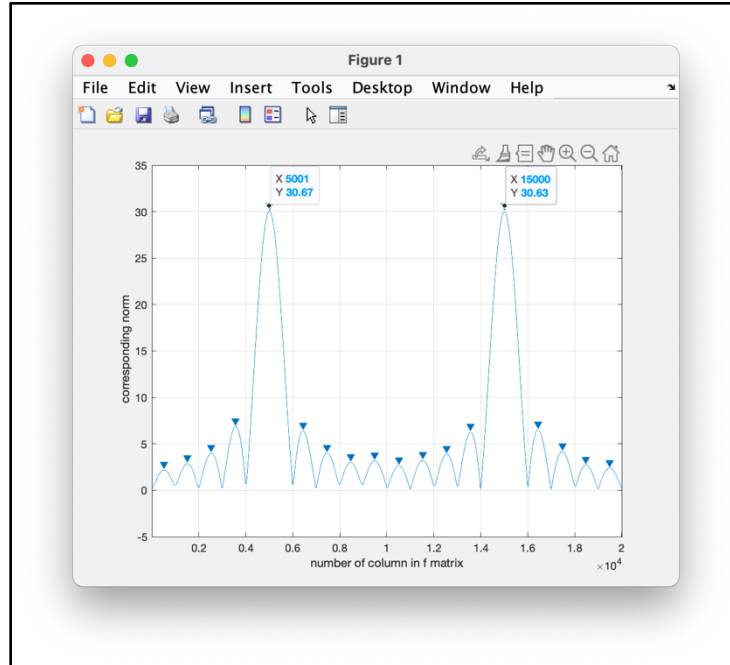
شکل ۳: نمودار تصویر ماتریس  $a$  بر ماتریس  $U_{null}$

همانطور که در شکل ۳ میبینیم، زوایا ۱۰ و ۲۰ درجه بدست آمدند.

دقت در روش  $MUSIC$  از روش  $Beamforming$  بیشتر است زیرا در این روش شروط بیشتری برقرار است که باعث میشود دقت بالا رود؛ در روش  $MUSIC$  ماتریس  $a$  باید به هشت بردار عمود باشد در حالی که در روش  $Beamforming$  ماتریس  $a$  باید در فضای دو بردار اول  $U$  باشد.

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \rightarrow S(f_1, f_2) = \begin{bmatrix} \exp(j2\pi f_1 t_0) & \exp(j2\pi f_2 t_0) \\ \exp(j2\pi f_1 t_1) & \exp(j2\pi f_2 t_1) \\ \vdots & \vdots \\ \exp(j2\pi f_1 t_{998}) & \exp(j2\pi f_2 t_{998}) \\ \exp(j2\pi f_1 t_{999}) & \exp(j2\pi f_2 t_{999}) \end{bmatrix}$$

$$Beamforming : \|S^H V_{sig}\|^2 = \left| \begin{bmatrix} \exp(-j2\pi f_1 t_0) , \exp(-j2\pi f_1 t_1) , \dots , \exp(-j2\pi f_1 t_{999}) \\ \exp(-j2\pi f_2 t_0) , \exp(-j2\pi f_2 t_1) , \dots , \exp(-j2\pi f_2 t_{999}) \end{bmatrix} [V_1 \ V_2] \right|^2$$



شکل ۴: نمودار تصویر ماتریس  $S$  بر دو بردار اول  $V$

```
>> f(5001)

ans =

    10000

>> f(15000)

ans =

    19999
```

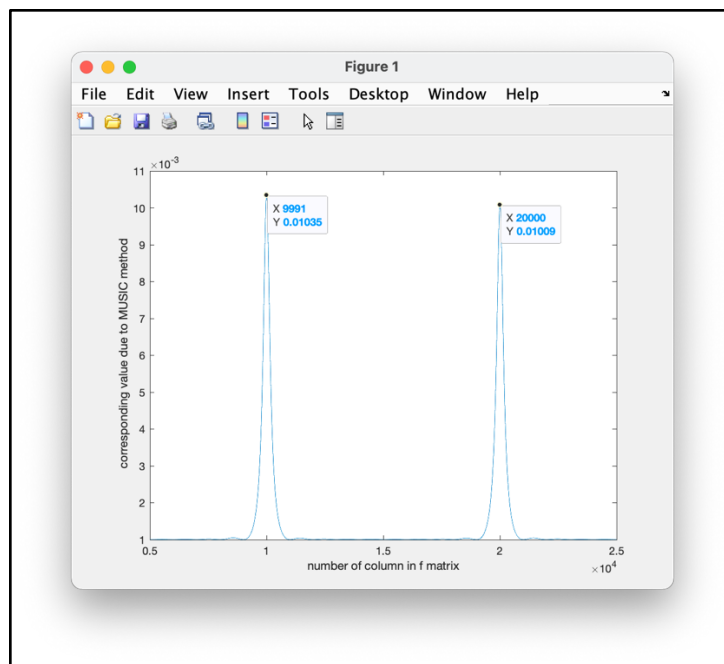
شکل ۵: مقادیر متناظر با خانه های ۵۰۰۱ و ۱۵۰۰۰ ام ماتریس  $f$

با توجه به شکل ۴ و ۵، فرکانس سیگنال ها  $10kHz$  و  $19.999kHz$  تخمین زده شده اند که به مقادیر اصلی خیلی نزدیک میباشند.

(۵)

$$MUSIC : \frac{1}{\|S^H V_{Null}\|^2}$$

$$= \frac{1}{\left\| \begin{bmatrix} \exp(-j2\pi f_1 t_0) , \exp(-j2\pi f_1 t_1) , \dots , \exp(-j2\pi f_1 t_{999}) \\ \exp(-j2\pi f_2 t_0) , \exp(-j2\pi f_2 t_1) , \dots , \exp(-j2\pi f_2 t_{999}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 & V_4 & \dots & V_9 & V_{10} \end{bmatrix} \right\|^2}$$



شکل ۶: نمودار تصویر ماتریس  $S$  بر ماتریس  $V_{null}$

با این روش هم با دقت خوبی ، فرکانس سیگنال ها  $9.991kHz$  و  $20kHz$  بدست می آیند.