



به نام خدا



دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

مخابرات دیجیتال

گزارش پروژه ۳

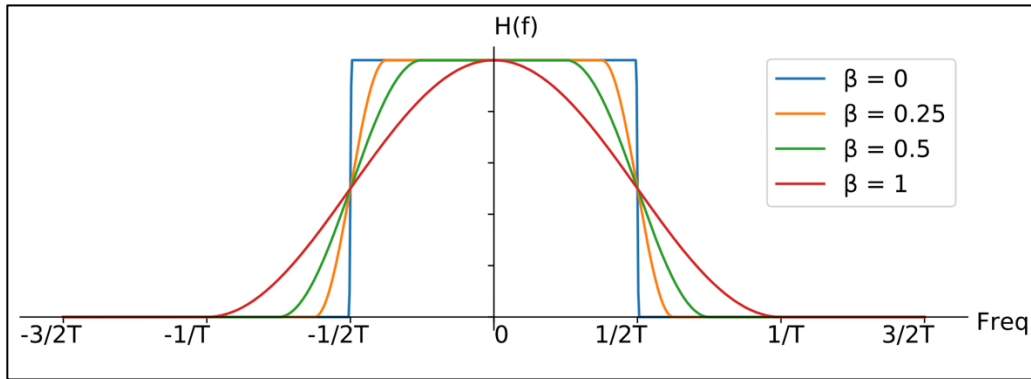
نام و نام خانوادگی	فاطمه صالحی
شماره دانشجویی	۸۱۰۱۹۸۴۲۳

بخش اول : تشکیل سیگنال ارسالی

میدانیم توان ارسالی (P_T) از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$P_T = \int_{-\infty}^{\infty} G_X(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|P(f)|^2}{T_s} E\{a_k^2\} df$$

$P(f)$ در واقع طیف توان سیگنال *Raised Cosine* با $\beta = 0$ است که اطلاعات را بر روی آن سوار کرده ایم که به شکل زیر میباشد:



شکل ۱ : طیف توان سیگنال *Raised Cosine* به ازای β های مختلف

همچنین $E\{a_k^2\}$ به شرح زیر میباشد:

$$E\{a_k^2\} = 0.1 \times 9 \times 2 + 0.4 \times 1 \times 2 = 2.6$$

بنابراین داریم:

$$P_T = \int_{-\infty}^{\infty} G_X(f) df = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{|P(f)|^2}{1} \times 2.6 df = 2.6 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1 df = 2.6 = E_S T_S |_{T_S=1} = E_S$$

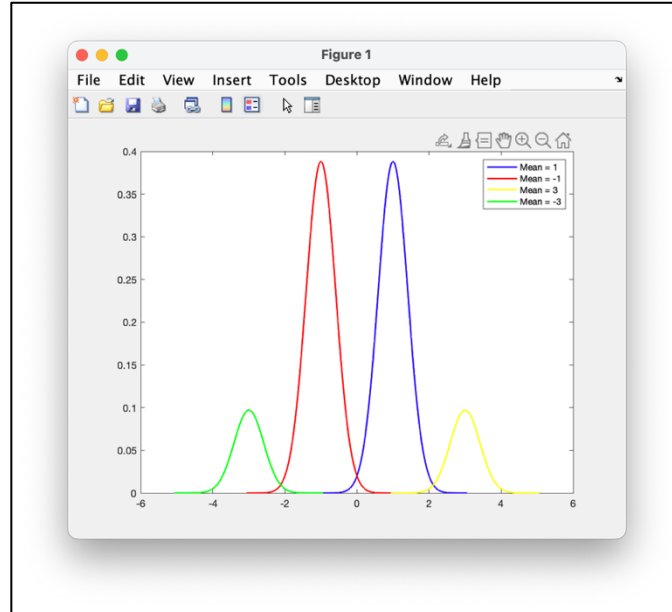
از رابطه $SNR = \frac{E_S}{\eta}$ مقدار η را به ازای هر SNR بدست می آوریم:

$$\eta = \frac{2.6}{10^{\frac{SNR}{10}}}$$

لازم به ذکر است که واریانس هر نویز اضافه شده به سیگنال ارسالی برابر با $\frac{\eta}{2}$ میباشد.

بخش دوم: بررسی گیرنده های ML و MAP

در گیرنده MAP باید احتمال ارسال هر سمبل را نیز در انتخاب سطوح آستانه تصمیم گیری لحاظ کنیم:



شکل ۲: PAM Curves - 4

برای بدست آوردن سطوح آستانه باید محل برخورد نمودارها را بدست آوریم. به علت تقارن، یکی از سطوح برابر صفر می باشد و دوتای دیگر قرینه هستند؛ بنابراین بدست آوردن برخورد نمودار زرد و آبی کفایت میکند.

$$\frac{0.4}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2} = \frac{0.1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-3}{\sigma}\right)^2} \rightarrow 4 \times e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2} = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-3}{\sigma}\right)^2} \rightarrow e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2 + \ln(4)} = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-3}{\sigma}\right)^2}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{\sigma}\right)^2 + \ln(4) = -\frac{1}{2}\left(\frac{x-3}{\sigma}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{2\sigma^2}((x-1)^2 - (x-3)^2) = \ln(4) \rightarrow \dots$$

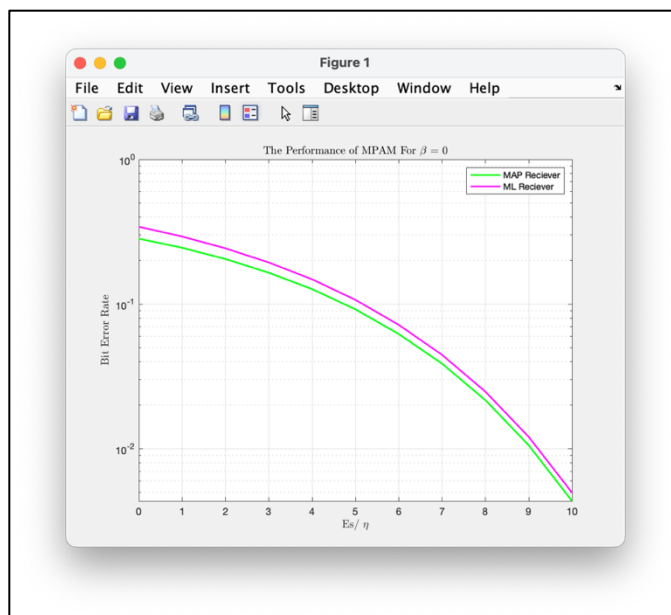
$$\dots \rightarrow \frac{1}{2\sigma^2}(1 - 2x - (9 - 6x)) = \frac{1}{2\sigma^2}(4x - 8) = \ln(4) = 2\ln(2) \Rightarrow \frac{1}{\sigma^2}(x - 2) = \ln(2)$$

$$\Rightarrow x = \sigma^2 \ln(2) + 2$$

بنابراین سطوح آستانه برابر $0, -\sigma^2 \ln(2) - 2, \sigma^2 \ln(2) + 2$ می باشند.

در گیرنده ML احتمال ارسال سمبلها را برابر فرض میکنیم و چون فاصله ۳ از ۱، برابر فاصله ۱ از -۱، برابر فاصله -۱ از ۳- می باشد، بنابراین سطوح آستانه برابر ۲، صفر، و -۲ خواهد بود.

در نهایت با در نظر گرفتن سطوح بدست آمده خطای دو گیرنده ML و MAP به شرح زیر است:



شکل ۳: مقایسه احتمال خطا گیرنده های ML و MAP

با توجه به شکل ۳ نتیجه میگیریم که برای تمام SNR ها گیرنده MAP بهتر از ML عمل میکند و دلیل آن نیز این است که در گیرنده ML سطوح هم پتانسیل از مقداری که A_m اخذ میکند به یک فاصله میباشند؛ بدین معنا که عدد ۲ میانگین ۱ و ۳ میباشد، و این یعنی هر دوی این اعداد به یک اندازه محتمل اند در صورتی که در گیرنده MAP ، بسته به واریانس نویز، سطوح هم پتانسیل بیشتر از ۲ میباشند و در نتیجه دقت بیشتری میتوان تصمیم گیری را انجام داد که سبب کاهش احتمال خطا میشود.

لازم به ذکر است که هر چه SNR مقدار بیشتری داشته باشد فاصله احتمال خطا در دو گیرنده کمتر میشود و این یعنی اگر کانال نویز قابل توجهی به سیگنال ارسالی اضافه نکند، و اگر احتمال ارسال هر سمبل را ندانیم، آنگاه میتوان با فرض برابری احتمال ارسال سمبل ها از گیرنده ML به خوبی بهره برد.