**  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА**

**(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИКафедра программных систем

ОТЧЁТ  
по лабораторной работе

**Моделирование процесса температуропроводности в тонкой прямоугольной пластине**

Дисциплина  
**Моделирование информационных процессов и систем**

Вариант №10

Студент: Лапин К.С.

Группа: 6303-020302D   
  
Преподаватель: Баландин А.В.  
Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  
  
Дата: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Самара 2024

# Вариант задания

В качестве физического объекта рассматривается квадратная пластина 𝐺 из теплопроводящего материала со стороной равной 1. Изменение температуры во внутренних точках пластины осуществляется в результате теплообмена по границе пластины с внешней средой и описывается дифференциальным уравнением:

с коэффициентом . Начальная температура во внутренних точках пластины (т.е. за исключением точек границы) . Исследуемая пластина, согласно варианту задания, представлена на рисунке 1.

Изображение выглядит как снимок экрана, Прямоугольник, линия, доска

Автоматически созданное описание

Рисунок 1 – Схема исследуемой пластины

Граничные условия:

* Участок А: теплоизоляция, .
* Участок B:
* Участок С: .
* Участок D: теплоизоляция, .
* Участок E: .
* Участок F:

# Непрерывно-детерминированная модель процесса теплопроводности в форме системы дифференциальных и алгебраических уравнений в соответствии с заданием

Процесс теплопроводности внутри пластины описывается однородным дифференциальным уравнением, с коэффициентом

Граничные условия первого рода описывают статическое распределение на участках границы B, C, E, F:

* Участок B:
* Участок C:
* Участок E:
* Участок F:

Граничные условия второго рода отражают наличие термоизоляции на участках границы A и D, препятствующей распространению тепла через границу:

* Участок A: ;
* Участок D: .

В качестве начальных условий положим, что при температура во всех точках пластины, за исключением границ, будет равна 0: , т.е. температура внутри тела (за исключением границы) везде равна 0.

Приведенное описание предмета не содержит условий 3-го рода, таким образом, все отношения между параметрами заданы, и модель имеет вид:

# Преобразование модели в систему конечноразностных и алгебраических уравнений

Для того, чтобы получить значения температуры, которые изменяются со временем, необходимо применить метод конечных разностей для нахождения решения дифференциального уравнения.

Поскольку пластина квадратная, то шаги дискретизации выберем одинаковые по и , т.е. , тогда Так как сторона квадрата равна 1, то – количество делений дискретизации. Шаг дискретизации по времени будет равен .

Конечно-разностная форма однородного дифференциального уравнения в данном случае при примет вид:

*,*

Конечно-разностные уравнения граничных условий термоизоляции на границах A и D получим из полученного выше соотношения:

,

,

Уравнения граничных условий первого рода на участках B, C, E, F:

B:

C: , j = 10

E:

F*:*  , j = 0

Начальные условия: 0; .

В дискретной форме модель примет вид:

M

# Вид исходной матрицы начальных и граничных условий

Начальная матрица температур для , при использовании ранее полученных граничных и начальных условий.

Полученная матрица определяет температуру в точках пластины в нулевой момент времени (начальный временной слой). Правый столбец соответствует участкам D, E; левый столбец – участкам A, B; верхняя строка – участок C; нижняя строка – участок F.

# Построение матрицы зависимости температур от времени в MS EXCEL

На рисунке 2 приведены исходные данные и оформление вычислений в Excel предшествующего и следующего временных слоев пластины.

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Красочность, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рисунок 2 – Внешний вид матрицы теплопроводности в MS EXCEL

Граничные ячейки матриц выделены различными цветами. Первая матрица U0 содержит численные значения температур внутри пластины в начальный момент времени, по условию они равны нулю. Во второй матрице U1 ячейки электронной таблицы содержат формулы вычисления температур с помощью конечно-разностных уравнений.

# Проверка влияния величины шага дискретизации по времени на устойчивость вычисления матрицы температур

Пусть параметр . В таком случае, на втором шаге дискретизации вычислительный процесс, показанный на рисунке 3, начинает расходиться, так как появляются отрицательные значения температуры точек пластины.

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Красочность, число

Автоматически созданное описание

Рисунок 3 – Результат вычисления матрицы на втором шаге дискретизации при

Тогда пусть параметр . В таком случае вычислительный процесс, показанный на рисунке 4, начинает расходиться на 3 шаге дискретизации.

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Красочность, число

Автоматически созданное описание

Рисунок 4 – Результат вычисления матрицы на третьем шаге дискретизации при

Взяв , вычислительный процесс, показанный на рисунке 5, не будет расходиться даже на 150 шаге дискретизации.

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Красочность, число

Автоматически созданное описание

Рисунок 5 – Результат вычисления матрицы на 150-м шаге дискретизации при

Следовательно, можно сделать вывод: при больших значениях вычислительный процесс начинает расходиться на начальных временных слоях, при слишком малых значениях вычислительный процесс не будет сходиться слишком длительное время, что займет много временных слоев. Значит, параметр необходимо подбирать практически.

# Получение стационарного состояния температуры в точках пластины в матричной и графической форме

На рисунке 6 представлены матрицы на 169 и 170 временных слоях при .

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Красочность, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рисунок 6 – Матрицы температур точек пластины на 159-oм и 160-oм шагах дискретизации соответственно

Видно, что распределение температур на 159-oм шаге дискретизации совпадает с распределением температур на 160-oм шаге дискретизации. Значит, мы достигли стационарного состояния температуры в пластине, и дальнейшее копирование матриц не требуется.

# Графическое представление временных слоев

На рисунке 7 продемонстрировано графическое представление временных слоёв.

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, диаграмма, дизайн

Автоматически созданное описание

Рисунок 7 - Графическое представление временных слоёв

**Вывод**

* была построена непрерывно-детерминированная модель пластины, а также была реализована ее дискретная форма в EXCEL;
* было получено, что изменение параметра μ влияет на устойчивость и сходимость результатов вычислений методом конечных разностей. При больших значениях μ вычислительный процесс начинает расходиться на начальных временных слоях, при слишком малых значениях μ вычислительный процесс не будет сходиться слишком длительное время;
* в ходе исследования было показано, что в определенный момент времени при корректном выборе μ температура принимает стационарный характер. Так при μ=0,25 на 160 итерации наблюдается установление постоянной температуры;
* Данная модель разработана для ее использования в качестве исходных данных при отладке программы отображения температуры на физическом объекте.