



Rapport sur la thèse de Adrien GOMAR

"Multi-Frequential Harmonic Balance Approach for the Simulation of Contra-Rotating Open Rotors : Application to Aeroelasticity"

La thèse de M. Adrien GOMAR est consacrée à l'amélioration d'une approche de type équilibrage harmonique multi-fréquentielle et à son application à l'étude du comportement aéroélastique d'un dispositif de type Rotor Ouvert Contrarotatif (CROR en anglais pour Contra-Rotating Open Rotor). Le mémoire est organisé en 9 chapitres et divisé en 3 grandes parties, consacrées respectivement à l'introduction des concepts et outils qui forment la toile de fond de ces travaux de thèse (partie I), l'analyse détaillée et la résolution de certains problèmes numériques posés par la formulation multi-fréquentielle de l'approche Harmonic Balance (partie II) et enfin l'application de l'approche HB multifréquentielle, améliorée par les propositions de la partie II, à l'analyse aéroélastique d'une configuration de référence à fins de validation et de configurations de type CROR (partie III). Cette organisation de la présentation des travaux est tout à fait judicieuse; elle contribue à rendre fluide et progressive la lecture du mémoire et à bien identifier les différentes contributions originales de M. GOMAR. Mentionnons également dès à présent que le mémoire est rédigé dans un anglais tout à fait agréable à lire, en tout cas pour un lecteur non-anglophone de naissance (on signalera pour la forme le "let us bare in mind" de la page 110 à corriger en "let us bear in mind").

La première partie du mémoire regroupe les chapitres 1 à 3 :

- le chapitre 1, long de 11 pages environ, fournit des informations générales sur le contexte applicatif de la thèse, *i.e.* les rotors ouverts contrarotatifs.
- le court chapitre 2, moins de 6 pages, propose quelques rappels sur les bases de l'analyse aéroélastique des aubes d'un rotor en se focalisant sur l'approche dite de couplage faible et les notions d'amortissement et de courbe de stabilité qui seront reprises dans les analyses de la dernière partie du mémoire.
- le chapitre 3, long de 21 pages, propose un tour d'horizon des méthodes de discrétisation en temps faisant appel à l'idée d'une décomposition en série de Fourier du signal instationnaire et dont l'ambition est de rendre plus efficace la simulation d'écoulements instationnaires (périodiques ou presque périodiques), en particulier dans les turbomachines. La section 3.5 détaille en particulier la méthode d'équilibrage harmonique ou méthode dite Harmonic Balance (HB) dont la formulation multi-fréquentielle est au coeur de ce travail de thèse.

Le choix retenu de présenter, au chapitre 3, les approches Linearized Unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes method (LUR), Non-Linear Harmonic method (NLH), Non-Linear Frequency Domain

method (NLFD) et Harmonic Balance method (HB) pour la résolution d'un simple problème de Burgers et judicieux puisqu'il permet d'alléger les notations et de se concentrer sur les principes fondamentaux de chacune de ces approches. Mes commentaires porteront surtout sur la section 3.5 consacrée à l'approche HB, dans sa formulation mono-fréquentielle tout d'abord (3.5.1) puis multi-fréquentielle ensuite (3.5.2).

Quelques précisions pourraient être fournies après (3.54), (3.55) sur la formulation HB multi-fréquentielle effectivement retenue en pratique. L'expression spectrale (3.55) pour D_t est-elle toujours réelle ? Il semble, à la lecture de l'article T. Guédeney, A. Gomar, F. Gallard, F. Sicot, G. Dufour et G. Puigt, Non-uniform time sampling for multiple-frequency harmonic balance computations, Journal of Computational Physics 236 (2013) 317-345, que la partie imaginaire soit toujours très faible et puisse être négligée. Une formulation réelle et non pas complexe peut également être adoptée dans le code de calcul, comme précisé dans le mémoire de thèse de T. Guédeney. Le choix fait en pratique dans le présent travail pourrait être précisé à ce stade.

Le paragraphe 3.5.3, consacré aux "extensions" de l'approche HB présentée dans les paragraphes 3.5.1 et 3.5.2 précédents est un peu "fourre-tout". Il rassemble à la fois des informations directement utiles aux travaux présentés par la suite et d'autres informations qui ne sont pas nécessairement en lien direct avec ce travail de thèse.

Les précisions apportées quant aux spécificités des calculs turbomachines et à la gestion des interfaces entre des rangées d'aubes successives sont évidemment bienvenues. Le paragraphe consacré à la question *a priori* importante du choix des fréquences à retenir dans une formulation multi-fréquentielle manque un peu de précision. En particulier, l'argument avancé pour retenir le motif "en croix" quand on réalise la troncature des fréquences, de préférence à un motif "en carré" ou "en diamant" semble un peu faible : les cas traités par Guédeney dans sa thèse sont-ils pertinents par rapport à ceux traités dans la présente thèse pour justifier d'adopter les mêmes choix ? C'est sans doute le cas mais on souhaiterait néanmoins que des précisions soient fournies sur ce point. Les précisions apportées sur l'application de l'approche HB à des problèmes d'aéroélasticité sont également tout à fait pertinentes bien sûr. Elles mettent en évidence le contexte particulièrement favorable de ce travail de thèse qui a bénéficié au CERFACS d'un environnement de recherche active sur l'application de l'approche HB multi-fréquentielle au calcul et à l'analyse des écoulements en turbomachines.

L'allusion aux travaux de Mavriplis reste très succincte. Même si on comprend bien que l'allusion à ces travaux est destinée à permettre de compléter la figure de synthèse 3.9 présentée par la suite, on aurait néanmoins attendu quelques commentaires un peu plus précis sur ces travaux qui se situent dans le contexte des écoulements autour de rotors d'hélicoptères. Outre la référence [69], il serait sans doute judicieux de citer le papier AIAA 2010-5034 qui décrit de façon précise l'approche hybride dite BFDTS proposée par Yang et Mavriplis. La même équipe s'est non seulement intéressée à l'application de la TSM à des écoulements avec manoeuvres mais aussi à des problèmes de rafale (N. Mundis, D. Mavriplis, J. Sitaraman, Quasi-periodic TSM for Flutter and Gust Response, 69th American Helicopter Society International Annual Forum, 2013).

Dans le même ordre d'idée les travaux [40] et [72] du groupe de Stanford pourraient faire l'objet d'un commentaire critique : depuis le papier AIAA de Gopinath et Jameson en 2006, consacré à cette approche "Gradient-Base Variable Time Period", on ne semble pas avoir vu d'autres applications de l'approche proposée ... En d'autres termes, les commentaires formulés précédemment par M. GOMAR quant à l'intérêt pratique des développements de McMullen et al relatifs au développement d'une méthode NLFD sans connaissance *a priori* de la fréquence du phénomène instationnaire semblent pouvoir également s'appliquer à cette approche GBVTP.

La mention des travaux couplant méthode TSM ou HB et optimisation par approche adjointe est sans

doute destinée à illustrer la possibilité d'appliquer à des codes TSM ou HB les mêmes méthodologies que celles précédemment mises en oeuvre pour des codes "conventionnels" faisant typiquement appel à des approches DTS. Ne citer que les travaux de Thomas et al. [100] semble cependant quelque peu arbitraire ; on pourrait aussi dans ce cas faire allusion par exemple au papier de S. Choi, K.H. Lee, J.J. Alson et A. Datta, "Preliminary Study on Time-Spectral and Adjoint-Based Design Optimization of Helicopter Rotors", présenté à la AHS Specialist's Conference on Aerodynamics en 2008.

L'allusion aux travaux de Maple et al. [67] sur une approche HB adaptative, *i.e.* telle que le nombre d'harmoniques est localement adapté à la solution dans chaque cellule du maillage, est intéressante dans la mesure où la question du nombre d'harmoniques à sélectionner *a priori* est abordée au chapitre 6 du mémoire. Une différence importante réside cependant dans le fait que l'approche proposée par Maple et al. conduit à une adaptation locale, cellule par cellule, du nombre d'harmoniques alors que la démarche proposée par la suite dans le mémoire permet de sélectionner *a priori* le nombre minimal d'harmoniques à utiliser, qui reste le même partout dans le maillage. Les travaux de Maple et al. restent limités à un simple problème d'écoulement quasi-1D en tuyère ; il aurait été intéressant de connaître l'opinion de A. GOMAR sur la possibilité d'étendre une telle démarche adaptative pour les calculs en turbomachines auxquels il s'intéresse.

Le commentaire de la section 3.5.4 sur le coût numérique de l'approche HB est un peu rapide au sens où la formule (3.59) suppose, au-delà de la question du nombre d'harmoniques à utiliser dans l'approche multi-fréquentielle, que la convergence vers l'état stationnaire du résidu associé à chaque mode de l'approche HB est comparable, en nombre d'itérations, à la convergence vers l'état stationnaire d'un calcul RANS. La présence du terme source généré par l'approximation spectrale de la dérivée en temps physique - qui ne serait pas présent dans une simulation RANS stationnaire - ne permet pas nécessairement d'assurer *a priori* une telle propriété. On convient cependant que l'ordre de grandeur du coût de l'approche HB reste globalement proportionnel au coût d'un calcul stationnaire, multiplié par le nombre d'harmoniques retenues.

Les rappels de la section 3.6 sur la convergence de l'opérateur spectral sont bienvenus. Les formules (3.65) et (3.66) doivent être corrigées en remplaçant $O(\Delta x^2)$, $O(\Delta x^4)$ respectivement par $O(\Delta t^2)$, $O(\Delta t^4)$.

Même si, comme indiqué dans les commentaires précédents, la capacité de l'approche TSM à traiter avec succès les problèmes de lâchers tourbillonnaires via une technique d'optimisation pour déterminer la fréquence *a priori* inconnue de ces lâchers peut être sujette à caution, le schéma récapitulatif de la figure 3.9 est tout à fait pertinent et constitue une synthèse utile.

La deuxième partie du mémoire regroupe les chapitres 4 et 6 qui correspondent aux innovations méthodologiques de la thèse :

- le chapitre 4 (12 pages) fournit une validation de l'approche HB mono-fréquentielle et multi-fréquentielle pour le simple problème de l'advection d'un signal périodique puis une validation de l'approche HB multi-fréquentielle pour un écoulement en canal 2D avec contre-pression oscillante. Cette validation pour un écoulement en canal est réalisée à l'aide de l'approche HB multi-fréquentielle telle qu'implémentée dans elsA par Guédeney.
- le chapitre 5 (11 pages) présente un algorithme d'optimisation pour sélectionner les instants utilisés dans l'approche HB multi-fréquentielle. Il s'agit d'une première contribution originale de la thèse de M. GOMAR.
- le chapitre 6 (20 pages) propose une technique pour déterminer *a priori* le nombre d'harmoniques (ou du moins une borne inférieure de ce nombre d'harmoniques) à utiliser dans l'approche HB. La méthodologie proposée est spécifique au problème de défilement de sillage dans

une interaction rotor-stator puisqu'elle exploite en particulier l'approximation du sillage par une fonction gaussienne et l'expression analytique disponible pour la transformée de Fourier d'une fonction gaussienne.

L'intérêt de l'approche HB multi-fréquentielle par rapport à une approche HB mono-fréquentielle est démontré de façon très claire sur un simple problème d'advection avec fréquences séparées (fonction advectée exprimée comme la somme de deux fonctions sinus $\sin(\omega t)$ et $\sin(22\omega t)$). Alors que l'approche mono-fréquentielle nécessite d'utiliser $N = 22$ harmoniques pour calculer de façon précise la solution du problème, 2 modes seulement sont nécessaires pour assurer la même (excellente car spectrale) précision avec l'approche multi-fréquentielle. Un commentaire un peu plus précis serait utile pour expliquer le facteur 9 de réduction du temps de calcul entre l'approche multi-fréquentielle avec $N = 2$ et l'approche mono-fréquentielle avec $N = 22$. On note également dans les explications fournies dans la section 4.1.2 qu'un schéma Runge-Kutta explicite à 4 pas est mis en oeuvre pour discrétiser en temps (fictif) l'équivalent de la relation (3.54) adaptée bien sûr au problème (4.1). Dans ce paragraphe 4.1.2 les temps physiques t et pas de temps physiques Δt qui apparaissent dans (4.4)-(4.6) doivent d'ailleurs être systématiquement remplacés par des pseudos-temps et pseudos-pas de temps. On imagine que les calculs d'écoulements réalisés par la suite ne font pas appel à un schéma *explicite* pour marcher en temps le système TSM ou HB ; une telle intégration explicite ne serait sans doute pas concurrentielle vis-à-vis d'une approche DTS avec marche en temps implicite à chaque itération en temps physique. Dans le paragraphe 4.2.2 qui décrit les choix numériques pour le cas de l'écoulement en canal avec contre-pression oscillante, aucun détail n'est explicitement fourni sur la stratégie de marche en temps alors qu'il s'agit *a priori* d'un ingrédient non-nécessairement négligeable dans l'efficacité globale et la robustesse de l'approche HB (cf. notamment les travaux de Sicot et al. (AIAA Journal 2008) ou bien ceux de Antheaume et Corre (AIAA Journal 2011) dans le contexte des écoulements incompressibles). On croit cependant comprendre, à la lecture de l'article T. Guédeney et al., JCP 2013, que l'algorithme de type Jacobi par blocs présenté par Sicot et al. (AIAA J. 2008) est systématiquement retenu pour les calculs HB effectués avec elsA. La troncature "rectangular grid" évoquée dans le paragraphe 4.2.3 doit être la troncature "square grid" de 3.5.3 (qui semble effectivement davantage rectangulaire que carrée). La conclusion tirée à la fin de ce chapitre pourrait souligner que la sélection des fréquences retenues dans l'approche HB multi-fréquentielle s'appuie sur le calcul DTS préalable ce qui constitue clairement une limitation de l'approche, qui sera corrigée par la méthodologie proposée au chapitre 6.

Le chapitre 5 présente une première contribution originale de la thèse qui porte sur la question assez spécifique de l'utilisation d'un algorithme d'optimisation à base de gradient pour déterminer la répartition optimale des instants retenus dans l'approche HB multi-fréquentielle. La nécessité de judicieusement choisir la répartition des instants sur une période lorsqu'une approche HB multi-fréquentielle est mise en oeuvre a été identifiée dès les travaux de Kundert et al (1988) dans le contexte bien spécifique de l'application de l'approche HB à l'étude de circuits électriques (régis par des EDO et non des EDP). Ce problème est abordé en détail dans la thèse de Guédeney qui propose de reprendre l'algorithme dit APFT (pour Almost Periodic Fourier Transform) de Kundert et al. afin de déterminer préalablement à la marche en temps du système HB un choix optimisé de répartition des instants calculés dans la période. L'explication, reprise de Kundert et al., donnée au début de la section 5.1 n'est pas tout à fait claire. L'assimilation de A au résidu et de b aux "termes sources" laisse penser que le terme $D_t(u_*)$ est assimilé à un "terme source" alors qu'il couple les composantes du vecteur des états inconnus u_* et pourrait donc être inclus dans l'expression de la matrice A . Une courte explication sur le lien entre le conditionnement de la matrice E et le conditionnement de la

matrice $D_t = \frac{\partial E^{-1}}{\partial t} E$ aurait également été le bienvenu. Au-delà de ces points relativement mineurs, on peut surtout regretter que l'analyse, extrêmement intéressante, de l'influence du conditionnement de la matrice E sur la performance / la stabilité de l'approche HB multifréquentielle ne fasse pas mention du rôle joué par la méthode d'avancement en temps retenue pour ces simulations HB. Ainsi, les résultats présentés sur la figure 5.2 doivent-ils correspondre à une intégration en temps de type Runge-Kutta explicite à 4 pas. Il serait également utile de préciser que le pas d'avancement en temps dual est soumis à un critère de stabilité qui prend en compte les fréquences ω_k . Ce choix de calcul du pas d'avancement en temps pourrait être rappelé (l'article Guédeney et al dans le JCP 2013 rappelle cette formule de calcul du pas d'avancement en temps dual pour le cas mono-fréquentiel). L'influence de la résolution en temps (par exemple avec un traitement implicite du terme source HB) a-t-elle été étudiée ? Pour la forme mais aussi pour la reproductibilité des résultats présentés, il serait également intéressant de préciser à quelles distributions des instants correspondent les différents conditionnements de la matrice E (variant entre 1 et 10).

Une remarque similaire peut être faite au sujet des résultats présentés sur la figure 5.3, qui illustrent l'influence du conditionnement de la matrice E sur la convergence vers l'état stationnaire du calcul HB dans le cas du problème du canal avec contre-pression oscillante. La mise en évidence du rôle crucial joué par $\kappa(E)$ et, par voie de conséquence, par le choix d'échantillonnage des instants est convaincante. On attendrait cependant davantage de précision sur le traitement numérique du terme source $D_t(u_*)$, notamment sur son implication et sur la méthode de résolution numérique de la phase implicite HB. Comme indiqué par exemple dans les travaux de Su et Yan (Implicit solution of TSM for periodic unsteady flows, Int. J. for Num. Meth. in Fluids 2009), le manque de dominance diagonale du système HB mono-fréquentiel pose un problème de stabilité - ce point est relevé dans d'autres travaux sur l'approche TSM. Il est clair que des difficultés spécifiques apparaissent lors de l'utilisation de l'approche multi-fréquentielle et il est tout aussi clair que le remède proposé pour minimiser le conditionnement de E est convaincant, comme en témoignent les travaux de Guédeney et les présents travaux. Il aurait néanmoins été intéressant de disposer d'informations plus complètes sur la stratégie de résolution mise en oeuvre pour résoudre le système HB multi-fréquentiel.

En ce qui concerne la stratégie de recherche d'un échantillon d'instants minimisant le conditionnement $\kappa(E)$, le choix d'une méthode de quasi-Newton (BFGS) est légitime, même si, comme cela est souligné au paragraphe 5.3.2, une sensibilité à la condition initiale peut être observée lorsqu'une telle approche locale est mise en oeuvre. Puisque le calcul de la répartition des instants est réalisé une fois pour toutes, préalablement au processus de marche en temps vers l'état stationnaire en temps dual, le coût du problème d'optimisation est sans doute marginal par rapport au coût de cette marche en temps. Dans ces conditions, pourquoi ne pas utiliser une approche globale de type Algorithme Génétique ou PSO (Particle Swarm Optimization) dont on sait qu'elle permettra d'obtenir le minimum global du problème d'optimisation à résoudre ? Il semble que ce choix ait d'ailleurs été exploré par Guédeney dans sa thèse.

Le chapitre 6 s'attaque à une question particulièrement importante dès lors que l'on souhaite assurer en pratique l'efficacité de l'approche HB et qui était restée en suspens jusqu'alors : il s'agit du choix du nombre d'harmoniques N . Le cas de l'advection d'une fonction créneau abordé dans la section 6.1 permet d'illustrer de façon très claire les limites de l'approche HB lorsque celle-ci est appliquée au calcul de l'évolution en temps d'un signal à large spectre. Fort heureusement, la physique des écoulements associés à la configuration de CROR étudiée dans cette thèse met en jeu des interactions de sillage entre étage stator et étage rotor telles que le contenu fréquentiel du sillage reste fini. La modélisation de ce sillage par une fonction gaussienne puis la transformation de Fourier de cette fonc-

tion permet finalement d'obtenir un estimateur d'erreur (6.13). Il ne serait pas inutile de rappeler à la fin de la section 6.2 le lien précis entre f et N afin de justifier le calcul de la valeur $N = 7$ pour une erreur-cible fixée à 10%. Puisque l'estimation d'erreur proposée fait également appel à la valeur de la largeur L du sillage modélisé, une estimation *a priori* de cette quantité est nécessaire pour rendre le critère d'estimation de N opérationnel; le choix de réaliser un calcul stationnaire préliminaire en utilisant une approche de type "plan de mélange" apparaît comme très judicieux puisqu'il fournit une telle estimation de L pour un coût qui reste très faible par rapport à celui des calculs instationnaires qui suivent (que ceux-ci soient réalisés via une approche HB ou, *a fortiori*, par une approche DTS).

La troisième et dernière partie du mémoire regroupe les chapitres 7 et 9 qui correspondent aux applications aéroélastiques exploitant la formulation HB multi-fréquentielle avec optimisation de l'échantillonnage en temps et estimation *a priori* du nombre de modes calculés :

- le chapitre 7 (9 pages) fournit une validation de l'approche HB et surtout une démonstration d'intérêt par rapport à une classique stratégie DTS pour un cas-test aéroélastique standard de la littérature.
- le chapitre 8 (24 pages) applique à la fois l'estimation *a priori* du nombre de modes et l'algorithme de minimisation du conditionnement de la matrice E pour le calcul d'une configuration CROR à basse vitesse. En outre, une analyse détaillée du comportement aéroélastique est réalisée sur la base des résultats numériques obtenus.
- le chapitre 9 (17 pages) suit une démarche similaire à celle du chapitre 8 mais pour une configuration de CROR haute-vitesse.

La présentation des résultats du chapitre 7 est soignée, comme d'ailleurs la présentation de l'ensemble des résultats du mémoire. Il est un peu surprenant de réaliser des calculs avec un schéma de Roe d'ordre 1 dont on sait qu'ils seront nécessairement beaucoup trop dissipatifs pour pouvoir être exploités. Les commentaires de la section 7.4 sur le cas transsonique sont particulièrement intéressants : outre la référence aux travaux récents de Huang et Ekici (référence [55]) il serait sans doute pertinent de faire à nouveau mention à ce niveau des travaux de Maple et al. (JCP 2004, référence [67]) dans la mesure où la configuration qui est étudiée dans ce travail est précisément celle d'un choc oscillant dans une tuyère. La figure 10 de [67] illustre très clairement la distinction qui est faite entre un choc spatialement localisé et un choc en mouvement, du point de vue du nombre d'harmoniques N nécessaire à la capture de la physique.

Une question tout à fait mineure me vient à l'esprit en étudiant une figure telle que Fig. 8.5 : quel choix de normalisation conduit donc à des valeurs aussi élevées des résidus ? Dans la présentation des résultats, pour les calculs HB cette fois, il serait intéressant de présenter les courbes d'évolution vers l'état stationnaire pour les différents modes et de situer ces courbes par rapport à l'histoire de la convergence pour le calcul stationnaire. En particulier, la présence du terme source HB a-t-elle ou non une influence significative sur l'histoire de la convergence (intrinsèque, *i.e.* en itérations) du calcul HB par rapport à un calcul stationnaire ? A. GOMAR fait remarquer à juste titre dans le paragraphe 8.4.1 qu'une économie pourrait être réalisée dans la mesure où l'utilisation de $N = 4$ harmoniques ne se justifie pas pour la totalité du domaine de calcul ($N = 3$ suffirait dans une partie de ce domaine de calcul). Il souligne que l'implémentation de l'approche HB dans elsA utilisée pour les présents travaux de thèse impose un choix unique de N . Un commentaire serait le bienvenu sur la possibilité d'une évolution vers un N variable : quelles seraient les implications pratiques d'une telle stratégie ? La principale conclusion, très positive, qui peut être tirée de ce chapitre applicatif est une très convaincante démonstration d'intérêt pour l'approche HB multi-fréquentielle, incluant l'estimation *a priori* de N et l'optimisation du conditionnement.

Lors du calcul de la configuration CROR haute vitesse du chapitre 9, il ne semble pas vraiment surprenant que le schéma de Jameson puisse être utilisé avec $\kappa_4 = 0.016$ dans la mesure où la viscosité artificielle est déjà très forte via le terme $\kappa_2 = 1$. L'essentiel est bien sûr à nouveau que ce cas d'application met en évidence l'intérêt de l'approche HB multi-fréquentielle proposée, conjointement à l'estimation *a priori* de N et à l'optimisation de l'échantillonnage des temps. Il n'est pas tout à fait clair, à la lecture du chapitre, de bien comprendre quel est le nombre d'harmoniques réellement utilisé : $N = 7$ est annoncé en 9.4.1 suite à l'estimation *a priori* mais $N = 4$ pour les coupes axiales d'entropie de la figure 9.12 et $N = 5$ au début du paragraphe 9.6.3. La conclusion du chapitre revient à la valeur $N = 7$ initialement annoncée. Les résultats présentés apparaissent en tout cas comme très intéressants puisqu'ils permettent de conclure, avec un bon degré de confiance, à l'absence de flottement pour cette configuration CROR haute-vitesse (comme conclu d'ailleurs pour la configuration basse vitesse). Là-encore, il aurait pu être intéressant, du point de vue de l'estimation du coût de l'approche HB, de disposer d'une comparaison des courbes de convergence pour le calcul stationnaire et pour les calculs stationnaires couplés avec terme source associés à l'approche HB.

Les travaux de thèse de Adrien GOMAR constituent une contribution significative au développement d'une méthode efficace d'analyse du comportement aéroélastique de rotors ouverts contra-rotatifs. Ces travaux s'inscrivent dans un effort de recherche collectif qui mobilise notamment le CERFACS et l'ISAE. Si la thèse de M. GOMAR a donc bénéficié d'un environnement particulièrement favorable en pouvant s'appuyer sur des méthodologies dont certaines sont déjà bien éprouvées au sein du groupe de recherche, le mémoire fait très bien ressortir, d'une façon à la fois honnête, précise et rigoureuse les apports spécifiques des présents travaux de thèse à cet effort collectif. Il est remarquable qu'un doctorant en fin de thèse ait pu être associé à 2 publications internationales de rang A (1 JCP 2013 et 1 AIAA Journal 2014) et ait pu soumettre une troisième publication au JCP. L'ensemble du mémoire s'est avéré très agréable à lire, avec une qualité de rédaction qui a été maintenue à un très bon niveau tout au long du document. Pour toutes ces raisons, j'émet donc un avis très favorable à la soutenance de la thèse de doctorat de M. Adrien GOMAR.

Lyon, le 06 avril 2014



Christophe Corre
Professeur des Universités
au LEGI (UMR 5519) et à l'ENSE³