

# 数値解析課題

No.5 梅沢直矢

2020 年 1 月 30 日

- 1  $dy/dx = x^2 - y$  初期値  $y(0) = 2$  について、次の問に答えなさい。
- 1.1 オイラー法で刻み幅を 0.5 としたとして、 $x = 2$  まで  $y$  の値を求めグラフ化しなさい。

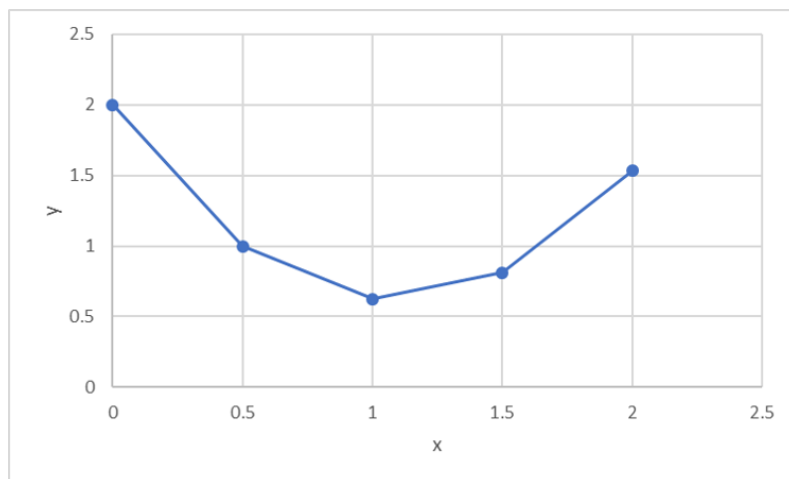


図 1  $x$  と  $y$  の値の推移

- 1.2 刻み幅を変え (分割数  $2^n$  として  $n = 8$  まで)、真値  $(x^2 - 2x + 2)$  との誤差を検討しなさい。

分割数を少なくしていくと誤差が減少しているのがわかる。計算機の性能にもよるが、オイラー法を使うのなら、できるだけ分割数を多くしたほうがいいだろう。

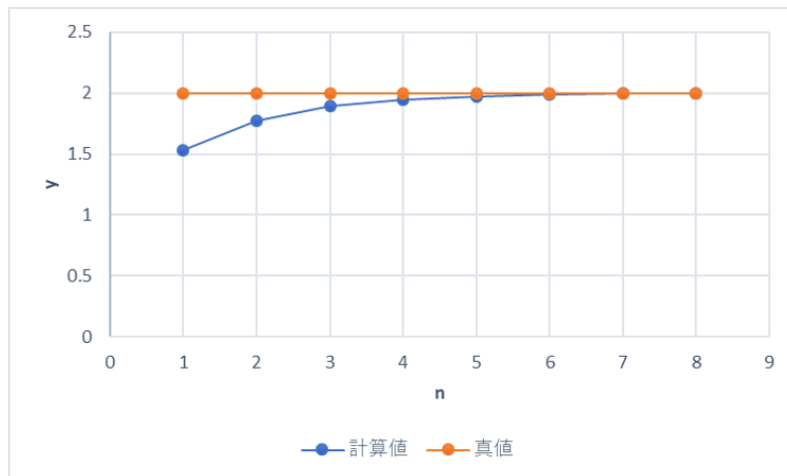


図2 計算値と真値の比較

### 1.3 オイラー法で誤差の出る理由を説明しなさい。

オイラー法は接戦を求めているため、分割数が大きくなれば接戦が真値に近づいていくため、精度が良くなる。そのため、分割数が小さいと誤差が大きくなってしまう。

### 1.4 前問の理由より、オイラー法でも誤差の出ない微分方程式を与えて、プログラムを実行し確かめてみなさい (刻み幅によらず誤差が出ない)。

$$dy/dx = 8 \text{ 初期値 } y(0) = 1$$

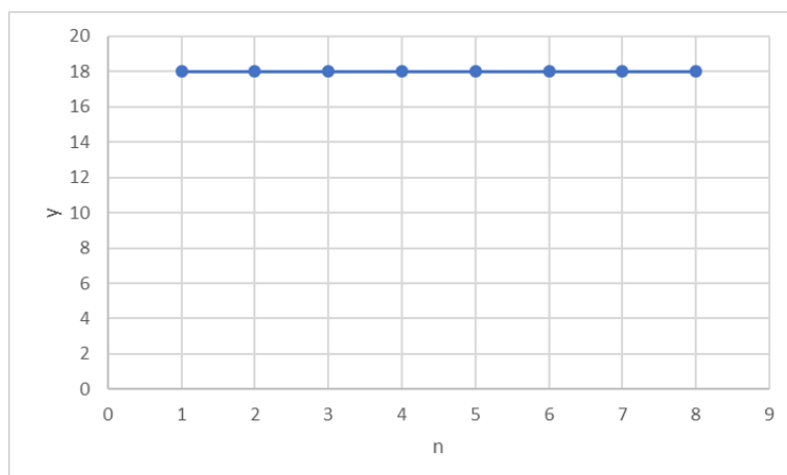


図3 刻み幅によって誤差がでない様子

- 2  $dy/dx = 3y/(1+x)$  初期値  $y(0) = 1$  についてルンゲ・クッタ法を用いて  $x$  が 1 のときの  $y$  の値を求めなさい。このとき、刻み幅と解の精度について検討しなさい。

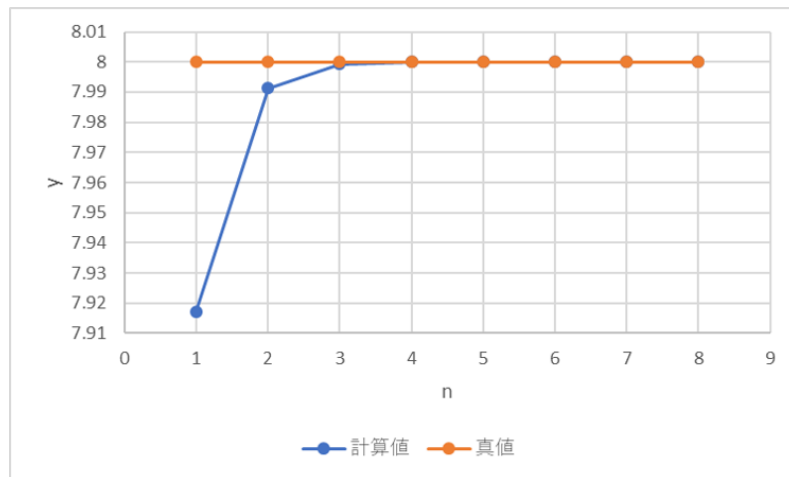


図 4 刻み幅と解の推移

オイラー法と比べ、収束するまでの刻み幅が小さく、誤差もないものになっている。