

数値解析課題問題

5S 5 番 梅沢直矢

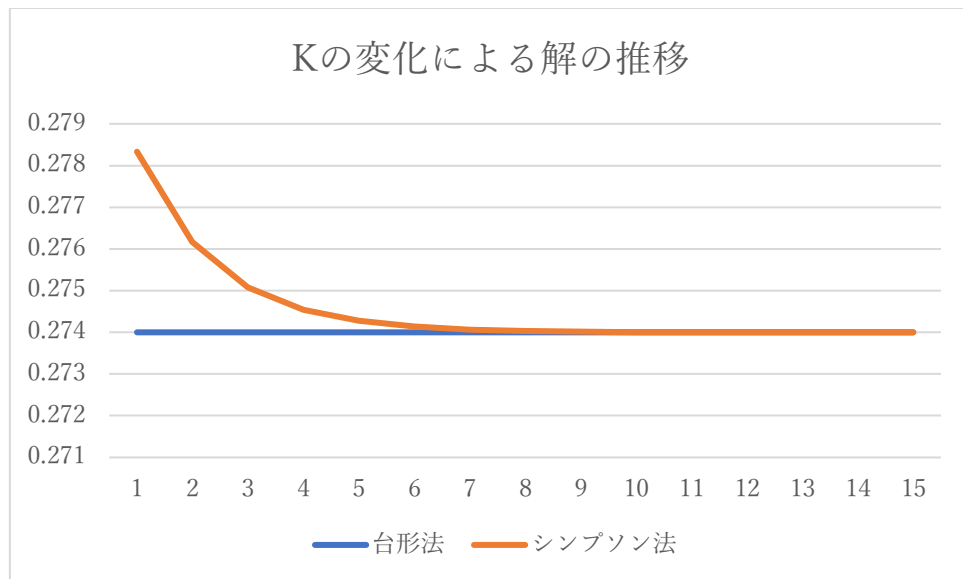
- ある航空機が飛行中、翼の仰角が 5° になったとき、揚力係数 C_L は以下の積分で求められる。台形法、シンプソン法で C_L を求め、2つの結果を比較してみなさい。

$$C_L = (I_1 + 0.5I_2)$$

ここで

$$I_1 = -\frac{2}{\pi} \int_0^\pi (-0.1 \cos x - 0.087) dx \quad I_2 = -\frac{4}{\pi} \int_0^\pi (-0.1 \cos x - 0.087) \cos x dx$$

K=1~K=15 までの解の推移をグラフにした。



台形法は一回の試行で収束した。それに対しシンプソン法は徐々に近似し始め、15回目で完全に収束した。

- 実験によって得られた値 y が x の関数で与えられた ($y = f(x)$)。このときの実験データは下表の通りであった。表の値を用いて台形法、シンプソン法により $\int_a^b f(x) dx$ (ただし、 $a = 0$ 、 $b = 1$ とする) の値を電卓で求めてみなさい。計算式を書くこと。

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	4	3.96	3.846	3.67	3.448	3.2
	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1
	2.941	2.685	2.439	2.21	2	1.81

<台形法>

$$\begin{aligned} & h(y_1 + y_2)/2 + h(y_2 + y_3)/2 + h(y_3 + y_4)/2 + \cdots h(y_9 + y_{10})/2 \\ &= 0.398 + 0.3903 + 0.3758 + 0.3559 + 0.3324 + 0.30705 + 0.2813 + 0.2562 \\ &\quad + 0.23245 + 0.2105 \\ &= 3.1399 \end{aligned}$$

<シンプソン法>

$$\begin{aligned} & h(y_1 + 4y_2 + y_3)/3 + h(y_3 + 4y_4 + y_5)/3 + \cdots h(y_8 + 4y_9 + y_{10})/3 \\ &= 0.7895333333 + 0.7324666667 + 0.6396333333 + 0.5373333333 \\ &\quad + 0.4426333333 \\ &= 3.1416 \end{aligned}$$

<ソースプログラム>

```
#include "iostream"
#include "math.h"

using namespace std;

double f1(double x){
    return (-0.1 * cos(x) - 0.087);
}

double f2(double x){
    return (-0.1 * cos(x) - 0.087) * cos(x);
}

int main(void){

    double Ans[15][2] = {0};

    for (int K = 1; K <= 15; K++){
        double C1[2] = {0};
        double I1[2] = {0};
        double I2[2] = {0};

        int n = pow(2, K);
        double a = 0, b = M_PI;

        double h[2] = {0};
        double s[2][2] = {0};

        /*** Trapezoidal *****/

        h[0] = (b-a) / n;

        for (int i = 1; i < n; i++){
            double x = a + h[0] * i;
```

```

        s[0][0] += 2 * f1(x);
    }
    s[0][0] = 0.5 * (s[0][0] + f1(a) + f1(b)) * h[0];
    I1[0] = -2 / M_PI * s[0][0];

    for (int i = 1; i < n; i++){
        double x = a + h[0] * i;
        s[0][1] += 2 * f2(x);
    }
    s[0][1] = 0.5 * (s[0][1] + f2(a) + f2(b)) * h[0];
    I2[0] = -4 / M_PI * s[0][1];

    C1[0] = I1[0] + 0.5 * I2[0];

    /*****

    Ans[K-1][0] = C1[0];

    /*** Simpson *****/

    h[1] = (b-a) / (2*n);
    double s1[2] = {0};
    double s2[2] = {0};

    for (int i = 1; i <= 2*n-1; i += 2){
        double x = a + h[1] * i;
        s1[0] += 4 * f1(x);
    }
    for (int i = 2; i <= 2*n-2; i += 2){
        double x = a + h[1] * i;
        s2[0] += 2 * f1(x);
    }

    s[1][0] = (s1[0] + s2[0] + f1(a) + f2(b)) * h[1] / 3;
    I1[1] = -2 / M_PI * s[1][0];

```

```

        for (int i = 1; i <= 2*n-1; i += 2){
            double x = a + h[1] * i;
            s1[1] += 4 * f2(x);
        }
        for (int i = 2; i <= 2*n-2; i += 2){
            double x = a + h[1] * i;
            s2[1] += 2 * f2(x);
        }

        s[1][1] = (s1[1] + s2[1] + f1(a) + f2(b)) * h[1] / 3;
        I2[1] = -4 / M_PI * s[1][1];

        C1[1] = I1[1] + 0.5 * I2[1];

        /*****/

        Ans[K-1][1] = C1[1];

    }

    for (int i = 0; i < 15; i++){
        cout << i+1 << " " << Ans[i][0] << " " << Ans[i][1] << endl;
    }

    return 0;
}

```