PHQ030 - Résumé du module 2
Les ondes

Jérôme Bourassa
jerome.bourassa@usherbrooke.ca

1 Les types d'ondes

Il existe deux types d'ondes principaux que nous verrons dans ce cours :

- Les **ondes mécaniques**, qui se déplacent dans un milieu physique, comme un solide, un liquide ou un gaz. Ces ondes peuvent être :
  - **longitudinales** (exemple : le son dans l'air) : ce qui correspond à une oscillation dans la direction de propagation de l'onde ;

    ou

  - **transverses** (exemple : une vague à la surface de l'eau) : qui correspond à une oscillation perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.

- Les **ondes électromagnétiques**, constituées d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Ces ondes peuvent se déplacent dans le vide total ou dans un milieu physique (un conducteur métallique ou un diélectrique comme du verre). La lumière visible est un exemple d'onde électromagnétique, comme les différents rayonnements radios, infrarouges, ultraviolets, X ou gamma. Les ondes électromagnétiques sont toujours **transverses** : les champs électrique et magnétique oscillent perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde électromagnétique.

  Note : En physique, on ne fait pas trop de distinction entre 'lumière' et 'onde électromagnétique' et le concept de 'lumière' s'étend alors beaucoup plus qu'aux ondes qui sont dans le domaine visible. Ceci sera vu plus en détails dans le chapitre 4 du livre.

Les autres types d'ondes Les "ondes de matière" associées à la nature quantique des particules formant la matière seront peu vues dans ce cours. Quant aux "ondes gravitationnelles", qui traduisent une oscillation de la courbure de l'espace-temps (voir la figure 2.2 du manuel), elles ne seront pas vues dans ce cours mais ont été directement observées par le Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory (LIGO) en septembre 2015. Cette découverte n'a été annoncée publiquement qu'en février 2016, ce qui explique que l'édition 2015 du manuel de cours ne mentionne aucune observation directe de ces ondes.

2 Les ondes progressives à une dimension

Le profil d'une onde progressive à une dimension s'exprime à travers une **fonction de deux variables** $f(x,t)$, où f représente la quantité physique de l'objet qui change (comme la hauteur d'une corde), x représente la dimension spatiale (comme la position le long de la corde) et t représente le temps.

Puisque l'onde doit se déplacer dans le temps, il faut alors que la fonction $f(x,t)$ dépende de manière implicite de la vitesse de la **vitesse de propagation** v de l'onde.

On aura alors, de manière générale :

$$\boxed{f(x,t) = f(x - vt)} \qquad \text{pour une onde se déplaçant vers les } x \text{ croissants,} \tag{1}$$

$$\boxed{f(x,t) = f(x + vt)} \qquad \text{pour une onde se déplaçant vers les } x \text{ décroissants.} \tag{2}$$

Note : ceci est dû au fait que vt représente un déplacement de l'onde, ce qui, en langage mathématique, correspond à faire une *translation* de la fonction le long de l'axe x.

La propagation d'une telle onde est décrite par l'**équation d'onde** suivante :

$$\boxed{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}.} \tag{3}$$

Interpération : Le terme à gauche représente la déformation géométrique de l'onde qui doit être non linéaire (donc plutôt arrondie au minimum), alors que le terme de droite représente l'accélération du paramètre qui oscille. La vitesse joue le rôle d'entremetteur entre les deux phénomènes. Ainsi, une déformation dans la corde va faire osciller la corde. L'inverse est également vrai : l'oscillation d'un bout d'une corde va créer une déformation sur celle-ci.

Dans le cas particulier d'une **onde se propageant dans une corde**, la vitesse de propagation est simplement donnée par

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}}\,, \tag{4}$$

où F est la **tension** de la corde et

$$\mu = \frac{m}{L}, \tag{5}$$

est sa **masse linéique** (sa masse par unité de longueur, en kg/m). Cette formule fonctionne surtout si l'amplitude des oscillations dans la corde est faible.

3 Les ondes progressives sinusoïdales

Une onde progressive sinusoïdale est produite lorsqu'une source déplace un milieu selon un **mouvement harmonique simple**. L'onde possède alors une **longueur d'onde** λ, qui indique la longueur sur laquelle l'onde se répète dans sa direction de propagation, et une **période T**, qui indique le temps sur lequel le mouvement d'une seule portion du milieu se répète au cours du temps, comme le montrent les figures 2.11, 2.12 et 2.13 du manuel.

De la même façon qu'on a défini la pulsation (ou fréquence angulaire) ω par rapport à la période T comme

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \tag{6}$$

on définit le **nombre d'onde k** par rapport à la longueur d'onde λ comme

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}\,. \tag{7}$$

Dans le système d'unités international, cette quantité s'exprime en **radians par mètre** ($\mathrm{rad/m}$).

Elle permet d'écrire simplement la **fonction d'onde** d'une onde progressive sinusoïdale se déplaçant vers les x croissants comme

$$\boxed{y(x,t) = y_\mathrm{m}\,\sin(kx - \omega t + \phi)}\,, \tag{8}$$

où y_m est l'amplitude maximale de la hauteur de la corde. Si l'onde se déplace vers les x décroissants, on aura plutôt

$$y(x,t) = y_\mathrm{m}\,\sin(kx + \omega t + \phi)\,. \tag{9}$$

La **vitesse de propagation** d'une onde progressive sinusoïdale est donnée par

$$\boxed{v = \lambda f = \frac{\omega}{k}}\,. \tag{10}$$

Cette formule est valide pour toute onde sinusoïdale, que ce soit une onde sur une corde, une onde sonore ou une onde électromagnétique (nous verrons que ce dernier type d'onde se propage toujours à la vitesse de la lumière c).

Attention, les quantités précédentes ne dépendent pas des mêmes éléments du système. Une expérimentatrice dans un laboratoire ne peut pas tout contrôler de l'onde. En effet :

- Le module de la vitesse de l'onde v dépend des propriétés du milieu (sa rigidité et son inertie) ;
- La fréquence f, l'amplitude y_m dépendent de la source des oscillations sur le milieu ;
- La phase ϕ dépend de l'endroit où la source des oscillations a été placée et du moment du début des observations ;

Une fois que le système commence à osciller, celui-ci répond aux oscillations en créant une ondulation sur une longueur λ respectant l'égalité $v = \lambda \times f$. Il y a donc un lien de *cause à effet* entre la *fréquence* et la *longueur d'onde*.

4 La puissance transportée par une onde

La **puissance moyenne P** est la quantité d'énergie ΔE utilisée dans un temps Δt donné,

$$\P = \frac{\Delta E}{\Delta t}. \tag{11}$$

Une onde transporte avec elle une certaine puissance. Ainsi, grâce aux ondes on peut alors transporter de l'énergie depuis une source d'oscillations jusqu'à un autre appareil placé à une distance distance grâce aux vibrations du milieu. La puissance transportée par l'onde déprendra donc évidemment des caractéristiques des oscillations de la source et des propriétés physique du milieu.

Pour une onde sinusoïdale, on trouve

$$\boxed{P = \frac{1}{2}\,Z\,\omega^2\,y_\mathrm{m}^2 = \frac{1}{2}\,\mu v \omega^2 y_\mathrm{m}^2,} \tag{12}$$

et on remarque que la puissance moyenne transportée par une onde dépend du carré de l'amplitude de l'onde.

Ici, on a introduit une nouvelle quantité Z qui est l'**impédance caractéristique** du milieu de propagation

$$\boxed{Z = \sqrt{\mu F} = \mu v = \frac{F}{v}.} \tag{13}$$

Exprimée en $\mathrm{kg/s}$ dans le système d'unités international, l'impédance Z permet de quantifier l'inertie du milieu à osciller librement sous l'influence de la source. Plus l'impédance est grande, plus le système requiert de puissance pour faire osciller à fréquence et amplitude égales.

Note : Le concept d'impédance est fréquemment rencontré ans les circuits électriques alternatifs mais s'applique également à tout type d'ondes.

5 La réflexion et la transmission des ondes

Lorsqu'une onde se propage d'un milieu 1 vers un autre milieu 2, une partie de l'onde est **réfléchie** dans le milieu 1 et le reste est **transmis** dans le milieu 2. Ce sont les impédances Z_1 et Z_2 des milieux qui déterminent la façon dont ce phénomène se produit à l'interface entre les deux milieux :

- Si $Z_1 > Z_2$, l'onde réfléchie n'est pas inversée. On parle de **réflexion molle**.
- Si $Z_1 < Z_2$, l'onde réfléchie est inversée. On parle de **réflexion dure**.

L'onde transmise du milieu 1 vers le milieu 2 n'est jamais inversée, comme le montre la figure 2.19 du manuel. Des cas extrêmes de ces réflexions sont présentées dans la figure 2.18 du manuel.

Pour la lumière (chapitres 4 et 5) l'indice de réfraction jouera le rôle de l'impédance et on parlera alors de faisceau incident, réfracté et réfléchi.

6 La superposition des ondes

Lorsque deux ondes, décrites par les profils $y_1(x,t)$ et $y_2(x,t)$, se rencontrent, l'onde totale est la superposition des deux ondes, décrite par la somme algébrique

$$\boxed{y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)}\,. \tag{14}$$

Il s'agit du **principe de superposition**. Ce principe s'applique à toutes les ondes que nous rencontrerons, du moment que leur amplitude est faible.

Les ondes en superposition conservent leur forme respective et leur sens de propagation, comme le montre la figure 2.21 du manuel.

7 L'interférence des ondes

Lorsque deux ondes se superposent, on peut également observer un phénomène d'*interférence*. Considérons deux ondes sinusoïdales, de profils

$$y_1(x,t) = y_\mathrm{m} \sin(kx - \omega t + \phi_1) \tag{15}$$
$$y_2(x,t) = y_\mathrm{m} \sin(kx - \omega t + \phi_2)\,, \tag{16}$$

se propageant dans la même direction. Le profil de la superposition des deux ondes s'écrit

$$\boxed{y(x,t) = \left[2y_\mathrm{m} \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)\right] \sin\left(kx - \omega t + \phi_\mathrm{moy}\right)}\,, \tag{17}$$

où $\Delta\Phi = \phi_2 - \phi_1$ est la **différence de phase** entre les deux ondes initiales et $\phi_\mathrm{moy} = (\phi_1 + \phi_2)/2$ est la **phase moyenne** des deux ondes.

L'onde totale produite sera en général déphasée par rapport aux ondes initiales si $\phi_1 \neq \phi_2$.

Le terme $\left[2y_\mathrm{m} \cos\left(\frac{\Delta\Phi}{2}\right)\right]$ décrit l'amplitude de la superposition.
L'amplitude de la superposition peut être maximale ou complètement nulle pour des valeurs spécifiques de la différence de phase $\Delta\Phi$:

- Si $\Delta\Phi$ est un multiple **pair** de π (donc si $\Delta\Phi = 2m\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$), alors l'amplitude de la superposition est **maximale** et vaut $2y_\mathrm{m}$. Autrement dit, les ondes s'additionnent parfaitement entre elles. On parle d'**interférence constructive**, illustrée dans la figure 2.24 du manuel.

- Si $\Delta\Phi$ est un multiple **impair** de π (donc si $\Delta\Phi = (2m+1)\pi$ avec $m \in \mathbb{Z}$), alors l'amplitude de la superposition est **minimale** et nulle. Autrement dit, les ondes s'annulent parfaitement entre elles. On parle d'**interférence destructive**, illustrée dans la figure 2.24 du manuel.

- Si $\Delta\Phi$ ne correspond pas à l'un ou l'autre des cas précédents, alors on a affaire à une **interférence intermédiaire**, illustrée dans la figure 2.23 du manuel.

8 Les ondes stationnaires

Une onde stationnaire est produite par la superposition de deux ondes progressives qui se déplacent en sens opposés avec la même amplitude y_m, la même fréquence f et la même longueur d'onde λ. Le profil de la superposition s'écrit alors

$$\boxed{y(x,t) = [2y_\mathrm{m} \sin(kx)] \cos(\omega t)}\,. \tag{18}$$

Comme la dimension spatiale et le temps sont désormais séparées, cette onde n'est plus progressive mais oscille sur place, d'où son nom. Ainsi une onde stationnaire est fixe dans l'espace, et c'est son amplitude qui augmente et diminue au fil du temps.

L'onde stationnaire présente des points fixes où aucune oscillation ne se produit : on parle de **nœuds**. Ces nœuds se situent aux positions

$$\boxed{x_n^\text{nœud} = n\,\frac{\lambda}{2}}\,, \qquad \text{où} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{19}$$

L'onde stationnaire présente également des points fixes où l'oscillation est maximale : on parle de **ventres**. Ces ventres se situent aux positions

$$\boxed{x_n^{\text{ventre}} = (2n+1)\,\frac{\lambda}{4}}, \qquad \text{où} \qquad n = 0,1,2,\ldots \tag{20}$$

La distance entre deux nœuds successifs (ou deux ventres successifs) est *toujours* égale à $\lambda/2$.

9 Les modes normaux d'oscillation d'une corde

Une corde d'une longueur L donnée n'admet que des ondes stationnaires ayant une longueur d'onde qui soit bien appariée avec la longueur de la corde.

On appelle ces ondes stationnaires les **modes normaux d'oscillation** (ou *harmoniques*) de la corde. Ces harmoniques sont dénombrables et portent un numéro $n \geq 1$. Le mode $n = 1$ est dit le mode ou l'harmonique *fondamental*. Le n-ième mode ou le n-ième harmonique (avec $n = 1,2,\ldots$) a une longueur d'onde

$$\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}. \tag{21}$$

La fréquence de ce mode est

$$\boxed{f_n = nf_1 = n\,\frac{v}{2L}}, \tag{22}$$

avec $v = \lambda_n f_n = \sqrt{F/\mu}$.
Ainsi on voit que les différents modes normaux d'une corde vibrante suivent une progression géométrique avec $f_n = n \times f_1$. Les premiers modes normaux d'une corde sont illustrés dans la figure 2.27 du manuel.

Note musicale : Le fait que la fréquence soit inversement proportionnelle à la longueur de la corde explique pourquoi les instruments de musiques graves sont les plus gros (pensez à l'octobasse par exemple), où la forme particulière d'une harpe ou d'un piano à queue. En théorie musicale, la tierce et la quinte d'une note ont un lien direct avec le 3e et 5e harmonique de cette note. Ce n'est donc pas un hasard qu'un accord majeur sonne si harmonieux.