PHQ030 - Résumé du module 3
Les ondes sonores

Jérôme Bourassa
jerome.bourassa@usherbrooke.ca

1 La description des ondes sonores

Dans les gaz et les liquides, les ondes sonores sont des **ondes longitudinales**, c'est-à-dire que l'oscillation se produit parallèlement à la direction de propagation de l'onde.

Si on considère un haut-parleur dont la membrane oscille selon un **mouvement harmonique simple** de pulsation ω et qui émet du son dans un long tuyau horizontal aligné suivant l'axe des x, la propagation du son est décrit par le profil

$$\boxed{s = s_\mathrm{m}\,\sin(kx - \omega t + \phi)}\,, \tag{1}$$

où on retrouve la relation habituelle pour le module de sa vitesse de propagation :

$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k}\,. \tag{2}$$

Ici, $s(x,t)$ décrit le déplacement d'une molécule de gaz autour de sa position d'équilibre x avec une amplitude s_m en mètres.

Cette oscillation décrit en réalité des **zones de compression et de raréfaction** dans le milieu de propagation, comme le montre les figures 3.3 et 3.4 du manuel. D'un point de vue mathématique, cela se traduit par la **variation de pression**

$$\boxed{\Delta p(x,t) = -B\,\frac{\partial s}{\partial x}\,(x,t)}\,, \tag{3}$$

où B est le **module de compressibilité** du milieu de propagation. Différentes valeurs du module de compressibilité sont répertoriées dans le tableau 3.1 du manuel. Plus B est grand, plus il est difficile de comprimer le milieu de propagation : autrement dit, on doit appliquer une plus grande pression pour changer son volume.

Comme la variation de pression Δp, le module de compressibilité B s'exprime dans le système d'unités international en **pascals** :

$$1\ \mathrm{Pa} = 1\ \mathrm{N/m^2}\,, \tag{4}$$

car la pression est une force par unité de surface.

Si le profil de déplacement $s(x,t)$ est purement sinusoïdal, comme plus haut, le profil de pression est donné par

$$\Delta p(x,t) = -Bks_\mathrm{m}\,\cos(kx - \omega t + \phi) = -\Delta p_\mathrm{m}\,\cos(kx - \omega t + \phi)\,, \tag{5}$$

où

$$\boxed{\Delta p_\mathrm{m} = Bk\,s_\mathrm{m}} \tag{6}$$

est l'amplitude de la variation de la pression.

Les oscillations de pression sont **déphasées** de 1/4 de période (ou de 1/4 de longueur d'onde) par rapport aux oscillations de déplacement (car $\cos(kx - \omega t + \phi) = \sin(kx - \omega t + \phi + \pi/2)$). Elles possèdent donc la même longueur d'onde et la même fréquence que la fonction d'onde de déplacement, mais possèdent des maxima de pression aux mêmes positions que les zéros du déplacement (et inversement), comme le montre la figure 3.8 du manuel. Une comparaison entre les figures 3.4 et 3.8 du manuel permet de comprendre ce déphasage de manière plus visuelle.

2 La vitesse du son

Nous avons vu dans le module 2 que la vitesse de propagation d'une onde dans une corde est donnée par

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}\,. \tag{7}$$

Dans le cas d'une onde sonore se propageant dans un milieu de module de compressibilité B et de masse volumique ρ, il suffit de remplacer la tension F de la corde par le module de compressibilité B (élasticité du milieu) et la masse linéique μ par la masse volumique ρ pour obtenir

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}}\,. \tag{8}$$

Le tableau 3.2 du manuel résume quelques valeurs de vitesse du son.

La vitesse du son affecte l'amplitude de la variation de pression dans le milieu de propagation, comme le montre la relation suivante :

$$v^2 = v \underbrace{\frac{\omega}{k}}_{v} = \frac{B}{\rho} \qquad \Longleftrightarrow \qquad Bk = \rho v \omega \tag{9}$$

d'où

$$\boxed{\Delta p_\mathrm{m} = Bk\, s_\mathrm{m} = \rho v \omega\, s_\mathrm{m}}\,. \tag{10}$$

2.1 Relation entre la vitesse du son et la température de l'air

Dans un **gaz parfait** (un gaz où les molécules n'interagissent pas entre elles), le module de compressibilité est relié à la pression *via*

$$B = \gamma p\,, \tag{11}$$

où γ est le **paramètre adiabatique**, qui dépend du type de molécules composant le gaz, comme le montre le tableau 3.3 du manuel. Par ailleurs, un tel gaz respecte la **loi des gaz parfaits** :

$$pV = \frac{mRT}{M}\,, \tag{12}$$

où m est la masse du gaz, M sa masse molaire, T sa t empérature (en kelvins) et

$$R \simeq 8{,}314\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}} \tag{13}$$

est la **constante des gaz parfaits**, ce qui nous permet d'établir que

$$\boxed{v_{\text{gaz parfait}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}}\,. \tag{14}$$

Dans l'air en particulier, si ce dernier est traité comme étant un gaz parfait (ce qui n'est pas mal du tout à température ambiante), on obtient

$$v_{\text{air}} \simeq 20,05\,\sqrt{T} \qquad \text{avec} \qquad \rho_{\text{air}} \simeq 1,21\ \text{kg/m}^3\,, \tag{15}$$

soit

$$\boxed{v_{\text{air}}(T = 20°\text{C} = 293,15\ \text{K}) \simeq 343\ \text{m/s}}\,. \tag{16}$$

Note : À moins d'avis contraire où que la température de l'air fasse partie intégrante du problème, on supposera d'emblée que la vitesse du son est de 343 m/s.

2.2 La vitesse des ondes dans la réalité

En terminant, on peut commenté sur la validité du traitement qui a été fait jusqu'à présent de la vitesse des ondes. En effet, on a toujours supposé que la vitesse était indépendante de la fréquence des oscillations. Ceci suppose alors que le milieu (solide ou gazeux) permet une relation linéaire entre la pulsation et le nombre d'onde $\omega = vk$.

Dans les faits, rare sont les milieux qui permettent une telle relation linéaire sur une large gamme de fréquences et il n'est pas rare qu'un milieu permette aux ondes de hautes fréquences d'aller à des vitesses plus grandes que les ondes de basses fréquences.

Un exemple éloquent que l'on rencontre souvent est le bruit du tonnerre durant un orage : suite à une éclair tombée loin de nous, le son est d'abord aigüe un peu comme une branche d'arbre que l'on brise, et plus le temps passe plus le bruit tend à être grave, tendant vers un vrombissement sourd, voire un genre de borborygme.

Le jour où vous ferez l'expérience d'avoir une éclair qui tombe près de vous, vous constaterez alors que le bruit est significativement différent et ressemble alors plutôt à une explosion soudaine et très forte.

Bref, la physique des ondes est très riche et encore plein de belle science se cache dans les petits détails que l'on glisse ici sous le tapis afin de se ramener à l'essentiel.

3 L'intensité et le niveau sonores

Si on considère une source sonore dans un espace à trois dimensions, comme la coupe en exemple dans la figure 3.10 du manuel, on a affaire à une "onde sphérique", car ses **fronts d'onde** (positions où le déplacement des molécules du milieu de propagation est maximal) forment des sphères concentriques.

Dans ce cas, la fonction d'onde est donnée par

$$\boxed{s(r,t) = s_{\text{m}}(r)\,\sin(kr - \omega t + \phi)}\,, \tag{17}$$

où r est la distance par rapport à la source sonore. Dans cette description, ici l'amplitude $s_{\text{m}}(r)$ dépend désormais de la distance parce que plus l'onde avance, plus elle se dilue dans un grand volume et donc plus son amplitude doit diminuer. En effet, la puissance initialement émise par la source sonore, qui varie selon le carré de l'amplitude de déplacement s_{m}^2 (voir module 2), se répartit sur des fronts d'onde de surface de plus en plus grande. Ceci est une conséquence de la conservation de l'énergie.

On définit l'**intensité sonore** comme la puissance moyenne transportée par l'onde par unité de surface A sur laquelle le front d'onde est réparti :

$$\boxed{I = \frac{P}{A}}\,. \tag{18}$$

Cette intensité s'exprime dans le système d'unités international en **watts par mètre carré** ($\mathrm{W/m^2}$).

Analysons tout d'abord le cas tout à fait général où une **onde sonore sinusoïdale** de pulsation ω et d'amplitude s_m se propage dans un milieu où le module de sa vitesse est v. L'intensité sonore à une distance r est donnée par

$$\boxed{I(r) = \frac{1}{2}\rho v \omega^2\, s_\mathrm{m}^2(r) = \frac{1}{2}\frac{\Delta p_\mathrm{m}^2(r)}{\rho v} = \frac{1}{2} Z\omega^2\, s_\mathrm{m}^2(r)}\,. \tag{19}$$

Dans la relation précédente, la constante Z représente l'**impédance acoustique caractéristique** du milieu, qui s'exprime dans le système d'unités international en $\mathrm{Pa \cdot s/m}$. **Attention**, l'impédance acoustique

$$Z = \rho v = \sqrt{\rho B} = \frac{B}{v} \tag{20}$$

ne s'exprime pas exactement dans les mêmes unités que l'impédance vue au module 2. Cette dernière s'exprimait en $\mathrm{kg/s}$ alors que l'impédance acoustique s'exprime en $\mathrm{kg/(s \cdot m^2)}$, car l'intensité est la puissance moyenne divisée par une surface.

Comme l'onde s'atténuera naturellement en voyageant dans un milieu de plus en plus vaste, son amplitude de déplacement $s_m(r)$ (ou l'amplitude de pression $\Delta p_m(r)$) diminuera avec la distance r. Selon que l'onde voyage le long d'un tuyau (1 dimension) où dans l'air libre (3 dimensions) la relation entre l'intensité I et la distance r va changer.

Dans le cas d'une **onde sonore sphérique**, la puissance fournie par la source se répartit sur des sphères de rayon r et de surface $4\pi r^2$. L'intensité sonore est donc donnée par

$$\boxed{I(r) = \frac{P_\mathcal{S}}{4\pi r^2}}\,, \tag{21}$$

où $P_\mathcal{S}$ est la puissance émise par la source. En reliant cette équation avec l'Éq. 19, on peut alors relier plus directement l'intensité sonore avec l'amplitude de l'onde à un endroit r donné.

Le **niveau sonore** est défini comme

$$\boxed{\beta = 10\,\log\left(\frac{I}{I_0}\right)}\,,\ \text{où } I_0 = 1 \times 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}\,. \tag{22}$$

Ce niveau sonore s'exprime en décibels (dB). L'intensité de référence I_0 se situe au seuil d'audibilité d'une personne moyenne, ce qui fait qu'un son de niveau sonore $\beta = 0$ dB est inaudible car son intensité sera de $I = I_0$.

Attention ! Le principe de superposition ne s'applique pas pour les niveaux sonores ! En effet, le logarithme n'est pas une fonction linéaire. Alors bien que les intensités de deux sons produits puissent s'additionnée $I_{tot} = I_1 + I_2$, le niveau sonore correspondant n'est pas $\beta_{tot} \neq \beta_1 + \beta_2$.

Si on veut trouver le niveau sonore associé à deux sources, d'intensités I_1 et I_2, Il faut plutôt écrire

$$\beta_{tot} = 10\,\log\left(\frac{I_1 + I_2}{I_0}\right)\,, \tag{23}$$

une équation qui ne se réécrit pas simplement à l'aide de β_1 et β_2.

4 L'interférence des ondes sonores

Considérons deux sources sonores $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$, de mêmes amplitude et pulsation, séparées d'un point $\mathcal{P}$ par les distances respectives r_1 et r_2, comme dans la figure 3.16 du manuel. Les fonctions d'onde respectives à chaque source s'écrivent

$$s_1 = s_\mathrm{m} \sin(kr_1 - \omega t + \phi_1)\,, \tag{24}$$
$$s_2 = s_\mathrm{m} \sin(kr_2 - \omega t + \phi_2)\,. \tag{25}$$

Le principe de superposition au point $\mathcal{P}$ nous donne alors l'onde résultante

$$\boxed{s = 2s_\mathrm{m} \cos\left(\frac{k\Delta r + (\phi_2 - \phi_1)}{2}\right) \sin(kr_\mathrm{moy} - \omega t + \phi_\mathrm{moy})}\,, \tag{26}$$

où

$$\boxed{\Delta r = r_2 - r_1} \tag{27}$$

est la **différence de marche**, $r_\mathrm{moy} = (r_1 + r_2)/2$ et $\phi_\mathrm{moy} = (\phi_1 + \phi_2)/2$. On retrouve alors les interférences rencontrées dans le module 2 en cherchant à annuler ou à maximiser (en valeur absolue) le cosinus inclus dans l'amplitude de l'onde s.

Si les deux sources sont absolument identiques (même fréquence et mêmes phases initiales $\phi_1 = \phi_2$), le type d'interférence obtenue au point $\mathcal{P}$ dépend uniquement de la différence de marche car l'amplitude de l'onde résultante est alors donnée par

$$2s_\mathrm{m} \left|\cos\left(\frac{k\Delta r}{2}\right)\right| = 2s_\mathrm{m} \left|\cos\left(\frac{\pi\Delta r}{\lambda}\right)\right|\,. \tag{28}$$

Deux cas de figures extrêmes se présentent ainsi :

- Si
  $$\Delta r = m\lambda\,, \tag{29}$$
  avec $m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$, alors on a affaire à une **interférence constructive** ;

- Si
  $$\Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda\,, \tag{30}$$
  avec $m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$, alors on a affaire à une **interférence destructive**.

Pour $\Delta r = 0$, les deux ondes parcourent la même distance et l'interférence est constructive, quelle que soit la longueur d'onde. Les valeurs positives (négatives) de m correspondent aux positions plus proches de la source $\mathcal{S}_1$ ($\mathcal{S}_2$). La figure 3.15 du manuel illustre ces positions.

Note : On remarquera que la démarche précédente est en tout point similaire à ce qui avait été fait pour l'interférence d'ondes progressives dans les cordes au module 2. Ainsi on comprendra que la différence de phase $\Delta\Phi$ entre les deux ondes sonores s'écrit ici $\Delta\Phi = k\Delta r$ et on arrivera aux mêmes conclusions.

5 Les battements

Lorsque deux ondes ont des fréquences légèrement différentes, la superposition donne des battements, une interférence qui varie dans le temps. La fonction d'onde de la superposition est en effet donnée par

$$s = [2s_\mathrm{m}\cos(\omega_\mathrm{mod}t)]\cos(\omega_\mathrm{moy}t)\ , \tag{31}$$

où $\omega_\mathrm{moy} = (\omega_1 + \omega_2)/2$ et $\omega_\mathrm{mod} = (\omega_2 - \omega_1)/2$. Si les pulsations ω_1 et ω_2 sont très proches l'une de l'autre, on a $|\omega_\mathrm{mod}| \ll \omega_\mathrm{moy}$, ce qui est illustré dans la figure 3.18 du manuel.

Comme c'est le carré de l'amplitude de l'oscillation qui intervient dans la puissance du son, et donc dans son intensité, la pulsation du battement est le double de celle de l'oscillation. On obtient ainsi la fréquence de ces battements :

$$\boxed{f_\mathrm{batt.} = |f_2 - f_1|}\ . \tag{32}$$

Note : Les battements se produisent pour tous les types d'ondes, peu importe le milieu (dans une corde ou le son dans l'air). On l'étudie ici pour le son puisque il est facile de le constaté. En effet, la tonalité de sonnerie de téléphone (que l'on entend dans le combiné quand nous appelons quelqu'un et que l'on attend qu'il décroche) est le résultat d'une interférence de 2 notes de fréquences différentes. En Amérique du Nord, il s'agit du battement produit par une fréquence à 440 Hz (un *La*) et une fréquence de 480 Hz (près du *Si* ♭). Le résultat est un son de fréquence (480+440)/2 = 460 Hz mais dont l'intensité 'vibre' à une fréquence de 480 - 440 = 40 Hz, ce qui donne l'effet de 'buzz' que l'on entend. Il en va de même pour tous les sons émis par un combiné téléphonique.

6 Les modes normaux d'une colonne d'air

Comme le montre la figure 3.19 du manuel, des modes normaux d'oscillation peuvent se produire dans une colonne d'air de longueur L, de la même façon que c'était le cas pour une corde de longueur L dans le module 2.

Pour que cela se produise, il faut que l'onde sonore satisfasse aux conditions aux limites suivantes :

- L'onde doit avoir un nœud de déplacement au niveau d'une extrémité fermée ;
- L'onde doit avoir un ventre de déplacement au niveau d'une extrémité ouverte.

Ces conditions sont imagées dans la figure 3.20 du manuel.

Si le tuyau est **ouvert-ouvert ou fermé-fermé**, les modes normaux sonores s'établissent avec les longueurs d'onde et fréquences suivantes :

$$\boxed{\begin{cases} \lambda_n = \dfrac{2L}{n} \\[2ex] f_n = n\,\dfrac{v}{2L} = nf_1 \end{cases}}\ , \quad \text{où } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{33}$$

Si le tuyau est **ouvert-fermé**, les modes normaux sonores s'établissent avec les longueurs d'onde et fréquences suivantes :

$$\boxed{\begin{cases} \lambda_{2n-1} = \dfrac{4L}{2n-1} \\[2ex] f_{2n-1} = (2n-1)\,\dfrac{v}{4L} = (2n-1)f_1 \end{cases}}\ , \quad \text{où } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{34}$$

Les “$2n - 1$” viennent simplement renforcer le fait que seules des harmoniques impaires sont présentes dans ce type de tuyau.

Note : Ces modes stationnaires se produisent surtout pour les instruments à vents. Pour les orgues, il est commun de retrouvé les deux types de tuyaux (ouvert-ouvert et ouvert-fermé), ce qui lui permet d'avoir plusieurs registres et tonalités différentes. Sans être musicien.ne, vous pouvez aussi faire l'expérience de modes stationnaires à l'aide de bouteilles que vous soufflez près de l'embouchure, ou en voiture avec une ou 2 fenêtres légèrement ouvertes. Dans ce dernier cas, les vibrations produisent sont de très basses fréquences (étant donnée la grande taille du véhicule) et peuvent être particulièrement désagréables.

7 L'effet Doppler

Imaginons une situation où une source sonore $\mathcal{S}$, se déplaçant à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}_{\mathcal{S}} = v_{\mathcal{S},x}\,\vec{\imath}$, émet un son de fréquence f à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v_x\,\vec{\imath}$ vers le détecteur D se déplaçant à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}_D = v_{D,x}\,\vec{\imath}$. Attention ici : les composantes $v_{\mathcal{S},x}$, v_x et $v_{D,x}$ peuvent être positives ou négatives, selon la direction des déplacements par rapport à l'axe x. La seule contrainte vient du fait que le son doit se propager de la source $\mathcal{S}$ vers le détecteur D. On place généralement l'axe des x dans le même sens que la vitesse du son. La figure 3.26 du manuel illustre le cas où ces trois composantes sont positives.

L'effet Doppler prédit que la fréquence f' du son perçue par le détecteur sera en général différente de la fréquence f du son envoyé par la source. On a en effet

$$\boxed{f' = \frac{v_x - v_{D,x}}{v_x - v_{\mathcal{S},x}}\, f \equiv \frac{v'_x}{\lambda'}}\,. \tag{35}$$

Cette équation est valide lorsque l'air est immobile et que la source se déplace à une vitesse plus faible que la vitesse du son.

8 La vitesse supersonique et les ondes de choc

Dans la situation où la vitesse $v_{\mathcal{S}}$ de la source dépasse la vitesse v du son dans le milieu de propagation, les fronts d'onde forment un cône appelé le **cône de Mach**, illustré dans la figure 3.31 du manuel. Comme les ondes se superposent et produisent une interférence constructive le long du cône, on parle d'**onde de choc**.

Le rayon d'un front d'onde est donné par vt, où t est le temps qui s'est écoulé depuis l'émission du front d'onde. Durant ce même temps, la source parcourt la distance $v_{\mathcal{S}}t$, strictement supérieure au rayon vt, si $v_{\mathcal{S}} > v$. On peut alors calculer l'angle θ du cône en utilisant la relation suivante :

$$\boxed{\sin\theta = \frac{v}{v_{\mathcal{S}}}}\,. \tag{36}$$

Attention, il y a une petite erreur dans le manuel : on définit le **nombre de Mach** comme étant

$$\boxed{\mathrm{M} = \frac{v_{\mathcal{S}}}{v}}\,, \tag{37}$$

contrairement au manuel qui écrit l'inverse. Ainsi, lorsqu'on dit qu'un avion vole à “Mach 2”, cela signifie que le nombre de Mach vaut 2. Autrement dit, l'avion vole au double de la vitesse du son.

Voici les différents **régimes de vitesse** généralement acceptés :

- subsonique, si $\mathrm{M} < 0{,}94$;

- transsonique, si $0,94 < M < 1,2$;
- supersonique, si $1,2 < M < 5$;
- hypersonique, si $M > 5$.