

# Tipos abstractos de datos básicos

Algoritmos y Estructuras de Datos II, DC, UBA.

## Índice

1. TAD <b>BOOL</b>	2
2. TAD <b>NAT</b>	3
3. TAD <b>TUPLA</b> ( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )	4
4. TAD <b>SECUENCIA</b> ( $\alpha$ )	4
5. TAD <b>CONJUNTO</b> ( $\alpha$ )	5
6. TAD <b>MULTICONJUNTO</b> ( $\alpha$ )	6
7. TAD <b>ARREGLO DIMENSIONABLE</b> ( $\alpha$ )	7
8. TAD <b>PILA</b> ( $\alpha$ )	8
9. TAD <b>COLA</b> ( $\alpha$ )	9
10. TAD <b>ÁRBOL BINARIO</b> ( $\alpha$ )	10
11. TAD <b>DICCIONARIO</b> (CLAVE, SIGNIFICADO)	11
12. TAD <b>COLA DE PRIORIDAD</b> ( $\alpha$ )	11



## 2. TAD NAT

### TAD NAT

**géneros**      nat

**exporta**      nat, generadores, observadores, +, −, ×, <, ≤, mín, máx

**usa**          BOOL

#### igualdad observacional

$$(\forall n, m : \text{nat}) \left( n =_{\text{obs}} m \iff \left( (n = 0? =_{\text{obs}} m = 0?) \wedge_L (\neg(n = 0?) \Rightarrow_L (\text{pred}(n) =_{\text{obs}} \text{pred}(m))) \right) \right)$$

#### observadores básicos

• = 0? : nat                       $\longrightarrow$  bool

pred : nat  $n$                        $\longrightarrow$  nat                       $\{ \neg(n = 0?) \}$

#### generadores

0 :                       $\longrightarrow$  nat

suc : nat                       $\longrightarrow$  nat

#### otras operaciones

• + • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

• − • : nat  $n \times$  nat  $m$                        $\longrightarrow$  nat                       $\{ m \leq n \}$

• × • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

• < • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  bool

• ≤ • : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  bool

mín : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

máx : nat  $\times$  nat                       $\longrightarrow$  nat

#### axiomas      $\forall n, m: \text{nat}$

0 = 0?                       $\equiv$  true

suc( $n$ ) = 0?                       $\equiv$  false

pred(suc( $n$ ))                       $\equiv$   $n$

$n + m$                        $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then**  $n$  **else**  $\text{suc}(n + \text{pred}(m))$  **fi**

$n - m$                        $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then**  $n$  **else**  $\text{pred}(n) - \text{pred}(m)$  **fi**

$n \times m$                        $\equiv$  **if**  $m = 0?$  **then** 0 **else**  $n \times \text{pred}(m) + n$  **fi**

$n < m$                        $\equiv$   $\neg(m = 0?) \wedge_L (n = 0? \vee_L \text{pred}(n) < \text{pred}(m))$

$n \leq m$                        $\equiv$   $n < m \vee n = m$

mín( $n, m$ )                       $\equiv$  **if**  $m < n$  **then**  $m$  **else**  $n$  **fi**

máx( $n, m$ )                       $\equiv$  **if**  $m < n$  **then**  $n$  **else**  $m$  **fi**

### Fin TAD

### 3. TAD TUPLA( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )

**TAD TUPLA**( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )

**igualdad observacional**

$$(\forall t, t' : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) (t =_{\text{obs}} t' \iff (\pi_1(t) =_{\text{obs}} \pi_1(t') \wedge \dots \wedge \pi_n(t) =_{\text{obs}} \pi_n(t')))$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

**géneros**  $\text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$

**exporta**  $\text{tupla}$ , generadores, observadores

**observadores básicos**

$$\pi_1 : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_1$$

$\vdots$

$$\pi_n : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_n$$

**generadores**

$$\langle \bullet, \dots, \bullet \rangle : \alpha_1 \times \dots \times \alpha_n \longrightarrow \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$$

**axiomas**  $\forall a_1 : \alpha_1 \dots \forall a_n : \alpha_n$

$$\pi_1(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_1$$

$$\vdots \equiv \vdots$$

$$\pi_n(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_n$$

**Fin TAD**

### 4. TAD SECUENCIA( $\alpha$ )

**TAD SECUENCIA**( $\alpha$ )

**igualdad observacional**

$$(\forall s, s' : \text{secu}(\alpha)) \left( s =_{\text{obs}} s' \iff \left( \begin{array}{l} \text{vacía?}(s) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(s') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(s) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{prim}(s) =_{\text{obs}} \text{prim}(s') \wedge \text{fin}(s) =_{\text{obs}} \text{fin}(s'))) \end{array} \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{secu}(\alpha)$

**exporta**  $\text{secu}(\alpha)$ , generadores, observadores, &, o, ult, com, long, está?

**usa** **BOOL**, **NAT**

**observadores básicos**

$$\text{vacía?} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\text{prim} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \alpha \quad \{\neg \text{vacía?}(s)\}$$

$$\text{fin} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha) \quad \{\neg \text{vacía?}(s)\}$$

**generadores**

$\langle \rangle$  :  $\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$   
 $\bullet \bullet \bullet$  :  $\alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\bullet \circ \bullet$  :  $\text{secu}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$   
 $\bullet \& \bullet$  :  $\text{secu}(\alpha) \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$   
 $\text{ult}$  :  $\text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \alpha$   $\{\neg \text{vacía?}(s)\}$   
 $\text{com}$  :  $\text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$   $\{\neg \text{vacía?}(s)\}$   
 $\text{long}$  :  $\text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$   
 $\text{está?}$  :  $\alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

**axiomas**  $\forall s, t: \text{secu}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(\langle \rangle) \equiv \text{true}$   
 $\text{vacía?}(e \bullet s) \equiv \text{false}$   
 $\text{prim}(e \bullet s) \equiv e$   
 $\text{fin}(e \bullet s) \equiv s$   
 $s \circ e \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } e \bullet \langle \rangle \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \circ e) \text{ fi}$   
 $s \& t \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } t \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \& t) \text{ fi}$   
 $\text{ult}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } \text{prim}(s) \text{ else } \text{ult}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$   
 $\text{com}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } \langle \rangle \text{ else } \text{prim}(s) \bullet \text{com}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$   
 $\text{long}(s) \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{long}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$   
 $\text{está?}(e, s) \equiv \neg \text{vacía?}(s) \wedge_{\text{L}} (e = \text{prim}(s) \vee \text{está?}(e, \text{fin}(s)))$

**Fin TAD**

## 5. TAD CONJUNTO( $\alpha$ )

**TAD CONJUNTO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$(\forall c, c' : \text{conj}(\alpha)) \ (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(a \in c =_{\text{obs}} a \in c')))$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{conj}(\alpha)$

**exporta**  $\text{conj}(\alpha)$ , generadores, observadores,  $\emptyset?$ ,  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\#$ ,  $\bullet - \{\bullet\}$ , dameUno, sinUno,  $\subseteq$ ,  $\bullet - \bullet$

**usa** **BOOL**, **NAT**

**observadores básicos**

$\bullet \in \bullet$  :  $\alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

**generadores**

$\emptyset$  :  $\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$

$\text{Ag}$  :  $\alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\emptyset?$  :  $\text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\#$	$: \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$	
$\bullet - \{\bullet\}$	$: \text{conj}(\alpha) \times \alpha$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	
$\bullet \cup \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	
$\bullet \cap \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	
dameUno	$: \text{conj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \alpha$	$\{-\emptyset?(c)\}$
sinUno	$: \text{conj}(\alpha) \ c$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	$\{-\emptyset?(c)\}$
$\bullet \subseteq \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$	
$\bullet - \bullet$	$: \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{conj}(\alpha)$	
<b>axiomas</b>	$\forall c, d: \text{conj}(\alpha), \forall a, b: \alpha$		
$a \in \emptyset$	$\equiv \text{false}$		
$a \in \text{Ag}(b, c)$	$\equiv (a = b) \vee (a \in c)$		
$\emptyset?(\emptyset)$	$\equiv \text{true}$		
$\emptyset?(\text{Ag}(b, c))$	$\equiv \text{false}$		
$\#(\emptyset)$	$\equiv 0$		
$\#(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv 1 + \#(c - \{a\})$		
$c - \{a\}$	$\equiv c - \text{Ag}(a, \emptyset)$		
$\emptyset \cup c$	$\equiv c$		
$\text{Ag}(a, c) \cup d$	$\equiv \text{Ag}(a, c \cup d)$		
$\emptyset \cap c$	$\equiv \emptyset$		
$\text{Ag}(a, c) \cap d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } \text{Ag}(a, c \cap d) \text{ else } c \cap d \text{ fi}$		
dameUno(c) $\in c$	$\equiv \text{true}$		
sinUno(c)	$\equiv c - \{\text{dameUno}(c)\}$		
$c \subseteq d$	$\equiv c \cap d = c$		
$\emptyset - c$	$\equiv \emptyset$		
$\text{Ag}(a, c) - d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } c - d \text{ else } \text{Ag}(a, c - d) \text{ fi}$		

Fin TAD

## 6. TAD MULTICONJUNTO( $\alpha$ )

TAD MULTICONJUNTO( $\alpha$ )**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{multiconj}(\alpha)) \ (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(\#(a, c) =_{\text{obs}} \#(a, c'))))$$

**parámetros formales****géneros**  $\alpha$ **géneros**  $\text{multiconj}(\alpha)$ **exporta**  $\text{multiconj}(\alpha), \text{generadores}, \text{observadores}, \in, \emptyset?, \#, \cup, \cap, \in, \bullet - \{\bullet\}, \text{dameUno}, \text{sinUno}$ **usa**  $\text{BOOL}, \text{NAT}$ **observadores básicos**

$\# : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

#### generadores

$\emptyset : \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$

$\text{Ag} : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$

#### otras operaciones

$\bullet \in \bullet : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\emptyset? : \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\# : \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

$\bullet - \{\bullet\} : \text{multiconj}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$

$\bullet \cup \bullet : \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$

$\bullet \cap \bullet : \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$

$\text{dameUno} : \text{multiconj}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha \quad \{-\emptyset?(c)\}$

$\text{sinUno} : \text{multiconj}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha) \quad \{-\emptyset?(c)\}$

**axiomas**  $\forall c, d: \text{multiconj}(\alpha), \forall a, b: \alpha$

$\#(a, \emptyset) \equiv 0$

$\#(a, \text{Ag}(b, c)) \equiv \text{if } a = b \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi} + \#(a, c)$

$a \in c \equiv \#(a, c) > 0$

$\emptyset?(\emptyset) \equiv \text{true}$

$\emptyset?(\text{Ag}(a, c)) \equiv \text{false}$

$\#(\emptyset) \equiv 0$

$\#(\text{Ag}(a, c)) \equiv 1 + \#(c)$

$\emptyset - \{a\} \equiv \emptyset$

$\text{Ag}(a, c) - \{b\} \equiv \text{if } a = b \text{ then } c \text{ else } \text{Ag}(a, c - \{b\}) \text{ fi}$

$\emptyset \cup c \equiv c$

$\text{Ag}(a, c) \cup d \equiv \text{Ag}(a, c \cup d)$

$\emptyset \cap c \equiv \emptyset$

$\text{Ag}(a, c) \cap d \equiv \text{if } a \in d \text{ then } \text{Ag}(a, c \cap (d - \{a\})) \text{ else } c \cap d \text{ fi}$

$\text{dameUno}(c) \in c \equiv \text{true}$

$\text{sinUno}(c) \equiv c - \{\text{dameUno}(c)\}$

**Fin TAD**

## 7. TAD ARREGLO DIMENSIONABLE( $\alpha$ )

**TAD ARREGLO DIMENSIONABLE( $\alpha$ )**

#### igualdad observacional

$$(\forall a, a' : \text{ad}(\alpha)) \left( a =_{\text{obs}} a' \iff \left( \text{tam}(a) =_{\text{obs}} \text{tam}(a') \wedge \left( (\forall n : \text{nat})(\text{definido?}(a, n) =_{\text{obs}} \text{definido?}(a', n) \wedge (\text{definido?}(a, n) \Rightarrow a[n] =_{\text{obs}} a'[n])) \right) \right) \right)$$

#### parámetros formales

<b>géneros</b>	$\alpha$	
<b>géneros</b>	$\text{ad}(\alpha)$	
<b>exporta</b>	$\text{ad}(\alpha)$ , generadores, observadores	
<b>usa</b>	BOOL, NAT	
<b>observadores b�sicos</b>		
$\text{tam}$	$: \text{ad}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$	
$\text{definido?}$	$: \text{ad}(\alpha) \times \text{nat} \longrightarrow \text{bool}$	
$\bullet [ \bullet ]$	$: \text{ad}(\alpha) \ a \times \text{nat} \ n \longrightarrow \alpha$	$\{\text{definido?}(a, n)\}$
<b>generadores</b>		
$\text{crearArreglo}$	$: \text{nat} \longrightarrow \text{ad}(\alpha)$	
$\bullet [ \bullet ] \leftarrow \bullet$	$: \text{ad}(\alpha) \ a \times \text{nat} \ n \times \alpha \longrightarrow \text{ad}(\alpha)$	$\{n < \text{tam}(a)\}$
<b>axiomas</b>	$\forall a: \text{ad}(\alpha), \forall e: \alpha, \forall n, m: \text{nat}$	
$\text{tam}(\text{crearArreglo}(n))$	$\equiv n$	
$\text{tam}(a [ n ] \leftarrow e)$	$\equiv \text{tam}(a)$	
$\text{definido}(\text{crearArreglo}(n), m)$	$\equiv \text{false}$	
$\text{definido}(a [ n ] \leftarrow e, m)$	$\equiv n = m \vee \text{definido?}(a, m)$	
$(a [ n ] \leftarrow e) [ m ]$	$\equiv \text{if } n = m \text{ then } e \text{ else } a [ m ] \text{ fi}$	

Fin TAD

## 8. TAD PILA( $\alpha$ )

TAD PILA( $\alpha$ )

<b>igualdad observacional</b>		
$(\forall p, p' : \text{pila}(\alpha))$	$\left( p =_{\text{obs}} p' \iff \left( \text{vac�a?}(p) =_{\text{obs}} \text{vac�a?}(p') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{vac�a?}(p) \Rightarrow_{\text{L}} \right. \right. \right.$	
	$\left. \left. (\text{tope}(p) =_{\text{obs}} \text{tope}(p') \wedge \text{desapilar}(p) =_{\text{obs}} \text{desapilar}(p')) \right) \right)$	
<b>parámetros formales</b>		
<b>géneros</b>	$\alpha$	
<b>géneros</b>	$\text{pila}(\alpha)$	
<b>exporta</b>	$\text{pila}(\alpha)$ , generadores, observadores, tama�o	
<b>usa</b>	BOOL, NAT	
<b>observadores b�sicos</b>		
$\text{vac�a?}$	$: \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$	
$\text{tope}$	$: \text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \alpha$	$\{\neg \text{vac�a?}(p)\}$
$\text{desapilar}$	$: \text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$	$\{\neg \text{vac�a?}(p)\}$
<b>generadores</b>		
$\text{vac�a}$	$: \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$	
$\text{apilar}$	$: \alpha \times \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$	
<b>otras operaciones</b>		



tamaño : pila( $\alpha$ )  $\longrightarrow$  nat

**axiomas**  $\forall p: \text{pila}(\alpha), \forall e: \alpha$

vacía?(vacía)  $\equiv$  true

vacía?(apilar( $e, p$ ))  $\equiv$  false

tope(apilar( $e, p$ ))  $\equiv e$

desapilar(apilar( $e, p$ ))  $\equiv p$

tamaño( $p$ )  $\equiv$  **if** vacía?( $p$ ) **then** 0 **else** 1 + tamaño(desapilar( $p$ )) **fi**

**Fin TAD**

## 9. TAD COLA( $\alpha$ )

**TAD COLA( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{cola}(\alpha)) \left( c =_{\text{obs}} c' \iff \left( \begin{array}{l} \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \\ \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \end{array} \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros** cola( $\alpha$ )

**exporta** cola( $\alpha$ ), generadores, observadores, tamaño

**usa** BOOL, NAT

**observadores básicos**

vacía? : cola( $\alpha$ )  $\longrightarrow$  bool

próximo : cola( $\alpha$ )  $c \longrightarrow \alpha$   $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

desencolar : cola( $\alpha$ )  $c \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$   $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

**generadores**

vacía :  $\longrightarrow \text{cola}(\alpha)$

encolar :  $\alpha \times \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$

**otras operaciones**

tamaño : cola( $\alpha$ )  $\longrightarrow$  nat

**axiomas**  $\forall c: \text{cola}(\alpha), \forall e: \alpha$

vacía?(vacía)  $\equiv$  true

vacía?(encolar( $e, c$ ))  $\equiv$  false

próximo(encolar( $e, c$ ))  $\equiv$  **if** vacía?( $c$ ) **then**  $e$  **else** próximo( $c$ ) **fi**

desencolar(encolar( $e, c$ ))  $\equiv$  **if** vacía?( $c$ ) **then** vacía **else** encolar( $e$ , desencolar( $c$ )) **fi**

tamaño( $c$ )  $\equiv$  **if** vacía?( $c$ ) **then** 0 **else** 1 + tamaño(desencolar( $c$ )) **fi**

**Fin TAD**

## 10. TAD ÁRBOL BINARIO( $\alpha$ )

**TAD ÁRBOL BINARIO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall a, a' : \text{ab}(\alpha)) \left( a =_{\text{obs}} a' \iff \left( \text{nil?}(a) =_{\text{obs}} \text{nil?}(a') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{nil?}(a) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{raiz}(a) =_{\text{obs}} \text{raiz}(a'))) \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**       $\alpha$

**géneros**       $\text{ab}(\alpha)$

**exporta**       $\text{ab}(\alpha)$ , generadores, observadores, tamaño, altura, tamaño, inorder, preorder, postorder

**usa**             $\text{BOOL}$ ,  $\text{NAT}$ ,  $\text{SECUENCIA}(\alpha)$

**observadores básicos**

$\text{nil?}$           :  $\text{ab}(\alpha)$                        $\longrightarrow$   $\text{bool}$

$\text{raiz}$           :  $\text{ab}(\alpha) \ a$                        $\longrightarrow \alpha$                        $\{\neg \text{nil?}(a)\}$

$\text{izq}$           :  $\text{ab}(\alpha) \ a$                        $\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$                        $\{\neg \text{nil?}(a)\}$

$\text{der}$           :  $\text{ab}(\alpha) \ a$                        $\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$                        $\{\neg \text{nil?}(a)\}$

**generadores**

$\text{nil}$           :                                       $\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$

$\text{bin}$           :  $\text{ab}(\alpha) \times \alpha \times \text{ab}(\alpha)$        $\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\text{altura}$       :  $\text{ab}(\alpha)$                        $\longrightarrow \text{nat}$

$\text{tamaño}$      :  $\text{ab}(\alpha)$                        $\longrightarrow \text{nat}$

$\text{inorder}$     :  $\text{ab}(\alpha)$                        $\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$

$\text{preorder}$    :  $\text{ab}(\alpha)$                        $\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$

$\text{postorder}$  :  $\text{ab}(\alpha)$                        $\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$

**axiomas**       $\forall a, b : \text{ab}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{nil?}(\text{nil})$          $\equiv \text{true}$

$\text{nil?}(\text{bin}(a, e, b))$   $\equiv \text{false}$

$\text{raiz}(\text{bin}(a, e, b))$   $\equiv e$

$\text{izq}(\text{bin}(a, e, b))$   $\equiv a$

$\text{der}(\text{bin}(a, e, b))$   $\equiv b$

$\text{altura}(a)$          $\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{máx}(\text{altura}(\text{izq}(a)), \text{altura}(\text{der}(a))) \text{ fi}$

$\text{tamaño}(a)$         $\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{izq}(a)) + \text{tamaño}(\text{der}(a)) \text{ fi}$

$\text{inorder}(a)$         $\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } \text{inorder}(\text{izq}(a)) \ \& \ (\text{raiz}(a) \bullet \text{inorder}(\text{der}(a))) \text{ fi}$

$\text{preorder}(a)$       $\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } (\text{raiz}(a) \bullet \text{preorder}(\text{izq}(a))) \ \& \ \text{preorder}(\text{der}(a)) \text{ fi}$

$\text{postorder}(a)$      $\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } \text{postorder}(\text{izq}(a)) \ \& \ (\text{postorder}(\text{der}(a)) \circ \text{raiz}(a)) \text{ fi}$

**Fin TAD**

## 11. TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)

**TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)**

**igualdad observacional**

$$(\forall d, d' : \text{dicc}(\kappa, \sigma)) \left( d =_{\text{obs}} d' \iff \left( (\forall c : \kappa) (\text{def?}(c, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(c, d') \wedge_{\text{L}} (\text{def?}(c, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(c, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(c, d'))) \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**      clave, significado

**géneros**       $\text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$

**exporta**       $\text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}), \text{generadores}, \text{observadores}, \text{borrar}, \text{claves}$

**usa**           $\text{BOOL}, \text{NAT}, \text{CONJUNTO}(\text{CLAVE})$

**observadores básicos**

$\text{def?} : \text{clave} \times \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$	$\longrightarrow \text{bool}$	
$\text{obtener} : \text{clave } c \times \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}) \ d$	$\longrightarrow \text{significado}$	$\{\text{def?}(c, d)\}$

**generadores**

$\text{vacío} :$	$\longrightarrow \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$
$\text{definir} : \text{clave} \times \text{significado} \times \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$	$\longrightarrow \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$

**otras operaciones**

$\text{borrar} : \text{clave } c \times \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}) \ d$	$\longrightarrow \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$	$\{\text{def?}(c, d)\}$
$\text{claves} : \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado})$	$\longrightarrow \text{conj}(\text{clave})$	

**axiomas**     $\forall d : \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}), \forall c, k : \text{clave}, \forall s : \text{significado}$

$\text{def?}(c, \text{vacío})$	$\equiv \text{false}$
$\text{def?}(c, \text{definir}(k, s, d))$	$\equiv c = k \vee \text{def?}(c, d)$
$\text{obtener}(c, \text{definir}(k, s, d))$	$\equiv \text{if } c = k \text{ then } s \text{ else obtener}(c, d) \text{ fi}$
$\text{borrar}(c, \text{definir}(k, s, d))$	$\equiv \text{if } c = k \text{ then}$ $\text{if } \text{def?}(c, d) \text{ then borrar}(c, d) \text{ else } d \text{ fi}$ $\text{else}$ $\text{definir}(k, s, \text{borrar}(c, d))$ $\text{fi}$
$\text{claves}(\text{vacío})$	$\equiv \emptyset$
$\text{claves}(\text{definir}(c, s, d))$	$\equiv \text{Ag}(c, \text{claves}(d))$

**Fin TAD**

## 12. TAD COLA DE PRIORIDAD( $\alpha$ )

**TAD COLA DE PRIORIDAD( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{colaPrior}(\alpha)) \left( c =_{\text{obs}} c' \iff \left( \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**       $\alpha$

**operaciones**  $\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$       Relación de orden total estricto<sup>1</sup>

**géneros**       $\text{colaPrior}(\alpha)$

**exporta**       $\text{colaPrior}(\alpha), \text{generadores}, \text{observadores}$

**usa**       $\text{BOOL}$

**observadores básicos**

vacía?      :  $\text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

próximo    :  $\text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha$        $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

desencolar :  $\text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$        $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

**generadores**

vacía      :       $\longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$

encolar    :  $\alpha \times \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$

**axiomas**     $\forall c: \text{colaPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$

vacía?(vacía)       $\equiv \text{true}$

vacía?(encolar( $e, c$ ))       $\equiv \text{false}$

próximo(encolar( $e, c$ ))       $\equiv \text{if vacía?}(c) \vee_L \text{proximo}(c) < e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

desencolar(encolar( $e, c$ ))       $\equiv \text{if vacía?}(c) \vee_L \text{proximo}(c) < e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

**Fin TAD**

<sup>1</sup>Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

**Antirreflexividad:**  $\neg a < a$  para todo  $a : \alpha$

**Antisimetría:**  $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$  para todo  $a, b : \alpha, a \neq b$

**Transitividad:**  $((a < b \wedge b < c) \Rightarrow a < c)$  para todo  $a, b, c : \alpha$

**Totalidad:**  $(a < b \vee b < a)$  para todo  $a, b : \alpha$